Tekmovanja

17. tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike – državno tekmovanje

Naloge za 1. letnik

A1. Za kateri x bo imel izraz $\frac{x^3-2x^2-9x+18}{x^2-9}$ vrednost 0?

(A) 9 **(B)** 3 **(C)** -3 **(D)** 0 **(E)** 2

A2. S katerim izmed navedenih števil je deljivo število $5^{2017}+5^{2016}+5^{2015}$?

(A) 15 **(B)** 31 **(C)** 2015 **(D)** 39 **(E)** 2017

A3. Za koliko % se spremeni vrednost ulomka, če števec povečamo za 20 %, imenovalec pa zmanjšamo za 20 %?

(A) 0 % **(B)** 20 % **(C)** 40 % **(D)** 50 % **(E)** 60 %

B1. Naj bo $d = 2\cdot\left(1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}\right)^{-1}\cdot 1{,}41\overline{6}$. Natančno izračunaj d.

Poenostavi izraz $\frac{d^{-3}-d^{-4}}{d^{-2}(1-2d^{-1})^2-d^{-4}}$ za $d\neq 0,1,3$ in izračunaj njegovo vrednost za izračunani d.

B2. Polona v pekarni redno kupuje žemlje in rogljičke. Med tednom so pri nakupu vsaj šestih rogljičkov le-ti 15 % cenejši, med vikendom pa na celoten nakup priznajo 10 % popust. V torek je Polona kupila 6 rogljičkov in 5 žemelj ter plačala $2{,}27$ €. V soboto pa je kupila 7 rogljičkov, 4 žemlje in vrečko, ki stane toliko, kot dva rogljička, ter plačala $2{,}52$ €. Kdaj se Poloni bolj splača kupiti 9 rogljičkov in 8 žemelj, med tednom ali med vikendom?

B3. Reši enačbo:

$$\Big||x-1|-2\Big| = 1-\frac{1}{2}x.$$

Naloge za 2. letnik

A1. Lik A ima 2 oglišči več in 55 diagonal več kot lik B. Koliko oglišč ima lik A?

(A) 25 **(B)** 28 **(C)** 30 **(D)** 40
(E) Ni možno določiti.

A2. Za linearno funkcijo f velja $f(-1)+f(3)=-8$ in $f(1)+f(5)=4$. Koliko je $f(2)+f(7)$?

(A) 12 **(B)** 13 **(C)** 14 **(D)** 15 **(E)** 16

A3. Naj bo n naravno število. Kateri od spodaj navedenih izrazov je enakovreden izrazu $\frac{\sqrt[n]{n^n}\cdot\sqrt[n+n]{n^n}}{\sqrt[n]{n^{n+n}}}$?

(A) 1 **(B)** $\sqrt[n]{n}$ **(C)** n **(D)** $\sqrt{n}$ **(E)** $n^{-\frac{1}{2}}$

B1. Reši sistem enačb

$$\begin{aligned}\sqrt{2x-3y} &= \sqrt{x^2+4y-1} \quad \text{in}\\ \sqrt{x-y+2}+2 &= x.\end{aligned}$$

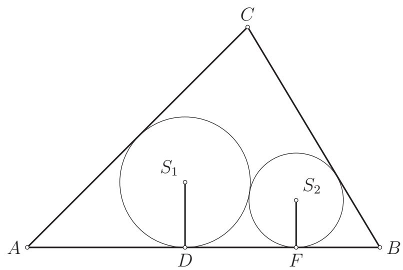
B2. Določi parametra a in b tako, da bosta premici podani z enačbama

$$\begin{aligned}(a+b)x-ay+a-2 &= 0 \quad \text{in}\\ (2b-a)x+(a-4b)y-a &= 0\end{aligned}$$

identični (sovpadali, se prekrivali).

B3. a) Z ravnilom in šestilom konstruiraj trikotnik s podatki $a+b=7$ cm, $v_a=3{,}5$ cm in $\beta=45°$.

b) V trikotnik včrtamo dve krožnici, ki se dotikata (glej simbolično skico). Z njunima polmeroma izrazi razdaljo med njunima dotikališčema s stranico c, torej razdaljo med točkama D in F. Rezultat delno koreni.



Naloge za 3. letnik

A1. V preglednici so podane vrednosti kvadratne funkcije f. Koliko je $f(4)$?

x	-2	0	1	2
$f(x)$	0	$\frac{8}{3}$	3	$\frac{8}{3}$

(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{5}{3}$ **(C)** -3 **(D)** 0
(E) Nič od navedenega

A2. Krogu očrtamo in včrtamo enakostranični trikotnik. Koliko je razmerje dolžin stranic krogu očrtanega in včrtanega trikotnika?

(A) $1:3$ **(B)** $2:1$ **(C)** $4:1$ **(D)** $5:2$ **(E)** $\sqrt{3}:1$

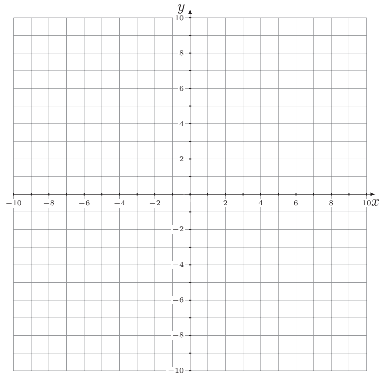
A3. Katero število je rešitev enačbe $2^x\cdot 5^x=0{,}01\cdot(10^{x-2})^4$?

(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{10}{3}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** -2 **(E)** $-\frac{3}{2}$

B1. Dani sta funkciji $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, podani s predpisoma $f(x)=6-4x-2x^2$ in $g(x)=-x+4$.

a) V istem koordinatnem sistemu nariši grafa obeh funkcij.

b) Zapiši enačbo tangente na graf funkcije f, ki je vzporedna grafu funkcije g.



B2. Reši enačbo

$$\log^2\left(\sqrt{3^x}-1\right)=1.$$

B3. Naj bo P poljubna točka na daljici AB z dolžino $\sqrt{27}$ cm. Nad daljico AP z dolžino x je konstruiran kvadrat $APDE$, nad daljico BD pa enakostranični trikotnik BCD. Nariši skico.

a) Izrazi ploščino petkotnika $ABCDE$ z x.

b) Določi x, da bo ploščina petkotnika $ABCDE$ najmanjša.

Naloge za 4. letnik

A1. Naj bo $a_1, \frac{1}{5}, a_3, \frac{16}{125}, \ldots$ geometrijsko zaporedje s samimi pozitivnimi členi. Kolikšna je vsota $a_1+a_3+a_5+\ldots+a_{99}$?

(A) $\frac{5}{4}\left(1-0{,}8^{50}\right)$ **(B)** $\frac{5}{4}\cdot 0{,}2^{50}$ **(C)** $\frac{5}{4}-0{,}2^{50}$
(D) $\frac{5}{4}\left(1-8\cdot 10^{-50}\right)$ **(E)** $5\cdot 0{,}2^{48}$

A2. Na koliko različnih načinov lahko sedejo v vrsto z 8 sedeži v gledališču 4 pari, če želi vsak posamezen par sedeti skupaj?

(A) $4!$ **(B)** $2\cdot 4!$ **(C)** 24 **(D)** 384 **(E)** 256

A3. Kateri od navedenih zapisov predstavlja definicijsko območje funkcije $f(x)=\frac{2x}{|x|-2}$?

(A) $\mathbb{R}$ **(B)** $(-\infty,2)\cup(2,\infty)$ **(C)** $\mathbb{R}^+$
(D) $\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$ **(E)** $(-2,2)$

B1. V razredu s 25 dijaki je bilo povprečje ocen pri kontrolni nalogi iz matematike točno $2{,}32$, od teh so 4 pisali zadostno, 6 dobro in 2 odlično.

a) Izračunaj, koliko dijakov je doseglo nezadostno oz. prav dobro oceno.

b) Določi modus in mediano rezultatov.

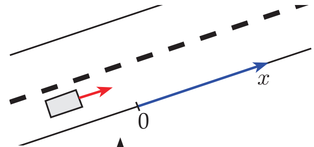
B2. Določi vrednosti parametrov a in b tako, da bo premica z enačbo $y=3x+5$ tangenta na graf funkcije f, $f(x)=ax^2+bx$, v točki z absciso -1.

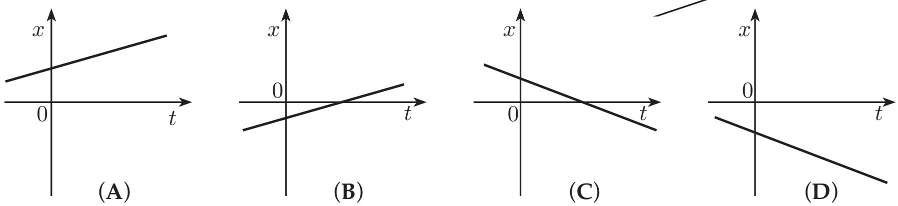
B3. Dana je kvadratna enačba $ax^2+bx+a=0$ ($a,b\neq 0$ in $a\neq b$). Za njene koeficiente velja, da izrazi $1, \frac{a+b}{a-b}, \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ tvorijo zaporedne člene aritmetičnega zaporedja. Zapiši zvezo med koeficientoma a in b in reši kvadratno enačbo.

Tekmovanje iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – področno tekmovanje

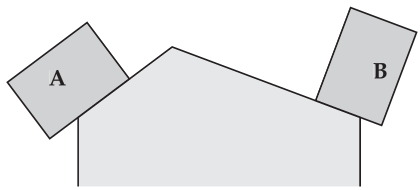
Naloge za 8. razred

A1 Slika kaže lego avta ob $t = 0$, z rdečo puščico je označena smer njegovega gibanja. Označena je tudi os x, vzdolž katere merimo lego avta. Avto se giblje enakomerno. Kateri graf pravilno kaže, kako se lega avta spreminja s časom?





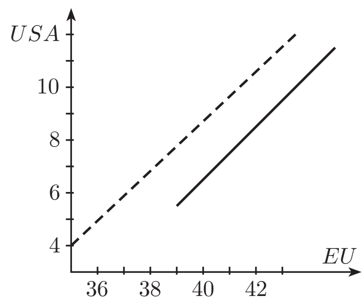
A2 Na streho pasje ute postaviš opeki tako, da že gledata čez rob. Trenje med opekama in streho je dovolj veliko, da opeki s strehe ne zdrsneta. Ali se katera od opek prekucne z roba strehe?



(**A**) Opeka A. (**B**) Opeka B.

(**C**) Obe opeki. (**D**) Nobena od opek.

A3 Grafa kažeta, kako so med seboj povezane evropske številke čevljev (ki so enake za moške in ženske) in ameriške (kjer se moške številke - sklenjena črta - in ženske številke - črtkana črta - razlikujejo). Pameli so prav superge njenega mlajšega brata, ki nosi čevlje velikosti, označene z ameriško moško številko 8,5. Kolikšna je ameriška številka njenih ženskih superg?



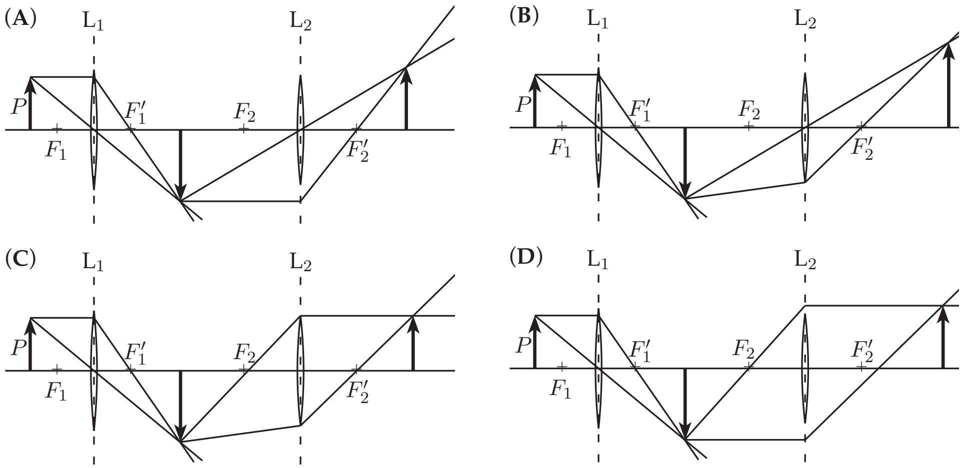
(**A**) 10,5 (**B**) 6 (**C**) 42 (**D**) 39,5

A4 Dan traja 24 ur. Trajanje svetlega in temnega dela dneva pa se med letom spreminja. Katera izjava o trajanju svetlega dela dneva na severnem polu je pravilna? Na severnem polu je svetli del dneva 1. junija ...

(**A**) enako dolg kot 1. maja. (**B**) približno 1 uro daljši kot 1. maja.

(**C**) približno 2 uri daljši kot 1. maja. (**D**) približno 6 ur daljši kot 1. maja.

A5 Zbiralni leči L_1 in L_2 postavimo eno za drugo, kot kažejo slike. Gorišča obeh leč so označena z F_1, F_1', F_2 in F_2'. Pred prvo lečo postavimo predmet P. Katera slika pravilno kaže konstrukcijo preslikave skozi obe leči?



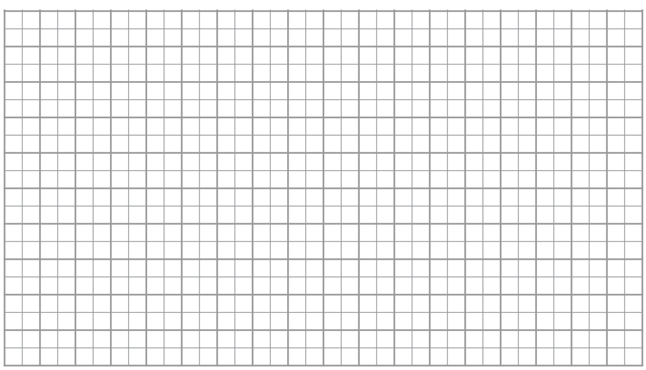
B1 Po vzporednih tirih si prihajata nasproti rdeči in modri vlak, ki vozita s stalnima hitrostma. Rdeči vlak vozi s hitrostjo $12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, modri vlak pa s hitrostjo $20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Dolžina rdečega vlaka je 188 m, dolžina modrega vlaka je 260 m. Ob $t = 0$ je razdalja med sprednjima deloma obeh lokomotiv 400 m.

(a) Kolikšno pot opravi prvi in kolikšno pot opravi drugi vlak do trenutka t_1, ko se srečata sprednja dela obeh lokomotiv?

(b) Kolikšna je ob času t_1 razdalja med zadnjima deloma zadnjih vagonov na obeh kompozicijah?

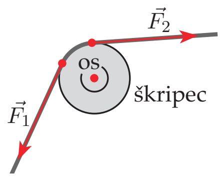
(c) Koliko časa vlaka vozita eden mimo drugega in ob katerem času t_2 se srečata zadnja dela obeh zadnjih vagonov?

(d) V isti koordinatni sistem nariši dva grafa. Prvi graf naj kaže, kako se s časom spreminja **razdalja** med sprednjima deloma lokomotiv od trenutka $t = 0$ do $t = 35$ s. Prvi graf nariši s polno črto. Drugi graf naj kaže, kako se v istem obdobju s časom spreminja **razdalja** med zadnjima deloma zadnjih vagonov. Drugi graf nariši s črtkano črto. Na grafih označi trenutke t_1, t_2 in $t_3 = 19{,}5$ s. Skiciraj medsebojni legi vlakov ob t_3.

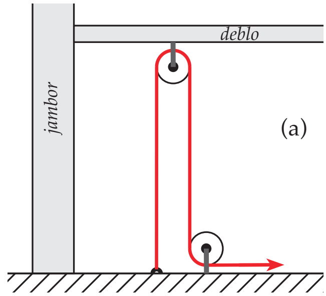


B2 Na jambor jadrnice je pritrjeno vodoravno *deblo* (bum), ki drži spodnji rob jadra. Da zagotovijo pravilno obliko jadra, vlečejo deblo navzdol vrvi, napeljane preko škripcev. Maso škripcev in vrvi zanemari.

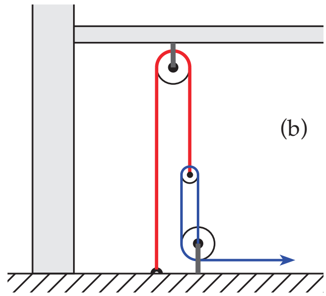
Pritrjeni škripec, preko katerega je speljana vrv, miruje (se ne vrti okoli svoje osi), če sta sili, s katerima je na obeh straneh škripca napeta vrv, po velikosti enaki, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$, *glej sliko.*



(a) Vasko vleče rdečo vrv s silo 1 kN preko dveh pritrjenih škripcev. Kolikšna sila vleče navzdol deblo?

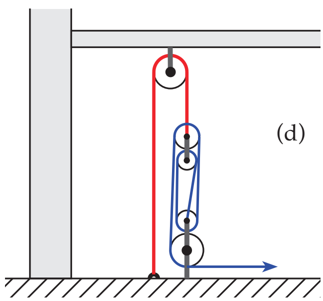


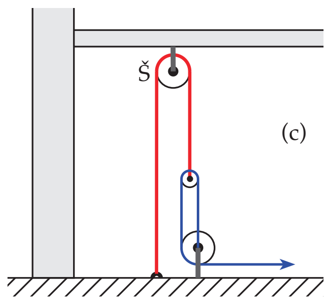
(b) Vasko dopolni škripčevje z dodatnim škripcem. Napeljava vrvi je videti, kot kaže slika (b). Vasko vleče modro vrv z enako silo kot prej rdečo, 1 kN. S kolikšno silo je napeta rdeča vrv in kolikšna sila vleče navzdol deblo?



(c) Na sliki (c) je še enkrat prikazana situacija iz vprašanja (b). Na sliki (c) nariši sile, ki delujejo na škripec Š v merilu, kjer pomeni 1 cm silo 1 kN.

(d) Navdušen nad izboljšavo Vasko doda v napeljavo še več škripcev. S kolikšno silo je napeta rdeča vrv in s kolikšno silo vleče Vasko modro vrv, če na deblo deluje enaka sila kot v primeru (a)?

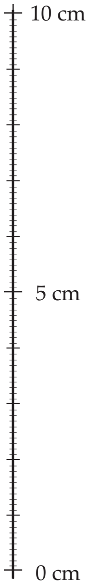




B3 Na dnu velikega akvarija leži 24 cm dolga kamnita plošča, kot kaže slika. Stene akvarija ne prepuščajo svetlobe, v akvariju ni vode. Slika je narisana v merilu, kjer pomeni 1 cm na sliki 6 cm v naravi. *Zorni kot* α je kot, pod katerim vidimo predmet.

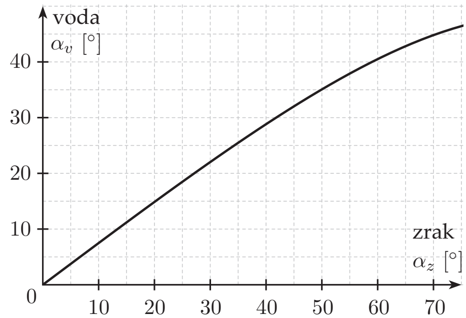
(a) Kolikšen je zorni kot, pod katerim vidimo ploščo, če jo opazujemo iznad sredine akvarija in so naše oči od dna akvarija oddaljene 30 cm?

(b) Na zgornji skici akvarija jasno označi vodoravno območje, iz katerega lahko vidimo celo ploščo, če ostanejo naše oči vsaj 30 cm oddaljene od ravnine, v kateri leži dno akvarija.



Graf kaže, kako sta pri prehodu curka svetlobe med zrakom in vodo med seboj povezana vpadni in lomni kot.

(c) Curek svetlobe prehaja skozi gladino iz vode v zrak. Vpadni kot curka je 35°. Kolikšen je lomni kot?



(d) V akvarij nalijemo vodo do vrha. Na sliki označi vodoravno območje, iz katerega lahko vidimo celo ploščo, ko je akvarij do vrha poln vode in so naše oči 30 cm oddaljene od ravnine, v kateri leži dno akvarija.

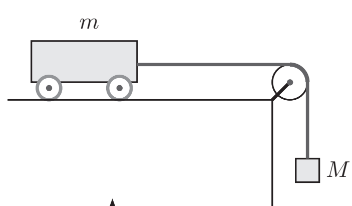
(e) Naše oči so 30 cm nad dnom akvarija in nad sredino plošče. V akvariju je tudi voda, a ne do vrha. Ploščo vidimo pod zornim kotom 50°. Z načrtovanjem ugotovi, kako visoko nad dnom je gladina vode in jo nariši. Debelino plošče smeš zanemariti.

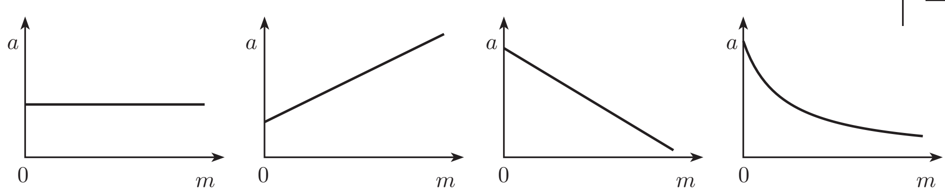
Naloge za 9. razred

A1 Teža "zlate" zapestnice je 1,38 N, ko jo v celoti potopimo v glicerin, pa silomer, na katerem visi, pokaže 1,29 N. Iz katere kovine je zapestnica?

(**A**) Iz zlata. (**B**) Iz srebra. (**C**) Iz bakra. (**D**) Iz jekla.

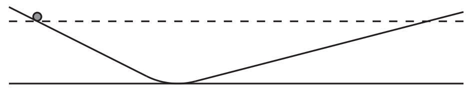
A2 Anja opravlja poskus. Preko škripca napelje lahko vrvico, na kateri visi stalna utež z maso M. Vrvica je na drugem krajišču privezana na voziček, kot kaže slika. Na voziček polaga kamenčke. Skupna masa vozička in kamenčkov na njem je m. Trenje je zanemarljivo. Na koncu nariše pravilen graf, ki kaže odvisnost pospeška vozička a od skupne mase vozička s kamenčki m. Kateri graf nariše Anja?

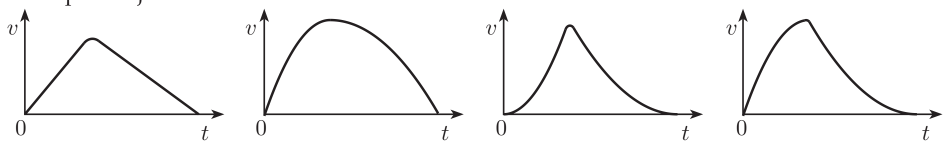




(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A3 Košček ledu spustimo po klancu, ki se najprej spušča, potem pa dviga, kot kaže slika, z začetne višine h_0. Upor in trenje lahko zanemarimo. Kateri graf pravilno kaže, kako se hitrost koščka ledu spreminja s časom?





(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

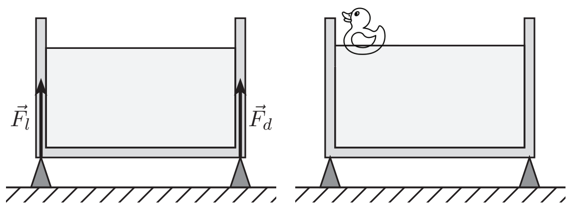
A4 Pri segrevanju trdnih teles z dolžino l za ΔT se njihova dolžina poveča na $l + \Delta l$, kjer je

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T.$$

Katero enoto ima koeficient temperaturnega raztezka α, ki nam pove, za koliko se podaljša palica glede na svojo začetno dolžino, ko jo segrejemo za ΔT?

(**A**) $\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{K}}$ (**B**) m·K (**C**) $\frac{\mathrm{mm}\cdot\mathrm{K}}{\mathrm{m}}$ (**D**) $\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}$

A5 V akvarij nalijemo vodo in ga postavimo na dve podpori, da vse obmiruje. Sili, s katerima podpori delujeta na akvarij, sta po smeri in velikosti enaki. Nato na gladino položimo račko, ki na vodi plava. Račka se umiri ob steni akvarija, bližje levi podpori. Katera od izjav o silah podpor je pravilna?



(**A**) Sili podpor $\vec{F}_l$ in $\vec{F}_d$ se ne spremenita.

(**B**) Sila leve podpore $\vec{F}_l$ se poveča, sila desne $\vec{F}_d$ se zmanjša, njuna vsota pa se ne spremeni.

(**C**) Sili podpor $\vec{F}_l$ in $\vec{F}_d$ se povečata enako, vsaka za polovico teže račke.

(**D**) Sila leve podpore $\vec{F}_l$ se poveča za več kot pol teže račke, sila desne $\vec{F}_d$ se poveča za manj kot pol teže račke, njuna vsota pa se poveča za težo račke.

B1 Z zračno puško ustrelimo v pritrjen kvader iz polietilena, v katerem se izstrelek z maso $1{,}02$ g zaustavi. Tik preden se izstrelek zaleti v kvader, ima hitrost 220 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) Kolikšno kinetično energijo ima izstrelek preden se zaleti v kvader?

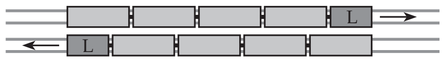
(b) Kako globoko se izstrelek zarine v kvader, če je sila, s katero se polietilen upira, $1{,}6$ kN?

(c) Kvader smo kupili v Veliki Britaniji, zato so njegove mere neobičajne: robovi merijo 4 palce, 4 palce in 6 palcev. Gostota polietilena je $0{,}033$ $\frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{in}^3}$. En palec (oznaka "in") je 1 in $=$ $2{,}54$ cm, en funt (oznaka "lbs") je 1 lbs $=$ $453{,}6$ g. Kolikšna je masa kvadra v kilogramih?

(d) Specifična toplota polietilena je $1{,}9$ $\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$. Predpostavi, da kvader ne izmenja toplote z okolico in da se v njegovo notranjo energijo zaradi zaviranja izstrelka pretvori celotna kinetična energija izstrelka. Za koliko se kvadru dvigne temperatura, ko se v njem zaustavi izstrelek?

(e) Kvader iz polietilena ima, preden se vanj zarine izstrelek, temperaturo $20°$C. Upoštevaj, da ima izstrelek tik preden se zarine v balistični kvader temperaturo $200°$C in da se v kvadru ohladi, pri čemer odda toploto kvadru. Specifična toplota jekla, iz katerega je izstrelek, je $0{,}46$ $\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$. Oceni, za koliko se dodatno segreje kvader, ko se v njem že zaustavljen izstrelek ohladi.

B2 Na postaji na vzporednih tirih stojita nasprotno obrnjena enako dolga vlaka, kot v tlorisu kaže slika. Dolžina posameznega vlaka je 180 m.



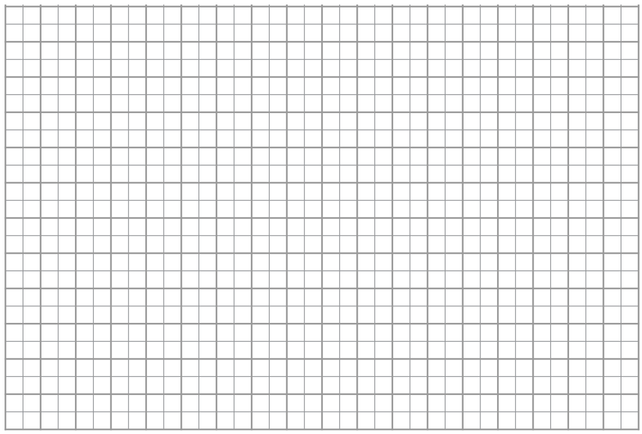
Ob $t = 0$ vlaka speljeta vsak v svojo smer in se potem v vsem času, ko ju opazujemo, gibljeta enakomerno pospešeno. Pospešek prvega vlaka je $0{,}15\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, pospešek drugega vlaka pa je $0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(a) Kolikšno pot opravi prvi in kolikšno pot opravi drugi vlak do trenutka $t_1 = 20$ s?

(b) Kolikšna je ob času t_1 razdalja med sprednjima deloma obeh lokomotiv (L) in kolikšna je v istem trenutku razdalja med zadnjima deloma zadnjih vagonov na obeh kompozicijah?

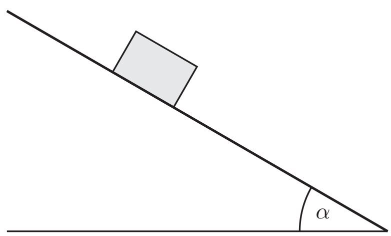
(c) Koliko časa vlaka vozita eden mimo drugega?

(d) V koordinatni sistem nariši graf, ki kaže, kako se s časom spreminja **razdalja** med zadnjima deloma zadnjih vagonov od trenutka $t = 0$ do $t = t_2 = 35$ s.



B3 Pri tej nalogi se bomo ukvarjali z mirovanjem in gibanjem klade z maso $1{,}0$ kg na klancu. Zanimali nas bosta sila *trenja* na klado pri *gibanju* klade in sila *lepenja* na klado pri *mirovanju* klade. Na klado v vsakem trenutku deluje le ena od teh dveh sil (v resnici je to ista sila, ki pa jo poimenujemo glede na to, ali se telo giblje ali miruje). Sila lepenja je vzporedna podlagi in deluje v taki smeri, da prepreči gibanje (zdrs) klade. Pri reševanju celotne naloge si pomagaj z načrtovanjem.

(a) Klada miruje na klancu z naklonom α, kot kaže slika. Kolikšna sila lepenja $\vec{F_l}$ deluje na klado?



Za velikost sile lepenja F_l velja *neenačba* $F_l \leq k_l \cdot F_\perp$, kjer sta k_l *koeficient lepenja*, ki je odvisen od vrste in hrapavosti stičnih ploskev klade in podlage, ter $\vec{F}_\perp$ pravokotna sila podlage na klado.

(b) Naklon klanca povečujemo in ugotovimo, da klada na klancu zdrsne (ne more več mirovati na njem) pri mejnem kotu $\alpha_m = 45°$ in vseh kotih večjih od α_m. Kolikšna je sila lepenja tik preden klada zdrsne?

(c) Kolikšen je koeficient lepenja k_l?

Ko klada *drsi* po klancu, deluje nanjo sila trenja F_t (in ne več lepenja). Velikost sile trenja podaja *enačba* $F_t = k_t \cdot F_{\perp}$, kjer je k_t *koeficient trenja*. V nadaljevanju predpostavi, da sta koeficienta trenja in lepenja enaka, $k_t = k_l$.

(d) S kolikšnim pospeškom se giblje klada po klancu z naklonom $60°$?

(e) Klado postavimo na klanec z naklonom $60°$ ter jo z roko tiščimo v smeri pravokotno na klanec. S kolikšno silo moramo vsaj tiščati klado, da po klancu ne zdrsne?

Naloge za 8. razred, Fleksibilni predmetnik

A2 Ped je pol vatla, dlan je šestina vatla, prst je štiriindvajsetina vatla. Palica je dolga 1 vatel + 1 ped + 1 dlan + 1 prst = 78,6 cm. Koliko meri vatel?

(**A**) 111 cm. (**B**) 78,6 cm. (**C**) 46,0 cm. (**D**) 13,4 cm.

B2 Na kopališču imajo dva bazena, otroškega in velikega. Dno otroškega bazena meri 16 m $\times$ 30 m, dno velikega bazena meri 24 m $\times$ 32 m. Oba bazena, ki sta povsem prazna, pričnejo polniti hkrati. V vsakega od bazenov napeljejo svojo cev, iz katere priteče vsako minuto 480 litrov vode.

(a) V otroškem bazenu je na koncu polnjenja globina vode 0,8 m, v velikem bazenu pa 2,0 m. Koliko m^3 je v vsakem od bazenov vode, ko sta polna?

(b) Koliko časa polnijo vsakega od bazenov? Odgovor napiši v urah in minutah.

(c) Koliko vode bi moralo iz cevi priteči v veliki bazen vsako minuto, da bi s polnjenjem obeh bazenov končali hkrati?

(d) Bazena jeseni izpraznijo in naslednje leto pred poletjem zopet napolnijo. Postopek polnjenja ponovijo. A ker je veliki bazen pozimi razpokal, zdaj pušča. Polnjenje velikega bazena zato traja 4 ure dlje kot prejšnje leto. Koliko vode uide iz velikega bazena vsako minuto?

8. tekmovanje v znanju astronomije za Dominkova priznanja – državno tekmovanje

Naloge za 7. razred

A1. Kateri od naštetih planetov je po velikosti najbolj podoben Zemlji?

(**A**) Mars. (**B**) Merkur. (**C**) Jupiter. (**D**) Venera.

A2. Kolikokrat v letu je v kraju na ekvatorju Sonce v zenitu?

(**A**) Nikoli. (**B**) Enkrat. (**C**) Dvakrat. (**D**) Vsak dan.

A3. Ob Sončevem mrku je

(**A**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v ščipu;

(**B**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v mlaju;

(**C**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je v ščipu;

(**D**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je v mlaju.

A4. V katerem od naštetih ozvezdij z Zemlje nikoli ne vidimo Merkurja?

(**A**) Kozorog. (**B**) Bik. (**C**) Rak. (**D**) Orel.

A5. Kolikokrat se Luna zavrti okoli svoje osi, ko enkrat obkroži Zemljo?

(**A**) Enkrat. (**B**) Dvakrat.
(**C**) Približno 30-krat. (**D**) Luna se sploh ne vrti okoli svoje osi.

A6. Glavna sestavina večine kometov je

(**A**) ogljikov dioksid; (**B**) voda; (**C**) različne kamnine; (**D**) metan.

A7. V katerem območju Osončja je največ asteroidov?

(**A**) Med Zemljino in Marsovo orbito.
(**B**) Med Jupitrovo in Saturnovo orbito.
(**C**) Med Marsovo in Jupitrovo orbito.
(**D**) Med Uranovo in Neptunovo orbito.

A8. Katera od trditev drži za kroglaste zvezdne kopice?

(**A**) V njih so zelo mlade zvezde.
(**B**) V njih so zvezde različnih starosti – od najmlajših do najstarejših v Galaksiji.
(**C**) V njih so zvezde, ki so enako stare kot Sonce.
(**D**) V njih so najstarejše zvezde v Galaksiji.

A9. Katera od naštetih trditev velja?

(**A**) Planeti so nastali sočasno s Soncem.
(**B**) Planeti so nastali milijardo let za nastankom Sonca.
(**C**) Planeti so nastali milijardo let pred nastankom Sonca.
(**D**) Nekateri planeti so nastali hkrati s Soncem, druge je Sonce ujelo v medzvezdnem prostoru.

A10. Kateri od naštetih teleskopov ima največjo povečavo?

(**A**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 1 m in okular z goriščno razdaljo 20 mm.
(**B**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 1 m in okular z goriščno razdaljo 25 mm.
(**C**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 2 m in okular z goriščno razdaljo 20 mm.
(**D**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 2 m in okular z goriščno razdaljo 25 mm.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja.

A Kdaj je vzšlo Sonce na današnji dan?

B Kdaj je zvezda Betelgeza 10. januarja najvišje na nebu?

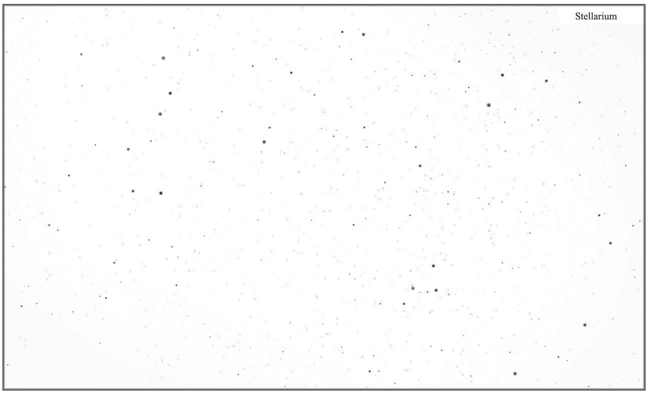
C Koliko časa po zaidu Sonca vzide zvezda Regul 21. januarja?

D V naših krajih prideta v zenit le dve zelo svetli zvezdi. Kateri zvezdi sta to?

B2. Poveži imena planetov z njihovimi lunami.

Mars	Titan
Jupiter	Oberon
Saturn	Ganimed
Uran	Triton
Neptun	Deimos

B3. Na zvezdni karti manjka Severnica. Karto popravi tako, da nanjo z oznako »X« vrišeš lego manjkajoče Severnice. Ocenjuje se natančnost določitve njene lege.



B4. Na sliki je označen krater Tycho. Izmeri njegov premer (svetlejši del) in ga izrazi v kilometrih. Polmer Lune je 1737 km. Foto: Andrej Guštin

B5. V kraju na ekvatorju se je na dan spomladanskega enakonočja rob Sonca dotaknil obzorja. Čez koliko časa bo celo Sonce zašlo? Lom svetlobe (atmosferska refrakcija) zanemari. Navidezni premer Sončeve ploskvice na nebu je 0,5°. Manjkajoče podatke mora mladi astronom oz. mlada astronomka poznati.

Naloge za 8. razred

A1. Navidezni premer Lunine ploskvice na nebu je približno

(**A**) 2°; (**B**) 1°; (**C**) 0,5°; (**D**) 0,25°.

A2. Ob kolobarjastem Sončevem mrku je

(**A**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v apogeju;

(**B**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v perigeju;

(**C**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je apogeju;

(**D**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je perigeju.

A3. V katerem od naštetih ozvezdij z Zemlje nikoli ne vidimo Venere?

(**A**) Bik. (**B**) Labod. (**C**) Oven. (**D**) Kozorog.

A4. Kdaj je Zemlja najbližje Soncu?

(**A**) Zemlja je vedno enako oddaljena od Sonca.

(**B**) Okoli jesenskega enakonočja.

(**C**) Okoli poletnega solsticija.

(**D**) Nekaj dni po novem letu.

A5. Kateri od naštetih planetov ima najbolj nagnjeno vrtilno os glede na njegovo ravnino gibanja okoli Sonca?

(**A**) Uran. (**B**) Neptun. (**C**) Jupiter. (**D**) Saturn.

A6. V katerem ozvezdju je radiant zelo znanega meteorskega roja, ki ima višek aktivnosti okoli 12. avgusta?

(**A**) Lev. (**B**) Perzej. (**C**) Orion. (**D**) Veliki medved.

A7. Glavna sestavina Sonca je

(**A**) helij; (**B**) kisik; (**C**) vodik; (**D**) ogljik.

A8. Katera od trditev drži za razsute zvezdne kopice?

(**A**) V njih so zelo mlade zvezde.

(**B**) V njih so zvezde različnih starosti – od najmlajših do najstarejših v Galaksiji.

(**C**) V njih so le zvezde, ki so enako stare kot Sonce.

(**D**) V njih so najstarejše zvezde v Galaksiji.

A9. Kakšne vrste je naša Galaksija?

(**A**) Eliptična. (**B**) Kroglasta. (**C**) Nepravilna. (**D**) Spiralna s prečko.

A10. Kateri od naštetih teleskopov ima najmanjšo povečavo?

(**A**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 1 m in okular z goriščno razdaljo 20 mm.

(**B**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 1 m in okular z goriščno razdaljo 25 mm.

(**C**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 2 m in okular z goriščno razdaljo 20 mm.

(**D**) Teleskop, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 2 m in okular z goriščno razdaljo 25 mm.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja.

A Kdaj je vzšlo Sonce na današnji dan?

B Kdaj je zvezda Betelgeza 10. januarja najvišje na nebu?

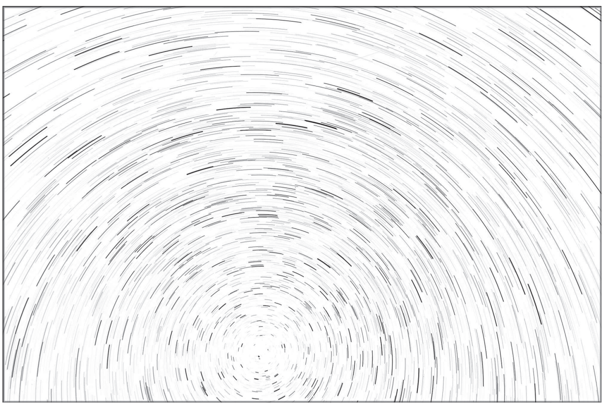
C Koliko časa po zaidu Sonca vzide zvezda Regul 21. januarja?

D V naših krajih prideta v zenit le dve zelo svetli zvezdi. Kateri zvezdi sta to?

B2. Poveži imena vesoljskih teles s pripadajočim pojmom oz. tipom.

Pluton	galaksija
Venera	luna
Titan	ozvezdje
M42	Danica
M31	meglica
Zajec	pritlikavi planet

B3. Slika je bila posneta tako, da je bil fotoaparat na nepremičnem stojalu usmerjen v nebo in je bil čas osvetlitve 40 minut. Na sliki z »X« označi Severnico in sledi 7 svetlih zvezd asterizma Veliki voz. Daljša stranica fotografije pokriva približno 80° neba. Foto: Andrej Guštin



B4. Zvezdana je nekega dne merila višino neke zvezde in ugotovila, da je najvišje na nebu ob 21.00. Nato je meritev ponovila čez 11 dni. Izračunaj, kdaj je bila ta zvezda takrat najvišje na nebu. Manjkajoči podatek mora mladi astronom oz. mlada astronomka poznati.

B5. V kraju na ekvatorju na dan spomladanskega enakonočja je središče Sonca 4 premere Sončeve ploskvice nad zahodnim obzorjem. Čez koliko časa bo celo Sonce zašlo? Lom svetlobe (atmosferska refrakcija) zanemari. Navidezni premer Sončeve ploskvice na nebu je 0,5°. Manjkajoče podatke mora mladi astronom oz. mlada astronomka poznati.

Naloge za 9. razred

A1. Navidezni premer Lunine ploskvice na nebu je približno

(**A**) 2°; (**B**) 1°; (**C**) 0,5°; (**D**) 0,25°.

A2. V katerem od naštetih ozvezdij z Zemlje nikoli ne vidimo Marsa?

(**A**) Tehtnica. (**B**) Veliki medved. (**C**) Vodnar. (**D**) Dvojčka.

A3. Ob kolobarjastem Sončevem mrku je

(**A**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v apogeju;

(**B**) Luna natanko med Zemljo in Soncem, Luna pa je v perigeju;

(**C**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je apogeju;

(**D**) Zemlja med Soncem in Luno, Luna pa je perigeju.

A4. Kdaj je Sonce na nebesnem ekvatorju?

(**A**) Nikoli. (**B**) Ob poletnem solsticiju.

(**C**) Ob zimskem solsticiju. (**D**) Ob spomladanskem in jesenskem enakonoč

A5. Glavna sestavina Jupitra je

(**A**) helij; (**B**) vodik; (**C**) kisik; (**D**) ogljik.

A6. V katerem ozvezdju je radiant zelo znanega meteorskega roja, ki ima višek aktivnosti okoli 12. avgusta?

(**A**) Lev. (**B**) Orion. (**C**) Perzej. (**D**) Veliki medved.

A7. Kateri od naštetih planetov je na našem nebu najpogosteje v opoziciji s Soncem?

(**A**) Mars. (**B**) Jupiter. (**C**) Saturn. (**D**) Uran.

A8. V kaj se bo na koncu življenja spremenilo Sonce?

(**A**) V belo pritlikavko. (**B**) V nevtronsko zvezdo.

(**C**) V črno luknjo. (**D**) V rjavo pritlikavko.

A9. Kakšne vrste je naša Galaksija?

(**A**) Eliptična. (**B**) Spiralna s prečko. (**C**) Nepravilna. (**D**) Kroglasta.

A10. Prvi teleskop (refraktor) ima premer objektiva 6 cm, drugi pa objektiv s premerom 18 cm. Katera izjava drži?

(**A**) Drugi teleskop zbere 1,5-krat več svetlobe kot prvi.

(**B**) Drugi teleskop zbere 3-krat več svetlobe kot prvi.

(**C**) Drugi teleskop zbere 6-krat več svetlobe kot prvi.

(**D**) Drugi teleskop zbere 9-krat več svetlobe kot prvi.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja.

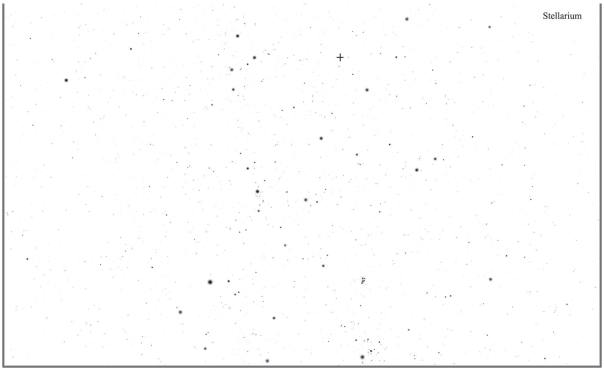
A Kdaj je vzšlo Sonce na današnji dan?

B Kdaj je zvezda Betelgeza 10. januarja najvišje na nebu?

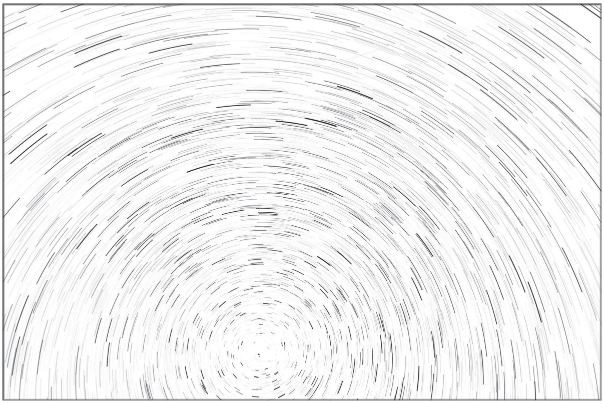
C Koliko časa po zaidu Sonca vzide zvezda Regul 21. januarja?

D V naših krajih prideta v zenit le dve zelo svetli zvezdi. Kateri zvezdi sta to?

B2. Na sliki je s križcem označena lega neke supernove. Določi ekvatorialne koordinate (rektascenzijo α in deklinacijo δ) te supernove. Pomagaj si z vrtljivo zvezdno karto.



B3. Slika je bila posneta tako, da je bil fotoaparat na nepremičnem stojalu usmerjen v nebo in je bil čas osvetlitve 40 minut. Na sliki z »X« označi Severnico in sledi 7 svetlih zvezd asterizma Veliki voz. Daljša stranica fotografije pokriva približno 80° neba. Foto: Andrej Guštin



B4. V kraju na ekvatorju na dan spomladanskega enakonočja je središče Sonca 4 premere Sončeve ploskvice nad zahodnim obzorjem. Čez koliko časa bo celo Sonce zašlo? Lom svetlobe (atmosferska refrakcija) zanemari. Manjkajoče podatke mora mladi astronom oz. mlada astronomka poznati.

B5. Komet je bil od Zemlje oddaljen 2 astronomski enoti, ko je imela njegova povsem okrogla koma na nebu polovico manjši premer kot polna Luna. Izračunaj premer kome kometa v kilometrih. Polmer Lune je 1737 km, njena oddaljenost od Zemlje pa 385000 km. Manjkajoče podatke mora mladi astronom oz. mlada astronomka poznati.

Naloge za srednje šole

A1. V katerem od naštetih ozvezdij z Zemlje nikoli ne vidimo Merkurja?

(**A**) Kozorog. (**B**) Bik. (**C**) Rak. (**D**) Orel.

A2. Kolikšna je lahko približno največja elongacija Venere od Sonca? Pomagaj si s podatkom, da je polmer njene orbite 0,72 astronomske enote.

(**A**) 36° (**B**) 46° (**C**) 90° (**D**) 180°

A3. Kako še pravimo Messierjevemu objektu M1?

(**A**) Meglica Rakovica. (**B**) Meglica Konjska glava.

(**C**) Meglica Severna Amerika. (**D**) Plejade.

A4. V katerem ozvezdju je radiant zelo znanega meteorskega roja, ki ima višek aktivnosti okoli 12. avgusta?

(**A**) Lev. (**B**) Perzej. (**C**) Orion. (**D**) Veliki medved.

A5. Koliko približno traja zvezdni dan?

(**A**) 24 ur 4 minute. (**B**) 24 ur. (**C**) 23 ur 56 minut. (**D**) 23 ur 45 minut.

A6. Glavna sestavina Jupitra je

(**A**) vodik; (**B**) helij; (**C**) ogljik; (**D**) kisik.

A7. Mali in Veliki Magellanov oblak sta

(**A**) plinasti meglici v Galaksiji;

(**B**) kroglasti kopici v haloju naše Galaksije;

(**C**) satelitski galaksiji naše Galaksije;

(**D**) satelitski galaksiji Andromedine galaksije.

A8. Življenjska doba Sonca je približno 10 milijard let. Kakšna pa bi bila življenjska doba Sonca, če bi to imelo dvakrat večjo maso?

(**A**) Enaka. (**B**) Bistveno krajša.

(**C**) Bistveno daljša. (**D**) Nekaj milijonov let krajša.

A9. Opazovanja kažejo, da se vesolje širi pospešeno. Kaj naj bi bila komponenta vesolja, zaradi katere se to dogaja?

(**A**) Navadna snov, zbrana v galaksijah. (**B**) Prasevanje.

(**C**) Temna snov. (**D**) Temna energija.

A10. Teoretična ločljivost človeškega očesa pri popolnoma odprti zenici je približno 20″. Kolikšna je približno ločljivost teleskopa v vidni svetlobi, katerega premer objektiva je 20-krat večji od premera zenice očesa?

(**A**) 1″ (**B**) 10″ (**C**) 400″ (**D**) 1′

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja.

A Jupiter bo 7. aprila 2017 v opoziciji s Soncem.
V katerem ozvezdju bo takrat Jupiter?

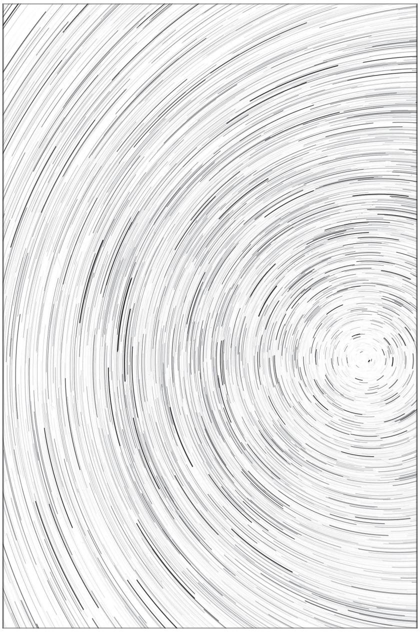
B Zapiši nebesne ekvatorialne koordinate zvezde Antares:

rektascenzija = ... h .... min; deklinacija = ... °.

C Kdaj je zvezda Algol 1. januarja v zgornji kulminaciji?

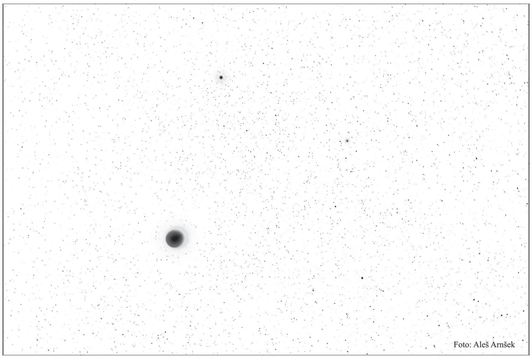
D Zvezda Regul vzhaja, Sonce pa v istem trenutku zahaja.
Kateri dan v letu je to?

B2. Slika (na poli je natisnjena v negativu) je bila posneta tako, da je bil fotoaparat na nepremičnem stojalu usmerjen v nebo in je bil čas osvetlitve 80 minut. Na sliki z »X« označi Severnico in sledi 7 svetlih zvezd asterizma Veliki voz. Daljša stranica fotografije pokriva približno 80° neba. Foto: Andrej Guštin



B3. Nek geostacionarni satelit, ki je v ekvatorialni krožni orbiti okoli Zemlje, je v kraju A, ki leži na ekvatorju, vedno v zenitu. V kraju B (leži na severni polobli), ki ima enako zemljepisno dolžino kot kraj A, pa je ta satelit 40° nad južnim obzorjem.
Izračunaj zemljepisno širino kraja B.
Polmer Zemlje R_Z = 6400 km, masa Zemlje m_Z = 6·10^{24} kg, gravitacijska konstanta G = 6,67·10^{-11} Nm^2/kg^2.
Matematična pomoč:
Za trikotnike velja sinusov izrek: $a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma$.

B4. Na sliki (negativ) je periodični komet 17P/Holmes, ki je bil po nenadnemu izbruhu novembra 2007 iz naših krajev lepo viden tudi s prostim očesom. Koma kometa je bila skoraj popolna krogla. Iz slike oceni premer kome kometa. Rezultat izrazi v metrih. Slika je bila posneta, ko je bil komet od Zemlje oddaljen 2 astronomski enoti. Daljša stranica slike pokriva 10° neba.



B5. Astronomi so ugotovili, da imajo vse supernove Ia približno enak maksimalen sij, ki ustreza absolutni magnitudi M = -19. Z njimi lahko zato merimo oddaljenost galaksije, v kateri je taka supernova zasvetila, le s tem, da izmerimo njihov navidezni sij (m).

Pomoč
Zvezo med gostoto svetlobnega toka dveh vesoljskih teles j_1 in j_2 ter njunima magnitudama m_1 in m_2 opisuje Pogsonov zakon:

$j_2/j_1 = 10^{0{,}4(m_1-m_2)}$.

Gostota svetlobnega toka pada s kvadratom oddaljenosti.
Absolutna magnituda (M) je magnituda, ki bi jo imelo vesoljsko telo na oddaljenosti 10 parsekov.

Ker se vesolje širi, se zdi, kot bi se galaksije oddaljevale od nas s hitrostjo v, ki je sorazmerna z njihovo oddaljenostjo, kar opisuje Hubblov zakon $v = H_0D$, kjer je D oddaljenost galaksije, H_0 pa Hubblova konstanta. Hitrost (v) merimo posredno z rdečim premikom (z) črt v spektrih galaksij. Velja:
$z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$,
kjer je λ_0 valovna dolžina črte mirujočega svetila, λ pa izmerjena valovna dolžina iste črte v svetlobi oddaljujoče se galaksije. Rdeči premik lahko zapišemo tudi kot
$z = v/c$,
kjer je c hitrost svetlobe v vakuumu (c = 300000 km/s).
Opomba: Zgornja zveza velja za majhne z oz. za $v \ll c$.

a) V preglednici so meritve maksimalnega navideznega sija (m) supernov in rdečih premikov galaksij (z), v katerih so zasvetile. Privzemi, da so merske napake meritev zanemarljive in iz podatkov izračunaj oddaljenost galaksij (D) in njihovo hitrost oddaljevanja (v). Rezultate vpiši v preglednico.

b) Na milimetrskem papirju nariši graf hitrosti (v) v odvisnosti od oddaljenosti galaksij $v(D)$ in vanj vnesi rezultate.

c) Z grafa oceni Hubblovo konstanto H_0. Rezultat izrazi v enotah km/s/MPc.

supernova	m	D (megaparsek – MPc)	z	v (km/s)
1	16,26		0,030	
2	17,63		0,050	
3	16,08		0,026	
4	18,43		0,075	
5	14,47		0,014	
6	19,16		0,101	
7	15,18		0,020	
8	16,66		0,036	

Rešitve 17. tekmovanja dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike – državno tekmovanje

Rešitve nalog za 1. letnik

I/A1. $\frac{x^3-2x^2-9x+18}{x^2-9} = \frac{x^2(x-2)-9(x-2)}{x^2-9} = \frac{(x-2)(x^2-9)}{x^2-9} = x-2$ in vrednost je enaka 0 za $x = 2$. Pravilen odgovor je (**E**).

I/A2. $5^{2017} + 5^{2016} + 5^{2015} = 5^{2015}(5^2+5+1) = 31 \cdot 5^{2015}$. Število je deljivo z 31. Pravilen odgovor je (**B**).

I/A3. $a + 0{,}2a = 1{,}2a$, $b - 0{,}2b = 0{,}8b$ in $\frac{1{,}2a}{0{,}8b} = 1{,}5\frac{a}{b}$. Vrednost ulomka se poveča za 50 %. Pravilen odgovor je (**D**).

I/B1. Izračunamo vrednost $d = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \cdot 1{,}41\overline{6}$. Vrednost izraza $1 + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}} = \frac{17}{12}$, torej je $\left(1 + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}\right)^{-1} = \left(\frac{17}{12}\right)^{-1} = \frac{12}{17}$. Decimalno število spremenimo v ulomek in dobimo $1{,}41\overline{6} = \frac{17}{12}$. Izračunamo vrednost izraza $d = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \cdot 1{,}41\overline{6} = 2 \cdot \frac{12}{17}\frac{17}{12} = 2$.
V števcu in imenovalcu izpostavimo d^{-4} in dobimo $\frac{d^{-4}(d-1)}{d^{-4}(d^2(1-2d^{-1})^2-1)}$. Krajšamo z d^{-4} in kvadriramo izraz $(1-2d^{-1})^2$ in dobimo ulomek $\frac{d-1}{d^2(1-4d^{-1}+4d^{-2})-1}$, v imenovalcu odpravimo oklepaj $\frac{d-1}{d^2-4d+4-1}$, imenovalec uredimo $\frac{d-1}{d^2-4d+3}$, razstavimo $\frac{d-1}{(d-1)(d-3)}$ in okrajšamo ter tako dobimo poenostavljeni izraz $\frac{1}{d-3}$.
Vrednost $d = 2$ vstavimo v poenostavljen izraz $\frac{1}{d-3}$ in dobimo rešitev -1.

I/B2. Nastavimo sistem enačb na podlagi podatkov za torkov nakup $6r \cdot 0{,}85 + 5 = 2{,}27$ € ter za sobotni nakup $(7r + 4 + 2r) \cdot 0{,}9 = 2{,}52$. Pri tem smo pozorni na $10\ \%$ popust med vikendom, $15\ \%$ popust na rogljičke med tednom in vrednost vrečke. Sistem enačb lahko rešujemo z zamenjalnim načinom ali metodo nasprotnih koeficientov. Npr., prvo enačbo pomnožimo z -4, drugo pa s 5, da dobimo sistem enačb $-20{,}4r - 20 = -9{,}08$ ter $45r + 20 = 14$. Enačbi seštejemo in dobimo linearno enačbo $24{,}6r = 4{,}92$ od koder izračunamo, da je $r = 0{,}2$. Podatek vstavimo v eno od prvotnih enačb in dobimo na primer $9 \cdot 0{,}2 + 4 = 2{,}52$ od koder izračunamo $= 0{,}25$. Polona bi med tednom plačala $9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}85 + 8 \cdot 0{,}25 = 3{,}53$ €, med vikendom pa $(9 \cdot 0{,}2 + 8 \cdot 0{,}25) \cdot 0{,}9 = 3{,}42$ €, torej se ji nakup bolj splača med vikendom.

I/B3. Po definiciji absolutne vrednosti iz dane enačbe zapišemo dve enačbi $|x-1|-2 = 1-\frac{1}{2}x$ in $|x-1|-2 = -1+\frac{1}{2}x$. Nato vsako enačbo ponovno rešujemo po definiciji absolutne vrednosti. Iz prve od enačb dobimo enačbi $x-1-2 = 1-\frac{1}{2}x$ in $x-1-2 = -1+\frac{1}{2}x$. Rešitev enačbe $x-1-2 = 1-\frac{1}{2}x$ je $x = \frac{8}{3}$, ki ne ustreza prvotni enačbi. Rešitev enačbe $x-1-2 = -1+\frac{1}{2}x$ je $x = -4$, ki ustreza prvotni enačbi.
Iz druge od enačb dobimo enačbi $x-1-2 = -1+\frac{1}{2}x$ in $-x+1-2 = -1+\frac{1}{2}x$.
Rešitev enačbe $x-1-2 = -1+\frac{1}{2}x$ je $x = 4$, ki ne ustreza prvotni enačbi.
Rešitev enačbe $-x+1-2 = -1+\frac{1}{2}x$ je $x = 0$, ki ustreza prvotni enačbi.
Enačba ima torej rešitvi $x = -4$ in $x = 0$.

Rešitve nalog za 2. letnik

II/A1. Število diagonal se izračuna z $d = \frac{n(n-3)}{2}$. Če ima lik B n oglišč, jih ima lik A $n+2$ in za število diagonal velja $\frac{(n+2)(n-1)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 55$. Dobimo $n = 28$. Iz tega sledi, da ima lik A 30 obližč. Pravilen odgovor je (**C**).

II/A2. Linearna funkcija je oblike $f(x) = k \cdot x + n$. Iz prve zveze dobimo $2k + 2n = -8$, iz druge pa $6k + 2n = 4$. Iz tega sledi $k = 3$ in $n = -7$, $f(x) = 3x - 7$. Tako velja $f(2) + f(7) = 13$. Pravilen odgovor je (**B**).

II/A3. $\sqrt[n]{n^n} = n$, $\sqrt[n+n]{n^n} = \sqrt[2]{n}$, $\sqrt[n]{n^{n+n}} = n^2$. Vrednost izraza $\frac{\sqrt[n]{n^n} \cdot \sqrt[n+n]{n^n}}{\sqrt[n]{n^{n+n}}}$ je enaka $\frac{n \cdot \sqrt[2]{n}}{n^2} = \frac{1}{\sqrt[2]{n}} = n^{-\frac{1}{2}}$. Pravilen odgovor je (**E**).

II/B1. Prvo enačbo kvadriramo in preoblikujemo v $x^2 - 2x + 7y - 1 = 0$. V drugi enačbi koren osamimo, kvadriramo in izrazimo $y = -x^2 + 5x - 2$. To vstavimo v zgornjo enačbo in dobimo $2x^2 - 11x + 5 = 0$. Za $x_1 = 5$ dobimo $y_1 = -2$, rešitev ustreza prvotni enačbi. Za $x_2 = \frac{1}{2}$ dobimo $y_2 = \frac{1}{4}$, rešitev ne ustreza prvotni enačbi.

II/B2. Enačbi premic zapišemo v eksplicitni obliki: $y = \frac{a+b}{a}x + \frac{a-2}{a}$ in $y = \frac{a-2b}{a-4b}x + \frac{a}{a-4b}$. Če sta premici identični, imata zapisani v eksplicitni obliki enaka smerna koeficienta in enaka odseka na ordinatni osi. Dobimo enačbi $\frac{a+b}{a} = \frac{a-2b}{a-4b}$ in $\frac{a-2}{a} = \frac{a}{a-4b}$. Iz prve enačbe dobimo $b \cdot (a + 4b) = 0$. Rešitev $b = 0$ ne ustreza, ker se druga enačba preoblikuje v $a - 2 = a$ in nima rešitve. Ostane še druga možnost $a + 4b = 0$, oziroma $4b = -a$. To uporabimo v drugi enačbi in dobimo $\frac{a-2}{a} = \frac{a}{a+a} = \frac{1}{2}$ in iz tega sledi $a = 4$ in $b = -1$.

II/B3.

a) Konstruiramo kot β z ravnilom in šestilom. Iz oglišča B na nosilki stranice a odmerimo $a + b$. Narišemo višinski pas in dobimo oglišče A. Dobimo enakokraki trikotnik, npr.: ABD in narišemo simetralo stranice AD. Dobimo oglišče C in trikotnik ABC.

b) Povežemo S_1 in S_2, njuna razdalja je $r_1 + r_2$. Skozi S_1 narišemo vzporednico k stranici c in dobimo pravokotni trikotnik s katetama $r_2 - r_1$ in d. Dolžina druge katete je iskana razdalja, izračunamo jo po Pitagorovem izreku $d^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_2 - r_1)^2$ in dobimo $d = 2\sqrt{r_1 \cdot r_2}$.

Rešitve nalog za 3. letnik

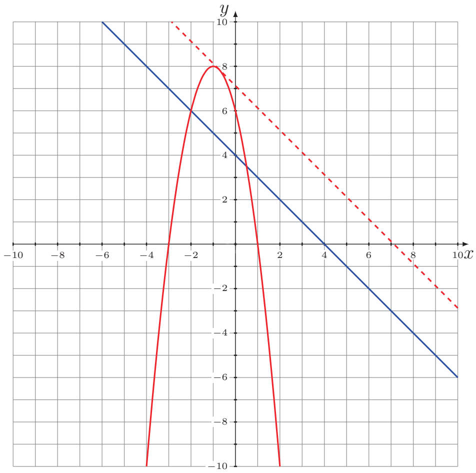
III/A1. Ena ničla funkcije f je -2, v točki $T(1, 3)$ ima graf funkcije f teme, torej je 4 druga ničla funkcije f, zato je $f(4) = 0$. Pravilen odgovor je (**D**).

III/A2. Naj bo v dolžina višine krogu očrtanega enakostraničnega trikotnika, v_1 pa dolžina višine krogu včrtanega enakostraničnega trikotnika in r polmer kroga. Za očrtani trikotnik velja $\frac{1}{3}v = r$ in za včrtani trikotnik velja $\frac{2}{3}v_1 = r$. Iz obeh enakosti sledi, da je razmerje višin očrtanega in včrtanega trikotnika enako $v : v_1 = 2 : 1$. V enakem razmerju sta tudi dolžini stranic trikotnikov. Pravilen odgovor je (**B**).

III/A3. Upoštevamo pravila za računanje s potencami in preoblikujemo enačbo v obliko $10^x = 10^{4x-10}$. Rešitev enačbe je $x = \frac{10}{3}$. Pravilen odgovor je (**B**).

III/B1.

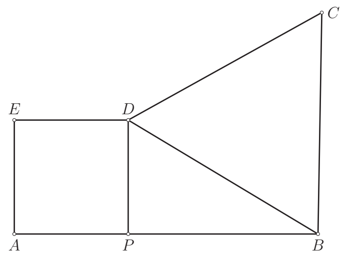
a) Ničli funkcije f sta -3 in 1, teme grafa funkcije f je v točki $T(-1, 8)$. Graf funkcije g ima smerni koeficient -1, ordinatno os pa seka v točki $N(0, 4)$. Narišemo oba grafa.



b) Tangenta vzporedna grafu funkcije g ima enačbo $y = -x + n$. Tangenta se dotika parabole, zato imata krivulji eno skupno točko. Enačbi krivulj izenačimo in dobimo kvadratno enačbo $2x^2 + 3x + (n - 6) = 0$. Kvadratna enačba ima eno rešitev, ko je diskriminanta $D = 3^2 - 4 \cdot 2(n - 6)$ enaka 0, kar nam da rešitev $n = \frac{57}{8}$. Enačba tangente je $y = -x + \frac{57}{8}$.

III/B2. Iz dane enačbe dobimo enačbi $\log\left(\sqrt{3^x} - 1\right) = 1$ in $\log\left(\sqrt{3^x} - 1\right) = -1$. Po preoblikovanju prve enačbe dobimo $\sqrt{3^x} - 1 = 10$, ki jo preoblikujemo do enačbe $3^x = 121$. Rešitev prve enačbe je $x = \log_3 121 \doteq 4{,}37$. Pri drugi enačbi dobimo $\sqrt{3^x} - 1 = 10^{-1}$, kar preoblikujemo do $3^x = \frac{121}{100}$. Rešitev druge enačbe je $x = \log_3 \frac{121}{100} \doteq 0{,}174$.

III/B3. Ploščina S petkotnika $ABCDE$ je vsota ploščin kvadrata $APDE$ (S_1), pravokotnega trikotnika PBD (S_2) in enakostraničnega trikotnika BCD (S_3). Ploščine vseh treh likov izrazimo z x. Ploščina kvadrata je $S_1 = x^2$, ploščina pravokotnega trikotnika je $S_2 = \frac{x \cdot \left(\sqrt{27} - x\right)}{2}$. Ploščina enakostraničnega trikotnika je $S_3 = \frac{|BD|^2\sqrt{3}}{4}$. Dolžino stranice BD izračunamo z uporabo Pitagorovega izreka $|BD|^2 = y^2 = x^2 + \left(\sqrt{27} - x\right)^2 = 2x^2 - 6\sqrt{3}x + 27$. To upoštevamo v zgornji formuli in dobimo $S_3 = \frac{2\sqrt{3}x^2 - 18x + 27\sqrt{3}}{4}$. Formula za ploščino petkotnika $ABCDE$ izražena z x je $S = S_1 + S_2 + S_3 = x^2 + \frac{x \cdot \left(\sqrt{27} - x\right)}{2} + \frac{2\sqrt{3}x^2 - 18x + 27\sqrt{3}}{4} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{3\sqrt{3} - 9}{2}x + \frac{27\sqrt{3}}{4}$. Upoštevamo, da ima kvadratna funkcija minimum, ko je $x = p = -\frac{b}{2a}$. Izračunamo $p = -\frac{\frac{3\sqrt{3} - 9}{2}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3} + 9}{2\left(1 + \sqrt{3}\right)} = \frac{-9 + 6\sqrt{3}}{2}$. Točka p je oddaljena od točke A za $\frac{-9 + 6\sqrt{3}}{2}$ cm.



Rešitve nalog za 4. letnik

IV/A1. Iz $\frac{a_3}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{16}{125}}{a_3}$ sledi, da je $a_3 = \frac{4}{25}$. Potem je $q = \frac{4}{5}$, $a_1 = \frac{1}{4}$. Vsota je $S = a_1 \cdot \frac{q^{50} - 1}{q - 1} = \frac{5}{4}\left(1 - 0{,}8^{50}\right)$. Pravilen odgovor je (**A**).

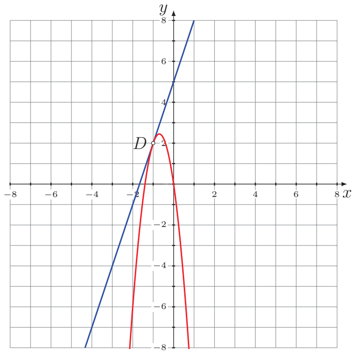
IV/A2. Načinov razporeditev 4 parov v vrsto je $4! = 24$. Če želijo pari sedeti skupaj, se lahko posedejo na $4! \cdot 2^4 = 384$ načinov. Pravilen odgovor je (**D**).

IV/A3. Funkcija ni definirana za $|x| - 2 = 0$. Rešitvi enačbe sta $x_1 = -2$, $x_2 = 2$. Definicijsko območje funkcije f je $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$. Pravilen odgovor je (**D**).

a) Naj bo število dijakov z nezadostno oceno x , število dijakov s prav dobro oceno pa y. Zapišemo prvo enačbo $x + y = 13$. Upoštevamo izračun povprečja $\frac{x + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 4y + 2 \cdot 5}{25} = 2{,}32$ in dobimo drugo enačbo $x + 4y = 22$. Rešimo sistem enačb in dobimo rešitev $x = 10$ in $y = 3$. Na ta način smo izračunali, da je 10 dijakov doseglo nezadostno oceno in 3 prav dobro oceno.

b) Ugotovimo, da je 13. podatek po velikosti 2, zato je mediana 2. Ugotovimo, da je najpogostejši rezultat 1, zato je modus 1.

IV/B2. Izračunamo ordinato dotikališča $y = 3(-1) + 5 = 2$. Upoštevamo koordinate dotikališča v $f(x) = ax^2 + bx$ in dobimo enačbo $a - b = 2$. Odvajamo funkcijo f in dobimo $f'(x) = 2ax + b$. Upoštevamo dotikališče $D(-1, 2)$ in smerni koeficient premice $k = 3$ ter dobimo enačbo $-2a + b = 3$. Rešimo sistem enačb in dobimo rešitev $a = -5$ in $b = -7$.



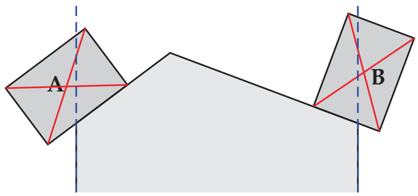
IV/B3. Upoštevamo definicijo aritmetičnega zaporedja in dobimo $\frac{a+b}{a-b} - 1 = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}$. Uredimo enačbo $\frac{a+3b}{a-b} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$. Po odpravi ulomka dobimo enačbo $b^2 + 2ab = b(b + 2a) = 0$. Če upoštevamo, da je $b \neq 0$, je rešitev $b = -2a$. Pri upoštevanju $b = -2a$ v kvadratni enačbi, dobimo $ax^2 - 2ax + a = 0$. Upoštevamo, da je $a \neq 0$ in dobimo enačbo $x^2 - 2x + 1 = 0$. Rešitev enačbe je $x = 1$.

Rešitve tekmovanja iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – področno tekmovanje

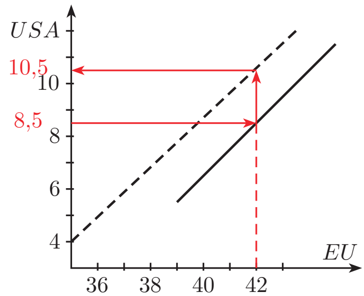
Rešitve nalog za 8. razred

A1 Skica avta na cesti kaže, da se avto giblje v smeri osi x, x-koordinata njegove lege se s časom povečuje. Vidimo tudi, da je ob času $t = 0$ lega avta $x(t = 0) < 0$. Graf, ki pravilno kaže, kako se x spreminja s časom t, je graf (B).

A2 Čez rob strehe pasje ute se prekucneta obe opeki, ker nobena od njiju ni podprta pod svojim težiščem. Težišče opeke je v presečišču diagonal, narisanih z rdečo.



A3 Sklenjena črta povezuje ameriške moške številke čevljev in evropske številke. Pamelin brat nosi superge z ameriško moško številko 8,5, ki ustreza evropski številki 42, ta pa tudi ameriški ženski številki čevljev 10,5.



A4 Na severnem polu je od spomladanskega enakonočja 21. marca do jesenskega enakonočja 23. septembra polarni dan, Sonce je neprestano nad obzorjem in sploh ne zaide. Svetli del dneva traja 24 ur in je 1. junija enako dolg kot 1. maja.

A5 Konstrukcijo preslikave skozi obe leči pravilno kaže slika (A). Preslikavo skozi prvo lečo kažejo vse slike enako. Preslikavo skozi drugo lečo pravilno kaže le slika (A), kjer sta pravilno prikazana loma središčnega in vzporednega žarka na ravnini, v kateri leži druga leča. Na ostalih slikah je pot vsaj enega od obeh žarkov skozi drugo lečo prikazana narobe.

B1 (a) Rdeči vlak vozi s hitrostjo $v_R = 12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, modri vlak s hitrostjo $v_M = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Do trenutka t_1, ko se srečata sprednja dela njunih lokomotiv, opravita rdeči in modri vlak poti $s_R = v_R \cdot t_1$ in $s_M = v_M \cdot t_1$, vsota njunih poti pa je enaka razdalji $d_0 = 400$ m med sprednjima deloma lokomotiv ob času $t = 0$, $d_0 = s_R + s_M = v_R \cdot t_1 + v_M \cdot t_1 = (v_R + v_M) \cdot t_1$. Čas t_1 je

$$t_1 = \frac{d_0}{v_R + v_M} = \frac{400\,\mathrm{m}}{12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{400\,\mathrm{m}\ \cdot\ \mathrm{s}}{32\,\mathrm{m}} = 12{,}5\,\mathrm{s}\,.$$

Rdeči vlak prevozi v času t_1 pot $s_R = 12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 12{,}5\,\mathrm{s} = 150$ m. Modri vlak prevozi v času t_1 pot $s_M = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 12{,}5\,\mathrm{s} = 250$ m.

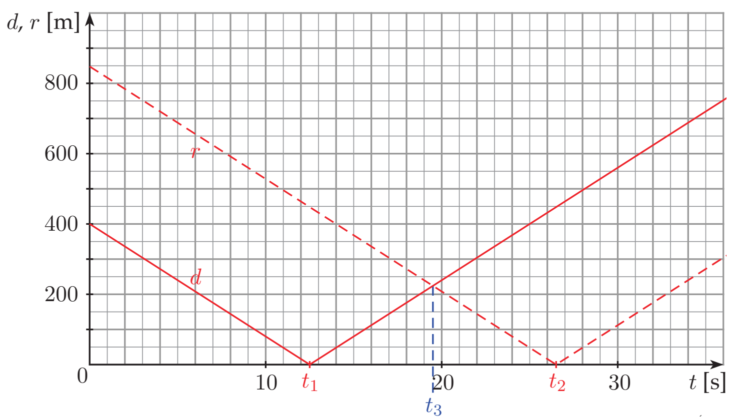
(b) Ob trenutku t_1 se srečata sprednja dela lokomotiv, torej sta zadnja dela zadnjih vagonov narazen toliko, kot skupaj v dolžino merita oba vlaka, $r = l_R + l_M = 188\,\mathrm{m} + 260\,\mathrm{m} = 448$ m.

(c) S podobnim razmislekom kot pri (a) ugotovimo, da vlaka vozita eden mimo drugega čas Δt, dokler skupaj ne prevozita razdalje r,

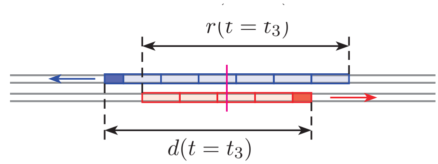
$$\Delta t = \frac{r}{v_R + v_M} = \frac{448\,\mathrm{m}}{12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{448\,\mathrm{m}\ \cdot\ \mathrm{s}}{32\,\mathrm{m}} = 14\,\mathrm{s}\,.$$

Zadnja dela zadnjih vagonov se srečata ob času $t_2 = t_1 + \Delta t = 12{,}5\,\mathrm{s} + 14\,\mathrm{s} = 26{,}5$ s.

(d) V koordinatnem sistemu sta narisana grafa, ki kažeta, kako se s časom spreminjata razdalja d med sprednjima deloma lokomotiv (s sklenjeno črto) in razdalja r med zadnjima deloma zadnjih vagonov (s črtkano črto).



Ob času $t_3 = 19{,}5$ s sta razdalji d in r enaki. Ob času t_3 se srečata sredini vlakov. Medsebojni legi vlakov ob t_3 kaže slika.

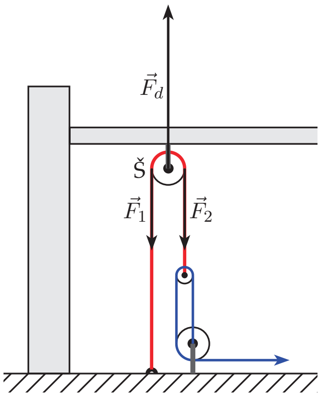


B2 Pri sklepih moramo upoštevati, da láhko vrvico, speljano preko lahkega škripca, ki se vrti brez trenja, napenjata na obeh krajiščih po velikosti enaki sili. Povsod, kjer je treba, tudi upoštevamo, da sta oba kraka vrvi, speljane preko škripca, med seboj vzporedna, in sta zato vzporedni tudi sili, s katerima vrv deluje na škripec. V takih primerih deluje vrv na škripec s silo, ki je po velikosti enaka dvakratni sili, s katero je vrv napeta.

(a) Če je rdeča vrv napeta s silo 1 kN, vleče rdeča vrv deblo preko škripca, pritrjenega na deblo, s podvojeno silo 2 kN.

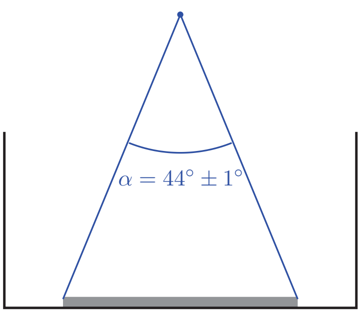
(b) Modra vrv je napeta s silo 1 kN. Preko škripca, pritrjenega na rdečo vrv, vleče modra vrv rdečo vrv s podvojeno silo 2 kN. Rdečo vrv torej napenja sila $F_r = 2$ kN. Preko škripca, pritrjenega na deblo, vleče rdeča vrv deblo s podvojeno silo $F_{r \to d} = 2 \cdot F_r = 4$ kN.

(c) Na škripec Š deluje rdeča vrv, ki je speljana preko njega, z dvema silama, $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$, ki sta po velikosti enaki sili, s katero je napeta rdeča vrv ($F_1 = F_2 = F_r = 2$ kN). Škripec miruje, ker nanj deluje še tretja sila, sila debla $\vec{F}_d$, ki sili rdeče vrvi uravnovesi. Sila debla je po velikosti enaka $F_d = 4$ kN.
Če k škripcu štejemo tudi vpetje škripca na deblo, je prijemališče sile debla na škripec v točki, kjer je vpetje škripca pritrjeno na deblo. Če k škripcu štejemo le vrtljivi del škripca (vpetje pa štejemo k deblu), je prijemališče sile debla na škripec v osi škripca. Obe možnosti sta sprejemljivi.

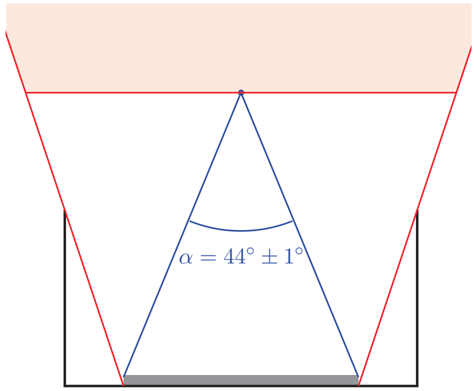


(d) Če na deblo deluje škripec s silo, ki meri 2 kN (kot v primeru (a)), meri sila, s katero je preko škripca napeta rdeča vrv, $F_r' = 1$ kN. Rdeča vrv deluje s prav tolikšno silo na dva sestavljena, v oseh togo povezana manjša škripca, na katera je vpeta. Preko obeh manjših škripcev je speljana modra vrv, ki je napeta s silo F_m. Vsakega od škripcev vleče modra vrv navzdol s silo $2 \cdot F_m$, oba škripca skupaj pa vleče navzdol vsota sil, ki meri $2 \cdot 2 \cdot F_m = 4 \cdot F_m$. Ker sta sestavljena škripca v ravnovesju, velja $4 \cdot F_m = F_r' = 1$ kN in dobimo $F_m = 250$ N.

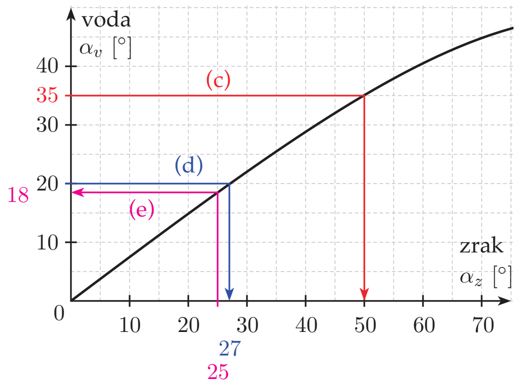
B3 (a) Nad sredino akvarija označimo v pravilni oddaljenosti (glede na podano merilo) točko, iz katere opazujemo ploščo. Iz te točke narišemo daljici do obeh robov plošče. Izmerimo kot α med daljicama in ugotovimo, da meri $44° \pm 1°$.



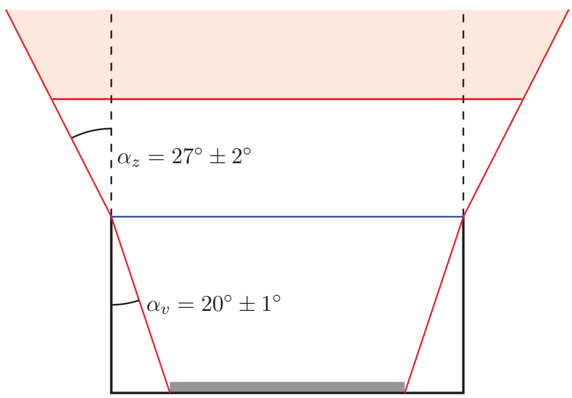
(b) Območje, iz katerega vidimo celo ploščo, če so naše oči od dna akvarija oddaljene 30 cm, omejujeta poltraka, ki imata izhodišči na robovih plošče in oplazita rob sten akvarija. Na sliki sta poltraka narisana z rdečo. Območje, ki je hkrati tudi 30 cm oddaljeno od dna akvarija, je osenčeno.



(c) Z rdečo črto (c) je na grafu prikazano, kako iz grafa preberemo, da ustreza vpadnemu kotu $\alpha_v = 35°$ v vodi lomni kot $\alpha_z = 50° \pm 1°$ v zraku.

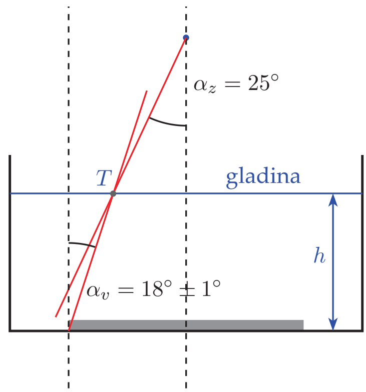


(d) Ko v akvarij nalijemo vodo do vrha, se curek svetlobe, ki gre od roba plošče skozi gladino vode v zrak tik ob stenah akvarija, pri prehodu iz vode v zrak lomi stran od vpadne pravokotnice. Na skici označimo gladino vode in izmerimo vpadni kot, $\alpha_v = 20° \pm 1°$. Z modro črto (d) je na grafu pri (c) prikazano, kako iz grafa preberemo, da je pri vpadnem kotu $\alpha_v = 20° \pm 1°$ lomni kot v zraku enak $\alpha_z = 27° \pm 2°$. Na skico narišemo curek, ki se lomi stran od vpadne pravokotnice za α_z.



Območje, ki je hkrati tudi 30 cm oddaljeno od dna akvarija, je osenčeno. Ker je sredina plošče na sredini akvarija, so koti za oba mejna curka enaki.

(e) Pri reševanju naloge si pomagamo z načrtovanjem (kot je predlagano v nalogi). Označimo točko nad akvarijem, iz katere opazujemo ploščo (opazovališče), pri čemer upoštevamo navedeno merilo. Iz opazovališča narišemo pravokotnico na ploščo in odmerimo v vsako stran (ali pa tudi le v eno) kot 25°, ki je polovica navedenega zornega kota. V odmerjeni smeri narišemo iz opazovališča poltrak z vrhom v opazovališču. Vzdolž poltraka se **po** prehodu gladine giblje mejni curek svetlobe, ki izhaja iz roba plošče proti gladini in se na gladini lomi ravno prav, da vpade v opazovališče. Ker je gladina vodoravna, poznamo lomni kot po prehodu gladine, $\alpha_z = 25°$.



S škrlatno črto (e) je na grafu pri (c) prikazano, kako iz grafa preberemo, da je pri lomnem kotu $\alpha_z = 25°$ vpadni kot v vodi enak $\alpha_v = 18° \pm 1°$.

Iz roba plošče narišemo pravokotnico na ploščo in od nje odmerimo kot α_v, narišemo v odmerjeni smeri drugi poltrak z vrhom na robu plošče. Presečišče obeh poltrakov je točka T, v kateri se mejnemu curku svetlobe spremeni smer potovanja – ta točka je na gladini vode v akvariju. Narišemo gladino. Izmerimo razdaljo $h = 2{,}3 \pm 0{,}5$ cm med gladino in dnom posode, upoštevamo merilo ter dobimo, da je gladina za $h_g = 14$ cm ± 3 cm nad dnom posode. (Dopuščamo veliko napako pri določanju višine gladine, ker je višina gladine določena s presečiščem dveh skoraj vzporednih premic.)

Rešitve nalog za 9. razred

A1 Ko zapestnica visi potopljena v glicerin na silomeru, je v ravnovesju: njeno težo $\vec{F}_g$, ki vleče zapestnico navzdol, uravnovesita sili vzgona $\vec{F}_{vzg}$ in silomera $\vec{F}_s$, ki vlečeta zapestnico navzgor. Za velikosti sil lahko zapišemo $F_g = F_{vzg} + F_s$ in od tod dobimo $F_{vzg} = F_g - F_s = 1{,}38\,\mathrm{N} - 1{,}29\,\mathrm{N} = 0{,}09$ N. Iz razmerja med težo in silo vzgona

$$\frac{F_g}{F_{vzg}} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{\rho_g \cdot V \cdot g} = \frac{\rho}{\rho_g}\,,$$

kjer je V prostornina zapestnice (enaka tudi prostornini izpodrinjenega glicerina) in g težni pospešek, izrazimo gostoto snovi, iz katere je zapestnica ρ, z gostoto glicerina ρ_g, ki jo poiščemo v tabeli gostot, $\rho_g = 1260\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, in razmerjem med silama,

$$\rho = \rho_g \cdot \frac{F_g}{F_{vzg}} = 1260\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{1{,}38\,\mathrm{N}}{0{,}09\,\mathrm{N}} = 19{,}32\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\,,$$

kar je natanko gostota zlata. Zapestnica je zlata.

A2 Opazujemo sistem, v katerem sta voziček s kamenčki, utež s stalno maso M, ki visi prek škripca, in lahka vrvica, ki ju povezuje. Skupna masa sistema je $m_s = m + M$. Utež in voziček se gibljeta enakomerno pospešeno, pospešuje ju rezultanta vseh sil na sistem, ki je kar enaka teži uteži $F_r = F_g = M \cdot g$. Drugi Newtonov zakon pravi, da je pospešek sistema a enak razmerju med rezultanto sil na sistem in maso sistema,

$$a = \frac{F_r}{m_s} = \frac{M \cdot g}{M + m}\,.$$

Graf, ki pravilno kaže, kako je pospešek a odvisen od mase vozička s kamenčki m je graf (D). Ko masa vozička s kamenčki m narašča, gre pospešek a proti 0, a doseže to vrednost v idealnem primeru (ko ni trenja) šele pri $m \to \infty$.

A3 Koššek ledu se po klancu navzdol giblje enakomerno pospešeno, od dna klanca navzgor na nasprotni breg pa enakomerno pojemajoče. Hitrost koščka ledu do trenutka, ko je na dnu klanca, enakomerno narašča, od dna navzgor po nasprotnem bregu pa enakomerno pada, kot kaže graf (A).

A4 Enoto koeficienta temperaturnega raztezka α določimo iz izraza

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l \cdot \Delta T} \to \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \to \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}},$$

kar je enota, zapisana pri (D).

A5 Sili obeh podpor uravnovesita težo akvarija in vsega, kar je v njem. Ko na gladino položimo račko, se sili podpor skupaj povečata za težo račke, in sicer vsaka za polovico (C). Če v akvariju ne bi bilo vode, bi se sila leve podpore povečala nekoliko več, sila desne pa nekoliko manj, ker je račka bližje levi podpori. Ker je v akvariju voda, se obe sili povečata enako, kar je povezano s tem, kako se po kapljevinah prenašajo sile.

B1 (a) Kinetična energija izstrelka z maso $m = 1{,}02\,\mathrm{g} = 0{,}00102\,\mathrm{kg}$ in hitrostjo $v = 220\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, tik preden se zaleti v kvader, je

$$W_k = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}00102\,\mathrm{kg} \cdot \left(220\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 24{,}7\,\mathrm{J}\,.$$

(b) Izstrelek se v kvadru ustavlja, nanj deluje sila $F_u = 1{,}6$ kN. Delo sile F_u med ustavljanjem na poti s je negativno in enako spremembi kinetične energije izstrelka na tej poti. Izstrelek se ustavi, njegova kinetična energija se z začetne W_k zmanjša na 0. Zapišemo lahko

$$\Delta W_k = 0 - W_k = -F_u \cdot s$$

in izrazimo pot s,

$$s = \frac{W_k}{F_u} = \frac{24{,}7\,\mathrm{J}}{1{,}6\,\mathrm{kN}} = 0{,}01548\,\mathrm{m} = 1{,}54\,\mathrm{cm}\,.$$

(c) Prostornina kvadra je $V = 4\,\text{palcev} \cdot 4\,\text{palcev} \cdot 6\,\text{palcev} = 96\,\text{palcev}^3 = 96\,\mathrm{in}^3$. Masa kvadra s prostornino V in gostoto $\rho = 0{,}033\,\frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{in}^3}$ je

$$m_k = \rho \cdot V = 0{,}033\,\frac{\mathrm{lbs}}{\mathrm{in}^3} \cdot 96\,\mathrm{in}^3 = 3{,}17\,\mathrm{lbs} = 3{,}17 \cdot 0{,}4536\,\mathrm{kg} = 1{,}44\,\mathrm{kg}\,.$$

(d) Izstrelek med ustavljanjem v kvadru iz polietilena (PE) opravi na kvadru pozitivno delo. Izstrelek delo kvadru odda, zato se izstrelku zmanjša kinetična energija, kvadru pa se zaradi prejetega dela za prav toliko poveča notranja energija, temperatura pa za ΔT. Zapišemo lahko $|\Delta W_k| = \Delta W_n = m_k \cdot c_{PE} \cdot \Delta T$, kjer sta m_k izračunana masa kvadra in c_{PE} podana specifična toplota polietilena ter izrazimo ΔT

$$\Delta T = \frac{|\Delta W_k|}{m_k \cdot c_{PE}} = \frac{24{,}7\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}}{1{,}44\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}9\,\mathrm{kJ}} = 0{,}009\,\mathrm{K}\,.$$

(e) Glede na to, da je masa izstrelka mnogo manjša od mase kvadra, in glede na to, da sta specifični toploti jekla c_j in polietilena c_{PE} istega velikostnega reda, utemeljeno domnevamo, da se s toploto, ki jo od izstrelka med njegovim ohlajanjem prejme kvader, slednji le malo segreje in je končna temperatura izstrelka in kvadra zelo podobna začetni temperaturi kvadra $T_k = 20°\text{C}$. To pomeni, da se izstrelek v kvadru ohladi z začetne temperature $T_i = 200°\text{C}$ za $\Delta T_i = T_i - T_k = 180°\text{C}$. Med ohlajanjem izstrelek odda kvadru toploto $Q = m \cdot c_j \cdot \Delta T_i$. To isto toploto kvader prejme in se ob tem segreje za $\Delta T'$, pri čemer velja $Q = m_k \cdot c_{PE} \cdot \Delta T'$. Izenačimo oba izraza za Q in iz enačbe izrazimo $\Delta T'$,

$$\Delta T' = \frac{m \cdot c_j \cdot \Delta T_i}{m_k \cdot c_{PE}} = \frac{0{,}00102\,\text{kg} \cdot 460\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 180\,\text{K}}{1{,}44\,\text{kg} \cdot 1900\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}} = 0{,}031\,\text{K}\,.$$

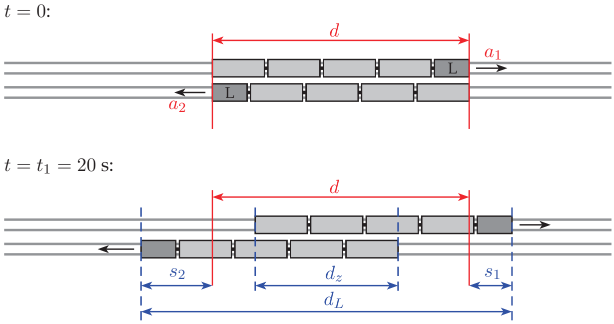
B2 (a) Prvi vlak se giblje s pospeškom $a_1 = 0{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ in opravi do trenutka $t_1 = 20$ s pot

$$s_1 = \frac{1}{2}\,a_1 \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20\,\text{s})^2 = 30\,\text{m}\,.$$

Drugi vlak se giblje s pospeškom $a_2 = 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ in opravi do trenutka $t_1 = 20$ s pot

$$s_2 = \frac{1}{2}\,a_2 \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20\,\text{s})^2 = 50\,\text{m}\,.$$

(b) Ob času $t = 0$ je razdalja med sprednjima deloma lokomotiv enaka eni dolžini vlaka $d = 180$ m in tolikšna je tudi razdalja med zadnjima deloma njunih zadnjih vagonov (kot kaže slika pri nalogi). Potem, ko vlaka speljeta vsak v svojo smer, se razdalja med sprednjima deloma njunih lokomotiv povečuje, razdalja med zadnjima deloma njunih zadnjih vagonov pa se najprej, dokler sta vlaka še delno vštric, zmanjšuje. Ob času t_1 je razdalja med sprednjima deloma lokomotiv $d_L = d + s_1 + s_2 = 180\text{ m} + 30\text{ m} + 50\text{ m} = 260$ m. Ob času t_1 je razdalja med zadnjima deloma zadnjih vagonov $d_z = d - (s_1 + s_2) = 180\text{ m} - 30\text{ m} - 50\text{ m} = 100$ m.



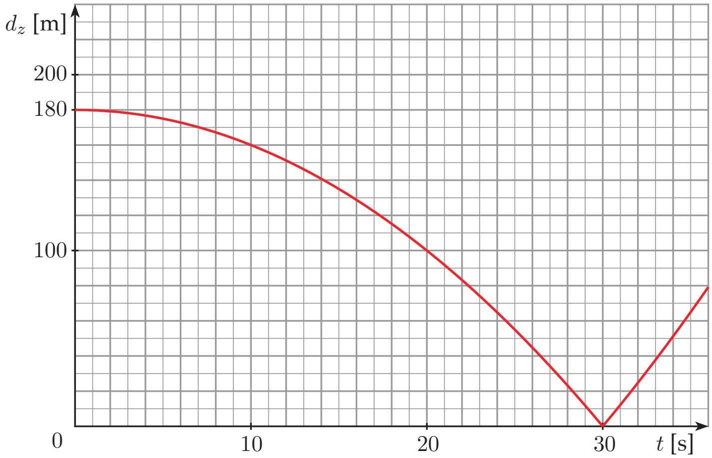
(c) Vlaka vozita eden mimo drugega čas t_2, dokler skupaj ne prevozita ene dolžine posameznega vlaka d. Prvi vlak v času t_2 prevozi pot s_1' in drugi vlak prevozi pot s_2',

$$s_1' = \frac{1}{2}\,a_1 \cdot t_2^2 \quad \text{in} \quad s_2' = \frac{1}{2}\,a_2 \cdot t_2^2\,.$$

Vsota obeh poti je enaka dolžini vlaka, $s_1' + s_2' = \frac{1}{2}\,(a_1 + a_2) \cdot t_2^2 = d$, odkoder izrazimo čas t_2,

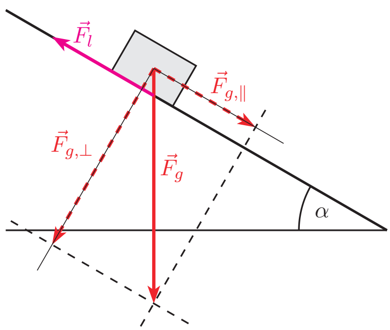
$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{a_1 + a_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180\,\text{m}}{0{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{360\,\text{m}}{0{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 30\,\text{s}\,.$$

(d) V koordinatnem sistemu je narisan graf, ki kaže, kako se s časom spreminja razdalja d_z med zadnjima deloma zadnjih vagonov.

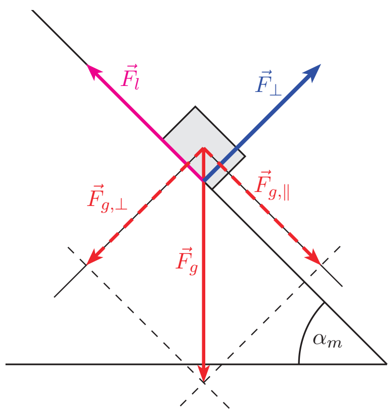


Ob $t = 0$ vlaka speljeta enakomerno pospešeno. Njuni hitrosti s časom naraščata, zato se vedno hitreje spreminja razdalja med zadnjima deloma zadnjih vagonov. Ta razdalja se do (že izračunanega) trenutka $t_2 = 30$ s zmanjšuje. Ob t_2 sta zadnja dela zadnjih vagonov vštric, razdalja med njima je 0, po tem času pa se razdalja spet povečuje (vedno hitreje).

B3 (a) Klada na klancu miruje, sile nanjo so v ravnovesju. Poleg teže $\vec{F}_g$, ki jo razstavimo na komponenti vzdolž podlage (klanca) $\vec{F}_{g,\parallel}$ in pravokotno na podlago (klanec) $\vec{F}_{g,\perp}$ (glej sliko), delujeta nanjo še pravokotna sila podlage $\vec{F}_\perp$ (na sliki ni prikazana) in sila lepenja $\vec{F}_l$. Pravokotna sila podlage $\vec{F}_\perp$ uravnovesi na podlago pravokotno komponento teže $\vec{F}_{g,\perp}$, sila lepenja $\vec{F}_l$ pa uravnovesi s podlago vzporedno komponento teže $\vec{F}_{g,\parallel}$. Izberemo primerno merilo (v teh rešitvah ustreza 1 cm sili 2,5 N) in ugotovimo, da sta podlagi vzporedna komponenta teže in sila lepenja po velikosti enaki 5 N.

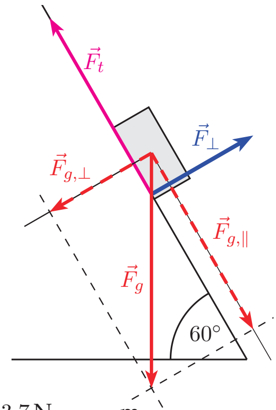


(b) Ko naklon klanca povečujemo pri kotih, ki so manjši od α_m, se veča s klancem vporedna komponenta sile podlage $\vec{F}_{g,\parallel}$, in veča se tudi sila lepenja $\vec{F}_l$, ki to komponento teže uravnoveša – dokler se lahko. Ko pri mejnem kotu α_m preseže največjo vrednost, določeno z neenačbo $F_l \leq k_l \cdot F_\perp \rightarrow F_{l,max} = k_l \cdot F_\perp$, klada zdrsne. Sile na klado na klancu z naklonom $\alpha_m = 45°$ kaže slika. Uporabimo isto merilo in enak postopek kot pri (a) in ugotovimo, da meri sila lepenja tik preden klada zdrsne 7,1 N $\pm$ 0,3 N.



(c) Na sliki pri (b) je v izbranem merilu prikazana tudi pravokotna sila podlage na klado $\vec{F}_\perp$, ki uravnovesi pravokotno komponento teže $\vec{F}_{g,\perp}$ tik preden klada zdrsne, $F_\perp = F_{g,\perp}$. Ugotovimo (tudi iz simetrije, ker je naklon klanca ravno $45°$), da je $F_{g,\perp} = F_{g,\parallel} = 7{,}1\ \mathrm{N} \pm 0{,}3\ \mathrm{N}$. Upoštevamo zvezo $F_l = F_{l,max} = k_l \cdot F_\perp$ ter enakosti $F_l = F_{g,\parallel} = F_{g,\perp} = F_\perp$ in ugotovimo, da je koeficient lepenja $k_l = 1$.

(d) Ko je naklon klanca večji od mejnega kota α_m, klada po klancu drsi enakomerno pospešeno. Rezultanta vseh sil kaže vzdolž klanca navzdol in je enaka vsoti klancu vzporedne komponente teže, ki je vzporedna smeri gibanja, in sile trenja, ki je nasprotna smeri gibanja, $\vec{F}_{rez} = \vec{F}_{g,\parallel} + \vec{F}_t$, po velikosti pa je enaka razliki med tema silama, $F_{rez} = F_{g,\parallel} - F_t$. Velikost sile trenja je $F_t = k_t \cdot F_\perp$ in ker je $k_t = k_l = 1$ ter ker je $F_\perp = F_{g,\perp}$, je $F_t = F_{g,\perp}$. Velikost sil določimo z načrtovanjem, kot pri (a) in (b). Ugotovimo, da je $F_{g,\perp} = 5\ \mathrm{N}$ in $F_{g,\parallel} = 8{,}7\ \mathrm{N} \pm 0{,}3\ \mathrm{N}$.



Klada se giblje s pospeškom a,

$$a = \frac{F_{rez}}{m} = \frac{F_{g,\parallel} - F_t}{m} = \frac{F_{g,\parallel} - F_{g,\perp}}{m} = \frac{8{,}7\,\mathrm{N} - 5\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{kg}} = \frac{3{,}7\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{kg}} = 3{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

(e) Ko klado tiščimo ob klanec v smeri, pravokotno na klanec, s silo roke $\vec{F}_r$, se za silo roke poveča tudi pravokotna sila podlage, $F_\perp = F_{g,\perp} + F_r$, in poveča se tudi največja sila lepenja, $F_{l,max} = k_l \cdot F_\perp$. Ko velikost največje sile lepenja $F_{l,max}$ doseže velikost klancu vporedne komponente teže $F_{g,\parallel}$, klada na klancu lahko miruje. Ker je koeficient lepenja $k_l = 1$, vidimo, da moramo klado ob klanec pritiskati s silo, ki je po velikosti enaka razliki med $F_{g,\parallel}$ in $F_{g,\perp}$ pri vprašanju (d), $F_r = 3{,}7\ \mathrm{N}$.

Rešitve nalog za 8. razred, Fleksibilni predmetnik

A2 Palica je dolga 1 vatel + 1 ped + 1 dlan + 1 prst = $(24 + 12 + 4 + 1)$ prstov = 41 prstov = 78,6 cm. Od tod sledi: 1 prst = $\frac{78{,}6\,\mathrm{cm}}{41}$ = 1,92 cm in 1 vatel = 24 prstov = 46 cm.

B2 (a) Prostornina vode v otroškem bazenu je $V_o = a_o \cdot b_o \cdot h_o = 16\,\mathrm{m} \cdot 30\,\mathrm{m} \cdot 0{,}8\,\mathrm{m} = 384\ \mathrm{m}^3$. Prostornina vode v velikem bazenu je $V_v = a_v \cdot b_v \cdot h_v = 24\,\mathrm{m} \cdot 32\,\mathrm{m} \cdot 2\,\mathrm{m} = 1536\ \mathrm{m}^3$.

(b) Vsakega od bazenov polnijo s cevjo, iz katere vsako minuto priteče v bazen $\Delta V = 480$ litrov $= 0{,}48\ \mathrm{m}^3$ vode. V otroški bazen se nateče $V_o = 384\ \mathrm{m}^3$ vode v času

$$t_o = \frac{V_o}{\Delta V}\,\mathrm{min} = \frac{384\,\mathrm{m}^3}{0{,}48\,\mathrm{m}^3} = 800\,\mathrm{min} = 13\,\mathrm{h}\,20\,\mathrm{min}\,.$$

V veliki bazen se nateče $V_v = 1536\ \mathrm{m}^3$ vode v času

$$t_v = \frac{V_v}{\Delta V}\,\mathrm{min} = \frac{1536\,\mathrm{m}^3}{0{,}48\,\mathrm{m}^3} = 3200\,\mathrm{min} = 53\,\mathrm{h}\,20\,\mathrm{min}\,.$$

(c) Če bi želeli tudi veliki bazen napolniti v istem času, kot otroškega, bi moralo v 800 minutah iz cevi v veliki bazen priteči $1536\ \mathrm{m}^3$ vode, v 1 minuti pa

$$\Delta V_1 = \frac{1536\,\mathrm{m}^3}{800} = 1{,}92\,\mathrm{m}^3 = 1920\,\mathrm{litrov}\,.$$

(d) Naslednje leto polnijo veliki bazen 4 ure = 240 min dlje kot prejšnje leto. Med polnjenjem bazena v vsem času polnjenja $t_{v2} = 3200\text{ min} + 240\text{ min} = 3440\text{ min}$ priteče iz cevi

$$V_{v2} = \frac{\Delta V}{\text{min}} \cdot t_{v2} = \frac{0{,}48\,\text{m}^3}{\text{min}} \cdot 3440\,\text{min} = 1651{,}2\,\text{m}^3\,.$$

Poln bazen vsebuje $V_v = 1536$ m^3 vode, kar pomeni, da je med polnjenjem v času $t_{v2} =$ 3440 min iz njega izteklo $\Delta V_2 = V_{v2} - V_v = 1651{,}2$ m^3 $- 1536$ m^3 $= 115{,}2$ m^3 vode, vsako minuto pa

$$\Delta V_p = \frac{115{,}2\,\text{m}^3}{3440} = 0{,}033\,\text{m}^3 = 33\,\text{litrov}\,.$$

Rešitve 8. tekmovanja v znanju astronomije za Dominkova priznanja – državno tekmovanje

Rešitve nalog za 7. razred

A1. (D) Venera. Polmer Venere je približno 95 odstotkov Zemlinega polmera. Mars in Merkur sta bistven manjša, Jupiter pa je bistveno večji od Zemlje.

A2. (C) Sonce pride v krajih na ekvatorju v zenit dvakrat na leto - ob spomladanksem in jesenskem enakonočju.

A3. (B) Ob Sončevem mrku je Luna med Zemljo in Soncem, kar hkrati pomeni, da proti Zemlji obrača neosvetljeno stran - mlaj.

A4. (D) Z Zemlje Merkurja ne moremo videti v ozvezdju Orel. Merkur se namreč vedno nahaja v bližini ekliptike, kjer so na nebu zodiakalna ozvezdja. Ozvezdje Orel pa je daleč stran od ekliptike.

A5. (A) Luna se pri enem obhodu okoli Zemlje tudi enkrat zavrti okoli svoje osi.

A6. (B) Večino kometov sestavlja predvsem vodni led.

A7. (C) Največ asteroidov v Osončju je med Marsovo in Jupitrovo orbito - glavni asteroidni pas.

A8. (D) V kroglastih kopicah so zelo stare zvezde.

A9. (A) Planeti so po vesoljskih merilih nastali sočasno s Soncem.

A10. (C) Povečava daljnogleda P je enaka razmerju goriščne razdalje objektiva f_{ob} in goriščne razdalje okularja f_{ok}: $P = f_{ob}/f_{ok}$. Od naštetih primerov ima največjo povečavo daljnogled z najdaljšo goriščno razdaljo objektiva f_{ob} = 2 m in najkrašo goriščno razdaljo okularja f_{ok} = 20 mm: P = 2000 mm/20 mm = 100.

B1.

A Sonce je na današnji dan (14. 1.) vzšlo ob **7.50**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **7.30** in **8.10**.

B Betelgeza je 10. januarja najvišje na nebu ob **22.35**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **22.15** in **22.55**.

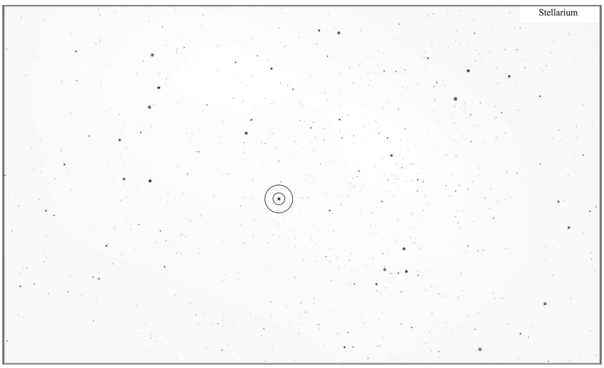
C 21. januarja Sonce zaide ob **16.45**, zvezda Regul pa na ta dan vzide ob **19.20**. Rigel torej vzide Δ**t = 19.20 - 16.45 = 2 h 35 minut** po zaidu Sonca. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **2 h 15 min** in **2 h 55 min**.

D V naših krajih gresta v bližini zenita le dve zelo svetli zvezdi: **Kapela** in **Deneb**.

B2.
Planeti in pripadajoče lune:

Mars	Deimos
Jupiter	Ganimed
Saturn	Titan
Uran	Oberon
Neptun	Triton

B3.
Na sliki sta okoli prave lege Severnice zarisana dva kroga.



B4.
Premer kraterja Tycho (d_T) lahko določimo iz razmerja njegovega premera na sliki (D_T) in premera Lunine ploskvice na sliki (D_L), saj je v nalogi podan pravi polmer Lune r_L:
d_T = 2·r_L·D_T/D_L. (1)
Predpostavimo, da je krater okrogel. Ker pa leži na okrogli Luni, je zaradi perspektive videti eliptičen, zato je njegov premer enak najdaljši osi elipse. Na sliki izmerimo njajdaljšo os (največjo velikost svetlega madeža na sliki) kraterja Tycho D_T:
D_T = 3 mm $\pm$ 0,5 mm. (2)
Napaka meritve je približno 17 %. Izmerimo še premer Lunine ploskvice:
D_L = 107 mm $\pm$ 1 mm. (3)
Napaka meritve je približno 1 %.
Iz teh meritev za premer kraterja Tycho dobimo:
d_T = 2· 1737 km · 3 mm/107 mm = 97 km.
Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu **97 km** $\pm$ **16 km**.

B5.
Sonce je na dan enakonočja na nebesnem ekvatorju. V kraju na ekvatorju zahaja pravokotno na obzorje. Če zanemarimo gibanje Zemlje okoli Sonca, potem Sonce v 24 urah na nebu opišel poln krog 360°.
V trenutku, ko se spodnji rob Sonca dotakne obzorja, se mora na nebu premakniti še za ves navidezni premer φ = 0,5°, da v celoti zaide.
Izračunamo, koliko časa t potrebuje, da se na nebu premakne za φ. Ker v 24 h oz. 24·60 min = 1440 min opravi 360°, sledi:
t = 0,5°·1440 h/360° = 2 min.

Rešitve nalog za 8. razred

A1. (C) Navidezni premer Lunine ploskvice na nebu je približno 0,5°.

A2. (A) Ob kolobarjastem Sončevem mrku je Luna med Zemljo in Soncem ter v bližini apogeja, najbolj oddaljene točke orbite od Zemlje.

A3. (B) Z Zemlje Venere ne moremo videti v ozvezdju Labod. Merkur se namreč vedno nahaja v bližini ekliptike, kjer so na nebu zodiakalna ozvezdja. Ozvezdje Labod pa je daleč stran od ekliptike.

A4. (D) Zemlja je Soncu najbližje nekaj dni po novem letu, letos 4. januarja.

A5. (A) Uran ima od naštetih planetov najbolj nagnjeno vrtilno os.

A6. (B) Okoli 12. avgusta je višek meteorskega roja Perzeidov. Ime roja je povezano z imenom ozvezdja, v katerem je radiant meteorskega roja - točko na nebu, iz katere izhajajo utrinki kakega roja.

A7. (C) Glavna sestavina Sonca je vodik.

A8. (A) V razsutih kopicah so mlade zvezde.

A9. (D) Naša Galaksija je spiralna galaksija s prečko.

A10. (B) Povečava daljnogleda P je enaka razmerju goriščne razdalje objektiva f_{ob} in gorišne razdalje okularja f_{ok}: $P = f_{ob}/f_{ok}$. Od naštetih primerov ima najmanjšo povečavo daljnogled z najkrašo goriščno razdaljo objektiva $f_{ob} = 1$ m in najdaljšo goriščno razdaljo okularja $f_{ok} = 25$ mm: $P = 1000$ mm/25 mm = 40.

B1.

A Sonce je na današnji dan (14. 1.) vzšlo ob **7.50**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **7.30** in **8.10**.

B Betelgeza je 10. januarja najvišje na nebu ob **22.35**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **22.15** in **22.55**.

C 21. januarja Sonce zaide ob **16.45**, zvezda Regul pa na ta dan vzide ob **19.20**. Rigel torej vzide **Δt = 19.20 - 16.45 = 2 h 35 minut** po zaidu Sonca. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **2 h 15 min** in **2 h 55 min**.

D V naših krajih gresta v bližini zenita le dve zelo svetli zvezdi: **Kapela** in **Deneb**.

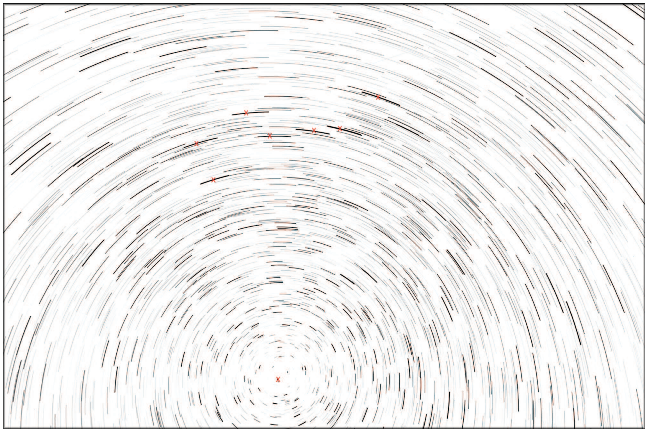
B2.

Vesoljska telesa in pripadajoči pojmi:

Pluton	pritlikavi planet
Venera	Danica
Titan	luna
M42	meglica
M31	galaksija
Zajec	ozvezdje

B3.

Na sliki je označena Severnica in zvezde asterizma Veliki voz.



B4.
Zvezdni dan traja 23 h 56 minut. To pomeni, da je po sončnem času oz. po času, ki ga kaže navadna ura, zvezda vsak dan 4 minute prej najvišje na nebu (zgornja kulminacija). To lahko ugotovimo tudi z vrtljivo zvezdno karto.
Po 11 dnevih je torej zvezda 11· 4 min = 44 minut prej v zgornji kulminaciji. Sledi, da je omenjena zvezda 11 dni po prvem opazovanju v zgornji kulminaciji ob:
t = 21.00 - 00.44 = 20.16.

Opazovana zvezda je 11 dni po prvem opazovanju najvišje na nebu ob 20.16.

B5.
Sonce je na dan enakonočja na nebesnem ekvatorju. V kraju na ekvatorju zahaja pravokotno na obzorje. Če zanemarimo gibanje Zemlje okoli Sonca, potem Sonce v 24 urah na nebu opišel poln krog 360°.
Ker je središče Sonca 4 navidezne premere nad obzorjem, se mora na nebu premakniti še za 4,5 navideznih premerov φ = 0,5°, da v celoti zaide.
Izračunamo, koliko časa t potrebuje, da se na nebu premakne za 4,5·φ. Ker v 24 h oz. 24·60 min = 1440 min opravi 360°, sledi:
t = 2,25°·1440 h/360° = 9 min.

V našem primeru Sonce zaide čez 9 minuti.

Rešitve nalog za 9. razred

A1. (C) Navidezni premer Lunine ploskvice na nebu je približno 0,5°.

A2. (B) Z Zemlje Marsa ne moremo videti v ozvezdju Veliki medved. Merkur se namreč vedno nahaja v bližini ekliptike, kjer so na nebu zodiakalna ozvezdja. Ozvezdje Veliki medved pa je daleč stran od ekliptike.

A3. (A) Ob kolobarjastem Sončevem mrku je Luna med Zemljo in Soncem ter v bližini apogeja, najbolj oddaljene točke orbite od Zemlje.

A4. (D) Sonce je na nebesnem ekvatorju dvakrat na leto - ob spomladanksem in jesenskem enakonočju.

A5. (B) Glavna sestavina Jupitra je vodik.

A6. (C) Okoli 12. avgusta je višek meteorskega roja Perzeidov. Ime roja je povezano z imenom ozvezdja, v katerem je radiant meteorskega roja - točko na nebu, iz katere izhajajo utrinki kakega roja.

A7. (D) Uran je od naštetih planetov od Sonca najbolj oddaljen, zato je najpogosteje v opoziciji, saj se giblje najpočasneje.

A8. (A) Ob koncu življenja se bo Sonce spremenilo v belo pritlikavko.

A9. (B) Naša Galaksija je spiralna galaksija s prečko.

A10. (D) Količina svetlobe, ki jo zbere teleskop, je odvisna od ploščine objektiva, ta pa je sorazmerna s kvadratom njegovega polmera. Ker je polmer objektiva drugega teleskopa 3-krat večji od polmera objektiva prvega teleskopa, velja, da drugi zbere $3^2 = 9$-krat več svetlobe.

B1.

A Sonce je na današnji dan (14. 1.) vzšlo ob **7.50**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **7.30** in **8.10**.

B Betelgeza je 10. januarja najvišje na nebu ob **22.35**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **22.15** in **22.55**.

C 21. januarja Sonce zaide ob **16.45**, zvezda Regul pa na ta dan vzide ob **19.20**. Rigel torej vzide Δ**t = 19.20 - 16.45 = 2 h 35 minut** po zaidu Sonca. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **2 h 15 min** in **2 h 55 min**.

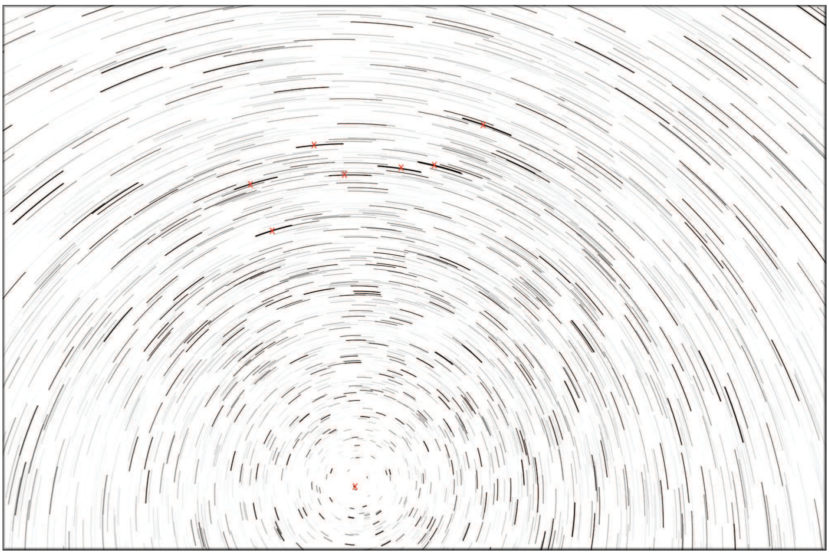
D V naših krajih gresta v bližini zenita le dve zelo svetli zvezdi: **Kapela** in **Deneb**.

B2.

Pri določitvi ekvatorialnih koordinat supernove, ki je na sliki označena s križcem, si pomagamo z vrtljivo zvezdno karto. Na sliki je lahko razpoznavno ozvezdje Kasiopeja, pod njo pa svetle zvezde v Andromedi. Pokaže se, da je supernova zasvetila na mestu Andromedine galaksije. Dobimo: deklinacija: 42° rektascenzija: 0 h 45 min

B3.

Na sliki je označena Severnica in zvezde asterizma Veliki voz.



B4.
Sonce je na dan enakonočja na nebesnem ekvatorju. V kraju na ekvatorju zahaja pravokotno na obzorje. Če zanemarimo gibanje Zemlje okoli Sonca, potem Sonce v 24 urah na nebu opišel poln krog 360°.
Ker je središče Sonca 4 navidezne premere nad obzorjem, se mora na nebu premakniti še za 4,5 navideznih premerov φ = 0,5°, da v celoti zaide.
Izračunamo, koliko časa t potrebuje, da se na nebu premakne za 4,5·φ. Ker v 24 h oz. 24·60 min = 1440 min opravi 360°, sledi:
t = 2,25°·1440 h/360° = 9 min.

V našem primeru Sonce zaide čez 9 minuti.
B5.

Oddaljenost kometa od Zemlje d_K = 2 a. e. = 2 · 150000000 km = 300000000 km.
Oddaljenost Lune od Zemlje d_L = 385000 km.
Polmer Lune R_L = 1737 km.
Tekmovalec mora vedeti, da je navidezni premer Lunine ploskvice na nebu φ_L = 0,5°. Iz tega tudi sledi, da ima koma kometa na nebu velikost $\varphi_K = \varphi_L/2$ = 0,25°. Velikost kome kometa je torej enaka velikosti navideznega polmera Lunine ploskvice na nebu.
Ker gre za majhne kote, velja:
$R_L \ / \ d_L = D_K \ / \ d_K$, kjer je D_K premer kome kometa. Iz enačbe izrazimo iskano D_K:
$D_K = R_L \cdot d_K \ / \ d_L$ = 1737 km · 300000000 km / 385000 km = 1350000 km.

Koma kometa meri približno 1,35 milijona kilometrov.

Rešitve nalog za srednje šole

A1. (D) Z Zemlje Merkurja ne moremo videti v ozvezdju Orel. Merkur se namreč vedno nahaja v bližini ekliptike, kjer so na nebu zodiakalna ozvezdja. Ozvezdje Labod pa je daleč stran od ekliptike.

A2. (B) Največja elongacija Venere od Sonca je približno 46°. Če si skiciramo orbiti Zemlje in Venere v pravem razmerju, lahko to enostavno pokažemo.

A3. (A) Messierjev objekt M1 imenujemo tudi Meglica Rakovica - ostanek supernove v ozvezdju Bik.

A4. (B) Okoli 12. avgusta je višek meteorskega roja Perzeidov. Ime roja je povezano z imenom ozvezdja, v katerem je radiant meteorskega roja - točko na nebu, iz katere izhajajo utrinki kakega roja.

A5. (C) Zvezdni dan traja približno 23 h 56 minut.

A6. (A) Glavna sestavina Jupitra je vodik.

A7. (C) Mali in veliki Magellanov oblak sta satelitski galaksiji naše Galaksije, ki sta vidni na južnem nebu.

A8. (B) Če bi imelo Sonce dvakrat večji maso, bi bila njegova življenjska doba bistveno krajša - približno 2 milijardi let.

A9. (D) Po današnjih spoznanjih je za pospešeno širjenje vesolja odgovorna t.i. temna energija.

A10. (A) Teoretično ločljivost teleskopa ϕ ocenimo s formulo $\phi = \lambda/D$, kjer je λ valovna dolžina svetlobe, D pa premer objektiva očesa ali teleskopa. Vidimo, da je ločljivost obratno sorazmerna s premerom objektiva. Ker ima teleskop 20-krat večji premer od zenice očesa, je njogova ločljivost 1/20 očesa, torej 1”.

Če za vidno svetlobo vzamemo vrednost λ = 560 nm, dobimo, da je ločljivost teleskopa s premerom objektiva D = 0,12 m približno 1".

B1.

A 7. aprila 2017 je Jupiter v opoziciji s Soncem, kar pomeni, da je na nasprotni neba kot Sonce. To tudi pomeni, da je Jupiter v zgornji kulminaciji, ko je Sonce v spodnji kulminaciji, kar lahko izkoristimo za ugotavljanje lege Jupitra z vrtljivo karto. Na ekliptiki poiščemo lego Sonca 7. aprila in karto zavrtimo tako, da je nebesni meridijan (del pod obzorjem) na tej točki ekliptike. Tudi Jupiter mora biti takrat na meridijanu, torej najvišje na nebu. Ker je Jupiter vedno v bližini ekliptike, najdemo presečišče med ekliptiko in meridijanom. To se najhaja v ozvezdju Devica.

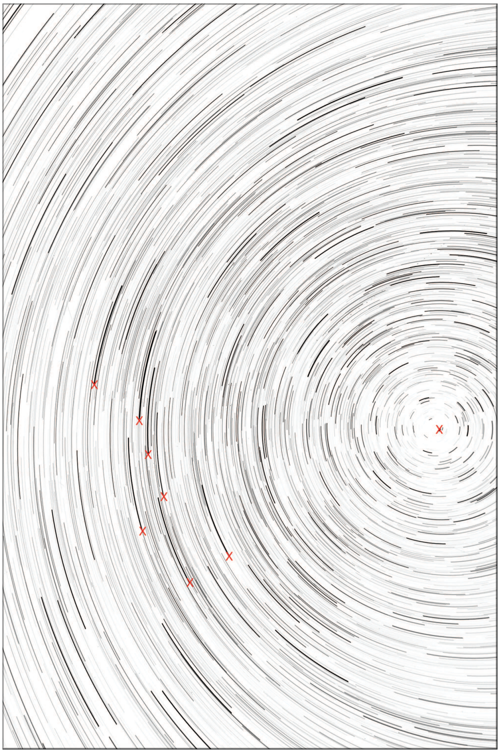
B Koordinate zvezde Antares, kot jih odčitamo z vrtljive zvezdne karte:
rektascenzija: 16 h 30 minut; deklinacija: -27°.

C Algol je 1. januarja v zgornji kulminaciji ob **20.30 minut**.

D Ko Regul vzhaja, Sonce pa sočasno zahaja, je **18. februar**.

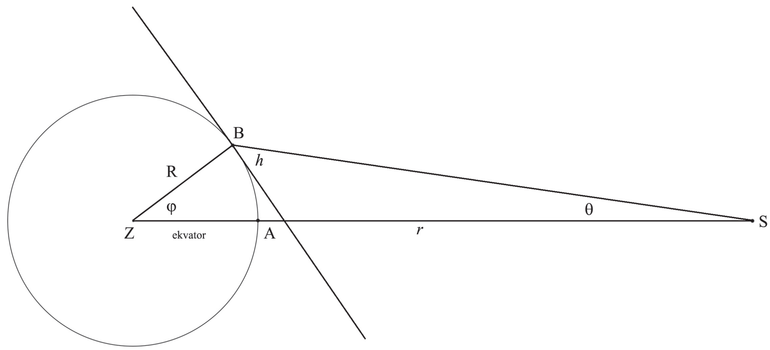
B2.

Na sliki je označena Severnica in zvezde asterizma Veliki voz.



B3.

Pri reševanju naloge si pomagamo s skico.



Satelit kroži nad ekvatorjem na razdalji r od središča Zemlje in je v kraju A na ekvatorju v zenitu. V kraju B je satelit h = 40° nad južnim obzorjem. Oglejmo si trikotnik z oglišči ZSB. V njem se skriva iskana zemljepisna širina φ. S sinusovim izrekom lahko zapišemo:
$r/\sin{(90° + h)}$ = $R/\sin{\theta}$, (1)
kjer je R polmer Zemlje. Kot θ lahko izrazimo:
θ = 180° - (90° + h) - φ = 90° - h - φ. (2)
V (1) vstavimo (2) in z malo računske telovadbe izrazimo zemljepisno širino kraja B:
φ = 90° - h - $\arcsin{(R/r \cos{h})}$. (3)

Potrebujemo še r, ki ga izrazimo iz gravitacijskega zakona in zveze za centripetalni pospešek satelita:
Gm_Z / r^2 = r $4\pi^2/t_0^2$, (4)
kjer je t_0 obhodni čas satelita, ki je za geostacionarne satelite približno 24 ur.
Iz (4) izrazimo r:
$r = \sqrt[3]{\frac{Gm_Z t_0^2}{4\pi^2}}$ = 42300 km. (5)
Izračunamo še zemljepisno širino kraja B:
θ = 43,34°.

Zemljepisna širina kraja B je 43,34°.

B4.
Izmerimo daljšo stranico fotografije x = 165 mm. Ker daljša stranica pokriva kot 10° na nebu, sledi, da je merilo na sliki X = 10°/165 mm = 0,0606°/mm.
Izmerimo premer kome kometa na fotografiji: D = 5 mm
in izračunamo njeno kotno velikost D_φ = X D = 0,3°.
Razmerje med premerom kome kometa D_K in njegovo oddaljenostjo r = 2 a. e. je:
D_K/r = $\tan D_\varphi$.

Iz tega izrazimo premer kome:
D_K = r $\tan D_\varphi$ = 1,59·10^9 m.

Premer kome kometa na sliki je 1,59·10^9 m.

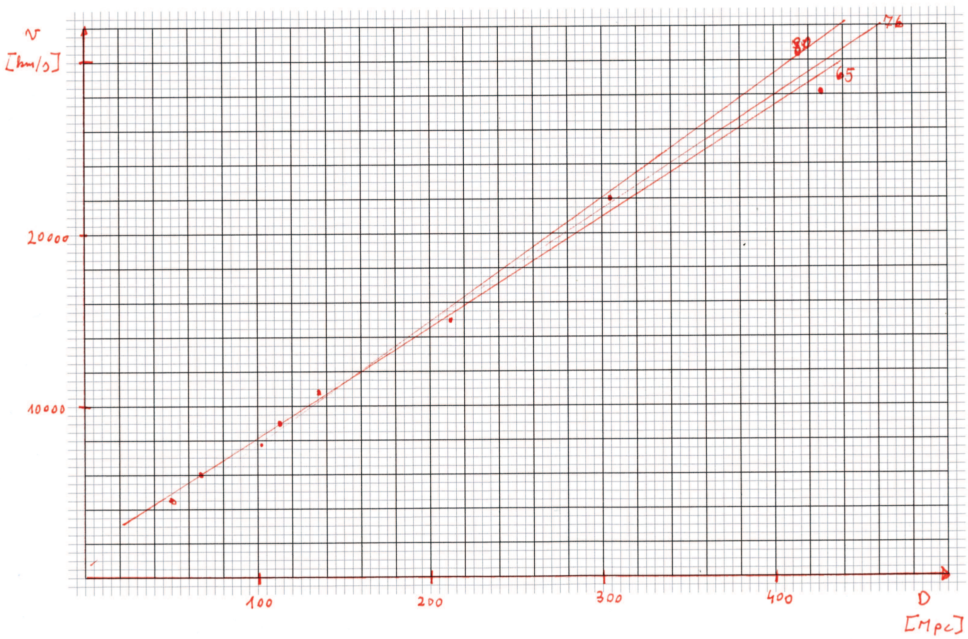
B5.
Absolutna magnituda (M) je magnituda, ki bi jo imelo vesoljsko telo na oddaljenosti 10 parsekov. Za supernove Ia torej velja:
M = - 19,
D_0 = 10 pc.

a)
Zvezo med gostoto svetlobnega toka dveh vesoljskih teles j_1 in j_2 ter njunima magnitudama m_1 in m_2 opisuje Pogsonov zakon:
$j_2/j_1 = 10^{0,4(m_1-m_2)}$. (1)
Gostota svetlobnega toka pada s kvadratom oddaljenosti D, kar pomeni, da je $j \propto 1/D^2$.
Sledi:
$j_2/j_1 = D_1^2 \ / \ D_2^2$. (2)
Ker imamo znano absolutno magnitudo (M) supernov Ia, lahko iz izmerjene navidezne magnitude (m) iz enačb (1) in (2) izračunamo njihovo oddaljenost D:
$D = D_0 \ 10^{0,4(19+m)}$. (3)
Tako izračunamo oddaljenost posamezne supernove v preglednici.

Hitrost oddaljevanja v supernov izrazimo iz njihovega rdečega premika (z):
$v = z \cdot c$,
kjer je c hitrost svetlobe v vakuumu (c = 300000 km/s).
Rezultate vpišemo v preglednico.

supernova	m	D (megaparsek – MPc)	z	v (km/s)
1	16,26	112,7	0,030	9000
2	17,63	211,8	0,050	15000
3	16,08	103,8	0,026	7800
4	18,43	306,2	0,075	22500
5	14,47	49,4	0,014	4200
6	19,16	428,5	0,101	30300
7	15,18	68,5	0,020	6000
8	16,66	135,5	0,036	10800

b) Na milimetrskem papirju nariemoi graf hitrosti (v) v odvisnosti od oddaljenosti galaksij $v(D)$ in vanj vnesemo rezultate.



c) Z grafa ocenimo Hubblovo konstanto H_0. Skozi točke potegnemo optimalno premico in izmerimo njen naklon $\Delta v / \Delta D$.