Tekmovanja

Tekmovanje v znanju fizike za zlato Stefanovo priznanje – državno tekmovanje

8. razred

A1 Mehiško mesto Acapulco leži v subtropskem pasu na geografski širini $16°$ severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija ob 15. uri. Približno v katero smer kaže senca njegove palice?

(**A**) SV (**B**) JV (**C**) SZ (**D**) JZ

A2 Osmošolci izvajajo poskuse s telesoma A in B. Ugotovijo, da je prostornina telesa A večja od prostornine telesa B. Potem vzamejo 2 merilni posodi in ju do roba napolnijo z vodo. V prvo posodo previdno položijo telo A, v drugo pa telo B. Čez rob vsake posode se prelije 10 ml vode. Katera od spodnjih trditev za telesi A in B velja?

(**A**) A plava, B plava ali potone. (**B**) A potone, B plava ali potone.

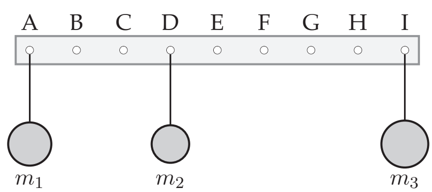
(**C**) B plava, A plava ali potone. (**D**) B potone, A plava ali potone.

A3 Milan se tretjino svoje poti giblje s hitrostjo $60\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, preostanek poti pa s hitrostjo $80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Dragan se tretjino svojega časa giblje s hitrostjo $120\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, preostanek časa pa s hitrostjo $40\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Kdo se giblje z večjo povprečno hitrostjo?

(**A**) Milan. (**B**) Oba se gibljeta z enako povprečno hitrostjo.

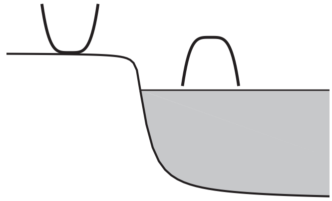
(**C**) Dragan. (**D**) Ne moremo določiti.

A4 Lahka prečka ima enakomerno razmaknjene luknjice A, B .... Na prečko obesimo 3 uteži, kot prikazuje skica. Njihove mase so $m_1 = 40$ g, $m_2 = 20$ g in $m_3 = 80$ g. V katero luknjico privežemo vrvico, na katero bomo prečko obesili, da bo prečka v vodoravni ravnovesni legi?



(**A**) D (**B**) E (**C**) F (**D**) G

A5 Potapljaški zvon je pripomoček, ki pod vodno gladino zadržuje zrak. Če bi zvon na kopnem napolnili z vodo, bi držal $18\ \mathrm{m^3}$ vode. Obrnjenega tako, da je odprtina zvona spodaj, ga počasi in previdno, da iz njega ne uhaja zrak, spustimo na morsko dno, ki je 20 m pod gladino morja. Upoštevaj, da za zrak, ujet v zvonu, velja, da je zmnožek med njegovo prostornino in tlakom konstanten. Kolikšna je prostornina v zvonu ujetega zraka, ko je zvon na dnu?

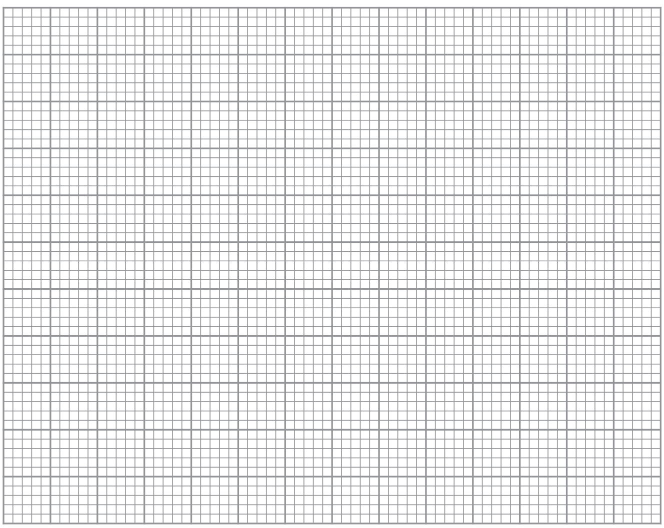


(**A**) $3\ \mathrm{m^3}$ (**B**) $6\ \mathrm{m^3}$ (**C**) $9\ \mathrm{m^3}$ (**D**) $18\ \mathrm{m^3}$

B1 **Vse fotografije v nalogi** prikazujejo realno situacijo **v merilu 1 : 4**.

Lahko vzmet pritrdimo na njenem zgornjem krajišču na vodoravno palico. Na spodnje krajišče vzmeti obesimo najprej utež z maso 50 g, potem pa dodamo še dve 50-gramski uteži, kot prikazujeta sliki na desni.

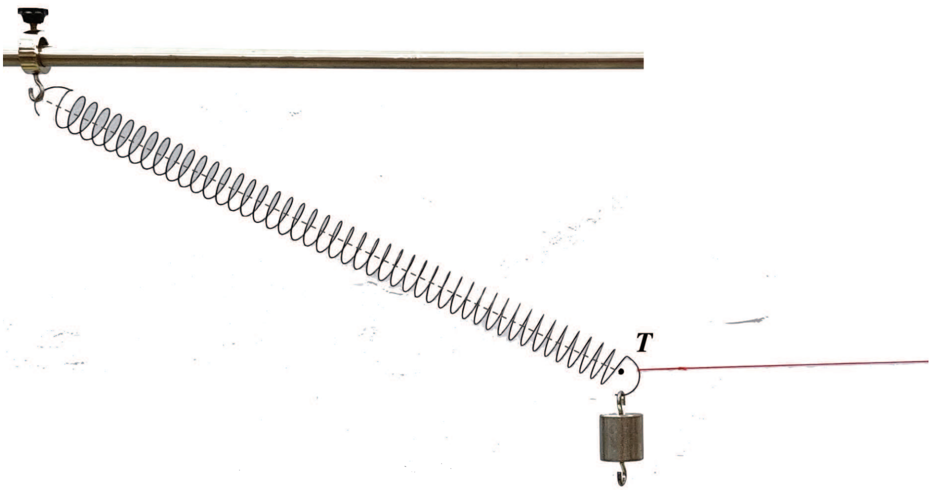
(a) V koordinatni sistem nariši graf, ki prikazuje, kako je dolžina vzmeti l (glej sliko) odvisna od sile, ki vzmet razteza.



(b) Kolikšna je dolžina neobremenjene vzmeti l_0?

(c) Kolikšen je koeficient vzmeti k?

(d) Na spodnje krajišče vzmeti obesimo utež z maso m in privežemo lahko vrvico. Vrvico vlečemo (zadržujemo) v vodoravni smeri, kot prikazuje slika. Kolikšna je masa uteži m?



(e) Utež zamenjamo z drugo utežjo, ki ima maso $2{\cdot}m$. Vrvico še naprej vlečemo v vodoravni smeri, z enako silo kot prej. Kolikšna je dolžina vzmeti?

B2 Morje je vzvalovano, valovna dolžina valovanja je $\lambda = 13$ m. V globoki vodi podaja hitrost valovanja c na vodni gladini izraz $c = \sqrt{\frac{g\cdot\lambda}{2\pi}}$, kjer je g težni pospešek, $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(a) S kolikšno hitrostjo potujejo valovi?

(b) Ribič je na ribiško mrežo namestil plovec, ki se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom niha plovec?

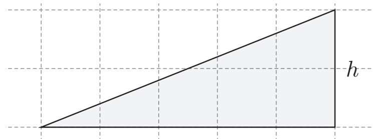
(c) Ribič gre po mrežo. S svojim čolnom pluje s hitrostjo 3 vozli glede na kopno v nasprotni smeri, kot potujejo valovi (pluje proti valovom). Tudi njegov čoln se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se giblje ribičev čoln v navpični smeri? S hitrostjo 1 vozel barka prevozi razdaljo 1 Nm (navtična milja) v 1 uri, 1 Nm $= 1852$ m.

(d) Ko dvigne mrežo, se ribič vrača po isti poti s hitrostjo 4 vozli glede na kopno. Valovanje na morju je tako kot prej, ribič pa zdaj pluje z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se giblje ribičev čoln v navpični smeri na povratku?

(e) Majhna jadrnica pluje po istem vzvalovanem morju. Kot med smerjo njenega gibanja glede na kopno in smerjo potovanja valov je 90°. Tudi jadrnica se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se jadrnica giblje v navpični smeri?

9. razred

A1 Špela se na saneh spusti z vrha $h = 10$ m visokega klanca, ki ga prikazuje slika. Na klancu na sani deluje sila trenja, ki je po velikosti enaka desetini skupne teže Špele in njenih sani. Kolikšna je hitrost sani na dnu klanca?



(**A**) $12{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (**B**) $13{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (**C**) $14{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (**D**) $15{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A2 Z višine 20 m nad tlemi spustimo kamen, da prosto pade. Medtem, ko prvi kamen prosto pada, vržemo s tal navpično navzgor drugi kamen z začetno hitrostjo $20{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zračni upor je zanemarljiv. Katera izjava o velikosti hitrosti obeh kamnov v trenutku, ko se srečata, je pravilna?

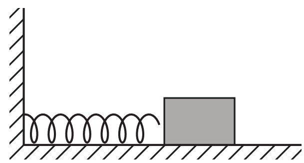
(**A**) Kamna imata enako veliki hitrosti.

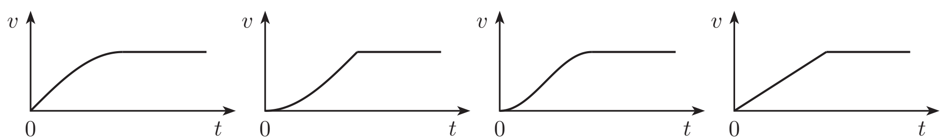
(**B**) Kamen, ki pada, ima večjo velikost hitrosti od kamna, ki leti navzgor.

(**C**) Kamen, ki pada, ima manjšo velikost hitrosti od kamna, ki leti navzgor.

(**D**) Kateri kamen ima večjo velikost hitrosti je odvisno od tega, s kolikšno zakasnitvijo smo vrgli drugi kamen.

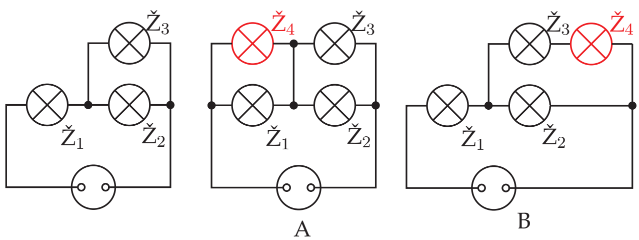
A3 Na vodoravni gladki mizi ležita klada, ki po mizi drsi brez trenja, in vodoravna vzmet, ki je na levem krajišču pritrjena na steno. Klado, ki ni pripeta na vzmet, potisnemo proti steni tako, da vzmet stisnemo. V trenutku $t = 0$ klado spustimo, vzmet se prične raztezati in potiskati klado. Kateri graf pravilno prikazuje, kako se hitrost klade spreminja s časom?





(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A4 Na vir napetosti vežemo 3 enake žarnice Ž$_1$, Ž$_2$ in Ž$_3$, kot prikazuje prva slika. Potem dodamo še četrto žarnico Ž$_4$, ki jo v prvem primeru vežemo, kot prikazuje A, v drugem, kot prikazuje B. Katera izjava je pravilna?



(**A**) V obeh primerih se po vezavi žarnice Ž$_4$ skupen tok skozi vir poveča.

(**B**) V obeh primerih se po vezavi žarnice Ž$_4$ skupen tok skozi vir zmanjša.

(**C**) Po vezavi žarnice Ž$_4$ se v primeru A skupen tok skozi vir poveča, v primeru B pa zmanjša.

(**D**) Po vezavi žarnice Ž$_4$ se v primeru A skupen tok skozi vir zmanjša, v primeru B pa poveča.

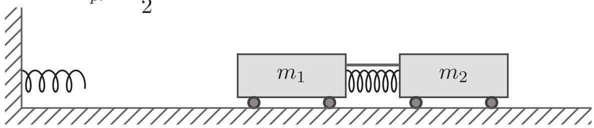
A5 Mehiško mesto Acapulco leži v subtropskem pasu na geografski širini 16° severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravno ravnino, 11. junija ob 15. uri. Približno v katero smer kaže senca njegove palice?

(**A**) SV (**B**) JV (**C**) SZ (**D**) JZ

B1 Vozička, povezana s tanko vrvico, mirujeta na vodoravnem tiru. Med njiju vstavimo stisnjeno vzmet, kot prikazuje slika. Vrvico ob času $t = 0$ prerežemo, vzmet se raztegne in odrine vozička. (Vzmet takoj umaknemo s tira.) Vozička, ki ju obravnavaj kot točkasti telesi, se gibljeta brez trenja. Masi vozičkov sta m_1 in m_2. Koeficient vzmeti je $k = \frac{5\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{cm}}$. Vzmet je na začetku stisnjena za $x = 3$ cm. Predpostavi, da je skupno delo, ki ga vzmet med raztezanjem opravi na obeh vozičkih, enako zalogi njene prožnostne energije,

$$W_{pr} = \frac{1}{2}\,k \cdot x^2.$$

(a) Kolikšna je vsota kinetične energije vozičkov po odrivu?



(b) Prvi voziček z maso $m_1 = 100$ g se po odrivu giblje s hitrostjo 1 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Kolikšna je po odrivu kinetična energija drugega vozička?

(c) Vozička imata po odrivu enaki velikosti **gibalnih količin** (in nasprotni smeri gibanja). Gibalna količina $\vec{G}$ telesa z maso m, ki se giblje s hitrostjo $\vec{v}$ (velikost hitrosti je v, smer pa je podana s smerjo $\vec{v}$), je $\vec{G} = m \cdot \vec{v}$ (velikost gibalne količine pa je $G = m \cdot v$). S kolikšno hitrostjo v_2 se po odrivu giblje drugi voziček in kolikšna je njegova masa?

(d) Prvi voziček se ob času $t_1 = 2$ s po odrivu zaleti v drugo vzmet, pritrjeno na steno, in se od nje prožno odbije nazaj. Čas odboja prvega vozička od vzmeti na steni zanemari. Ob katerem času t_2 in v kolikšni oddaljenosti od stene prvi voziček dohiti drugi voziček?

(e) Ob času t_2 vozička trčita. Ob trku se zlepita in se naprej gibljeta skupaj. Za trk med vozičkoma velja, da je vsota njunih gibalnih količin pred trkom enaka vsoti njunih gibalnih količin po trku, $\vec{G}_{1,\mathrm{pred}} + \vec{G}_{2,\mathrm{pred}} = \vec{G}_{1,\mathrm{po}} + \vec{G}_{2,\mathrm{po}}$. S kolikšno hitrostjo se gibljeta vozička, ko sta zlepljena?

(f) Koliko kinetične energije se izgubi med (neprožnim) trkom vozičkov pri (e)?

(g) V isti koordinatni sistem nariši grafa, ki prikazujeta legi obeh vozičkov $x_1(t)$ in $x_2(t)$ od trenutka $t = 0$ do $t_3 = 11$ s.

B2 Na vikendu burja poškoduje napeljavo sončnih celic. Akumulator se je pred tem na srečo popolnoma napolnil. Na njem sta podatka 12 V in 156 Ah. Na akumulator so priklopljeni porabniki: hladilnik z nazivno močjo 36 W, televizor z nazivno močjo 12 W in 4 LED sijalke z nazivno močjo po 6 W. Hladilnik deluje vsak dan povprečno 5 h in se vklaplja in izklaplja samodejno, televizor 3 h, sijalke pa svetijo v povprečju 4 h dnevno. V kuhinji vključimo dve sijalki z istim stikalom, dve sijalki pa imata vsaka svoje stikalo. (*Nazivna* moč je moč, ki jo naprava prejema, ko je na njej *nazivna* napetost. Za vse naprave v tej nalogi je nazivna napetost 12 V.)

(a) Nariši shemo pravilne vezave porabnikov na akumulator, pri kateri vse naprave delujejo optimalno. Stikala vriši le za sijalke. Znaki za hladilnik, televizor, sijalko in stikalo naj bodo:

(b) S kolikšno močjo deluje akumulator na začetku, ko delujejo vsi porabniki?

(c) Koliko naboja steče skozi hladilnik, televizor in sijalke v povprečnem dnevu?

(d) Za koliko dni bi zadostoval naboj v akumulatorju, če upoštevamo, da ga lahko izpraznimo le do polovice?

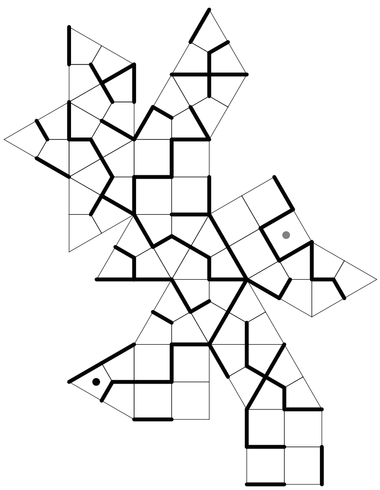
(e) Za koliko ur se skrajša obratovanje vseh naprav, če smo pustili televizor med nedelovanjem v stanju pripravljenosti? V stanju pripravljenosti skozenj teče tok 80 mA.

(f) Tone po pomoti veže hladilnik in eno sijalko na akumulator zaporedno. Predpostavi, da za hladilnik in za sijalko velja Ohmov zakon. Kolikšno moč prejema Tonetov hladilnik?

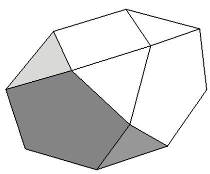
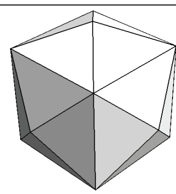
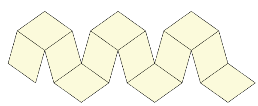
32. tekmovanje iz razvedrilne matematike – državno tekmovanje

6. in 7. razred osnovne šole

1. Labirint na poliedru
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri
Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.
Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 5 točk.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 8 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F, G, H. Prvih sedem je povedalo:
A: "B je oproda ali je G oproda."
B: "C je vitez ali je A vitez."
C: "Če je A oproda, potem je E vitez."
D: "A je vitez, če in samo če je G vitez."
E: "F je vitez in D je oproda."
F: "E je oproda, če in samo če je A oproda."
G: "Če je H vitez, potem je E vitez."
Kdo je vitez in kdo je oproda?

A:________________________
B:________________________
C:________________________
D:________________________
E:________________________
F:________________________
G:________________________
H:________________________

4. Nizi

Vrstice in stolpci so razdeljeni na nize zaporednih belih kvadratkov – razdelke. V vsak bel kvadratek vpiši naravno število od 1 do 9 tako, da bodo v vsakem razdelku samo zaporedna števila, ki so lahko v poljubnem vrstnem redu. Nobeno število se v posameznem stolpcu ali vrstici ne ponovi. V sive kvadratke ne vpisuj ničesar. Število, ki je že zapisano v sivem kvadratku, se ne pojavi v nobenem razdelku vrstice ali stolpca, v katerem je zapisano.

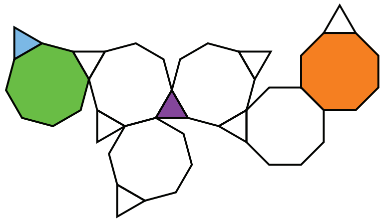
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1		4
	2	4	3

Na primer, v 4×4 primeru na desni, ki je že rešen, ima tretja vrstica dva razdelka: prvi vsebuje kvadratka s številoma 1 in 2, drugi razdelek pa vsebuje 4. Četrta vrstica ima en razdelek, v katerem so zapisana zaporedna števila 2, 3 in 4 v nekem vrstnem redu. Število 4, ki je zapisano v sivem kvadratku na križišču prve vrstice in drugega stolpca, se ne pojavi v nobenem razdelku prve vrstice in v nobenem razdelku drugega stolpca.

6						5		
			8		3		5	
	6		9		1		4	
8			3	4				
		8						4
	1				9			7
								8
	3							
				2			7	

5. Barvanje poliedra

Mejne ploskve poliedra, ki je podan z mrežo, pobarvaj s štirimi barvami, tako da sta vsaki sosedni mejni ploskvi pobarvani z različnima barvama. Ploskvi sta sosedni, če imata skupen rob. Namesto z barvanjem lahko ploskve označuješ tudi s črkami ali številkami, ki so enake v primeru enakih barv in različne v primeru različnih barv. V tem primeru označi tudi ploskve, ki so že pobarvane.



6. Številska križanka

Reši številsko križanko. Nobeno število se ne začne s števko 0.

Za vsako pravilno vneseno števko dobiš 3 točke.

Vodoravno:

1: Večje od 3.

2: Delitelj števila pod 2 navpično.

4: Potenca števila 3.

6: Potenca števila 2.

7: Kvadrat naravnega števila.

Navpično:

1: Večkratnik števila 35.

2: Večkratnik števila 3.

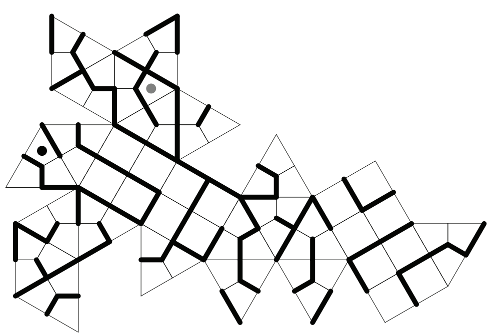
3: Kub naravnega števila.

5: Večkratnik kvadrata dvomestnega števila.

1		2	3
4	5		
6			
7			

8. in 9. razred osnovne šole

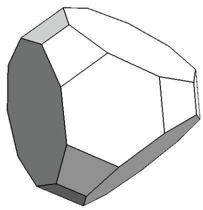
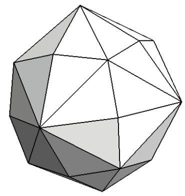
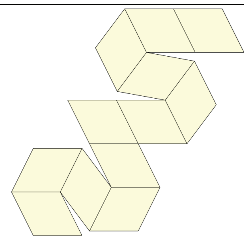
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 5 točk.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 9 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F, G, H, I. Prvih osem je povedalo:

A: "E je oproda ali je F oproda."
B: "F je vitez ali je D oproda."
C: "Če je I oproda, potem je A vitez."
D: "H je oproda ali je C oproda."
E: "H je vitez in I je oproda."
F: "B je oproda ali je A vitez."
G: "Če je D vitez, potem je E oproda."
H: "A je vitez, če in samo če je I oproda."

Kdo je vitez in kdo je oproda?

A:______________________
B:______________________
C:______________________
D:______________________
E:______________________
F:______________________
G:______________________
H:______________________
I:______________________

4. Nizi

Vrstice in stolpci so razdeljeni na nize zaporednih belih kvadratkov – razdelke. V vsak bel kvadratek vpiši naravno število od 1 do 9 tako, da bodo v vsakem razdelku samo zaporedna števila, ki so lahko v poljubnem vrstnem redu. Nobeno število se v posameznem stolpcu ali vrstici ne ponovi. V sive kvadratke ne vpisuj ničesar. Število, ki je že zapisano v sivem kvadratku, se ne pojavi v nobenem razdelku vrstice ali stolpca, v katerem je zapisano.

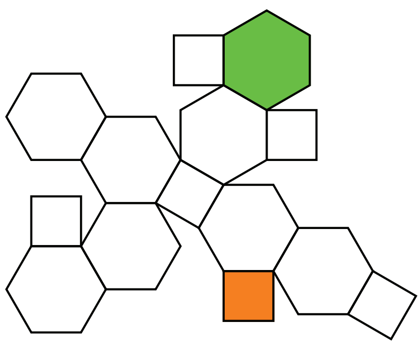
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1		4
	2	4	3

Na primer, v 4×4 primeru na desni, ki je že rešen, ima tretja vrstica dva razdelka: prvi vsebuje kvadratka s številoma 1 in 2, drugi razdelek pa vsebuje 4. Četrta vrstica ima en razdelek, v katerem so zapisana zaporedna števila 2, 3 in 4 v nekem vrstnem redu. Število 4, ki je zapisano v sivem kvadratku na križišču prve vstice in drugega stolpca, se ne pojavi v nobenem razdelku prve vrstice in v nobenem razdelku drugega stolpca.

					3	1		6
			3					
6		1			8	7		
				8		6		
	1							
					6			
						4	3	8
			9		1			
	7					5		

5. Barvanje poliedra

Mejne ploskve poliedra, ki je podan z mrežo, pobarvaj s tremi barvami, tako da sta vsaki sosedni mejni ploskvi pobarvani z različnima barvama. Ploskvi sta sosedni, če imata skupen rob. Namesto z barvanjem lahko ploskve označuješ tudi s črkami ali številkami, ki so enake v primeru enakih barv in različne v primeru različnih barv. V tem primeru označi tudi ploskvi, ki sta že pobarvani.



6. Številska križanka

Reši številsko križanko. Nobeno število se ne začne s števko 0.

Za vsako pravilno vneseno števko dobiš 2 točki.

Vodoravno:

1: Delitelj števila pod 8 vodoravno, a ni večkratnik števila 7.
2: Kvadrat naravnega števila.
4: Večkratnik števila 13.
5: Večkratnik števila 11.
7: Četrta potenca naravnega števila.
8: Večkratnik števila 7.

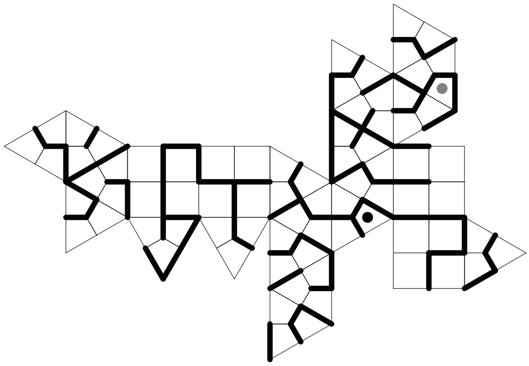
Navpično:

1: Potenca števila 5.
2: Večkratnik števila pod 3 navpično.
3: Kub naravnega števila.
4: Kub naravnega števila.
6: Praštevilo.

1		■	2	3
	■	4		
5	6			
7				
8				■

1. in 2. letnik srednje šole

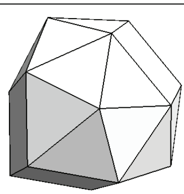
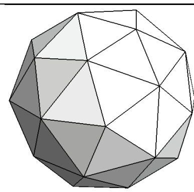
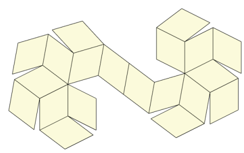
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 5 točk.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 10 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Prvih devet je povedalo:

A: "Če je H oproda, potem je C oproda."

B: "G je oproda, če in samo če je C oproda."

C: "D je oproda, če in samo če je A oproda."

D: "A je vitez in G je vitez."

E: "G je oproda in B je vitez."

F: "A je vitez, če in samo če je G oproda."

G: "C je oproda in F je vitez."

H: "J je vitez, če in samo če je A oproda."

I: "H je oproda in G je vitez."

Kdo je vitez in kdo je oproda?

A:____________________
B:____________________
C:____________________
D:____________________
E:____________________
F:____________________
G:____________________
H:____________________
I:____________________
J:____________________

4. Nizi

Vrstice in stolpci so razdeljeni na nize zaporednih belih kvadratkov – razdelke. V vsak bel kvadratek vpiši naravno število od 1 do 9 tako, da bodo v vsakem razdelku samo zaporedna števila, ki so lahko v poljubnem vrstnem redu. Nobeno število se v posameznem stolpcu ali vrstici ne ponovi. V sive kvadratke ne vpisuj ničesar. Število, ki je že zapisano v sivem kvadratku, se ne pojavi v nobenem razdelku vrstice ali stolpca, v katerem je zapisano.

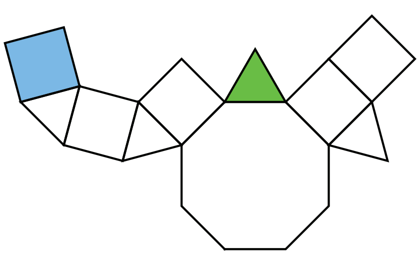
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1		4
	2	4	3

Na primer, v 4×4 primeru na desni, ki je že rešen, ima tretja vrstica dva razdelka: prvi vsebuje kvadratka s številoma 1 in 2, drugi razdelek pa vsebuje 4. Četrta vrstica ima en razdelek, v katerem so zapisana zaporedna števila 2, 3 in 4 v nekem vrstnem redu. Število 4, ki je zapisano v sivem kvadratku na križišču prve vrstice in drugega stolpca, se ne pojavi v nobenem razdelku prve vrstice in v nobenem razdelku drugega stolpca.

				8	4			
	5							9
			7	2				
			3					
						7		
	1							
				6				
6								

5. Barvanje poliedra

Mejne ploskve poliedra, ki je podan z mrežo, pobarvaj s tremi barvami, tako da sta vsaki sosedni mejni ploskvi pobarvani z različnima barvama. Ploskvi sta sosedni, če imata skupen rob. Namesto z barvanjem lahko ploskve označuješ tudi s črkami ali številkami, ki so enake v primeru enakih barv in različne v primeru različnih barv. V tem primeru označi tudi ploskvi, ki sta že pobarvani.



6. Številska križanka

Reši številsko križanko. Nobeno število se ne začne s števko 0.

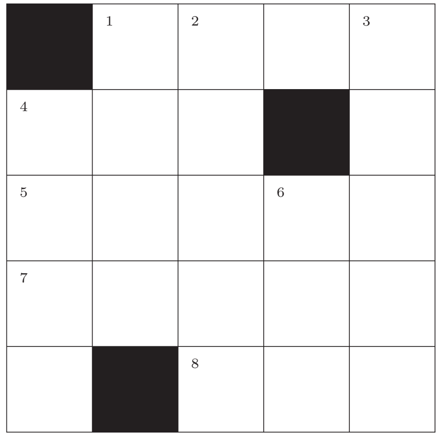
Za vsako pravilno vneseno števko dobiš 2 točki.

Vodoravno:

1: Kub naravnega števila.
4: Delitelj števila 2022.
5: Večkratnik števila 9.
7: Potenca števila 3.
8: Kvadrat naravnega števila.

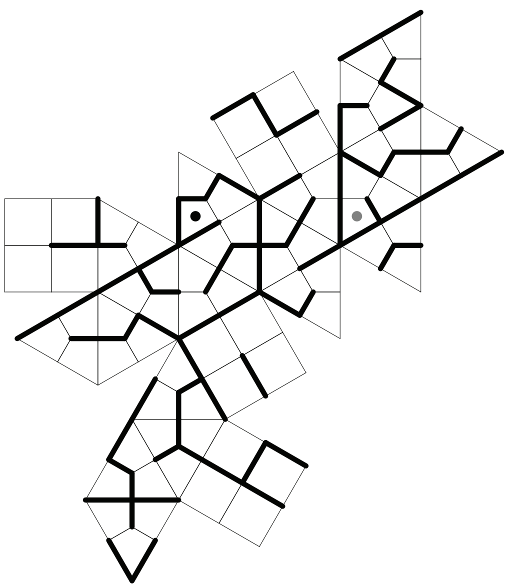
Navpično:

1: Večkratnik števila 7, ki ni deljiv s številom pod 4 vodoravno.
2: Večkratnik števila pod 4 vodoravno.
3: Večkratnik števila 99.
4: Večkratnik števila 36.
6: Kvadrat naravnega števila.



3. in 4. letnik srednje šole

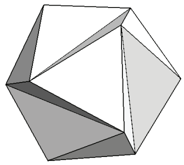
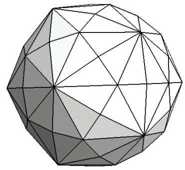
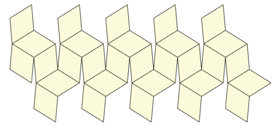
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 5 točk.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 10 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Prvih devet je povedalo:
A: "H je vitez ali je E vitez."
B: "D je oproda, če in samo če je A vitez."
C: "Sem oproda, če in samo če je J vitez."
D: "H je oproda ali je I oproda."
E: "D je vitez, če in samo če je H vitez."
F: "G je vitez, če in samo če je I vitez."
G: "F je oproda, če in samo če je C oproda."
H: "C je oproda ali je I vitez."
I: "G je vitez ali je C oproda."
Kdo je vitez in kdo je oproda?

A:________________________
B:________________________
C:________________________
D:________________________
E:________________________
F:________________________
G:________________________
H:________________________
I:________________________
J:________________________

4. Nizi

Vrstice in stolpci so razdeljeni na nize zaporednih belih kvadratkov – razdelke. V vsak bel kvadratek vpiši naravno število od 1 do 9 tako, da bodo v vsakem razdelku samo zaporedna števila, ki so lahko v poljubnem vrstnem redu. Nobeno število se v posameznem stolpcu ali vrstici ne ponovi. V sive kvadratke ne vpisuj ničesar. Število, ki je že zapisano v sivem kvadratku, se ne pojavi v nobenem razdelku vrstice ali stolpca, v katerem je zapisano.

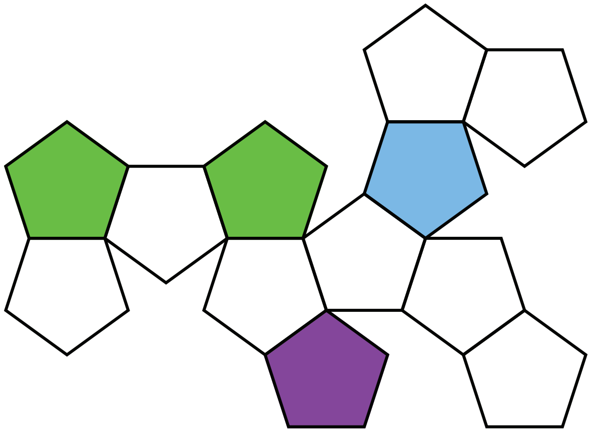
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1		4
	2	4	3

Na primer, v 4×4 primeru na desni, ki je že rešen, ima tretja vrstica dva razdelka: prvi vsebuje kvadratka s številoma 1 in 2, drugi razdelek pa vsebuje 4. Četrta vrstica ima en razdelek, v katerem so zapisana zaporedna števila 2, 3 in 4 v nekem vrstnem redu. Število 4, ki je zapisano v sivem kvadratku na križišču prve vrstice in drugega stolpca, se ne pojavi v nobenem razdelku prve vrstice in v nobenem razdelku drugega stolpca.

8	7							
						3	8	
		1						
				9				
		4						7
				5		8		
						6		
							1	
		9						3

5. Barvanje poliedra

Mejne ploskve poliedra, ki je podan z mrežo, pobarvaj s štirimi barvami, tako da sta vsaki sosedni mejni ploskvi pobarvani z različnima barvama. Ploskvi sta sosedni, če imata skupen rob. Namesto z barvanjem lahko ploskve označuješ tudi s črkami ali številkami, ki so enake v primeru enakih barv in različne v primeru različnih barv. V tem primeru označi tudi ploskve, ki so že pobarvane.



6. Številska križanka

Reši številsko križanko. V oštevilčenih kvadratkih ne sme biti števke 0.

Za vsako pravilno vneseno števko dobiš 2 točki.

<u>Vodoravno</u>:

1: Kvadrat naravnega števila.
4: Kvadrat naravnega števila.
6: Večkratnik števila 11.
8: Praštevilo.
9: Praštevilo.
10: Večkratnik števila 9.

<u>Navpično</u>:

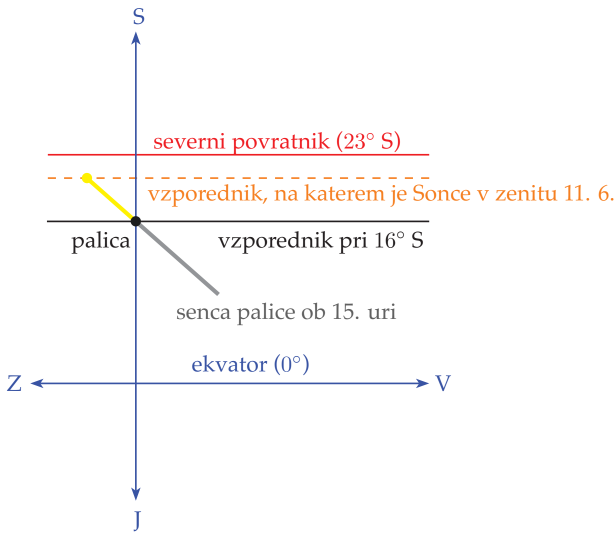
1: Peta potenca naravnega števila.
2: Večkratnik števila pod 9 vodoravno.
3: Potenca števila 2.
5: Kub naravnega števila.
7: Kub naravnega števila.

1		2	3	■
	■	4		5
6	7			
8		■	9	
■	10			

Rešitve nalog s tekmovanja iz fizike za zlato Stefanovo priznanje

8. razred osnovne šole

A1 Acapulco leži na geografski širini 16° severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija – to pomeni, da je vzporednik, na katerem je tedaj Sonce v zenitu, severneje od 16. vzporednika – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti jugu. Ker José opazuje senco ob 15. uri, je Sonce tedaj že pomaknjeno proti zahodu – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti vzhodu. Senca kaže v smeri JV (B).



A2 Osmošolci ugotovijo, da za prostornino teles A in B velja $V_A > V_B$. Ko vsako od teles položijo v merilno posodo, do roba polno vode, se vsakič čez rob posode prelije ista prostornina vode. To pomeni, da za manjšo prostornino telesa B velja $V_B \geq 10$ ml. Telo A, ki ima večjo prostornino, izpodrine isto prostornino vode kot telo B. Iz tega sklepamo, da se telo A zanesljivo ne potopi na dno posode, ampak plava na gladini. Telo B pa plava ali potone, (A).

A3 Najhitrejša pot do rešitve je, če si izmislimo manjkajoče podatke (ki očitno na rezultat ne vplivajo): za Milana je to pot (naj bo $s_M = 90$ km), za Dragana pa čas gibanja (naj bodo to 3 ure). (Izmisli si druge podatke in preveri, če dobiš isti rezultat!)

Milan za tretjino svoje poti $s_{M1} = 30\,\mathrm{km}$, ko se giblje s hitrostjo $v_{M1} = 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ potrebuje čas $t_{M1} = \frac{s_{M1}}{v_{M1}} = 0{,}5\,\mathrm{h}$. Za drugi dve tretjini poti $s_{M2} = 60\,\mathrm{km}$, ko se giblje s hitrostjo $v_{M2} = 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ potrebuje Milan čas $t_{M2} = \frac{s_{M2}}{v_{M2}} = 0{,}75\,\mathrm{h}$. Milanova povprečna hitrost je

$$\bar{v}_M = \frac{s_M}{t_{M1} + t_{M2}} = \frac{90\,\mathrm{km}}{1{,}25\,\mathrm{h}} = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

Dragan v tretjini svojega časa $t_{D1} = 1$ h, ko se giblje s hitrostjo $v_{D1} = 120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, prepotuje pot $s_{D1} = v_{D1} \cdot t_{D1} = 120\,\mathrm{km}$. V drugih dveh tretjinah svojega časa $t_{D2} = 2$ h, ko se giblje s hitrostjo $v_{D2} = 40\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, prepotuje pot $s_{D2} = v_{D2} \cdot t_{D2} = 80\,\mathrm{km}$. Draganova povprečna hitrost je

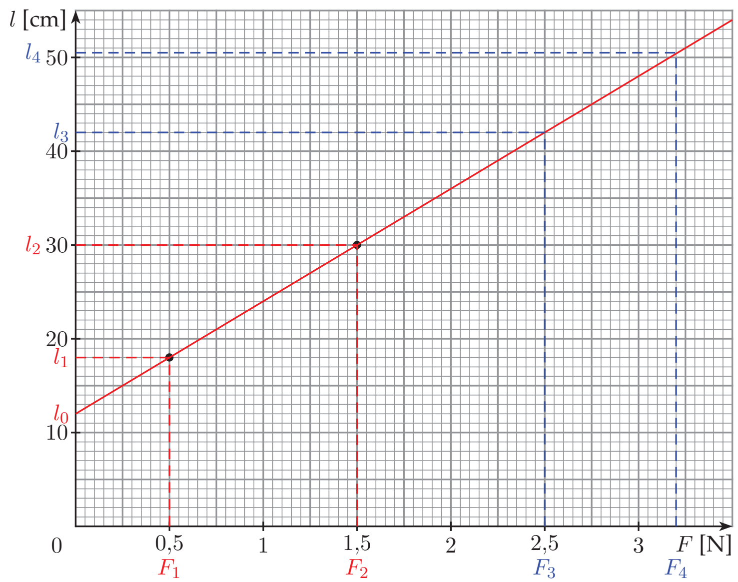
$$\bar{v}_D = \frac{s_{D1} + s_{D2}}{t_M} = \frac{200\,\mathrm{km}}{3\,\mathrm{h}} = 66{,}7\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

Z večjo povprečno hitrostjo se giblje Milan (A).

A4 Naj bo razdalja med sosednjima luknjicama v prečki a, enota za silo pa $F_0 = 0{,}2$ N, kar je enako teži najlažje uteži m_2, obešeni v luknjici D. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico D, se prečka očitno prevesi na stran težje uteži m_3 (ki na prečko deluje s silo $4F_0$ in je od obesišča v D oddaljena za $5a$), ki je tudi dlje od obesišča kot utež m_1 (ki na prečko deluje s silo $2F_0$ in je od obesišča v D oddaljena za $3a$) na drugi strani, $2F_0 \cdot 3a < 4F_0 \cdot 5a$. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico E, primerjamo $2F_0 \cdot 4a + F_0 \cdot a = 9F_0 \cdot a$ in $4F_0 \cdot 4a = 16F_0 \cdot a$. Prečka se prevesi na stran težje uteži m_3. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico F, primerjamo $2F_0 \cdot 5a + F_0 \cdot 2a = 12F_0 \cdot a$ in $4F_0 \cdot 3a = 12F_0 \cdot a$. Prečka je v tem primeru lahko v vodoravni ravnovesni legi, (C).

A5 Upoštevamo, da za zrak, ujet v zvonu, velja, da je zmnožek med njegovo prostornino V in tlakom p konstanten. Prostornina zraka pod zvonom na kopnem je $V_1 = 18\,\mathrm{m}^3$, tlak $p_1 = 1$ bar in zmnožek $p_1 \cdot V_1 = 18\ \mathrm{bar} \cdot \mathrm{m}^3$. Ko zvon potopimo na dno, ki je 20 m pod gladino, se tlak zraka v zvonu poveča na $p_2 = 3$ bar. Zmnožek $p_2 \cdot V_2 = 18\ \mathrm{bar} \cdot \mathrm{m}^3$ in pri znanem tlaku p_2 dobimo $V_2 = 6\,\mathrm{m}^3$ (B).

B1 (a) Na sliki izmerimo dolžino vzmeti, ko je nanjo obešena ena utež (4,5 cm), upoštevamo merilo fotografije in dobimo za dolžino vzmeti, ko jo razteza sila $F_1 = 0{,}5$ N (ki je enaka teži ene 50-gramske uteži) vrednost $l_1 = 18$ cm. Na sliki izmerimo dolžino vzmeti, ko so nanjo obešene tri uteži (7,5 cm), upoštevamo merilo in dobimo za dolžino vzmeti, ko jo razteza sila $F_2 = 1{,}5$ N (ki je enaka teži treh 50-gramskih uteži) vrednost $l_2 = 30$ cm. Vrednosti vnesemo v koordinatni sistem in narišemo skozi točki ravno črto (za vzmet velja Hookov zakon).

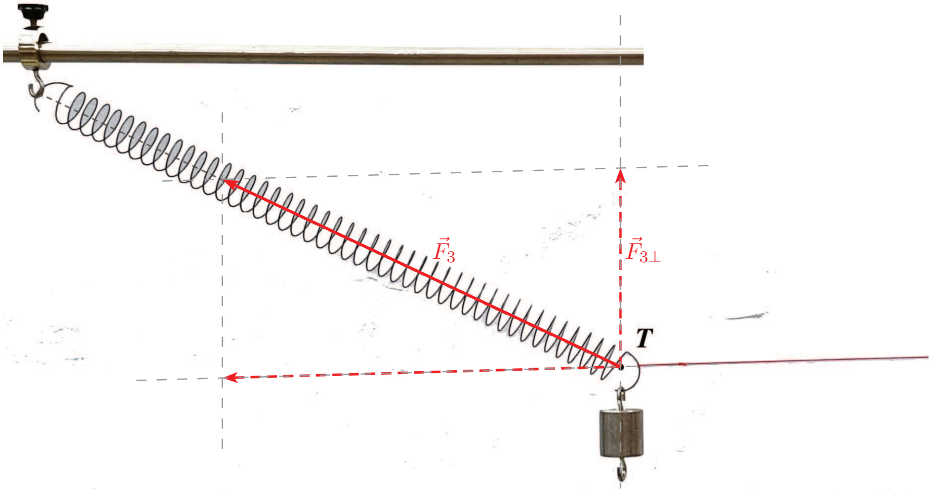


(b) Dolžino neobremenjene vzmeti l_0 lahko razberemo iz grafa $l(F)$ pri $F = 0$, $l_0 = 12$ cm.

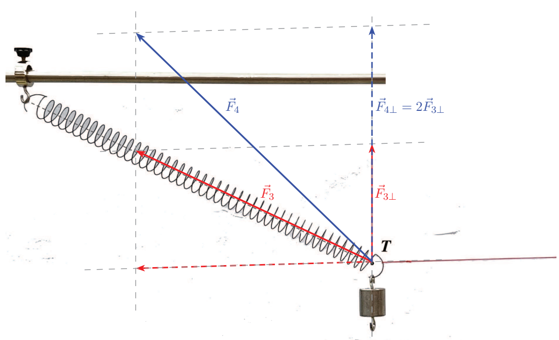
(c) Koeficient vzmeti k določimo iz Hookovega zakona $F = k \cdot x$, kjer je x raztezek vzmeti, ko jo razteza sila F. Če si izberemo silo $F_2 = 1{,}5$ N, je raztezek vzmeti pri tej sili $x_2 = l_2 - l_0 = 18$ cm in dobimo za koeficient vzmeti

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1{,}5\,\mathrm{N}}{0{,}18\,\mathrm{m}} = \frac{50}{6}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 8{,}33\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.$$

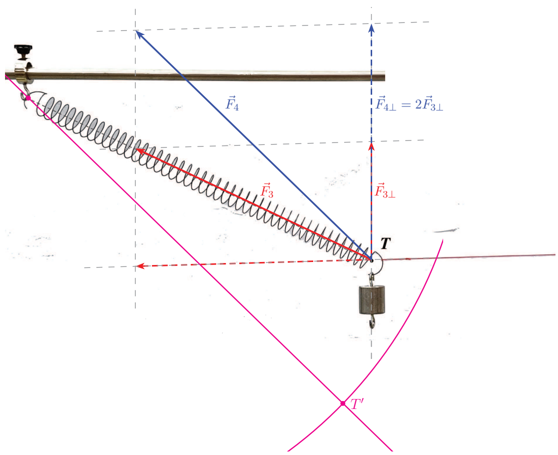
(d) Na fotografiji izmerimo dolžino vzmeti (10,5 cm $\pm 0{,}1$ cm), upoštevamo merilo in dobimo $l_3 = 42{,}0$ cm $\pm 0{,}4$ cm. Z dolžino vzmeti iz grafa pri (a) določimo silo F_3, s katero vzmet vleče utež (in vodoravno vrvico), $F_3 = 2{,}5$ N. Sistem vzmeti, uteži in vrvice miruje. Opazujmo krajišče vzmeti, kjer visi utež in kjer je vpeta vrvica. Silo vzmeti uravnovesita sila uteži (po velikosti in smeri enaka teži uteži), ki vleče krajišče vzmeti navpično navzdol, in sila vrvice, ki vleče krajišče vzmeti v smeri vrvice (približno v vodoravni smeri). Silo vzmeti zato narišemo v primernem merilu (naše merilo je tako, da sili 1 N ustreza 3 cm dolga usmerjena daljica) v smeri, vzporedni z vzmetjo, in razstavimo na komponenti v smereh sile vrvice in sile uteži (približno vodoravna in navpična komponenta). Navpična komponenta sile vzmeti $F_{3\perp}$ uravnovesi težo uteži. Njena dolžina na skici je 3,4 cm $\pm 0{,}3$ cm, kar pomeni, da v izbranem merilu meri 1,13 N. Masa uteži je $m = 113$ g ± 10 g.



(e) Ko utež zamenjamo z drugo utežjo z maso $2 \cdot m$ in se sila, s katero vlečemo vrvico v nespremenjeni smeri, ne spremeni, se mora spremeniti smer in velikost sile vzmeti tako, da se vodoravna komponenta sile vzmeti (ki uravnoveša silo vrvice) ne spremeni ($F_{4\|} = F_{3\|}$), navpična pa podvoji, ker uravnoveša podvojeno težo (uteži z maso $2 \cdot m$, $F_{4\perp} = 2 \cdot F_{3\perp}$). Velikost sile vzmeti F_4 ugotovimo iz načrtovanja in merila. Na skici meri 9,5 cm, kar ustreza sili $F_4 = 3{,}2$ N. Iz grafa pri (a) preberemo dolžino vzmeti l_4, ko jo razteza sila F_4 in dobimo $l_4 = 50{,}5$ cm ± 2 cm.



(f) Lego, v katero se premakne točka T, dobimo kot presečišče premice, ki gre skozi zgornje krajišče vzmeti (kjer je vzmet nataknjena na kavelj) in ima smer sile $\vec{F}_4$ (v tej smeri je zdaj napeta vzmet) in krožnice s polmerom, ki ustreza dolžini vzmeti l_4 v merilu 1:4; $r = 12{,}6$ cm.



B2 (a) Hitrost, s katero po morju potuje valovanje z valovno dolžino $\lambda = 13$ m, je

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{10\,\mathrm{m}\ \cdot 13\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2\ \cdot\ 2\pi}} = 4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

(b) Plovec se giblje samo v navpični smeri, kot ga dvigajo in spuščajo valovi, ki potujejo pod njim. Ko pod njim prepotuje en val, plovec opravi en nihaj. Valovanje v času enega nihaja opravi pot, ki je enaka valovni dolžini valovanja: od trenutka, ko je plovec na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, je valovanje opravilo pot $s = \lambda$. To se je zgodilo v času

$$t_0 = \frac{\lambda}{c} = \frac{13\,\mathrm{m}\ \cdot\ \mathrm{s}}{4{,}55\,\mathrm{m}} = 2{,}86\,\mathrm{s}.$$

(c) Ribič pluje s hitrostjo $v_1 = 3$ vozli $= 3 \cdot 1852\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 5{,}556\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1{,}54\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ proti valovom. Tudi njegov čoln niha z valovi, a ker jim pluje nasproti, je čas t_1, ki mine od trenutka, ko je čoln na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, krajši od t_0. V nihajnem času čolna t_1 čoln prepluje razdaljo $s_1 = v_1 \cdot t_1$, valovi pa razdaljo $s_{v1} = c \cdot t_1$, pri čemer je vsota teh dveh razdalj enaka valovni dolžini λ,

$$\lambda = s_1 + s_{v1} = v_1 \cdot t_1 + c \cdot t_1 = (v_1 + c) \cdot t_1\,,$$

odkoder izrazimo nihajni čas čolna t_1,

$$t_1 = \frac{\lambda}{v_1 + c} = \frac{13\,\mathrm{m}}{1{,}54\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ + 4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2{,}13\,\mathrm{s}\,.$$

(d) Ribič s hitrostjo $v_2 = 4$ vozli $= 4 \cdot 1852\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 7{,}41\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 2{,}06\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beži pred valovi. Tudi njegov čoln niha z valovi, a ker beži pred njimi, je čas t_2, ki mine od trenutka, ko je čoln na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, daljši od t_0. V nihajnem času čolna t_2 čoln prepluje razdaljo $s_2 = v_2 \cdot t_2$, valovi pa razdaljo $s_{v2} = c \cdot t_2$, pri čemer je razlika teh dveh razdalj enaka valovni dolžini λ (valovi, ki glede na kopno potujejo hitreje, opravijo za λ daljšo pot),

$$\lambda = s_{v2} - s_2 = c \cdot t_2 - v_2 \cdot t_2 = (c - v_2) \cdot t_2\,,$$

odkoder izrazimo nihajni čas čolna t_2,

$$t_2 = \frac{\lambda}{c - v_2} = \frac{13\,\mathrm{m}}{4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2{,}06\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 5{,}22\,\mathrm{s}\,.$$

(e) Ker se jadrnica giblje v smeri, ki je pravokotna glede na smer, v katero se gibljejo valovi (obe smeri sta opredeljeni glede na kopno), je nihajni čas, s katerim niha jadrnica v navpični smeri, enak nihajnemu času plovca $t_0 = 2{,}86$ s.

A1 Med drsenjem sani po klancu se zaradi negativnega dela sile trenja $A_{tr} = -F_{tr} \cdot s$ za točno toliko (torej za $|A_{tr}|$) zmanjša vsota W_p in W_k Špele in njenih sani. Na vrhu klanca ima Špela s sanmi le potencialno energijo $W_{p,\mathrm{vrh}}$, na dnu klanca pa le kinetično $W_{k,\mathrm{dno}}$ (če izberemo, da je njena potencialna energija na dnu klanca enaka 0). Zapišemo lahko

$$W_{p,\mathrm{vrh}} + A_{tr} = m \cdot g \cdot h - F_{tr} \cdot s = W_{k,\mathrm{dno}} = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 \,.$$

Dolžino poti s izračunamo iz merila s Pitagorovim izrekom (ali izmerimo na sliki in preračunamo po merilu) $s = \sqrt{(10\,\mathrm{m})^2 + (25\,\mathrm{m})^2} = 26{,}9$ m. Upoštevamo še, da je sila trenja po velikosti enaka desetini skupne teže Špele in sani, $F_{tr} = \frac{1}{10}\, m \cdot g$, in dobimo izraz

$$m \cdot g \cdot h - \frac{1}{10}\, m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 \,.$$

Ker skupna masa Špele in sani m nastopa v vseh členih izraza, jo lahko pokrajšamo,

$$g \cdot h - \frac{1}{10}\, g \cdot s = \frac{1}{2}\, v^2 \,.$$

Zdaj izrazimo Špelino hitrost na dnu klanca,

$$v = \sqrt{2\, g \cdot h - \frac{1}{5}\, g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 10\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\,\mathrm{m} - \frac{1}{5} \cdot 10\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 26{,}9\,\mathrm{m}} = 12{,}1\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \,, \quad \text{(A)}.$$

A2 Prvi kamen spustimo z višine $h_1 = 20$ m. Drugi kamen vržemo s tal navpično navzgor s hitrostjo $v_2 = 20{,}0\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Ker je zračni upor zanemarljiv, izračunamo največjo višino, ki jo doseže drugi kamen,

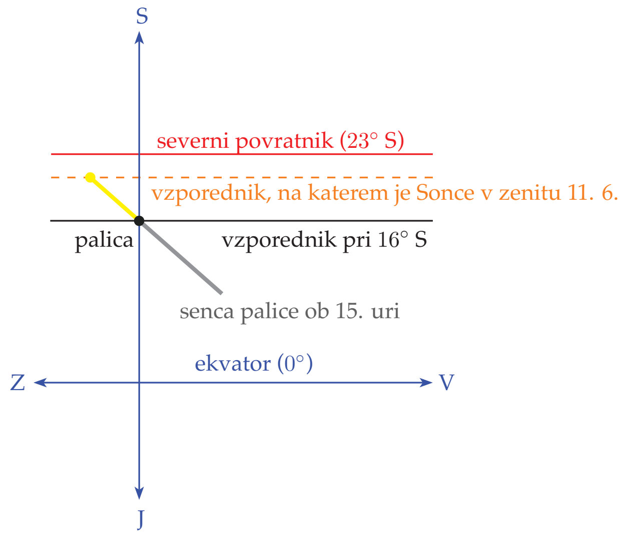
$$h_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(20\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 10\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 20\,\mathrm{m}.$$

Drugi kamen torej leti navzgor do višine, s katere spustimo prvi kamen. To pomeni, da imata kamna na vsaki višini med $h = 0$ in $h_1 = h_2$ enaki velikosti hitrosti – samo ne v istem trenutku. Razen v trenutku, ko se srečata. Na višini, kjer se kamna srečata, imata enaki velikosti hitrosti (A).

A3 Na začetku (ob $t = 0$) klada miruje, njena hitrost je $v(t = 0) = 0$. Ker na klado deluje sila vzmeti, se klada giblje pospešeno. Sila vzmeti, ki potiska klado, je največja na začetku, ko je vzmet najbolj skrčena – zato je tedaj največji tudi pospešek klade. Ko se vzmet razteza, se sila vzmeti manjša in manjša se tudi pospešek klade. Hitrost klade se hitreje spreminja, ko je pospešek velik – na začetku – in potem vedno počasneje, ker se manjša sila vzmeti na klado in zato tudi pospešek klade. Edini graf, ki ustreza temu opisu spreminjanja hitrosti klade, je graf (A).

A4 Po vezavi žarnice $Ž_4$ se v primeru A skupni tok poveča (ker je žarnica $Ž_4$ vezana vzporedno žarnici $Ž_1$, se skupni upor vezja zmanjša), v primeru B pa se skupni tok zmanjša (ker je žarnica $Ž_4$ vezana zaporedno z žarnico $Ž_3$, se skupni upor vezja poveča). Pravilni odgovor je (C).

A5 Acapulco leži na geografski širini 16° severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija – to pomeni, da je vzporednik, na katerem je tedaj Sonce v zenitu, severneje od 16. vzporednika – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti jugu. Ker José opazuje senco ob 15. uri, je Sonce tedaj že pomaknjeno proti zahodu – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti vzhodu. Senca kaže v smeri JV (B).



B1 (a) Vzmet med raztezanjem za $x = 3$ cm na obeh vozičkih skupaj opravi delo, ki je enako zalogi njene prožnostne energije. Vozička to delo prejmeta in za prav toliko se poveča vsota njunih kentičnih energij. Ker sta vozička prej mirovala, je vsota njune kinetične energije po odrivu enaka prožnostni energiji vzmeti,

$$W_{pr} = W_{k,1} + W_{k,2} = \frac{1}{2}\,k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{cm}} \cdot (3\,\mathrm{cm})^2 = 0{,}075\,\mathrm{J}.$$

(b) Kinetična energija prvega vozička z maso $m_1 = 100$ g, ki se giblje s hitrostjo $v_1 = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, je

$$W_{k,1} = \frac{1}{2}\,m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot \left(1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0{,}05\,\mathrm{J}.$$

Kinetična energija drugega vozička je razlika med vsoto kinetične energije vozičkov $W_{k,1} + W_{k,2}$ in $W_{k,1}$,

$$W_{k,2} = 0{,}075\,\mathrm{J} - 0{,}05\,\mathrm{J} = 0{,}025\,\mathrm{J}.$$

(c) Po odrivu imata vozička po velikosti enaki gibalni količini, $G_1 = G_2$ in $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}}$. Poznamo gibalno količino drugega vozička G_2 in tudi njegovo kinetično energijo $W_{k,2}$ in lahko zapišemo

$$W_{k,2} = \frac{1}{2}\,m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{m_2} = \frac{G_2^2}{2 \cdot m_2}\,.$$

Od tu izrazimo maso vozička m_2,

$$m_2 = \frac{G_2^2}{2 \cdot W_{k,2}} = \frac{\left(0{,}1\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 0{,}025\,\mathrm{J}} = 0{,}2\,\mathrm{kg}.$$

Hitrost drugega vozička v_2 izrazimo bodisi iz kinetične energije $W_{k,2}$ bodisi iz gibalne količine G_2,

$$v_2 = \frac{G_2}{m_2} = \frac{0{,}1\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}}}{0{,}2\,\mathrm{kg}} = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(d) Prvi voziček se ob času $t_1 = 2$ s po odrivu od drugega vozička zaleti v vzmet, pritrjeno na steno. To pomeni, da je bil na začetku (ob $t = 0$, pred odrivom od drugega vozička) od vzmeti (stene) oddaljen $d = v_1 \cdot t_1 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\,\mathrm{s} = 2\,\mathrm{m}$. Od vzmeti se prvi voziček odbije prožno, kar pomeni, da se tudi po odboju giblje enako hitro ($v_1 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) nazaj in lovi drugi voziček, ki se v tej smeri giblje – a počasneje, s hitrostjo $v_2 = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ – že vse od odriva od prvega vozička ob času $t = 0$. Prvi voziček dohiti drugega ob času t_2. Od odriva do t_2 drugi voziček opravi pot $s_2 = v_2 \cdot t_2$, prvi voziček pa pot $s_1 = v_1 \cdot t_2$, ki je za $2 \cdot d$ daljša od poti s_2. Zapišemo lahko

$$s_1 = v_1 \cdot t_2 = s_2 + 2 \cdot d = v_2 \cdot t_2 + 2 \cdot d$$

Izrazimo čas t_2,

$$t_2 = \frac{2 \cdot d}{v_1 - v_2} = \frac{2 \cdot 2\,\mathrm{m}}{1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 8\,\mathrm{s}.$$

V času t_2 drugi voziček opravi pot $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 8\,\mathrm{s} = 4\,\mathrm{m}$. Prvi voziček dohiti drugega v oddaljenosti $d_1 = d + s_2 = 2\,\mathrm{m} + 4\,\mathrm{m} = 6\,\mathrm{m}$ od stene.

(e) Vozička trčita, se zlepita in naprej gibljeta skupaj. Pri trku se ohranja vsota njunih gibalnih količin, $\vec{G}_{1,\text{pred}} + \vec{G}_{2,\text{pred}} = \vec{G}_{1,\text{po}} + \vec{G}_{2,\text{po}}$. Ker se pred trkom in po trku oba vozička gibljeta v isti smeri, po trku pa še z isto hitrostjo, lahko zapišemo

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$

kjer je v hitrost, s katero se gibljeta zlepljena vozička,

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}1\,\mathrm{kg} + 0{,}2\,\mathrm{kg}} = \frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

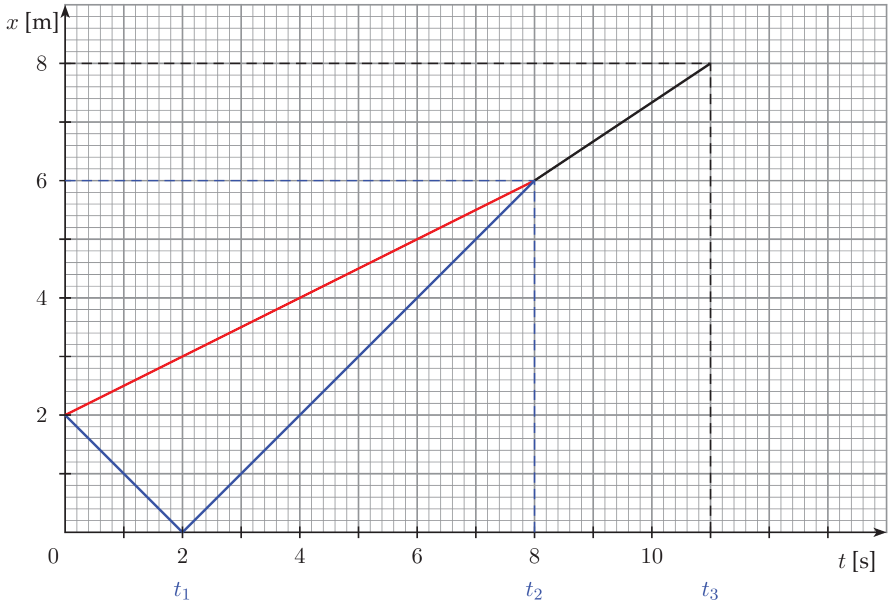
(f) Kinetična energija vozičkov pred trkom je $W_{k,\text{pred}} = W_{k,1} + W_{k,2} = 0{,}075\,\mathrm{J} = 75\,\mathrm{mJ}$. Kinetična energija zlepljenih vozičkov po trku je

$$W_{k,\text{po}} = \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2}(0{,}1\,\mathrm{kg} + 0{,}2\,\mathrm{kg}) \cdot \left(\frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0{,}067\,\mathrm{J} = 67\,\mathrm{mJ}.$$

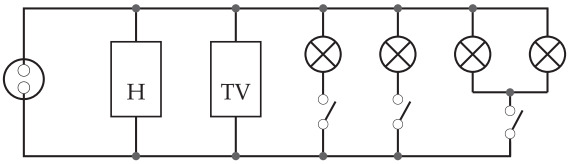
Med neprožnim trkom vozičkov se izgubi energija ΔW (pretvori se v notranjo energijo vozičkov), ki je enaka razliki med začetno in končno kinetično energijo vozičkov,

$$\Delta W = W_{k,\text{pred}} - W_{k,\text{po}} = 0{,}075\,\mathrm{J} - 0{,}067\,\mathrm{J} = 0{,}008\,\mathrm{J} = 8\,\mathrm{mJ}.$$

(g) V koordinatnem sistemu je z modro črto narisan graf, ki prikazuje, kako se s časom spreminja lega x_1 prvega vozička in z rdečo graf, ki prikazuje, kako se s časom spreminja lega x_2 drugega vozička do trenutka t_2. Od t_2 do $t_3 = 11$ s (in še naprej, najbrž) se vozička gibljeta zlepljena. Graf njune lege v odvisnosti od časa prikazuje graf, narisan s črno črto. Stena je pri $x = 0$.



B2 (a) Vse naprave so narejene za nazivno napetost 12 V, zato jih na akumulator, ki daje napetost 12 V, vežemo vzporedno. Dvema sijalkama vežemo zaporedno stikali, dve sijalki pa vežemo vzporedno in njuno vejo vežemo zaporedno s tretjim stikalom, kot prikazuje skica.



(b) Akumulator oddaja električno delo, ki ga porabniki prejemajo. Če predpostavimo, da ni izgub (in te v nalogi niso omenjene), je moč, s katero akumulator deluje, enaka vsoti moči, ki jih od njega prejemajo vsi porabniki, ki delujejo sočasno. Moč akumulatorja je

$$P_{\mathrm{a}} = P_{\mathrm{H}} + P_{\mathrm{TV}} + 4 \cdot P_{\otimes} = 36\,\mathrm{W} + 12\,\mathrm{W} + 4 \cdot 6\,\mathrm{W} = 72\,\mathrm{W}\,.$$

(c) Zapišimo znane podatke o uporabnikih pregledno – v preglednico:

element vezja	U [V]	P [W]	$\bar{t}$ [h]	e [Ah]
H	12	36	5	15
TV	12	12	3	3
sijalka	12	6	4	2
4 sijalke				8

V drugem stolpcu je zapisana nazivna napetost naprave, v tretjem nazivna moč, v četrtem stolpcu je trajanje delovanja naprave v enem dnevu in v zadnjem stolpcu je izračunan naboj, ki se v enem dnevu pretoči skozi napravo.

Pri računanju naboja upoštevamo povezavo med nazivno napetostjo in nazivno močjo naprave: to pomeni, da v primeru, ko je na napravi nazivna napetost U, naprava prejema električno moč P, z obojim skupaj pa je določen tudi tok I, ki v tem primeru teče skozi napravo, $P = U \cdot I$. Naboj, ki steče v enem dnevu skozi hladilnik, je

$$e_{\mathrm{H}} = I_{\mathrm{H}} \cdot \bar{t}_{\mathrm{H}} = \frac{P_{\mathrm{H}}}{U_{\mathrm{H}}} \cdot \bar{t}_{\mathrm{H}} = \frac{36\,\mathrm{W}}{12\,\mathrm{V}} \cdot 5\,\mathrm{h} = 15\,\mathrm{Ah}.$$

Podobno izračunamo tudi naboj, ki se v enem dnevu pretoči skozi televizor, skozi posamezno sijalko in skozi 4 sijalke. V enem dnevu se skozi hladilnik pretoči naboj 15 Ah, skozi televizor 3 Ah in skozi posamezno sijalko 2 Ah (skozi vse 4 sijalke pa 4-krat toliko).

(d) V povprečnem dnevu skozi vse naprave steče naboj

$$e_{\mathrm{n}} = e_{\mathrm{H}} + e_{\mathrm{TV}} + 4 \cdot e_{\otimes} = 15\,\mathrm{Ah} + 3\,\mathrm{Ah} + 4 \cdot 2\,\mathrm{Ah} = 26\,\mathrm{Ah}\,.$$

Akumulator, v katerem je na začetku naboj $e_0 = 156$ Ah, bi se popolnoma izpraznil v N dnevih,

$$N = \frac{e_0}{e_{\mathrm{n}}} = \frac{156\,\mathrm{Ah}}{26\,\mathrm{Ah}} = 6\,.$$

(e) Stanje pripravljenosti televizorja traja $t_{\mathrm{prip}} = 21$ h na dan in ker tedaj teče skozi televizor tok $I_{\mathrm{prip}} = 80$ mA $= 0{,}08$ A, steče v 1 dnevu skozenj še dodatni naboj

$$e_{\mathrm{prip}} = I_{\mathrm{prip}} \cdot t_{\mathrm{prip}} = 0{,}08\,\mathrm{A} \cdot 21\,\mathrm{h} = 1{,}68\,\mathrm{Ah}.$$

V enem dnevu steče skozi televizor naboj $e_{\mathrm{TV}} + e_{\mathrm{prip}} = 4{,}68$ Ah. Skupni naboj, ki steče v enem dnevu skozi vse naprave, je zdaj $e'_{\mathrm{n}} = 27{,}68$ Ah. Čas delovanja akumulatorja, ki se lahko izprazni do polovice, se skrajša na $2{,}82$ dneva, kar pomeni, da je za $0{,}18$ dneva (malo več kot 4 ure) krajši kot v primeru, ko televizor ni v stanju pripravljenosti, ampak med nedelovanjem popolnoma ugasnjen.

(f) Če predpostavimo, da se hladilnik in sijalka obnašata kot ohmska upornika (da zanju velja Ohmov zakon), lahko iz nazivne napetosti in nazivne moči ter Ohmovega zakona izračunamo njuna upora,

$$P_{\mathrm{H}} = U_{\mathrm{H}} \cdot I = U_{\mathrm{H}} \cdot \frac{U_{\mathrm{H}}}{R_{\mathrm{H}}} = \frac{U_{\mathrm{H}}^2}{R_{\mathrm{H}}} \qquad \text{in} \qquad R_{\mathrm{H}} = \frac{U_{\mathrm{H}}^2}{P_{\mathrm{H}}} = \frac{(12\,\mathrm{V})^2}{36\,\mathrm{W}} = 4\,\Omega$$

in

$$P_{\otimes} = U_{\otimes} \cdot I = U_{\otimes} \cdot \frac{U_{\otimes}}{R_{\otimes}} = \frac{U_{\otimes}^2}{R_{\otimes}} \qquad \text{in} \qquad R_{\otimes} = \frac{U_{\otimes}^2}{P_{\otimes}} = \frac{(12\,\mathrm{V})^2}{6\,\mathrm{W}} = 24\,\Omega\,.$$

Ker je Tone hladilnik na akumulator vezal zaporedno s sijalko, je na njem napetost, manjša od nazivne. Vsota napetosti na hladilniku in na sijalki je enaka napetosti akumulatorja $U_{\mathrm{a}} =$ 12 V,

$$U_{\mathrm{a}} = U'_{\mathrm{H}} + U'_{\otimes}.$$

Skozi akumulator, hladilnik in sijalko teče isti tok I'. Uporabimo izračunana upora hladilnika in sijalke ter Ohmov zakon in dobimo

$$U_{\mathrm{a}} = U'_{\mathrm{H}} + U'_{\otimes} = I' \cdot R_{\mathrm{H}} + I' \cdot R_{\otimes}$$

odkoder izrazimo tok I'

$$I' = \frac{U_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{H}} + R_{\otimes}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{4\,\Omega + 24\,\Omega} = 0{,}43\,\mathrm{A}.$$

Zdaj lahko izračunamo moč, ki jo prejema Tonetov hladilnik, vezan zaporedno z eno sijalko,

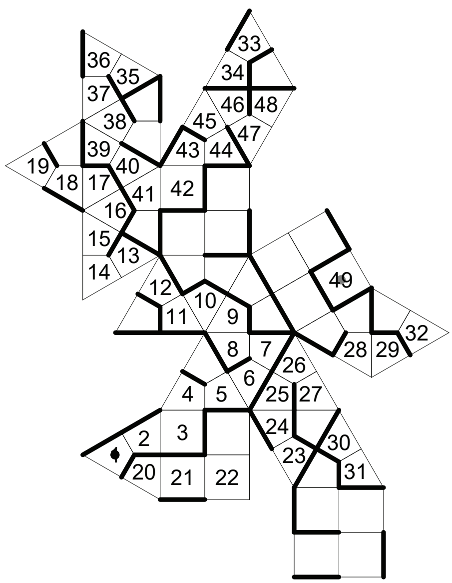
$$P'_{\mathrm{H}} = U'_{\mathrm{H}} \cdot I' = R_{\mathrm{H}} \cdot I'^2 = 4\,\Omega\, \cdot (0{,}43\,\mathrm{A})^2 = 0{,}74\,\mathrm{W}.$$

Tonetov hladilnik, vezan na akumulator zaporedno s sijalko, ne služi namenu.

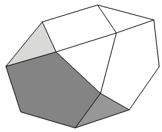
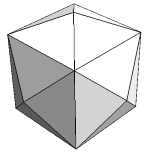
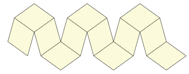
Rešitve nalog s tekmovanja iz razvedrilne matematike

6. in 7. razred osnovne šole

1.



2.

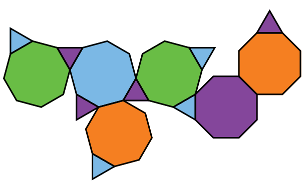
Polieder			
Število mejnih ploskev	14	24	12
Število oglišč	14	14	14
Število robov	26	36	24

3. A: vitez
B: vitez
C: vitez
D: oproda
E: oproda
F: oproda
G: oproda
H: vitez

4.

6	8	7			4	5	3	
	9	6	8	7	3	4	5	
7	6		9	8	1	3	4	2
8	7	9	3	4	5		2	1
		8	5	9	6	7		4
2	1		4	3	9	6	8	7
1	2	3		6	7		9	8
	3	4	7	5	8	9	6	
	4	5	6	2		8	7	

5.

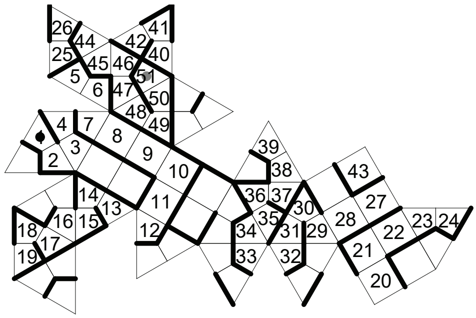


6.

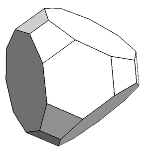
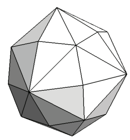
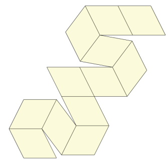
[1] 8		[2] 6	[3] 2
[4] 6	[5] 5	6	1
[6] 4	0	9	6
[7] 5	7	6	

8. in 9. razred osnovne šole

1.



2.

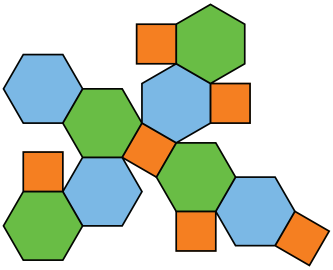
Polieder			
Število mejnih ploskev	20	48	12
Število oglišč	36	26	14
Število robov	54	72	24

3. A: vitez
B: vitez
C: vitez
D: vitez
E: oproda
F: vitez
G: vitez
H: oproda
I: vitez

4.

2			4	5	3	1	7	6
1	5	2	3	4		8	6	7
6	2	1		9	8	7		
4	3		7	8	9	6	5	
5	1	4	8	6	7	9	2	3
	4	7	5	3	6		1	2
		5	6	7		4	3	8
7	8	6	9	2	1	3	4	5
8	7			1	2	5		4

5.

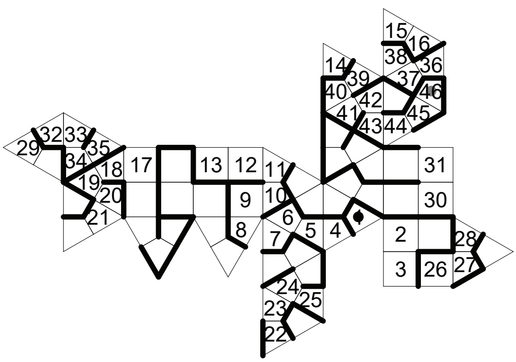


6.

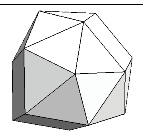
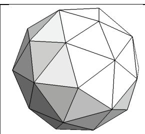
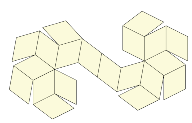
[1] 1	6		[2] 6	[3] 4
5		[4] 3	9	0
[5] 6	[6] 1	3	6	9
[7] 2	0	7	3	6
[8] 5	1	5	2	

1. in 2. letnik srednje šole

1.



2.

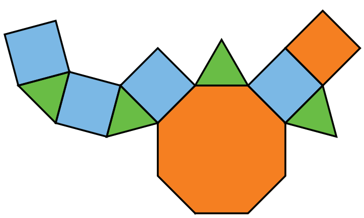
Polieder			
Število mejnih ploskev	24	60	20
Število oglišč	16	32	22
Število robov	38	90	40

3. A: oproda
B: oproda
C: vitez
D: oproda
E: oproda
F: oproda
G: oproda
H: oproda
I: oproda
J: oproda

4.

	6	5		8	4	3	2	
7	5	6		3	2	4	1	9
8	9		7	2	1			3
	4	7	3	1	5	6	8	2
	7	8	6		3	5	4	
3	8	9	2	4	6	7	5	
2	1		4	5			6	7
	3	4	5	6		9	7	8
6	2	3	1			8	9	

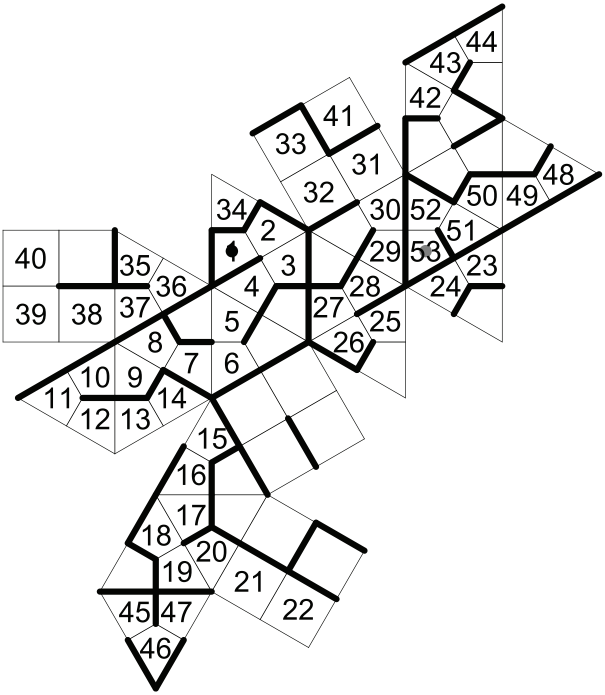
5.



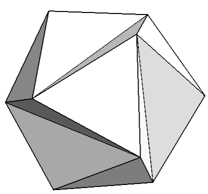
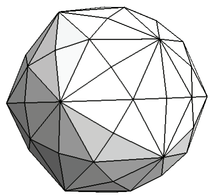
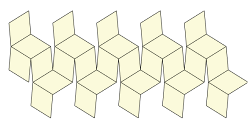
6.

	[1] 9	[2] 2	6	[3] 1
[4] 6	7	4		6
[5] 5	0	2	[6] 4	7
[7] 1	9	6	8	3
6		[8] 4	4	1

1.



2.

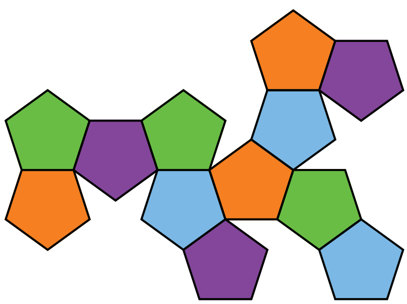
Polieder			
Število mejnih ploskev	20	120	30
Število oglišč	12	62	32
Število robov	30	180	60

3. A: vitez
B: vitez
C: vitez
D: oproda
E: oproda
F: vitez
G: vitez
H: vitez
I: vitez
J: oproda

4.

8	7	6		3	2	4		
	6	7	5	2	4	3	8	9
2		1	6	4	5		9	8
1	2	3	4	9	6	7	5	
3	5	4	2		8	9	6	7
	1	2	3	5	9	8	7	6
4	3		9	8	7	6		5
5	4	8	7	6	3	2	1	
		9	8	7		1	2	3

5.



6.

[1] 1	6	[2] 8	[3] 1	
0		[4] 3	6	[5] 1
[6] 2	[7] 2	0	3	3
[8] 4	1		[9] 8	3
	[10] 6	7	4	1