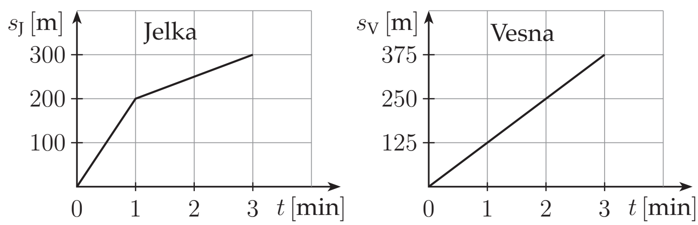
Tekmovanja

Tekmovanje iz fizike za zlato Stefanovo priznanje – državno tekmovanje

8. razred

A1 Povprečna hitrost $\bar{v}$ je razmerje med celotno potjo in časom, v katerem je pot opravljena. Jelka in Vesna kolesarita. Grafa $s_\mathrm{J}(t)$ in $s_\mathrm{V}(t)$ prikazujeta, kako naraščata Jelkina in Vesnina pot s časom. Katera izjava o njunih povprečnih hitrostih $\bar{v}_\mathrm{J}$ in $\bar{v}_\mathrm{V}$ **v prvih 2 minutah** je pravilna?



(**A**) $\bar{v}_\mathrm{J} = \bar{v}_\mathrm{V}$ (**B**) $\bar{v}_\mathrm{J} > \bar{v}_\mathrm{V}$ (**C**) $\bar{v}_\mathrm{J} < \bar{v}_\mathrm{V}$

(**D**) Iz grafov lahko določimo le povprečni hitrosti v prvih 3 minutah kolesarjenja.

A2 Maraton je dolg 26 (mednarodnih) milj in 385 jardov, kar je isto kot 42,195 km. Ena milja meri 1760 jardov, en jard meri 3 čevlje. Koliko meri 1 čevelj?

(**A**) 0,305 m (**B**) 0,914 m (**C**) 1,09 m (**D**) 3,28 m

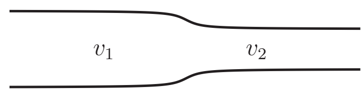
A3 Ana sedi na gugalnici (z nogami se ne dotika tal), gugalnica stoji na Zemlji. Ana ima 45 kg, gugalnica ima 20 kg, masa Zemlje pa znaša $6 \cdot 10^{24}$ kg. S kolikšno silo deluje Ana na Zemljo?

(**A**) 0 N (**B**) 450 N (**C**) 650 N (**D**) $6 \cdot 10^{25}$ N

A4 Masa suhe krede je 9,8 g, prostornina pa 6,3 cm^3. Kreda nekaj časa leži v luži in medtem vpije 1 ml vode (kot goba), pri čemer se prostornina krede ne spremeni. Kolikšna je povprečna gostota mokre krede?

(**A**) 1,34 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ (**B**) 1,48 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ (**C**) 1,56 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ (**D**) 1,71 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

A5 Vsako sekundo steče skozi posebno oblikovano cev (na sliki) $0{,}5$ litra vode. Cev ima širši in ožji del. Hitrost vode v širšem delu je v_1, v ožjem pa v_2. Katera izjava o hitrosti vode v cevi je pravilna?



(A) $v_1 < v_2$ **(B)** $v_1 = v_2$ **(C)** $v_1 > v_2$

(D) Katera hitrost je večja, je odvisno od smeri vodnega toka v cevi.

B1 *Prednapeta* vzmet je vzmet, pri kateri so navoji tesno skupaj. Raztegne se šele, ko sila F, ki jo razteza, **preseže mejno silo** F_0. Če je $F > F_0$, za vzmet velja Hookov zakon v obliki

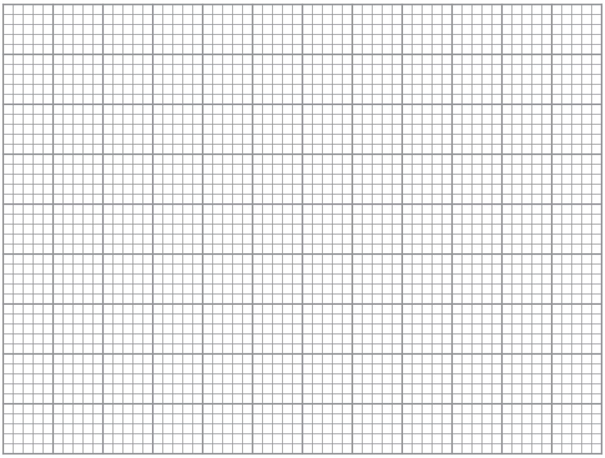
$$F - F_0 = k \cdot x\,,$$

kjer sta k koeficient in x raztezek vzmeti. Miha meri dolžino take vzmeti, ko nanjo obeša različne uteži. Svoje meritve zapiše v razpredelnico. Neraztegnjena vzmet je dolga $l_0 = 20$ cm. Masa uteži je m, dolžina vzmeti pa l.

F [N]	m [g]	l [cm]	x [cm]
	260	$23{,}8$	
	320	$27{,}5$	
	400	$32{,}5$	
	520	$40{,}0$	

(a) Dopolni razpredelnico z ustreznimi vrednostmi sile F in raztezka vzmeti x.

(b) V koordinatni sistem nariši graf, ki prikazuje, kako je dolžina vzmeti l (navpična os) odvisna od sile F, ki vzmet razteza (vodoravna os).



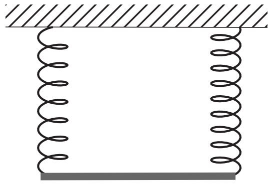
(c) Z grafa razberi, kolikšna je mejna sila F_0, in jo zapiši.

(d) Kolikšen je koeficient vzmeti k?

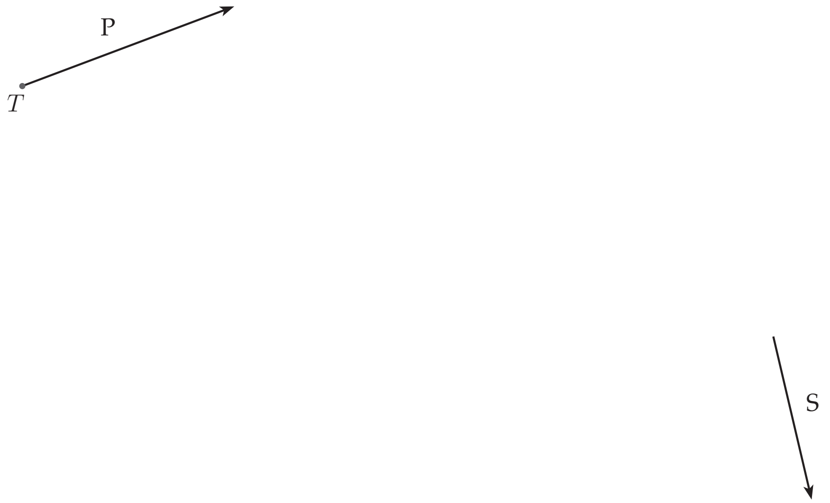
(e) Miha ima še eno prednapeto vzmet. Neraztegnjena je dolga 24 cm, mejna sila, pri kateri se začne vzmet raztezati, je 1 N, koeficient vzmeti pa znaša $0{,}35\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$. Kolikšna sila razteza to vzmet, ko je dolga 34 cm?

(f) V isti koordinatni sistem (a) nariši še za drugo vzmet s črtkano črto graf, ki prikazuje, kako je dolžina **druge** vzmeti l odvisna od sile F, ki vzmet razteza.

(g) Miha pripne prvo vzmet na levo krajišče palice, drugo pa na desno. Vzmeti visita navpično in sta z zgornjima krajiščema vpeti v vodoraven strop. Kolikšna je masa palice, če visi vodoravno? Lahko si pomagaš z grafoma.



B2 Zbiralna leča preslika predmet P v njegovo sliko S. Skica preslikave je narisana v merilu 1 : 10. Točka T leži na optični osi leče.



(a) Označi točko T', ki je slika točke T, nariši optično os in jo označi z oo.

(b) Na pravilno mesto na optični osi nariši lečo in jo označi z L.

(c) S konstrukcijo značilnih žarkov poišči obe gorišči leče ter ju označi z F_1 in F_2.

(d) Kolikšna je goriščna razdalja leče?

(e) Nekje na leči, stran od temena leče, izberi točko A in jo označi. S sklenjeno črto nariši žarek, ki gre iz točke T do točke A, skozi lečo in naprej ter ga označi z z_1.

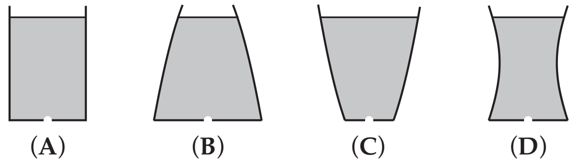
(f) S črtkano črto nariši žarek, ki gre iz vrha predmeta do točke A, skozi lečo in naprej ter ga označi z z_2.

9. razred

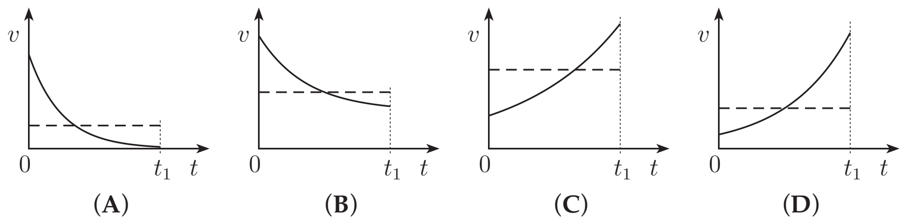
A1 Nejc miruje v počepu. V nekem trenutku se odrine tako, da se njegovo težišče giblje navpično navzgor s (povprečnim) pospeškom $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Nejc ima 50 kg. Kolikšna povprečna sila tal deluje na Nejca med odrivom?

(**A**) 200 N (**B**) 300 N (**C**) 500 N (**D**) 700 N

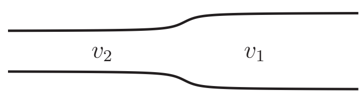
A2 Osno simetrična posoda, ki ima na dnu luknjico, je na začetku polna vode. Ko luknjico odmašimo, začne iz posode iztekati voda. Višina gladine vode v posodi se s časom niža enakomerno. Kakšne oblike je posoda?



A3 Miha je opazoval gibanje štirih parov kolesarjev in narisal grafe njihovih hitrosti $v(t)$. Hitrost prvega kolesarja v paru je narisal s sklenjeno črto, hitrost drugega pa s črtkano. V katerem paru imata kolesarja v prikazanem časovnem intervalu med $t = 0$ in t_1 enako povprečno hitrost?



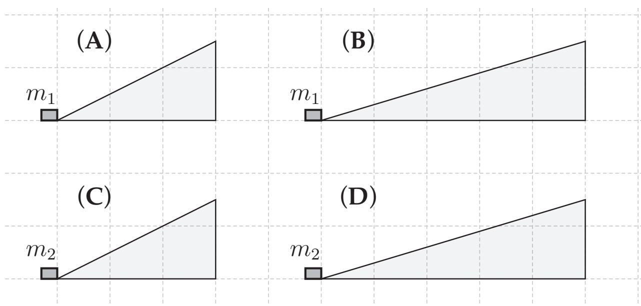
A4 Vsako sekundo steče skozi posebno oblikovano cev (na sliki) $0{,}5$ litra vode. Cev ima širši in ožji del. Hitrost vode v širšem delu je v_1, v ožjem pa v_2. Katera izjava o hitrosti vode v cevi je pravilna?



(A) $v_1 < v_2$ **(B)** $v_1 = v_2$ **(C)** $v_1 > v_2$

(D) Katera hitrost je večja, je odvisno od smeri vodnega toka v cevi.

A5 Zaboj počasi in enakomerno potiskamo od vznožja do vrha klanca s silo, ki je vzporedna s podlago (klancem). Sila trenja F_t med zabojem in podlago je sorazmerna s komponento sile teže, ki je pravokotna na podlago, $F_t = k \cdot F_{g,\perp}$, sorazmernostni koeficient k (koeficient trenja) je v vseh primerih enak. Masi zabojev sta $m_1 = 20$ kg in $m_2 = 15$ kg. V katerem primeru je opravljeno delo največje?



B1 Na steno je pritrjena lahka vzmet. Koeficient vzmeti je $1{,}25\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$. Ob drugem krajišču vzmeti, ki je skrčena za 12 cm, miruje klada z maso $0{,}5$ kg. Vzmet se sproži in odrine klado po vodoravnih tleh. Med odrivom klade od vzmeti (prvih 12 cm) je trenje zanemarljivo, potem pa ne več.

Rezultate računov postopoma vpisuj v razpredelnico.

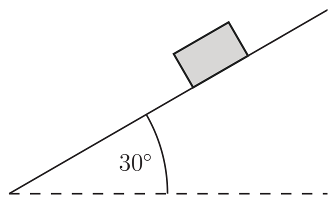
t	0	t_1	t_2	t_3	t_4
W_k [J]					
v $[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}]$					

(a) Prožnostna energija vzmeti, ki je raztegnjena ali skrčena za x, znaša $W_{pr} = \frac{1}{2}\ k \cdot x^2$, kjer je k koeficient vzmeti. Kolikšna je prožnostna energija vzmeti preden se sproži?

(b) S kolikšno hitrostjo se klada giblje takoj zatem, ko je konec odriva (ob času $t = 0$)?

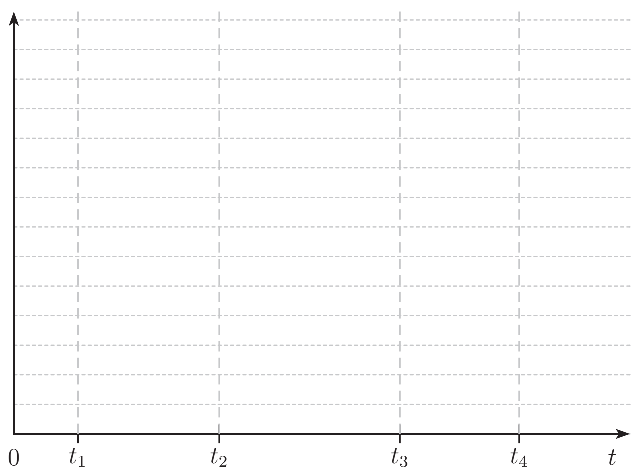
(c) Klada po odrivu od vzmeti drsi po vodoravni podlagi in ima ob času t_1, ko opravi pot 2 m in je ob vznožju klanca, še $6{,}2$ J kinetične energije. Kolikšna sila trenja deluje na klado na njeni poti od vzmeti do vznožja klanca?

(d) Na klancu, ki ima naklon $30°$, deluje na klado sila trenja $0{,}6$ N. Kolikšno pot opravi klada na klancu, preden se ob času t_2 ustavi najvišje na klancu, in kako visoko nad vodoravno podlago je tedaj?



(e) Klada zatem drsi po klancu navzdol. Nanjo deluje po velikosti enaka sila trenja kot gor grede. Kolikšno hitrost ima klada ob vznožju klanca ob t_3?

(f) Ob času t_4 se klada zaleti v vzmet. V koordinatni sistem nariši graf, ki prikazuje, kako se s časom spreminja velikost hitrosti klade od $t = 0$ do t_4. Časi t_1, t_2, t_3 in t_4 so že označeni in ti jih ni treba izračunati.



B2 Devetošolci se odpravljajo na piknik. V vodotesno prenosno hladilno torbo stresejo 4 kg ledu s temperaturo $0\,^\circ$C in v led postavijo 24 pollitrskih pločevink ledenega čaja, ki ima temperaturo $15\,^\circ$C. Pločevinasto embalažo zanemarimo.

Specifična toplota ledenega čaja je $c = 4000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$. Specifična talilna toplota vode je $q_\mathrm{t} = 336\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$. Razliko med gostoto ledenega čaja in gostoto vode lahko zanemarimo.

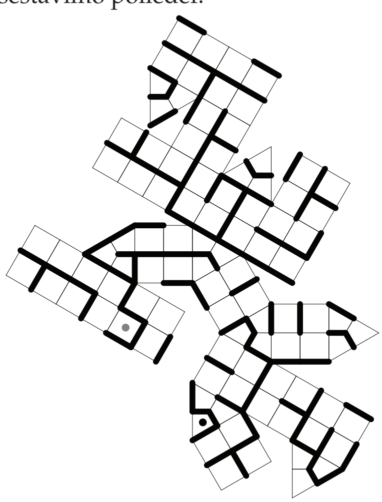
(a) Ledeni čaj se v hladilni torbi hitro ohladi. Kolikšna je temperatura čaja, ko se vzpostavi toplotno ravnovesje?
(b) Kolikšna je masa ledu, ki se pri vzpostavljanju toplotnega ravnovesja stali?
(c) Hladilna torba ima površino $0{,}94\ \mathrm{m}^2$ in stene iz 4 cm debelega stiropora. Temperatura zraka v okolici je $32\,^\circ$C. Toplotni tok P, ki teče skozi stene torbe, je premo sorazmeren z razliko med temperaturo v torbi T in temperaturo okolice T_o. Zapišemo lahko
$$P = \lambda \cdot \frac{S}{d} \cdot (T_\mathrm{o} - T)\,,$$
kjer je $\lambda = 0{,}04\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m \cdot K}}$ koeficient toplotne prevodnosti stiropora, S je površina hladilne torbe, d pa debelina sten torbe. Kolikšen je toplotni tok skozi stene torbe, dokler je v njej še led?
(d) Koliko časa je temperatura v torbi $0\,^\circ$C, če merimo čas od trenutka, ko se je vzpostavilo toplotno ravnovesje (vprašanje (a))?
(e) Koliko časa bi bila temperatura v torbi $0\,^\circ$C, če bi bile stene torbe debele 2 cm?

31. tekmovanje iz razvedrilne matematike – državno tekmovanje

6. in 7. razred

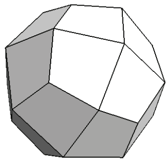
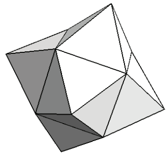
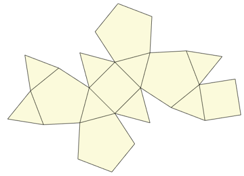
1. Labirint na poliedru

Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Virus na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku že eno leto razsaja virus. Na daljavo smo se pogovarjali s štirimi domačini, ki so povedali:

A: ″Če je C bolan, potem je B vitez.″

B: ″D je oproda ali je A zdrav.″

C: ″A je oproda in vsaj dva izmed nas sta zdrava.″

D: ″C je vitez in največ dva izmed nas sta zdrava.″

A: ″Če je vsaj eden od nas zdrav, potem je C vitez.″

Za vsakega od teh domačinov ugotovi, katere vrste je (vitez/oproda) in kakšno je njegovo zdravstveno stanje (zdrav/bolan), ter izpolni spodnjo preglednico.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje
A		
B		
C		
D		

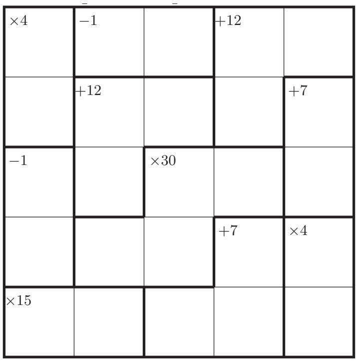
4. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh 5 števil.

B	E	A 2	B	B
E	E	C	C	D 3
E	D	A	A	D
C	A	A	C	B 1
D	E	C	D 5	B

5. Kenken

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici in vsakem stolpcu vpisanih vseh 5 števil in da bo v vsakem od likov, omejenih z odebeljenimi črtami, vsota (v primeru znaka $+$), razlika (v primeru znaka $-$) oziroma produkt (v primeru znaka $\times$) vseh števil v tem liku enaka napisanemu številu. Na primer, razlika večjega in manjšega števila v tretjem in četrtem kvadratku prvega stolpca je 1.



6. Kvadrat s produkti

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 9, tako da bo v kvadratu napisanih vseh 9 števil in da bo produkt števil v vsaki vrstici in vsakem stolpcu enak številu, napisanemu ob vrstici oziroma stolpcu.

			90
			168
			24
12	189	160	

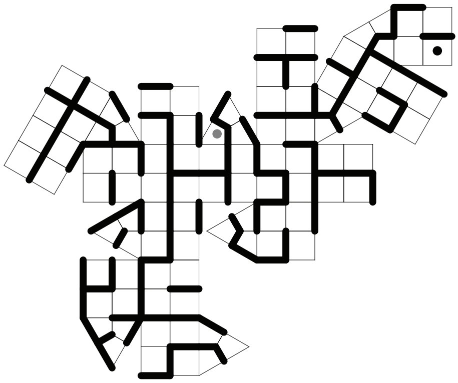
7. Račun

S pomočjo števil 3, 13, 17 in 19, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo celo število, čim bližje številu 80. Vsako od števil 3, 13, 17, in 19 lahko uporabiš največ enkrat.

8. in 9. razred

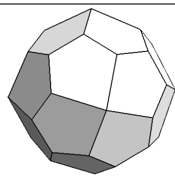
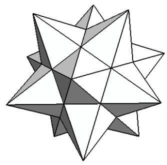
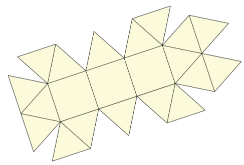
1. Labirint na poliedru

Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Virus na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku že eno leto razsaja virus. Vsak prebivalec lahko zboli največ enkrat. Na daljavo smo se pogovarjali s štirimi domačini, ki so povedali:

A: ″B je oproda, če in samo če je največ eden izmed nas bolan.″

B: ″Vsaj eden izmed nas ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikov in vsak, ki ima nameščeno aplikacijo, je oproda.″

C: ″A ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikom in vsaj polovica tistih, ki so zboleli, je že ozdravela.″

D: ″Če sta A in C oba viteza, potem je B zdrav.″

A: ″D je vitez, če in samo če je C vitez.″

B: ″Če je C zdrav, potem imajo vsaj trije izmed nas nameščeno aplikacijo za sledenje stikov.″

C: ″Sem zdrav ali pa je D bolan.″

D: ″A je oproda in vsi smo že zboleli.″

Za vsakega od teh domačinov ugotovi, katere vrste je (vitez/oproda), kakšno je njegovo zdravstveno stanje (bolan/ozdravel/ni zbolel) in ali ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikov (da/ne), ter izpolni spodnjo preglednico.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A			
B			
C			
D			

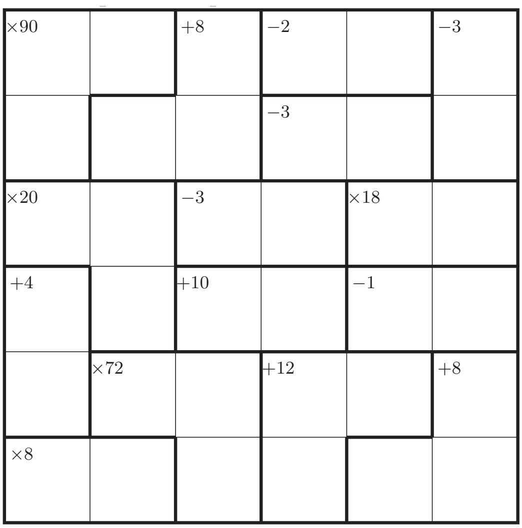
4. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh 5 števil.

E	A	C	C	B
A	D	A	E	A
B	C	D	D	B 4
B	E	E 1	A	E
B 5	D 3	C	D	C

5. Kenken

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici in vsakem stolpcu vpisanih vseh 6 števil in da bo v vsakem od likov, omejenih z odebeljenimi črtami, vsota (v primeru znaka +), razlika (v primeru znaka −) oziroma produkt (v primeru znaka ×) vseh števil v tem liku enaka napisanemu številu. Na primer, razlika večjega in manjšega števila v prvih dveh kvadratkih zadnjega stolpca je 3.



6. Kvadrat s produkti

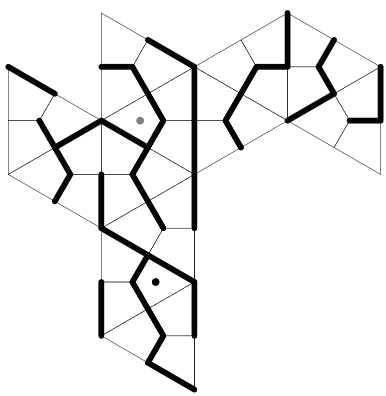
V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 16, tako da bo v kvadratu napisanih vseh 16 števil in da bo produkt števil v vsaki vrstici in vsakem stolpcu enak številu, napisanemu ob vrstici oziroma stolpcu.

				12012
				1024
				225
				7560
2184	198	3600	13440	

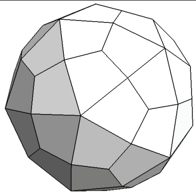
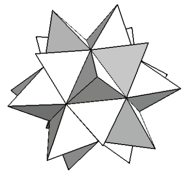
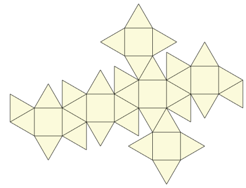
7. Račun
S pomočjo števil 6, 15, 100 in 170, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo celo število, čim bližje številu 35. Vsako od števil 6, 15, 100 in 170 lahko uporabiš največ enkrat.

1. in 2. letnik

1. Labirint na poliedru
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri
Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Virus na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku že eno leto razsaja virus. Vsak prebivalec lahko zboli največ enkrat. Na daljavo smo se pogovarjali s štirimi domačini, ki so povedali:

A: ″Vsaj trije izmed nas imamo nameščeno aplikacijo za sledenje stikov in B je oproda.″
B: ″Če je C vitez, potem sta C in D že oba zbolela.″
C: ″A je bolan ali je D oproda.″
D: ″Vsaj dva izmed nas sta že ozdravela, če in samo če ima C nameščeno aplikacijo za sledenje stikov.″
A: ″Če je D oproda, potem B ni zbolel.″
B: ″A in D imata nameščeno aplikacijo za sledenje stikov in A je zdrav.″
C: ″B ni zbolel, jaz pa sem bolan.″
D: ″Vsaj dva izmed nas sta že zbolela ali pa ima B nameščeno aplikacijo za sledenje stikov.″

Za vsakega od teh domačinov ugotovi, katere vrste je (vitez/oproda), kakšno je njegovo zdravstveno stanje (bolan/ozdravel/ni zbolel) in ali ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikov (da/ne), ter izpolni spodnjo preglednico.

Za vsako pravilno izpolnjeno polje preglednice dobiš 3 točke, za vsako nepravilno pa se ena točka odšteje.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A			
B			
C			
D			

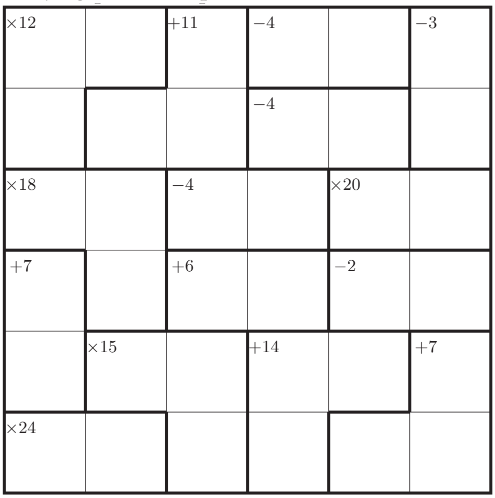
4. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh 6 števil.

A	D	B	F	D	B
E	A	C 3	E 5	E	C
F 6	F	B	F 2	E	F
B	D	A	A	D	C
D	A	B	A	D	C
F 1	B	C	E	C	E

5. Kenken

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici in vsakem stolpcu vpisanih vseh 6 števil in da bo v vsakem od likov, omejenih z odebeljenimi črtami, vsota (v primeru znaka $+$), razlika (v primeru znaka $-$) oziroma produkt (v primeru znaka $\times$) vseh števil v tem liku enaka napisanemu številu. Na primer, razlika večjega in manjšega števila v prvih dveh kvadratkih zadnjega stolpca je 3.



6. Kvadrat s produkti

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 16, tako da bo v kvadratu napisanih vseh 16 števil in da bo produkt števil v vsaki vrstici in vsakem stolpcu enak številu, napisanemu ob vrstici oziroma stolpcu.

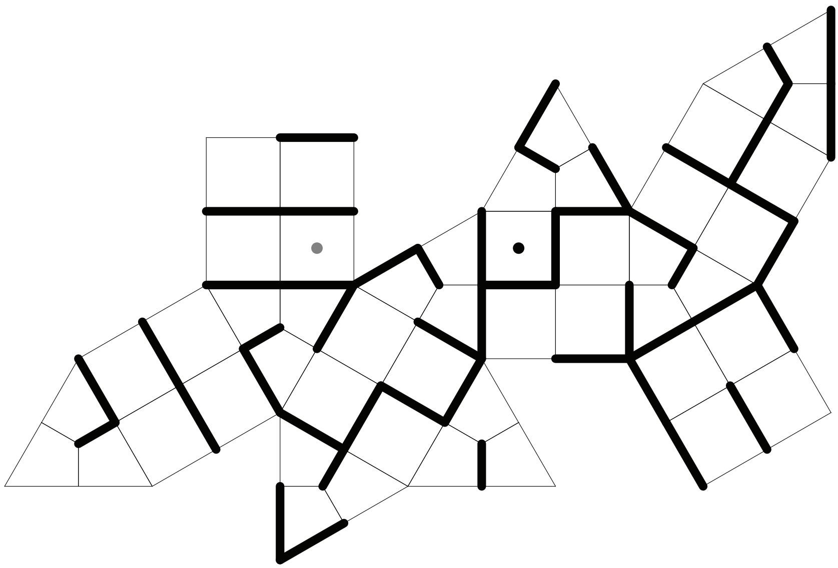
				2700
				3456
				560
				4004
9984	1120	7425	252	

7. Račun

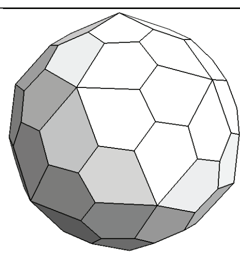
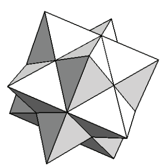
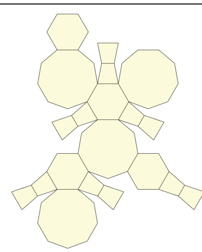
S pomočjo števil 2, 4, 15, 64 in 123, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo celo število, čim bližje številu 320. Vsako od števil 2, 4, 15, 64 in 123 lahko uporabiš največ enkrat.

3. in 4. letnik

1. Labirint na poliedru
Dan je labirint na mreži poliedra. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kako se stranice zlepijo v isti rob, ko sestavimo polieder.



2. Poliedri
Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

3. Virus na otoku vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku že eno leto razsaja virus. Vsak prebivalec lahko zboli največ enkrat. Na daljavo smo se pogovarjali s štirimi domačini, ki so povedali:

A: ”B je oproda, če in samo če nas je bila več kot polovica že bolnih.”
B: ”A je oproda in nihče od tistih izmed nas, ki ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikov, ni zbolel.”
C: ”A in B sta oba bolna ali je D vitez.”
D: ”C je oproda in več kot polovica zbolelih je že ozdravela.”
A: ”Če je D oproda, potem niti B niti C nimata nameščene aplikacije za sledenje stikov.”
B: ”Če sta C in D oba ozdravela, potem A ni zbolel.”
C: ”B je vitez in A je oproda.”
D: ”A in B sta oba oprodi ali pa sem jaz bolan.”

Za vsakega od teh domačinov ugotovi, katere vrste je (vitez/oproda), kakšno je njegovo zdravstveno stanje (bolan/ozdravel/ni zbolel) in ali ima nameščeno aplikacijo za sledenje stikov (da/ne), ter izpolni spodnjo preglednico.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A			
B			
C			
D			

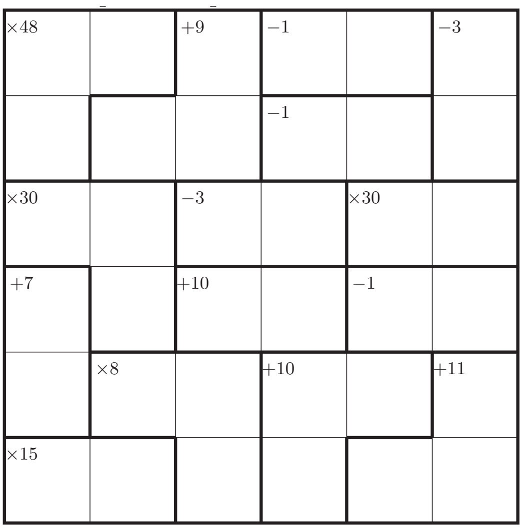
4. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh 6 števil.

F	F 1	A	B 4	D	F
D 5	E	E	F	B	E
D	B	B	E	C	B
C 2	C	C	C	F	D
D 6	E	A	B	A	A
A	C	E	D	A	F

5. Kenken

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici in vsakem stolpcu vpisanih vseh 6 števil in da bo v vsakem od likov, omejenih z odebeljenimi črtami, vsota (v primeru znaka $+$), razlika (v primeru znaka $-$) oziroma produkt (v primeru znaka $\times$) vseh števil v tem liku enaka napisanemu številu. Na primer, razlika večjega in manjšega števila v prvih dveh kvadratkih zadnjega stolpca je 3.



6. Kvadrat s produkti

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 16, tako da bo v kvadratu napisanih vseh 16 števil in da bo produkt števil v vsaki vrstici in vsakem stolpcu enak številu, napisanemu ob vrstici oziroma stolpcu.

				4032
				1456
				900
				3960
2496	12600	693	960	

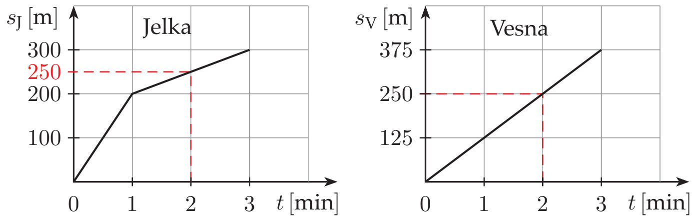
7. Račun

S pomočjo števil 14, 21, 33, 55 in 60, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo celo število, čim bližje številu 360. Vsako od števil 14, 21, 33, 55 in 60 lahko uporabiš največ enkrat.

Rešitve tekmovanja iz fizike za zlato Stefanovo priznanje – državno tekmovanje

8. razred

A1 Povprečna hitrost $\bar{v}$ je razmerje med celotno potjo in časom, v katerem je pot opravljena. V prvih 2 minutah obe kolesarki prevozita enako pot 250 m in zato sta njuni povprečni hitrosti v tem časovnem intervalu enaki (A).



A2 Maraton je dolg $s_m = 26$ (mednarodnih) milj in 385 jardov, kar je isto kot 42,195 km. Ena milja meri 1760 jardov, en jard meri 3 čevlje. Zapišemo

$$\begin{aligned} s_m &= 26 \cdot 1760 \text{ jardov} + 385 \text{ jardov} = 46\,145 \text{ jardov} = 46\,145 \cdot 3 \text{ čevlji} = \\ &= 138\,435 \text{ čevljev} = 42{,}195 \text{ km} = 42\,195 \text{ m}. \end{aligned}$$

En čevelj meri

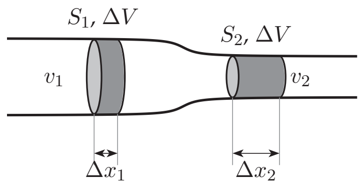
$$1 \text{ čevelj} = \frac{42\,195 \text{ m}}{138\,435} = 0{,}305\,\text{m}. \quad \text{(A)}$$

A3 Sila, s katero Ana deluje na Zemljo, je po velikosti enaka sili, s katero Zemlja deluje na Ano, torej Anini teži. Ana ima maso 45 kg in težo 450 N in tolikšna je po velikosti tudi sila Ane na Zemljo (B).

A4 Ko suha kreda z maso $m = 9{,}8$ g in prostornino $V = 6{,}3\,\text{cm}^3$ vpije 1 ml vode, se njena masa poveča za 1 g na $m' = 10{,}8$ g, njena prostornina pa se ne spremeni (kot pravi naloga). Povprečna gostota mokre krede znaša

$$\rho = \frac{m'}{V} = \frac{10{,}8\,\text{g}}{6{,}3\,\text{cm}^3} = 1{,}71\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \text{ (D)}$$

A5 Ker je voda (skoraj) nestisljiva, v vsakem časovnem intervalu Δt steče skozi vsak poljuben presek cevi S enaka prostornina vode ΔV. Skica prikazuje enaki prostornini vode $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$, ki stečeta v istem času Δt skozi dva preseka cevi S_1 in S_2: prvi (S_1) je v širokem delu in drugi (S_2) v ozkem delu cevi.

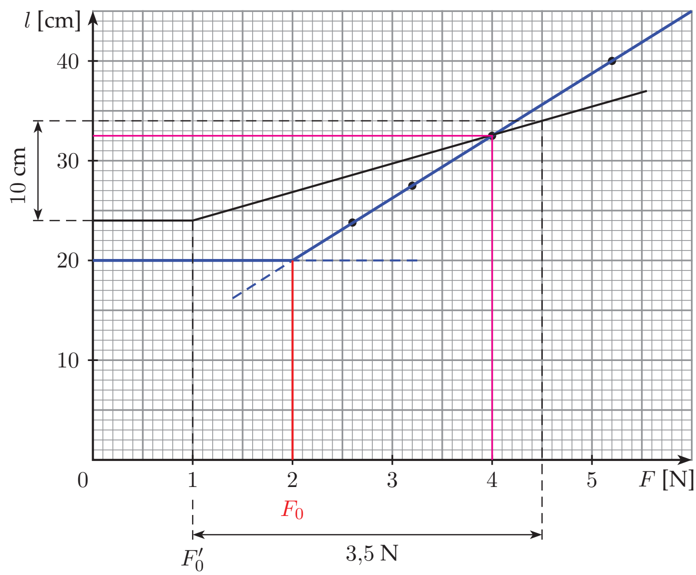


Kjer je cev ožja, je presek manjši, $S_2 < S_1$, pot Δx_2, ki jo v času Δt v ozkem delu cevi opravi voda, pa večja od poti Δx_1, ki jo v istem času opravi voda v širokem delu cevi, $\Delta x_2 > \Delta x_1$. Hitrost, s katero se giblje voda, je $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Voda se v širšem delu cevi giblje počasneje kot v širokem delu cevi: ker velja $\Delta x_1 < \Delta x_2$, je $v_1 < v_2$ (A).

B1 (a) Vzmet razteza sila nanjo obešene uteži, ki je po velikosti enaka teži uteži. Raztezek vzmeti x je razlika med dolžino raztegnjene vzmeti l in dolžino neraztegnjene vzmeti $l_0 = 20$ cm, $x = l - l_0$.

F [N]	m [g]	l [cm]	x [cm]
2,6	260	23,8	3,8
3,2	320	27,5	7,5
4,0	400	32,5	12,5
5,2	520	40,0	20,0

(b) V koordinatnem sistemu je z modro črto narisan graf, ki prikazuje, kako je dolžina vzmeti l odvisna od sile F, ki vzmet razteza. V koordinatni sistem vnesemo 4 znane točke (črne pike) in jih povežemo s premico. Upoštevamo še dolžino neraztegnjene vzmeti l_0 (vzmet ne more biti krajša od l_0, ker so pri tej dolžini navoji že tesno skupaj). Presečišče obeh ravnih črt da silo F_0.



(c) Z grafa preberemo, da je mejna sila, pri kateri se vzmet šele začne raztezati, $F_0 = 2$ N. Ta sila ustreza sili v presečišču vodoravne črte pri dolžini neraztegnjene vzmeti $l = l_0 = 20$ cm in premice, ki jo narišemo skozi znane (izmerjene) točke.

(d) Koeficient vzmeti nastopa v Hookovem zakonu prednapete vzmeti, ki ga, ko velja $F > F_0$, podaja izraz $\Delta F = F - F_0 = k \cdot x$, kjer je x raztezek vzmeti. Razpredelnici s podatki dodamo še stolpec, v katerega zapišemo silo ΔF pri danih obremenitvah. Iz Hookovega zakona izrazimo k in v izraz vstavimo znan raztezek vzmeti pri znanih silah F in F_0,

ΔF [N]	F [N]	m [g]	l [cm]	x [cm]
0,6	2,6	260	23,8	3,8
1,2	3,2	320	27,5	7,5
2,0	4,0	400	32,5	12,5
3,2	5,2	520	40,0	20,0

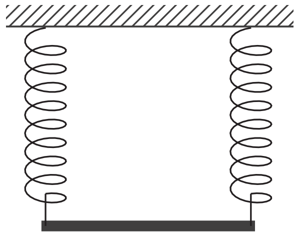
$$k = \frac{\Delta F}{x} = \frac{F - F_0}{x} = \frac{5{,}2\,\mathrm{N} - 2{,}0\,\mathrm{N}}{20{,}0\,\mathrm{cm}} = 0{,}16\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}} = 16\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.$$

(e) Druga prednapeta vzmet je neraztegnjena dolga 24 cm, raztegnjena pa 34 cm, kar pomeni, da raztezek znaša 10 cm. Vzmet se prične raztezati šele, ko sila preseže mejno vrednost $F_0' = 1$ N. Od mejne vrednosti naprej se pri povečanju sile za $0{,}35$ N vzmet raztegne za 1 cm; pri povečanju sile za $\Delta F' = 3{,}5$ N se vzmet raztegne sorazmerno več, za $10 \cdot 1$ cm$= 10$ cm $= 0{,}1$ m. Ko je vzmet raztegnjena za 10 cm, deluje nanjo sila

$$F' = F_0' + \Delta F' = 1\,\mathrm{N} + 3{,}5\,\mathrm{N} = 4{,}5\,\mathrm{N}.$$

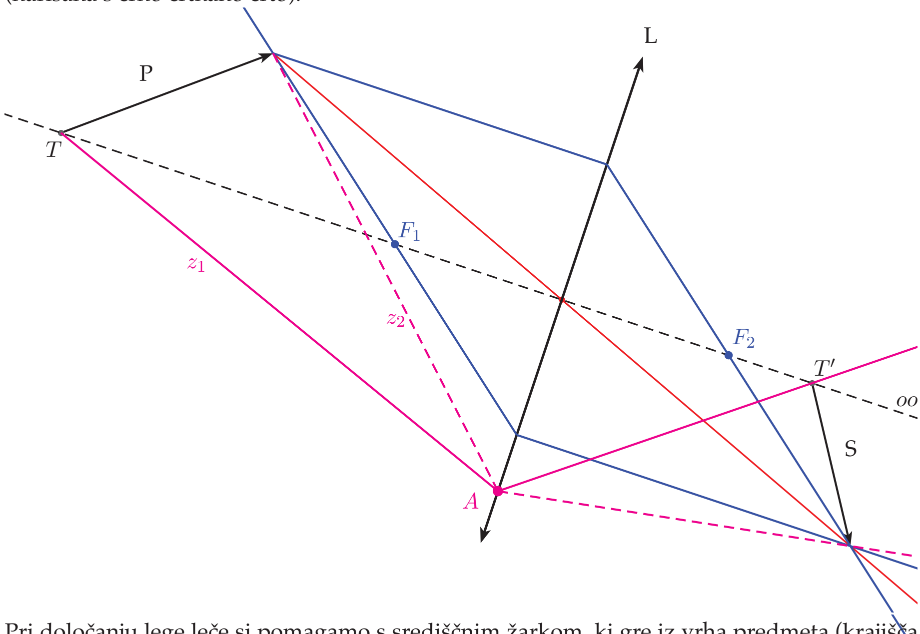
(f) V koordinatnem sistemu pri (a) je s črno črto narisan graf, ki prikazuje, kako je dolžina druge vzmeti odvisna od sile, ki jo razteza.

(g) Palica je s svojima krajiščema pripeta na raztegnjeni prednapeti vzmeti. Ker sta vzmeti na palico pripeti simetrično, sila posamezne vzmeti uravnoveša natanko polovico teže palice. To pomeni, da sta sili, ki raztezata posamezno vzmet, po velikosti enaki (teža palice je po velikosti enaka njuni vsoti). Poleg tega vemo, da je lega palice vodoravna, vzmeti pa sta vpeti v vodoraven strop. To oboje skupaj pomeni, da sta tudi dolžini vzmeti enaki. Grafa $l(F)$ za obe vzmeti se sekata v točki, ki ustreza tej situaciji (enaki sili in dolžini vzmeti) in je na sliki pri (a) označena z vijolično črto: sila, ki razteza posamezno vzmet, meri 4 N, teža palice je 8 N, njena masa pa $0{,}8$ kg.



(Pri odčitavanju z grafov se nismo dosti zmotili: izračun sile, ki razteza vzmet, da rezultat $4{,}02$ N.)

B2 (a) Točka T, ki leži na (spodnjem) krajišču predmeta in optični osi leče, se preslika v točko T', ki leži na spodnjem krajišču slike in optični osi leče. Optična os je premica skozi točki T in T' (narisana s črno črtkano črto).



(b) Pri določanju lege leče si pomagamo s središčnim žarkom, ki gre iz vrha predmeta (krajišča puščice) naravnost skozi lečo do vrha slike. Na skici je ta žarek narisan z rdečo sklenjeno črto. Leča L leži v presečišču središčnega žarka z optično osjo in je nanjo pravokotna.

(c) Gorišči leče poiščemo s konstrukcijo značilnih žarkov, vzporednega in goriščnega (oba sta narisana z modro sklenjeno črto, goriščnega rišemo vzvratno – začnemo z risanjem vzporednice optični osi, ki gre skozi vrh slike).

(d) Razdalja med goriščema F_1 in F_2 je enaka dvema goriščnima razdaljama in na skici meri 6 cm. Goriščna razdalja na skici je 3 cm; ko upoštevamo še merilo 1 : 10, dobimo $f = 30$ cm.

(e) Z vijolično sklenjeno črto je narisan žarek z_1, ki gre iz točke T skozi lečo v točki A in optično os seka v točki T'.

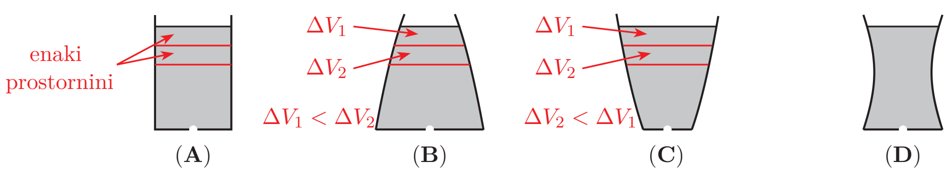
(f) Z vijolično črtkano črto je narisan žarek z_2, ki gre iz vrha predmeta skozi lečo v točki A in naprej do vrha slike.

9. razred

A1 Nejc ima maso $m = 50$ kg in se giblje navzgor s pospeškom $a = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, torej nanj deluje navzgor usmerjena rezultanta sil $F_r = m \cdot a = 200$ N. K rezultanti sil $\vec{F}_r$ prispevata dve sili: navzdol deluje sila teže $F_g = 500$ N, navzgor pa sila podlage $\vec{F}_p$, ki deluje v smeri gibanja in pospeška, $\vec{F}_r = \vec{F}_g + \vec{F}_p$. (Silo podlage, s katero tla delujejo na Nejca med odrivom, povzroči Nejc, ko sam med odrivom deluje na tla s silo, ki je večja od njegove teže. Po 3. Newtonovem zakonu je sila podlage na Nejca po velikosti enaka sili, s katero Nejčeva stopala delujejo na tla.) Ker delujeta sila teže in sila podlage v nasprotnih smereh, je velikost rezultante F_r enaka razliki med velikostjo sile podlage F_p in velikostjo težo F_g. Velja torej $F_r = F_p - F_g$, odkoder dobimo

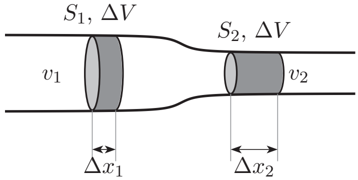
$$F_p = F_r + F_g = 200\,\text{N} + 500\,\text{N} = 700\,\text{N}\,(\text{D}).$$

A2 Hitrost, s katero skozi luknjico iz posode izteka voda, je tem večja, čim večji je tlak v posodi pri luknjici, ta pa je tem večji, čim višje nad luknjico je gladina vode. Čim večja je hitrost iztekanja, tem več vode izteče. Ko luknjico odmašimo, je gladina najvišje nad luknjico, tlak v posodi pri luknjici je največji, hitrost iztekanja vode je največja in v določenem časovnem intervalu izteče največ vode, zaradi česar se gladina vode v posodi zniža. V naslednjem enako dolgem časovnem intervalu bo izteklo manj vode, ker je gladina že nižje kot prej, tlak pri luknjici je manjši kot prej in hitrost iztekanja vode je manjša. Če naj se gladina vode niža enakomerno (v naslednjem časovnem intervalu enako kot v prejšnjem), mora biti posoda pri vrhu najširša (ker na začetku voda izteka hitreje in je v istem času izteče več) in proti dnu vedno ožja. Taka je le posoda na sliki (C).



A3 Povprečna hitrost kolesarjev je enaka, če v enakem časovnem intervalu (med $t = 0$ in t_1) kolesarja opravita enako pot $s(t_1)$. Na grafu hitrosti v odvisnosti od časa $v(t)$ ustreza pot $s(t_1)$ ploščini pod grafom $v(t)$ na območju med $t = 0$ in t_1. Če je ploščina pod krivuljama enaka, to pomeni, da imata kolesarja v tem časovnem intervalu enako povprečno hitrost. Grafa kolesarjev, ki imata enako povprečno hitrost, sta na sliki (A).

A4 Ker je voda (skoraj) nestisljiva, v vsakem časovnem intervalu Δt steče skozi vsak poljuben presek cevi S enaka prostornina vode ΔV. Skica prikazuje enaki prostornini vode $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$, ki stečeta v istem času Δt skozi dva preseka cevi S_1 in S_2: prvi (S_1) je v širokem delu in drugi (S_2) v ozkem delu cevi.



Kjer je cev ožja, je presek manjši, $S_2 < S_1$, pot Δx_2, ki jo v času Δt v ozkem delu cevi opravi voda, pa večja od poti Δx_1, ki jo v istem času opravi voda v širokem delu cevi, $\Delta x_2 > \Delta x_1$. Hitrost, s katero se giblje voda, je $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Voda se v širšem delu cevi giblje počasneje kot v širokem delu cevi: ker velja $\Delta x_1 < \Delta x_2$, je $v_1 < v_2$ (A).

A5 Uporabimo izrek o W_k in W_p: sprememba vsote W_k in W_p telesa je enaka delu vseh zunanjih sil, ki delujejo na telo, razen sile teže. Na zaboj, ki ga sila $\vec{F}$ potiska po klancu navzgor, delujejo 4 sile: sila $\vec{F}$, teža $\vec{F_g}$, sila trenja $\vec{F_{tr}}$ in pravokotna sila podlage $\vec{F}_{p,\perp}$. Delo pravokotne sile podlage je enako 0 (ker je sila pravokotna na pot). Delo razen teže opravita sila $\vec{F}$ in sila trenja $\vec{F_{tr}}$. Zaboj se giblje (poljubno) počasi, zato se njegova kinetična energija ne spremeni (in ostaja zanemarljiva). Spremeni se njegova W_p. Zapišemo lahko $\Delta W_p = A_F + A_{tr}$ in

$$A_F = \Delta W_p - A_{tr} = \Delta W_p + |A_{tr}|\,,$$

kjer smo upoštevali predznak dela sile trenja ($A_{tr} < 0$, ker deluje sila $\vec{F_{tr}}$ v nasprotni smeri, kot se premika zaboj). V vseh primerih je klanec enako visok in ker velja $m_1 > m_2$, je ΔW_p v primerih (A) in (B) (zaboj z maso m_1) enaka in večja kot v primerih (C) in (D) (zaboj z maso m_2). Za velikost dela sile trenja $|A_{tr}|$ pa ugotovimo, da je v primeru (B) večje kot v primeru (A) (in tudi večje kot v primerih (C) in (D), kjer je sila trenja manjša, ker je zaboj lažji). Delo sile trenja je po velikosti tem večje, čim večja je sila trenja in čim daljša je pot. V primeru (B) je sila trenja večja kot v primeru (A), saj je sorazmerna statični komponenti teže, ki je pri položnejšem klancu večja. Hkrati je v primeru (B) daljša tudi pot.

Največ dela pri potiskanju zaboja na vrh klanca opravi sila, s katero potiskamo zaboj v primeru (B).

B1 (a) Prožnostna energija vzmeti s koeficientom $k = 1{,}25\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, ki je skrčena za $x = 12$ cm, znaša

$$W_{pr} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}25\,\text{kN} \cdot (12\,\text{cm})^2 = \frac{1}{2} \cdot 1250\,\text{N} \cdot (0{,}12\,\text{m})^2 = 9\,\text{J}.$$

(b) Vzmet s prožnostno energijo W_{pr} lahko opravi delo, ki je po velikosti enako njeni prožnostni energiji. To delo vzmet opravi na kladi med odrivom. Ker je med odrivom klade od vzmeti trenje zanemarljivo, ima klada po odrivu kinetično energijo $W_{k,0} = W_{pr} = 9$ J. Hitrost, s katero se klada z maso $m = 0{,}5$ kg giblje takoj po odrivu (ob $t = 0$), je

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{k,0}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9\,\text{J}}{0{,}5\,\text{kg}}} = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

(c) Na vodoravni poti dolžine $s_0 = 2$ m od vzmeti do vznožja klanca se kinetična energija klade zmanjša z začetne $W_{k,0} = 9$ J ob času $t = 0$ na $W_{k,1} = 6{,}2$ J ob času t_1, ko je klada ob vznožju klanca. Izguba energije je na račun (negativnega) dela sile trenja $\vec{F}_{t,0}$: velja $A_{t,0} = -F_{t,0} \cdot s_0 = \Delta W_k = W_{k,1} - W_{k,0} = -2{,}8$ J in

$$F_{t,0} = \frac{-\Delta W_k}{s_0} = \frac{2{,}8\,\text{J}}{2\,\text{m}} = 1{,}4\,\text{N}.$$

(d) Kladi se med njenim gibanjem po vodoravni podlagi kinetična energija manjša zaradi dela, ki ga na klado med drsenjem opravlja sila trenja (klada prejema negativno delo sile trenja). Ko se klada giblje na klancu, pa se kinetična energija klade spreminja zaradi dela sile trenja in dela sile teže (oziroma dinamične komponente sile teže). Zaradi dela sile trenja se mehanska energija izgublja, zaradi dela sile teže pa se kinetične energija klade spreminja v njeno potencialno energijo (ali obratno, ko se klada giblje po klancu navzdol). Uporabimo lahko bodisi izrek o kinetični energiji (klade; $\Delta W_k = A$, kjer je A delo vseh zunanjih sil, ki delujejo na klado) bodisi izrek o kinetični in potencialni energiji (klade; $\Delta(W_k + W_p) = A'$, kjer je A' delo vseh zunanjih sil, ki delujejo na klado, razen teže). Nekaj manj *dela* imamo z uporabo slednjega, saj je delo vseh zunanjih sil na klado razen njene teže le delo sile trenja, ki deluje na klado na klancu.

Izberimo, da je potencialna energija klade na dnu klanca enaka $W_{p,1} = 0$. Na dnu klanca ob t_1 ima klada le kinetično energijo $W_{k,1} = 6{,}2$ J. Na vrhu klanca (na višini h nad vodoravno podlago) se klada ob t_2 ustavi in je njena kinetična energija $W_{k,2} = 0$, ima pa potencialno energijo $W_{p,2} = m \cdot g \cdot h$. Potencialna energija klade na vrhu klanca je za delo sile trenja na klancu $A_{t,1}$ (če smo natančni, za absolutno vrednost dela sile trenja $|A_{t,1}|$) manjša od $W_{k,1}$; zapišemo lahko

$$W_{p,2} = m \cdot g \cdot h = W_{k,1} - |A_{t,1}|.$$

Ker je naklon klanca 30°, je največja višina h nad podlago, do katere se klada na klancu vzpne, enaka polovici poti s_1, ki jo klada na klancu opravi, $h = \frac{1}{2}\, s_1$. Delo sile trenja na klado pri gibanju od vznožja klanca do najvišje lege na klancu je $A_{t,1} = -F_{t,1} \cdot s_1 = -F_{t,1} \cdot 2 \cdot h$, kjer je velikost sile trenja $F_{t,1} = 0{,}6$ J. Vstavimo izraz za $A_{t,1}$ v izraz za potencialno energijo klade na vrhu klanca,

$$m \cdot g \cdot h = W_{k,1} - F_{t,1} \cdot 2 \cdot h\,,$$

na obeh straneh enbačbe prištejemo $F_{t,1} \cdot 2 \cdot h$,

$$m \cdot g \cdot h + F_{t,1} \cdot 2 \cdot h = h \cdot (m \cdot g + F_{t,1} \cdot 2) = W_{k,1}\,,$$

ter izrazimo h,

$$h = \frac{W_{k,1}}{m \cdot g + F_{t,1} \cdot 2} = \frac{6{,}2\,\mathrm{J}}{5\,\mathrm{N}\ +\ 2 \cdot 0{,}6\,\mathrm{N}} = 1\,\mathrm{m}.$$

Pot, ki jo klada opravi na klancu, preden se ustavi, znaša $s_1 = 2 \cdot h = 2$ m.

(e) Med drsenjem klade po klancu navzdol deluje na klado po velikosti enaka sila trenja kot gor grede in tudi pot s_1, ki jo klada opravi, je enaka. Zato je med drsenjem klade navzdol tudi delo sile trenja enako kot med gibanjem klade navzgor,

$$A_{t,2} = A_{t,1} = (-)F_{t,1} \cdot s_1 = (-)\,0{,}6\,\mathrm{N}\ \cdot\ 2\,\mathrm{m}\ = (-)\,1{,}2\,\mathrm{J}.$$

Med drsenjem klade od vznožja klanca do vrha se mehanska energija klade zmanjša za delo sile trenja $A_{t,1} = (-)\,1{,}2$ J, med drsenjem klade z vrha klanca do vznožja pa še za prav toliko, $A_{t,2} = (-)\,1{,}2$ J. V trenutku t_3, ko je klada ponovno pri vznožju klanca, njena kinetična energija znaša $W_{k,3} = W_{k,1} - |A_{t,1}| - |A_{t,2}| = 3{,}8$ J. Iz kinetične energije izračunamo hitrost klade $v_3 = 3{,}9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(f) Hitrost klade ob časih $t = 0$, t_1, t_2 in t_3 smo izračunali iz kinetične energije klade ob teh časih ($v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}}$) in jih vpisali v razpredelnico. Ko se klada giblje od vznožja klanca nazaj proti vzmeti, izgubi zaradi dela sile trenja na poti $s_0 = 2$ m toliko energije, kot je je izgubila pri gibanju od vzmeti do vznožja klanca po odrivu, torej $\Delta W_k = -2{,}8$ J. Ko ob t_4 pridrsi nazaj do vzmeti, ima kinetično energijo $W_{k,4} = W_{k,3} - \Delta W_k = 1$ J in hitrost $v_4 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

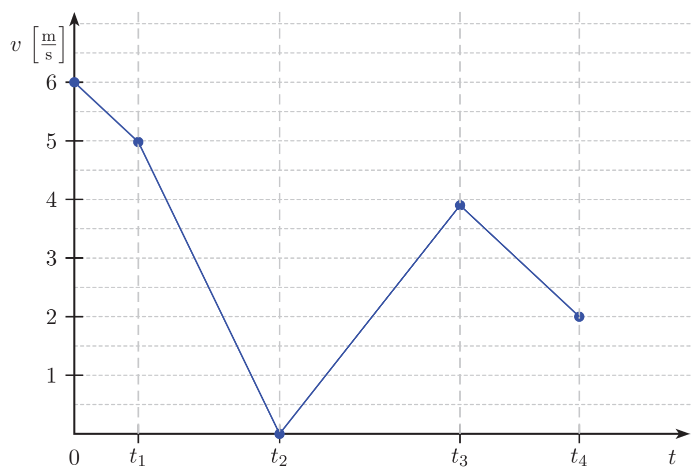
Vse hitrosti vnesemo v graf pri ustreznih časih in med njimi potegnemo odsekoma ravno črto. Gibanje klade je na vseh delih poti enakomerno pospešeno, ker na posameznih odsekih poti na klado deluje stalna rezultanta sil v smeri (ali proti smeri) gibanja.

t	0	t_1	t_2	t_3	t_4
W_k [J]	9,0	6,2	0	3,8	1,0
v $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$	6,0	4,98	0	3,90	2,0

Opomba: te rešitve so nastale potem, ko so bile tekmovalne pole že natisnjene in poslane na šole, zato nismo odpravili napake, ki se je prikradla v pole; čas t_4 je bil v polah označen narobe (prevelik). Zato se določena podrobnost grafa $v(t)$, ki bi jo lahko napovedali vnaprej, na polah ne opazi, če so tekmovalci upoštevali navodila, da so vsi časi že označeni. Prav to, da se ta podrobnost ne opazi, je botrovalo temu, da smo napako sploh odkrili.

Ta podrobnost je povezana s strmino grafa na dveh odsekih: med $t = 0$ in t_1 ter med t_3 in t_4. Strmina teh dveh odsekov je v grafu s pravilno označenim časom t_4 (grafom v teh rešitvah) enaka; na polah tekmovalcev pa ne. Pravilno je, da je enaka, ker se na obeh vodoravnih odsekih poti (od vzmeti do vznožja klanca in nazaj) klada giblje z istim pojemkom, ki je posledica delovanja sile trenja v smeri, nasprotni smeri gibanja klade in ki je pri gibanju v obe smeri po velikosti enaka.

Druga podrobnost grafa je, da hitrost klade pada hitreje, ko se klada giblje po klancu navgor (med t_1 in t_2), kot narašča tedaj, ko se giblje po klancu navzdol (med t_2 in t_3). Pri gibanju po klancu navzgor klado ustavljata dve sili; dinamična komponenta teže in sila trenja. Pri gibanju po klancu navzdol pa sta ti dve sili nasprotno usmerjeni, zato je njuna rezultanta manjša, manjši pa je tudi pospešek klade.



B2 (a) Ledeni čaj, ki se zaradi ledu v torbi ohlaja, oddaja toploto ledu, ki se zato tali. Čaj se lahko ohladi kvečjemu do temperature $0\,^\circ\mathrm{C}$, torej za največ $\Delta T_{\mathrm{l\check{c}}} = 15\,^\circ\mathrm{C}$. Izračunajmo, koliko toplote odda ledeni čaj, ki se ohladi za $\Delta T_{\mathrm{l\check{c}}} = 15\,^\circ\mathrm{C}$ (in upoštevajmo, da je skupna masa ledenega čaja v 24 pollitrskih pločevinkah $m_{\mathrm{l\check{c}}} = 12\,\mathrm{kg}$):

$$Q_{\mathrm{l\check{c}}} = m_{\mathrm{l\check{c}}} \cdot c_{\mathrm{c}} \cdot \Delta T_{\mathrm{l\check{c}}} = 12\,\mathrm{kg} \cdot 4000\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} \cdot 15\,\mathrm{K} = 720\,000\,\mathrm{J} = 720\,\mathrm{kJ}\,,$$

kjer je c specifična toplota ledenega čaja. Izračunajmo še, koliko toplote bi moral prejeti led, da bi se v celoti stalil:

$$Q_{\mathrm{l}} = m_{\mathrm{l}} \cdot q_{\mathrm{t}} = 4\,\mathrm{kg} \cdot 336\,000\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} = 1\,344\,000\,\mathrm{J} = 1\,344\,\mathrm{kJ}\,,$$

kjer je $m_{\mathrm{l}} = 4$ kg masa ledu v torbi in q_{t} specifična talilna toplota vode (ledu). Ker je toplota Q_{l}, ki jo potrebuje led, da se v celoti stali, večja od toplote $Q_{\mathrm{l\check{c}}}$, ki jo odda ledeni čaj med ohlajanjem s svoje začetne temperature $T_{\mathrm{l\check{c}}} = 15\,^\circ\mathrm{C}$ na temperaturo $0\,^\circ\mathrm{C}$, je po vzpostavitvi toplotnega ravnovesja temperatura ledenega čaja v torbi $0\,^\circ\mathrm{C}$ (led pa se še ni v celoti stalil).

(b) Toploto $Q_{\mathrm{l\check{c}}}$, ki jo med svojim ohlajanjem z začetne temperature 15°C na temperaturo 0°C odda ledeni čaj, prejme led, ki se stali. Maso ledu m_{l1}, ki se zaradi prejete toplote stali, izrazimo iz zveze

$$Q_{\mathrm{l\check{c}}} = m_{\mathrm{l1}} \cdot q_{\mathrm{t}}\,.$$

Masa ledu m_{l1}, ki se stali, je enaka

$$m_{\mathrm{l1}} = \frac{Q_{\mathrm{l\check{c}}}}{q_{\mathrm{t}}} = \frac{720\,\mathrm{kJ}}{336\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}} = 2{,}14\,\mathrm{kg}\,.$$

(c) Dokler je v torbi še led, je temperatura v torbi enaka $T = 0\,^\circ\mathrm{C}$, temperatura v okolici pa je $T_{\mathrm{o}} = 32\,^\circ\mathrm{C}$ (se ne spreminja). Površina sten torbe je $S = 0{,}94\ \mathrm{m}^2$, debelina sten je $d = 4$ cm, koeficient toplotne prevodnosti stiropora, iz katerega so stene torbe, je $\lambda = 0{,}04\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}$. Naštete vrednosti količin vstavimo v izraz za toplotni tok, ki teče skozi stene torbe iz okolice v torbo,

$$P = \lambda \cdot \frac{S}{d} \cdot (T_{\mathrm{o}} - T) = 0{,}04\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}} \cdot \frac{0{,}94\,\mathrm{m}^2}{0{,}04\,\mathrm{m}} \cdot 32\,\mathrm{K} = 30{,}1\,\mathrm{W}\,.$$

(d) Temperatura v torbi je enaka $0\,^\circ\mathrm{C}$, dokler se led tali. Da se stali led z maso $m_{\mathrm{l2}} = m_{\mathrm{l}} - m_{\mathrm{l1}} = 1{,}86$ kg (kolikor ga je v torbi v trenutku, ko se vzpostavi toplotno ravnovesje s čajem), je potrebna toplota

$$Q_{\mathrm{l2}} = m_{\mathrm{l2}} \cdot q_t = 1{,}86\,\mathrm{kg} \cdot 336\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 625\,\mathrm{kJ}\,.$$

Toplota prehaja iz okolice v torbo skozi njene stene s toplotnim tokom, izračunanim pri (c). Čas Δt, v katerem preide v torbo dovolj toplote, da se stali ves led, izračunamo iz definicije toplotnega toka

$$P = \frac{Q_{\mathrm{l2}}}{\Delta t}\,.$$

Torej je čas Δt, v katerem je v torbi temperatura $0\,^\circ\mathrm{C}$, enak

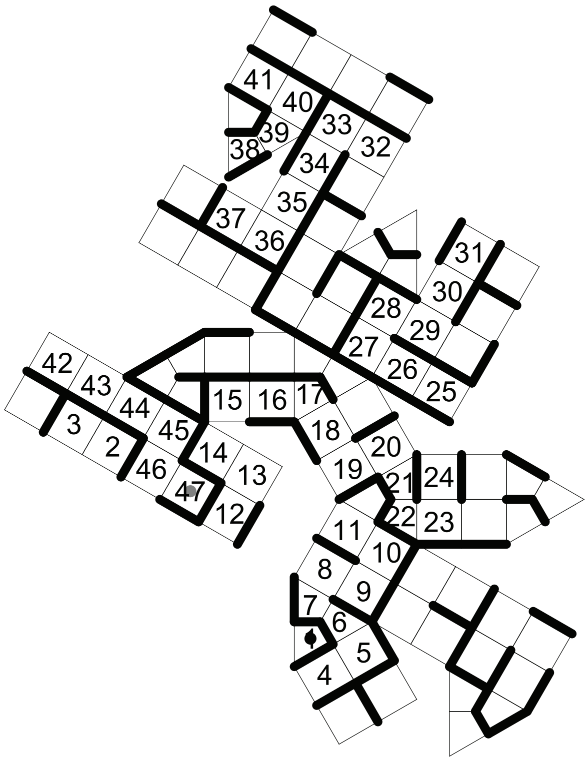
$$\Delta t = \frac{Q_{\mathrm{l2}}}{P} = \frac{625\,\mathrm{kJ}}{30{,}1\,\mathrm{W}} = 20764\,\mathrm{s} = 346\,\mathrm{min} = 5\,\mathrm{h}\,46\,\mathrm{min}\,.$$

(e) Če bi bile stene torbe debele le pol toliko, kot so ($d' = \frac{1}{2}\,d = 2\,\mathrm{cm}$), bi bil toplotni tok 2-krat tolikšen, kot je, $P' = 2 \cdot P$. To pomeni, da bi v enakem časovnem intervalu skozi stene torbe prešlo 2-krat toliko toplote kot prej. Skupni čas, v katerem bi v torbo prešlo dovolj toplote, da se stali ves led, pa bi se razpolovil, $\Delta t' = \frac{1}{2}\,\Delta t = 2$ h 53 min.

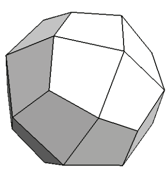
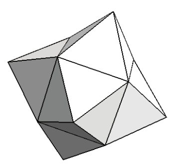
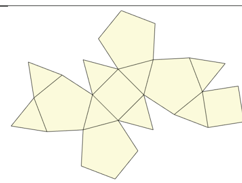
Rešitve 31. tekmovanja iz razvedrilne matematike – državno tekmovanje

6. in 7. razred

1.



2.

Polieder			
Število mejnih ploskev	24	24	14
Število oglišč	26	14	14
Število robov	48	36	26

3.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje
A	vitez	bolan
B	vitez	bolan
C	oproda	bolan
D	oproda	bolan

4.

B 4	E 1	A 2	B 3	B 5
E 2	E 5	C 1	C 4	D 3
E 3	D 2	A 5	A 1	D 4
C 5	A 3	A 4	C 2	B 1
D 1	E 4	C 3	D 5	B 2

5.

$\times 4$ 4	-1 1	2	$+12$ 5	3
1	$+12$ 5	3	4	$+7$ 2
-1 2	4	$\times 30$ 1	3	5
3	2	5	$+7$ 1	$\times 4$ 4
$\times 15$ 5	3	4	2	1

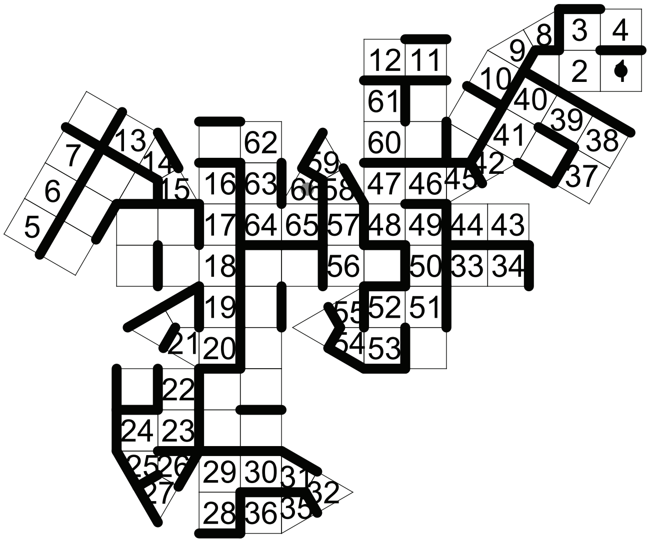
6.

2	9	5	90
6	7	4	168
1	3	8	24
12	189	160	

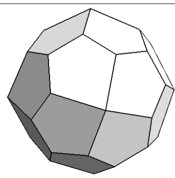
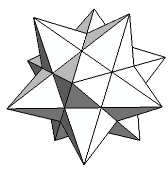
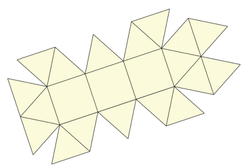
7. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 80, saj je $(13 \cdot 17 + 19) : 3 = 80$. Možno je sestaviti tudi račune z rezultati 71, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 83, 84, 87 in 88.

8. in 9. razred

1.



2.

Polieder			
Število mejnih ploskev	24	60	21
Število oglišč	38	32	14
Število robov	60	90	33

3.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A	oproda	ozdravel	ne
B	vitez	ozdravel	ne
C	oproda	bolan	da
D	vitez	ozdravel	ne

4.

E 4	A 2	C 5	C 3	B 1
A 1	D 4	A 3	E 2	A 5
B 3	C 1	D 2	D 5	B 4
B 2	E 5	E 1	A 4	E 3
B 5	D 3	C 4	D 1	C 2

5.

$\times 90$ 6	3	$+8$ 5	-2 2	4	-3 1
5	2	1	-3 3	6	4
$\times 20$ 4	1	-3 2	5	$\times 18$ 3	6
$+4$ 1	5	$+10$ 6	4	-1 2	3
3	$\times 72$ 6	4	$+12$ 1	5	$+8$ 2
$\times 8$ 2	4	3	6	1	5

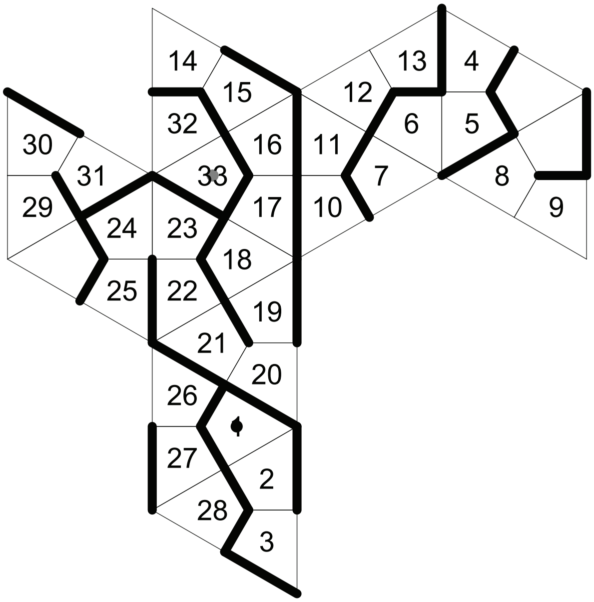
6.

13	11	6	14	12012
8	2	4	16	1024
3	1	15	5	225
7	9	10	12	7560
2184	198	3600	13440	

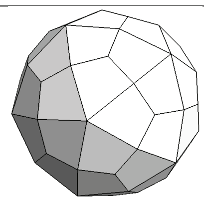
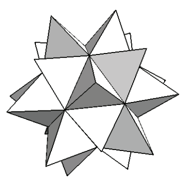
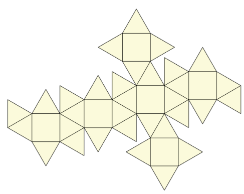
7. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 35, saj je $170 : 6 + 100 : 15 = 35$.
Možno je sestaviti tudi račune z rezultati 28, 30, 32 in 40.

1. in 2. letnik

1.



2.

Polieder			
Število mejnih ploskev	60	60	38
Število oglišč	62	32	24
Število robov	120	90	60

3.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A	vitez	bolan	da
B	oproda	ni zbolel	da
C	vitez	bolan	ne
D	vitez	ni zbolel	da

4.

A^5	D^1	B^6	F^4	D^3	B^2
E^2	A^6	C^3	E^5	E^1	C^4
F^6	F^3	B^1	F^2	E^4	F^5
B^3	D^5	A^4	A^1	D^2	C^6
D^4	A^2	B^5	A^3	D^6	C^1
F^1	B^4	C^2	E^6	C^5	E^3

5.

$\times 12$ 4	1	$+11$ 5	-4 6	2	-3 3
3	2	4	-4 1	5	6
$\times 18$ 1	3	-4 6	2	$\times 20$ 4	5
$+7$ 5	6	$+6$ 2	4	-2 3	1
2	$\times 15$ 5	1	$+14$ 3	6	$+7$ 4
$\times 24$ 6	4	3	5	1	2

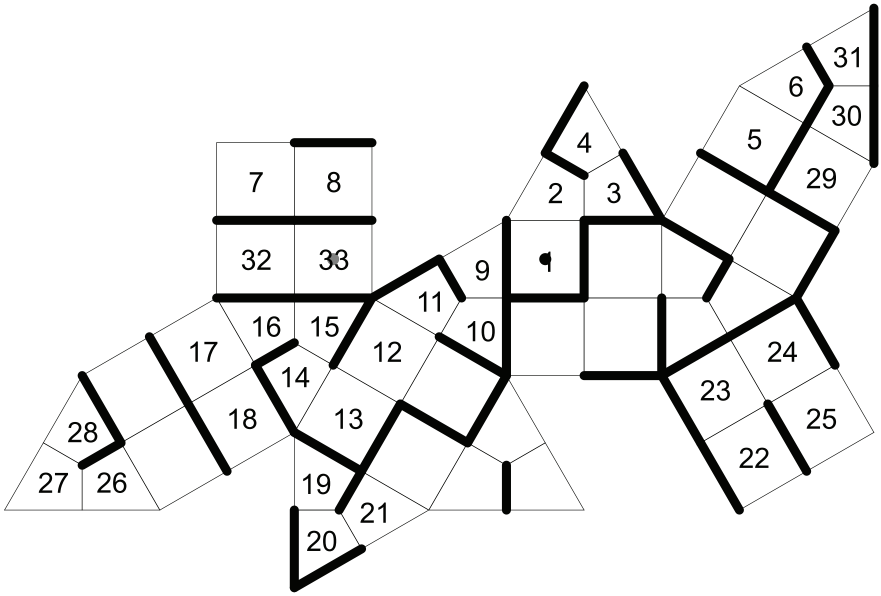
6.

6	10	15	3	2700
16	2	9	12	3456
8	14	5	1	560
13	4	11	7	4004
9984	1120	7425	252	

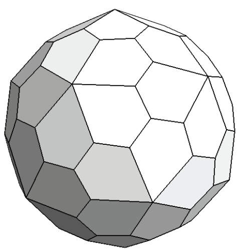
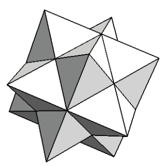
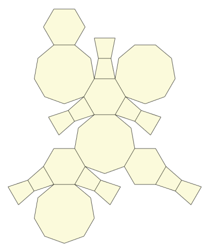
7. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 320, saj je $64 : (123 : 15 - 2 \cdot 4) = 320$.
Možno je sestaviti tudi račune z rezultati 311, 314, 316, 317, 318, 319, 321, 324, 325, 327 in 329.

3. in 4. letnik

1.



2.

Polieder			
Število mejnih ploskev	60	48	20
Število oglišč	92	26	36
Število robov	150	72	54

3.

	vrsta domačina	zdravstveno stanje	aplikacija
A	oproda	bolan	ne
B	vitez	bolan	ne
C	vitez	ni zbolel	da
D	oproda	ozdravel	ne

4.

F 3	F 1	A 6	B 4	D 2	F 5
D 5	E 3	E 1	F 2	B 6	E 4
D 4	B 2	B 5	E 6	C 1	B 3
C 2	C 6	C 3	C 5	F 4	D 1
D 6	E 5	A 4	B 1	A 3	A 2
A 1	C 4	E 2	D 3	A 5	F 6

5.

$\times 48$ 4	6	$+9$ 5	-1 2	3	-3 1
2	1	3	-1 5	6	4
$\times 30$ 3	2	-3 4	1	$\times 30$ 5	6
$+7$ 1	5	$+10$ 6	4	-1 2	3
6	$\times 8$ 4	2	$+10$ 3	1	$+11$ 5
$\times 15$ 5	3	1	6	4	2

6.

16	12	7	3	4032
13	14	1	8	1456
2	5	9	10	900
6	15	11	4	3960
2496	12600	693	960	

7. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 360, saj je $60 : (55 : 33 - 21 : 14) = 360$. Možno je sestaviti tudi račune z rezultati 352, 354, 357, 358, 363, 364, 365, 366, 367 in 368.