Tekmovanja

53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

Naloge za 5. razred

A1. Kateri izraz ustreza besedilu »Zmnožku števil 567 in 12 prištej razliko količnikov števil 81 in 3 ter 56 in 7.«?

(A) $567 \cdot 12 + 81 : 3 - 56 : 7$
(B) $567 \cdot 12 + (81 - 3) : (56 - 7)$
(C) $567 : 12 + 81 \cdot 3 - 56 \cdot 7$
(D) $567 : 12 + (81 - 3) \cdot (56 - 7)$
(E) $567 \cdot 12 + 81 - 3 : 56 - 7$

A2. Zmanjševanec je štirikrat tolikšen kot odštevanec, njuna razlika pa je enaka tretjini števila 6318. Kolikšen je odštevanec?

(A) 78 **(B)** 702 **(C)** 2106 **(D)** 2808 **(E)** 3159

A3. Sara in Nina sta izmerili dolžino sobe s koraki. Sara je naredila 15 korakov, Nina pa 12. Koliko je dolg Sarin korak, če je Ninin dolg 3 dm 5 cm?

(A) 28 cm **(B)** 2 dm 8 mm **(C)** 8 dm **(D)** 8 cm **(E)** 12 cm

A4. Kolikšna je vrednost izraza $(2017 - (3 \cdot 7 - 2)) : (6^2 - 9 \cdot 4 : 12 : 3 - 17)$?

(A) 110 **(B)** 111 **(C)** 112 **(D)** 113 **(E)** 114

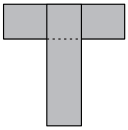
A5. Trimestno število imenujemo 'uravnoteženo', če je njegova prva števka enaka vsoti druge in tretje števke (npr. 431 je 'uravnoteženo število', ker velja $4 = 3 + 1$). Kolikšna je razlika med največjim in najmanjšim trimestnim 'uravnoteženim številom'?

(A) 835 **(B)** 844 **(C)** 853 **(D)** 889 **(E)** 899

A6. Dvajset ptic počiva na električnih žicah. Najprej prileti še ena in ena odleti. Ko prileti naslednja, odletita dve. Ko zopet prileti ena, odletijo tri. Vsakič, ko ena prileti, odleti ena več kot prej. Koliko jih na koncu počiva na električnih žicah, če je vsega skupaj priletelo 5 ptic?

(A) 10 **(B)** 15 **(C)** 20 **(D)** 25
(E) ni mogoče določiti

A7. Črko T sestavimo iz dveh skladnih pravokotnikov s širino 2 cm in dolžino 7 cm, kot kaže slika. Kolikšen je obseg nastale črke T?



(A) 20 cm **(B)** 24 cm **(C)** 28 cm **(D)** 32 cm **(E)** 36 cm

A8. Večje jabolko in utež za 30 g tehtata enako kot manjše jabolko in utež za 40 g. Večje jabolko in manjše jabolko skupaj tehtata 200 g. Koliko gramov tehta manjše jabolko?

(A) 70 g **(B)** 95 g **(C)** 105 g **(D)** 130 g **(E)** 190 g

B1. Deset palic s skupno dolžino 445 cm položimo eno za drugo. Vsaka naslednja palica v vrsti je za 5 cm daljša od predhodne palice.

(a) Koliko je dolga najkrajša palica?

(b) Koliko je dolga najdaljša palica?

(c) Koliko palic izmed teh desetih lahko razžagamo na tri enako dolge kose tako, da je vsak izmed treh kosov dolg celo število centimetrov?

B2. Kvadrat razdelimo na dva pravokotnika. Vsota obsegov obeh pravokotnikov je za 210 cm večja od obsega kvadrata. Ploščina večjega pravokotnika (ki ni kvadrat) je štirikrat tolikšna kot ploščina manjšega pravokotnika.

(a) Koliko je dolga stranica kvadrata?

(b) Kolikšen je obseg manjšega pravokotnika?

(c) Kolikšna je ploščina manjšega pravokotnika?

Naloge za 6. razred

A1. Katero izmed števil 2.017, $2.\overline{017}$, $2.0\overline{17}$ in $2.01\overline{7}$ je največje?

(**A**) $2.\overline{017}$ (**B**) $2.0\overline{17}$ (**C**) $2.01\overline{7}$ (**D**) 2.017
(**E**) vsa so enako velika

A2. Janezova torba tehta 6 kg, Majina pa $\frac{3}{10}$ kg manj kot Janezova. Anina torba tehta le $\frac{3}{4}$ toliko kot Janezova, Metina pa za tretjino manj kot Majina. Koliko tehtajo vse torbe skupaj?

(**A**) 10.7 kg (**B**) 11 kg 45 dag (**C**) 15 kg (**D**) 18 kg (**E**) 20 kg

A3. Pravokotnik, dolg 8 cm in širok 12 cm, razdelimo na kvadratke (1 cm $\times 1$ cm). Nato pobarvamo vse kvadratke ob stranicah pravokotnika. Kolikšen del pravokotnika ostane nepobarvan?

(**A**) $\frac{3}{8}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{5}{8}$ (**D**) $\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{7}{8}$

A4. Nogometno moštvo za zmago prejme 3 točke, za neodločen izid 1 točko in za poraz 0 točk. Neko moštvo ima po 30 odigranih tekmah 46 točk. Največ koliko tekem je izgubilo?

(**A**) 10 (**B**) 11 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 14

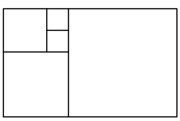
A5. Z lihimi števili od 99 do 11 sestavimo številski izraz $99 - 97 + 95 - 93 + \ldots + 15 - 13 + 11$. Kolikšna je njegova vrednost?

(**A**) 59 (**B**) 55 (**C**) 51 (**D**) 47 (**E**) 45

A6. V univerzalni množici $\mathcal{U}$ so elementi 1, 2, 3, 4 in 5. V množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$ so elementi 1, 2, 3 in 4. Elementov 1 in 3 ni v množici $\mathcal{B}$. Število 4 je v množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$. Velja pa še, da je število 2 le v množici $\mathcal{B}$ (ne pa v $\mathcal{A}$). Kateri zapis določa množico $\mathcal{A}$?

(**A**) $\mathcal{A} = \{\}$ (**B**) $\mathcal{A} = \{1, 3\}$ (**C**) $\mathcal{A} = \{1, 3, 4\}$ (**D**) $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4\}$ (**E**) $\mathcal{A} = \{1, 3, 4, 5\}$

A7. Pravokotnik je sestavljen iz 5 kvadratov (glej sliko). Ploščina najmanjšega kvadrata je 16 cm^2. Kolikšen je obseg pravokotnika?



(**A**) 68 cm (**B**) 80 cm (**C**) 104 cm (**D**) 128 cm
(**E**) ni možno izračunati

A8. Leonardo da Vinci se je rodil leta MCDLII in umrl leta MDXIX. Nikolaj Kopernik pa se je rodil leta MCDLXXIII in umrl leta MDXLIII. Kolikšna je vsota starosti, ki sta ju dopolnila, če sta oba imela rojstni dan v letu smrti, preden sta umrla?

(**A**) 132 let (**B**) 133 let (**C**) 135 let (**D**) 137 let (**E**) 141 let

B1. Izračunaj vrednost izraza $\Big((0.9\cdot 3+(1.7+0.4):7\cdot 4):1.3+2^3-1\Big):\Big((1.26-1.21)\cdot 0.16:8\Big)$.

B2. Peter prehodi 2 km v 25 minutah. Janez prehodi 1200 m v 18 minutah. Razdalja med njunima domovoma je 1600 m. Ob 7.20 in 15 sekund se je Janez v svojem tempu odpravil od svojega doma do Petrovega doma. V Petrovem tempu sta nato skupaj nadaljevala pot do šole, ki je od Petrovega doma oddaljena 1.5 km.

(a) Koliko časa je Janez hodil od svojega doma do šole?

(b) Koliko je bila ura, ko sta prispela do šole?

Naloge za 7. razred

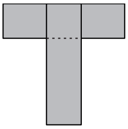
A1. Zmanjševanec je štirikrat toliksen kot odštevanec, njuna razlika pa je enaka tretjini števila 6318. Kolikšen je odštevanec?

(**A**) 78 (**B**) 702 (**C**) 2106 (**D**) 2808 (**E**) 3159

A2. Kolikšna je vrednost izraza $\dfrac{0.001:0.1^2}{0.1\cdot 0.01^2}$?

(**A**) 10^2 (**B**) 10 (**C**) 10^4 (**D**) 0.1 (**E**) 10^3

A3. Črko T sestavimo iz dveh skladnih pravokotnikov s širino 2 cm in dolžino 7 cm, kot kaže slika. Kolikšen je obseg nastale črke T?



(**A**) 20 cm (**B**) 24 cm (**C**) 28 cm (**D**) 32 cm (**E**) 36 cm

A4. Tla skladiščne hale pravokotne oblike so dolga 9.75 m in široka 7.15 m. Želimo jih tlakovati s čim večjimi enako velikimi kvadratnimi ploščami tako, da plošč ne bi rezali. Koliko plošč potrebujemo?

(**A**) 65 (**B**) 75 (**C**) 155 (**D**) 165

(**E**) ni možno brez rezanja

A5. Enakostranični trikotnik ABC petkrat zapored zasučemo v pozitivni smeri okoli višinske točke V. Prvi zasuk je za $120°$, drugi zasuk za $240°$, tretji zasuk za $360°$, četrti zasuk za $240°$, peti zasuk pa za $120°$. V katero točko se preslika oglišče A?

(**A**) v oglišče A (**B**) v oglišče B (**C**) v oglišče C

(**D**) v točko V (**E**) v nobeno izmed naštetih

A6. Anže, Bor in Cene imajo 3 enake kozarce, napolnjene z vodo. Vsak vzame 1 kozarec in napravi 3 požirke. Anže v vsakem požirku popije 20 % trenutne vsebine. Bor v prvem požirku popije 10 %, nato 20 % in nazadnje 30 % trenutne vsebine. Cene najprej popije 30 %, v drugem požirku 20 % in v tretjem 10 % trenutne vsebine. Katera izmed navedenih trditev je pravilna?

(**A**) Anže je popil več vode kot Bor. (**B**) Bor je popil več vode kot Cene.

(**C**) Cene je popil več vode kot Bor. (**D**) Bor je popil enako vode kot Cene.

(**E**) Vsi so popili enako količino vode.

A7. Lojze in Miha danes praznujeta rojstni dan. Lojze je star 61 let, Miha pa 59 let. Njuni starosti v letih sta praštevili. Kolikokrat v njunem dosedanjem življenju se je zgodilo, da sta bili njuni starosti v letih hkrati praštevili?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

A8. Vaza tehta 600 g, če je do tretjine napolnjena z vodo. Če je z vodo napolnjena do dveh tretjin, tehta 800 g. Koliko tehta prazna vaza?

(**A**) 100 g (**B**) 200 g (**C**) 300 g (**D**) 400 g (**E**) 500 g

A9. Za naravni števili a in b velja $\frac{a}{3} < \frac{4}{5} < \frac{b}{6} < \frac{9}{10}$. Kolikšna je največja možna vrednost vsote $a + b$?

(**A**) 7 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 14

A10. Koliko petmestnih števil lahko zapišemo s števkami 1, 2, 2, 2 in 3, če za zapis posameznega števila uporabimo vse te števke?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 18 (**E**) 20

B1. Miha je izpolnil tabelo poštevanke, v kateri so bila v prvi vrstici in prvem stolpcu vsa naravna števila od 1 do 21. Koliko števil izmed vpisanih 441 zmnožkov:

(a) je lihih

(b) je deljivih z 9?

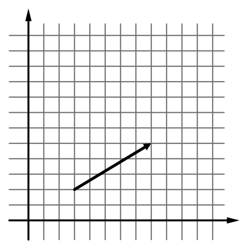
B2. Daljica AB je osnovnica enakokrakega trikotnika ABC. Simetrala kota z vrhom v oglišču B in simetrala stranice BC se sekata v točki D, ki leži na stranici AC. Izračunaj velikost kota BDC.

Naloge za 8. razred

A1. Katero število je predstavljeno na številski premici s točko, ki leži natanko na sredini med točkama, ki ju predstavljata števili -15.10 in -15.9?

(**A**) -15.15 (**B**) -15.25 (**C**) -15.5 (**D**) -15.65 (**E**) -15.95

A2. Žaba začne skakati iz točke $(3, 2)$ v koordinatni mreži, ker želi ujeti metulja. Metulja ujame po 7 enakih skokih. Puščica ponazarja dolžino in smer skoka (glej sliko). Katere so koordinate točke, v kateri žaba ujame metulja?



(**A**) $(38, 21)$ (**B**) $(42, 23)$ (**C**) $(40, 21)$

(**D**) $(38, 23)$ (**E**) $(40, 23)$

A3. Koliko mest ima najmanjše naravno število, deljivo s 45, ki ga sestavljajo same enake števke?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 9 (**E**) 12

A4. Koliko je tretjina vrednosti izraza $(\sqrt{63} + \sqrt{112}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28})$?

(**A**) 3 (**B**) $\sqrt{7}$ (**C**) 7 (**D**) 7^2 (**E**) $3 \cdot \sqrt{7}$

A5. Koliko celih števil zadošča neenačbama $|x + 2| \geq 2$ in $|x| < 2$?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) nobeno

A6. Kolikšna je vrednost ulomka $\frac{11^{1002}\cdot 7^{1002}-7^{1000}\cdot 11^{1000}}{49\cdot 77^{1000}-49\cdot 77^{998}}$?

(**A**) 7 (**B**) 11 (**C**) 49 (**D**) 77 (**E**) 121

A7. Zunanji kot pravilnega večkotnika je enak $\frac{1}{8}$ notranjega kota. Koliko diagonal ima ta večkotnik?

(**A**) 80 (**B**) 104 (**C**) 125 (**D**) 130 (**E**) 135

A8. Na Golem brdu že od pomladi nimajo več snega. Nekega zimskega ponedeljka je začelo snežiti ob 1.15. Snežilo je po naslednjem vzorcu: 60 minut je padal sneg, nato 60 minut ni snežilo, naslednjih 60 minut je padal sneg, pa spet 60 minut ni snežilo in tako naprej še dva dni. V uri, ko je snežilo, je zapadlo 0.8 dm snega, med vsakim premorom pa je veter odpihnil $\frac{1}{4}$ cm snega. Kdaj je bila debelina snežne odeje prvič enaka 85.5 cm?

(**A**) v ponedeljek ob 12.15 (**B**) v ponedeljek ob 21.15 (**C**) v ponedeljek ob 22.15
(**D**) v ponedeljek ob 23.15 (**E**) v torek ob 0.15

B1. Izračunaj

$$\left(-\frac{9}{32}\cdot(-1^6-1^5)^3-\left(1\frac{1}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)\right)$$

in rezultat zapiši z okrajšanim ulomkom.

B2. Stranica AB paralelograma $ABCD$ je daljša od stranice BC, kot $\sphericalangle DCB$ je velik $33°$, velja pa še $|AD|=|BD|$. Točka E leži na daljici AB in točka F na daljici CD tako, da je štirikotnik $EBFD$ paralelogram, v katerem je kot $\sphericalangle BED$ velik $58°$. Izračunaj velikost kota FBD. Nariši skico.

B3. Kmet ima tri sode s skupno prostornino manj kot 50 litrov, prostornina vsakega je celo število litrov. Če prvi sod do vrha napolni s sokom in vsebino prelije v drugega, sok zavzema $\frac{2}{3}$ njegove prostornine. Če isto količino soka prelije v tretji sod, sok zavzema $75\ \%$ njegove prostornine. Kolikšna je prostornina prvega, drugega in tretjega soda?

Naloge za 9. razred

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\frac{2017^2-2015^2}{8^2-1}$?

(**A**) 2 (**B**) 2^3 (**C**) 2^7 (**D**) $\frac{4}{63}$ (**E**) 2^5

A2. Na teniškem turnirju po klasičnem sistemu igra 64 igralcev, zmagovalec dvoboja napreduje v naslednji krog, poraženec pa izpade. Enako je v vseh naslednjih krogih do finala. Koliko je bilo vseh odigranih dvobojev na turnirju, če ni noben dvoboj odpadel?

(**A**) 8 (**B**) 31 (**C**) 32 (**D**) 63 (**E**) 64

A3. Jure je februarja dobil za 15 % višji račun za telefon kot januarja. V obeh mesecih skupaj je tako plačal 22.36 €. Koliko je znašal račun za telefon februarja?

(**A**) 17.36 € (**B**) 12.36 € (**C**) 11.96 € (**D**) 11.18 € (**E**) 10.40 €

A4. Kateri je najvišji eksponent potence z osnovo 1024, ki deli 2^{2017}?

(**A**) 1 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 201 (**E**) 2017

A5. Krožni lok s polmerom 6 cm, ki pripada središčnemu kotu $150°$, zvijemo v krožnico. Kolikšen je polmer novonastale krožnice?

(**A**) 1.25 cm (**B**) 2.5 cm (**C**) 3 cm (**D**) 5 cm (**E**) 6 cm

A6. Ljudje na Sodem otoku ne uporabljajo lihih števk, zato števila po vrsti zapisujejo: 2, 4, 6, 8, 20, 22 ... Naključni prebivalec otoka je prebral petdeseto število s tega seznama po velikosti urejenih števil. Katero število je to?

(**A**) 422 (**B**) 420 (**C**) 402 (**D**) 400 (**E**) 288

A7. Širina kvadra je za 4 cm krajša od njegove dolžine, njegova višina pa je za 3 cm krajša od njegove širine. Razmerje med širino in višino kvadra je $7 : 6$. Kolikšna je prostornina kvadra?

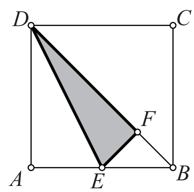
(**A**) $8.75\ \mathrm{dm}^3$ (**B**) $9.25\ \mathrm{dm}^3$ (**C**) $9.45\ \mathrm{dm}^3$ (**D**) $10.2\ \mathrm{dm}^3$ (**E**) $10.75\ \mathrm{dm}^3$

A8. Simona ima dve enaki pokriti škatli. V eni je 5 belih kroglic, v drugi pa 2 rumeni, 4 rdeče, 4 modre in 2 zeleni kroglici. Ne da bi gledala, bo Simona naključno segla v eno izmed škatel in iz nje izvlekla eno kroglico. Kolikšna je verjetnost, da bo Simona izvlekla modro kroglico?

(**A**) $\frac{1}{6}$ (**B**) $\frac{4}{17}$ (**C**) $\frac{1}{3}$ (**D**) $\frac{5}{12}$

(**E**) verjetnosti ni mogoče izračunati

B1. Točka E je razpolovišče stranice AB kvadrata $ABCD$. Točka F leži na diagonali BD tako, da je daljica EF pravokotna na diagonalo BD. Kolikšen del ploščine kvadrata $ABCD$ predstavlja ploščina trikotnika EFD?



B2. Anja je na krožnico narisala nekaj modrih in nekaj rdečih točk. Nato je vse točke povezala med sabo z daljicami: vsaki dve rdeči točki z rdečo daljico, vsaki dve modri pa z modro daljico. Vsako modro točko je z zeleno daljico povezala z vsako rdečo točko. Na koncu je bilo narisanih 15 rdečih daljic, zelenih in modrih pa je bilo skupaj 121. Koliko modrih točk je narisala Anja?

B3. Poišči vse pare naravnih števil x in y, ki zadoščajo enakosti $(x+4)^2 + y^2 = (x+y)^2$.

Tekmovanje v znanju poslovne in finančne matematike ter statistike za srednje šole – šolsko tekmovanje

1. skupina: Poslovna matematika

1. naloga

a) Vinogradnik se je odločil, da bo obiral grozdje na 10 ha vinograda. Ker je bila letina obilna, je najel 27 obiralcev grozdja, ki naj bi delo opravili v 10 dneh, če bi delali po 8 ur na dan. Koliko obiralcev grozdja bi potreboval, da bi bilo delo končano en dan prej, če bi delali po 12 ur na dan, obrati pa bi morali še dodatnih 500 arov sosedovega vinograda?

b) Za pokritje 4 brunaric, ki stojijo na njegovem zemljišču, je potreboval 10.560 kosov opečne strešne kritine z velikostjo 275 mm x 275 mm. Koliko strešnikov velikega formata »Bobrovec« bi potreboval za pokritje 2 brunaric, če je širina strešnika 25 cm, dolžina pa 44 cm?

2. naloga

Grosistično podjetje razdeli med pet poslovalnic 2040 kg materiala.

a) Izračunajte, koliko kg materiala prejmejo poslovalnice A, B in C, če poslovalnica A dobi 12,5 % celotne količine materiala, poslovalnica B 2-krat več kot poslovalnica A, poslovalnica C pa 1/12 celotne količine materiala?

b) Izračunajte ostanek materiala za poslovalnici D in E.

c) Izračunajte, koliko kg materiala prejme poslovalnica D in koliko kg poslovalnica E, če delitev poteka premo sorazmerno z velikostjo poslovalnice in hkrati obratno sorazmerno z oddaljenostjo od grosističnega skladišča. Podatki v tabeli.

Poslovalnica	Velikost ($m^{2)}$	Oddaljenost (km)
D	200	2
E	750	5

3. naloga

a) Če bi se cena nekega blaga povečala 2-krat zapored za 5 %, bi znašala 1.708,88 EUR. Izračunajte prvotno ceno tega blaga.

b) Koliko znaša prodajna cena (PC) in maloprodajna cena (MPC) tega blaga, če je marža (razlika v ceni) 60-odstotna, davek na dodano vrednost (DDV) pa 9,5 %. Osnova za izračun prodajne cene je prvotna cena blaga iz točke a.

c) Izračunajte novo ceno blaga, če se je cena blaga (po dvakratni podražitvi) iz točke a) zmanjšala za 2,5 % in nato povečala za 3,84 EUR.

4. naloga

a) Izposodili smo si 4.000,00 EUR za obdobje od 12. 2. do 12. 9. istega leta. Po kolikšni obrestni meri se bo obrestoval znesek, da se bo povečal za 1,3 %? Sistem štetja dni (K, 366).

b) Koliko bi vrnili posojilodajalcu, če bi si dolg 4.000,00 EUR izposodili za 23 dni krajše časovno obdobje kot v točki a), obrestna mera pa bi se znižala za 0,2 odstotni točki. Sistem štetja dni (K, 366).

2. skupina: Statistika

1. NALOGA

Tabela 1: **Dijaki po vrstah izobraževanja in spolu v Sloveniji v letu 2013**

Vrsta izobraževanja	**Spol**	
	Moški	Ženske
Nižje poklicno	206	80
Srednje poklicno	2.009	898
Srednje tehniško in drugo strokovno	4.097	3.540
Srednje splošno	2.846	4.274

Vir: Statistični urad RS

a) Izračunajte strukturo dijakov po vrstah izobraževanja in jo izrazite v odstotkih *(na 1 decimalno mesto natančno).*

Tabela 2: **Struktura dijakov po vrstah izobraževanja v Sloveniji v letu 2013 (v odstotkih)**

Vrsta izobraževanja	**Spol**	
	Moški	Ženske
Nižje poklicno		
Srednje poklicno		
Srednje tehniško in drugo strokovno		
Srednje splošno		
Skupaj		

b) Izračunajte strukturo dijakov po spolu in jo izrazite v odstotkih *(na 1 decimalno mesto natančno).*

Tabela 3: **Struktura dijakov po spolu v Sloveniji v letu 2013 (v odstotkih)**

Vrsta izobraževanja	**Spol**		**Skupaj**
	Moški	Ženske	
Nižje poklicno			
Srednje poklicno			
Srednje tehniško in drugo strokovno			
Srednje splošno			

c) **Dopolnite besedilo oz. podčrtajte pravilne odgovore**.

V nižjem poklicnem izobraževanju je izobraževanje končalo ______________ % moških**.**

Leta 2013 je v srednjem poklicnem izobraževanju zaključilo izobraževanje za __________________ odstotnih točk **manj/več** moških kot žensk.

Srednje splošno izobraževanje je zaključilo za ______________ odstotnih točk **manj/več** žensk kot srednje tehniško in drugo strokovno izobraževanje.

2. NALOGA

Tabela 4: **Število registriranih motornih vozil in število prebivalcev po statističnih regijah v Sloveniji v letu 2014**

Regija	**Število registriranih motornih vozil**	**Št. prebivalcev**
Pomurska	83.863	117.133
Podravska	208.879	323.328
Koroška	46.265	71.546
Savinjska	174.152	259.853
Zasavska	24.297	42.983
Spodnjeposavska	51.347	69.958
Jugovzhodna Slovenija	101.017	142.405
Osrednjeslovenska	344.346	546.314
Gorenjska	130.800	203.894
Notranjsko-Kraška	39.401	52.449
Goriška	88.099	118.374
Obalno-Kraška	80.410	112.848

Vir: Statistični urad RS

a) Izračunajte število avtomobilov na 100 prebivalcev v Sloveniji za Obalno-kraško in Osrednjeslovensko regijo *(na dve decimalni mesti natančno)*. V kateri regiji je bilo večje število avtomobilov na 100 prebivalcev?

b) Koliko znaša povprečno število prebivalcev na regijo?

c) Za koliko odstotkov je bilo število registriranih vozil na Gorenjskem večje glede na Koroško regijo?

3. NALOGA

Za proizvodnjo blaga v tonah podjetja ŠKRAT, d. o. o. so znani naslednji kazalci po letih:

$K_{2013} = 0{,}870$
$S_{2014} = -0{,}9\ \%$
$V_{2015} = 87{,}0$

a) Razložite vse tri kazalce.

b) Zgoraj navedene kazalce zapišite v tabelo in jo dopolnite z izračunom manjkajočih kazalcev rasti.

Tabela 5: **Kazalci dinamike za podjetje ŠKRAT, d. o. o.**

Leto	**Proizvodnja v tonah**	V_j	K_j	S_j
2012				
2013				
2014				
2015				

Vir: Izmišljeni podatki

c) Kolikšna je bila proizvodnja leta 2015, če je znašala leta 2012 **700 ton?**

4. NALOGA

V novoustanovljenem Fitnes centru v mestu  so želeli dobiti podatke o številu obiskovalcev v prvih petdesetih dneh po odprtju. Prešteto število obiskovalcev po dnevih je bilo takšno:

30, 42, 51, 35, 47, 44, 50, 52, 58, 29, 32, 45, 44, 61, 53, 55, 49, 50, 61, 60, 65, 48, 46, 51, 58, 46, 39, 48, 61, 54, 57, 51, 50, 48, 49, 55, 40, 53, 62, 40, 48, 39, 54, 57, 48, 52, 55, 51, 48, 56.

a) Oblikujte razrede za frekvenčno porazdelitev števila obiskovalcev fitnesa. Pri oblikovanju razredov upoštevajte, da je širina razreda 10. Enote razvrstite po razredih.

Tabela 6: **Frekvenčna porazdelitev števila obiskovalcev Fitnes centra**

Število obiskovalcev na dan	f_j	f_j^0	F_j	F_j^0

Vir: izmišljeni podatki

b) Izračunajte relativne frekvence in kumulativo absolutnih ter kumulativo relativnih frekvenc.
c) Razložite absolutno frekvenco in relativno frekvenco v zadnjem razredu.

Tekmovanje v znanju finančne matematike ter statistike – šolsko tekmovanje

1. V preglednici so zbrani podatki o ceni trojske unče zlata na prve delovne dneve posameznega meseca v letu 2015. Trojska unča je standardna enota za merjenje mase plemenitih kovin in znaša 31,10 grama.

Datum	Cena (EUR)
2. 1. 2015	974,19
2. 2. 2015	1121,79
2. 3. 2015	1083,02
1. 4. 2015	1112,66
1. 5. 2015	1047,85
1. 6. 2015	1101,08
1. 7. 2015	1052,06
3. 8. 2015	995,12
1. 9. 2015	1014,61
1. 10. 2015	998,75
2. 11. 2015	1027,69
1. 12. 2015	1004,38

Vir: World Gold Council

Rezultate v evrih in odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Izračunaj povprečje objavljenih cen trojske unče zlata. Koliko objavljenih cen je nadpovprečnih in koliko podpovprečnih?
b) Določi variacijski razmik, mediano ter prvi in tretji kvartil objavljenih cen.
c) Na koliko izmed objavljenih dni je cena grama zlata presegala 33 EUR?

d) V katerem četrtletju leta 2015 je cena zlata dosegla največjo rast in v katerem četrtletju največji padec? Vse spremembe določi v evrih in odstotkih. Za končno ceno izbranega četrtletja vzemi začetno ceno naslednjega četrtletja. Pri tem upoštevaj, da je cena 4. 1. 2016 znašala 1001,67 EUR za trojsko unčo.

2. Konkurenčni banki ponujata polletne depozite z naraščajočo obrestno mero. Depozit se prvi mesec obrestuje po letni obrestni meri 1,5 %, naslednja dva meseca po letni obrestni meri 1,8 %, zadnje tri mesece pa po letni obrestni meri 2,4 %.

   Privzemi, da na vsaki od bank vežemo po 1000 EUR.

   Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti, v odstotkih pa na **pet** decimalnih mest.

   a) Banka A pri tem uporablja navadno obrestovanje in ves čas obrestuje le začetno glavnico. Kolikšen znesek imamo ob koncu depozita?

   b) Kolikšna bi morala biti nespremenljiva navadna letna obrestna mera depozita pri banki A, da bi pri vezavi za pol leta dobili enak končni znesek kot v nalogi a)?

   c) Banka B uporablja konformno mesečno obrestovanje. Kolikšen znesek imamo ob koncu depozita?

   d) Kolikšna bi morala biti nespremenljiva letna obrestna mera s konformnim mesečnim obrestovanjem pri banki B, da bi pri vezavi za pol leta dobili enak končni znesek kot v nalogi c)?

   e) Kolikšen znesek bi morali položiti na banko A, da bi ob koncu depozita imeli enak končni znesek kot v banki B v nalogi c)?

3. Naj bo trenutna netvegana efektivna obrestna mera enaka za vsa dospetja, to je $R(0,t) = R$ za vse $t > 0$. Na trgu obstajajo tri obveznice istega izdajatelja. Vse imajo nominalno vrednost 100 EUR in dospetje čez tri leta.

   Kuponski obveznici prvi kupon izplačata čez natanko eno leto, zadnjega pa ob dospetju.

   Rezultate v evrih in odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

   a) Prva obveznica je brezkuponska. Njena trenutna cena je 82,32 EUR. Določi efektivno obrestno mero R.
   b) Druga obveznica je kuponska obveznica z naraščajočimi kuponi. Njen prvi kupon znaša 4 EUR, vsak nadaljnji kupon pa je dvakratnik predhodnega. Določi ceno obveznice.
   c) Tretja obveznica je kuponska obveznica s padajočimi kuponi. Njen prvi kupon znaša 14 EUR, vsak nadaljnji kupon pa je polovica predhodnega. Določi ceno obveznice. [

   d) Pri kolikšni efektivni obrestni meri R bi bili ceni obveznic z naraščajočimi in padajočimi kuponi enaki?

4. Na trgu, na katerem je konstantna netvegana efektivna obrestna mera ves čas enaka 4 %, nastopa delnica A, ki je imela pred natanko enim letom ceno 81 EUR. Analitiki so takrat napovedovali izplačilo dividende v višini 5 EUR čez natanko pol leta. Premija evropske prodajne opcije na to delnico z zapadlostjo eno leto in izvršilno ceno 80 EUR je bila enaka 2,50 EUR.

   Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

   a) Kolikšna je bila pred enim letom cena evropske nakupne opcije na delnico A z zapadlostjo eno leto in izvršilno ceno 80 EUR?

   b) Pred enim letom smo kupili dve evropski prodajni opciji na delnico A z zapadlostjo eno leto in izvršilno ceno 80 EUR ter pet evropskih nakupnih opcij na delnico A z zapadlostjo eno leto in izvršilno ceno 80 EUR. Koliko smo plačali za naš portfelj?

   c) Skiciraj graf izplačil portfelja iz c) ob njegovi zapadlosti v odvisnosti od cene delnice A.

d) Danes je cena delnice *A* enaka 72 EUR. Ali se nam splača katero od opcij izvršiti? Kolikšno je naše izplačilo? Ali bi bilo bolje, da bi pred enim letom denar namesto v opcijski portfelj naložili v banko?

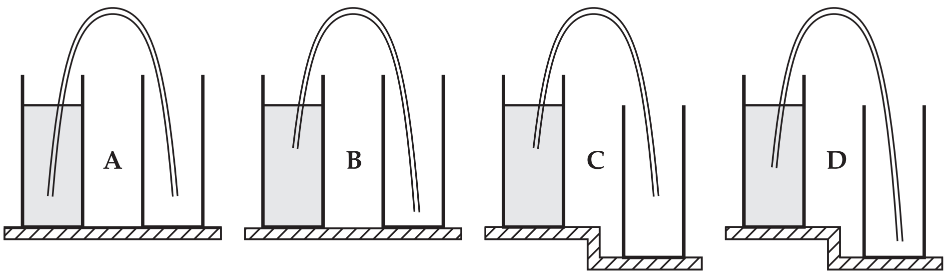
e) Koliko bi morala danes znašati cena delnice A, da bi se nam bolj splačalo denar naložiti v banko. Zapiši interval cen.

Tekmovanje iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

Naloge za 8. razred

A1 Vodo pretakamo po cevki med dvema enakima valjastima kozarcema. Na začetku je v prvem kozarcu voda, drugi kozarec je prazen in v cevki je voda brez zračnih mehurčkov. Med pretakanjem postavitve ne spreminjamo. Pri katerih dveh postavitvah se po cevki pretoči največ vode?

(**A**) A in B (**B**) A in D (**C**) B in D (**D**) C in D



A2 Miha nekega dne opazuje Luno. Obrne se proti Luni in na tleh označi smer, v katero je obrnjen, ko jo gleda. Opazovanje Lune ponovi naslednjega dne ob isti uri. Na tleh ponovno označi smer, v katero je obrnjen, ko gleda proti Luni. Približno kolikšen je kot med obema označenima smerema?

(**A**) $0°$ (**B**) $13°$ (**C**) $15°$ (**D**) $26°$

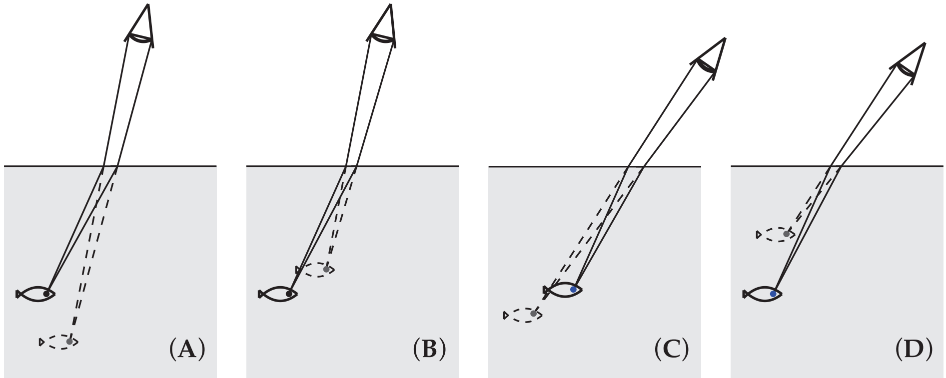
A3 Vrsta (vérsta, rusko верстá) je stara ruska dolžinska mera, enaka $1066{,}781$ m. Po definiciji je v eni vrsti 500 ruskih sežnjev, v ruskem sežnju pa 7 ruskih čevljev. Koliko meri ruski čevelj?

(**A**) $0{,}305$ m (**B**) $2{,}13$ m (**C**) $3{,}28$ m (**D**) 152 m

A4 Indijska tektonska plošča se premika s hitrostjo $1{,}9 \cdot 10^{-9}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Za koliko se premakne v 1 letu?

(**A**) $0{,}7\ \mu$m (**B**) $16{,}7\ \mu$m (**C**) 1 mm (**D**) 6 cm

A5 Katera skica pravilno kaže lom dveh mejnih žarkov pri prehodu iz vode v zrak in konstrukcijo slike ribjega očesa?



B1 Gregor se ob 9.00 odpravi po stari cesti iz Portoroža v Maribor. Potuje s stalno hitrostjo $60\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Istočasno se Jože odpelje po isti cesti iz Maribora proti Portorožu. Jože potuje s stalno hitrostjo $80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Po stari cesti je razdalja med Portorožem in Mariborom 280 km.

(a) Koliko minut vožnje je za Gregorjem in Jožetom, ko se srečata?

(b) Koliko kilometrov sta Gregor in Jože ob srečanju oddaljena od Maribora, merjeno po stari cesti?

(c) Po polurnem počitku Gregor in Jože nadaljujeta vsak svojo pot z enakima hitrostma kot pred postankom. Koliko je ura, ko Gregor prispe v Maribor?

(d) V isti koordinatni sistem nariši grafa $x_G(t)$ in $x_J(t)$, ki kažeta, kako se Gregorjeva in Jožetova lega vzdolž stare ceste od Portoroža (ki naj bo pri $x = 0$) do Maribora spreminjata s časom od 9.00 do trenutka, ko se v Maribor pripelje Gregor. Grafa označi.

B2 Uro v kraju na Zemlji določa časovni pas, v katerem kraj leži. Časovni pasovi so določeni z dogovorom. V sosednjih časovnih pasovih se dogovorjeni čas razlikuje za 1 uro.

(a) Koliko stopinj zemljepisne dolžine je v povprečju širok en časovni pas?

(b) Kolikšna je časovna razlika v minutah med poldnevoma po Soncu (ko je Sonce najvišje na nebu) v krajih, katerih zemljepisni dolžini se razlikujeta za 1°?

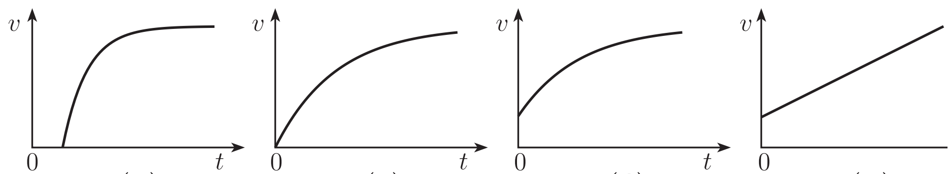
(c) Amsterdam na Nizozemskem je na zemljepisni dolžini $4{,}5°$ V, Ciudad de México v Mehiki pa na zemljepisni dolžini $99{,}1°$ Z. Koliko kaže ura v Amsterdamu, ko kaže ura v Ciudad de México poldne? Računaj s povprečno širino časovnega pasu.

(d) Jette je iz Amsterdama potovala v Mehiko. Z letališča v Amsterdamu je njeno letalo vzletelo 1. februarja ob 14.35 po lokalnem času in pristalo v Ciudad de México 1. februarja ob 19.25 po lokalnem času. Koliko časa je bilo letalo v zraku?

(e) Ob povratku iz Mehike na Nizozemsko je letalo z letališča v Ciudad de México vzletelo 7. februarja ob 21.55 in pristalo v Amsterdamu 8. februarja ob 15.10. Oba časa sta lokalna. Koliko časa je bilo letalo v zraku?

Naloge za 9. razred

A1 Štirje tekači čakajo na štart na svojih štartnih mestih. Grafi kažejo, kako se po štartu, ki je ob $t = 0$, spreminjajo njihove hitrosti. Kateri tekač je štartal prepozno?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A2 Potapljač Jure se potaplja v Bohinjskem jezeru. Skupaj z vso opremo ima na globini 10 m prostornino 145 litrov. Ko se Jure potopi na globino 20 m, se njegova prostornina zmanjša na 144 litrov. Katera izjava je pravilna? Sila vzgona na Jureta je na globini 20 m ...

(**A**) 2-krat tolikšna kot na globini 10 m.

(**B**) malo večja od sile vzgona na globini 10 m.

(**C**) enaka sili vzgona na globini 10 m.

(**D**) malo manjša od sile vzgona na globini 10 m.

A3 Gasilec Samo ima 70 kilogramov. Samo drsi navzdol po navpičnem gasilskem drogu s pospeškom $3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Kolikšna sila trenja medtem deluje nanj? Zračni upor zanemari.

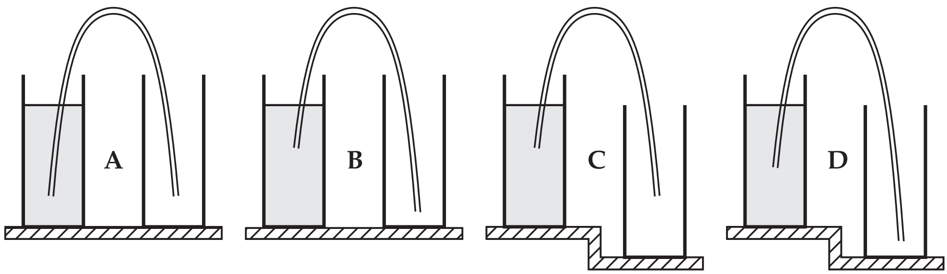
(**A**) 210 N (**B**) 490 N (**C**) 700 N (**D**) 910 N

A4 Najzmogljivejši osciloskopi lahko zaznajo spremembe vhodnih signalov, ki se zgodijo v razmiku $5 \cdot 10^{-11}$ s. En zamah mušjih kril traja $20 \cdot 10^{6}$-krat toliko časa. Koliko časa traja en zamah mušjih kril?

(**A**) $0{,}001$ ms (**B**) $0{,}1\ \mu$s (**C**) $1000\ \mu$s (**D**) 10 ms

A5 Vodo pretakamo po cevki med dvema enakima valjastima kozarcema. Na začetku je v prvem kozarcu voda, drugi kozarec je prazen in v cevki je voda brez zračnih mehurčkov. Med pretakanjem postavitve ne spreminjamo. Pri katerih dveh postavitvah se po cevki pretoči največ vode?

(**A**) A in B (**B**) C in D (**C**) A in D (**D**) B in D



B1 V nekem zabaviščnem parku v Ohiu imajo vlakec smrti, ki se najprej počasi povzpne na vrh proge, se tam za hip ustavi, nato pa se v začetnem delu vožnje med pospeševanjem do najnižje točke na tirnici spusti za 65 m. Masa vlakca s potniki je 8500 kg.

(a) Kolikšna bi bila hitrost vlakca v najnižji točki po uvodnem pospeševanju, če vlakec med gibanjem ne bi izgubil nič energije?

(b) V najnižji točki po uvodnem pospeševanju je izmerjena hitrost vlakca $121\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Koliko energije je izgubil vlakec med pospeševanjem zaradi trenja in upora?

(c) Pot, ki jo opravi vlakec med svojim spustom z vrha proge do najnižje točke na tirnici, je dolga 90 m. Kolikšna povprečna zaviralna sila deluje na vlakec na tej poti?

(d) Denimo, da ima tirnica od svoje najnižje točke naprej vodoraven iztek (vse lege v nadaljevanju proge so na isti višini). Kako dolg naj bo vsaj vodoravni iztek proge, da se na njem vlakec ustavi s pojemkom $\frac{1}{2}\, g$? Koliko časa se vlakec ustavlja? Dolžine vlakca ne upoštevaj.

B2 Marina stehta odprto in prazno $1{,}5$ litrsko plastenko in ugotovi, da je njena masa $47{,}5$ g. Potem stehta še pokrovček plastenke: tehtnica pokaže $2{,}5$ g. Ko zaprto plastenko v celoti potopi v velik lonec, do roba poln vode, se čez rob lonca prelije $1{,}55$ litra vode.

(a) Marina plastenko zapre s pokrovčkom in izmeri skupno maso zaprte plastenke. Kolikšno maso pokaže tehtnica?

(b) Marina tišči dobro zaprto prazno plastenko pod gladino vode tako, da je plastenka v celoti potopljena tik pod gladino. S kolikšno silo deluje Marina na plastenko?

(c) Marina tišči dobro zaprto prazno plastenko pod gladino tako, da je plastenka v celoti potopljena malo pod gladino. S kolikšnim pospeškom se prične gibati plastenka v trenutku, ko jo Marina izpusti?

(d) Marina si iz 30 enakih praznih plastenk zgradi splav, ki jo drži tik nad gladino. Kolikšna je Marinina masa?

Rešitve 53. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

Rešitve za 5. razred

A1. Upoštevamo definicije posameznih izrazov ter vrstni red operacij. Besedilu ustreza izraz v odgovoru A.

A2. Upoštevamo, da je razlika trikrat večja od odštevanca in enaka 2106. Torej je odštevanec enak 702.

A3. Razmerje med številoma korakov, ki jih potrebujeta Sara in Nina, je $5 : 4$. Torej je dolžina Sarinega koraka enaka $\frac{4}{5}$ dolžine Nininega koraka, kar je enako 28 cm.

A4. Izračunajmo $(2017 - (3 \cdot 7 - 2)) : (6^2 - 9 \cdot 4 : 12 : 3 - 17) = 111$.

A5. Največje »uravnoteženo« število je 990, najmanjše pa 101. Njuna razlika je enaka 889.

A6. Priletelo je pet ptic, odletelo pa jih je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Na koncu je bilo na žici $20 + 5 - 15 = 10$ ptic.

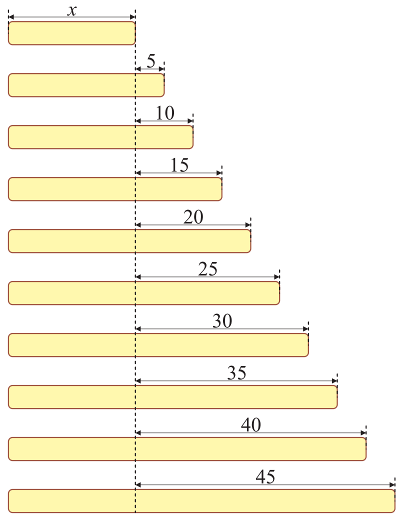
A7. Obseg črke T je enak obsegu kvadrata s stranico, katere dolžina je enaka dolžini daljše stranice pravokotnika, to je 7 cm. Torej je obseg črke enak 28 cm.

A8. Razlika med težama obeh uteži je 10 g, torej je večje jabolko 10 g težje od manjšega. Ker skupaj tehtata 200 g, sta jabolki težki 105 oziroma 95 gramov.

B1. Označimo z x dolžino prve palice. Vsota dolžin vseh palic je

$$x + (x + 5) + (x + 10) + \ldots + (x + 45) = 445 \text{ cm}.$$

Upoštevajmo, da je vsota dolžin $5 + 10 + \ldots + 45 = 225$ cm, torej je dolžina prve palice enaka $(445 - 225) : 10 = 22$ cm. Zato je najdaljša palica dolga 67 cm. Na tri kose z dolžino, ki je celo število, lahko razžagamo tri palice. Te palice so dolge 27 cm, 42 cm in 57 cm.



B2. Upoštevamo, da je vsota obsegov pravokotnikov za dve dolžini stranice kvadrata večja od obsega kvadrata. Zato meri stranica kvadrata 105 cm. Ker je ploščina manjšega pravokotnika enaka $\frac{1}{5}$ ploščine kvadrata, meri krajša stranica pravokotnika $\frac{1}{5}$ stranice kvadrata. Torej meri 21 cm. Obseg manjšega pravokotnika je zato enak $2 \cdot (105 + 21) = 252$ cm. Ploščina manjšega pravokotnika pa je enaka $21 \cdot 105 = 2205 \text{ cm}^2$.

Rešitve za 6. razred

A1. Vsa števila imajo enako števko enic ter enaka prva tri decimalna mesta. Števili 2.017 in $2.\overline{017}$ imata na četrtem decimalnem mestu števko 0, število $2.0\overline{17}$ pa števko 1. Največje število je $2.01\overline{7}$, saj ima na četrtem decimalnem mestu števko 7.

A2. Majina torba tehta 5.7 kg, Anina 4.5 kg in Metina 3.8 kg. Skupaj z Janezovo vse torbe tehtajo 20 kg.

A3. Pravokotnik smo razdelili na 96 kvadratkov. Nepobarvanih ostane $6 \cdot 10 = 60$ kvadratkov, kar predstavlja $\frac{60}{96} = \frac{5}{8}$ pravokotnika.

A4. Največje število zmag ne more biti višje od 15. Ker je vsaka zmaga po točkah enakovredna trem porazom, je največje število izgubljenih tekem možno v primeru največjega števila zmag. V skladu z navodili to pomeni 15 zmag, 1 neodločen izid in 14 porazov.

A5. Od 1 do 99 je 25 parov lihih števil oblike $(1, 3), (5, 7), \ldots, (97, 99)$. Od 13 do 99 pa je takih parov 22. Vsota številskega izraza je zato enaka $22 \cdot 2 + 11 = 55$.

A6. Množica $\mathcal{A}$ zagotovo vsebuje števili 1 in 3, saj sta obe elementa unije množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$, nista pa elementa množice $\mathcal{B}$. Prav tako vsebuje število 4, ne vsebuje pa števil 2 in 5. Rešitev je odgovor C.

A7. Stranica najmanjšega kvadrata meri 4 cm, zato je stranica kvadrata levo zgoraj dolga 8 cm. Od tod sledi, da stranica kvadrata levo spodaj meri 12 cm, stranica desnega kvadrata pa 20 cm. Dolžina pravokotnika zato meri 32 cm, širina pa 20 cm. Njegov obseg pa je enak 104 cm.

A8. Leonardo da Vinci se je rodil leta 1452, umrl pa leta 1519, star 67 let. Nikolaj Kopernik je bil ob smrti star 70 let, saj se je rodil leta 1473 in umrl leta 1543. Vsota njunih starosti je 137 let.

B1. Izračunajmo

$$
\begin{aligned}
&((0.9 \cdot 3 + (1.7 + 0.4) : 7 \cdot 4) : 1.3 + 2^3 - 1) : ((1.26 - 1.21) \cdot 0.16 : 8) = \\
&= ((2.7 + 2.1 : 7 \cdot 4) : 1.3 + 8 - 1) : (0.05 \cdot 0.02) = \\
&= ((2.7 + 1.2) : 1.3 + 8 - 1) : 0.001 = (3.9 : 1.3 + 8 - 1) : 0.001 = \\
&= (3 + 8 - 1) : 0.001 = 10 : 0.001 = 10000.
\end{aligned}
$$

B2. Janez prehodi 1600 m do Petrovega doma v 24 minutah. Za 1.5 km od Petrovega doma do šole potrebujeta še 18 minut in 43 sekund. Torej je Janez za pot do šole potreboval 42 minut in 45 sekund. V šolo sta prišla ob 8.03 in 0 sekund.

Rešitve za 7. razred

A1. Upoštevamo, da je razlika trikrat večja od odštevanca in enaka 2106. Torej je odštevanec enak 702.

A2. Izračunajmo $\dfrac{0.001 : 0.1^2}{0.1 \cdot 0.01^2} = \dfrac{0.001}{0.1 \cdot 0.01 \cdot 0.01 \cdot 0.1^2} = \dfrac{1}{0.01 \cdot 0.01} = 10^2 \cdot 10^2 = 10^4.$

A3. Obseg črke T je enak obsegu kvadrata s stranico, katere dolžina je enaka dolžini daljše stranice pravokotnika, to je 7 cm. Torej je obseg črke enak 28 cm.

A4. Dolžino in širino pretvorimo v metre in poiščemo največji skupni delitelj števil 975 in 715, ki je enak 65. Stranica ploščice torej meri 6.5 m. Po dolžini jih potrebujemo 15, po širini pa 11, kar pomeni, da je vsega skupaj potrebnih 165 ploščic.

A5. Po drugem zasuku smo zopet na začetku, saj smo trikotnik v prvem in drugem zasuku zavrteli za $360°$. Enako se zgodi po tretjem zasuku. V četrtem in petem zasuku skupaj trikotnik prav tako zavrtimo za $360°$, torej se oglišče A preslika samo vase.

A6. Anžetu v kozarcu ostane $\frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{512}{1000}$ vsebine. Boru ostane $\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{504}{1000}$ vode in prav tako tudi Cenetu. Pravilen je odgovor D.

A7. Zapišimo vseh sedem ustreznih parov: $(5, 3)$, $(7, 5)$, $(13, 11)$, $(19, 17)$, $(31, 29)$, $(43, 41)$ in $(61, 59)$.

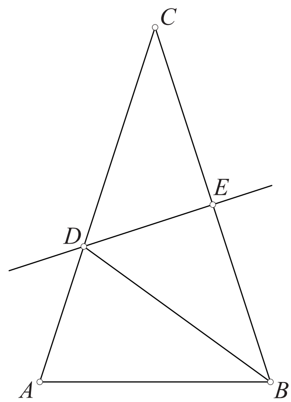
A8. Razlika med 800 in 600 predstavlja maso vode v posodi, ko je ta napolnjena do ene tretjine. Torej prazna vaza tehta 400 g.

A9. Ocenimo obe števili navzgor: $a < \frac{12}{5} = 2.4$ in $b < \frac{54}{10} = 5.4$. Zato velja $a \leq 2$, $b \leq 5$ in njuna vsota je zagotovo največ 7.

A10. Naj a in b predstavljata števki 1 ali 3. Zapišimo vseh deset možnih oblik predpisanih petmestnih števil: $222ab$, $a222b$, $ab222$, $22a2b$, $22ab2$, $a22b2$, $2a22b$, $2ab22$, $a2b22$ in $2a2b2$. Torej je vseh takih števil 20.

B1. Zmnožek je liho število, če sta oba množenca lihi števili. Med naravnimi števili od 1 do 21 je 11 lihih. Torej je število vseh lihih zmnožkov enako $11^2 = 121$.
Če je eden od množencev 9 ali 18, je vpisani zmnožek deljiv z 9. Število zmnožkov v stolpcih, kjer sta v prvi vrstici 9 ali 18, je enako 42. Prav tako je število zmnožkov v obeh vrsticah, ki imata na začetku 9 oziroma 18, enako 42. Skupno je v teh dveh stolpcih in vrsticah 80 števil, saj smo 4 zmnožke ($9 \cdot 9$, $9 \cdot 18$, $18 \cdot 9$ in $18 \cdot 18$) šteli dvakrat.
Ostanejo še zmnožki, kjer sta množenca enaka 3, 6, 12, 15 ali 21. Teh pa je 25. Torej je število vseh zmnožkov, deljivih z 9, enako 105.

B2. Kota DBA ter EBD sta skladna in merita $\frac{\beta}{2}$. Trikotnik BCD je enakokrak, saj točka D leži na simetrali stranice BC. Torej kot v ACB meri $\frac{\beta}{2}$. Vsota velikosti notranjih kotov trikotnika ABC je potem $\beta + \beta + \frac{\beta}{2} = 180°$. Od tu sledi, da je velikost kota β enaka $72°$. Zato je velikost iskanega kota $BDC = 180° - 72° = 108°$.



Rešitve za 8. razred

A1. Na sredini med obema številoma je aritmetična sredina, ki je enaka -15.5.

A2. Žaba v enem skoku skoči za 5 kvadratkov desno ter 3 navzgor, v sedmih poskokih pa za 35 v desno in 21 navzgor. Metulja ujame v točki $(38, 23)$.

A3. Ker mora biti število deljivo s 45, je deljivo s 5. Torej se konča s števko 5, saj morajo biti vse števke enake. Prav tako pa mora biti število deljivo z 9, zato je sestavljeno iz devetih 5.

A4. Najprej izračunajmo vrednost danega številskega izraza:
$(\sqrt{63} + \sqrt{112}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28}) = (3\sqrt{7} + 4\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{7} + 2\sqrt{7}) = 7\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} = 3 \cdot 7^2$.
Tretjina tega števila pa je 7^2.

A5. Drugi neenačbi zadoščajo le tri cela števila: $-1, 0, 1$. Izmed teh treh števil pa le 0 in 1 zadoščata tudi prvi neenačbi.

A6. Izpostavimo in izračunajmo: $\dfrac{11^{1002} \cdot 7^{1002} - 7^{1000} \cdot 11^{1000}}{49 \cdot 77^{1000} - 49 \cdot 77^{998}} = \dfrac{77^{1002} - 77^{1000}}{49 \cdot 77^{998} \cdot (7^2 - 1)} =$
$= \dfrac{77^{1000} \cdot (7^2 - 1)}{49 \cdot 77^{998} \cdot (7^2 - 1)} = \dfrac{77^2}{49} = \dfrac{7^2 \cdot 11^2}{49} = 121.$

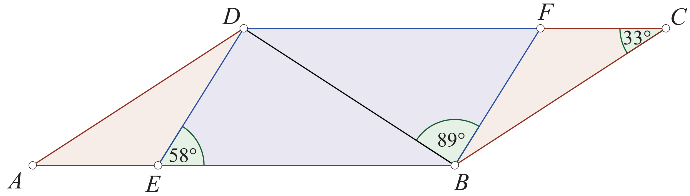
A7. Označimo z α notranji kot pravilnega večkotnika. Vsota velikosti notranjega in zunanjega kota je $180°$, zato velja $\alpha + \frac{1}{8}\alpha = \frac{9}{8}\alpha = 180°$. Torej je velikost notranjega kota enaka $160°$. V pravilnem n-kotniku za velikost notranjega kota velja formula $\frac{(n-2)180°}{n}$. Enačimo $160° = \frac{(n-2)180°}{n}$ in dobimo rešitev $n = 18$. Število diagonal večkotnika je enako $\frac{18 \cdot 15}{2} = 135$.

A8. Debelina snežne odeje je vsaki dve uri višja za 7.75 cm. V zadnji uri upoštevamo le količino zapadlega snega, ne pa količine snega, ki ga odpihne. Zato nas zanima, kdaj bo debelina snežne odeje enaka $85.5 - 8 = 77.5$ cm. Delimo $77.5 : 7.75 = 10$ in dobimo, da bo snežna odeja tako debela v 20 urah. Čez 21 ur oziroma ob 22.15 pa bo debelina snežna odeje enaka 85.5 cm.

B1. Izračunamo

$$\left(-\frac{9}{32}\cdot(-1^6-1^5)^3-\left(1\frac{1}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)\right)=$$
$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-2)^3-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(5+3\cdot(-1.99)\right)=$$
$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-8)-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot(-0.97)=$$
$$=\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(-\frac{97}{100}\right)=0+\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$$

B2. V paralelogramu sta nasprotna kota skladna, torej za paralelogram $ABCD$ velja kot $\sphericalangle DCB = \sphericalangle BAD = 33°$. Ker je trikotnik ABD enakokrak z osnovnico AB, je kot $\sphericalangle DBA$ skladen s kotom $\sphericalangle BAD$. Vsota kotov ob isti stranici v paralelogramu je enaka $180°$, zato je v paralelogramu $EBFD$ velikost kota $\sphericalangle FBE = 180° - 58° = 122°$. Od tod sledi, da je velikost kota $\sphericalangle FBD = 122° - 33° = 89°$.



B3. Prostornina prvega soda je x in predstavlja $\frac{2}{3}$ prostornine drugega soda. Torej je prostornina drugega soda $\frac{3}{2}x$. Ker prostornina prvega soda predstavlja $\frac{3}{4}$ prostornine tretjega soda, je ta enaka $\frac{4}{3}x$. Od tod sledi, da je x deljiv s 6. Upoštevamo, da je vsota vseh treh prostornin manjša od 50 in zapišemo neenačbo: $x + \frac{3}{2}x + \frac{4}{3}x < 50$. Tej neenačbi ustrezata dva večkratnika števila 6: 6 in 12. Dobimo dve rešitvi. Prostornine sodov so po vrsti enake 6 litrov, 9 litrov in 8 litrov oziroma 12 litrov, 18 litrov in 16 litrov.

Rešitve za 9. razred

A1. Izračunajmo $\frac{2017^2-2015^2}{8^2-1} = \frac{(2017-2015)\cdot(2017+2015)}{63} = \frac{2\cdot 4032}{63} = 2\cdot 64 = 2^7$.

A2. Vseh dvobojev je bilo 63, saj vsak od 64 igralcev razen zmagovalca izgubi en dvoboj.

A3. Označimo z x znesek računa v januarju, torej je bila višina računa februarja enaka $1.15x$. Dobimo enačbo $2.15x = 22.36$ z rešitvijo $x = 10.4$. Račun je februarja znašal 11.96 €.

A4. Potenco 2^{2017} lahko zapišemo kot $(2^{10})^{201}\cdot 2^7 = 1024^{201}\cdot 2^7$. Pravilni odgovor je D.

A5. Obseg nove krožnice predstavlja $\frac{5}{12}$ obsega prve krožnice. V enakem razmerju sta tudi njuna polmera, zato je polmer druge krožnice enak $\frac{5}{12}\cdot 6 = 2.5$ cm.

A6. V predpisanem zaporedju so 4 števila manjša od 10. Naslednja števila imajo na mestu desetic števko 2 in takih je 5. Sledijo jim števila, ki imajo na mestu desetic 4, 6 ali 8. Takih je $3 \cdot 5 = 15$. Nato so na vrsti števila, ki imajo na mestu stotic števko 2: $200, 202, 204, 206, 208, 220, \ldots$. Takih je $5 \cdot 5 = 25$ in vseh skupaj je zaenkrat 49. Naslednje je na vrsti število 400.

A7. Ker je razmerje med širino in višino kvadra enako $7 : 6$ in je razlika med njima 3 cm, je širina kvadra 21 cm, višina pa 18 cm. Torej je dolžina kvadra 25 cm, njegova prostornina pa je enaka 9450 cm^3 oziroma 9.45 dm^3.

A8. Verjetnost, da iz druge škatle izvlečemo modro kroglico, je $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Ker izbiramo škatlo naključno, izberemo pravo škatlo z verjetnostjo $\frac{1}{2}$. Verjetnost je torej enaka $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

B1. 1. *način*

Dolžino stranice kvadrata označimo z a. Ker je trikotnik DEF pravokoten, zadošča, da izrazimo dolžini njegovih katet EF in DF z a. Trikotnik EFB je pravokoten in enakokrak, zato predstavlja pol kvadrata z diagonalo EB. Dolžina daljice EB je enaka $\frac{a}{2}$ oziroma $\sqrt{2} \cdot |EF|$. Torej je $|EF| = \frac{a}{2\sqrt{2}}$. Diagonala DB je dolga $a\sqrt{2}$ in zato je $|DF| = a\sqrt{2} - \frac{a}{2\sqrt{2}}$. Ploščina trikotnika EFD je enaka $\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} \cdot \left(a\sqrt{2} - \frac{a}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{8}\right) = \frac{3a^2}{16}$. Ploščina kvadrata $ABCD$ je enaka a^2, torej so osenčene $\frac{3}{16}$ kvadrata.

2. *način*

Dolžino stranice kvadrata označimo z a. Točko E prezrcalimo čez diagonalo BD in dobljeno točko označimo z G. Nastali trikotnik DEG je enokrak s podvojeno ploščino glede na trikotnik DEF. Izrazimo ploščino trikotnika DEG s ploščino kvadrata in ploščinami trikotnikov AED, CDG in EBG. Prvi in drugi trikotnik sta skladna s ploščinama $\frac{a \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{4}$, ploščina zadnjega pa je enaka $\frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{8}$. Ploščina trikotnika DEG je zato enaka $a^2 - 2 \cdot \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8} = \frac{3a^2}{8}$. Ker je ploščina trikotnika DEF enaka polovici ploščine trikotnika DEG, so osenčene $\frac{3}{16}$ kvadrata.

B2. Število rdečih točk označimo z x. Vseh možnih daljic med rdečimi točkami je zato $\frac{x(x-1)}{2}$. Dobimo enačbo $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ oziroma $x(x-1) = 30$ z rešitvijo $x = 6$. Iz besedila razberemo, da je Anja narisala 136 daljic. Število vseh narisanih točk označimo z y in dobimo enačbo $\frac{y(y-1)}{2} = 136$ oziroma $y(y-1) = 272 = 17 \cdot 16$. Od tod sledi, da je $y = 17$. Torej je število modrih točk enako $17 - 6 = 11$.

B3. Rešimo enačbo:

$$\begin{aligned}
(x+4)^2 + y^2 &= (x+y)^2 \\
x^2 + 8x + 16 + y^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
8x + 16 &= 2xy \\
x &= \frac{16}{2y-8}
\end{aligned}$$

Količnik $x = \frac{8}{y-4}$ mora biti naravno število. Števili x in $y - 4$ sta delitelja števila 8: 1, 2, 4 in 8. Zato so možnosti za število y: 5, 6, 8 in 12. Torej enačbo rešijo naslednji pari (x, y): $(1, 12)$, $(2, 8)$, $(4, 6)$, $(8, 5)$.

Rešitve tekmovanja v znanju poslovne in finančne matematike ter statistike za srednje šole – šolsko tekmovanje

1. skupina: Poslovna matematika

1. NALOGA

a.)

10 ha	27 obiralcev	10 dni	8 ur/dan
↑	↑	↓	↓
15 ha	x obiralcev	9 dni	12 ur/dan

$$X = \frac{27\times15\times10\times8}{10\times9\times12} = \underline{\textbf{30 obiralcev}}$$

b.)

4 brunarice	10.560 kosov	275 mm (d)	275 mm (š)
↑	↑	↓	↓
2 brunarici	x kosov	440 mm (d)	250 mm (š)

$$X = \frac{10560\times2\times275\times275}{4\times440\times250} = \underline{\textbf{3.630 strešnikov velikega formata}}$$

2. NALOGA

a.)

Poslovalnica	Deleži	Odgovor
A	12,5 % od 2040 kg	**255 kg**
B	2 x 255	**510 kg**
C	1/12 od 2040 kg	**170 kg**
Skupaj		935 kg

b.)

Izračun ostanka: $Q_{(D+E)}$ = (2040 kg – 935 kg) = **1.105 kg**

c.)

Poslovalnica	Velikost m^2	Oddaljenost km	ERŠ	Odgovor
D	200	$\frac{1}{2}$	100 x	**442 kg**
E	750	$\frac{1}{5}$	150 x	**663 kg**

250 x = 1105

x = 4,42

3. NALOGA

a.)

$$\text{Prvotna cena} = \frac{1.708{,}88}{1{,}05 \times 1{,}05} = \underline{\mathbf{1.550{,}00\ EUR}}$$

b.)

Prodajna cena (PC) =1550,00 * 1,6 = **2.480,00 EUR**
Maloprodajna cena (MPC) = 2.480,00 * 1,095 = **2.715,60 EUR**

c.)

Nova cena = (1.708,88 * 0,975) + 3,84 = **1.670,00 EUR**

4. NALOGA

a.)

G = 4.000,00 EUR
d = 213
o = 52,00 EUR
p = x %

$$o = \frac{G \times p \times d}{36.600}$$

$$p = \frac{o \times 36.600}{G \times d} = \frac{52{,}00 \times 36.600}{4.000{,}00 \times 213} = \underline{\mathbf{2{,}23\ \%}}$$

b.)

G = 4.000,00 EUR
d = 213 - 23 = **190 dni**
p = 2,23 % - 0,2 % = **2,03 %**
G^+ = x EUR

$$o = \frac{G \times p \times d}{36600} = \frac{4000 \times 2{,}03 \times 190}{36600} = \underline{\mathbf{42{,}15\ EUR}}$$

$\mathbf{G^+}$ = 4.000,00 + 42,15 = **4.042,15 EUR**

2. skupina: Statistika

1. NALOGA

a.)

Vrsta izobraževanja	**Spol**	
	Moški	Ženske
Nižje poklicno	2,2	0,9
Srednje poklicno	22,0	10,2
Srednje tehniško in drugo strokovno	44,7	40,3
Srednje splošno	31,1	48,6
Skupaj	**100,0**	**100,0**

b.)

Vrsta izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
Nižje poklicno	72,0	28,0	100,0
Srednje poklicno	69,1	30,9	100,0
Srednje tehniško in drugo strokovno	53,6	46,4	100,0
Srednje splošno	40,0	60,0	100,0

c.)

V nižjem poklicnem izobraževanju je izobraževanje končalo **72** % moških**.**

Leta 2013 je v srednjem poklicnem izobraževanju zaključilo izobraževanje za **38,2** odstotne točke **manj/<u>več</u>** moških kot žensk.

Srednje splošno izobraževanje je zaključilo za **13,6** odstotne točke **manj/<u>več</u>** žensk kot srednje tehniško in drugo strokovno izobraževanje.

2. NALOGA

a.)

$K_{\text{Obalno-Kraška regija}}$ = 71,26 avtomobilov/100 prebivalcev

$K_{\text{Osrednjeslovenska}}$ = 63,03 avtomobilov/100 prebivalcev

Večje število avtomobilov na 100 prebivalcev je bilo v Obalno Kraški regiji.

b.)

$$\frac{2.061.085}{12} = 171.757,08 \text{ preb. na regijo}$$

c.)

$$\frac{130.800}{46.265} = 282,72$$

Število registriranih vozil na Gorenjskem je za 182,72 odstotka večje kot na Koroškem.

3. NALOGA

a.)

Leta 2013 je bila proizvodnja za 13 odstotkov manjša v kot leta 2012.

Leta 2014 je bila proizvodnja za 0,9 % odstotka manjša kot leta 2013.

Leta 2015 je bila proizvodnja za 13 odstotkov manjša v kot leta 2014.

b.)

Tabela 5: **Kazalci dinamike za podjetje ŠKRAT, d. o. o.**

Leto	**Proizvodnja v tonah**	$\mathbf{V_j}$	$\mathbf{K_j}$	$\mathbf{S_j}$
2012		**/**	**/**	**/**
2013		87,0	**0,870**	−13
2014		99,1	0,991	**−0,9**
2015		**87,0**	0,870	−13

4. NALOGA

a. in b.)

Tabela 6: **Frekvenčna porazdelitev števila obiskovalcev Fitnes centra**

Število obiskovalcev na dan	$\mathbf{f_j}$	$\mathbf{f_j^0}$	$\mathbf{F_j}$	$\mathbf{F_j^0}$
20−29	1	0,020	1	0,020
30−29	5	0,100	6	0,120
40−49	17	0,340	23	0,460
50−59	21	0,420	44	0,880
60−69	6	0,120	50	1,000
SKUPAJ	50	1,000		

Vir: izmišljeni podatki

c.)

6 dni je fitnes uporabljalo od 60 do 69 obiskovalcev dnevno.

12 odstotkov opazovanih dni je bilo v fitnesu od 60 do 69 obiskovalcev dnevno.

Rešitve tekmovanja v znanju finančne matematike ter statistike – šolsko tekmovanje

1.

Datum	Cena (EUR)	Vrstni red
2. 1. 2015	974,19	1.
2. 2. 2015	1121,79	12.
2. 3. 2015	1083,02	9.
1. 4. 2015	1112,66	11.
1. 5. 2015	1047,85	7.
1. 6. 2015	1101,08	10.
1. 7. 2015	1052,06	8.
3. 8. 2015	995,12	2.
1. 9. 2015	1014,61	5.
1. 10. 2015	998,75	3.
2. 11. 2015	1027,69	6.
1. 12. 2015	1004,38	4.

Vir: World Gold Council

a.)

Povprečje objavljenih cen za leto 2015 je

$$\mu = \frac{974{,}19 + \cdots + 1004{,}38}{12} = 1044{,}43 \text{ EUR}.$$

Nadpovprečnih je 6 objavljenih cen (februar – julij).
Podpovprečnih je 6 objavljenih cen (januar, avgust – december).

b.)

Objavljene cene uredimo od najnižje do najvišje, zaporedne številke so pripisane v tabeli Variacijski razmik je razlika med najvišjo in najnižjo ceno.

$$\text{VR} = 1121{,}79 - 974{,}19 = 147{,}60 \text{ EUR}$$

Mediana je povprečje 6. in 7. zaporedne cene.

$$\text{Me} = \frac{1027{,}69 + 1047{,}85}{2} = 1037{,}77 \text{ EUR}$$

Prvi kvartil je povprečje 3. in 4. zaporedne cene.

$$Q_1 = \frac{998{,}75 + 1004{,}38}{2} = 1001{,}57 \text{ EUR}$$

Tretji kvartil je povprečje 9. in 10. zaporedne cene.

$$Q_3 = \frac{1083{,}02 + 1101{,}08}{2} = 1092{,}05 \text{ EUR}$$

c.)

Cena 33 EUR za gram zlata je ekvivalentna ceni $33 \cdot 31{,}10 = 1026{,}30$ EUR za unčo zlata. Ta je bila presežena na 7 izmed objavljenih dni (februar – julij, november).

d.)

Absolutne in relativne spremembe po četrtletjih so v spodnji tabeli.

Četrtletje	Absolutna sprememba (EUR)	Relativna sprememba
1. (jan. – mar.)	$1112{,}66 - 974{,}19 = 138{,}47$	$\frac{138{,}47}{974{,}19} = 14{,}21\,\%$
2. (apr. – jun.)	$1052{,}06 - 1112{,}66 = -60{,}60$	$\frac{-60{,}60}{1112{,}66} = -5{,}45\,\%$
3. (jul. – sep.)	$998{,}75 - 1052{,}06 = -53{,}31$	$\frac{-53{,}31}{1052{,}06} = -5{,}07\,\%$
4. (okt. – dec.)	$1001{,}67 - 998{,}75 = 2{,}92$	$\frac{2{,}92}{998{,}75} = 0{,}29\,\%$

Največja rast v evrih in odstotkih je bila v prvem četrtletju.
Največji padec v evrih in odstotkih je bil drugem četrtletju.

2.
a.)

Trajanja posameznih obrestovanj so $m_1 = 1$, $m_2 = 2$ in $m_3 = 3$ mesece, obrestne mere sc $p_1 = 1{,}5$, $p_2 = 1{,}8$ in $p_3 = 2{,}4$. Začetna glavnica je $G_0 = 1000$ EUR.

Končna glavnica je

$$G_6 = G_0 + o,$$

kjer je znesek obresti

$$o = \frac{G_0 m_1 p_1}{12 \cdot 100} + \frac{G_0 m_2 p_2}{12 \cdot 100} + \frac{G_0 m_3 p_3}{12 \cdot 100} = 10{,}25 \text{ EUR}.$$

Dobimo $G_6 = 1010{,}25$ EUR.

b.)

Poznamo obresti $o = 10{,}25$ EUR, začetno glavnico $G_0 = 1000$ EUR in trajanje vezave $m = 6$ mesecev po nespremenljivi obrestni meri p.
Iz enačbe $o = \dfrac{Gmp}{12 \cdot 100}$ izrazimo $p = \dfrac{1200o}{Gm} = 2{,}05$.
Nespremenljiva obrestna mera bi morala biti $2{,}05\,\%$.

Opomba: To je utežena aritmetična sredina naraščajočih obrestnih mer

$$p = \frac{m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

c.)

Mesečni obrestni faktorji so $r_1 = \sqrt[12]{1 + \frac{p_1}{100}} = \sqrt[12]{1{,}015}$, $r_2 = \sqrt[12]{1{,}018}$ in $r_3 = \sqrt[12]{1{,}024}$.
Končna glavnica je

$$G_6 = G_0 r_1^{m_1} r_2^{m_2} r_3^{m_3} = 1000\,\sqrt[12]{1{,}015}\,\sqrt[6]{1{,}018}\,\sqrt[4]{1{,}024} = 1010{,}19 \text{ EUR}.$$

d.)

Za nespremenljivi mesečni obrestni faktor $r = \sqrt[12]{1 + \frac{p}{100}}$ velja $G_0 r^6 = G_0 r_1^{m_1} r_2^{m_2} r_3^{m_3}$.

Iz enačbe $\sqrt{1 + \frac{p}{100}} = r_1^{m_1} r_2^{m_2} r_3^{m_3}$ izrazimo

$$p = 100\Big((r_1^{m_1} r_2^{m_2} r_3^{m_3})^2 - 1\Big) = 2{,}04935.$$

Nespremenljiva obrestna mera bi morala biti 2,04935 %.

Opomba: Faktor r je utežena geometrijska sredina naraščajočih obrestnih faktorjev

$$r = \sqrt[m_1+m_2+m_3]{r_1^{m_1} r_2^{m_2} r_3^{m_3}}.$$

e.)

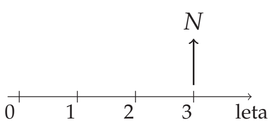
Uporabimo nespremenljivo obrestno mero $p = 2{,}05$ in časovno obdobje $m = 6$ mesecev iz naloge b) in končno glavnico $G_6 = 1010{,}19$ EUR iz naloge c).
Iščemo glavnico G_0 pri kateri je

$$G_0 + \frac{G_0 mp}{12 \cdot 100} = G_0\Big(1 + \frac{mp}{1200}\Big) = G_6.$$

Dobimo $G_0 = \dfrac{G_6}{1 + \frac{mp}{1200}} = 999{,}94$ EUR.

3.
a.)

Ceno obveznice dobimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.



Iz enačbe

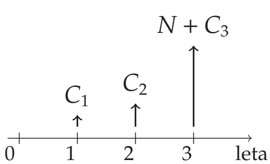
$$P_1 = N \cdot D(0,3) = \frac{N}{(1+R)^3}$$

dobimo

$$R = \sqrt[3]{\frac{N}{P_1}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{100}{82,32}} - 1 = 0{,}0670 = 6{,}70\,\%.$$

b.)

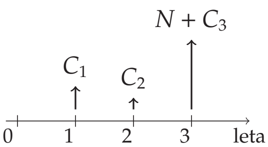
Prvi kupon je enak $C_1 = 4$ EUR, drugi $C_2 = 8$ EUR, tretji $C_3 = 16$ EUR.
Ceno obveznice dobimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.



$$P_2 = C_1 \cdot D(0,1) + C_2 \cdot D(0,2) + (N + C_3) \cdot D(0,3)$$
$$P_2 = \frac{C_1}{1+R} + \frac{C_2}{(1+R)^2} + \frac{N + C_3}{(1+R)^3}$$
$$P_2 = \frac{4}{1{,}067} + \frac{8}{1{,}067^2} + \frac{116}{1{,}067^3}$$
$$P_2 = 106{,}27 \text{ EUR}$$

c.)

Prvi kupon je enak $C_1 = 14$ EUR, drugi $C_2 = 7$ EUR, tretji $C_3 = 3{,}50$ EUR.
Ceno obveznice dobimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.



$$P_3 = C_1 \cdot D(0,1) + C_2 \cdot D(0,2) + (N + C_3) \cdot D(0,3)$$
$$P_3 = \frac{C_1}{1+R} + \frac{C_2}{(1+R)^2} + \frac{N + C_3}{(1+R)^3}$$
$$P_3 = \frac{14}{1{,}067} + \frac{7}{1{,}067^2} + \frac{103,5}{1{,}067^3}$$
$$P_3 = 104{,}47 \text{ EUR}$$

d.)

Denarni tokovi obveznic so enaki kot v nalogah b) in c).
Enačenje formul za določanje cen P_2' in P_3' nas privede do enačbe

$$\frac{4}{1+R} + \frac{8}{(1+R)^2} + \frac{116}{(1+R)^3} = \frac{14}{1+R} + \frac{7}{(1+R)^2} + \frac{103,5}{(1+R)^3}.$$

Vpeljemo novo neznanko $x = \frac{1}{1+R}$ in dobimo polinomsko enačbo

$$\begin{aligned} 4x + 8x^2 + 116x^3 &= 14x + 7x^2 + 103{,}5x^3, \\ 12{,}5x^3 + x^2 - 10x &= 0, \\ x(12{,}5x^2 + x - 10) &= 0. \end{aligned}$$

Prva rešitev $x_1 = 0$ ni smiselna.
Kvadratna enačba ima rešitvi $x_2 = \frac{-1+\sqrt{501}}{25} \doteq 0{,}8553$ in $x_3 = \frac{-1-\sqrt{501}}{25} \doteq -0{,}9353$.
Smiselna je samo rešitev x_2. Iz nje dobimo $R = \frac{1}{x} - 1 = 0{,}1692 = 16{,}92\,\%$.

4.

a.)

Zaradi lažjega zapisa čas 0 postavimo na trenutek pred enim letom.

Tedaj so bile znane netvegana obrestna mera $R = 4\,\%$, cena delnice $S_0 = 81$ EUR, višina dividende $d = 5$ EUR ob času $t = \frac{1}{2}$, zapadlost evropske prodajne opcije $T = 1$, njena izvršilna cena $K = 80$ EUR in premija $p_0 = 2{,}50$ EUR.

Premijo evropske nakupne opcije dobimo iz paritete evropskih opcij

$$p_0 + S_0 = c_0 + \frac{K}{(1+R)^T} + I(0,T),$$
$$c_0 = p_0 + S_0 - \frac{K}{(1+R)^T} - I(0,T).$$

$I(0,T)$ je sedanja vrednost dividende

$$I(0,T) = \frac{d}{(1+R)^{1/2}}.$$

Dobimo

$$c_0 = 2{,}5 + 81 - \frac{80}{1{,}04} - \frac{5}{\sqrt{1{,}04}} = 1{,}67 \text{ EUR}.$$

b.)

Seštejemo premije posameznih opcij. Plačali smo $2p_0 + 5c_0 = 2 \cdot 2{,}5 + 5 \cdot 1{,}67 = 13{,}35$ EUR

c.)

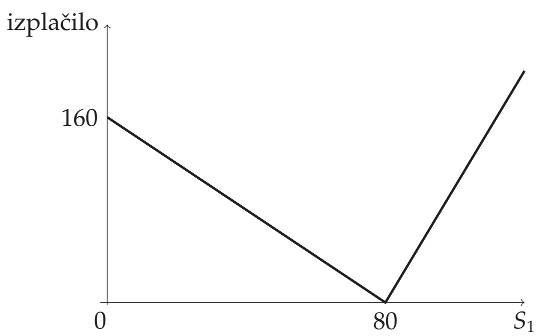
Izplačilo 2 prodajnih opcij ob zapadlosti znaša

$$2\max\{K - S_1, 0\} = 2\max\{80 - S_1, 0\} = \begin{cases} 2(80 - S_1); & S_1 < 80 \\ 0; & S_1 \geq 80 \end{cases}$$

Izplačilo 5 nakupnih opcij ob zapadlosti znaša

$$5\max\{S_1 - K, 0\} = 5\max\{S_1 - 80, 0\} = \begin{cases} 0; & S_1 < 80 \\ 5(S_1 - 80); & S_1 \geq 80 \end{cases}$$

Izplačilo portfelja je $\begin{cases} 2(80 - S_1); & S_1 < 80 \\ 5(S_1 - 80); & S_1 \geq 80 \end{cases}$



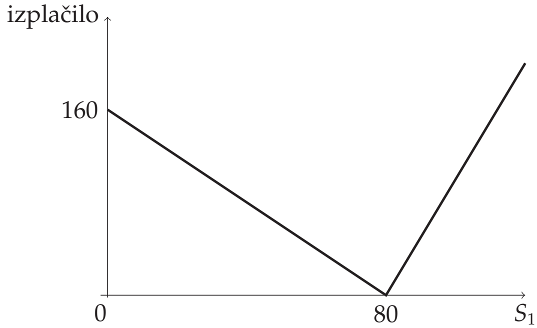
d.)

Označimo $S_1 = 72$ EUR. Splača se izvršiti prodajni opciji.
Izplačilo portfelja je $2(80 - 72) = 16$ EUR.
Če bi začetni znesek 13,35 EUR namesto v opcijski portfelj naložili v banko, bi danes z obrestmi prejeli $13{,}35 \cdot (1 + R) = 13{,}35 \cdot 1{,}04 = 13{,}88$ EUR, kar je manj od izplačila portfelja
Opcijski portfelj se je splačal.

e.)

$$5\max\{S_1 - K, 0\} = 5\max\{S_1 - 80, 0\} = \begin{cases} 0; & S_1 < 80 \\ 5(S_1 - 80); & S_1 \geq 80 \end{cases}$$

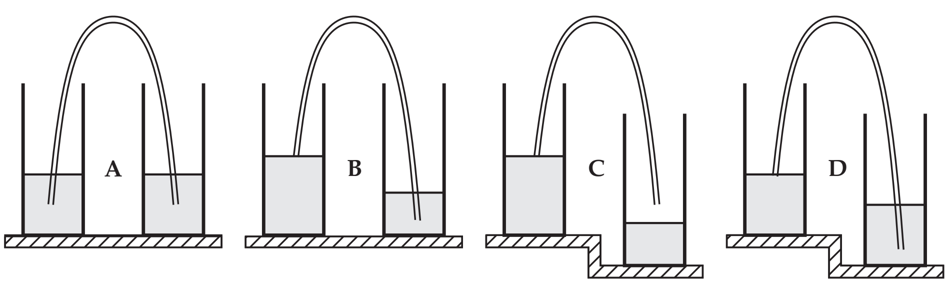
Izplačilo portfelja je $\begin{cases} 2(80 - S_1); & S_1 < 80 \\ 5(S_1 - 80); & S_1 \geq 80 \end{cases}$



Rešitve tekmovanja iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

Rešitve za 8. razred

A1 Slika kaže, koliko vode se pretoči po cevki med posodama pri različnih postavitvah. Več vode se pretoči pri postavitvah (A) in (D) ter manj pri postavitvah (B) in (C). Za podrobnejše pojasnilo glej v B. Rovšek, *Poskus pri Kresnički: natega*, Fizika v šoli št. 2/2016.



A2 Luna opravi en obhod okoli Zemlje, ki ustreza polnemu kotu $360°$, v približno 28 dnevih. Ker se giblje s (približno) stalno hitrostjo, izračunamo, da se v enem dnevu glede na opazovalca, ki se na Zemlji ne premika, premakne za kot α,

$$\alpha = \frac{360°}{28} \approx 13° .$$

A3 Ena vrsta je 500 sežnjev ali tudi $500 \cdot 7$ čevljev $= 3500$ čevljev ali $1066{,}781$ m. Velja torej 3500 čevljev $= 1066{,}781$ m in 1 čevelj $= \frac{1066{,}781\,\mathrm{m}}{3500} = 0{,}305$ m.

A4 Hitrost Indijske tektonske plošče je $v = 1{,}9 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, premik plošče v $t = 1$ leto $= 365{,}25$ dni pa je

$$s = v \cdot t = 1{,}9 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s} = 0{,}060\,\mathrm{m} = 6{,}0\,\mathrm{cm} .$$

A5 Konstrukcijo slike ribjega očesa pravilno kaže skica (D). Žarki se pri prehodu iz vode v zrak lomijo stran od vpadne pravokotnice. Ko opazujemo iz zraka iznad vodne gladine predmete, ki so pod gladino, se nam ti zdijo bližje (lastne noge se nam zdijo krajše, na primer). Navidezna slika predmeta nastane bližje gladini kot je predmet.

B1 (a) Gregor in Jože do srečanja ob času t_1 prevozita poti s_G in s_J, skupaj pa prevozita vso pot $s = 280$ km med Portorožem in Mariborom,

$$s = s_G + s_J = v_G \cdot t_1 + v_J \cdot t_1 = (v_G + v_J) \cdot t_1 ,$$

kjer sta v_G Gregorjeva in v_J Jožetova hitrost. Izrazimo čas t_1,

$$t_1 = \frac{s}{v_G + v_J} = \frac{280\,\mathrm{km}}{60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} + 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{280\,\mathrm{km}}{140\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 2\,\mathrm{h} = 120\,\mathrm{min}.$$

Za Gregorjem in Jožetom je ob srečanju 120 minut vožnje.

Nalogo lahko rešimo tudi na pamet. V 1 uri Gregor prevozi 60 km, Jože pa 80 km. Skupaj v 1 uri prevozita 60 km $+ 80$ km $= 140$ km, kar je ravno polovica poti med Portorožem in Mariborom. Skupaj prevozita celo pot v 2 urah.

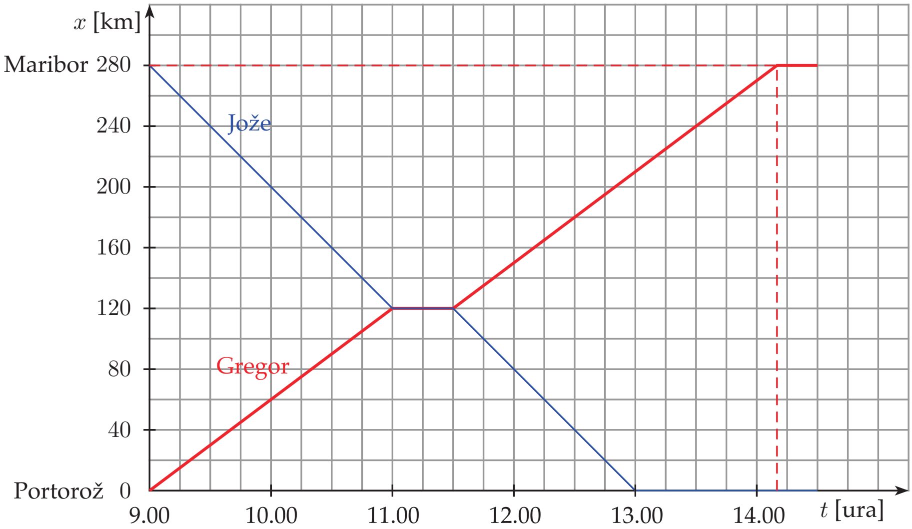
(b) Ob srečanju sta Gregor in Jože od Maribora oddaljena toliko, kot je do srečanja prevozil Jože, ki se je na pot odpravil iz Maribora. V 2 urah je Jože prevozil $2 \cdot 80$ km $= 160$ km.

(c) Celotno pot od Portoroža do Maribora prevozi Gregor v času

$$t_2 = \frac{s}{v_G} = \frac{280\,\mathrm{km}}{60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 4{,}67\,\mathrm{h} = 4\,\mathrm{h}\,40\,\mathrm{min}.$$

Upoštevamo še polurni postanek za srečanje z Jožetom in ugotovimo, da prispe Gregor v Maribor 4 h 40 min $+ 30$ min $= 5$ h 10 minut po trenutku, v katerem se je odpeljal iz Portoroža. Ob Gregorjevem prihodu v Maribor je ura 9.00 + 5.10 = 14.10.

(d) Na sliki sta grafa, ki kažeta, kako se Gregorjeva in Jožetova lega spreminjata s časom na njunih potovanjih med Portorožem in Mariborom.



B2 (a) Na $360°$ zemljepisnih dolžin (med $0°$ in $180°$ V ter med $0°$ in $180°$ Z) se zvrsti 24 časovnih pasov, kar pomeni, da je povprečna širina posameznega časovnega pasu

$$\frac{360°}{24} = 15°\,.$$

(b) Razlika v zemljepisni dolžini $15°$ ustreza časovni razliki 1 h $= 60$ min med poldnevoma po Soncu. Razlika v zemljepisni dolžini $1°$ ustreza petnajstini ure oziroma časovni razliki 4 min med poldnevoma po Soncu.

(c) Upoštevamo, da leži Amsterdam vzhodno od ničelnega (greenwiškega) poldnevnika, Ciudad de México pa zahodno od njega. Razlika med zemljepisnima dolžinama Amsterdama in Ciudad de Méxica je zato vsota $4{,}5° + 99{,}1° = 103{,}6°$, ki ustreza skoraj 7-kratniku širine enega časovnega pasu ($7 \cdot 15° = 105°$). Predpostavimo (ni razloga, da bi komplicirali ali domnevali drugače), da je med Amsterdamom in Ciudad de Méxicom 7 ur časovne razlike (razlike v časih, ki ju v istem trenutku kažeta lokalni uri). Glede na zemljepisni legi

obeh mest in smer vrtenja Zemlje okoli svoje osi sklepamo, da je poldne v Amsterdamu 7 ur pred poldnem v Ciudad de Méxicu. V trenutku, ko je v Ciudad de México poldne (lokalni čas 12.00), je v Amsterdamu ura 19.00.

(d) Razlika med obema lokalnima časoma je 19.25 - 14.35 $= 4$ h 50 min. Upoštevamo še razliko časovnih pasov in ugotovimo, da je bilo letalo v zraku 11 h in 50 min.

Lahko pa postopamo tako, da lokalni čas vzleta v Amsterdamu pretvorimo v lokalni čas v Ciudad de Méxicu (ali obratno). Letalo v Amsterdamu vzleti, ko je v Ciudad de México ura 14.35 - 7 h = 7.35. Pristane ob 19.25; vmes mine 11 ur in 50 minut.

(e) Po lokalnih časih je letalo v zraku do polnoči (od 21.55 do polnoči sta 2 uri in 5 minut) in še naprej do 15.10. Upoštevamo še razliko časovnih pasov in ugotovimo, da je bilo letalo v zraku 2 h 5 min $+ 15$ h 10 min -7 h $= 10$ h 15 min.

Lahko pa postopamo tako, da lokalni čas pristanka v Amsterdamu pretvorimo v lokalni čas v Ciudad de Méxicu (ali obratno). Letalo v Amstredamu pristane, ko je v Ciudad de México ura 15.10 - 7 h = 8.10. Vzletelo je prejšnjega dne ob 21.55; vmes mine 10 ur in 15 minut.

Rešitve za 9. razred

A1 Prepozno je štartal tekač, katerega graf hitrosti v odvisnosti od časa kaže slika (A). Pravočasno je štartal tekač (B), tekača (C) in (D) pa sta štartala prezgodaj.

A2 Sila vzgona na telo - Jureta z vso opremo - je po velikosti enaka teži tekočine, ki jo telo izpodriva. Na globini 20 m ima Jure z vso opremo za 1 liter manjšo prostornino kot na globini 10 m, izpodriva za 1 liter manj vode in zato je sila vzgona, ki deluje na Jureta na globini 20 m, malo manjša od sile vzgona, ki deluje nanj na globini 10 m.

A3 Na gasilca delujeta med njegovim pospešenim drsenjem po drogu navzdol dve sili: v smeri navzdol deluje nanj teža $\vec{F}_g$ z velikostjo $F_g = 700$ N in v nasprotni smeri sila trenja $\vec{F}_t$. Njuna vsota (rezultanta) $\vec{F}_r = \vec{F}_g + \vec{F}_t$ povzroči, da se gasilec Samo giblje s pospeškom 3 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Iz 2. Newtonovega zakona izračunamo velikost rezultante,

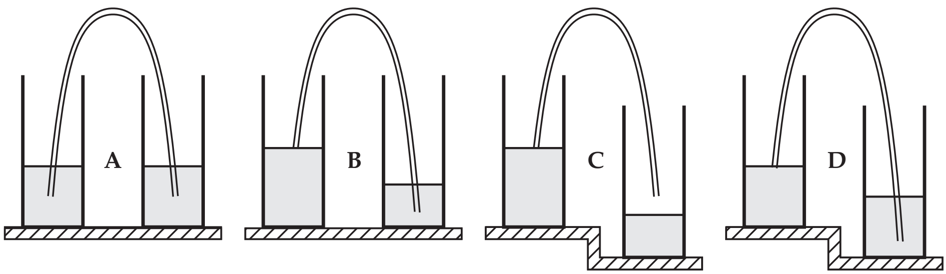
$$F_r = m \cdot a = 70\,\text{kg} \cdot 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 210\,\text{N}\,.$$

Ker delujeta teža in sila trenja na gasilca v nasprotnih smereh (in ker se gasilec Samo giblje s pospeškom v smeri teže), je velikost rezultante F_r razlika med velikostjo teže F_g in velikostjo sile trenja F_t, velja $F_r = F_g - F_t$ in od tu dobimo

$$F_t = F_g - F_r = 700\,\text{N} - 210\,\text{N} = 490\,\text{N}\,.$$

A4 Zamah mušjih kril traja $20 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-11} = 100 \cdot 10^{-5} = 10^{-3}$ s $= 1$ ms $= 1000\,\mu$s.

A5 Slika kaže, koliko vode se pretoči po cevki med posodama pri različnih postavitvah. Več vode se pretoči pri postavitvah (A) in (D) in manj pri postavitvah (B) in (C). Za podrobnejše pojasnilo glej v B. Rovšek, *Poskus pri Kresnički: natega*, Fizika v šoli št. 2/2016.



B1 (a) Če vlakec med spustom ne bi izgubljal energije, bi se vsota njegove kinetične in potencialne energije ohranjala. Za toliko, kot bi se pri spustu za $\Delta h = 65$ m zmanjšala potencialna energija vlakca, bi se povečala njegova kinetična energija. Vlakec na vrhu proge pred spustom nima kinetične energije, za njegovo kinetično energijo v najnižji točki tirnice pa bi lahko zapisali

$$W_k = \frac{1}{2}\,m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot \Delta h\,.$$

Iz zgornjega izreka izrazimo hitrost vlakca v najnižji točki tirnice v_0,

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 65\,\text{m}} = 36{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 129{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,.$$

Isto hitrost v_0 bi vlakec dosegel pri prostem padu za Δh.

(b) Izmerjena hitrost vlakca v najnižji točki tirnice je $v_i = 121\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 33{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Njegova kinetična energija je tam enaka

$$W_{k,i} = \frac{1}{2}\, m \cdot v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot\ 8500\,\mathrm{kg}\ \cdot \left(33{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 4{,}801\ \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 4801\,\mathrm{kJ} = 4{,}801\,\mathrm{MJ}\,.$$

Če vlakec pri spustu ne bi izgubljal energije, bi imel v najnižji točki tirnice hitrost $v_0 = 36{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ in kinetično energijo

$$W_{k,0} = \frac{1}{2}\, m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot\ 8500\,\mathrm{kg}\ \cdot \left(36{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 5{,}525\ \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 5525\,\mathrm{kJ} = 5{,}525\,\mathrm{MJ}\,.$$

Še hitreje izračunamo kinetično energijo vlakca v najnižji točki, v primeru, ko ni izgub, iz izreka o kinetični in potencialni energiji (a),

$$W_{k,0} = m \cdot g \cdot \Delta h\ = 8500\,\mathrm{kg}\ \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ \cdot\ 65\,\mathrm{m} = 5{,}525\,\mathrm{MJ}\,.$$

Zaradi trenja in upora je vlakec pri spustu izgubil energijo

$$\Delta W = W_{k,0} - W_{k,i} = 5{,}525\,\mathrm{MJ}\ - 4{,}801\,\mathrm{MJ}\ = 724\,\mathrm{kJ} = 0{,}724\,\mathrm{MJ}\,.$$

(c) Vlakec izgublja energijo na račun negativnega dela zaviralnih sil $\vec{F}_z$ na poti $s\ =\ 90$ m. Zapišemo lahko $\Delta W = A = \bar{F}_z\ \cdot s$, odkoder izrazimo povprečno zaviralno silo $\bar{F}_z$

$$\bar{F}_z = \frac{A}{s} = \frac{\Delta W}{s} = \frac{0{,}724\,\mathrm{MJ}}{90\,\mathrm{m}} = 8044\,\mathrm{N}\ = 8{,}044\,\mathrm{kN}\ \approx\ 8{,}04\,\mathrm{kN}.$$

(d) Največjo hitrost $v_i\ =\ 33{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ima vlakec na začetku vodoravnega izteka. Če se ustavlja enakomerno s pojemkom $a = \frac{1}{2}\, g$ in na koncu ustavi, njegovo ustavljanje traja čas t_u,

$$t_u = \frac{v_i}{a} = \frac{2 \cdot v_i}{g} = \frac{2 \cdot 33{,}6\,\mathrm{m}\ \cdot\ \mathrm{s}^2}{\mathrm{s}\ \cdot 10\,\mathrm{m}} = 6{,}72\,s\,.$$

Povprečna hitrost enakomerno ustavljajočega se vlakca na vodoravnem izteku je $\bar{v}\ =\ \frac{1}{2}\, v_i = 16{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. S tako povprečno hitrostjo prevozi vlakec v času t_u pot

$$s_u = \bar{v} \cdot t_u = 16{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \cdot 6{,}72\,\mathrm{s}\ = 113\,\mathrm{m}\,.$$

Tako dolg mora biti vsaj vodoravni iztek proge, če ne upoštevamo dolžine vlakca.

B2 (a) Tehtnica pokaže maso $m = 50$ g, ki je vsota mase odprte plastenke in mase pokrovčka. Opomba: Zanimivo vprašanje je, ali skupaj s plastenko tehtamo tudi zrak, ki je v njej. Tehtnica pokaže silo, s katero pritiska nanjo plastenka. Sila plastenke na tehtnico je razlika med skupno težo plastenke in zraka v njej ter silo vzgona na plastenko v zraku, ki pa je (skoraj) enak teži zraka v plastenki. Če je tlak zraka v plastenki enak zunanjemu zračnemu tlaku, je razlika med težo zraka v plastenki in silo vzgona na plastenko le teža tistega dela zraka, ki ga izpodrivajo plastične stene plastenke in pokrovčka.

(b) Plastenka, ki jo Marina tišči pod vodno gladino, tam miruje, je v ravnovesju. Nanjo delujejo tri sile: v smeri navzgor deluje sila vzgona $\vec{F}_{vzg}$, ki je po velikosti enaka teži $1{,}55$ litra izpodrinjene vode, $F_{vzg}\ =\ 15{,}5$ N, v smeri navzdol pa delujeta teža zaprte plastenke $F_g = 0{,}5\,\mathrm{N}$ (težo zraka v njej smemo zanemariti, ker je mnogo manjša od drugih sil*) in sila $\vec{F}_M$, s katero Marina potiska plastenko pod vodo. Ta sila je po velikosti enaka $F_M = 15\,\mathrm{N}$, ker mora biti vsota obeh navzdol delujočih sil (teže $\vec{F}_g$ in Marinine sile $\vec{F}_M$) po velikosti enaka navzgor delujoči sili vzgona $\vec{F}_{vzg}$.

*Ocena za maso in težo zraka v plastenki: gostota zraka je $\rho_z = 1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, prostornina jzraka v plastenki e $V = 1{,}5\ \mathrm{dm}^3$, masa zraka v plastenki je $m = \rho_z \cdot V = 0{,}0018$ kg $= 1{,}8$ g in teža zraka v plastenki je $0{,}018$ N.

(c) V trenutku, ko Marina povsem pod vodno gladino potopljeno plastenko spusti, plastenka ni več v ravnovesju, nanjo delujeta le še njena teža in sila vzgona. Njuna rezultanta kaže v smeri navzgor in je po velikosti enaka $F_r = 15$ N (toliko, kot je merila sila $\vec{F}_M$, s katero je plastenko v ravnovesju držala Marina, da je uravnovesila prav rezultanto teže plastenke $\vec{F}_g$ in vzgona na plastenko $\vec{F}_{vzg}$). Plastenka z maso m se prične gibati s pospeškom, ki ga izračunamo iz 2. Newtonovega zakona,

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{15\,\mathrm{N}}{50\,\mathrm{g}} = \frac{15\,\mathrm{N}}{0{,}05\,\mathrm{kg}} = 300\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

(d) Marina mora na 30 plastenk, ki jo držijo tik nad gladino (medtem ko so plastenke potopljene tik pod gladino) delovati s 30-krat tolikšno silo kot na eno samo plastenko, $F_{M,30} = 30 \cdot F_M = 30 \cdot 15\ \mathrm{N} = 450\ \mathrm{N}$. Marina je na splavu v ravnovesju, nanjo delujeta njena teža $\vec{F}_{g,M}$ in sila splava $\vec{F}_s$, ki je po velikosti enaka sili, s katero Marina deluje na splav: $F_s = 450$ N. To pomeni, da je tudi Marinina teža po velikosti enaka $F_{g,M} = 450$ N. Marina ima maso 45 kg.