# Tekmovanja

## 56. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije – šolsko tekmovanje

### Skupina I

1. Kolona tovornjakov vozi po desnem pasu na avtocesti s stalno hitrostjo 90 km/h, osebni avtomobili vozijo po levem prehitevalnem pasu s stalno hitrostjo 120 km/h. Dolžino avtomobila zanemarimo.

   a) Kolikšna je dolžina kolone, če avtomobil vozi mimo 24 s?

   b) Voznik avtomobila opazi, da se bo cesta zožila v ena sam pas, na katerem je omejitev hitrosti 90 km/h. S kolikšnim pojemkom mora zavirati, da bo imel na koncu prehitevanja ravno hitrost 90 km/h, če prične zavirati na začetku kolone, konča pa na varnostni razdalji pred prvim tovornjakom. Varnostna razdalja je enaka poti, ki jo (tovornjak) prevozi v dveh sekundah.

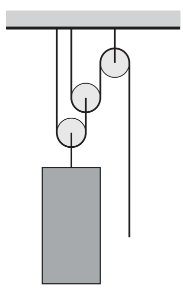
   c) Kolikšna je razdalja od mesta, kjer začne prehitevati, do zožitve, da manever pri b) ravno uspe?

2. Matej na strop pritrdi sistem treh škripcev. Škripec na desni je pritrjen na strop, medtem ko sta levi in srednji škripec prosto gibljiva (glej sliko). Levi škripec Matej pritrdi na breme, ki stoji na tleh. Prosti del vrvi na desni vleče navpično navzdol. Sila, s katero vleče vrv, je največ 400 N. V a) in b) delu naloge maso škripcev in vrvi zanemari.

   a) Največ kolikšna je lahko masa bremena, da ga Matej s škripčevjem še uspe dvigniti s tal?

   b) Ko Matej počasi dviguje najtežje breme, ki ga še lahko dviga, se mu dlani vse bolj potijo, zato mu v nekem trenutku vrv začne drseti med dlanmi. Sila trenja med dlanmi in vrvjo je takrat 310 N. S kolikšnim pospeškom pada breme?

   c) V tem delu naloge upoštevaj maso škripcev, masa vsakega je 3,0 kg. Matej priveže na levi škripec breme z maso 200 kg. Breme je pretežko, da bi ga lahko dvignil s tal celo, ko vleče prosti del vrvi navpično navzdol z največjo možno silo 400 N. Katera od treh vrvi, ki so pritrjene na strop (leva, srednja ali desna), je takrat napeta z največjo silo? Kolikšna je ta sila?



3. Hokejist Andrej z maso (skupaj z opremo) 80 kg miruje tik ob steni. Branilec nasprotnega moštva z maso 100 kg se zaleti vanj s hitrostjo 8,0 m/s. Pri trku se igralca sprimeta. V nalogi upoštevaj, da se ob trku enega ali več hokejistov v steno hokejisti v smeri pravokotno na steno vedno ustavijo.

   a) S kolikšno povprečno silo je med trkom deloval branilec na mirujočega Andreja, če se je pred trkom gibal v smeri pravokotno na steno in se je ustavil po 0,50 s?

   b) S kolikšno komponento hitrosti vzporedno s steno se gibljeta sprijeta hokejista takoj po trku, če se je pred trkom branilec gibal pod kotom 30° glede na steno z enako hitrostjo kot pri a), Andrej pa je s hitrostjo 6,0 m/s drsal tik ob steni v smeri proti branilcu? Trenje med steno in hokejistoma in med ledom in hokejistoma je zanemarljivo.

c) Čas trka hokejistov v b) delu naloge je 0,80 s. Kolikšna je povprečna komponenta sile, s katero branilec med trkom deluje na Andreja vzporedno s steno? Kolikšna je povprečna komponenta sile, s katero branilec med trkom deluje na Andreja pravokotno na steno?

d) Vsaj kolikšen bi moral biti koeficient lepenja med steno in hokejistoma, da bi sprijeta hokejista pri trku obmirovala ob steni?

## Skupina II

1. Na vir stalne napetosti 10 V vežemo na različne načine 4 enake upornike z uporom 200 Ω. Pri vseh delih naloge morajo biti v vezju vezani vsi štirje uporniki in skozi vsak upornik mora teči električni tok. Vezave s kratkimi stiki torej v nalogi štejemo kot nepravilne.

   a) Nariši shemi tistih dveh vezav, pri katerih teče skozi vir napetosti največji (A) in najmanjši (B) tok. Shemi označi s črkama A in B. Kolikšna sta tok skozi vir v vezavi A in tok skozi vir v vezavi B?

   b) Nariši še 4 med seboj različne, a drugačne vezave kot v a) delu naloge in za vsako izračunaj in zapiši tok, ki teče skozi vir.

   c) Nariši vezavo, pri kateri je moč vira enaka kot v primeru, ko je na vir priključen samo en upornik z uporom 200 Ω.

2. Ploščati kondenzator s ploščino posamezne plošče 0,10 $m^2$ in z razmikom med ploščama 1,0 mm vežemo zaporedno z upornikom z uporom 10 MΩ na vir enosmerne napetosti 6,0 kV.

   a) Kolikšen naboj se nabere na kondenzatorju?

   b) Iz vezja odklopimo vir in plošči razmaknemo na razdaljo 2,5 mm. Kolikšna je sedaj napetost in kolikšen je naboj na kondenzatorju?

   c) Kondenzator z zaporedno vezanim upornikom iz b) dela naloge ponovno priključimo na isti vir napetosti. Kolikšen je začetni tok, ki steče skozi upornik?

   d) Nedvoumno zapiši smer toka v delu c) glede na smer prvotnega toka v a) delu naloge.

   e) Nato v vezje s kondenzatorjem iz c) dela naloge vežemo vzporedno s kondenzatorjem še en upornik z uporom 20 MΩ. Kolikšna sta v tem vezju napetost in naboj na kondenzatorju?

3. Stekleno posodo v obliki valja z maso 35 kg, višino 200 cm in s polmerom osnovne ploskve 15 cm previdno položimo na gladino vode z odprtino navzdol, da pri tem nič zraka ne uide iz posode (glej sliko). Posodo podpiramo, da se ne prevrne in je dno ves čas vodoravno, vendar je ne dvigamo.

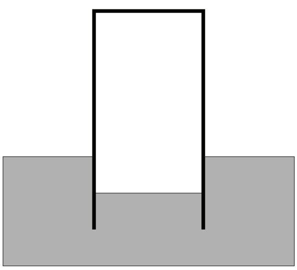
   a) Za koliko je v ravnovesju gladina vode v posodi nižja od gladine okoliške vode?

   b) Koliko pod gladino okoliške vode je v ravnovesju spodnji rob posode? Zunanji zračni tlak je 100 kPa, temperatura zraka in vode je 15 °C.

   c) Vodo počasi segrejemo na temperaturo 25 °C. Za koliko se posoda dvigne ali spusti glede na lego v b) delu naloge, ko se temperatura zraka v posodi izenači s temperaturo vode?

   d) Koliko dela pri tem opravi zrak v posodi?

   e) Koliko toplote pri tem sprejme zrak v posodi?



Vzgon potopljenih sten posode zanemari, prav tako zanemari maso zraka v posodi v primerjavi z maso posode. Specifična toplota plina pri konstantni prostornini je $c_v = \frac{R}{(\kappa-1)M}$ in pri konstantnem tlaku $c_p = \frac{\kappa R}{(\kappa-1)M}$.

## Skupina III

1. Balon, ki prazen tehta 1,0 g, napolnimo s helijem do prostornine 5,0 L.

   a) Kolikšna je masa helija v balonu, če je temperatura helija 20 °C in tlak 100 kPa. Kilomolska masa helija je 4,0 kg/kmol.

   b) Balon privežemo na lahko elastično vrvico z dolžino 100 cm. Ko se balon umiri, je vrvica raztegnjena za 5,0 cm. Kolikšen je prožnostni koeficient vrvice? Temperatura in tlak v balonu in v okoliškem zraku sta enaka. Kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol.

   c) Balon potisnemo iz ravnovesne lege navzdol za 2 cm. S kolikšno frekvenco zaniha, ko ga spustimo?

   Privzemi, da upor zraka ne vpliva na frekvenco nihanja in da je masa zraka, ki niha skupaj z balonom, zanemarljiva.

2. Zbiralna leča ima goriščno razdaljo 12 cm. V oddaljenosti 36 cm pred središčem leče postavimo pravokotno na optično os leče 9 cm visok predmet.

   a) V kolikšni oddaljenosti od leče nastane realna slika in kako velika je?

   b) Za lečo (na drugo stran leče, kot je predmet) postavimo ravno zrcalo, ki je od leče oddaljeno 20 cm. Koliko realnih slik nastane, na kateri strani leče in v kolikšni oddaljenosti od leče so?

   c) Zrcalo približamo leči na novo razdaljo 16 cm, predmet ostane na istem mestu kot prej. Koliko realnih slik nastane, na kateri strani leče in v kolikšni oddaljenosti od leče so?

3. Na strop je na lahko neprevodno neraztegljivo vrvico z dolžino 100 cm obešena majhna neprevodna kroglica z maso 1,0 g in nabojem $e_1 = +8{,}0 \cdot 10^{-8}$ As. Na razdalji 60 cm od navpične vrvice premikamo v navpični smeri drugo majhno nabito kroglico z nabojem $e_2$.

   a) Kolikšen je naboj $e_2$, če sta kroglici na enaki višini takrat, ko je razdalja med kroglicama 10 cm? Kolikšen kot tedaj oklepa vrvica z navpičnico?

   b) Kroglico z nabojem $e_2$ odstranimo. Kolikšen naboj $e_3$ moramo postaviti na razdaljo 60 cm od navpične vrvice 100 cm pod stropom, da se bo kroglica na vrvici umirila na istem mestu, kjer miruje v a) delu naloge?

   c) Kroglico z nabojem $e_3$ odstranimo in na njeno mesto postavimo kroglico z nabojem $e_2$ iz a) dela naloge. Oceni na 0,1° natančno, za koliko je od navpičnice odklonjena vrvica s kroglico v tem primeru. Upoštevaj, da se vrvica odkloni od navpičnice za majhen kot.

---

# Tekmovanje srednješolcev v znanju fizika – šolsko tekmovanje Čmrlj

**1.** Prostorninski tok pove, kolikšna prostornina tekočine preteče skozi opazovani presek vsako sekundo [$m^3$/s], masni tok pove, kolikšna masa tekočine preteče skozi opazovani presek vsako sekundo [kg/s]. Kolikšen je masni tok reke Pake v Velenju, če je njen prostorninski tok 0,32 $m^3$/s?

(**A**) 0,00032 kg/s. (**B**) 0,32 kg/s. (**C**) 3,2 kg/s. (**D**) 32 kg/s. (**E**) 320 kg/s.

**2.** Raketa z maso 2000 ton se tik po izstrelitvi z Zemljinega površja giblje s pospeškom 5 m/s$^2$ v smeri navpično navzgor. Kolikšna je potisna sila raketnih motorjev?

(**A**) 9 MN. (**B**) 10 MN. (**C**) 20 MN. (**D**) 30 MN.

(**E**) Na voljo je premalo podatkov.

**3.** Računalniški monitor v stanju pripravljenosti deluje z močjo 0,5 W. Približno koliko električnega dela prejme v takem stanju v enem dnevu?

(**A**) 720 J. (**B**) 43 kJ. (**C**) 86 kJ. (**D**) 170 kJ.

(**E**) Monitor ne prejema električnega dela, ampak le električni tok.

**4.** V posodi s kvadratnim dnom s stranico 10 cm je voda in vanjo popolnoma potopljen kamen s prostornino 30 cm$^3$. Izmerimo, da je gladina vode 2,0 cm nad dnom posode. Nato vodo skupaj s kamnom prelijemo v posodo s kvadratnim dnom s stranico 5,0 cm. Na kolikšni višini je gladina vode?

(**A**) 1,0 cm. (**B**) 4,0 cm. (**C**) 5,2 cm. (**D**) 6,8 cm. (**E**) 8,0 cm.

**5.** Kroglo z maso 13 kg in prostornino 5,6 dm$^3$ vržemo v vodo v plavalnem bazenu. S kolikšno silo krogla pritiska na dno bazena, ko tam obmiruje?

(**A**) 56 N. (**B**) 74 N. (**C**) 130 N. (**D**) 186 N.

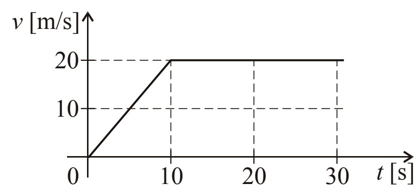
(**E**) Krogla ne pritiska na dno, saj plava na gladini.

**6.** Ko se v neznani homogeni kapljevini potopimo do globine $h$, izmerimo tam tlak 1090 mbar, na globini $3h$ pa tlak 1250 mbar. Kolikšen je tlak na gladini kapljevine?

(**A**) 970 mbar. (**B**) 990 mbar. (**C**) 1010 mbar. (**D**) 1030 mbar.

(**E**) Ni dovolj podatkov.

**7.** Avtobus spelje z avtobusne postaje. Graf kaže, kako se mu pri tem spreminja hitrost. Kolikšno pot prevozi v prvih 20 sekundah?



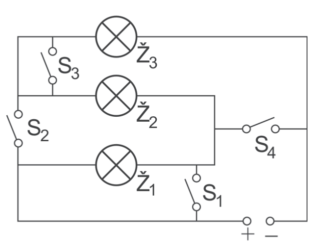

(**A**) 200 m. (**B**) 300 m. (**C**) 400 m.

(**D**) 500 m. (**E**) 600 m.

**8.** Plavalec skoči s skakalnice. Ko je 5 m nad vodno gladino, je njegova hitrost 4,8 m/s. Približno kolikšna je njegova hitrost, ko je 3 m nad gladino, če zračni upor zanemarimo?

(**A**) 8 m/s. (**B**) 11 m/s. (**C**) 13 m/s. (**D**) 15 m/s. (**E**) 24 m/s.

**9.** Tri enake žarnice in štiri enaka stikala vežemo v vezje, kot kaže slika. Katero stikalo moramo vklopiti, da bo žarnica $\check{Z}_1$ svetila močneje, kot sveti v prikazanem vezju?




(**A**) $S_1$. (**B**) $S_2$.

(**C**) $S_3$. (**D**) $S_4$.

(**E**) V nobenem primeru žarnica $\check{Z}_1$ ne bo svetila močneje.

**10.** Majhna žarnica sveti, če skoznjo teče tok vsaj 200 mA. Ko je žarnica vezana neposredno na baterijo, skoznjo teče tok 300 mA. Dve taki žarnici vežemo vzporedno na baterijo. Katera od spodnjih trditev je pravilna?

(**A**) Žarnici ne svetita, ker skoznju ne teče tok.

(**B**) Žarnici ne svetita, ker skozi vsako teče premajhen tok.

(**C**) Žarnici ne svetita, ker je na vsaki premajhna napetost.

(**D**) Sveti samo tista žarnica, ki je bliže pozitivnemu priključku baterije.

(**E**) Vsaka žarnica sveti približno enako kot prej ena sama, le baterija se bo prej izpraznila.

**11.** Steklena plošča prepusti 90 % svetlobe, ki vpada pravokotno na ploščo. Koliko svetlobe, ki vpada pravokotno nanje, prepustijo štiri take steklene plošče, postavljene druga za drugo na majhni medsebojni razdalji?

(**A**) 60 %. (**B**) 66 %. (**C**) 73 %. (**D**) 90 %. (**E**) 360 %.

**12.** Opazujemo dve majhni nabiti kovinski kroglici A in B. Kroglica A je pritrjena in ves čas miruje. Kroglico B premikamo po prostoru in merimo, kako se sila $F$, s katero A deluje na B, spreminja v odvisnosti od razdalje med kroglicama $r$. Meritve so zbrane v tabeli:

| $r$ | 2,0 cm | 2,8 cm | 3,5 cm |
|---|---|---|---|
| $F$ | 0,43 N | 0,22 N | 0,14 N |

Iz meritev lahko sklepamo, da je sila $F$ kroglice A na kroglico B premo sorazmerna z

(**A**) $r$. (**B**) $r^2$. (**C**) $\sqrt{r}$. (**D**) $\frac{1}{r}$. (**E**) $\frac{1}{r^2}$.

**13.** Pravilno nadaljuj stavek:
Predmet iz snovi z negativnim temperaturnim razteznostnim koeficientom se bo pri ohlajanju ...

(**A**) ... krčil. (**B**) ... segreval. (**C**) ... raztezal. (**D**) ... ukrivljal.

(**E**) Nič od naštetega.

**14.** Na tanko zbiralno lečo z goriščno razdaljo 20 cm vpada vzdolž optične osi vzporeden snop svetlobe. Na kolikšno razdaljo za lečo moramo pravokotno na optično os postaviti ravno zrcalo, da se bo odbita svetloba po ponovnem prehodu skozi lečo širila v snopu, vzporednem z optično osjo?

(**A**) 40 cm za lečo. (**B**) 20 cm za lečo. (**C**) 10 cm za lečo. (**D**) Tik za lečo.

(**E**) Z ravnim zrcalom nikjer za lečo ne moremo doseči željenega učinka.

**15.** Na svoji mizi najdeš pozabljen list papirja, na katerem je zapisana enačba

$$T = \frac{2\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/\,(kg\,K)} \cdot 40\,\mathrm{K}}{3\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/\,(kg\,K)}}\ .$$

Kakšno bi lahko bilo besedilo naloge?

(**A**) Koliko toplote odda 2 kg železa med ohlajanjem za 40 °C, če ga ohlajamo v 3 kg vode?

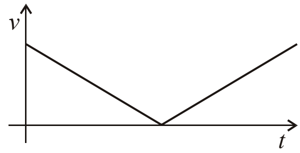
(**B**) Kolikšna je končna temperatura 3 kg vode, če vanjo vržemo 2 kg železa s temperaturo 40 °C?

(**C**) Za koliko se segreje 3 kg vode, če vanjo vržemo 2 kg železa, v času, ko se železo ohladi za 40 °C?

(**D**) Kolikšna je zmesna temperatura, če v 3 kg vode pri 20 °C damo 2 kg železa s temperaturo 60 °C?

(**E**) Za koliko se segreje 3 kg železa, če ga polijemo z 2 kg vroče vode, in vemo, da se je voda pri tem ohladila za 40 °C?

**16.** Na sliki je graf velikosti hitrosti v odvisnosti od časa. Katero od spodaj naštetih gibanj nima takega grafa?




(**A**) Žogico vržemo navpično navzgor. Opazujemo gibanje do vrnitve žogice v roko.

(**B**) Avtomobilček potisnemo po klancu navzgor. Opazujemo gibanje do vrnitve avtomobilčka na začetno mesto.

(**C**) Idealno prožno žogico spustimo, da prosto pada proti tlom in se od tal prožno odbije. Opazujemo gibanje do vrnitve žogice nazaj v roko.

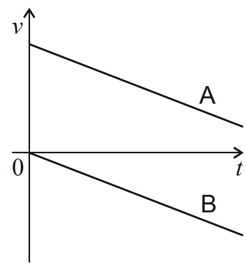
(**D**) Avtomobil zavira z nekim pojemkom, se ustavi in takoj nato pospešuje s pospeškom, ki je po velikosti enak pojemku, s katerim je zaviral.

(**E**) Voziček na vodoravnem tiru, privezan na utež preko škripca, potisnemo stran od škripca. Opazujemo gibanje do povratka vozička na začetno mesto.

**17.** Če avtomobil pade v vodo, je težko odpreti vrata. S približno kolikšno dodatno silo voda pritiska na vrata, če je streha avtomobila en meter pod gladino? Upoštevaj, da je v avtomobilu zrak pri normalnem zračnem tlaku, da segajo vrata navpično od dna do strehe avtomobila in da avtomobil ni nagnjen, ampak sta tako dno kot streha avtomobila vodoravni. Avtomobilska vrata so pravokotne oblike in imajo površino 0,90 $m^2$ ter višino 1,1 m.

(**A**) 5 kN. (**B**) 9 kN. (**C**) 14 kN. (**D**) 19 kN. (**E**) 24 kN.

**18.** Narisani sta hitrosti v odvisnosti od časa za telesi A in B, ki se gibljeta po isti premici. Za katero izmed trditev samo na podlagi grafa ne moremo ugotoviti, ali je pravilna ali napačna? Vse trditve se nanašajo samo na čas, za katerega sta na grafu prikazani obe hitrosti.




(**A**) Telo A se ustavi.

(**B**) Telo B se giblje vse počasneje.

(**C**) Telesi A in B se med gibanjem srečata.

(**D**) Telesi A in B se gibljeta v nasprotnih smereh.

(**E**) Telesi A in B sta ves čas enako oddaljeni med seboj.

**19.** Vodoravna magnetna igla kompasa je vrtljiva okoli navpične osi in v mirovanju kaže v smeri vodoravne komponente magnetnega polja. Če jo malo zavrtimo iz ravnovesne lege, zaniha z nihajnim časom, ki je odvisen od velikosti vodoravne komponente magnetnega polja: čim večje je magnetno polje, tem manjši je nihajni čas. V magnetnem polju Zemlje igla niha z nihajnim časom $t_0$. Kompas postavimo v vodoravno homogeno magnetno polje tuljave $\vec{B}_t$, ki je po velikosti enako vodoravni komponenti magnetnega polja Zemlje $\vec{B}_z$. Katera trditev o nihajnem času igle v tuljavi $t_t$ je pravilna?

(**A**) Vedno, ko je $\vec{B}_t$ vzporeden $\vec{B}_z$, je $t_t > t_0$.

(**B**) Vedno, ko je $\vec{B}_t$ vzporeden $\vec{B}_z$, je $t_t < t_0$.

(**C**) Vedno, ko je $\vec{B}_t$ pravokoten na $\vec{B}_z$, je $t_t > t_0$.

(**D**) Vedno, ko je $\vec{B}_t$ pravokoten na $\vec{B}_z$, je $t_t = t_0$.

(**E**) Vedno, ko je $\vec{B}_t$ pravokoten na $\vec{B}_z$, je $t_t < t_0$.

**20.** Kapljevino A s temperaturo 100 °C, specifično toploto 500 J/(kg K) in z maso 1 kg zlijemo v kapljevino B, ki ima maso med 1 kg in 2 kg, temperaturo 0 °C in specifično toploto med 250 J/(kg K) in 500 J/(kg K). Kaj lahko povemo o možnem izidu poskusa?

(**A**) Zmesna temperatura bo 50 °C.

(**B**) Zmesna temperatura bo med 0 °C in 50 °C.

(**C**) Zmesna temperatura bo med 50 °C in 100 °C.

(**D**) Iz podatkov ne moremo napovedati, ali bo zmesna temperatura nad ali pod 50 °C, a lahko določimo spodnjo in zgornjo mejo zmesne temperature.

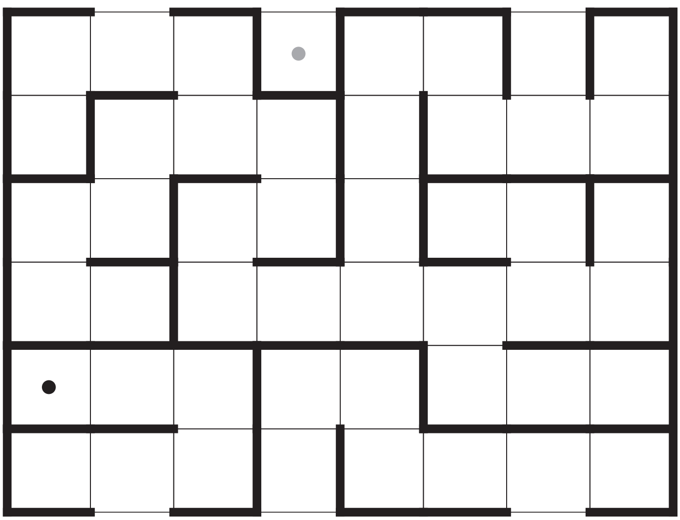
(**E**) Iz podatkov ne moremo povedati ničesar o intervalu temperatur, znotraj katerega bo zmesna temperatura.

## 28. tekmovanje iz razvedrilne matematike – šolsko tekmovanje

### 6. in 7. razred osnovne šole

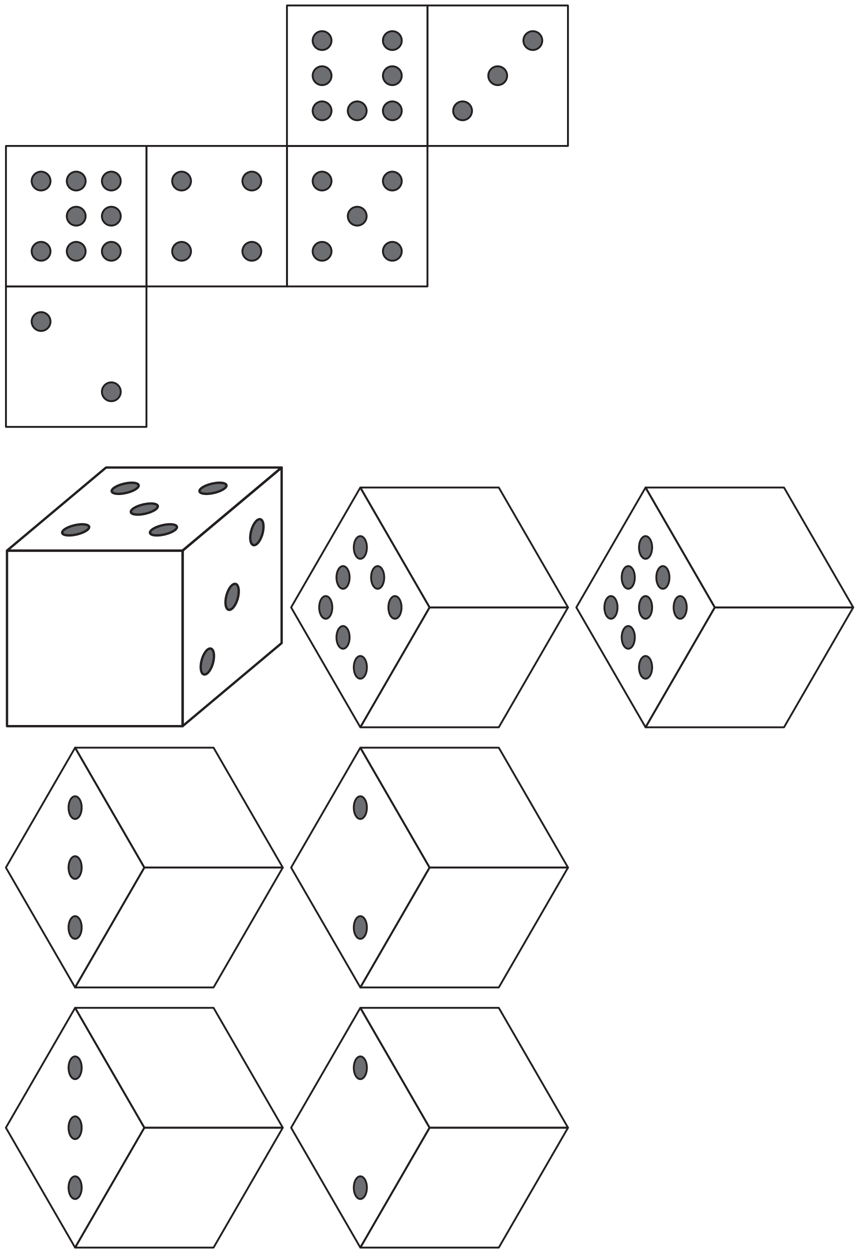
1. **Labirint na valju**

   Zgornjo in spodnjo stranico spodnjega pravokotnika zlepimo, tako da dobimo plašč valja. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu na valju. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kje prečkaš zlepljene stranice.



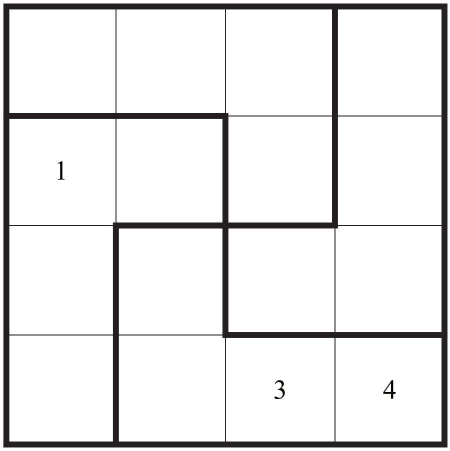
2. **Kocka**

   Iz spodnje mreže sestavimo kocko in jo pogledamo iz različnih smeri. Nariši manjkajoče pike. Kjer je več možnosti, nariši vse.



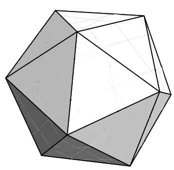
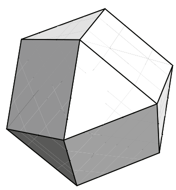
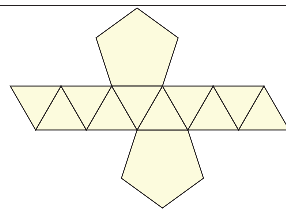
3. **Sudoku**

   V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 4, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v vsakem liku, ki ga omejujejo odebeljene črte, nastopala vsa 4 števila.




4. **Poliedri**

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

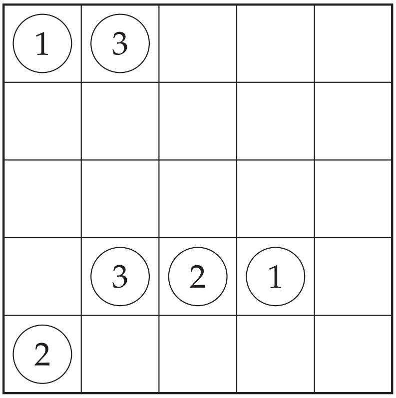
| | | | |
|---|---|---|---|
| Polieder |  |  |  |
| Število mejnih ploskev | | | |
| Število oglišč | | | |
| Število robov | | | |

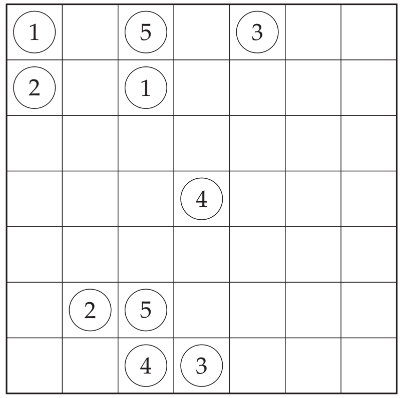
5. **Račun**

S pomočjo števil 3, 42, 96 in 99, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo naravno število, ki je čim bližje 23. Pri tem lahko vsako od števil 3, 42, 96 in 99 uporabiš največ enkrat.

6. **Povezave**

Z lomljenimi črtami, ki se ne sekajo, poveži kroge z enakimi števili. Črte lahko potekajo le vodoravno in navpično in morajo potekati skozi središča kvadratov.




7. **Otok vitezov in oprod**

   Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 4 domačine, ki jih poimenujemo z A, B, C, D. Trije med njimi so povedali:

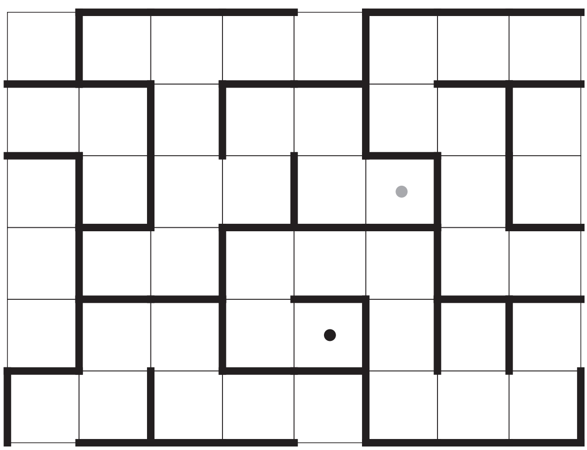
   A: ″Če sem jaz vitez, potem je C vitez.″
   B: ″Jaz sem vitez in D je oproda..″
   C: ″B je vitez ali je A oproda.″

   Kdo je vitez in kdo je oproda?

## 8. in 9. razred osnovne šole

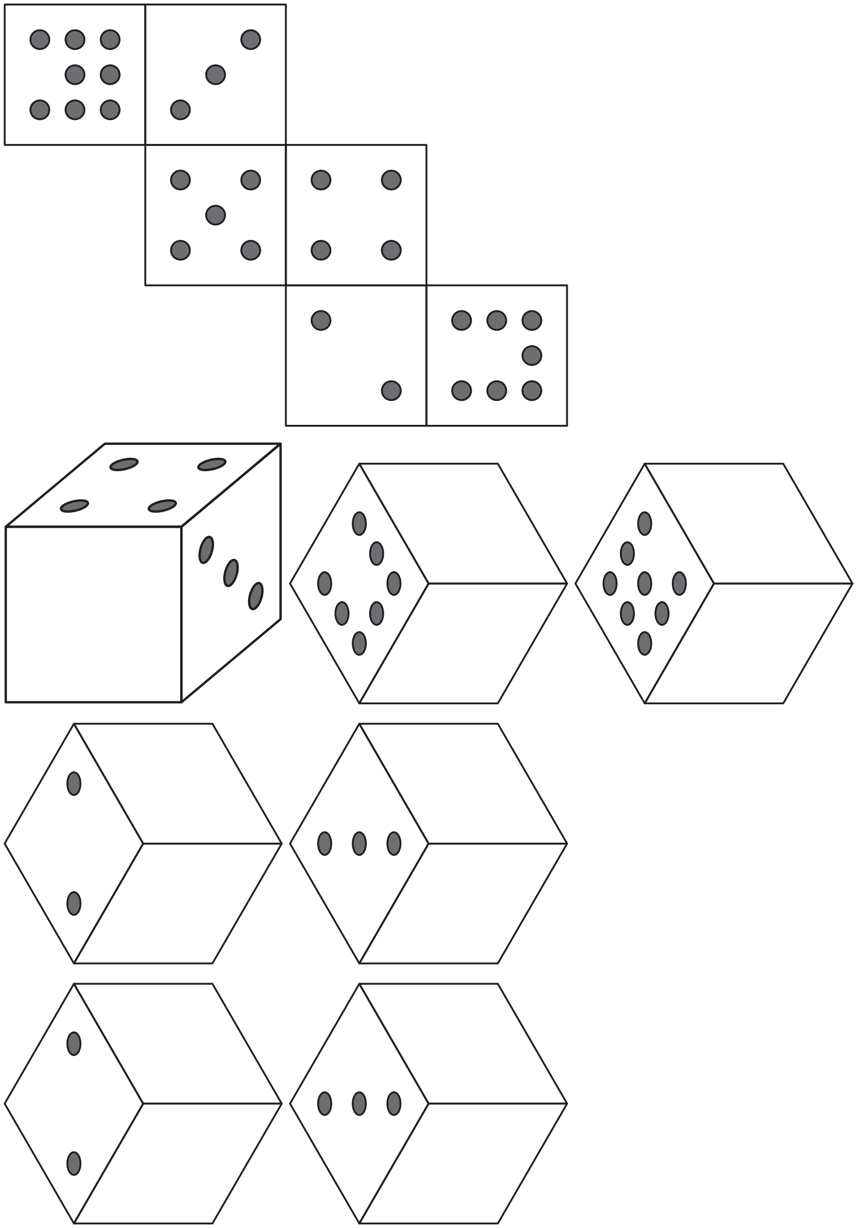
1. **Labirint na torusu**

   V spodnjem pravokotniku zlepimo zgornjo stranico s spodnjo ter levo z desno, tako da dobimo torus. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu na torusu. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kje prečkaš zlepljene stranice.



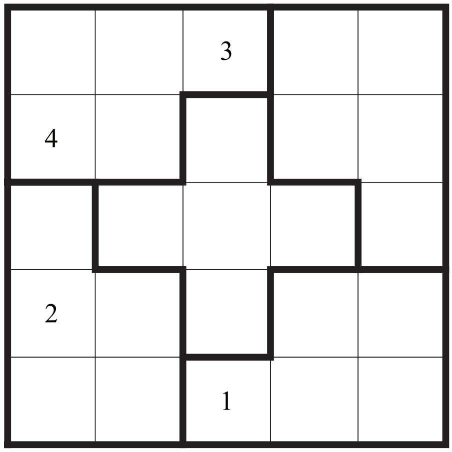
2. **Kocka**

Iz spodnje mreže sestavimo kocko in jo pogledamo iz različnih smeri. Nariši manjkajoče pike. Kjer je več možnosti, nariši vse.



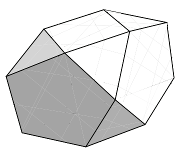
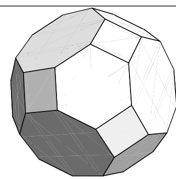
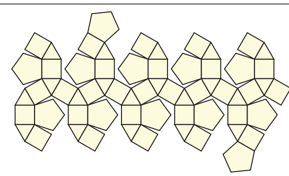
3. **Sudoku**

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v vsakem liku, ki ga omejujejo odebeljene črte, nastopalo vseh 5 števil.




4. **Poliedri**

   Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | | | |
| Število oglišč | | | |
| Število robov | | | |

5. **Račun**

   S pomočjo števil 1, 14, 17, 18 in 19, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo naravno število, ki je čim bližje 81. Pri tem vsako od števil 1, 14, 17, 18 in 19 lahko uporabiš največ enkrat.

6. **Povezave**

   Z lomljenimi črtami, ki se ne sekajo, poveži kroge z enakimi števili. Črte lahko potekajo le vodoravno in navpično in morajo potekati skozi središča kvadratov.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | | | | 2 | |
| 1 | | | | | |
| 2 | 3 | | 1 | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 4 | | | | | 4 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 1 |
| 4 | | | | | | |
| | | 3 | 2 | | | |
| | | | | | | |
| 1 | | 2 | | | 4 | |
| 5 | | | 3 | | | |
| | | | | | | 5 |

7. **Otok vitezov in oprod**

   Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 5 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E. Štirje med njimi so povedali:

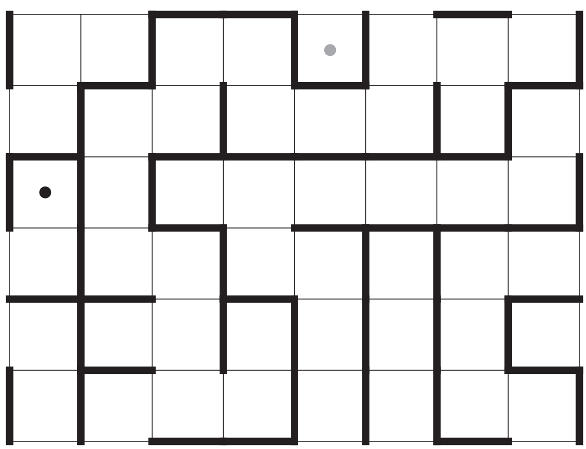
   A: "Če sem jaz vitez, potem je D vitez."
   B: "E je vitez, če in samo če je C oproda."
   C: "B je oproda, če in samo če je D vitez."
   D: "Če je B vitez, potem je C vitez."

   Kdo je vitez in kdo je oproda?

## 1. in 2. letnik srednje šole

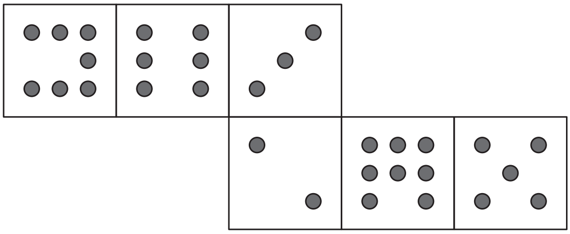
1. **Labirint na torusu**

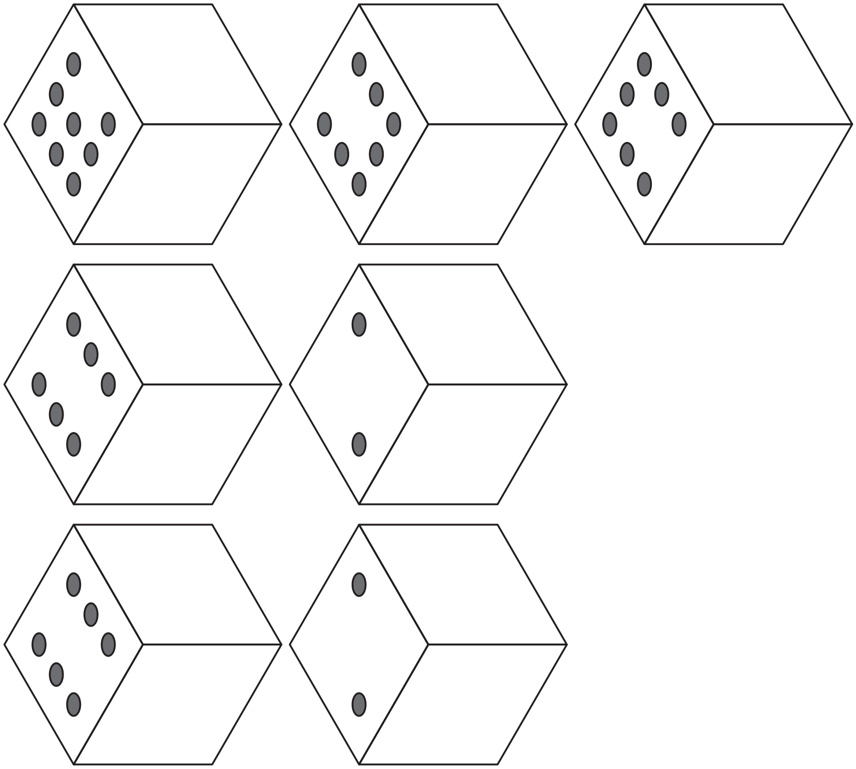
   V spodnjem pravokotniku zlepimo zgornjo stranico s spodnjo ter levo z desno, tako da dobimo torus. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu na torusu. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kje prečkaš zlepljene stranice.



2. **Kocka**

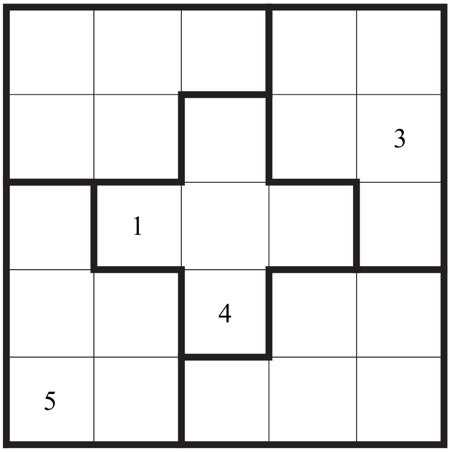
Iz spodnje mreže sestavimo kocko in jo pogledamo iz različnih smeri. Nariši manjkajoče pike. Kjer je več možnosti, nariši vse.





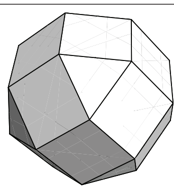
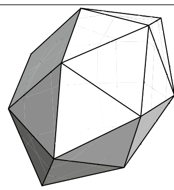
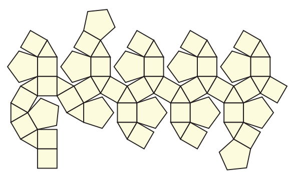
3. **Sudoku**

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v vsakem liku, ki ga omejujejo odebeljene črte, nastopalo vseh 5 števil.




4. **Poliedri**

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | | | |
| Število oglišč | | | |
| Število robov | | | |

5. **Račun**

S pomočjo števil 1, 19, 23, 37 in 43, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo naravno število, ki je čim bližje 73. Pri tem lahko vsako od števil 1, 19, 23, 37 in 43 uporabiš največ enkrat.

6. **Povezave**

Z lomljenimi črtami, ki se ne sekajo, poveži kroge z enakimi števili. Črte lahko potekajo le vodoravno in navpično in morajo potekati skozi središča kvadratov.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | | 3 | 1 | |
| | | | 4 | 5 | |
| | | | | | |
| | | 4 | 3 | | |
| | | | | | |
| 2 | 5 | | | | 1 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 1 |
| | 4 | | | | 5 | |
| | | | | | | |
| | | 1 | | 3 | | |
| | | | 4 | | | |
| | 3 | | 2 | 5 | | |
| | | | | | | 2 |

7. **Otok vitezov in oprod**

   Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 6 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F. Pet izmed njih je povedalo:

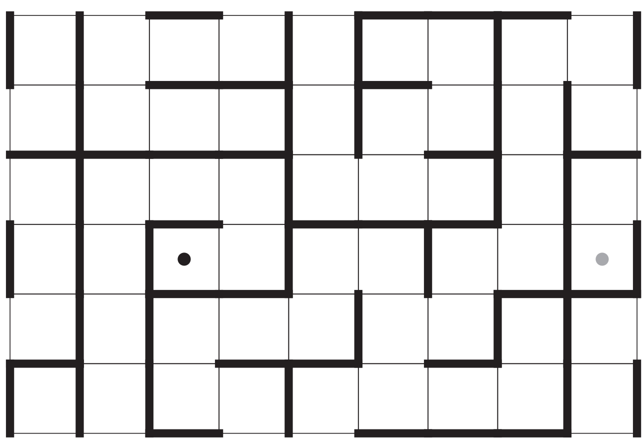
   A: ″D je vitez in B je oproda.″
   B: ″E je vitez, če in samo če je F oproda.″
   C: ″E je oproda ali je D oproda.″
   D: ″Če je C vitez, potem je A oproda.″
   E: ″A je oproda in B je vitez.″

   Kdo je vitez in kdo je oproda?

## 3. in 4. letnik srednje šole

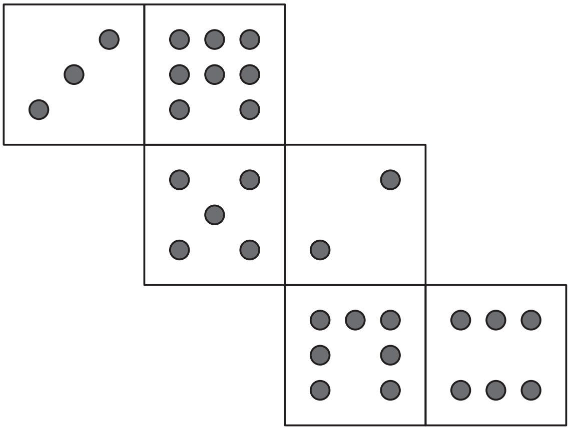
1. **Labirint na torusu**

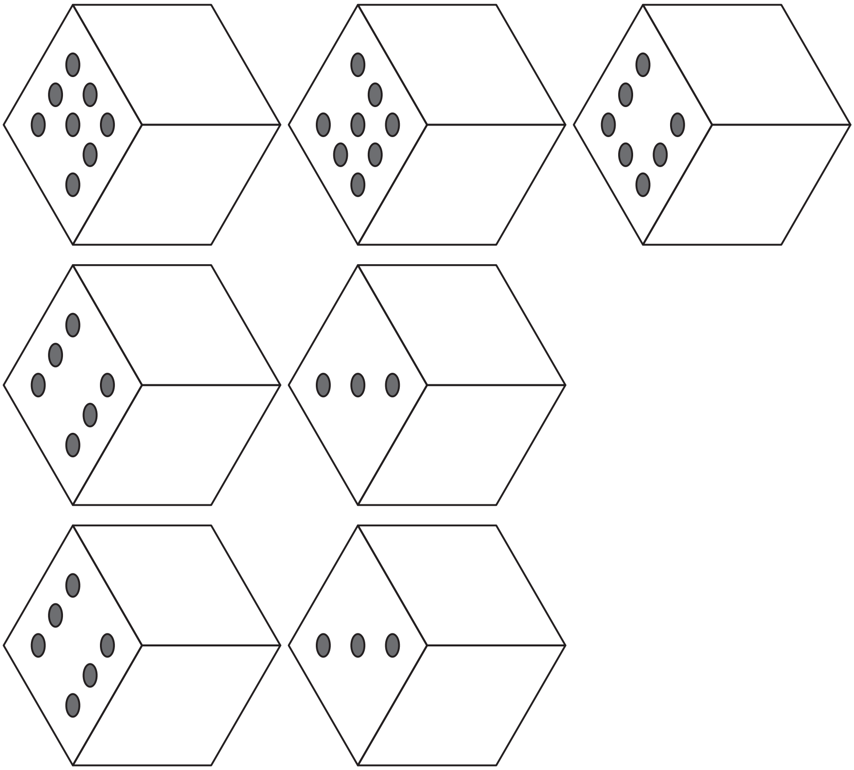
   V spodnjem pravokotniku zlepimo zgornjo stranico s spodnjo ter levo z desno, tako da dobimo torus. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu na torusu. Med sosednjima poljema lahko prehajaš, če med njima ni odebeljene črte. Pot lahko označuješ z zaporednimi naravnimi števili ali s črto. Če jo označuješ s črto, mora biti jasno razvidno, kje prečkaš zlepljene stranice.



2. **Kocka**

Iz spodnje mreže sestavimo kocko in jo pogledamo iz različnih smeri. Nariši manjkajoče pike. Kjer je več možnosti, nariši vse.





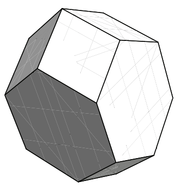
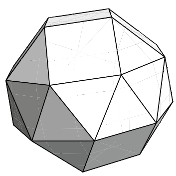
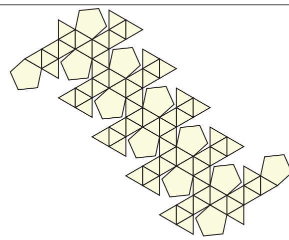
3. **Sudoku**

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od naravnih števil od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v vsakem $2 \times 3$ pravokotniku, ki ga omejujejo odebeljene črte, nastopalo vseh 6 števil.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 4 | | |
| | | | | | 6 |
| | 3 | | 5 | | |
| 2 | | | | | 4 |
| | | 6 | | | |
| | 5 | | | 1 | |

4. **Poliedri**

   Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico! Upoštevaj, da imajo poliedri čim večjo simetrijo in da se na prvih dveh slikah vidi približno polovica poliedra.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | | | |
| Število oglišč | | | |
| Število robov | | | |

5. **Račun**

   S pomočjo števil 1, 15, 19, 23 in 29, računskih operacij seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja ter oklepajev sestavi račun, katerega rezultat bo naravno število, ki je čim bližje 167. Pri tem lahko vsako od števil 1, 15, 19, 23 in 29 uporabiš največ enkrat.

6. **Povezave**

   Z lomljenimi črtami, ki se ne sekajo, poveži kroge z enakimi števili. Črte lahko potekajo le vodoravno in navpično in morajo potekati skozi središča kvadratov.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | | | |
| | | | | 5 | |
| | | | 3 | | |
| | | | 4 | | |
| 1 | | | | 5 | 2 |
| 2 | | 3 | | | 4 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | 3 | | 4 | | 2 | |
| | | | | | | |
| | | 2 | 1 | | | 5 |
| | | | | | 4 | |
| | | | 3 | 5 | | |
| | | | | | | 1 |

7. **Otok vitezov in oprod**

   Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. Na otoku smo srečali 6 domačinov, ki jih poimenujemo z A, B, C, D, E, F. Pet izmed njih je povedalo:

   A: ″F je vitez, če in samo če je B vitez.″
   B: ″Če je A oproda, potem je F vitez.″
   C: ″E je oproda ali je D vitez.″
   D: ″Če je B vitez, potem je E oproda.″
   E: ″C je oproda ali je B vitez.″

   Kdo je vitez in kdo je oproda?

# Rešitve 56. fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije – šolsko tekmovanje

## Rešitve skupine I

1. $v_T = 90$ km/h, $v_A = 120$ km/h, $t_a = 24$ s.

   **a)** Avtomobil v času $t_a$ opravi za dolžino kolone $l$ daljšo pot kot tovornjaki:

$$s_A = v_A t_a = s_T + l = v_T t_a + l\,.$$

   Od tod

$$l = (v_A - v_T)t_a = 200\ \mathrm{m}\,.$$

   Enak rezultat dobimo, če računamo pot, ki jo avtomobil prevozi za voznika tovornjaka, saj se avtomobil glede na voznika giblje z relativno hitrostjo $v_A - v_T$.

   **b)** Varnostna razdalja meri $l_v = v_T t_{2\mathrm{s}} = 50$ m.

   V času zaviranja $t$ avtomobil opravi pot

$$s_A = v_A t - \tfrac{1}{2}at^2\,.$$

   Velikost pojemka lahko zapišemo kot

$$a = \frac{v_A - v_T}{t}\,.$$

   Pojemek vstavimo v enačbo za pot

$$s_A = v_A t - \tfrac{1}{2}(v_A - v_T)t = \tfrac{1}{2}(v_A + v_T)t\,.$$

   Podobno kot pri a) velja

$$s_A = v_T t + l + l_v$$

   in

$$t = \frac{2(l + l_v)}{v_A - v_T} = 60\ s\,.$$

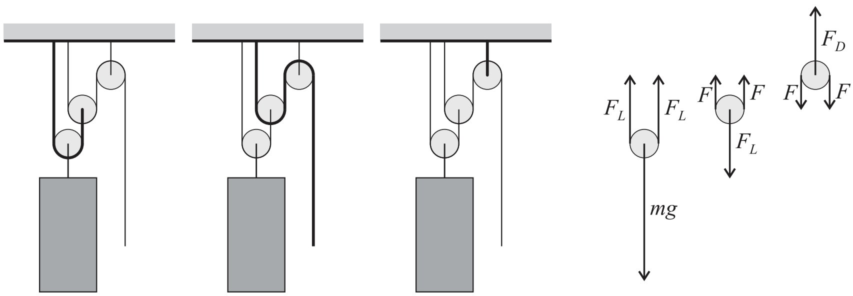
   Pojemek meri

$$a = \frac{v_A - v_T}{t} = \frac{(v_A - v_T)^2}{2(l + l_v)} = 0{,}14\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

   **c)** Kritična razdalja meri

$$s_A = \tfrac{1}{2}(v_A + v_T)t = 1750\ \mathrm{m}\,.$$

2. Škripec preusmeri smer sile, s katero je napeta vrv, ki poteka preko posameznega škripca. Na sliki so na treh kopijah skice iz naloge po vrsti odebeljene tri vrvi iz naloge: vrv na levi poteka preko levega škripca od stropa do osi srednjega škripca in je napeta s silo $F_L$; vrv, ki jo vleče Matej, je pritrjena na strop kot srednja in poteka preko srednjega in desnega škripca, napeta je s silo $F$; desni škripec je obešen na vrvi, ki poteka od stropa do osi škripca, ta vrv je napeta s silo $F_D$.




Ravnovesje sil za posamezen škripec je narisano na desnem delu slike. Iz ravnovesja sil za škripce od levega proti desnemu po vrsti dobimo

$$mg = 2F_L \ , \qquad F_L = 2F \ , \qquad 2F = F_D \ .$$

**a)** Iz prvih dveh enačb in podatka, da je največja sila $F = 400$ N, dobimo

$$mg = 4F \qquad \text{in od tu} \qquad m = \frac{4F}{g} = 163{,}3\,\text{kg} = 163\,\text{kg} \approx 160\,\text{kg}.$$

**b)** Ko Mateju zaradi potenja vrv drsi med dlanmi, se sila, s katero vleče, iz vrednosti 400 N zmanjša na $F' = 310$ N. Drugi Newtonov zakon za breme, obešeno na levi škripec, nam da

$$ma = mg - 4F' \ , \qquad \text{in od tu} \qquad a = g - \frac{4F'}{m} = g\left(1 - \frac{F'}{F}\right) = 2{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \, .$$

**c)** Zaradi mase škripcev ($m_0 = 3$ kg) se v enačbah za ravnovesje sil za posamezen škripec pojavi še teža škripca $m_0 g$ v smeri navzdol. Breme je pretežko, da bi ga Matej dvignil, zato vleče s silo $F = 400$ N in sta za napetosti v vrveh dejansko pomembni le ravnovesji sil za srednji in desni škripec. Sila, s katero deluje vrv med bremenom in levim škripcem se namreč prilagodi napetosti v levi vrvi $F_L$. Dobimo

$$F_L + m_0 g = 2F \ , \qquad 2F + m_0 g = F_D \ .$$

od koder sledi

$$F_L = 2F - m_0 g = 771\,\text{N} \approx 770\,\text{N}, \qquad F = 400\,\text{N}, \qquad F_D = 2F + m_0 g = 829\,\text{N} \approx 830\,\text{N}.$$

Največja sila 830 N je torej v desni vrvi, na kateri visi desni škripec.

3. $m_1 = 80$ kg, $m_2 = 100$ kg, $v_2 = 8{,}0$ m/s, $v_1 = 6{,}0$ m/s, $\alpha = 30°$, $\Delta t_a = 0{,}5$ s, $\Delta t_c = 0{,}8$ s.

**a)** Zapišemo izrek o gibalni količini za branilca:

$$0 - m_2 v_2 = F_H \Delta t_a, \qquad F_B = -F_H = \frac{m_2 v_2}{\Delta t_a} = 1600 \text{ N} \, .$$

Pri tem je $F_B$ sila, s katero branilec deluje na Andreja, $F_H$ pa sila, s katero Andrej deluje na branilca.

**b)** Ohrani se skupna gibalna količina v smeri, vzporedni s steno:

$$m_2 v_2 \cos\alpha - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v\,.$$

Hitrost, s katero se gibljeta sprijeta hokejista, je

$$v = \frac{m_2 v_2 \cos\alpha - m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 1{,}18 \text{ m/s} \approx 1{,}2 \text{ m/s}\,.$$

**c)** Zapišimo izrek o gibalni količini za komponente gibalne količine branilca in za silo, s katero branilec deluje na Andreja v smeri, pravokotni na steno:

$$0 - m_2 v_2 \sin\alpha = -F_\perp \Delta t_c\,, \qquad F_\perp = \frac{m_2 v_2 \sin\alpha}{\Delta t_c} = 500 \text{ N}$$

in vzporedno s steno:

$$m_2 v - m_2 v_2 \cos\alpha = -F_\parallel \Delta t_c\,, \qquad F_\parallel = \frac{m_2 (v_2 \cos\alpha - v)}{\Delta t_c} = 720 \text{ N}\,.$$

**d)** Sunek sile stene je enak spremembi skupne gibalne količine. V smeri pravokotno na steno velja enaka enačba kot pri c), saj je komponenta gibalne količine Andreja enaka 0. V smeri vzporedno s steno pa velja (gibalna količina na koncu je 0!):

$$0 - (m_2 v_2 \cos\alpha - m_1 v_1) = F_\parallel \Delta t_c\,, \qquad |F_\parallel| = \frac{m_2 v_2 \cos\alpha - m_1 v_1}{\Delta t_c} = 266 \text{ N}\,.$$

Sprijeta hokejista pri trku mirujeta, če je vodoravna komponenta manjša od največje sile lepenja:

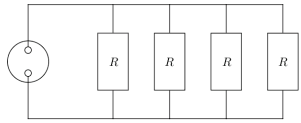
$$|F_\parallel| \le k_l F_\perp\,.$$

Od tod

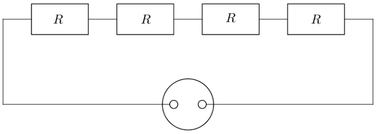
$$k_l \ge \frac{|F_\parallel|}{F_\perp} = 0{,}53\,.$$

## Rešitve skupine II

1. **a)** Vezje (A), pri katerem teče skozi vir napetosti največji tok, je tisto, kjer so vsi 4 uporniki vezani vzporedno. Skupni upor upornikov je $R_A = R/4 = 50\,\Omega$, na njih je skupna napetost vira $U_0 = 10$ V, in tok, ki teče skozi vir je $I_A = \frac{U_0}{R_A} = 0{,}2$ A. (Skozi vsakega od 4 upornikov pa teče četrtina tega toka, 50 mA.)

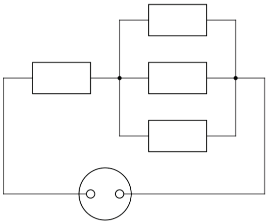



   Vezje (B), pri katerem teče skozi vir napetosti najmanjši tok, je tisto, kjer so vsi 4 uporniki vezani zaporedno. Skupni upor upornikov je $R_B = 4R = 800\,\Omega$, na njih je skupna napetost vira $U_0 = 10$ V, in tok, ki teče skozi vir (in skozi vsakega od upornikov) je $I_B = \frac{U_0}{R_B} = 12{,}5$ mA.



**b)** Obstaja še 8 drugačnih vezav štirih upornikov.

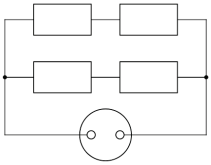
(C) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_C = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = R + \frac{R}{3} = \frac{4R}{3} = 266{,}7\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_C = \frac{U_0}{R_C} = 37{,}5$ mA.

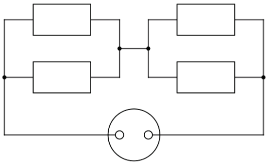
(D) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_D = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} = R = 200\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_D = \frac{U_0}{R_D} = 50$ mA.

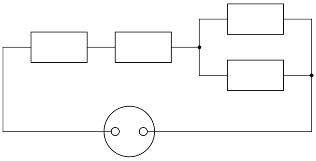
(E) Skupni upor upornikov na sliki je enak kot skupni upor (D),



$$R_E = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = R = 200\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_E = \frac{U_0}{R_E} = 50$ mA.

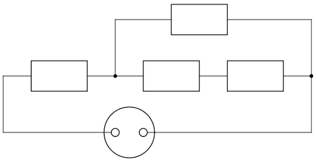
(F) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_F = 2R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{5R}{2} = 500\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_F = \frac{U_0}{R_F} = 20$ mA.

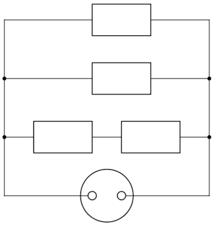
(G) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_G = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{5R}{3} = 333{,}3\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_G = \frac{U_0}{R_G} = 30$ mA.

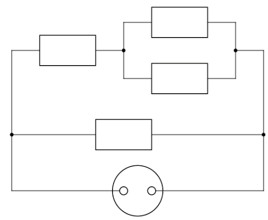
(H) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_H = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{2R}{5} = 80\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_H = \frac{U_0}{R_H} = 125$ mA.

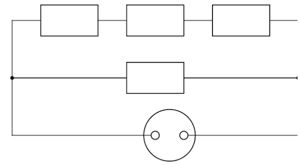
(I) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_I = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R + \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}}}} = \frac{3R}{5} = 120\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_I = \frac{U_0}{R_I} = 83{,}3$ mA.

(J) Skupni upor upornikov na sliki je



$$R_J = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{3R}} = \frac{3R}{4} = 150\,\Omega.$$

Skozi vir teče tok $I_J = \frac{U_0}{R_J} = 66{,}7$ mA.

**c)**

Moč vira je $P_v = U_0 \cdot I_v$. Ko je na vir priključen en upornik, teče skozi vir tok $I_v = \frac{U_0}{R} = 50$ mA in je moč vira $P_v = 0{,}5$ W. Enako moč daje od sebe vir tedaj, ko je skupen upor 4 enakih upornikov enak $R$, tedaj teče skozi vir enak tok kot pri vezavi enega samega upornika $R$, 50 mA. Skupen upor 4 upornikov je enak $R$ pri vezavah na slikah (D) in (E).

2. $S = 0,10$ m$^2$, $l = 1,0$ mm, $U = 6$ kV, $R = 10$ M$\Omega$, $l' = 2{,}5$ mm, $R' = 20$ M$\Omega$.

**a)** Ker po dolgem času v vezju tok ne teče, je vsa napetost vira na kondenzatorju, $U_C = U = 6$ kV.

$$e = CU_C = \frac{\varepsilon_0 SU}{l} = 5{,}3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{As}\,.$$

**b)** Naboj se ohrani $e' = e$, kapaciteta pa se zmanjša:

$$C' = \frac{\varepsilon_0 S}{l'} = \frac{2}{5}\,C\,.$$

$$U' = \frac{e'}{C'} = 2{,}5\,U = 15\ \mathrm{kV}\,.$$

**c)** Kondenzator na začetku deluje kot napetostni vir z nasprotno polariteto kot 6 kV vir. Začetni tok je tako

$$I = \frac{U' - U}{R} = 0{,}9\ \mathrm{mA}$$

**d)** Kondenzator deluje kot vir z nasprotno polariteto in višjo napetostjo kot prvotni vir, zato tok teče v nasprotni smeri.

**e)** V tem primeru teče tok skozi zaporedno vezana upornika, skozi kondenzator pa tok ne teče. Napetost vira se razdeli v razmerju uporov, zato je na uporniku $R$ napetost 2 kV, na uporniku $R'$ pa $U' = 4$ kV. Ker je kondenzator vezan vzporedno z upornikom $R'$, je na kondenzatorju enaka napetost kot na uporniku. Naboj na kondenzatorju je potem

$$U' = \frac{R'}{R+R'}\,U = 4\ \mathrm{kV}\,, \qquad e' = C'U' = \frac{\varepsilon_0 S U'}{l'} = 1{,}4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{As}\,.$$

3. $m_p = 35$ kg, $h = 200$ cm, $r = 15$ cm, $p_0 = 100$ kPa, $T_0 = 15\,^\circ$C, $T = 25\,^\circ$C, $\rho = 1000$ kg/m$^3$, $\kappa = 1{,}4$, $M = 29$ kg/kmol.

**a)** Tlak vode tik pod gladino v posodi je za $\rho g \Delta h$ večji od zunanjega zračnega tlaka; $\Delta h$ je iskano znižanje gladine v posodi. Sila tlaka uravnovesi težo posode:

$$\rho g \Delta h\, \pi r^2 = mg\,, \qquad \Delta h = \frac{m}{\rho \pi r^2} = 49{,}5\ \mathrm{cm} \approx 50\ \mathrm{cm}\,.$$

Nalogo lahko rešimo z vzgonom: prostornina izpodrinjene vode v posodi je $V_v = \Delta h\, \pi r^2$; če zahtevamo, da je teža izpodrinjene tekočine enaka teži posode, pridemo do iste enačbe za ravnovesje.

**b)** Zaradi povečanega tlaka se prostornina zraka v posodi zmanjša. Velja Boylov zakon. Če s $h'$ označimo višino zraka v posodi, zapišemo

$$(p_0 + \rho g \Delta h)V' = p_0 V\,, \qquad h' = \frac{V'}{\pi r^2} = \frac{p_0}{(p_0 + \rho g \Delta h)}\,h = 190{,}5\ \mathrm{cm} \approx 190\ \mathrm{cm}\,.$$

Spodnji rob posode je potopljen do globine

$$\Delta h' = \Delta h + h - h' = 59{,}0\ \mathrm{cm} \approx 60\ \mathrm{cm}\,.$$

**c)** Segrevanje vode ne vpliva na globino gladine vode v posodi, zato segrevanje zraka v posodi poteka pri konstantnem tlaku. Če s $h''$ označimo končno višino zraka v posodi, velja

$$\frac{V'}{T_0} = \frac{V''}{T}\,, \qquad h'' = \frac{V''}{\pi r^2} = \frac{T}{T_0}\,h' = 197\ \mathrm{cm}\,.$$

Posoda se dvigne za

$$\Delta h'' = h'' - h' = 6{,}5\ \mathrm{cm} \approx 7\ \mathrm{cm}\,.$$

**d)** Delo tlaka, ki ga opravi zrak:

$$A = p(V'' - V') = (p_0 + \rho g \Delta h)\pi r^2 (h'' - h') = 490\ \mathrm{J}\,.$$

**e)** Toploto dovajamo pri konstantnem tlaku:

$$Q = m_z c_p (T - T_0)$$

Maso zraka določimo iz splošne plinske enačbe:

$$m_z = \frac{MpV'}{RT_0} = \frac{M(p_0 + \rho g \Delta h)\pi r^2\, h'}{RT_0}$$

Če upoštevamo podani izraz za $c_p$, sledi

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\kappa}{\kappa-1}\,\frac{R}{M}\,\frac{M(p_0 + \rho g \Delta h)\pi r^2\, h'}{RT_0}(T - T_0) = \frac{\kappa}{\kappa-1}\,(p_0 + \rho g \Delta h)\pi r^2 \left(\frac{h'T}{T_0} - h'\right) \\ &= \frac{\kappa}{\kappa-1}\,(p_0 + \rho g \Delta h)\pi r^2\,(h'' - h') = \frac{\kappa}{\kappa-1}\,A = 1720\ \mathrm{J}\,. \end{aligned}$$

Seveda pa lahko izračunamo posebej $m_z = 0{,}17$ kg in $c_p = 1000$ K/kgK in vstavimo v prvo enačbo za $Q$.

## Rešitve skupine III

1. $m_b = 1,0$ g, $V = 5$ l, $T = 293$ K, $p = 100$ kPa, $M_{\mathrm{He}} = 4$ kg/kmol, $M_z = 29$ kg/kmol, $l_0 = 100$ cm, $s = 5$ cm

   **a)** Maso določimo iz splošne plinske enačbe:

$$m_{\mathrm{He}} = \frac{pM_{\mathrm{He}}V}{RT} = 0{,}82 \text{ g} \approx 0{,}8 \text{ g}\,.$$

   **b)** Vzgon okoliškega zraka je enak teži izpodrinjenega zraka:

$$F_v = m_z g\,, \qquad m_z = \frac{pM_z V}{RT} = 5{,}96 \text{ g}\,.$$

   Vzgon zraka je uravnotežen s težo balona in helija ter silo vrvice:

$$m_z g = m_b g + m_{\mathrm{He}} g + ks\,,$$

$$k = \frac{(m_z - m_b - m_{\mathrm{He}})g}{s} = 0{,}81 \text{ N/m} \approx 0{,}8 \text{ N/m}\,.$$

   **c)** Masa, ki niha, je po predpostavki le masa balona in masa helija. Frekvenca nihanja je zato

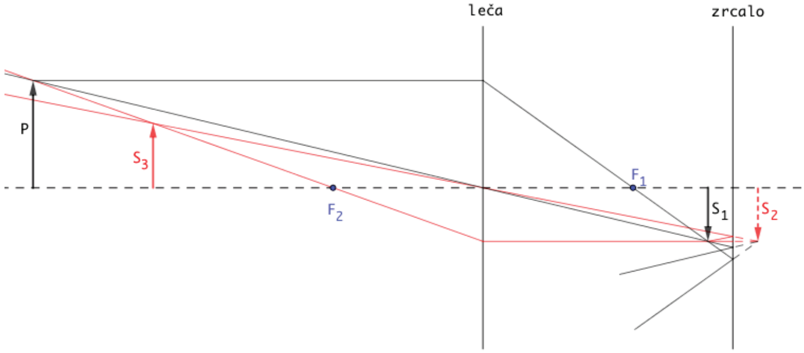
$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m_{\mathrm{He}} + m_b}} = 21{,}1 \text{ s}^{-1} \approx 21 \text{ s}^{-1}\,, \qquad \nu = 3{,}36 \text{ s}^{-1} \approx 3{,}4 \text{ s}^{-1}\,.$$

2. **a)** Iz enačbe leče izrazimo razdaljo slike $S_1$ od leče $b_1$ in vstavimo vrednosti za $f$ in $a_1$,

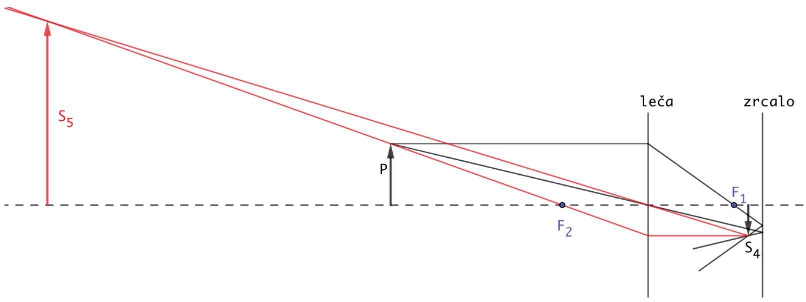
$$b_1 = \frac{a_1 f}{a_1 - f} = 18\,\text{cm}.$$

   Velikost slike $S_1$ je $y' = y\frac{b_1}{a_1} = 4{,}5$ cm. Slika je realna.

   **b)** Zrcalo je 2 cm oddaljeno od **prve realne** slike $S_1$. Če bi gledali v pravo smer proti zrcalu, bi v njem videli navidezno sliko $S_2$ realne slike $S_1$; slika $S_2$ je od zrcala oddaljena za 2 cm, od leče pa za $a_2 = 22$ cm. Svetloba se od zrcala odbija, kot bi izhajala iz $S_2$, in gre še enkrat skozi lečo. Po prehodu skozi lečo nastane v oddaljenosti $b_2 = \frac{a_2 f}{a_2 - f} = 26{,}4$ cm **druga realna** slika $S_3$, na isti strani kot je predmet.




   **c)** Ko zrcalo približamo leči, se svetloba, ki od predmeta prehaja skozi lečo, na zrcalu odbije preden tvori realno sliko. **Prva realna** slika $S_4$ zato nastane $b_1 - 16$ cm $= 2$ cm pred zrcalom oziroma v oddaljenosti $a_3 = 14$ cm od leče. Svetloba še enkrat potuje skozi lečo in v razdalji $b_3 = \frac{a_3 f}{a_3 - f} = 84$ cm nastane **druga realna** slika $S_5$, na isti strani leče kot je predmet.




3. Na sliki so oznake količin v nalogi. Dolžina vrvice $l = 100$ cm, vodoravna razdalja $a = 60$ cm od navpične vrvice, razdalja $b = 10$ cm med kroglicama v a) delu naloge, ko je naboj $e_2$ v točki 1. V delih b) in c) sta naboja $e_3$ in $e_2$ v točki 2. Kot nagiba vrvice v delih a) in b) je $\varphi$, kot med zveznico med kroglico v delih a) in b) ter točko 2 ter navpičnico označimo z $\delta$. Masa kroglice je $m = 1$ g.

**a)** Naboj $e_2$ mora biti negativen, da je sila privlačna. V vodoravni smeri deluje električna sila, v navpični teža, vrvica se nagne v smeri vsote teh dveh sil

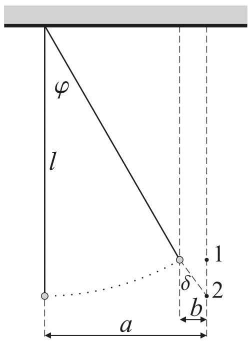
$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{F_e}{mg} = \frac{|e_1 e_2|}{4\pi\varepsilon_0 b^2 mg} \ .$$

Iz geometrije naloge vidimo, da je $\sin\varphi = (a-b)/l = 0{,}5$. Od tu dobimo kot $\varphi = 30°$. Zdaj izračunamo še naboj $e_2$

$$e_2 = -\frac{4\pi\varepsilon_0 b^2 mg}{e_1}\mathrm{tg}\varphi = -7{,}9 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{As}.$$

**b)** Iz geometrije vidimo, da bo vse skupaj najlažje izraziti s kotom $\delta$,

$$\mathrm{tg}\delta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{b}{l(1-\cos\varphi)} \ , \qquad \delta = 36{,}74° \ .$$




Zdaj za naklon vrvice $\varphi$ velja

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{F_x}{mg + F_y} \ , \qquad F_x = F_e \sin\delta \ , \qquad F_y = F_e\cos\delta \ .$$

$$F_e = \frac{|e_1 e_3|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{|e_1 e_3|\sin^2\delta}{4\pi\varepsilon_0 b^2} \ ,$$

kjer je $r = b/\sin\delta$ razdalja med nabojema $e_1$ in $e_3$. Po nekaj premetavanja dobimo

$$e_3 = e_2 \frac{\cos\varphi}{\sin^2\delta\sin(\delta-\varphi)} = 20{,}6 e_2 = -1{,}62 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{As}.$$

**c)** Ker je naboj $e_3$ za cel velikostni red večji od naboja $e_2$, lahko sklepamo, da se bo, ko bo na mestu 2 naboj $e_2$, kroglico le malo odklonila. V najnižjem približku zato za razdaljo med $e_1$ in $e_2$ vzamemo kar $a$ in dobimo za kot $\varphi'$ približno enačbo

$$\mathrm{tg}\varphi' = \frac{F_e'}{mg} = \frac{|e_1e_2|}{4\pi\varepsilon_0 a^2 mg} = \frac{|e_1e_2|}{4\pi\varepsilon_0 b^2 mg}\frac{b^2}{a^2} = \mathrm{tg}\varphi\frac{b^2}{a^2}$$

in od tu $\varphi' = 0{,}92° \approx 0{,}9°$.

S tem približkom izračunamo premik kroglice na vrvici $x_1 = l\sin\varphi' = 1{,}6$ cm in popravimo razdaljo med nabojema na $a_1' = a - x_1 = 58{,}4$ cm. Z novim $a'$ izračunamo popravljeno vrednost

$$\mathrm{tg}\varphi' = \mathrm{tg}\varphi\frac{b^2}{{a_1'}^2}$$

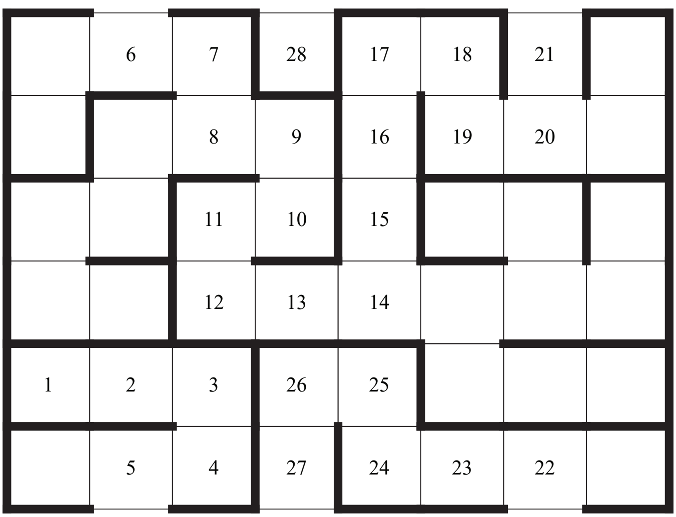
in dobimo boljši približek $\varphi' = 0{,}97° \approx 1{,}0°$.

Ponovno ocenimo odmik kroglice in dobimo $x_2 = l\sin\varphi' = 1{,}7$ cm in $a_2' = a - x_2 = 58{,}3$ cm, kar pa ne spremeni več opazno naklona vrvice.

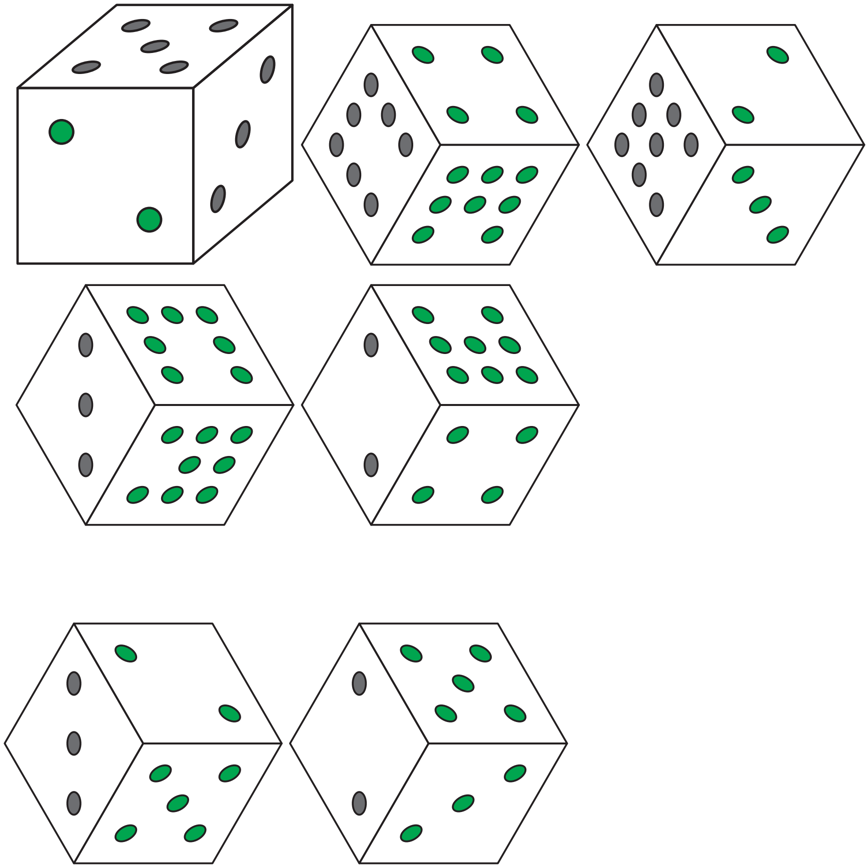
## Rešitve 28. tekmovanja iz razvedrilne matematike – šolsko tekmovanje

### Rešitve za 6. in 7. razred osnovne šole

1.



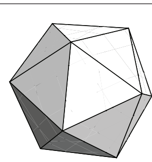
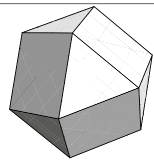
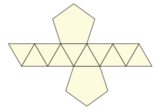
2.



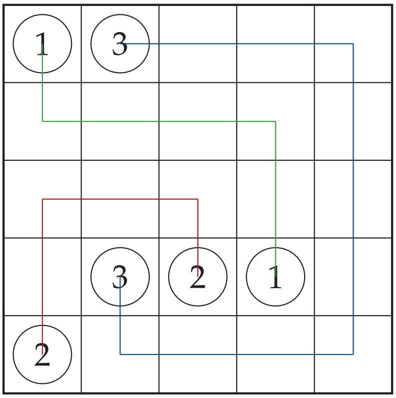
3.

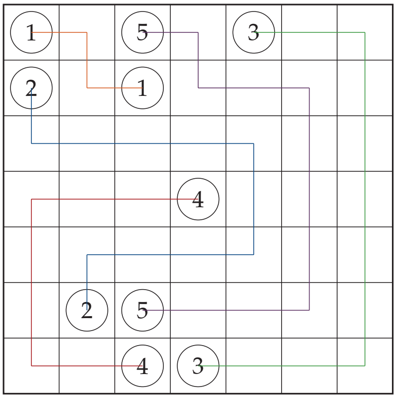
| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 4 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 4 | 1 |
| 2 | 1 | 3 | 4 |

4.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | 20 | 14 | 12 |
| Število oglišč | 12 | 12 | 10 |
| Število robov | 30 | 24 | 20 |

5. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 23, saj je $(99 + 96) : 3 - 42 = 23$.
6. Edini popolni rešitvi sta naslednji:

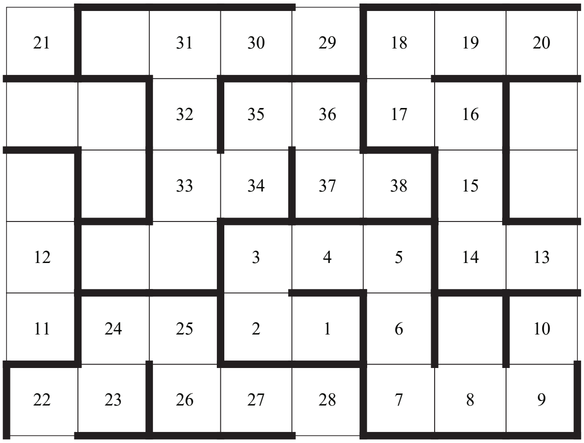



7. A: vitez
   B: vitez
   C: vitez
   D: oproda.

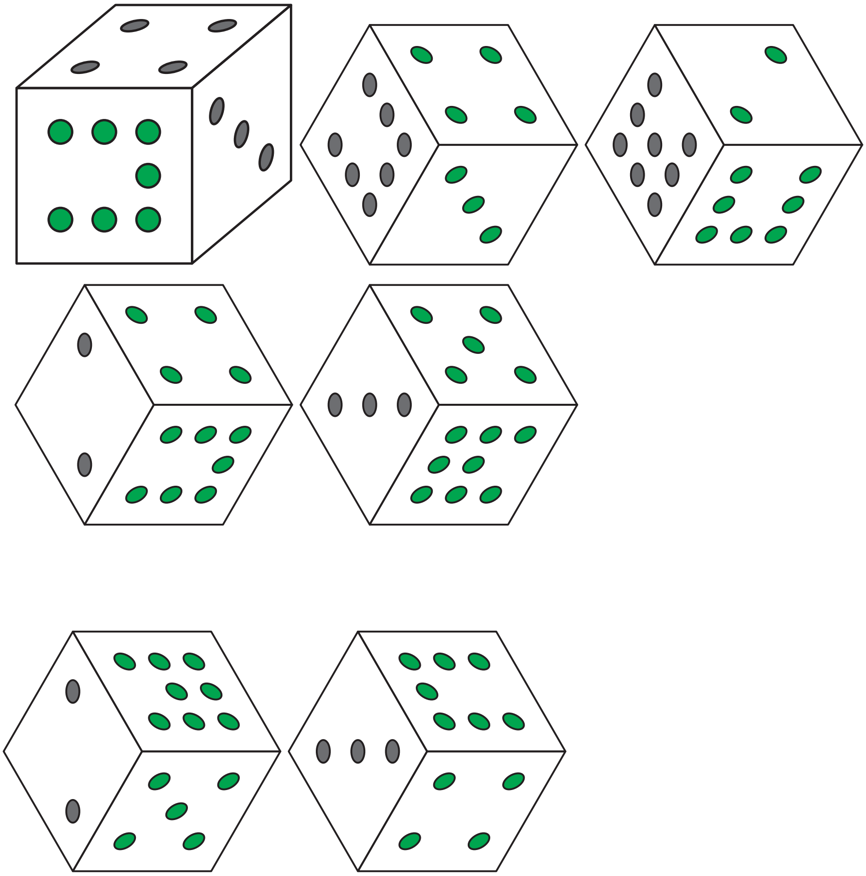
## Rešitve za 8. in 9. razred osnovne šole

1.



| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | | 31 | 30 | 29 | 18 | 19 | 20 |
| | | 32 | 35 | 36 | 17 | 16 | |
| | | 33 | 34 | 37 | 38 | 15 | |
| 12 | | | 3 | 4 | 5 | 14 | 13 |
| 11 | 24 | 25 | 2 | 1 | 6 | | 10 |
| 22 | 23 | 26 | 27 | 28 | 7 | 8 | 9 |

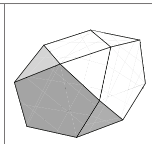
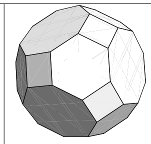
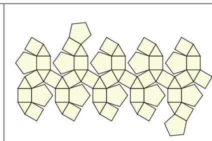
2.



3.

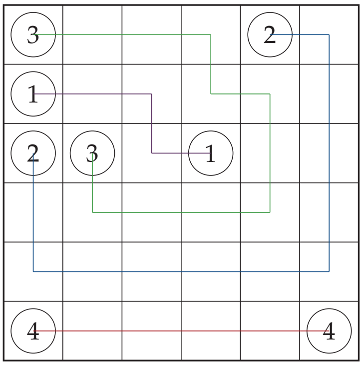
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 5 | 4 |
| 4 | 5 | 2 | 3 | 1 |
| 5 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 5 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 1 | 2 | 5 |

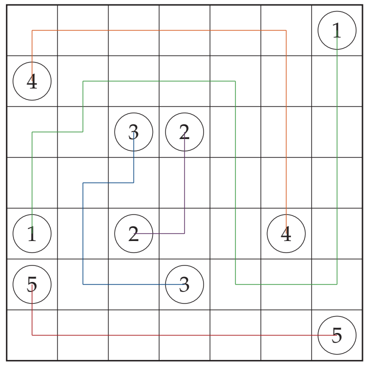
4.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | 14 | 26 | 62 |
| Število oglišč | 14 | 48 | 60 |
| Število robov | 26 | 72 | 120 |

5. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 81, saj je $(17 \cdot 19 + 1) : (18 - 14) = 81$.

6. Edini popolni rešitvi sta naslednji:



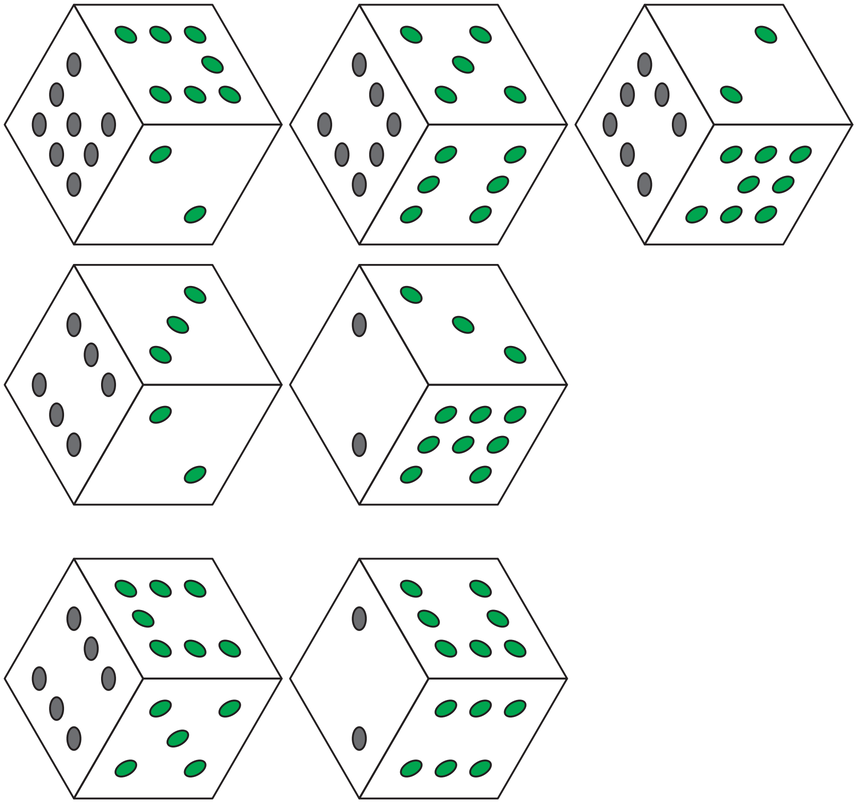

7. A: vitez
B: oproda
C: vitez
D: vitez
E: vitez.

## Rešitve za 1. in 2. letnik srednje šole

1.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 24 | 15 | 14 | 37 | 10 | 9 | 8 |
| 26 | 17 | 16 | 13 | 12 | 11 | | 27 |
| 1 | 18 | | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 |
| 2 | 19 | 20 | 33 | 34 | | 4 | 3 |
| | | 21 | | 35 | | 5 | |
| | 23 | 22 | | 36 | | 6 | 7 |

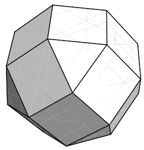
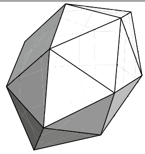
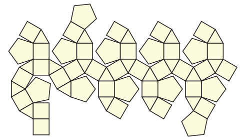
2.



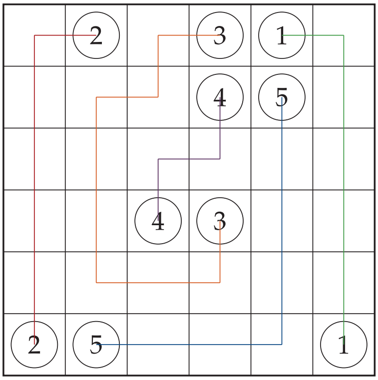
3.

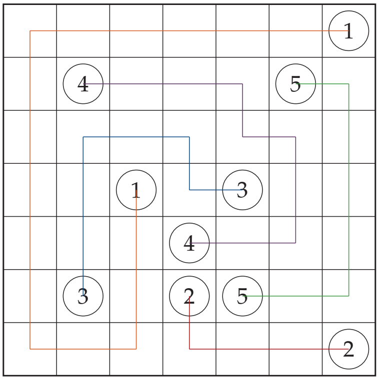
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 1 | 2 | 4 |
| 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | 3 | 4 | 5 | 2 |
| 5 | 2 | 3 | 4 | 1 |

4.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | 26 | 26 | 62 |
| Število oglišč | 24 | 16 | 60 |
| Število robov | 48 | 40 | 120 |

5. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 73, saj je $(19 \cdot 23 + 1) : (43 - 37) = 73$.
6. Edini popolni rešitvi sta naslednji:

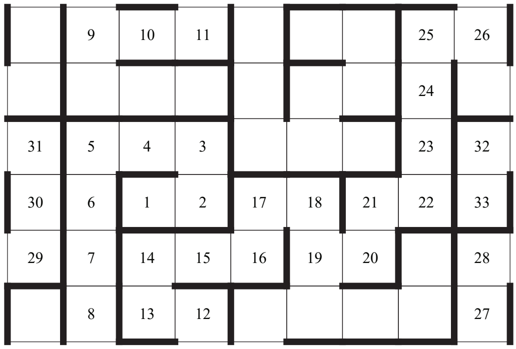



7. A: oproda
   B: vitez
   C: oproda
   D: vitez
   E: vitez
   F: oproda.

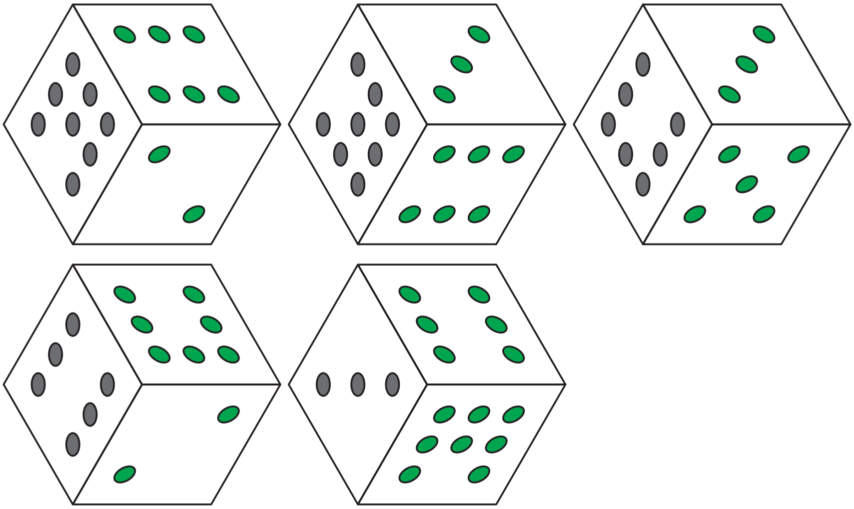
## Rešitve za 3. in 4. letnik srednje šole

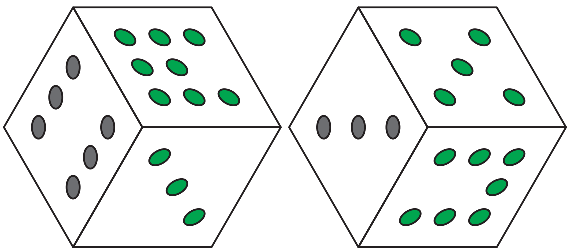
1.




1.

2.

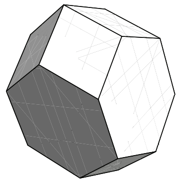
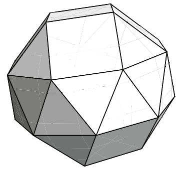
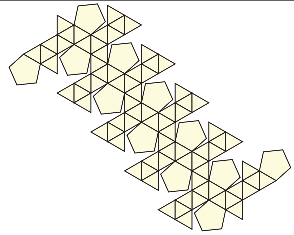




3.

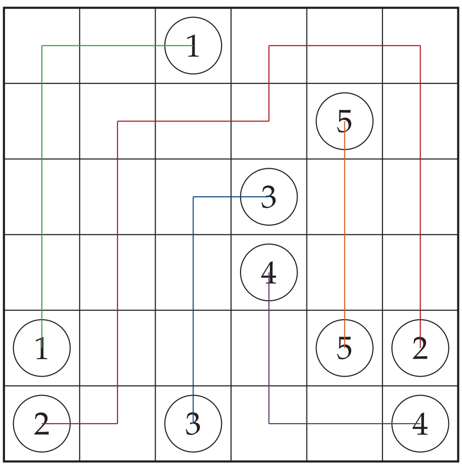
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 |
| 5 | 4 | 1 | 3 | 2 | 6 |
| 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 2 |
| 2 | 6 | 5 | 1 | 3 | 4 |
| 3 | 1 | 6 | 2 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 2 | 6 | 1 | 3 |

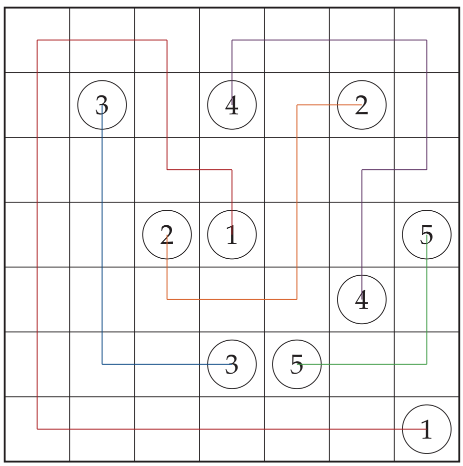
4.

| Polieder |  |  |  |
|---|---|---|---|
| Število mejnih ploskev | 12 | 34 | 92 |
| Število oglišč | 18 | 24 | 60 |
| Število robov | 28 | 56 | 150 |

5. Možno je sestaviti račun, katerega rezultat je 167, saj je $(23 \cdot 29 + 1) : (19 - 15) = 167$.

6. Edini popolni rešitvi sta naslednji:




7. A: vitez
   B: vitez
   C: oproda
   D: oproda
   E: vitez
   F: vitez.