Tekmovanja

13. tekmovanje v znanju astronomije za Dominkova priznanja – državno tekmovanje

8. razred

A1. V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Ščip. (**D**) Zadnji krajec.

A2. V katero smer pada senca navpične palice, ki je nekje v Sloveniji zapičena v vodoravna tla, ko Sonce vzhaja na dan poletnega solsticija?

(**A**) Proti zahodu. (**B**) Proti severozahodu.
(**C**) Proti jugu. (**D**) Proti jugozahodu.

A3. Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kje se nahaja?

(**A**) V sredini vidne plokvice Lune. (**B**) Na robu vidne ploskvice Lune.
(**C**) Na nevidni strani Lune. (**D**) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

A4. Jupiter je v konjunkciji s Soncem. Katera izjava drži?

(**A**) Sonce zahaja, Jupiter vzhaja.
(**B**) Jupiter je na nebu v neposredni bližini Sonca, zato ga ni mogoče videti.
(**C**) Jupiter je takrat najbližje Zemlji.
(**D**) Jupiter vzhaja okoli polnoči.

A5. Katera od naštetih zvezd je Zemlji najbližje?

(**A**) Sonce. (**B**) Sirij. (**C**) Alfa Kentavra. (**D**) Proksima Kentavra.

A6. Katera izjava je pravilna?

(**A**) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.
(**B**) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.
(**C**) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.
(**D**) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kje v Osončju je največ asteroidov?

(**A**) Med Zemljino in Marsovo orbito. (**B**) Med Saturnovo in Uranovo orbito.
(**C**) Med Jupitrovo in Saturnovo orbito (**D**) Med Marsovo in Jupitrovo orbito.

A8. Kaj od naštetega je asterizem?

(**A**) Mali pes. (**B**) Mali medved. (**C**) Mali voz. (**D**) Delfin.

A9. Kakšne vrste je naša Galaksija?

(**A**) Spiralna s prečko. (**B**) Eliptična s prečko. (**C**) Eliptična. (**D**) Nepravilna.

A10. Reflektor je teleskop, ki ima

(**A**) za objektiv lečo oz. sistem leč;

(**B**) za objektiv konkavno zrcalo;

(**C**) za objektiv konveksno zrcalo;

(**D**) za objektiv kombinacijo leč in zrcala.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Kjer je potrebno, rezultate izrazi v urah in minutah.

A Kdaj je Betelgeza 1. januarja najnižje pod obzorjem - spodnja kulminacija?

B Koliko časa je 1. decembra Arktur nad obzorjem?

C 2. januarja 2022 je bil Lunin mlaj. V katerem ozvezdju je bila takrat Luna?

D Koliko časa mine od zaida Sonca do začetka astronomske noči 21. februarja?

E Katere zvezde tvorijo asterizem Poletni trikotnik?

B2. Zvezdana in Marko v kraju na ekvatorju opazujeta zahajanje Sonca nad morjem na dan spomladanskega enakonočja. Marko leži na plaži ob vznožju stolpa, Zvezdana pa je na vrhu stolpa, zato so njene oči 50 metrov nad morsko gladino. Polmer Zemlje R = 6400 km. Navidezni premer ploskvice Sonca na nebu je 0,5 kotne stopinje. Vplive ozračja zanemari.

A Koliko časa traja zahajanje ploskvice Sonca?

B Za koga od njiju bo Sonce prej zašlo?

C Kolikšna bo razlika časov zaidov Sonca med Zvezdano in Janezom?

B3. Astronomi merijo oddaljenost Saturna od Zemlje z odbojem radijskih valov. To naredijo tako, da pošljejo radijski signal proti Saturnu in izmerijo čas, do prejema od Saturna odbitega signala. Astronomi so tako meritev izvedli, ko je bil Saturn v opoziciji s Soncem. Čas med pošiljanjem in prejemom odbitega signala je bil 70 minut in 50 sekund. Zemlja je od Sonca oddaljena 1 astronomsko enoto, ki znaša 150 milijonov kilometrov. Radijski signal potuje s hitrostjo 300000 km/s.

A Skiciraj lege Saturna, Zemlje in Sonca v času meritve.

B Izračunaj oddaljenost Saturna od Zemlje v času meritve.

C Izračunaj oddaljenost Saturna od Sonca v času meritve.

B4. Zvezdana je dobila staro mehansko budilko. Zvečer jo je nastavila na srednjeevropski čas in to ravno v trenutku, ko je bila zvezda Arktur najvišje na nebu, kar se ji je zdelo še posebej imenitno. Naslednji večer je Zvezdana opazila, da budilka kaže isti čas, ko je bil Arktur spet najvišje na nebu. Postala je pozorna na to in po nekaj dnevih je ugotovila, da ura vsakič kaže isti čas, ko je Arktur najvišje nad obzorjem.

A Ali njena budilka zaostaja ali prehiteva glede na srednjeevropski čas?

B Koliko dni po nastavitvi ure bo budilka prehitevala oz. zaostajala eno uro glede na srednjeevropski čas? Odgovor pojasni in podkrepi z računom.

9. razred

A1. V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Ščip. (**D**) Zadnji krajec.

A2. V katero smer pada senca navpične palice, ki je nekje v Sloveniji zapičena v vodoravna tla, ko Sonce vzhaja na dan poletnega solsticija?

(**A**) Proti zahodu. (**B**) Proti severozahodu.
(**C**) Proti jugu. (**D**) Proti jugozahodu.

A3. Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kje se nahaja?

(**A**) V sredini vidne plokvice Lune. (**B**) Na robu vidne ploskvice Lune.
(**C**) Na nevidni strani Lune. (**D**) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

A4. Jupiter je v konjunkciji s Soncem. Katera izjava drži?

(**A**) Sonce zahaja, Jupiter vzhaja.
(**B**) Jupiter je na nebu v neposredni bližini Sonca, zato ga ni mogoče videti.
(**C**) Jupiter je takrat najbližje Zemlji.
(**D**) Jupiter vzhaja okoli polnoči.

A5. Katera od naštetih zvezd je Zemlji najbližje?

(**A**) Sonce. (**B**) Sirij. (**C**) Alfa Kentavra. (**D**) Proksima Kentavra.

A6. Katera izjava je pravilna?

(**A**) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.
(**B**) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.
(**C**) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.
(**D**) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kje v Osončju je največ asteroidov?

(**A**) Med Zemljino in Marsovo orbito. (**B**) Med Saturnovo in Uranovo orbito.
(**C**) Med Jupitrovo in Saturnovo orbito (**D**) Med Marsovo in Jupitrovo orbito.

A8. Kaj od naštetega je asterizem?

(**A**) Mali pes. (**B**) Mali medved. (**C**) Mali voz. (**D**) Delfin.

A9. Kakšne vrste je naša Galaksija?

(**A**) Spiralna s prečko. (**B**) Eliptična s prečko. (**C**) Eliptična. (**D**) Nepravilna.

A10. Reflektor je teleskop, ki ima

(**A**) za objektiv lečo oz. sistem leč;
(**B**) za objektiv konkavno zrcalo;
(**C**) za objektiv konveksno zrcalo;
(**D**) za objektiv kombinacijo leč in zrcala.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Kjer je potrebno, rezultate izrazi v urah in minutah.

A Kdaj je Betelgeza 1. januarja najnižje pod obzorjem - spodnja kulminacija?

B Koliko časa je 1. decembra Arktur nad obzorjem?

C 2. januarja 2022 je bil Lunin mlaj. V katerem ozvezdju je bila takrat Luna?

D Koliko časa mine od zaida Sonca do začetka astronomske noči 21. februarja?

E Katere zvezde tvorijo asterizem Poletni trikotnik? Zapiši samo 3 imena!

B2. Zvezdana in Marko v kraju na ekvatorju opazujeta zahajanje Sonca nad morjem na dan jesenskega enakonočja. Marko leži na obali ob vznožju 30 metrov visokega stolpa, Zvezdana pa je na vrhu stolpa. Višina njenih oči nad morjem je enaka višini stolpa. Polmer Zemlje R = 6400 km. Navidezno kotno velikost Sonca na nebu in druge podatke moraš vedeti sam. Vplive ozračja zanemari.

A Koliko časa traja zahajanje ploskvice Sonca?

B Za koga od njiju bo Sonce prej zašlo?

C Kolikšna bo razlika časov zaidov Sonca med Zvezdano in Janezom?

B3. Zvezdana je nebo opazovala 15. januarja. Za neko zvezdo je ugotovila, da je najvišje na nebu ob 23.00. Ob kateri uri bo 23. januarja ta zvezda najvišje na nebu? Odgovor podkrepi z računom.

B4. Leta 2021 je bil Jupiter v opoziciji 20. avgusta. Izračunaj na dan natančno, kdaj bo Jupiter v opoziciji leta 2023. Predpostavi, da se Zemlja in Jupiter okoli Sonca gibljeta po krožnicah. Obhodni čas Jupitra je 4333 zemeljskih dni.

1. in 2. letnik srednjih šol

A1. V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Ščip. (**D**) Zadnji krajec.

A2. Sončeva ploskvica se pred zaidom navidezno dotakne ravnega obzorja. Kaj bi videli, če bi bila Zemlja brez ozračja?

(**A**) Sonce bi bilo za navidezni premer ploskvice višje na nebu.

(**B**) Videli bi isto kot ob prisotnosti ozračja.

(**C**) Sonce bi bilo za polovico navideznega premera pod obzorjem.

(**D**) Vse Sonce bi bilo že pod obzorjem.

A3. Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kje se nahaja?

(**A**) V sredini vidne plokvice Lune. (**B**) Na robu vidne ploskvice Lune.

(**C**) Na nevidni strani Lune. (**D**) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

A4. Sonda Voyager 1 je leta 2012 prečkala heliopavzo in tako zapustila heliosfero. Na kolikšni oddaljenosti od Sonca je bila takrat sonda Voyager 1?

(**A**) 30 a.e. (**B**) 60 a.e. (**C**) 120 a.e. (**D**) 240 a.e.

A5. Katera od naštetih zvezd ima najmanjšo letno paralakso?

(**A**) Sirij. (**B**) Betelgeza. (**C**) Alfa Kentavra. (**D**) Proksima Kentavra.

A6. Katera izjava je pravilna?

(**A**) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.

(**B**) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.

(**C**) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.

(**D**) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?

(**A**) Kvazar. (**B**) Črna luknja. (**C**) Bela pritlikavka (**D**) Pulzar.

A8. Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?

(**A**) M 42. (**B**) M 32. (**C**) M 13. (**D**) M 57.

A9. Kaj od naštetega bo končni življenjski stadij Sonca?

(**A**) Bela pritlikavka. (**B**) Rdeča orjakinja. (**C**) Rdeča pritlikavka. (**D**) Rjava pritlikavka.

A10. V gorišču katerega od naštetih teleskopov bo slika Lune najsvetlejša?

(**A**) Premer objektiva: 13 cm, goriščna razdalja: 0,95 m.

(**B**) Premer objektiva: 15 cm, goriščna razdalja: 1 m.

(**C**) Premer objektiva 25 cm, goriščna razdalja: 1,2 m.

(**D**) Premer objektiva; 20 cm, goriščna razdalja 1,1 m.

B1. Vrtljiva zvezdna karta.

A Kdaj je Betelgeza 1. januarja v zgornji kulminaciji?

B Koliko časa je 1. februarja Sonce v naših krajih pod obzorjem?

C 2. januarja 2022 je bil Lunin mlaj. V katerem ozvezdju je bila takrat Luna?

D Kolikšna je višina Sonca 21. februarja ob lokalnem poldnevu?

B2. Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je 7", najmanjša pa 1". Perioda sistema je 100 let.
Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdju v enotah mase Sonca.

B3. Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.

A Izračunaj kotno ločljivost Gnamunovega očesa pri valovni dolžini 550 nm, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm.

B Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa.

C Kako velika je slika lune Gara v goriščni ravnini objektiva tega teleskopa, ki okoli Gnamunije kroži na enaki oddaljenosti kot Luna okoli Zemlje, le da je polmer Gare 1/4 polmera Lune?

B4. Zvezdana na dan spomladanskega enakonočja v kraju na ekvatorju sedi 40 metrov od vznožja 23 metrov visoke stolpnice. Stolpnica je glede na Zvezdano natanko v smeri proti zahodu in ima ravno streho. Izračunaj, koliko časa po lokalnem poldnevu bo Zvezdana videla, da je vsa ploskvica Sonca zašla za zgornjim robom stolpnice. Zvezdanine oči so 120 centimetrov nad tlemi. Loma svetlobe v ozračju ni potrebno upoštevati.

A1. V nekem kraju je Sonce v zenitu, Luna v nadiru. Katera Lunina mena je takrat?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Ščip. (**D**) Zadnji krajec.

A2. Sončeva ploskvica se pred zaidom navidezno dotakne ravnega obzorja. Kaj bi videli, če bi bila Zemlja brez ozračja?

(**A**) Sonce bi bilo za navidezni premer ploskvice višje na nebu.

(**B**) Videli bi isto kot ob prisotnosti ozračja.

(**C**) Sonce bi bilo za polovico navideznega premera pod obzorjem.

(**D**) Vse Sonce bi bilo že pod obzorjem.

A3. Krater Vega na Luni je poimenovan po slovenskem matematiku Juriju Vegi. Kje se nahaja?

(**A**) V sredini vidne plokvice Lune. (**B**) Na robu vidne ploskvice Lune.

(**C**) Na nevidni strani Lune. (**D**) Kraterja s tem imenom ni na Luni.

A4. Sonda Voyager 1 je leta 2012 prečkala heliopavzo in tako zapustila heliosfero. Na kolikšni oddaljenosti od Sonca je bila takrat sonda Voyager 1?

(**A**) 30 a.e. (**B**) 60 a.e. (**C**) 120 a.e. (**D**) 240 a.e.

A5. Katera od naštetih zvezd ima najmanjšo letno paralakso?

(**A**) Sirij. (**B**) Betelgeza. (**C**) Alfa Kentavra. (**D**) Proksima Kentavra.

A6. Katera izjava je pravilna?

(**A**) V Orionovi meglici nastajajo zvezde.

(**B**) V Orionovi meglici so samo stare zvezde.

(**C**) V Orionovi meglici je premalo snovi za nastanek zvezd.

(**D**) V Orionovi meglici nastajajo kroglaste kopice.

A7. Kaj od naštetega se nahaja v meglici Rakovici?

(**A**) Kvazar. (**B**) Črna luknja. (**C**) Bela pritlikavka (**D**) Pulzar.

A8. Kateri od naštetih Messierovih objektov je kroglasta kopica?

(**A**) M 42. (**B**) M 32. (**C**) M 13. (**D**) M 57.

A9. V svetlobi katere vrste zvezd bi videli največji gravitacijskih premik spektralnih črt?

(**A**) Bele pritlikavke. (**B**) Rdeče orjakinje.

(**C**) Soncu podobne zvezde. (**D**) Rdeče pritlikavke.

A10. Kolikšna je teoretična kotna ločljivost teleskopa s premerom 25 cm, če z njim opazujemo pri valovni dolžini 500 nm?

(**A**) 1 kotno sekundo. (**B**) 0,75 kotne sekunde.

(**C**) 0,5 kotne sekunde. (**D**) 0,25 kotne sekunde.

B1. Vrtljiva zvezdna karta.

A Z natančnostjo, ki jo omogoča vrtljiva zvezdna karta, določi deklinacijo in rektascenzijo zvezd Vega in Spika.

δ (Vega) = α (Vega) =

δ (Spika) = α (Spika) =

B Določi kotno razdaljo med zvezdama Vega in Spika. Postopek natančno opiši.

B2. V Osončju so prašnati delci in na njihovo dinamiko močno vpliva tlak svetlobe Sonca. Predpostavi, da so delci črne homogene kroglice z albedom 0 in z gostoto 3000 kg/m^3.
Hitrost svetlobe $c = 3{\cdot}10^8$ m/s, gravitacijska konstanta $G = 6{,}67{\cdot}10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}, masa Sonca $M = 2{\cdot}10^{30}$ kg izsev Sonca $L = 3{,}8{\cdot}10^{26}$ W. Sevanje prašnatih delcev je zanemarljivo.

A Izračunaj najmanjši premer delcev, pri katerem so delci še gravitacijsko vezani na Sonce.

B Kako se ta vrednost spreminja z oddaljenostjo od Sonca?

B3. Na eksoplanetu Gnamunija, ki je skoraj povsem enak Zemlji, živi mali deček Gnamun.

A Izračunaj mejno magnitudo zvezd, ki jih Gnamun še lahko vidi s prostim očesom na nočnem nebu Gnamunije, če veš, da so njegove oči enake našim, le da je premer zenic 17 mm. Na Gnamuniji imajo to srečo, da ni svetlobnega onesnaženja.

B Gnamun opazuje nočno nebo z refraktorjem z goriščno razdaljo 1 m in premerom objektiva 13 cm. Izračunaj goriščno razdaljo okularja, ki bo s tem teleskopom imel enako izhodno pupilo, kot je premer zenice Gnamunovega očesa.

B4. Neko dvozvezdje je od nas oddaljeno 10 parsekov, vidimo pa ga pravokotno na orbitalno ravnino zvezd. Največja kotna oddaljenost med zvezdama je 7", najmanjša pa 1". Perioda sistema je 100 let.
Izračunaj skupno maso zvezd v dvozvezdju v enotah mase Sonca.

Tekmovanje v znanju fizike za zlato Stefanovo priznanje – državno tekmovanje

8. razred

A1 Mehiško mesto Acapulco leži v subtropskem pasu na geografski širini $16°$ severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija ob 15. uri. Približno v katero smer kaže senca njegove palice?

(**A**) SV (**B**) JV (**C**) SZ (**D**) JZ

A2 Osmošolci izvajajo poskuse s telesoma A in B. Ugotovijo, da je prostornina telesa A večja od prostornine telesa B. Potem vzamejo 2 merilni posodi in ju do roba napolnijo z vodo. V prvo posodo previdno položijo telo A, v drugo pa telo B. Čez rob vsake posode se prelije 10 ml vode. Katera od spodnjih trditev za telesi A in B velja?

(**A**) A plava, B plava ali potone. (**B**) A potone, B plava ali potone.

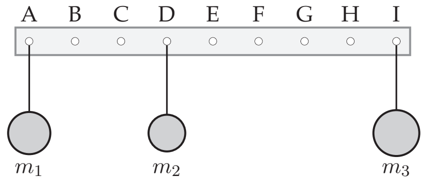
(**C**) B plava, A plava ali potone. (**D**) B potone, A plava ali potone.

A3 Milan se tretjino svoje poti giblje s hitrostjo $60\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, preostanek poti pa s hitrostjo $80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Dragan se tretjino svojega časa giblje s hitrostjo $120\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, preostanek časa pa s hitrostjo $40\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Kdo se giblje z večjo povprečno hitrostjo?

(**A**) Milan. (**B**) Oba se gibljeta z enako povprečno hitrostjo.

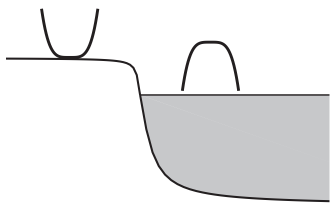
(**C**) Dragan. (**D**) Ne moremo določiti.

A4 Lahka prečka ima enakomerno razmaknjene luknjice A, B .... Na prečko obesimo 3 uteži, kot prikazuje skica. Njihove mase so $m_1 = 40$ g, $m_2 = 20$ g in $m_3 = 80$ g. V katero luknjico privežemo vrvico, na katero bomo prečko obesili, da bo prečka v vodoravni ravnovesni legi?



(**A**) D (**B**) E (**C**) F (**D**) G

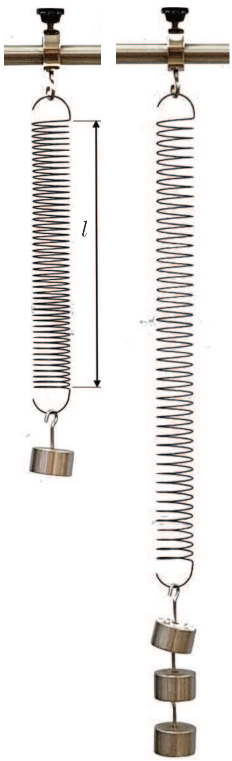
A5 Potapljaški zvon je pripomoček, ki pod vodno gladino zadržuje zrak. Če bi zvon na kopnem napolnili z vodo, bi držal 18 m^3 vode. Obrnjenega tako, da je odprtina zvona spodaj, ga počasi in previdno, da iz njega ne uhaja zrak, spustimo na morsko dno, ki je 20 m pod gladino morja. Upoštevaj, da za zrak, ujet v zvonu, velja, da je zmnožek med njegovo prostornino in tlakom konstanten. Kolikšna je prostornina v zvonu ujetega zraka, ko je zvon na dnu?



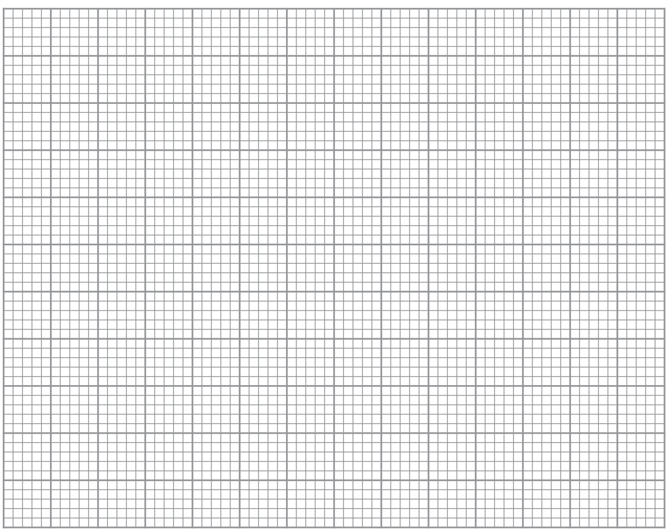
(**A**) 3 m^3 (**B**) 6 m^3 (**C**) 9 m^3 (**D**) 18 m^3

B1 **Vse fotografije v nalogi** prikazujejo realno situacijo **v merilu 1 : 4**.

Lahko vzmet pritrdimo na njenem zgornjem krajišču na vodoravno palico. Na spodnje krajišče vzmeti obesimo najprej utež z maso 50 g, potem pa dodamo še dve 50-gramski uteži, kot prikazujeta sliki na desni.



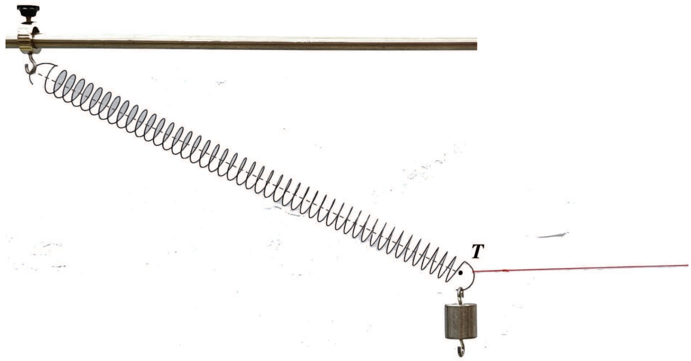
(a) V koordinatni sistem nariši graf, ki prikazuje, kako je dolžina vzmeti l (glej sliko) odvisna od sile, ki vzmet razteza.



(b) Kolikšna je dolžina neobremenjene vzmeti l_0?

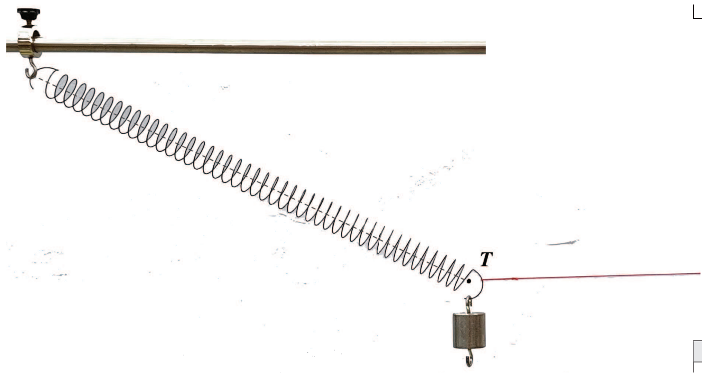
(c) Kolikšen je koeficient vzmeti k?

(d) Na spodnje krajišče vzmeti obesimo utež z maso m in privežemo lahko vrvico. Vrvico vlečemo (zadržujemo) v vodoravni smeri, kot prikazuje slika. Kolikšna je masa uteži m?



(e) Utež zamenjamo z drugo utežjo, ki ima maso $2 \cdot m$. Vrvico še naprej vlečemo v vodoravni smeri, z enako silo kot prej. Kolikšna je dolžina vzmeti?

(f) Krajišče vzmeti T pri (d) se pri zamenjavi uteži (e) premakne v T'. Na sliki označi lego T'. Lega pritrdišča vzmeti se ne spremeni.



Σ B1

B2 Morje je vzvalovano, valovna dolžina valovanja je $\lambda = 13$ m. V globoki vodi podaja hitrost valovanja c na vodni gladini izraz $c = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$, kjer je g težni pospešek, $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(a) S kolikšno hitrostjo potujejo valovi?

(b) Ribič je na ribiško mrežo namestil plovec, ki se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom niha plovec?

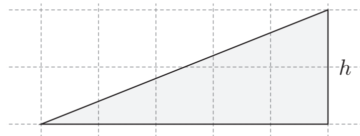
(c) Ribič gre po mrežo. S svojim čolnom pluje s hitrostjo 3 vozli glede na kopno v nasprotni smeri, kot potujejo valovi (pluje proti valovom). Tudi njegov čoln se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se giblje ribičev čoln v navpični smeri? S hitrostjo 1 vozel barka prevozi razdaljo 1 Nm (navtična milja) v 1 uri, 1 Nm $= 1852$ m.

(d) Ko dvigne mrežo, se ribič vrača po isti poti s hitrostjo 4 vozli glede na kopno. Valovanje na morju je tako kot prej, ribič pa zdaj pluje z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se giblje ribičev čoln v navpični smeri na povratku?

(e) Majhna jadrnica pluje po istem vzvalovanem morju. Kot med smerjo njenega gibanja glede na kopno in smerjo potovanja valov je $90°$. Tudi jadrnica se dviga in spušča skupaj z valovi. S kolikšnim nihajnim časom se jadrnica giblje v navpični smeri?

9. razred

A1 Špela se na saneh spusti z vrha $h = 10\,\mathrm{m}$ visokega klanca, ki ga prikazuje slika. Na klancu na sani deluje sila trenja, ki je po velikosti enaka desetini skupne teže Špele in njenih sani. Kolikšna je hitrost sani na dnu klanca?



(A) $12{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **(B)** $13{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **(C)** $14{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **(D)** $15{,}9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

A2 Z višine 20 m nad tlemi spustimo kamen, da prosto pade. Medtem, ko prvi kamen prosto pada, vržemo s tal navpično navzgor drugi kamen z začetno hitrostjo $20{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Zračni upor je zanemarljiv. Katera izjava o velikosti hitrosti obeh kamnov v trenutku, ko se srečata, je pravilna?

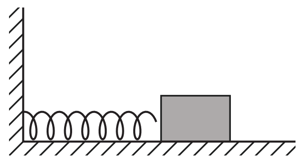
(A) Kamna imata enako veliki hitrosti.

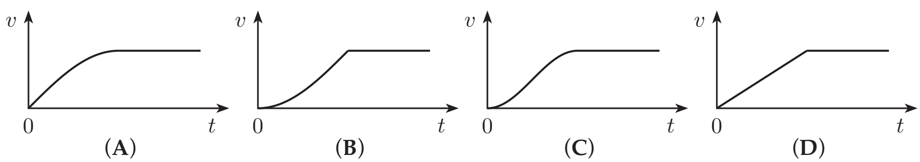
(B) Kamen, ki pada, ima večjo velikost hitrosti od kamna, ki leti navzgor.

(C) Kamen, ki pada, ima manjšo velikost hitrosti od kamna, ki leti navzgor.

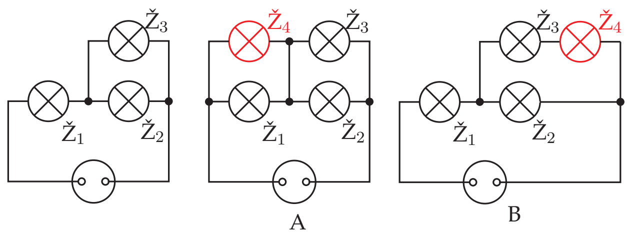
(D) Kateri kamen ima večjo velikost hitrosti je odvisno od tega, s kolikšno zakasnitvijo smo vrgli drugi kamen.

A3 Na vodoravni gladki mizi ležita klada, ki po mizi drsi brez trenja, in vodoravna vzmet, ki je na levem krajišču pritrjena na steno. Klado, ki ni pripeta na vzmet, potisnemo proti steni tako, da vzmet stisnemo. V trenutku $t = 0$ klado spustimo, vzmet se prične raztezati in potiskati klado. Kateri graf pravilno prikazuje, kako se hitrost klade spreminja s časom?





A4 Na vir napetosti vežemo 3 enake žarnice $Ž_1$, $Ž_2$ in $Ž_3$, kot prikazuje prva slika. Potem dodamo še četrto žarnico $Ž_4$, ki jo v prvem primeru vežemo, kot prikazuje A, v drugem, kot prikazuje B. Katera izjava je pravilna?



(A) V obeh primerih se po vezavi žarnice $Ž_4$ skupen tok skozi vir poveča.

(B) V obeh primerih se po vezavi žarnice $Ž_4$ skupen tok skozi vir zmanjša.

(C) Po vezavi žarnice $Ž_4$ se v primeru A skupen tok skozi vir poveča, v primeru B pa zmanjša.

(D) Po vezavi žarnice $Ž_4$ se v primeru A skupen tok skozi vir zmanjša, v primeru B pa poveča.

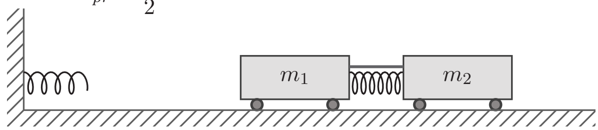
A5 Mehiško mesto Acapulco leži v subtropskem pasu na geografski širini $16°$ severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravno ravnino, 11. junija ob 15. uri. Približno v katero smer kaže senca njegove palice?

(A) SV **(B)** JV **(C)** SZ **(D)** JZ

B1 Vozička, povezana s tanko vrvico, mirujeta na vodoravnem tiru. Med njiju vstavimo stisnjeno vzmet, kot prikazuje slika. Vrvico ob času $t = 0$ prerežemo, vzmet se raztegne in odrine vozička. (Vzmet takoj umaknemo s tira.) Vozička, ki ju obravnavaj kot točkasti telesi, se gibljeta brez trenja. Masi vozičkov sta m_1 in m_2. Koeficient vzmeti je $k = \frac{5\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{cm}}$. Vzmet je na začetku stisnjena za $x = 3$ cm. Predpostavi, da je skupno delo, ki ga vzmet med raztezanjem opravi na obeh vozičkih, enako zalogi njene prožnostne energije,

$$W_{pr} = \frac{1}{2}\,k \cdot x^2.$$

(a) Kolikšna je vsota kinetične energije vozičkov po odrivu?



(b) Prvi voziček z maso $m_1 = 100$ g se po odrivu giblje s hitrostjo $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Kolikšna je po odrivu kinetična energija drugega vozička?

(c) Vozička imata po odrivu enaki velikosti **gibalnih količin** (in nasprotni smeri gibanja). Gibalna količina $\vec{G}$ telesa z maso m, ki se giblje s hitrostjo $\vec{v}$ (velikost hitrosti je v, smer pa je podana s smerjo $\vec{v}$), je $\vec{G} = m \cdot \vec{v}$ (velikost gibalne količine pa je $G = m \cdot v$). S kolikšno hitrostjo v_2 se po odrivu giblje drugi voziček in kolikšna je njegova masa?

(d) Prvi voziček se ob času $t_1 = 2$ s po odrivu zaleti v drugo vzmet, pritrjeno na steno, in se od nje prožno odbije nazaj. Čas odboja prvega vozička od vzmeti na steni zanemari. Ob katerem času t_2 in v kolikšni oddaljenosti od stene prvi voziček dohiti drugi voziček?

(e) Ob času t_2 vozička trčita. Ob trku se zlepita in se naprej gibljeta skupaj. Za trk med vozičkoma velja, da je vsota njunih gibalnih količin pred trkom enaka vsoti njunih gibalnih količin po trku, $\vec{G}_{1,\mathrm{pred}} + \vec{G}_{2,\mathrm{pred}} = \vec{G}_{1,\mathrm{po}} + \vec{G}_{2,\mathrm{po}}$. S kolikšno hitrostjo se gibljeta vozička, ko sta zlepljena?

(f) Koliko kinetične energije se izgubi med (neprožnim) trkom vozičkov pri (e)?

(g) V isti koordinatni sistem nariši grafa, ki prikazujeta legi obeh vozičkov $x_1(t)$ in $x_2(t)$ od trenutka $t = 0$ do $t_3 = 11$ s.

B2 Na vikendu burja poškoduje napeljavo sončnih celic. Akumulator se je pred tem na srečo popolnoma napolnil. Na njem sta podatka 12 V in 156 Ah. Na akumulator so priklopljeni porabniki: hladilnik z nazivno močjo 36 W, televizor z nazivno močjo 12 W in 4 LED sijalke z nazivno močjo po 6 W. Hladilnik deluje vsak dan povprečno 5 h in se vklaplja in izklaplja samodejno, televizor 3 h, sijalke pa svetijo v povprečju 4 h dnevno. V kuhinji vključimo dve sijalki z istim stikalom, dve sijalki pa imata vsaka svoje stikalo. (*Nazivna* moč je moč, ki jo naprava prejema, ko je na njej *nazivna* napetost. Za vse naprave v tej nalogi je nazivna napetost 12 V.)

(a) Nariši shemo pravilne vezave porabnikov na akumulator, pri kateri vse naprave delujejo optimalno. Stikala vriši le za sijalke. Znaki za hladilnik, televizor, sijalko in stikalo naj bodo:

(b) S kolikšno močjo deluje akumulator na začetku, ko delujejo vsi porabniki?

(c) Koliko naboja steče skozi hladilnik, televizor in sijalke v povprečnem dnevu?

(d) Za koliko dni bi zadostoval naboj v akumulatorju, če upoštevamo, da ga lahko izpraznimo le do polovice?

(e) Za koliko ur se skrajša obratovanje vseh naprav, če smo pustili televizor med nedelovanjem v stanju pripravljenosti? V stanju pripravljenosti skozenj teče tok 80 mA.

(f) Tone po pomoti veže hladilnik in eno sijalko na akumulator zaporedno. Predpostavi, da za hladilnik in za sijalko velja Ohmov zakon. Kolikšno moč prejema Tonetov hladilnik?

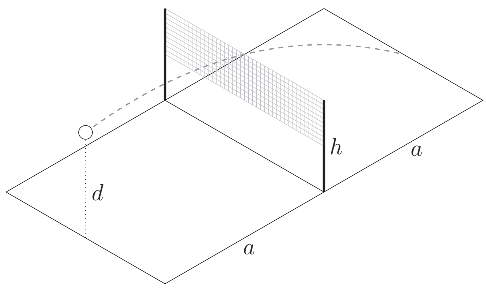
60. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije – državno tekmovanje

Skupina I

1. Odbojkar udari žogo točno nad sredino zadnje črte igrišča na višini $d = 2{,}30$ m. Igrišče ima obliko pravokotnika, ki ga mreža deli na dve kvadratni polji s stranico $a = 9{,}00$ m, višina zagornjega roba mreže je $h = 2{,}45$ m. Privzemi, da je žoga točkasto telo.

   S kolikšno hitrostjo in pod kolikšnim kotom glede na vodoravnico mora po servisu odleteti žoga, da leti tik nad mrežo in se tal dotakne točno na sredini zadnje črte na nasprotni strani?

   Namig: Namesto z velikostjo hitrosti in kotom raje računaj s komponentama hitrosti v vodoravni in navpični smeri.

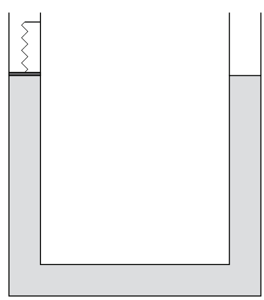


2. V cevi s kvadratnim profilom in presekom 1 cm^2 je voda. Cev ima obliko, ki jo kaže slika, razdalja med sredinama krakov je 50 cm. Levi krak tesno zapira bat, povezan z vzmetjo s koeficientom 2,5 N/m. Bat se lahko po kraku giblje brez trenja.

   a) Na začetku sega voda v levem kraku do višine 40 cm, v desnem pa do višine 15 cm. Je vzmet skrčena ali raztegnjena? Kolikšen je raztezek oziroma skrček vzmeti?

   b) Koliko vode moram naliti v desni krak, da se višini gladin izenačita, kot kaže slika?

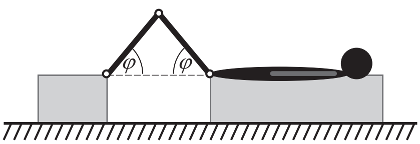
   c) Cev iz vprašanja b) zavrtimo za 45° v smeri urinega kazalca. Kraki so dovolj visoki, da voda pri tem ne izteče. Kolikšen je premik bata in v katero smer (navzgor ali navzdol po kraku)?



3. Telovadec z maso 75 kg skače po trampolinu. Prožno opno trampolina v nalogi opišemo kot lahek prožen trak, ki ima dolžino 2,4 m, kadar ni obremenjen. Na trdno ogrodje trampolina je trak napet tako, da ima dolžino 3 m in je vodoraven, ko je trampolin prazen.

   a) Kolikšen je prožnostni koeficient traku, če se pod mirujočim telovadcem, ki stoji na sredini, spusti za 20 cm pod nivo vodoravnega traku praznega trampolina?
   b) Telovadec počasi počepne, da se trak med počepom ne premika. Nato se zelo hitro odrine navpično navzgor in med odrivom popolnoma iztegne noge. Roke ima ves čas nepremično iztegnjene ob telesu. S kolikšno največjo silo deluje na trak, če se med odrivom trak pod njegovimi stopali spusti za 55 cm pod nivo vodoravnega traku praznega trampolina?
   c) Med celotnim skokom ima telovadec roke nepremično ob telesu in iztegnjene noge. Na kolikšni višini nad vodoravnim nivojem praznega trampolina so stopala telovadca, ko je v najvišji točki skoka?

4. Anže počiva tako, da leži na kavču in opira noge na počivalnik (stol enake višine kot kavč) z maso 10 kg, kot kaže slika. Ker počiva in ima sproščene mišice, delujejo kolk, koleno in stik stopala s počivalnikom kot brez trenja vrtljive osi (ležaji). Vsaka Anžetova noga ima maso 12 kg. Masa nog je enakomerno porazdeljena po dolžini od stopala do kolka. Privzemi, da je dolžina noge od stopala do kolena enaka 50 cm in enaka dolžini noge od kolena do kolka.



   a) Najmanj kolikšen mora biti koeficient lepenja med počivalnikom in podlago, da lahko Anže počiva s popolnoma sproščenimi mišicami in je kot med obema deloma vsake noge in vodoravnico $\varphi = 50°$ (glej sliko)?

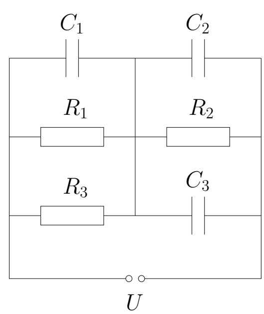
   b) S kolikšnim navorom in v kateri smeri (v smeri urinega kazalca ali v nasprotni smeri) morajo v kolku delovati mišice, da preprečijo zdrs počivalnika, če je koeficient lepenja med počivalnikom in podlago 0,2 in kot med obema deloma vsake noge in vodoravnico 30°?

Skupina II

1. V vezju na sliki je napetost vira $U = 24$ V, upori upornikov so $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ kΩ in kapacitete kondenzatorjev $C_1 = C_2 = 1000$ μF ter $C_3 = 4700$ μF.

   a) Kolikšni so naboji na posameznih kondenzatorjih?

   b) Kolikšni so ti naboji takoj po tem, ko vir odklopimo in priključka, kjer je bil vezan vir, kratko sklenemo?



2. Zračno plovilo na vroč zrak (toplozračni balon) sestavljajo košara, gorilnik in ogrodje, ki imajo skupaj maso $m_k = 200$ kg, ter balon, ki je narejen iz najlonske tkanine z gostoto $\rho_t = 1100\ \mathrm{kg/m^3}$, toplotno prevodnostjo $\lambda = 0{,}3$ W/m K ter debelino $d = 0{,}1$ mm. Balon je okrogle oblike s polmerom $r = 9$ m. Tkanina je obdelana tako, da ne prepušča zraka, in prenese temperaturo do $T_1 = 100\,^\circ$C. Predpostavi, da se v balonu zadržuje samo vroč zrak, ki ga segreva gorilnik, brez izpušnih plinov gorilnika. Tlak zraka znotraj in zunaj balona je $p_0 = 1$ bar. Temperatura okoliškega zraka je $T_0 = 25\,^\circ$C.

   a) Kolikšna je največja masa bremena, ki ga smemo naložiti v košaro, da plovilo še lebdi?

   V najpreprostejšem približku balon oddaja energijo v okolico sorazmerno z razliko med temperaturo zunanje površine balona T in temperaturo okoliškega zraka T_0. Gostoto toplotnega toka lahko zapišemo kot $j = \alpha(T - T_0)$, kjer je sorazmernostni koeficient $\alpha = 6\ \mathrm{W/m^2K}$. Ker je tkanina, iz katere je balon, zelo tenka, je razlika temperatur površine tkanine znotraj in zunaj balona $\Delta T = T_v - T$ veliko manjša od razlike med temperaturo vročega zraka v balonu T_v in okoliškega zraka T_0.

   b) V košari je breme z maso $m_0 = 300$ kg. Kolikšna je temperatura zraka v balonu T_v, da plovilo lebdi? Kolikšen toplotni tok gorilnik tedaj dovaja zraku v balonu?

   c) Kolikšna je v primeru b) razlika temperatur notranje in zunanje površine tkanine, iz katere je balon?

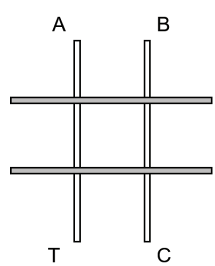
3. Ione z osnovnim nabojem pospešujemo s konstantno napetostjo U_0. Odklanjamo jih v prečnem homogenem električnem in prečnem homogenem magnetnem polju. Gostota magnetnega polja je 0,10 T, jakost električna polja pa tolikšna, da se ioni ^{12}C ravno ne odklonijo. Kolikšna je pospeševalna napetost U_0, da se ioni ^{14}C v istem magnetnem in električnem polju odklonijo za 2 mm, ko prepotujejo razdaljo prvih 20 cm od vstopa v področje, kjer sta polji?

   Iz masnega števila A izračunamo maso atoma kot $m = Au$, kjer je $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg atomska masna enota. Masno število A za atom ^{12}C je 12 in za ^{14}C 14.

4. Štiri enako dolge žice zvarimo v pravilno mrežo, da se stikajo ravno na tretjinah svojih dolžin, kot kaže slika. Žice so iz dveh različnih snovi. Specifični upor navpičnih žic (snov 1) označimo z ζ_1, specifični upor vodoravnih žic (snov 2) z ζ_2. Posamezna žica je dolga $l = 30$ cm in ima polmer $r = 0{,}05$ mm. Če med točki T in A priključimo vir napetosti $U = 1$ V z zanemarljivim notranjim uporom, teče skozi vir tok $I_\mathsf{A} = 1{,}56$ A. Ko isti vir vežemo med točki T in B, teče skozi vir tok $I_\mathsf{B} = 0{,}52$ A.

   a) Kolikšna sta specifična upora ζ_1 in ζ_2?

   b) Kolikšen tok teče skozi isti vir, ko ga priključimo med točki T in C?



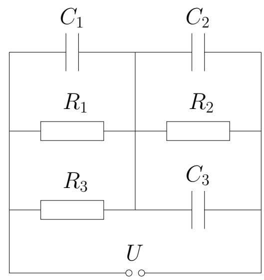
Skupina III

1. V vezju na sliki je napetost vira $U = 24$ V, upori upornikov so $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ kΩ in kapacitete kondenzatorjev $C_1 = C_2 = 1000$ μF ter $C_3 = 4700$ μF.

   a) Kolikšni so naboji na posameznih kondenzatorjih?

   b) Kolikšni so ti naboji takoj po tem, ko vir odklopimo in priključka, kjer je bil vezan vir, kratko sklenemo?

   c) Kolikšni so tedaj tokovi skozi posamezne upornike?



2. Zračno plovilo na vroč zrak (toplozračni balon) sestavljajo košara, gorilnik in ogrodje, ki imajo skupaj maso $m_k = 200$ kg, ter balon, ki je narejen iz najlonske tkanine z gostoto $\rho_t = 1100$ kg/m^3, toplotno prevodnostjo $\lambda = 0{,}3$ W/m K ter debelino $d = 0{,}1$ mm. Balon je okrogle oblike s polmerom $r = 9$ m. Tkanina je obdelana tako, da ne prepušča zraka, in prenese temperaturo do $T_1 = 100\,^\circ$C. Predpostavi, da se v balonu zadržuje samo vroč zrak, ki ga segreva gorilnik, brez izpušnih plinov gorilnika. Tlak zraka znotraj in zunaj balona je $p_0 = 1$ bar. Temperatura okoliškega zraka je $T_0 = 25\,^\circ$C.

   a) Kolikšna je največja masa bremena, ki ga smemo naložiti v košaro, da plovilo še lebdi?

   Balon oddaja energijo v ozračje prek konvekcije in sevanja. Gostota toplotnega toka zaradi konvekcije je sorazmerna z razliko med temperaturo zunanje površine balona T in okoliškega zraka T_0, $j = \alpha(T - T_0)$, kjer je $\alpha = 3$ W/m^{2}K konvekcijska konstanta. Zunanja površina balona ima odbojnost (albedo) $a = 0{,}7$. Ker je tkanina, iz katere je balon, zelo tenka, je razlika temperatur površine tkanine znotraj in zunaj balona $\Delta T = T_v - T$ veliko manjša od razlike med temperaturo vročega zraka v balonu T_v in okoliškega zraka T_0.

   b) *Oceni*, kolikšna je v primeru a) razlika temperatur notranje in zunanje površine tkanine, iz katere je balon.

   c) V košari je breme z maso $m_0 = 300$ kg. Kolikšna je temperatura zraka v balonu T_v, da plovilo lebdi? Kolikšen toplotni tok gorilnik tedaj dovaja zraku v balonu?

3. Metka najde dve tanki leči, ki imata enak premer, a je videti, da imata različne optične lastnosti. Na krajišče kartonaste valjaste cevi z dolžino 10 cm pritrdi prvo lečo, da optična os leče sovpada s simetrijsko osjo cevi. Ko lečo obrne navzgor proti Soncu, da je os cevi poravnana s sončnimi žarki, pri nobeni oddaljenosti od spodnjega krajišča cevi ne uspe zbrati sončne svetlobe. Krajišče, kjer je prva leča, označi s številko 1 in na spodnje krajišče, ki ga označi s številko 2, pritrdi drugo lečo. Tudi drugo lečo pritrdi tako, da optična os sovpada s simetrijsko osjo cevi. Ko Metka zdaj obrne cev, da je optična os vzporedna svetlobi, ki prihaja od Sonca, in je proti Soncu obrnjeno krajišče 1, se na nasprotni strani sončna svetloba zbere na razdalji 4 cm od krajišča 2. Ko cev obrne, da je proti Soncu obrnjeno krajišče 2, se sončna svetloba zbere na razdalji 6 cm od krajišča 1.

   a) Kolikšni sta goriščni razdalji leče na krajišču 1 in leče na krajišču 2?

   b) Metka nato 20 cm pred krajišče 1 postavi svečo z 2,8 cm visokim plamenom. Optična os leč je vodoravna, plamen se nahaja na optični osi. Kje nastane slika plamena in kako velika je?

4. Na vsako krajišče lahke vzmeti, ki ima neobremenjena dolžino 100 cm in prožnostni koeficient 5,0 N/m, je pritrjena utež z maso 0,40 kg. Eno utež držimo, druga pa visi pod njo na vzmeti, ki ju povezuje. Uteži mirujeta, vzmet med utežema je navpična. V nekem trenutku spustimo zgornjo utež. Zračni upor zanemari.

   a) S kolikšno frekvenco nihata uteži med prostim padom?
   b) Skiciraj graf, ki prikazuje, kako se razdalja med utežema spreminja s časom. Čas merimo od trenutka, ko zgornjo utež spustimo iz rok. Na grafu označi osi in enote ter podatke značilnih točk.
   c) Določi lego zgornje in lego spodnje uteži glede na prvotno lego zgornje uteži 0,2 s po tem, ko zgornjo spustimo.

Rešitve 13. tekmovanja v znanju astronomije za Dominkova priznanja – državno tekmovanje

Rešitve za 8. razred

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	B	A	A	D	C	A	B

B1.A)

11.15
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **11.00** in **11.30**.

B1.B)

Vzid Arkturja: 02.10
Zaid Arkturja: 17.00
Čas Arkturja nad obzorjem: 14 h 50 min
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **14 h 30 min** in **15 h 20 min**.

B1.C)

Ob mlaju je Luna na nebu v neposredni bližini Sonca. Na ekliptiki poiščemo lego Sonca za ta dan in ugotovimo, da je bila Luna takrat v ozvezdju **STRELEC**.

B1.D)

Začetek astronomske noči: 19.15
Čas med zaidom Sonca in začetkom astronomske noči: 1 h 45 min
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **1 h 30 min** in **2 h 00 min**.

B1.E)

1 - ....**VEGA**...........

2 - ....**DENEB**...........

3 - ....**ATAIR/ALTAIR**...........

B2.A)

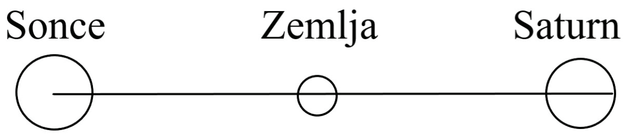
Čas zahajanja Sončeve ploskvice je enak času, v katerrem se Sonce za navidezni premer premakne na nebu.
Ker Sonce v 1 dnevu na nebu opiše 360 stopinj, se torej za 0,5 stopinje premakne v času t = 0,5 st. x 24 h / 360 st. = 0,5 x 24x3600 s / 360 = 120 s = 2 min.

Ploskvica Sonca zahaja 2 minuti.

B2.B)

Sonce bo najprej zašlo za Marka, saj je njegovo opazovališče nižje.

B3.A)



B3.B)

Časovni interval med poslanim in prejetim signalom t = 70 min 50 s = 4250 s.
1 a. e. = 150000000 km.
Hitrost signala c = 300000 km/s.

Signal od pošiljanja do prejetja prepotuje razdaljo med Zemljo in Saturnom dvakrat. Razdalja d med planetoma je torej:

d = c x t/2 = 300000 km/s x 2125 s = 637500000 km = 637,5 milijona kilometrov = 4,25 a.e.

B3.C)

Ker je meritev izvedena v času, ko je Saturn v opoziciji, je oddaljenost l Saturna od Sonca:
l = 1 a.e. + d = 5,25 a.e. = 787500000 km = 787,5 milijona kilometrov.

B4.A)

Zemlja se okoli svoje osi zavrti v 23 h 56 min, zato je zvezdni dan za štiri minute krajši od srednjega Sončevega dne. Neka zvezda pride v zaporedni kulminaciji v 4 minutah manj kot 24 h.
To pomeni, da Zvezdanina ura prehiteva za 4 minute na dan.

B4.B)

Ker Zvezdanina ura prehiteva za 4 minute na dan, bo za 1 uro prehitevala srednjeevropski čas v 15 dneh:
N = 60 min / 4 min = 15.
Zvezdanina ura bo v 15 dnevih prehitevala za 1 uro glede na srednjeevropskih čas.

Rešitve za 9. razred

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	B	A	A	D	C	A	B

B1.A)

11.15
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **11.00** in **11.30**.

B1.B)

Vzid Arkturja: 02.10
Zaid Arkturja: 17.00
Čas Arkturja nad obzorjem: 14 h 50 min
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **14 h 30 min** in **15 h 20 min**.

B1.C)

Ob mlaju je Luna na nebu v neposredni bližini Sonca. Na ekliptiki poiščemo lego Sonca za ta dan in ugotovimo, da je bila Luna takrat v ozvezdju **STRELEC**.

B1.D)

Zaid Sonca: 17.30
Začetek astronomske noči: 19.15
Čas med zaidom Sonca in začetkom astronomske noči: 1 h 45 min
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **1 h 30 min** in **2 h 00 min**.

B1.E)

1 - ....**VEGA**...........

2 - ....**DENEB**...........

3 - ....**ATAIR/ALTAIR**...........

B2.A)

Kotna velikost ploskvice Sonca na nebu je 0,5 stopinje.
Čas zahajanja Sončeve ploskvice je enak času, v katerrem se Sonce za navidezni premer premakne na nebu.
Ker Sonce v 1 dnevu na nebu opiše 360 stopinj, se torej za 0,5 stopinje premakne v času t = 0,5 st. x 24 h / 360 st. = 0,5 x 24x3600 s / 360 = 120 s = 2 min.

Ploskvica Sonca zahaja 2 minuti.

B2.B)

Sonce bo najprej zašlo za Marka, saj je njegovo opazovališče nižje.

B3.A)

Zemlja se okoli svoje osi zavrti v 23 h 56 min, zato je zvezdni dan za štiri minute krajši od srednjega Sončevega dne. Neka zvezda pride v zaporedni kulminaciji v 4 minutah manj kot 24 h, kar pomeni da pride zvezda v zgornjo kulminacijo vsak dan 4 minute prej po srednjem Sončeveme času (naši siceršnji uri).

B3.A)

Ker je med kulminacijami 15. in 23. januarja 8 dni, pride zvezda 23. v zgornjo kulminacijo ob 23.00 h - 8x4 min = 22.28.

B4.A)

Čas T med zaporednima opozicijama izračunamo po znani zvezi:

$1/T = 1/T_Z - 1/T_J$,
kjer je T_Z obhodni čas Zemlje okoli Sonca, T_J pa obhodni čas Jupitra okoli Sonca.
Za interval med zaporednima opozicijama JUpitra dobimo:
$1/T$ = 1/365,25 dni - 1/4333 dni, T = 399 dni.
Ker iščemo datum opozicije za leto 2023, dve leti po znanem datumu opozicije leta 2021, je ta interval 2xT = 798 dni.
798 dni po 20. avgustu 2021 = 27. oktober.
Kot pravilni veljajo datumi v intervalu -.

Rešitve 13. tekmovanja v znanju astronomije za Dominkova priznanja – državno tekmovanje

Rešitve za 1. in 2. letnik

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	C	B	A	D	C	A	C

B1.A)

Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **23.00** in **23.30**.

B1.B)

.... **14 ur 30 minut** ....
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu **14 ur 20 minut** in **14 ur 40 minut**.

B1.C)

Ob mlaju je Luna na nebu v neposrdni bližini Sonca, zato je bila takrat Luna v ozvezdju **STRELEC**.

B1.D)

*Višina Sonca h = **34**°.*
*Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu **32**° in **36**°.*

B2.)

d = 10 pc.
φ_1 = 7".
φ_1 = 1".
t_0 = 100 let.

Zvezdi z masama m_1 in m_2 krožita okoli skupnega težišča, zato velja:

$a_1\, m_1 = a_2\, m_2$,
kjer sta a_1 in a_2 veliki polosi njunih eliptičnih orbit, ki ju ne poznamo.
Za težiščni sistem pa znamo zapisati Keplerjev zakon:

$a^3/t_0^2 \propto m_1 + m_2$, (1a)
kjer je a relativna polos. Ker je težišče v gorišču orbit, velja:
$a = a_1 + a_2$.
Iz slike vidimo, da je kotna velikost vsote velikih polosi orbit zvezd za naš sistem a = 4".

Najenostavneje je pravo velikost a preračunati v astronomskih enotah, saj imamo oddaljenost dvozvezdja podano v parsekih:

a = 4"x 10 pc = 40 a.e.

Ker želimo masi zvezd izraziti v masah Sonca, Keplerjev zakon zapišemo še za gibanje kateregakoli planeta okoli Sonca, če je njegova oddaljenost a_P podana v a.e. in obhodni čas t_P v enoti leto, pa velja:
a_P^3/t_P^2 = 1 a.e^3 leto^2 $\propto m_S$, (1b)
kjer je m_S masa Sonca.
Iz razmerja enačb 1a in 2a dobimo skupno maso zvezd v dvozvezdju:

$m_1 + m_2 = m_S$ x a^3/t_0^2 = 6,4 m_S.

B3.A)

θ = 1,22 λ / D = 1,22 5,5·10^{-7} m / 0,017 m = 3,95 ·10^{-5} rad. = 8″.

B3.B)

Premer izhodne pupile (zenice) D_p teleskopa, ki mora biti v našem primeru enaka premeru zenice očesa, je podan z enostavno zvezo:
$D_p = f_{ok}/F_g$,
kjer je f_{ok} goriščna razdalja objektiva, F_g pa goriščno razmerje objektiva:
$F_g = f_{ob}$ / D_{ob} = 1 m/0,13 m = 7,69.
Iskana goriščna razdalja okularja je:
$f_{ok} = D_p\, F_g$ = 17 mm x 7,69 = 131 mm.

B3.C)

Kotna velikost Gare na nebu je 1/4 kotne velikosti Lune na našem nebu, torej 0,125°. Sledi: $\tan\varphi = D_G/f_{ob}$. Za premer slike Gare v gorišču tega teleskopa dobimo: $D_G = f_{ob}\tan\varphi$ = 0,002 m.

B4.)

Oddaljenost Zvezdane od stavbe l = 40 m.
Višina stavbe h = 23 m.
Višina oči h_o = 1,2 m.

$\tan \alpha = (h - h_o)/l$.
α = 28,60°°.
β = 90° - α= 61,40°.
Ker pa je poldan vezan na zgornjo kulminacijo sredine Sončeve ploskvice, računamo pa zaid vse ploskvice Sonca za streho, moramo β prišteti še polovico premera ploskvice, da dobimo vso pot Sonca po nebu od lokalnega poldneva do zaida za streho.
Privzamemo, da je premer Sončeve ploskvice ϵ = 0,5° in za prepotovani kot dobimo:
β_S = 61,66°.
Vemo, da Sonce v 1 uri po nebu prepotuje 15° in izračunamo čas med poldnevom in zaidom Sonca za streho:
$t = \beta_S$ / 15°/h = 4,11 h = 4 h 6 minut 36 s.

Rešitve za 3. in 4. letnik

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
odgovor	C	D	B	C	B	A	D	C	A	C

B1.A)

δ (Vega) = **39**°

α (Vega) = **18 h 35 min**

δ (Spika) = **-11**°

α (Spika) = **13 h 25 min**

B1.B)

Z vrtljivo karto je mogoče zelo enostavno oceniti kotno razdaljo med zvezdama Vega in Spika na nebu. Če vrtljivo karto zavrtimo tako, da je Vega na nebesnem poldnevniku v zgornji kulminaciji, opazimo, da je Spika ravno na zahodnem obzorju. Glede na legi zvezd lahko sklepamo, da je kotna oddaljenost med njima približno 90°.

Kotna oddaljenost med Vego in Spiko na nebu, ki jo lahko dobimo z vrtljivo karto, je približno 90°.

B2.A)

Za delce mora veljati ravnovesje grafitacijske sile in sile tlaka svetlobnega toka Sonca:
$F_s = F_g$. (1)
Velja:
$F_g = GMm/r^2$, (2)
kjer je m masa delca, za katerega privzamemo, da je kroglica z gostoto ρ:
$m = \rho\, 4\pi R^3/3$. (3)

$F_g = 4/3\ GM\pi R^3/r^2$. (4)

Svetlobni tlak p_s deluje na presek kroglice s silo, ki je povezana z gostoto svetlobnega toka j_s na določeni razdalji od Sonca::
$F_s = p_s\, \pi R^2$, (5)

$p_s = j_s \ / \ c$. (6)

$F_s = \pi R^2 j_s / c$. (7)

$j_s = L/(4\pi r^2)$. (8)

$F_s = LR^2/(4cr^2)$. (9)

Enačbi (4) in (9) izenačimo zaradi (1):

$LR^2/(4cr^2) = 4/3 \ GM\pi R^3/r^2$. (10)

Iz enačbe (10) izrazimo iskani polmer delcev:
$R = 3L/(16\pi c\rho GM)$, (11)

R **= 1,9·10^{-7} m.**

B2.B)

Najmanjši premer vezanih delcev ni odvisen od oddaljenosti od Sonca, kar vidimo iz enačbe (11).

B3.A)

Premer človeške zenice D = 8 mm
Premer Gnamunove zenice D_G = 17 mm
Mejna magnituda človeškega očesa m_m = 6,5

Za razmerje mejnih gostot svetlobnih tokov, ki ju človeške oz. Gnamunove oči še zaznajo, velja, da je enako razmerju ploščine vstopnih zenic in z upotevanjem Pogsonovega zakona dobimo:

$D_G^2/D_m^2 = j_G/j_m = 10^{0,4(m_G - m_m)}$

Enačbo logaritmiramo in za mejno magnitudo Gnamunovega očesa dobimo:

$m_G = 5\log(D_G/D_m) + m_m$ = 1,6 + 6,5 = 8,1.

B3.B)

Premer izhodne pupile (zenice) D_p teleskopa, ki mora biti v našem primeru enaka premeru zenice očesa, je podan z enostavno zvezo:
$D_p = f_{ok}/F_g$,
kjer je f_{ok} goriščna razdalja objektiva, F_g pa goriščno razmerje objektiva:
$F_g = f_{ob} \ / \ D_{ob}$ = 1 m/0,13 m = 7,69.
Iskana goriščna razdalja okularja je:
$f_{ok} = D_p \ F_g$ = 17 mm x 7,69 = 131 mm.

B4.)

d = 10 pc.
φ_1 = 7''.
φ_1 = 1''.
t_0 = 100 let.

Zvezdi z masama m_1 in m_2 krožita okoli skupnega težišča, zato velja:

$a_1\ m_1 = a_2\ m_2$,
kjer sta a_1 in a_2 veliki polosi njunih eliptičnih orbit, ki ju ne poznamo.
Za težiščni sistem pa znamo zapisati Keplerjev zakon:

$a^3/t_0^2 \propto m_1 + m_2$, (1a)
kjer je a relativna polos. Ker je težišče v gorišču orbit, velja:
$a = a_1 + a_2$.
Iz slike vidimo, da je kotna velikost vsote velikih polosi orbit zvezd za naš sistem a = 4''.
(2 točki)
Najenostavneje je pravo velikost a preračunati v astronomskih enotah, saj imamo oddaljenost dvozvezdja podano v parsekih:

a = 4''x 10 pc = 40 a.e.

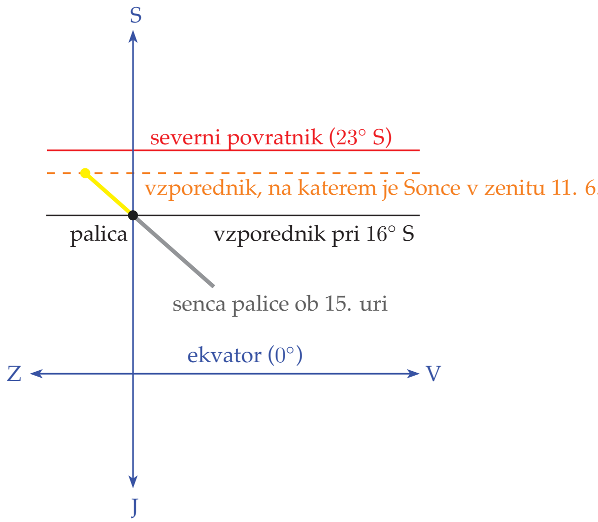
Ker želimo masi zvezd izraziti v masah Sonca, Keplerjev zakon zapišemo še za gibanje kateregakoli planeta okoli Sonca, če je njegova oddaljenost a_P podana v a.e. in obhodni čas t_P v enoti leto, pa velja:
a_P^3/t_P^2 = 1 a.e^3 leto^2 $\propto m_S$, (1b)
kjer je m_S masa Sonca.
Iz razmerja enačb 1a in 2a dobimo skupno maso zvezd v dvozvezdju:

$m_1 + m_2 = m_S$ x a^3/t_0^2 = 6,4 m_S.

Rešitve tekmovanja v znanju fizike za zlato Stefanovo priznanje – državno tekmovanje

8. razred

A1 Acapulco leži na geografski širini 16° severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija – to pomeni, da je vzporednik, na katerem je tedaj Sonce v zenitu, severneje od 16. vzporednika – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti jugu. Ker José opazuje senco ob 15. uri, je Sonce tedaj že pomaknjeno proti zahodu – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti vzhodu. Senca kaže v smeri JV (B).



A2 Osmošolci ugotovijo, da za prostornino teles A in B velja $V_A > V_B$. Ko vsako od teles položijo v merilno posodo, do roba polno vode, se vsakič čez rob posode prelije ista prostornina vode. To pomeni, da za manjšo prostornino telesa B velja $V_B \geq 10$ ml. Telo A, ki ima večjo prostornino, izpodrine isto prostornino vode kot telo B. Iz tega sklepamo, da se telo A zanesljivo ne potopi na dno posode, ampak plava na gladini. Telo B pa plava ali potone, (A).

A3 Najhitrejša pot do rešitve je, če si izmislimo manjkajoče podatke (ki očitno na rezultat ne vplivajo): za Milana je to pot (naj bo $s_M = 90$ km), za Dragana pa čas gibanja (naj bodo to 3 ure). (Izmisli si druge podatke in preveri, če dobiš isti rezultat!)

Milan za tretjino svoje poti $s_{M1} = 30\,\text{km}$, ko se giblje s hitrostjo $v_{M1} = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ potrebuje čas $t_{M1} = \frac{s_{M1}}{v_{M1}} = 0{,}5\,\text{h}$. Za drugi dve tretjini poti $s_{M2} = 60\,\text{km}$, ko se giblje s hitrostjo $v_{M2} = 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ potrebuje Milan čas $t_{M2} = \frac{s_{M2}}{v_{M2}} = 0{,}75\,\text{h}$. Milanova povprečna hitrost je

$$\bar{v}_M = \frac{s_M}{t_{M1} + t_{M2}} = \frac{90\,\text{km}}{1{,}25\,\text{h}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,.$$

Dragan v tretjini svojega časa $t_{D1} = 1$ h, ko se giblje s hitrostjo $v_{D1} = 120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, prepotuje pot $s_{D1} = v_{D1} \cdot t_{D1} = 120$ km. V drugih dveh tretjinah svojega časa $t_{D2} = 2$ h, ko se giblje s hitrostjo $v_{D2} = 40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, prepotuje pot $s_{D2} = v_{D2} \cdot t_{D2} = 80$ km. Draganova povprečna hitrost je

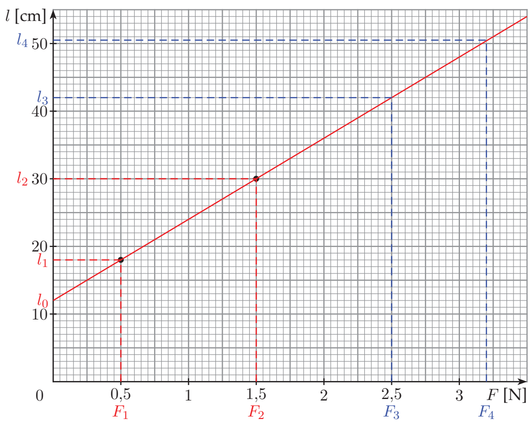
$$\bar{v}_D = \frac{s_{D1} + s_{D2}}{t_M} = \frac{200\,\text{km}}{3\,\text{h}} = 66{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,.$$

Z večjo povprečno hitrostjo se giblje Milan (A).

A4 Naj bo razdalja med sosednjima luknjicama v prečki a, enota za silo pa $F_0 = 0{,}2$ N, kar je enako teži najlažje uteži m_2, obešeni v luknjici D. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico D, se prečka očitno prevesi na stran težje uteži m_3 (ki na prečko deluje s silo $4F_0$ in je od obesišča v D oddaljena za $5a$), ki je tudi dlje od obesišča kot utež m_1 (ki na prečko deluje s silo $2F_0$ in je od obesišča v D oddaljena za $3a$) na drugi strani, $2F_0 \cdot 3a < 4F_0 \cdot 5a$. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico E, primerjamo $2F_0 \cdot 4a + F_0 \cdot a = 9F_0 \cdot a$ in $4F_0 \cdot 4a = 16F_0 \cdot a$. Prečka se prevesi na stran težje uteži m_3. Če prečko obesimo z vrvico skozi luknjico F, primerjamo $2F_0 \cdot 5a + F_0 \cdot 2a = 12F_0 \cdot a$ in $4F_0 \cdot 3a = 12F_0 \cdot a$. Prečka je v tem primeru lahko v vodoravni ravnovesni legi, (C).

A5 Upoštevamo, da za zrak, ujet v zvonu, velja, da je zmnožek med njegovo prostornino V in tlakom p konstanten. Prostornina zraka pod zvonom na kopnem je $V_1 = 18\,\mathrm{m}^3$, tlak $p_1 = 1$ bar in zmnožek $p_1 \cdot V_1 = 18$ bar $\cdot\,\mathrm{m}^3$. Ko zvon potopimo na dno, ki je 20 m pod gladino, se tlak zraka v zvonu poveča na $p_2 = 3$ bar. Zmnožek $p_2 \cdot V_2 = 18$ bar $\cdot\,\mathrm{m}^3$ in pri znanem tlaku p_2 dobimo $V_2 = 6\,\mathrm{m}^3$ (B).

B1 (a) Na sliki izmerimo dolžino vzmeti, ko je nanjo obešena ena utež (4,5 cm), upoštevamo merilo fotografije in dobimo za dolžino vzmeti, ko jo razteza sila $F_1 = 0{,}5$ N (ki je enaka teži ene 50-gramske uteži) vrednost $l_1 = 18$ cm. Na sliki izmerimo dolžino vzmeti, ko so nanjo obešene tri uteži (7,5 cm), upoštevamo merilo in dobimo za dolžino vzmeti, ko jo razteza sila $F_2 = 1{,}5$ N (ki je enaka teži treh 50-gramskih uteži) vrednost $l_2 = 30$ cm. Vrednosti vnesemo v koordinatni sistem in narišemo skozi točki ravno črto (za vzmet velja Hookov zakon).

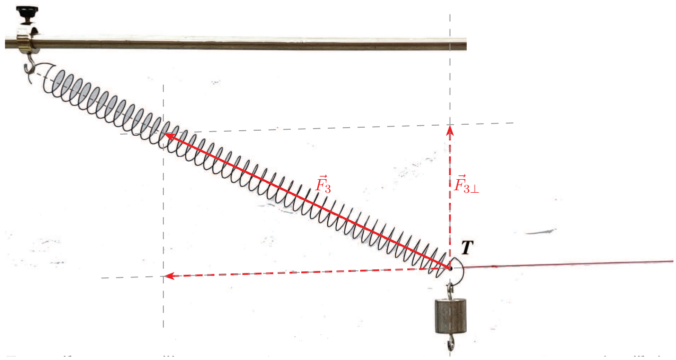


(b) Dolžino neobremenjene vzmeti l_0 lahko razberemo iz grafa $l(F)$ pri $F = 0$, $l_0 = 12$ cm.

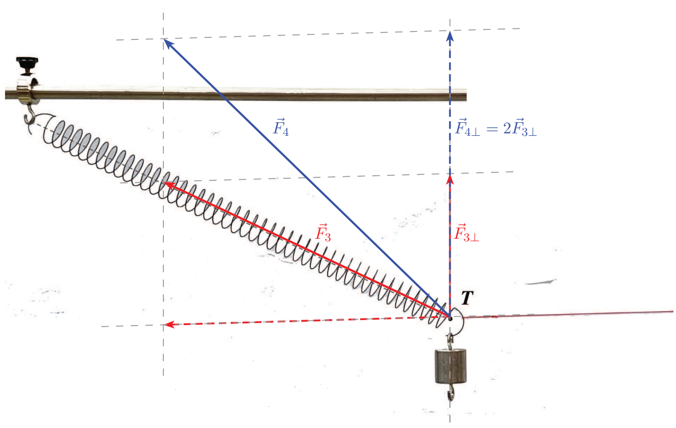
(c) Koeficient vzmeti k določimo iz Hookovega zakona $F = k \cdot x$, kjer je x raztezek vzmeti, ko jo razteza sila F. Če si izberemo silo $F_2 = 1{,}5$ N, je raztezek vzmeti pri tej sili $x_2 = l_2 - l_0 = 18$ cm in dobimo za koeficient vzmeti

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1{,}5\,\mathrm{N}}{0{,}18\,\mathrm{m}} = \frac{50}{6}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 8{,}33\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.$$

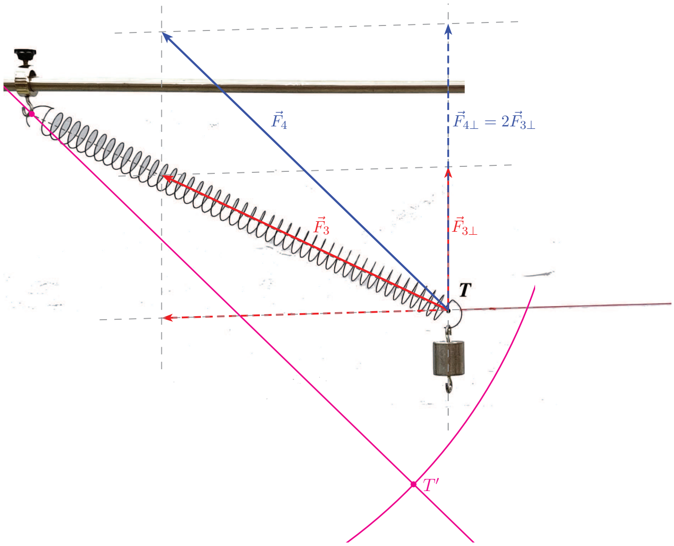
(d) Na fotografiji izmerimo dolžino vzmeti (10,5 cm $\pm\,0{,}1$ cm), upoštevamo merilo in dobimo $l_3 = 42{,}0$ cm $\pm\,0{,}4$ cm. Z dolžino vzmeti iz grafa pri (a) določimo silo F_3, s katero vzmet vleče utež (in vodoravno vrvico), $F_3 = 2{,}5$ N. Sistem vzmeti, uteži in vrvice miruje. Opazujmo krajišče vzmeti, kjer visi utež in kjer je vpeta vrvica. Silo vzmeti uravnovesita sila uteži (po velikosti in smeri enaka teži uteži), ki vleče krajišče vzmeti navpično navzdol, in sila vrvice, ki vleče krajišče vzmeti v smeri vrvice (približno v vodoravni smeri). Silo vzmeti zato narišemo v primernem merilu (naše merilo je tako, da sili 1 N ustreza 3 cm dolga usmerjena daljica) v smeri, vzporedni z vzmetjo, in razstavimo na komponenti v smereh sile vrvice in sile uteži (približno vodoravna in navpična komponenta). Navpična komponenta sile vzmeti $F_{3\perp}$ uravnovesi težo uteži. Njena dolžina na skici je $3{,}4$ cm $\pm\, 0{,}3$ cm, kar pomeni, da v izbranem merilu meri $1{,}13$ N. Masa uteži je $m = 113$ g $\pm\, 10$ g.



(e) Ko utež zamenjamo z drugo utežjo z maso $2 \cdot m$ in se sila, s katero vlečemo vrvico v nespremenjeni smeri, ne spremeni, se mora spremeniti smer in velikost sile vzmeti tako, da se vodoravna komponenta sile vzmeti (ki uravnoveša silo vrvice) ne spremeni ($F_{4\|} = F_{3\|}$), navpična pa podvoji, ker uravnoveša podvojeno težo (uteži z maso $2 \cdot m$, $F_{4\perp} = 2 \cdot F_{3\perp}$). Velikost sile vzmeti F_4 ugotovimo iz načrtovanja in merila. Na skici meri $9{,}5$ cm, kar ustreza sili $F_4 = 3{,}2$ N. Iz grafa pri (a) preberemo dolžino vzmeti l_4, ko jo razteza sila F_4 in dobimo $l_4 = 50{,}5$ cm $\pm\, 2$ cm.



(f) Lego, v katero se premakne točka T, dobimo kot presečišče premice, ki gre skozi zgornje krajišče vzmeti (kjer je vzmet nataknjena na kavelj) in ima smer sile $\vec{F}_4$ (v tej smeri je zdaj napeta vzmet) in krožnice s polmerom, ki ustreza dolžini vzmeti l_4 v merilu 1:4; $r = 12{,}6$ cm.



B2 (a) Hitrost, s katero po morju potuje valovanje z valovno dolžino $\lambda = 13$ m, je

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{10\,\mathrm{m} \cdot 13\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2 \cdot 2\pi}} = 4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

(b) Plovec se giblje samo v navpični smeri, kot ga dvigajo in spuščajo valovi, ki potujejo pod njim. Ko pod njim prepotuje en val, plovec opravi en nihaj. Valovanje v času enega nihaja opravi pot, ki je enaka valovni dolžini valovanja: od trenutka, ko je plovec na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, je valovanje opravilo pot $s = \lambda$. To se je zgodilo v času

$$t_0 = \frac{\lambda}{c} = \frac{13\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}{4{,}55\,\mathrm{m}} = 2{,}86\,\mathrm{s}.$$

(c) Ribič pluje s hitrostjo $v_1 = 3$ vozli $= 3 \cdot 1852\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 5{,}556\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1{,}54\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ proti valovom. Tudi njegov čoln niha z valovi, a ker jim pluje nasproti, je čas t_1, ki mine od trenutka, ko je čoln na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, krajši od t_0. V nihajnem času čolna t_1 čoln prepluje razdaljo $s_1 = v_1 \cdot t_1$, valovi pa razdaljo $s_{v1} = c \cdot t_1$, pri čemer je vsota teh dveh razdalj enaka valovni dolžini λ,

$$\lambda = s_1 + s_{v1} = v_1 \cdot t_1 + c \cdot t_1 = (v_1 + c) \cdot t_1\,,$$

odkoder izrazimo nihajni čas čolna t_1,

$$t_1 = \frac{\lambda}{v_1 + c} = \frac{13\,\mathrm{m}}{1{,}54\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2{,}13\,\mathrm{s}\,.$$

(d) Ribič s hitrostjo $v_2 = 4$ vozli $= 4 \cdot 1852\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 7{,}41\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 2{,}06\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beži pred valovi. Tudi njegov čoln niha z valovi, a ker beži pred njimi, je čas t_2, ki mine od trenutka, ko je čoln na vrhu prvega vala, do trenutka, ko je na vrhu naslednjega vala, daljši od t_0. V nihajnem času čolna t_2 čoln prepluje razdaljo $s_2 = v_2 \cdot t_2$, valovi pa razdaljo $s_{v2} = c \cdot t_2$, pri čemer je razlika teh dveh razdalj enaka valovni dolžini λ (valovi, ki glede na kopno potujejo hitreje, opravijo za λ daljšo pot),

$$\lambda = s_{v2} - s_2 = c \cdot t_2 - v_2 \cdot t_2 = (c - v_2) \cdot t_2\,,$$

odkoder izrazimo nihajni čas čolna t_2,

$$t_2 = \frac{\lambda}{c - v_2} = \frac{13\,\mathrm{m}}{4{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2{,}06\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 5{,}22\,\mathrm{s}\,.$$

(e) Ker se jadrnica giblje v smeri, ki je pravokotna glede na smer, v katero se gibljejo valovi (obe smeri sta opredeljeni glede na kopno), je nihajni čas, s katerim niha jadrnica v navpični smeri, enak nihajnemu času plovca $t_0 = 2{,}86$ s.

9. razred

A1 Med drsenjem sani po klancu se zaradi negativnega dela sile trenja $A_{tr} = -F_{tr} \cdot s$ za točno toliko (torej za $|A_{tr}|$) zmanjša vsota W_p in W_k Špele in njenih sani. Na vrhu klanca ima Špela s sanmi le potencialno energijo $W_{p,\text{vrh}}$, na dnu klanca pa le kinetično $W_{k,\text{dno}}$ (če izberemo, da je njena potencialna energija na dnu klanca enaka 0). Zapišemo lahko

$$W_{p,\text{vrh}} + A_{tr} = m \cdot g \cdot h - F_{tr} \cdot s = W_{k,\text{dno}} = \frac{1}{2}\, m \,\cdot\, v^2 \,.$$

Dolžino poti s izračunamo iz merila s Pitagorovim izrekom (ali izmerimo na sliki in preračunamo po merilu) $s = \sqrt{(10\,\text{m})^2 + (25\,\text{m})^2} = 26{,}9$ m. Upoštevamo še, da je sila trenja po velikosti enaka desetini skupne teže Špele in sani, $F_{tr} = \frac{1}{10}\, m \cdot g$, in dobimo izraz

$$m \cdot g \cdot h - \frac{1}{10}\, m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2}\, m \,\cdot\, v^2 \,.$$

Ker skupna masa Špele in sani m nastopa v vseh členih izraza, jo lahko pokrajšamo,

$$g \cdot h - \frac{1}{10}\, g \cdot s = \frac{1}{2}\, v^2 \,.$$

Zdaj izrazimo Špelino hitrost na dnu klanca,

$$v = \sqrt{2\, g \cdot h - \frac{1}{5}\, g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\,\text{m} - \frac{1}{5} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 26{,}9\,\text{m}} = 12{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,, \quad \text{(A)}.$$

A2 Prvi kamen spustimo z višine $h_1 = 20$ m. Drugi kamen vržemo s tal navpično navzgor s hitrostjo $v_2 = 20{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ker je zračni upor zanemarljiv, izračunamo največjo višino, ki jo doseže drugi kamen,

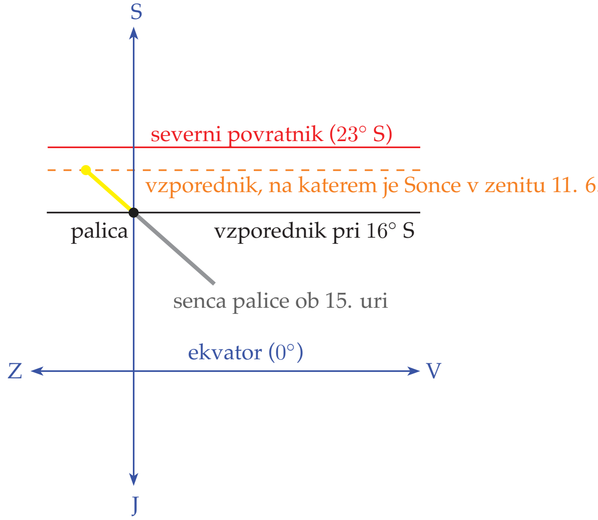
$$h_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20\,\text{m}.$$

Drugi kamen torej leti navzgor do višine, s katere spustimo prvi kamen. To pomeni, da imata kamna na vsaki višini med $h = 0$ in $h_1 = h_2$ enaki velikosti hitrosti – samo ne v istem trenutku. Razen v trenutku, ko se srečata. Na višini, kjer se kamna srečata, imata enaki velikosti hitrosti (A).

A3 Na začetku (ob $t = 0$) klada miruje, njena hitrost je $v(t = 0) = 0$. Ker na klado deluje sila vzmeti, se klada giblje pospešeno. Sila vzmeti, ki potiska klado, je največja na začetku, ko je vzmet najbolj skrčena – zato je tedaj največji tudi pospešek klade. Ko se vzmet razteza, se sila vzmeti manjša in manjša se tudi pospešek klade. Hitrost klade se hitreje spreminja, ko je pospešek velik – na začetku – in potem vedno počasneje, ker se manjša sila vzmeti na klado in zato tudi pospešek klade. Edini graf, ki ustreza temu opisu spreminjanja hitrosti klade, je graf (A).

A4 Po vezavi žarnice $\check{Z}_4$ se v primeru A skupni tok poveča (ker je žarnica $\check{Z}_4$ vezana vzporedno žarnici $\check{Z}_1$, se skupni upor vezja zmanjša), v primeru B pa se skupni tok zmanjša (ker je žarnica $\check{Z}_4$ vezana zaporedno z žarnico $\check{Z}_3$, se skupni upor vezja poveča). Pravilni odgovor je (C).

A5 Acapulco leži na geografski širini 16° severno od ekvatorja. Sonce je v zenitu nad Acapulcom 11. maja. José v Acapulcu opazuje senco, ki jo meče navpična palica na vodoravna tla, 11. junija – to pomeni, da je vzporednik, na katerem je tedaj Sonce v zenitu, severneje od 16. vzporednika – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti jugu. Ker José opazuje senco ob 15. uri, je Sonce tedaj že pomaknjeno proti zahodu – senca pa kaže od palice v smeri bolj proti vzhodu. Senca kaže v smeri JV (B).



B1 (a) Vzmet med raztezanjem za $x = 3$ cm na obeh vozičkih skupaj opravi delo, ki je enako zalogi njene prožnostne energije. Vozička to delo prejmeta in za prav toliko se poveča vsota njunih knetičnih energij. Ker sta vozička prej mirovala, je vsota njune kinetične energije po odrivu enaka prožnostni energiji vzmeti,

$$W_{pr} = W_{k,1} + W_{k,2} = \frac{1}{2}\,k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{cm}} \cdot (3\,\mathrm{cm})^2 = 0{,}075\,\mathrm{J}.$$

(b) Kinetična energija prvega vozička z maso $m_1 = 100$ g, ki se giblje s hitrostjo $v_1 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, je

$$W_{k,1} = \frac{1}{2}\,m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot \left(1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0{,}05\,\mathrm{J}.$$

Kinetična energija drugega vozička je razlika med vsoto kinetične energije vozičkov $W_{k,1} + W_{k,2}$ in $W_{k,1}$,

$$W_{k,2} = 0{,}075\,\mathrm{J} - 0{,}05\,\mathrm{J} = 0{,}025\,\mathrm{J}.$$

(c) Po odrivu imata vozička po velikosti enaki gibalni količini, $G_1 = G_2$ in $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}$. Poznamo gibalno količino drugega vozička G_2 in tudi njegovo kinetično energijo $W_{k,2}$ in lahko zapišemo

$$W_{k,2} = \frac{1}{2}\,m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{m_2} = \frac{G_2^2}{2 \cdot m_2}.$$

Od tu izrazimo maso vozička m_2,

$$m_2 = \frac{G_2^2}{2 \cdot W_{k,2}} = \frac{\left(0{,}1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 0{,}025\,\mathrm{J}} = 0{,}2\,\mathrm{kg}.$$

Hitrost drugega vozička v_2 izrazimo bodisi iz kinetične energije $W_{k,2}$ bodisi iz gibalne količine G_2,

$$v_2 = \frac{G_2}{m_2} = \frac{0{,}1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}}{0{,}2\,\mathrm{kg}} = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(d) Prvi voziček se ob času $t_1 = 2$ s po odrivu od drugega vozička zaleti v vzmet, pritrjeno na steno. To pomeni, da je bil na začetku (ob $t = 0$, pred odrivom od drugega vozička) od vzmeti (stene) oddaljen $d = v_1 \cdot t_1 = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} = 2\ \text{m}$. Od vzmeti se prvi voziček odbije prožno, kar pomeni, da se tudi po odboju giblje enako hitro ($v_1 = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$) nazaj in lovi drugi voziček, ki se v tej smeri giblje – a počasneje, s hitrostjo $v_2 = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – že vse od odriva od prvega vozička ob času $t = 0$. Prvi voziček dohiti drugega ob času t_2. Od odriva do t_2 drugi voziček opravi pot $s_2 = v_2 \cdot t_2$, prvi voziček pa pot $s_1 = v_1 \cdot t_2$, ki je za $2 \cdot d$ daljša od poti s_2. Zapišemo lahko

$$s_1 = v_1 \cdot t_2 = s_2 + 2 \cdot d = v_2 \cdot t_2 + 2 \cdot d$$

Izrazimo čas t_2,

$$t_2 = \frac{2 \cdot d}{v_1 - v_2} = \frac{2 \cdot 2\,\text{m}}{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8\,\text{s}.$$

V času t_2 drugi voziček opravi pot $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8\,\text{s} = 4\,\text{m}$. Prvi voziček dohiti drugega v oddaljenosti $d_1 = d + s_2 = 2\,\text{m} + 4\,\text{m} = 6\,\text{m}$ od stene.

(e) Vozička trčita, se zlepita in naprej gibljeta skupaj. Pri trku se ohranja vsota njunih gibalnih količin, $\vec{G}_{1,\text{pred}} + \vec{G}_{2,\text{pred}} = \vec{G}_{1,\text{po}} + \vec{G}_{2,\text{po}}$. Ker se pred trkom in po trku oba vozička gibljeta v isti smeri, po trku pa še z isto hitrostjo, lahko zapišemo

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$

kjer je v hitrost, s katero se gibljeta zlepljena vozička,

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}1\,\text{kg} \cdot 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}2\,\text{kg} \cdot 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}1\,\text{kg} + 0{,}2\,\text{kg}} = \frac{2}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}67\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

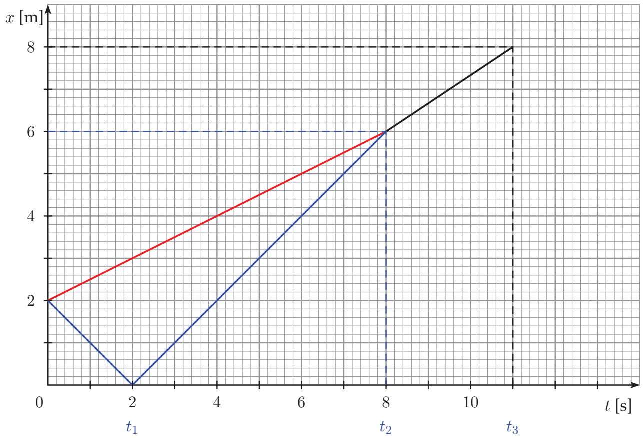
(f) Kinetična energija vozičkov pred trkom je $W_{k,\text{pred}} = W_{k,1} + W_{k,2} = 0{,}075\,\text{J} = 75\,\text{mJ}$. Kinetična energija zlepljenih vozičkov po trku je

$$W_{k,\text{po}} = \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2}(0{,}1\,\text{kg} + 0{,}2\,\text{kg}) \cdot \left(\frac{2}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0{,}067\,\text{J} = 67\,\text{mJ}.$$

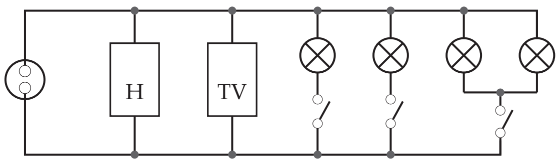
Med neprožnim trkom vozičkov se izgubi energija ΔW (pretvori se v notranjo energijo vozičkov), ki je enaka razliki med začetno in končno kinetično energijo vozičkov,

$$\Delta W = W_{k,\text{pred}} - W_{k,\text{po}} = 0{,}075\,\text{J} - 0{,}067\,\text{J} = 0{,}008\,\text{J} = 8\,\text{mJ}.$$

(g) V koordinatnem sistemu je z modro črto narisan graf, ki prikazuje, kako se s časom spreminja lega x_1 prvega vozička in z rdečo graf, ki prikazuje, kako se s časom spreminja lega x_2 drugega vozička do trenutka t_2. Od t_2 do $t_3 = 11$ s (in še naprej, najbrž) se vozička gibljeta zlepljena. Graf njune lege v odvisnosti od časa prikazuje graf, narisan s črno črto. Stena je pri $x = 0$.



B2 (a) Vse naprave so narejene za nazivno napetost 12 V, zato jih na akumulator, ki daje napetost 12 V, vežemo vzporedno. Dvema sijalkama vežemo zaporedno stikali, dve sijalki pa vežemo vzporedno in njuno vejo vežemo zaporedno s tretjim stikalom, kot prikazuje skica.



(b) Akumulator oddaja električno delo, ki ga porabniki prejemajo. Če predpostavimo, da ni izgub (in te v nalogi niso omenjene), je moč, s katero akumulator deluje, enaka vsoti moči, ki jih od njega prejemajo vsi porabniki, ki delujejo sočasno. Moč akumulatorja je

$$P_\mathrm{a} = P_\mathrm{H} + P_\mathrm{TV} + 4 \cdot P_\otimes = 36\,\mathrm{W} + 12\,\mathrm{W} + 4 \cdot 6\,\mathrm{W} = 72\,\mathrm{W}\,.$$

(c) Zapišimo znane podatke o uporabnikih pregledno – v preglednico:

element vezja	U [V]	P [W]	$\bar{t}$ [h]	e [Ah]
H	12	36	5	15
TV	12	12	3	3
sijalka	12	6	4	2
4 sijalke				8

V drugem stolpcu je zapisana nazivna napetost naprave, v tretjem nazivna moč, v četrtem stolpcu je trajanje delovanja naprave v enem dnevu in v zadnjem stolpcu je izračunan naboj, ki se v enem dnevu pretoči skozi napravo.

Pri računanju naboja upoštevamo povezavo med nazivno napetostjo in nazivno močjo naprave: to pomeni, da v primeru, ko je na napravi nazivna napetost U, naprava prejema električno moč P, z obojim skupaj pa je določen tudi tok I, ki v tem primeru teče skozi napravo, $P = U \cdot I$. Naboj, ki steče v enem dnevu skozi hladilnik, je

$$e_\mathrm{H} = I_\mathrm{H} \cdot \bar{t}_\mathrm{H} = \frac{P_\mathrm{H}}{U_\mathrm{H}} \cdot \bar{t}_\mathrm{H} = \frac{36\,\mathrm{W}}{12\,\mathrm{V}} \cdot 5\,\mathrm{h} = 15\,\mathrm{Ah}.$$

Podobno izračunamo tudi naboj, ki se v enem dnevu pretoči skozi televizor, skozi posamezno sijalko in skozi 4 sijalke. V enem dnevu se skozi hladilnik pretoči naboj 15 Ah, skozi televizor 3 Ah in skozi posamezno sijalko 2 Ah (skozi vse 4 sijalke pa 4-krat toliko).

(d) V povprečnem dnevu skozi vse naprave steče naboj

$$e_{\mathrm{n}} = e_{\mathrm{H}} + e_{\mathrm{TV}} + 4 \cdot e_{\otimes} = 15\,\mathrm{Ah}\ + 3\,\mathrm{Ah}\ + 4 \cdot 2\,\mathrm{Ah}\ = 26\,\mathrm{Ah}\,.$$

Akumulator, v katerem je na začetku naboj $e_0 = 156$ Ah, bi se popolnoma izpraznil v N dnevih,

$$N = \frac{e_0}{e_{\mathrm{n}}} = \frac{156\,\mathrm{Ah}}{26\,\mathrm{Ah}} = 6\,.$$

Akumulator se do polovice izprazni in uspešno deluje le polovico tega časa, torej 3 dni.

(e) Stanje pripravljenosti televizorja traja $t_{\mathrm{prip}} = 21$ h na dan in ker tedaj teče skozi televizor tok $I_{\mathrm{prip}} = 80$ mA $= 0{,}08$ A, steče v 1 dnevu skozenj še dodatni naboj

$$e_{\mathrm{prip}} = I_{\mathrm{prip}} \cdot t_{\mathrm{prip}} = 0{,}08\,\mathrm{A}\ \cdot 21\,\mathrm{h} = 1{,}68\,\mathrm{Ah}.$$

V enem dnevu steče skozi televizor naboj $e_{\mathrm{TV}} + e_{\mathrm{prip}} = 4{,}68$ Ah. Skupni naboj, ki steče v enem dnevu skozi vse naprave, je zdaj $e'_{\mathrm{n}} = 27{,}68$ Ah. Čas delovanja akumulatorja, ki se lahko izprazni do polovice, se skrajša na 2,82 dneva, kar pomeni, da je za 0,18 dneva (malo več kot 4 ure) krajši kot v primeru, ko televizor ni v stanju pripravljenosti, ampak med nedelovanjem popolnoma ugasnjen.

(f) Če predpostavimo, da se hladilnik in sijalka obnašata kot ohmska upornika (da zanju velja Ohmov zakon), lahko iz nazivne napetosti in nazivne moči ter Ohmovega zakona izračunamo njuna upora,

$$P_{\mathrm{H}} = U_{\mathrm{H}} \cdot I = U_{\mathrm{H}} \cdot \frac{U_{\mathrm{H}}}{R_{\mathrm{H}}} = \frac{U_{\mathrm{H}}^2}{R_{\mathrm{H}}} \qquad \text{in} \qquad R_{\mathrm{H}} = \frac{U_{\mathrm{H}}^2}{P_{\mathrm{H}}} = \frac{(12\,\mathrm{V})^2}{36\,\mathrm{W}} = 4\,\Omega$$

in

$$P_{\otimes} = U_{\otimes} \cdot I = U_{\otimes} \cdot \frac{U_{\otimes}}{R_{\otimes}} = \frac{U_{\otimes}^2}{R_{\otimes}} \qquad \text{in} \qquad R_{\otimes} = \frac{U_{\otimes}^2}{P_{\otimes}} = \frac{(12\,\mathrm{V})^2}{6\,\mathrm{W}} = 24\,\Omega\,.$$

Ker je Tone hladilnik na akumulator vezal zaporedno s sijalko, je na njem napetost, manjša od nazivne. Vsota napetosti na hladilniku in na sijalki je enaka napetosti akumulatorja $U_{\mathrm{a}} = 12$ V,

$$U_{\mathrm{a}} = U'_{\mathrm{H}} + U'_{\otimes}.$$

Skozi akumulator, hladilnik in sijalko teče isti tok I'. Uporabimo izračunana upora hladilnika in sijalke ter Ohmov zakon in dobimo

$$U_{\mathrm{a}} = U'_{\mathrm{H}} + U'_{\otimes} = I' \cdot R_{\mathrm{H}} + I' \cdot R_{\otimes}$$

odkoder izrazimo tok I'

$$I' = \frac{U_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{H}} + R_{\otimes}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{4\,\Omega + 24\,\Omega} = 0{,}43\,\mathrm{A}.$$

Zdaj lahko izračunamo moč, ki jo prejema Tonetov hladilnik, vezan zaporedno z eno sijalko,

$$P'_{\mathrm{H}} = U'_{\mathrm{H}} \cdot I' = R_{\mathrm{H}} \cdot I'^2 = 4\,\Omega\ \cdot (0{,}43\,\mathrm{A})^2 = 0{,}74\,\mathrm{W}.$$

Tonetov hladilnik, vezan na akumulator zaporedno s sijalko, ne služi namenu.

(d) V povprečnem dnevu skozi vse naprave steče naboj

$$e_{\mathrm{n}} = e_{\mathrm{H}} + e_{\mathrm{TV}} + 4 \cdot e_{\otimes} = 15\,\mathrm{Ah}\ + 3\,\mathrm{Ah}\ + 4 \cdot 2\,\mathrm{Ah}\ = 26\,\mathrm{Ah}\,.$$

Akumulator, v katerem je na začetku naboj $e_0 = 156$ Ah, bi se popolnoma izpraznil v N dnevih,

$$N = \frac{e_0}{e_{\mathrm{n}}} = \frac{156\,\mathrm{Ah}}{26\,\mathrm{Ah}} = 6\,.$$

Akumulator se do polovice izprazni in uspešno deluje le polovico tega časa, torej 3 dni.

Rešitve 60. fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije – državno tekmovanje

Rešitve skupine I

1. $d = 2{,}30$ m, $a = 9{,}00$ m, $h = 2{,}45$ m.

   a) Komponenti začetne hitrosti žoge naj bosta v_x in v_y, t pa čas preleta igrišča. V vodoravni smeri je gibanje enakomerno, v navpični pa met z začetno hitrostjo v_y:
$$2a = v_x t\,, \qquad d = v_y t - \tfrac{1}{2} g t^2\,.$$
   Žoga doseže mrežo v polovičnem času in tedaj se mora dvigniti ravno za $h - d$:
$$h - d = v_y\,\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\,g\left(\frac{t}{2}\right)^2 = v_y\,\frac{t}{2} - \frac{1}{8}\,g t^2\,.$$
   Enačbo najprej pomnožimo z 2 in odštejemo od enačbe za d:
$$2d - h = \frac{1}{4}\,g t^2\,, \qquad \text{od koder sledi} \qquad t = 2\sqrt{\frac{2d-h}{g}} = 1{,}03 \text{ s}$$
   in za vodoravno komponento
$$v_x = \frac{2a}{t} = 17{,}5 \text{ m/s}\,.$$
   Enačbo za $h - d$ pomnožimo s 4 in od dobljenega izraza odštejemo enačbo za d:
$$4h - 3d = v_y t \qquad \text{in od tod} \qquad v_y = \frac{4h - 3d}{t} = 2{,}8 \text{ m/s}\,.$$
   Končno izračunamo še velikost začetne hitrosti in kot, ki ga hitrost tvori z vodoravnico:
$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 17{,}7 \text{ m/s} \approx 18 \text{ m/s}\,, \qquad \tan\alpha = \frac{v_x}{v_y}\,, \qquad \alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{v_x}{v_y}\right) = 9{,}1^\circ \approx 9^\circ.$$

2. $S = 1$ cm^2, $d = 50$ cm, $k = 2{,}5$ N/m, $h_1 = 40$ cm, $h_1 = 15$ cm, $\varphi = 45^\circ$.

   a) V levem kraku je pod batom podtlak, $p = p_0 - \rho g(h_1 - h_2)$ in *raztezek* vzmeti meri
$$s = \frac{S\Delta p}{k} = \frac{S\rho g(h_1 - h_2)}{k} = 9{,}8 \text{ cm} \approx 10 \text{ cm}\,.$$
   b) Ko se gladini izenačita, je tlak pod batom enak zunanjemu in vzmet ni raztegnjena. Pomeni, da se mora gladina v levem kraku dvigniti za s, ki smo ga izračunali pri a). V obeh krakih torej sega gladina vode do višine $h_1 + s = 50$ cm. V desni krak moramo natočiti prostornino vode
$$V = S(h_1 - h_2 + 2s) = 44{,}6 \text{ cm}^3 \approx 45 \text{ cm}^3.$$
   c) V levi cevi je ponovno podtlak in vzmet je *raztegnjena*; raztezek označimo z x. Potem je v levem kraku dolžina stolpca vode $h_1 + s - x$, v desnem pa $h_1 + s + x$. Ker smo cev nagnili za 45°, je višina gladine vode v desnem kraku, merjena glede na najnižjo točko cevi, enaka $y_2 = (h_1 + s + x)/\sqrt{2}$ in v levem $y_1 = (h_1 + s + d - x)/\sqrt{2}\,$.

Podtlak pod batom je enak

$$\Delta p = \rho g(y_1 - y_2) = \rho g\,\frac{(d-2x)}{\sqrt{2}}.$$

Iz enačbe za ravnovesje bata:

$$kx = S\Delta p = S\rho g\,\frac{(d-2x)}{\sqrt{2}}$$

sledi za *raztezek* vzmeti

$$x = \frac{S\rho g d}{\sqrt{2}(k+\sqrt{2}S\rho g)} = 8{,}9\ \text{cm} \approx 9\ \text{cm}\,.$$

3. $m = 75$ kg, $l_0 = 2{,}4$ m, $l = 3{,}0$ m, $h_1 = 20$ cm, $h_2 = 55$ cm.

a)
Trak po dolžini razdelimo na dva enaka dela in vsak del z obravnavajmo kot elastično vzmet s koeficientom k'. Ker se polovica traku pri enaki natezni sili raztegne le za polovico celotnega raztezka traku, je elastični koeficient polovice traku k' dvakrat večji kot za cel trak, $k' = 2k$.

Polovica traku se pod mirujočim telovadcem raztegne za

$$s_1 = l_1 - \tfrac{1}{2}l_0\,, \qquad l_1 = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}l\right)^2 + h_1^2}\,, \qquad s_1 = 31{,}3\ \text{m}\,.$$

Navpična komponenta sile F_1, ki napenja polovico traku, uravnovesi polovico teže telovadca,

$$\tfrac{1}{2}mg = F_1\sin\varphi\,, \qquad \sin\varphi = \frac{h_1}{l_1}\,, \qquad F_1 = \frac{mgl_1}{2h_1}\,,$$

kjer je φ kot, ki ga tvori trak z vodoravnico. Zvezo lahko izpeljemo tudi iz podobnih trikotnikov. Koeficient polovičnega traku je

$$k' = \frac{F_1}{s_1} = \frac{mgl_1}{2s_1h_1} = 8{,}9\ \text{kN/m}\,,$$

za cel trak pa $k = \frac{1}{2}k' = 4{,}45$ kN/m.

b)
Postopek je podoben kot pri a), le da sedaj namesto teže nastopa odrivna sila F:

$$F = 2F_2\,\frac{h_2}{l_2} = \frac{2k's_2h_2}{l_2}\,, \qquad l_2 = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}l\right)^2 + h_2^2} = 160\ \text{cm}\,, \qquad s_2 = l_2 - \tfrac{1}{2}l_0 = 40\ \text{cm}\,.$$

Odrivna sila je potem

$$F = \frac{4ks_2h_2}{l_2} = 2{,}45\ \text{kN}\,.$$

c)
Razlika prožnostnih energij dveh vzmeti, ki sta na začetku raztegnjeni vsaka za $s_2 = 40$ cm, na koncu pa za $s_0 = (l - l_0)/2 = 30$ cm, se pretvori v potencialno energijo telovadca:

$$2\,\tfrac{1}{2}k'(s_2^2 - s_0^2) = mgz\,,$$

kjer je z enak razliki višin težišča; ker lahko telovadca obravnavamo kot togo telo, se za toliko dvignejo tudi njegova stopala. Glede na nivo praznega trampolina, pa so njegova stopala na višini:

$$h = z - h_2 = \frac{2k(s_2^2 - s_0^2)}{mg} - h_2 = 29\ \text{cm}\,.$$

4. $m = 12$ kg, $m_S = 10$ kg, $l = 50$ cm.

a) $\varphi = 50°$

Naj bo m masa polovice nog. Štejmo tudi obe nogi skupaj za eno, tako da m ustreza vsemu pod kolenom.

Simetrija in bilanca sil nam povesta, da vsak stol nosi težo ene noge v navpični smeri. V vodoravni smeri pa imamo potisk, ki ustreza ravnovesju navorov. Če vrtišče postavimo v koleno, imamo bilanco navora za polovico noge:

$$mg(l/2)\cos\varphi + F_x l\sin\varphi - mgl\cos\varphi = 0 \tag{1}$$

od koder

$$F_x = mg\frac{1}{2\tan\varphi} \tag{2}$$

Če hočemo, da stol miruje, mora lepenje uravnovesit F_x, pri čemer je normala vsota teže polovice nog in celega stola.

$$k_l = \frac{F_x}{(m_S + m)g} = 0{,}23 \tag{3}$$

b) $\varphi = 30°$, $k = 0{,}2$

Za drugi del naloge, pa imamo tudi neznano silo v kolenu (ki je prej nismo potrebovali). V kolenu na stegno deluje sila v desno, ki je enaka lepenju, navzgor pa sila, ki je enaka razliki med normalno komponento stola in težo spodnjega dela nog, $F_y = F_\perp - mg$, kar dobimo iz ravnovesja sil na spodnjo polovico nog.

Navori na spodnji del noge so podobno kot prej,

$$mg(l/2)\cos\varphi + F_l l\sin\varphi - F_\perp l\cos\varphi = 0, \tag{4}$$

pogoj zdrsa stola pa

$$F_l = k(m_S g + F_\perp). \tag{5}$$

Navori na stegno glede na kolk, ki so zdaj neničelni, so torej

$$M = mg(l/2)\cos\varphi - F_y l\cos\varphi - F_l l\sin\varphi\,, \tag{6}$$

pri čemer pozitivni navori pomenijo vrtenje v smeri urinega kazalca.

Zdaj moramo to zložiti skupaj in eliminirati neznane sile $F_\perp$, F_y in F_l.

Poračunajmo normalo:

$$mg(1/2)\cos\varphi + k(m_S g + F_\perp)\sin\varphi - F_\perp\cos\varphi = 0, \tag{7}$$

$$F_\perp = \frac{mg(1/2)\cos\varphi + k m_S g\sin\varphi}{\cos\varphi - k\sin\varphi} = 79\ \text{N}. \tag{8}$$

Navor lažje izračunamo numerično, analitični izračun pa je koristen za preverjanje pravilnosti:

$$M = mg(l/2)\cos\varphi - (F_\perp - mg)l\cos\varphi - k(m_S g + F_\perp)l\sin\varphi. \tag{9}$$

$$M = gl\cos\varphi\frac{m\cos\varphi - 2k(m + m_S)\sin\varphi}{\cos\varphi - k\sin\varphi} = 33{,}2\ \text{Nm} \approx 33\ \text{Nm}\,. \tag{10}$$

Navor vrti v smeri urinega kazalca.

Ničla števca sovpada z rešitvijo prvega dela. Ničla imenovalca ustreza kotu, pri katerem ne glede na silo ne moremo premagati lepenja.

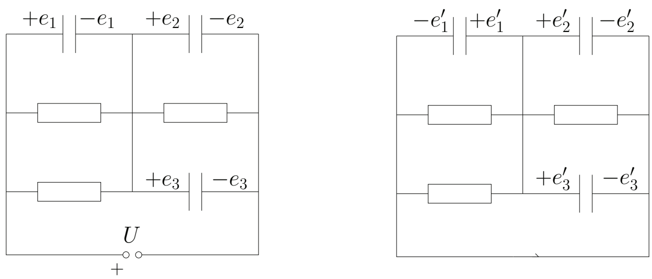
1. $U = 24$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ kΩ, $C_1 = C_2 = 1000$ μF, $C_3 = 4700$ μF.

a)

Tok teče skozi vzporedno vezana upornika R_1 in R_3 ter njima zaporedno vezan upornik R_2 (glej sliko pri besedilu naloge). Ker je nadomestni upor vzporedno vezanih upornikov enak $R' = R_1R_3/(R_1 + R_3) = 50$ kΩ — kar je ravno polovica R_2 — se napetost razdeli v razmerju 1:2. Napetost na C_1 je tako $U/3$, na C_2 in C_3 pa $2U/3$. Naboji na kondenzatorjih so

$$e_1 = C_1\,\frac{U}{3} = 8\ \mathrm{mAs}\,, \qquad e_2 = C_2\,\frac{2U}{3} = 16\ \mathrm{mAs}\,, \qquad e_3 = C_3\,\frac{2U}{3} = 75{,}2\ \mathrm{mAs} \approx 75\ \mathrm{mAs}\,.$$

b)



Če je bil na levem priključku vira pozitivni pol (leva slika), se je na levih elektrodah kondenzatorjev nabral pozitivni naboj, izračunan pri a), na desnih pa negativni. Takoj po sklenitvi priključkov se naboji na elektrodah prerazporedijo in sicer tako, da je na levi elektrodi C_1 sedaj negativni pol, na desni pa pozitivni, tako kot na levih elektrodah C_2 in C_3 (desna slika). Vsota pozitivnega in negativnega naboja se ohranja:

$$e_1' + e_2' + e_3' = -e_1 + e_2 + e_3\,.$$

Napetost U' na C_1 je nasprotno enaka napetosti na C_2 in C_3. Za velikosti velja:

$$U' = \frac{e_1'}{C_1} = \frac{e_2'}{C_2} = \frac{e_3'}{C_3} \qquad \text{in} \qquad e_2' = \frac{C_2}{C_1}\,e_1' = e_1'\,, \qquad e_3' = \frac{C_3}{C_1}\,e_1' = 4{,}7\,e_1'\,.$$

Iz prve enačbe sledi

$$e_1' = \frac{-e_1 + e_2 + e_3}{1 + \dfrac{C_2}{C_1} + \dfrac{C_3}{C_1}} = 12{,}4\ \mathrm{mAs} \approx 12\ \mathrm{mAs}$$

in

$$e_2' = 12{,}4\ \mathrm{mAs} \approx 12\ \mathrm{mAs}\,, \qquad e_3' = 58{,}4\ \mathrm{mAs} \approx 58\ \mathrm{mAs}\,.$$

2. $m_k = 200$ kg, $\rho_t = 1100$ kg/m^3, $\lambda = 0{,}3$ W/m K, $d = 0{,}1$ mm, $r = 9$ m, $T_1 = 100$ °C$= 373$ K, $T_0 = 25$ °C$= 298$ K, $p_0 = 1$ bar$= 10^5$ Pa, $\alpha = 6$ W/m^{2}K, $m_0 = 300$ kg.

a)

Masa tkanine m_t, iz katere je balon, je

$$m_t = 4\pi r^2 d\rho_t = 111{,}97 \text{ kg} \approx 112 \text{ kg}.$$

Ravnovesje sil, ko balon lebdi, da enačbo

$$[m_k + m_t + m + m_z(T_v)]\, g = F_v = m_z(T_0)g\,, \qquad (1)$$

kjer je m masa bremena v košari, T_v temperatura vročega zraka v balonu, F_v sila vzgona, ki je enaka teži izpodrinjenega zraka $m_z(T_0)g$ (pri temperaturi okoliškega zraka T_0!) in $m_z(T_v)$ masa vročega zraka v balonu. Masa $m_z(T)$ je masa zraka v balonu pri temperaturi T in je

$$m_z(T) = \frac{4\pi r^3}{3}\rho_z(T) = \frac{4\pi r^3}{3}\,\frac{p_0 M}{RT}\,,$$

kjer je $\rho_z(T)$ gostota zraka pri temperaturi T, $R = 8300$ J/kmol K splošna plinska konstanta in $M = 29$ kg/kmol kilomolska masa zraka.

Ker nas zanima največja masa bremena m_b, mora biti takrat sila vzgona največja, torej temperatura zraka v balonu najvišja dopustna $T_v = T_1$. Dobimo

$$m_b = \frac{4\pi r^3}{3}\,\frac{p_0 M}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) - m_k - m_t = 407{,}9 \text{ kg} \approx 408 \text{ kg} \sim 410 \text{ kg}.$$

b)

Temperaturo zraka v balonu T_v izračunamo iz enačbe (1), ko za maso bremena m vstavimo m_0

$$T_v = \left(\frac{1}{T_0} - \frac{3R(m_k + m_t + m_0)}{4\pi r^3 p_0 M}\right)^{-1} = 359{,}4 \text{ K} \approx 360 \text{ K}.$$

Ker je v nalogi povedano, da je $T_v - T \ll T - T_0$, lahko privzamemo pri izračunu toplotnih izgub, da ima zunanja površina balona enako temperaturo kot zrak v notranjosti balona $T = T_v$. Toplotni tok P, ki ga moramo dovajati zraku v balonu je

$$P = jS = 4\pi r^2 j(T_v) = 4\pi r^2\alpha(T_v - T_0) = 375{,}21 \text{ kW} \approx 375 \text{ kW}.$$

c)

Gostota toplotnega toka s površja balona v okolico je

$$j(T) = \alpha(T - T_0)\,,$$

kjer je T temperatura zunanje površine balona. Ker je v nalogi povedano, da je $T_v - T \ll T - T_0$, tudi tu privzamemo pri izračunu toplotnih izgub kar $T = T_v$ in dobimo

$$j_0 = \alpha(T_v - T_0)\,, \qquad (2)$$

Ta toplotni tok mora teči tudi skozi steno balona s prevajanjem

$$j_0 = \lambda\frac{\Delta T}{d}\,,$$

kjer je $\Delta T = T_v - T$ iskana razlika temperatur površine tkanine v balonu in na zunanji strani. Gostoti toplotnih tokov izenačimo in dobimo

$$\Delta T = \frac{d\alpha(T_v - T_0)}{\lambda} = 0{,}1229 \text{ K} \approx 0{,}12 \text{ K}.$$

Vidimo, da bi, če bi bili natančni, morali v enačbi (2) namesto $T = T_v = 359{,}4$ K, vzeti $T = T_1 - \Delta T = 359{,}3$ K. Razlika med $359{,}4 - 298 = 61{,}4$ in $359{,}3 - 298 = 61{,}3$ je očitno zanemarljiva in približek $T = T_1$ v (2) upravičen.

3. $B = 0{,}10$ T, $l = 20$ cm, $s = 2$ mm, $m_{12} = 12\ u$, $m_{14} = 14\ u$.

Za pospeševanje ^{12}C z napetostjo U_0 velja

$$\tfrac{1}{2}m_{12}v^2 = e_0 U_0\,, \qquad v = \sqrt{\frac{2e_0U_0}{m_{12}}}\,.$$

V prečnem polju elektrostatska sila uravnovesi magnetno:

$$e_0 E = e_0 v B$$

Hitrost v' ionov ^{14}C je nekoliko manjša, tako da na njih deluje v prečni smeri sila:

$$F = e_0 E - e_0 v' B = e_0 B (v - v')\,, \qquad v' = \sqrt{\frac{2e_0 U_0}{m_{14}}}\,.$$

Zaradi te sile se ioni uklonijo, tako kot delec pri vodoravnem metu, le da namesto težnega pospeška upoštevamo le pospešek zaradi sile F, $a = F/m_{14}$, saj je teža iona zaradi majhne mase zanemarljiva. Ker je odklon zelo majhen, lahko predpostavimo, da je vodoravna komponenta sile konstantna in enaka v'. Ion kombinirano polje preleti v času $t = l/v'$ in se odkloni za s:

$$s = \tfrac{1}{2} a t^2 = \frac{Fl^2}{2m_{14} v'^2} = \frac{Fl^2}{4e_0 U_0} = \frac{e_0 B l^2}{4 e_0 U_0} (v - v') = \frac{e_0 B l^2}{4 e_0 U_0}\, v \left(1 - \frac{v'}{v}\right)$$

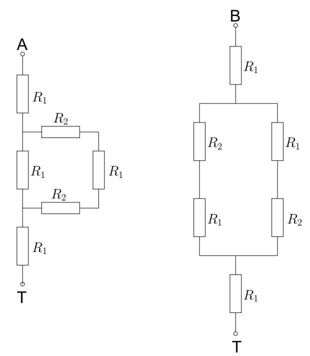
Upoštevamo še enkrat zvezo med hitrostjo in pospeševalno napetostjo:

$$s = \frac{e_0 B l^2}{4 e_0 U_0} \sqrt{\frac{2 e_0 U_0}{m_{12}}} \left(1 - \sqrt{\frac{m_{12}}{m_{14}}}\right) = \frac{e_0 B l^2}{\sqrt{8 e_0 U_0 m_{12}}} \left(1 - \sqrt{\frac{12}{14}}\right) \equiv \frac{e_0 B l^2}{\sqrt{8 e_0 U_0 m_{14}}} \left(\sqrt{\frac{14}{12}} - 1\right).$$

Končno izluščimo U_0:

$$U_0 = \frac{e_0 B^2 l^4}{8 m_{12} s^2} \left(1 - \sqrt{\frac{12}{14}}\right)^2 \equiv \frac{e_0 B^2 l^4}{8 m_{14} s^2} \left(\sqrt{\frac{14}{12}} - 1\right)^2 = 22 \text{ kV}\,.$$

4. $l = 30$ cm, $r = 0{,}05$ mm, $U = 1$ V, $I_\mathsf{A} = 1{,}56$ A, $I_\mathsf{B} = 0{,}52$ A.



a) Upor tretjine ene ali druge žice lahko izrazimo z njeno dolžino $l/3$, polmerom r in specifičnim uporom ζ_i, kjer je $i = 1$ za navpične žice in $i = 2$ za vodoravne žice

$$R_i = \frac{l \zeta_i}{3 \pi r^2}\,.$$

Očitno je, da bomo ζ_i zlahka določili, ko določimo vrednosti obeh uporov ene tretjine navpične žice R_1 in ene tretjine vodoravne žice R_2. Nadomestno vezje, izraženo z upori R_1 in R_2, ko vežemo vir med točki T in A oziroma T in B, kažeta sliki zgoraj. Označimo z $R_\mathsf{A} = U/I_\mathsf{A} = 1/1{,}56\ \Omega = 0{,}641\ \Omega$ in $R_\mathsf{B} = U/I_\mathsf{B} = 1/0{,}52\ \Omega = 1{,}923\ \Omega$. Končni rezultati so lepše zapisani, če opazimo, da sta tokova v razmerju $\eta = 3/1 = 3$ oziroma da velja $R_\mathsf{B} = \eta R_\mathsf{A}$, ni pa to nujno za rešitev naloge. Iz obeh shem dobimo dve enačbi:

$$R_A = 2R_1 + \frac{R_1(2R_2 + R_1)}{2(R_1 + R_2)} \qquad (1)$$

$$R_B = 2R_1 + \frac{R_1 + R_2}{2} \qquad (2)$$

Imamo dve enačbi z dvema neznankama, ker enačba (1) ni linearna, gre reševanje najlažje, če iz (2) izrazimo ali R_1 ali R_2 in to vstavimo v (1), kar nam da kvadratno enačbo z dvema rešitvama, od katerih je ena nesmislena. Enačbo (2) lahko preoblikujemo v

$$R_2 = 2R_\mathsf{B} - 5R_1 \qquad \text{ali} \qquad 5R_1 = 2R_\mathsf{B} - R_2\,.$$

Do končne rešitve pridemo v vsakem primeru, a iz kvadratne enačbe za R_2 je, kot bomo videli, laže oceniti, katera od dveh rešitev je smislena in katera fizikalno nesmiselna. Enačbo (1) množimo z $2(R_1 + R_2)$, da se znebimo ulomkov. Ko enačbo še malo preuredimo, dobimo

$$2R_\mathsf{A}R_1 + 2R_\mathsf{A}R_2 = 5R_1^2 + 6R_2R_1 \tag{3}$$

Ker smo iz (2) lepo izrazili $5R_1$, enačbo (3) pomnožimo s 5, da dobimo

$$2R_\mathsf{A} \cdot 5R_1 + 10R_\mathsf{A}R_2 = (5R_1)^2 + 6R_2 \cdot 5R_1\,.$$

V enačbo vstavimo $5R_1 = 2R_\mathsf{B} - R_2$ in dobimo

$$2R_\mathsf{A}(2R_\mathsf{B} - R_2) + 10R_\mathsf{A}R_2 = (2R_\mathsf{B} - R_2)^2 + 6R_2(2R_\mathsf{B} - R_2)\,,$$

kar nam da kvadratno enačbo

$$5R_2^2 - 8(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A}) - 4R_\mathsf{B}(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A}) = 0\,.$$

Medklic: Iz te enačbe se takoj vidi, da bi iz meritev $R_\mathsf{B} = R_\mathsf{A}$ sledilo $R_2 = 0$, kar sledi tudi iz obeh shem na sliki zgoraj.
Rešitvi kvadratne enačbe sta

$$R_2 = \frac{4(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A})}{5} \pm \frac{4}{5}\sqrt{(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A})^2 + 5R_\mathsf{B}(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A})/4} = \frac{4(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A})}{5}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{5R_\mathsf{B}}{4(R_\mathsf{B} - R_\mathsf{A})}}\right).$$

Vidimo, da bi rešitev z "$-$" dala $R_2 < 0$, kar je fizikalno nesmisleno, torej je prava rešitev tista s predznakom "+". Če upoštevamo še $R_\mathsf{B} = \eta R_\mathsf{A}$, dobimo kompakten zapis

$$R_2 = R_\mathsf{A}\frac{4(\eta - 1)}{5}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{5\eta}{4(\eta - 1)}}\right) = R_\mathsf{A}\frac{8}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{46}}{4}\right) = R_\mathsf{A}\frac{2}{5}\left(4 + \sqrt{46}\right) = 2{,}7647\ \Omega.$$

in od tu

$$R_1 = R_\mathsf{A}\frac{2}{25}\left(11 - \sqrt{46}\right) = 0{,}2163\ \Omega.$$

Končno dobimo

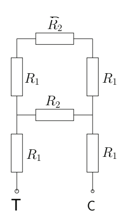
$$\zeta_1 = \frac{3\pi r^2 R_1}{l} = 1{,}699 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}\,,$$

kar ustreza specifičnemu uporu bakra. Za ζ_2 dobimo podobno

$$\zeta_2 = \frac{3\pi r^2 R_2}{l} = 2{,}171 \cdot 10^{-7}\ \Omega\text{m} \approx 22 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}\,,$$

kar približno ustreza svincu.

b)



Iz sheme vidimo, da je nadomestni upor R_{C}, ko vežemo vir med točki T in C, enak

$$R_{\mathsf{C}} = 2R_1 + \frac{R_2(2R_1 + R_2)}{2(R_1 + R_2)} = 1{,}915\ \Omega$$

in tok skozi vir

$$I_{\mathsf{C}} = \frac{U}{R_{\mathsf{C}}} = 0{,}5221\ \text{A} \approx 0{,}52\ \text{A} \sim I_{\mathsf{B}}\,,$$

kar je zelo blizu I_{B}. Zares sta R_{B} in R_{C} po velikosti zelo podobna. Razlika je

$$R_{\mathsf{B}} - R_{\mathsf{C}} = R_1 \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} = 0{,}0363\, R_1 = 7{,}8 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

oziroma

$$\frac{R_{\mathsf{B}} - R_{\mathsf{C}}}{R_{\mathsf{B}}} = 4 \cdot 10^{-3}\,.$$

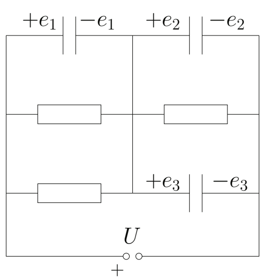
Rešitve skupine III

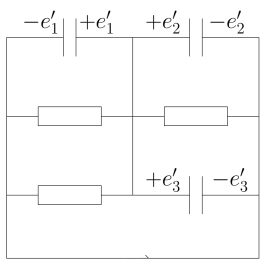
1. $U = 24$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ kΩ, $C_1 = C_2 = 1000$ μF, $C_3 = 4700$ μF.

a)
Tok teče skozi vzporedno vezana upornika R_1 in R_3 ter njima zaporedno vezan upornik R_2 (glej sliko pri besedilu naloge). Ker je nadomestni upor vzporedno vezanih upornikov enak $R' = R_1R_3/(R_1 + R_3) = 50$ kΩ — kar je ravno polovica R_2 — se napetost razdeli v razmerju 1:2. Napetost na C_1 je tako $U/3$, na C_2 in C_3 pa $2U/3$. Naboji na kondenzatorjih so

$$e_1 = C_1\,\frac{U}{3} = 8\ \text{mAs}\,, \qquad e_2 = C_2\,\frac{2U}{3} = 16\ \text{mAs}\,, \qquad e_3 = C_3\,\frac{2U}{3} = 75{,}2\ \text{mAs} \approx 75\ \text{mAs}\,.$$

b)





Če je bil na levem priključku vira pozitivni pol (leva slika), se je na levih elektrodah kondenzatorjev nabral pozitivni naboj, izračunan pri a), na desnih pa negativni. Takoj po sklenitvi priključkov se naboji na elektrodah prerazporedijo in sicer tako, da je na levi elektrodi C_1 sedaj negativni pol, na desni pa pozitivni, tako kot na levih elektrodah C_2 in C_3 (desna slika). Vsota pozitivnega in negativnega naboja se ohranja:

$$e_1' + e_2' + e_3' = -e_1 + e_2 + e_3\,.$$

Napetost U' na C_1 je nasprotno enaka napetosti na C_2 in C_3. Za velikosti velja:

$$U' = \frac{e_1'}{C_1} = \frac{e_2'}{C_2} = \frac{e_3'}{C_3} \qquad \text{in} \qquad e_2' = \frac{C_2}{C_1}\, e_1' = e_1' \,, \qquad e_3' = \frac{C_3}{C_1}\, e_1' = 4{,}7\, e_1' \,.$$

Iz prve enačbe sledi

$$e_1' = \frac{-e_1 + e_2 + e_3}{1 + \dfrac{C_2}{C_1} + \dfrac{C_3}{C_1}} = 12{,}4 \text{ mAs} \approx 12 \text{ mAs}$$

in

$$e_2' = 12{,}4 \text{ mAs} \approx 12 \text{ mAs} \,, \qquad e_3' = 58{,}4 \text{ mAs} \approx 58 \text{ mAs} \,.$$

c)

Na vseh upornikih je enaka napetost

$$U' = \frac{e_1}{C_1} = 12{,}4 \text{ V}$$

in požene skozi njih enak tok, saj so vrednosti vseh uporov enake:

$$I_1' = \frac{U'}{R_1} = I_2' = I_3' = 0{,}124 \text{ mA} \approx 0{,}12 \text{ mA} \,.$$

2. $m_k = 200$ kg, $\rho_t = 1100$ kg/m^3, $\lambda = 0{,}3$ W/m K, $d = 0{,}1$ mm, $r = 9$ m, $T_1 = 100$ °C$= 373$ K, $T_0 = 25$ °C$= 298$ K, $p_0 = 1$ bar$= 10^5$ Pa, $\alpha = 3$ W/m^{2}K, $a = 0{,}7$, $m_0 = 300$ kg.

a)

Masa tkanine m_t, iz katere je balon, je

$$m_t = 4\pi r^2 d \rho_t = 111{,}97 \text{ kg} \approx 112 \text{ kg}.$$

Ravnovesje sil, ko balon lebdi, da enačbo

$$[m_k + m_t + m + m_z(T_v)]\, g = F_v = m_z(T_0) g \,, \tag{1}$$

kjer je m masa bremena v košari, T_v temperatura vročega zraka v balonu, F_v sila vzgona, ki je enaka teži izpodrinjenega zraka $m_z(T_0)g$ (pri temperaturi okoliškega zraka T_0!) in $m_z(T_v)$ masa vročega zraka v balonu. Masa $m_z(T)$ je masa zraka v balonu pri temperaturi T in je

$$m_z(T) = \frac{4\pi r^3}{3} \rho_z(T) = \frac{4\pi r^3}{3} \frac{p_0 M}{RT} \,,$$

kjer je $\rho_z(T)$ gostota zraka pri temperaturi T, $R = 8300$ J/kmol K splošna plinska konstanta in $M = 29$ kg/kmol kilomolska masa zraka.

Ker nas zanima največja masa bremena m_b, mora biti takrat sila vzgona največja, torej temperatura zraka v balonu najvišja dopustna $T_v = T_1$. Dobimo

$$m_b = \frac{4\pi r^3}{3} \frac{p_0 M}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) - m_k - m_t = 407{,}9 \text{ kg} \approx 408 \text{ kg} \sim 410 \text{ kg}.$$

b)
Gostota toplotnega toka s površja balona v okolico zaradi konvekcije in sevanja je

$$j(T) = \alpha(T - T_0) + (1 - a)\sigma(T^4 - T_0^4)\,,$$

kjer je T temperatura zunanje površine balona. Ker je v nalogi povedano, da je $T_v - T \ll T - T_0$, lahko privzamemo pri izračunu toplotnih izgub kar $T = T_v$. Zanima nas balon, ki nosi največje možno breme m_b, torej velja $T \approx T_1$ in

$$j_b = \alpha(T_1 - T_0) + (1 - a)\sigma(T_1^4 - T_0^4)\,. \qquad (2)$$

Ta toplotni tok mora teči tudi skozi steno balona s prevajanjem

$$j_b = \lambda \frac{\Delta T}{d}\,,$$

kjer je $\Delta T = T_1 - T$ iskana razlika temperatur površine tkanine v balonu in na zunanji strani. Gostoti toplotnih tokov izenačimo in dobimo

$$\Delta T = \frac{d}{\lambda}\left(\alpha(T_1 - T_0) + (1 - a)\sigma(T_1^4 - T_0^4)\right) = 0{,}14\ \mathrm{K}.$$

Vidimo, da bi, če bi bili natančni, morali v enačbi (2) namesto $T = T_1 = 373$ K, vzeti $T = T_1 - \Delta T = 372{,}86$ K. Razlika med $373^4 - 298^4$ in $372{,}86^4 - 298^4$ je očitno zanemarljiva in približek $T = T_1$ v (2) upravičen.

c)

Temperaturo vročega zraka v balonu T_v izračunamo iz enačbe (1), kjer za maso bremena m vstavimo m_0

$$T_v = \left(\frac{1}{T_0} - \frac{3R(m_k + m_t + m_0)}{4\pi r^3 p_0 M}\right)^{-1} = 359{,}4\ \mathrm{K} \approx 360\ \mathrm{K}.$$

Toplotni tok P, ki ga moramo dovajati zraku v balonu je

$$P = jS = 4\pi r^2 j(T_v) = 4\pi r^2\left(\alpha(T_v - T_0) + (1 - a)\sigma(T_v^4 - T_0^4)\right) = 340{,}06\ \mathrm{kW} \approx 340\ \mathrm{kW}.$$

3. $d = 10$ cm, $b_1 = 4$ cm, $b_2 = 6$ cm, $a = 20$ cm, $y = 2{,}8$ cm.

a)
Iz podatka, da z eno samo (prvo) lečo, obrnjeno proti Soncu "pri nobeni oddaljenosti od spodnjega krajišča cevi ne uspe zbrati sončne svetlobe", sklepamo, da je goriščna razdalja prve leče krajša od d, torej krajša od 10 cm.

Ko je proti Soncu obrnjena leča 1, dobimo za vzporedne žarke iz smeri Sonca za drugo lečo enačbo

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{d - f_1} = \frac{1}{f_2}\,, \qquad (1)$$

kjer je f_1 goriščna razdalja leče na krajišču 1 in f_2 goriščna razdalja leče na krajišču 2 ter b_1 razdalja od krajišča 2, kjer se zberejo sončni žarki. Ko cev obrnemo, dobimo analogno

$$\frac{1}{b_2} + \frac{1}{d - f_2} = \frac{1}{f_1}\,, \qquad (2)$$

kjer je b_2 razdalja za krajiščem 1, kjer se zbere sončna svetloba. Obe enačbi dobimo, ko se spomnimo, da je zaradi vzporedne vpadle svetlobe ta zbrana po prehodu skozi lečo, ki je obrnjena k Soncu, na goriščni razdalji te leče, torej nastane slika Sonca na razdalji d minus goriščna razdalja prve leče pred drugo lečo.

Iz enačbe (1) izrazimo f_2

$$f_2 = \frac{b_1(d - f_1)}{d + b_1 - f_1} \,.$$

ker je $f_1 < d$, je $f_2 > 0$, torej je druga leča zbiralna. Ko f_2 nesemo v enačbo (2) dobimo po nekaj poenostavitvah, ko se rešimo vseh ulomkov

$$(d - b_1 + b_2)f_1^2 - d(2b_2 + d)f_1 + d^2 b_2 = 0$$

z rešitvama

$$f_1 = d\,\frac{2b_2 + d \pm \sqrt{4b_1 b_2 + d^2}}{2(d - b_1 + b_2)} = d\,\frac{22 \pm 14}{24} \,.$$

Obe rešitvi sta fizikalno smiselni, dobimo $f_1 = \frac{10}{3}$ cm in $f_1' = 15$ cm.
Ker je $f_1' > d$ mora imeti prva leča goriščno razdaljo

$$f_1 = \frac{10}{3}\ \text{cm} = 3{,}33\ \text{cm}.$$

Za f_2 dobimo v tem primeru

$$f_2 = \frac{b_1(d - f_1)}{d + b_1 - f_1} = 4\ \text{cm}\,\frac{10 - \frac{10}{3}}{10 + 4 - \frac{10}{3}} = 4\ \text{cm}\,\frac{20}{32} = \frac{5}{2}\ \text{cm} = 2{,}5\ \text{cm}.$$

b)
Z znanima goriščnima razdaljama sliko plamena izračunamo kot dve zaporedni preslikavi, skozi prvo lečo se plamen preslika na razdaljo

$$b = a\frac{f_1}{a - f_1} = 20\ \text{cm}\,\frac{10/3}{50/3} = 20\ \text{cm}\,\frac{1}{5} = 4\ \text{cm} \,.$$

Velikost slike plamena y' po preslikavi preko prve leče je

$$y' = y\frac{b}{a} = y\,\frac{4}{20} = \frac{1}{5}y \,.$$

Slika y' po prvi preslikavi je predmet za drugo lečo, nahaja se $a' = d - b = 6$ cm pred drugo lečo. Enačba za preslikavo preko druge leče nam da razdaljo slike za drugo lečo kot

$$b' = a'\frac{f_2}{a' - f_2} = 6\ \text{cm}\,\frac{2{,}5}{6 - 2{,}5} = 6\ \text{cm}\,\frac{5}{7} = \frac{30}{7}\ \text{cm} = 4{,}286\ \text{cm} \approx 4{,}3\ \text{cm} \,.$$

Velikost slike po preslikavi skozi drugo lečo je

$$y'' = y'\frac{b'}{a'} = y'\,\frac{30/7}{6} = \frac{5}{7}y' = \frac{5}{7}\frac{1}{5}y = \frac{1}{7}y = \frac{28\ \text{mm}}{7} = 4\ \text{mm}.$$

Slika plamena nastane 4,3 cm za krajiščem 2 in je velika 4 mm. Slika je realna in obrnjena enako kot plamen.

Zadnje povedi od tekmovalcev ne zahtevamo.

4. $m = 0,40$ kg, $k = 5,0$ N/m, $l_0 = 100$ cm, $t_0 = 0,2$ s.

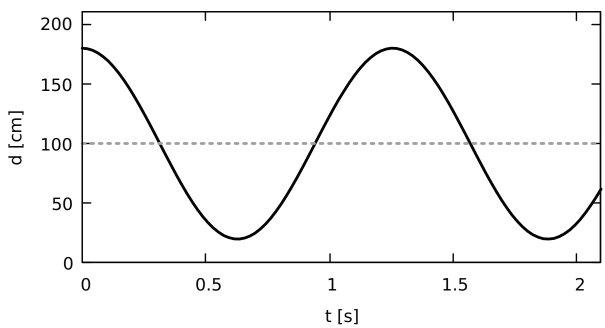
a) Pri prostem padanju sta uteži v breztežnem stanju in nihanje lahko opišemo tako, kot če bi uteži na začetku mirovali na gladki vodoravni podlagi. Ko ju zanihamo drugo proti drugi tako, da je težišče pri miru, lahko nihanje posamezne uteži opišemo kot nihanje telesa na vzmeti s polovično dolžino. Prožnostni koeficient polovične vzmeti je dvakrat večji kot koeficient celotne vzmeti, torej $k' = 2k = 10,0$ N/m. Posamezna utež niha s frekvenco

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 5,0\ \mathrm{s}^{-1}\,.$$

b) Amplituda relativnega nihanja je kar enaka začetnemu raztezku, ki meri

$$s_0 = \frac{mg}{k} = 80\ \mathrm{cm}\,.$$

Uteži nihata okoli ravnovesne lege, ki je pri medsebojni razdalji $l_0 = 100$ cm. Časovni potek kaže graf



c) Vsaka od uteži niha s polovično amplitudo relativnega nihanja, $x_0 = s_0/2$ in hkrati prosto pada s pospeškom g. Gibanje zgornje uteži lahko zapišemo kot

$$s_1(t) = x_0 \cos\omega t - x_0 - \tfrac{1}{2}gt^2\,, \qquad x_0 = \tfrac{1}{2}s_0 = 40\ \mathrm{cm},$$

pri čemer smo odšteli x_0, da zagotovimo, da je utež ob $t = 0$ v izhodišču koordinatnega sistema, v katerem os x kaže navzgor. Za spodnjo utež velja $s_2(t) = s_1(t) - d(t)$, pri čemer $d(t)$ opisuje relativno gibanje, prikazano na grafu, $d(t) = s_0 \cos\omega t + l_0 = 2x_0 \cos\omega t + l_0$. Sledi

$$s_2(t) = s_1(t) - d(t) = -x_0 \cos\omega t - x_0 - l_0 - \tfrac{1}{2}gt^2\,,$$

Vstavimo t_0 in dobimo

$$s_1(t_0) = -37,6\ \mathrm{cm} = -38\ \mathrm{cm}\,, \qquad s_2(t_0) = -180,0\ \mathrm{cm} = -180\ \mathrm{cm}\,.$$