

Tekmovanja

16. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – državno tekmovanje

Naloge za 1. letnik

A1. Sara in Klara imata skupaj 816 evrov. Če bi Sara porabila $\frac{3}{5}$ svojega denarja in Klara $\frac{3}{7}$ svojega denarja, bi obema ostalo enako. Koliko denarja ima Sara?

- (A) 408 evrov (B) 366 evrov (C) 336 evrov (D) 480 evrov (E) 816 evrov

A2. Smetana predstavlja 7 % mase mleka, iz 61 % mase smetane pa nastane maslo. Iz koliko mleka nastane 3 kg masla?

- (A) manj kot 5 kg (B) 17 kg (C) 54 kg (D) 69 kg (E) več kot 70 kg

A3. V katerega izmed navedenih izrazov lahko preoblikujemo izraz $(x + y + \frac{1}{4})^2 - (x + y - \frac{1}{4})^2$?

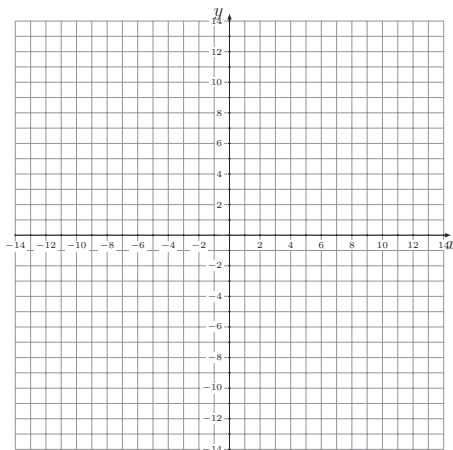
- (A) $4xy$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) 0 (E) $x + y$

B1. Izračunaj, za kateri realni vrednosti parametrov a in b ima ulomek

$$\frac{3x - 2b}{ax + 4b}$$

za $x = 1$ vrednost 2, za $x = -\frac{1}{2}$ pa vrednost -1 .

B2. Točke $A(2, -1)$, $B(-1, -5)$ in $C(-3, -13)$ so oglišča trikotnika ABC . Izračunaj dolžino težiščnice na stranico BC . Rezultat naj bo natančen in delno korenjen. Točki A in B prezr-cal čez abscisno os. Dobljeni točki označi z A' in B' . Nariši štirikotnik $AA'B'B$ in izračunaj njegovo ploščino.



B3. Poenostavi izraz

$$\frac{\frac{2xy}{x+y} - x}{\frac{1}{y} + \frac{1}{x-2y}} + \frac{(x^2 - xy + y^2)(x^3 - x(x-y)^2)}{x^3 + y^3}.$$

Za katere realne vrednosti x in y izraz nima pomena?

Naloge za 2. letnik

A1. Katera izmed navedenih enačb premic je enačba simetrale daljice s krajiščema $A(3, -3)$ in $B(2, -2)$?

(A) $y = -x - 3$

(B) $x + y - 1 = 0$

(C) $x - y - 5 = 0$

(D) $3x - 2y = 0$

(E) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

A2. Naj bodo a , b in c dolžine stranic trikotnika in naj velja $c^2 = a^2 + b^2 + ab$. Katera izmed navedenih trditev velja za tak trikotnik?

(A) Trikotnik je enakostraničen.

(B) Trikotnik je ostrokoten.

(C) Višinska točka leži izven trikotnika.

(D) Trikotnik je pravokoten.

(E) Središče trikotniku očrtane krožnice je razpolovišče najdaljše stranice.

A3. Koliko je vrednost izraza $\left(\frac{\sqrt{5}-3}{2}\right)^{2016} \frac{\sqrt{5}-3}{2} \left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^{2016}$?

(A) 1

(B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{5}-3}{2}$

(D) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

(E) $\frac{(\sqrt{5})^{2016} + 3^{2016}}{8}$

B1. Ali velja

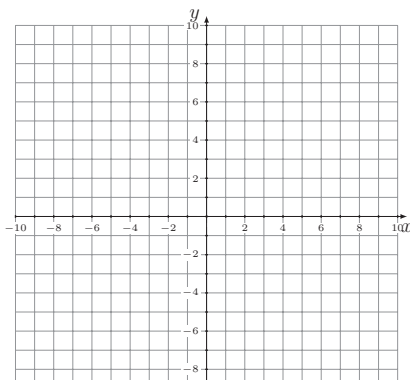
$$\left(\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{a^{\frac{1}{3}}}{a+2}\right) : \left(\sqrt[3]{a} + \frac{a^{\frac{1}{3}}}{a+2}\right) = \frac{2(a+1)}{a(a+3)}$$

za vsak realen a razen za $a \neq 0$, $a \neq -2$ in $a \neq -3$? Ugotovitev utemelji.

B2. a) Nariši graf funkcije f s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{za } x > 1, \\ -x + 5 & \text{za } x \leq 1. \end{cases}$$

b) Naj bo $g(x) = 2x + 1$. Zapiši vse vrednosti spremenljivke x , za katere velja enakost $g^{-1}(x) = g(x^{-1})$?



- B3.** Obseg pravokotnika je 4 cm, velikost kota med diagonalama pa 60° . Nariši skico pravokotnika z označenim kotom med diagonalama. Izračunaj dolžini obeh stranic tega pravokotnika. Rezultat naj bo natančen in zapisan v obliki okrajšanih ulomkov z racionaliziranimi imenovalci. Nalogo reši brez uporabe žepnega računalna.

Naloge za 3. letnik

- A1.** Ploščina pravilnega šestkotnika je $96\sqrt{3}$ cm². Koliko je obseg tega šestkotnika?

(A) 48 cm (B) 24 cm (C) 96 cm (D) 16 cm (E) 20 cm

- A2.** Naj bo $f(x) = \frac{1}{\sqrt{ax}}$, $a > 0$ in $a \neq 1$. Koliko je $f(\log_a 4)$?

(A) 2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) -4 (E) -2

- A3.** Kocko z robom dolžine a razrežemo na 8 malih skladnih kock. Površino ene take male kocke označimo s P . Koliko je P ?

(A) $\frac{a^2}{2}$ (B) $\frac{3a^2}{4}$ (C) $\frac{a^2}{8}$ (D) $\frac{3a^2}{2}$ (E) a^8

- B1.** Imamo šotor v obliki stožca, katerega plašč je krožni izsek s polmerom dolžine 3 m in središčnim kotom, ki je velik 120° .

- a) Izračunaj višino šotora. Rezultat naj bo natančen.
b) Osnovna ploskev šotora je iz enakega platna kot plašč. En kvadratni meter tega platna tehta 0,16 kg. Koliko kilogramov tehta platno za osnovno ploskev in plašč šotora? Rezultat zaokroži na eno mesto natančno.

- B2.** Naj bo m realno število in $f(x) = (m - 2)x^2 - 2mx + 3m$.

- a) Izračunaj vrednost parametra m tako, da bo graf funkcije f potekal skozi točko $T(-2, 3)$. Za tako izračunano vrednost parametra m zapiši predpis funkcije f .
b) Izračunaj, za katero vrednost parametra m graf funkcije f ni parabola. Kaj je v tem primeru graf funkcije f ? Za tako izračunano vrednost parametra m zapiši predpisa funkcije f in njene inverzne funkcije f^{-1} .

- B3.** Reši sistem enačb:

$$2\log_3 x - \log_3 y = 2 - \log_3 2,$$

$$0,2^{\sqrt{2x-y-2,5}} = 1.$$

Naloge za 4. letnik

- A1.** Aritmetična sredina dveh pozitivnih števil je 65, njuna geometrijska sredina pa 60. Koliko je absolutna vrednost razlike teh dveh števil?

(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

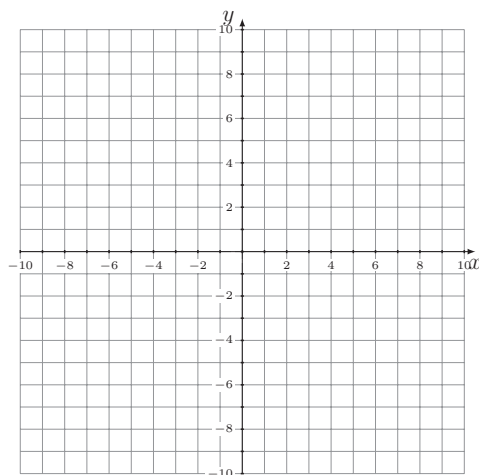
- A2.** Koliko je $1 + 3,5 + 6 + 8,5 + \dots + 2501$, če je razlika med zaporednima seštevancema stalna?

(A) 1249750 (B) 1251000 (C) 1251750,5 (D) 1252251 (E) 1253502,5

A3. Katera izmed navedenih trditev ne velja za funkcijo f s predpisom $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos x$?

- (A) Zaloga vrednosti funkcije f je $[0, 1]$. (B) Osnovna perioda funkcije f je 2π .
 (C) Funkcija f je soda. (D) Ničle funkcije f so $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (E) Funkcija f doseže največjo vrednost za $x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B1. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2+1}$. Izračunaj ničle, pole, enačbo asimptote, koordinate presečišča grafa funkcije f z ordinatno osjo in presečišča grafa funkcije f z asimptoto ter nariši graf funkcije f brez računanja ekstremov. Za katere vrednosti spremenljivke x so vrednosti funkcije f pozitivne?



B2. Naj bo

$$f(x) = \ln x \quad \text{in} \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 6x + 4$$

ter p tangenta na graf funkcije f v točki $S(a, b)$, q pa tangenta na graf funkcije g v točki $T(a, c)$. Tangenta p je pravokotna na tangento q . Izračunaj vrednost a .

B3. Izbrati si moramo sedemmestno geslo, ki vsebuje vsaj eno črko in vsaj eno števko. Izbiramo lahko med znaki A, B, C, G, J, M, R, Z in 3 .

- a) Koliko je vseh možnih izbir za geslo, če se znaki ne smejo ponavljati?
 b) Koliko je vseh možnih izbir za geslo, če se znaki lahko ponavljajo?

16. tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol – državno tekmovanje

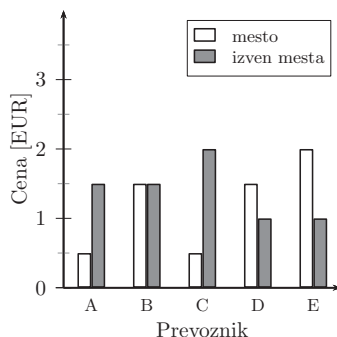
Naloge za vse letnike

A1. Koliko minut znaša razlika med 6,20 h in 6 h 20 min?

- (A) 0 (B) 2 (C) 8 (D) 10 (E) 12

A2. S prikaza lahko razberemo ceno za 1 km prevoza po mestu oziroma izven mesta, in sicer za pet ponudnikov prevoza. Vinko opravi v enem mesecu 20 km prevoza po mestu in 80 km izven mesta. S katerim ponudnikom prevoza se mu najbolj splača potovati, če se je odločil, da bo koristil storitve istega prevoznika?

- (A) S prevoznikom A. (B) S prevoznikom B.
(C) S prevoznikom C. (D) S prevoznikom D.
(E) S prevoznikom E.

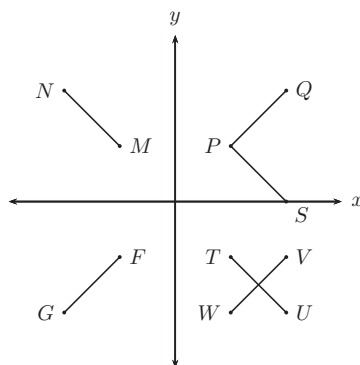


A3. Iz vsakega mehurčka nastaneta vsako sekundo dva nova. Koliko novih mehurčkov nastane v 10. sekundi, če se je proces začel z enim mehurčkom?

- (A) 256 (B) 512 (C) 660 (D) 1024 (E) 2048

A4. Katera od narisanih daljic je zrcalna slika daljice PQ preko abscisne osi?

- (A) PS (B) TU (C) MN (D) WV (E) FG



A5. V razredu s 30 dijakov je $\frac{2}{3}$ fantov. Vsak dan se preko spleta vsaj 1 uro pogovarja 30 % fantov in 60 % deklet. Koliko dijakov tega razreda se preko spleta pogovarja manj kot 1 uro na dan?

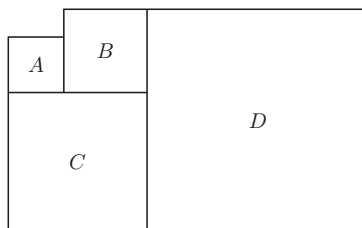
- (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

A6. V vasi živi 100 družin. Petinsedemdeset družin je naročenih na časopis Večer in 83 na časopis Novice. Deset družin ni naročenih na noben časopis. Koliko družin je naročenih na oba časopisa?

- (A) 8 (B) 15 (C) 17 (D) 68 (E) 90

A7. Liki A , B , C , in D so kvadrati. Obseg kvadrata A je 16 cm, obseg kvadrata B pa 24 cm. Koliko je vsota ploščin vseh kvadratov?

- (A) 350 cm^2 (B) 378 cm^2
(C) 408 cm^2 (D) 430 cm^2
(E) 510 cm^2



A8. Kateri od izrazov ima največjo vrednost za $a = 2$ in $b = \frac{1}{2}$?

- (A) $a + b$ (B) ab (C) $a - b$ (D) $a : b$ (E) $b : a$

B1. Žiga bo iz 30 cm široke in 30 mm debele deske pripravil enake police. Pričvrstil jih bo na steno v obliki pravokotnika, ki je visoka 2,5 m in široka 3 m, in sicer eno nad drugo v navpični medsebojni razdalji 4 dm. Vsaka polica bo od desnega in levega roba stene oddaljena 8 dm. Najvišja polica bo od stropa oddaljena 1 m, najnižja pa bo od tal dvignjena vsaj pol metra, vendar ne več kot en meter.

- A. Koliko polic bo na ta način pritrdil na steno?
- B. Najmanj koliko dolg del deske bo porabil za pripravo teh polic?
- C. Najmanj koliko lesa bo porabil za te police? Izrazite na desetino kubičnega decimetra natančno.
- D. Žiga bo napel neraztegljivo vrvico od levega zgornjega oglišča na sprednjem delu najvišje police do desnega spodnjega oglišča na sprednjem delu najnižje police. Koliko bo dolg napeta vrvica? Dolžino vrvice zapišite na mm natančno.

B2. Tabela prikazuje menjalni tečaj različnih tujih valut v evre. Menjalnica za menjavo denarja ne zaračunava nobenih dodatnih stroškov.

TEČAJ EVRA	
Valuta	Vrednost v €
hrvaška kuna	0,13
japonski jen	0,0075
švicarski frank	0,93
ameriški dolar	0,91
britanski funt	1,38

- A. Koliko švicarskih frankov dobimo za 15 evrov? Izrazite na cente natančno.

B. Cena Big Maca v McDonald'su znaša v Londonu 2,69 britanske funta, v New Yorku pa 4,60 ameriškega dolarja. Z računom utemeljite, v katerem mestu je Big Mac dražji, če ceni preračunamo v evre po zgornji tabeli, in za koliko odstotkov.

C. Daichi je zamenjal 1000 hrvaških kun v japonske jene. Koliko jenov je dobil?

D. V sosednji menjalnici je vrednost hrvaške kune 0,12 evra, vendar menjalnici plačamo provizijo v višini 100 kun. Najmanj koliko evrov moramo zamenjati, da se nam bo menjava valute v sosednji menjalnici izplačala?

B3. Točke $A(-8, 4)$, $B(20, 4)$, C in $D(-3, 16)$ v koordinatnem sistemu določajo paralelogram $ABCD$. Presečišče stranice AB z osjo y označimo z E , presečišče stranice CD z osjo y pa F .

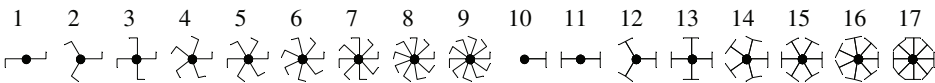
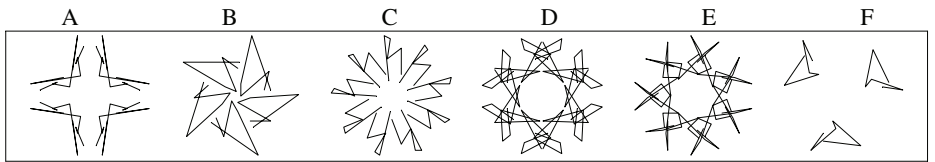
- A. V ustreznem merilu v koordinatni sistem narišite paralelogram $ABCD$.
- B. Zapišite koordinati točke C .
- C. Kako se imenuje lik $EBCF$?
- D. Koliko znaša ploščina paralelograma $ABCD$?
- E. Izračunajte dolžino stranice AD .
- F. Koliko je obseg paralelograma $ABCD$?

26. tekmovanje iz razvedrilne matematike – šolsko tekmovanje

Naloge za 4. in 5. razred osnovne šole

1. Simetrija

Vsako od šestih slik v zgornji vrstici poveži z ustrezno sliko v spodnji vrstici in izpolni spodnjo preglednico! V spodnji vrsti imamo črto v obliki črke L, ki je morebiti prezrcaljena, in nato še zavrneta okoli pike. Na zgornjih sličicah imajo vlogo črke L poljubne lomljene črte.

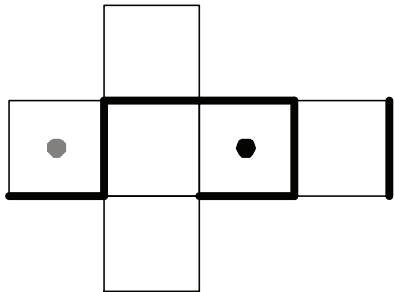


A	B	C	D	E	F

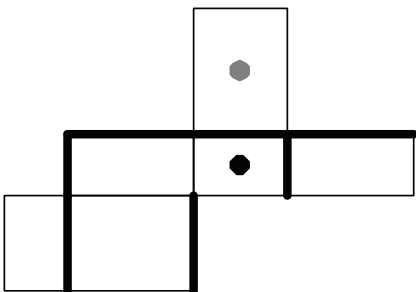
2. Labirinta na kocki in kvadru

Telo je dano z mrežo. Poišči najkrajšo pot od črne do sive pike. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže, tako da črta seka skupni rob približno na sredini.

a)



b)



3. Sudoku

V vsak prazen kvadrček vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 4 tako, da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopala vsa štiri števila!

a)

A	B	C	D
1 C	A	C	B
4 B	A	D	A
3 B	C	D	D

b)

	4 B	3 D	1 B
C	C	C	B
A	C	A	B
A	A	D	D

4. Futošiki

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 4 tako, da bodo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopala vsa štiri števila. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratih.

		<		>	
		<			4
		<			
	<			<	2

5. Gobelin

Dana je mreža kvadratkov (gobelin). Nekatere kvadratke moramo pobarvati. Število števil ob desnem robu vsake vrstice in pod vsakim stolpcem pove, koliko skupin pobarvanih kvadratkov je v posamezni vrstici oziroma stolpcu. Številke pa povedo, koliko zaporednih pobarvanih kvadratkov je v posamezni skupini. Med dvema skupinama pobarvanih kvadratkov mora biti vsaj en nepobarvan kvadrata. (Na primer: 1, 1 ob robu vrstice pomeni, da sta v tisti vrstici dve skupine pobarvanih kvadratkov, obe z enim samim kvadratom.) Če kvadrata zanesljivo ni pobarvan, ga lahko označiš z x. Pobarvaj gobelin!

					4
					1, 1
					1, 1
					4
					1, 1
					1, 1
					4
7	1	1	1	2	
	1	1	1	2	
	1	1	1		

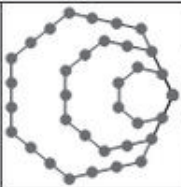
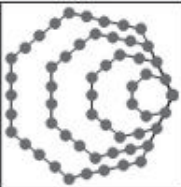
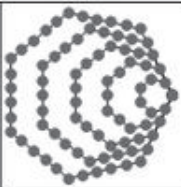
6. Križne vsote

V prazne bele kvadratke vpiši števila od 1 do 9, tako da bo vsota teh števil v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu takšna, kot je zapisano levo od vrstice in nad stolpcem. Pri tem moraš v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu uporabiti različna števila.

	4	12	
12			12
11			
	5		

7. Število pik

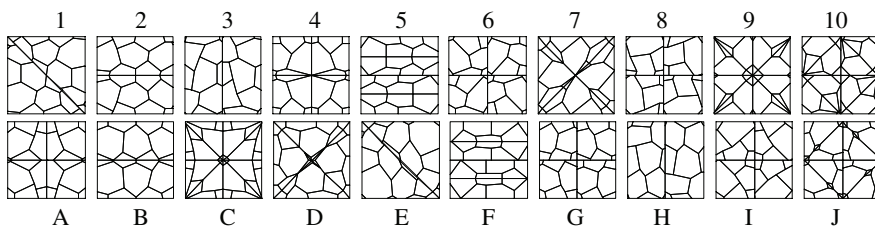
V preglednico vpiši število pik.

				
7				

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Kristalografske grupe

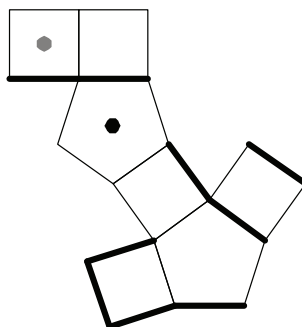
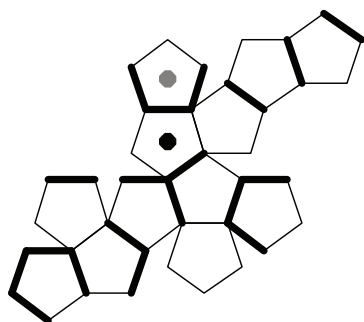
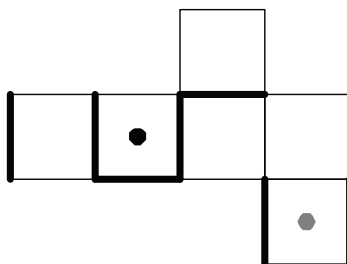
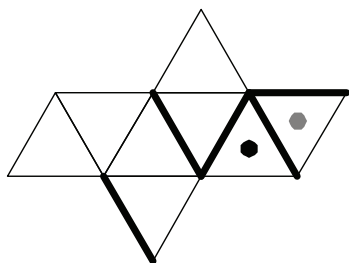
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

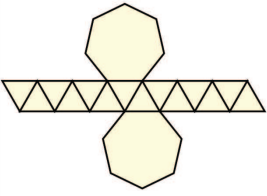
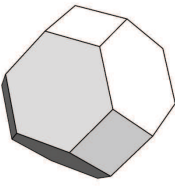
2. Labirint na telesih

Poišči najkrajšo pot med pikama na mreži vsakega telesa. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže, tako da črta seka skupni rob približno na sredini.



3. Poliedri

Dana sta dva poliedra. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

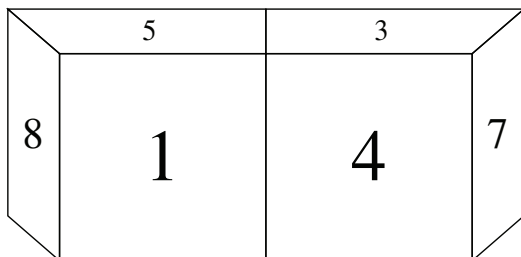
4. Futošiki

V vsak prazen kvadrater vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh pet števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratih.

		<		>		
	1			<		
				<	3	
		5	>			
1	<		>	2		

5. Mesečni koledar iz dveh kock

Na mejnih ploskvah dveh kock so napisane številke 0, 1, 2, ..., tako da lahko z obračanjem kock zapišemo vse dneve: 01, 02, 03, ..., 30, 31. Katere tri številke se na levi kocki ne vidijo?



Na levi kocki se ne vidijo
številke _____.

6. Znamke

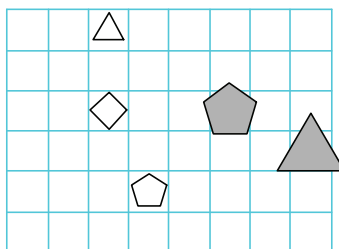
Imaš več znamk za 5 centov in 8 centov. Katera je največja točna vrednost, ki se s temi znamkami ne da nalepiti na poštno pošiljko? (Na primer: 36 centov se da, saj je $36 = 4 \times 5 + 2 \times 8$.)

7. Imena likov

Na sliki so liki A, B, C, D in E. Desno od slike so dane izjave o likih na sliki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je izjava resnična, N, da je neresnična).

Ugotovi imena likov in jih napiši na like!

(Beli liki so majhni, sivi petkotnik je srednje velikosti, sivi trikotnik je velik.)



1. Lik C je trikotnik.	R
2. Lik A je pod B.	R
3. Lik E ni majhen, če in samo če lik C ni petkotnik.	R
4. Ali lik A ni velik ali lik E ni siv.	N

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa pet domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D in E. A, B, C in D so dali po eno izjavo.

A: D je vitez ali je C oproda.

B: D je oproda in A je oproda.

C: Če je B vitez, potem je E oproda.

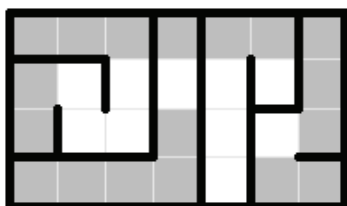
D: A je oproda, če in samo če je E oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

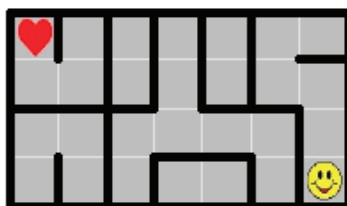
A	B	C	D	E

9. Labirint v kvadru

Zgornji sloj



Spodnji sloj



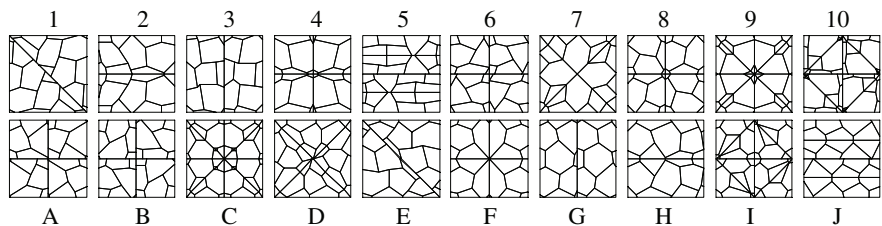
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.

Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

1. Kristalografske grupe

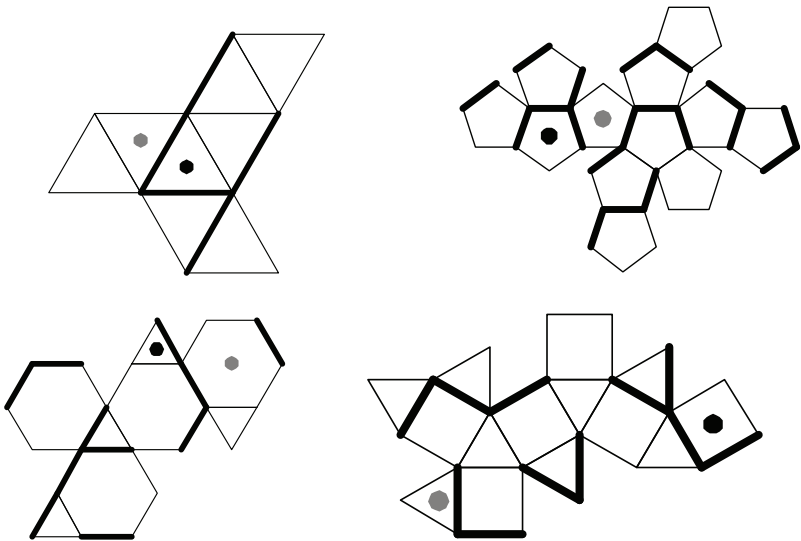
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

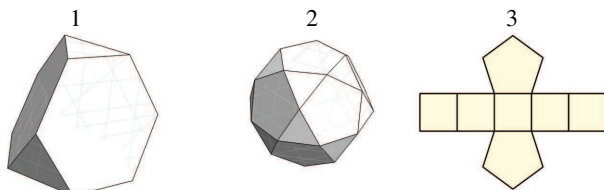
2. Labirint na telesih

Poišči najkrajšo pot med pikama na mreži vsakega telesa. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže, tako da črta seka skupni rob približno na sredini.



3. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!



Polieder	1	2	3
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			
Tip rotacijske simetrije			
Najmanjše število barv			

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n , če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetrije; D_n , če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

V tabelo vpiši tudi najmanjše število barv, s katerimi lahko pobarvaš polieder tako, da sta mejni ploskvi, ki imata skupen rob, pobarvani z različnima barvama.

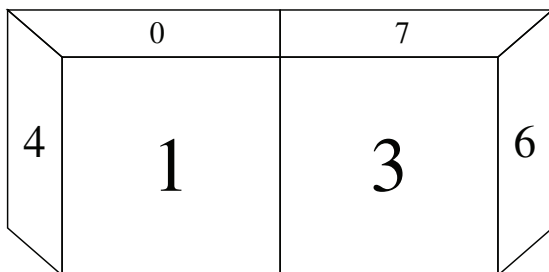
4. Futošiki

V vsak prazen kvadrateg vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh šest števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.

	<	3				2	<	
5	>					4	>	
3	<	5		>				
	>		<					
			5		>		<	
			4					

5. Mesečni koledar iz dveh kock

Na mejnih ploskvah dveh kock so napisane številke 0, 1, 2, ..., tako da lahko z obračanjem kock zapišemo vse dneve: 01, 02, 03, ..., 30, 31. Katere tri številke se na levi kocki ne vidijo?



Na levi kocki se ne vidijo
števke _____.

6. Znamke

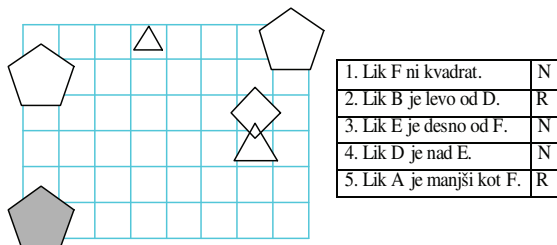
Imaš več znamk za 5 centov in 9 centov. Katera je največja točna vrednost, ki se s temi znamkami ne da nalepiti na poštno pošiljko? (Na primer: 28 centov se da, saj je $28=2 \times 5 + 2 \times 9$.)

7. Imena likov

Na sliki so liki A, B, C, D, E in F. Desno od slike so dane izjave o likih na sliki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je izjava resnična, N, da je neresnična).

Ugotovi imena likov in jih napiši na like!

(Petkotni liki so veliki, trikotnika sta majhne in srednje velikosti, kvadrat je srednje velikosti.)



8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. Prvih pet je dalo po eno izjavo.

A: E je oproda in B je oproda.

D: F je vitez ali je E vitez.

B: Če je C oproda, potem je D vitez.

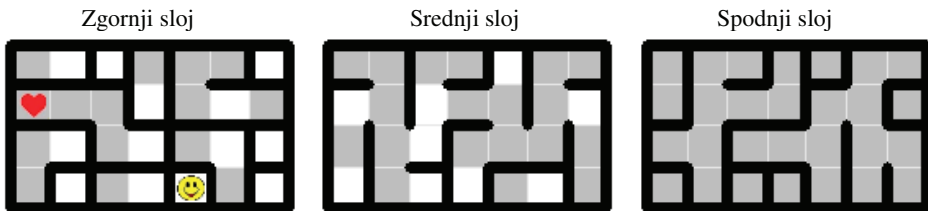
E: Če je F oproda, potem je B oproda.

C: F je oproda, če in samo če je B oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F

9. Labirint v kvadru



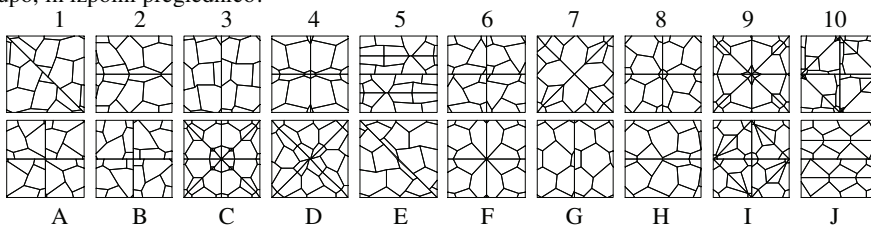
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.

Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

Naloge za 1. in 2. letnik srednjih šol

1. Kristalografske grupe

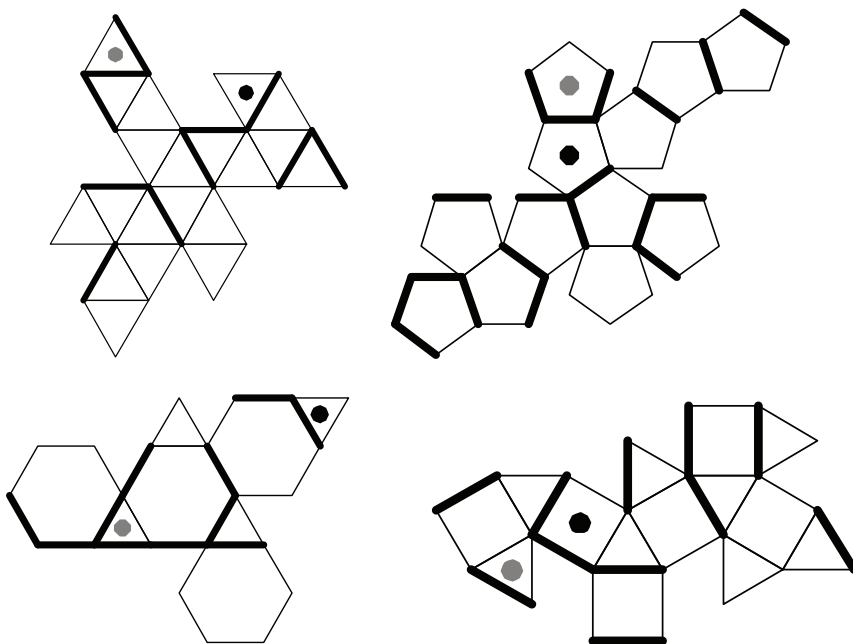
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

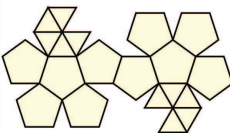
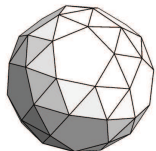
2. Labirint na telesih

Poišči najkrajšo pot med pikama na mreži vsakega telesa. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže, tako da črta seka skupni rob približno na sredini.



3. Poliedri

Dana sta dva poliedra. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

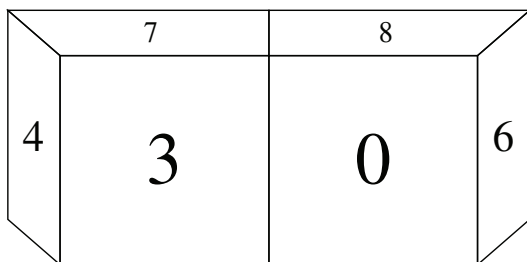
4. Futošiki

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh šest števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.

				6	>	
	4	1				2
		<	<			1
2	>			5	>	
	<		6	>		>
		>		>		

5. Mesečni koledar iz dveh kock

Na mejnih ploskvah dveh kock so napisane številke 0, 1, 2, ..., tako da lahko z obračanjem kock zapišemo vse dneve: 01, 02, 03, ..., 30, 31. Katere tri številke se na desni kocki ne vidijo?



Na desni kocki se ne vidijo
številke _____.

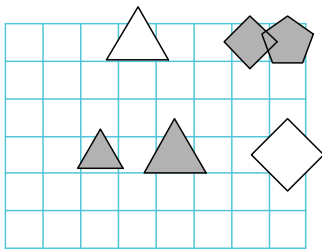
6. Znamke

Imaš več znamk za 7 centov in 9 centov. Katera je največja točna vrednost, ki se s temi znamkami ne da nalepiti na poštno pošiljko? (Na primer: 32 centov se da, saj je $32 = 2 \times 7 + 2 \times 9$.)

7. Imena likov

Na sliki so liki A, B, C, D, E in F. Desno od slike so dane izjave o likih na sliki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je izjava resnična, N, da je neresnična).

Ugotovi imena likov in jih napiši na like!



1. Lik B je desno od E.	R
2. Lik B je pod F.	R
3. Lik E ni bel in lik D je petkotnik.	R
4. Ali je lik B petkotnik ali je lik C trikotnik.	N
5. Lik F je bel, če in samo če je lik C srednje velikosti.	N

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. V nalogi nastopa sedem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F in G. Prvih šest je dalo po eno izjavo.

A: Če je E vitez, potem je G vitez.

B: Če je A oproda, potem je F oproda.

C: G je vitez in B je vitez.

D: G je oproda ali je F vitez.

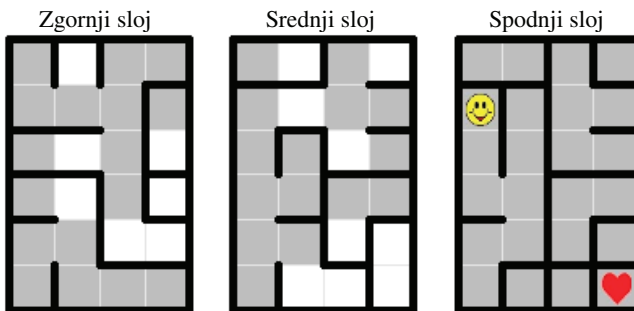
E: A je vitez, če in samo če je F oproda.

F: D je oproda ali je E vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F	G

9. Labirint v kvadru



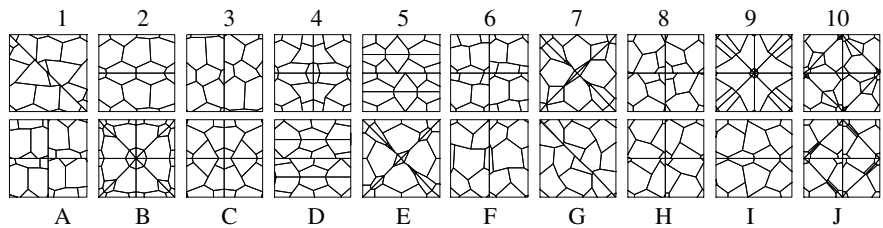
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.

Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

Naloge za 3. in 4. letnik srednjih šol

1. Kristalografske grupe

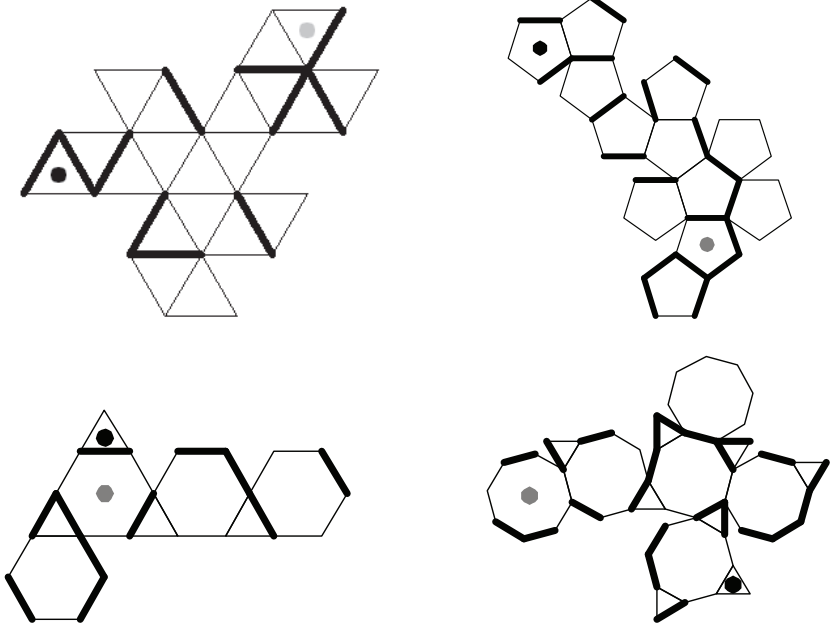
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

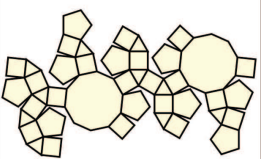
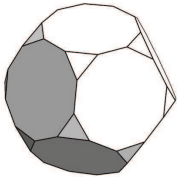
2. Labirint na telesih

Poišči najkrajšo pot med pikama na mreži vsakega telesa. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže, tako da črta seka skupni rob približno na sredini.



3. Poliedri

Dana sta dva poliedra. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

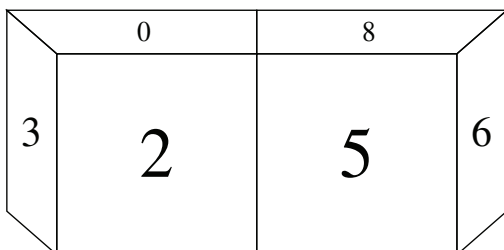
4. Futošiki

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh šest števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.

	2	3	<		
	>			4	>
		1	3	>	
					<
	<		>		> 5
		<		1	5 >

5. Mesečni koledar iz dveh kock

Na mejnih ploskvah dveh kock so napisane številke 0, 1, 2, ..., tako da lahko z obračanjem kock zapišemo vse dneve: 01, 02, 03, ..., 30, 31. Katere tri številke se na levi kocki ne vidijo?



Na levi kocki se ne vidijo
številke _____.

6. Znamke

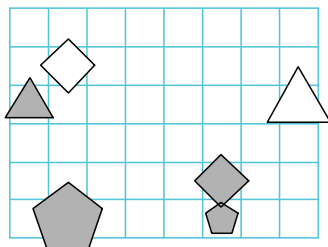
Imaš več znamk za 7 centov in 10 centov. Katera je največja točna vrednost, ki se s temi znamkami ne da nalepiti na poštno pošiljko? (Na primer: 47 centov se da, saj je $47 = 4 \times 10 + 1 \times 7$.)

7. Imena likov

Na sliki so liki A, B, C, D, E in F. Desno od slike so dane izjave o likih na sliki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je izjava resnična, N, da je neresnična).

Ugotovi imena likov in jih napiši na like!

(Petkotnika sta velik in majhen, trikotnika sta velik in srednje velikosti, kvadrata sta srednje velikosti.)



1. Lik D je srednje velikosti.	N
2. Lik B je nad F.	R
3. Lik C je levo od D.	R
4. Lik C je manjši kot E.	R
5. Lik F je bel in lik E ni kvadrat.	R

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa osem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F, G in H. Prvih sedem je dalo po eno izjavo.

A: C je oproda ali je B oproda.

E: B je oproda ali je A vitez.

B: E je oproda, če in samo če je G vitez.

F: Če je D oproda, potem je G vitez.

C: G je vitez in H je vitez.

G: D je vitez ali je F oproda.

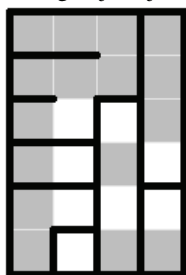
D: E je oproda ali je F oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

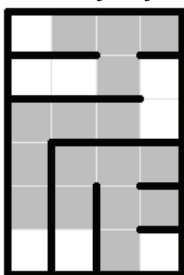
A	B	C	D	E	F	G	H

9. Labirint v kvadru

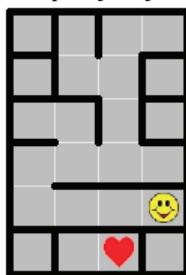
Zgornji sloj



Srednji sloj



Spodnji sloj



Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.

Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

Rešitve 16. tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – državno tekmovanje

1. letnik

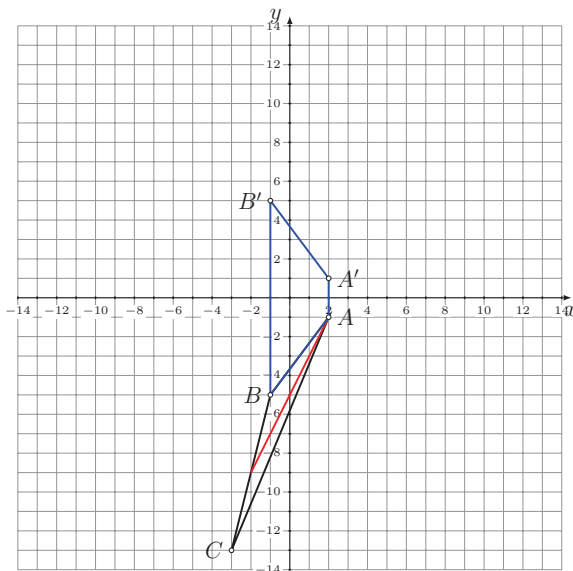
A1. Označimo z x količino Sarinega denarja in z y količino Klarinega denarja. Potem je $x + y = 816$ in $\frac{2}{5}x = \frac{4}{7}y$. Iz druge enačbe izrazimo $x = \frac{10}{7}y$ in vstavimo v prvo enačbo. Tako dobimo $\frac{17}{7}y = 816$. Torej je $y = 336$ in $x = 480$. Sara ima 480 evrov.

A2. Označimo z x maso mleka v kg. V x kg mleka je $0,07x$ kg smetane. Iz te smetane nastane $0,61 \cdot 0,07x$ kg masla. Velja $0,61 \cdot 0,07x = 3$. Sledi, da je $x = 70,258$ kg. 3 kg masla nastane iz več kot 70 kg mleka.

A3. Dani izraz razstavimo po pravilu razlike kvadratov in dobimo $(x + y + \frac{1}{4} - (x + y - \frac{1}{4})) (x + y + \frac{1}{4} + (x + y - \frac{1}{4})) = \frac{1}{2}(2x + 2y) = x + y$. Dani izraz lahko preoblikujemo v izraz $x + y$.

B1.

Zapišemo prvo enačbo: $\frac{3-2b}{a+4b} = 2$. Zapišemo drugo enačbo: $\frac{-\frac{3}{2}-2b}{-\frac{1}{2}a+4b} = -1$. Rešimo sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama. Rešitev: $a = -1$, $b = \frac{1}{2}$.



Zapišemo koordinate razpolovišča stranice: $BC : R(-2, -9)$. Ugotovimo, da je dolžina težišnice enaka razdalji med točkama A in R . Izračunamo dolžino težišnice $t_{BC} = d(A, R) = \sqrt{(-2, -2)^2 + (-9 + 1)^2}$. Zapišemo rešitev $t_{BC} = 4\sqrt{5}$. Prezrcalimo točki A in B ter narišemo štirikotnik $AA'BB'$. Z uporabo formule za ploščino trapeza dobimo rešitev $S = 18$.

B3.

Razširimo ulomek na skupni imenovalci: $\frac{\frac{2xy}{x+y} - x}{\frac{1}{y} + \frac{1}{x-2y}} = \frac{\frac{xy-x^2}{x+y}}{\frac{x-y}{y(x-2y)}}$. Razrešimo dvojni ulomek ter poenostavimo prvi člen v $-\frac{xy(x-2y)}{x+y}$. Razcepimo ter poenostavimo v: $\frac{-xy(x-2y)}{x+y} + \frac{xy(2x-y)}{x+y} = xy$. Izraz nima pomena za $y = 0$, $x = -y$, $x = 2y$ in $x = y$.

2. letnik

A1. Simetrala daljice AB poteka skozi razpolovišče $S\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ daljice AB in je pravokotna na daljico AB . Smerni koeficient premice skozi točki A in B je $k_1 = \frac{-2-(-3)}{2-3} = -1$. Torej je smerni koeficient simetrle $k_2 = -\frac{1}{k_1} = 1$. Upoštevamo $y = kx + n$ oziroma $-\frac{5}{2} = 1 \cdot \frac{5}{2} + n$ in dobimo $n = -5$. Torej je enačba simetrle daljice AB enaka $y = x - 5$ oziroma $x - y - 5 = 0$.

A2. Iz kosinusnega izreka $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ in enakosti $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ dobimo $ab = -2ab \cos \gamma$. Od tod sledi $\cos \gamma = -\frac{1}{2}$ oziroma $\gamma = 120^\circ$. Trikotnik je topokoten, torej leži višinska točka izven trikotnika.

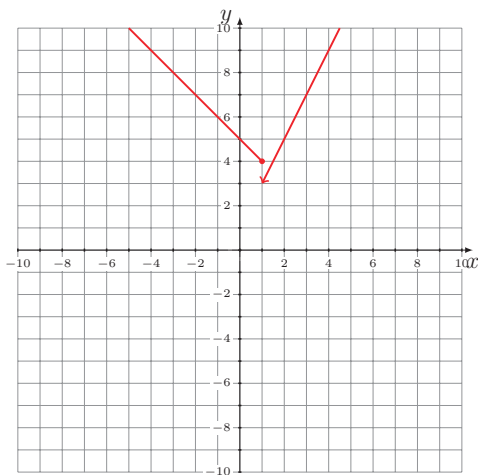
A3.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{5}-3}{2}\right)^{2016} \frac{\sqrt{5}-3}{2} \left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^{2016} &= \left(\frac{\sqrt{5}-3}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^{2016} \frac{\sqrt{5}-3}{2} = \\ &= \left(\frac{5-9}{4}\right)^{2016} \frac{\sqrt{5}-3}{2} = 1 \cdot \frac{\sqrt{5}-3}{2} = \frac{\sqrt{5}-3}{2}. \end{aligned}$$

B1.

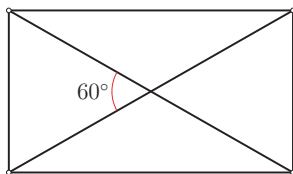
Zapišemo potence z racionalnimi eksponenti v obliki korenov $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}\right) : \left(\sqrt[3]{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a+2}\right)$. Razširimo na najmanjši skupni imenoalec. Uporabimo $\sqrt[3]{a} \sqrt[3]{a^2} = a$. Poenostavimo izraza v prvem in drugem oklepaju. Ugotovimo, da enakost velja.

B2.



- a) Narišemo premico z enačbo $y = 2x + 1$. Narišemo premico z enačbo $y = -x + 5$. Pravilno označimo graf funkcije f v $x = 1$.
- b) Zapišemo $g^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$ in $g(x^{-1}) = 2x^{-1} + 1$. Zapišemo enačbo $x^2 - 3x - 4 = 0$ in rešitev enačbe je $x_1 = 4$ in $x_2 = -1$.

B3.



Upoštevamo $2a + sb = 4$, $\tan 30 = \frac{b}{a}$, $\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Rešimo sistem enačb in dobimo $a = (3 - \sqrt{3})$ cm ter $b = (-1 + \sqrt{3})$ cm.

3. letnik

A1. Uporabimo formulo za ploščino pravilnega šestkotnika $\frac{6a^2\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3}$ ter izračunamo $a = 8$ cm. Obseg pravilnega šestkotnika je $6a = 48$ cm.

A2. Izračunamo $f(\log_a 4) = \frac{1}{\sqrt{a^{\log_a 4}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$.

A3. Označimo z a_1 dolžino roba male kocke. Upoštevamo, da je prostornina male kocke $a_1^3 = \frac{a^3}{8}$ in dobimo $a_1 = \frac{a}{2}$. Torej velja $P = 6a_1^2 = 6\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{2}$.

B1.

Ugotovimo, da je $s = 3$ m. Uporabimo enakost $2\pi r = \frac{\pi \cdot 3 \cdot 120^\circ}{180^\circ}$. Izračunamo dolžino polmera $r = 1$ m. Izračunamo višino $v = \sqrt{s^2 - r^2} = s\sqrt{2}$ m. Izračunamo površino stožca $P = \pi r(r + s) = 4\pi$ m. Izračunamo maso $m = 4\pi \cdot 0,16$ kg = 2 kg.

B2.

a) Zapišemo enačbo: $3 = (m - 2) \cdot 4 + 4m + 3m$. Izračunamo vrednost parametra $m = 1$. Zapišemo funkcijo: $f : f(x) = -x^2 - 2x + 3$.

b) Izračunamo vrednost parametra $m = 2$. Ugotovimo, da je za tako izračunani m graf funkcije f premica. Zapišemo funkcijo $f : f(x) = -4x + 6$. Zapišemo inverzno funkcijo funkcije $f : f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

B3.

Preoblikujemo prvo enačbo in upoštevamo definicijo logaritma: $\frac{2x^2}{y} = 9$. Ugotovimo, da je $\sqrt{2x - y - 2,5} = 0$. Zapišemo enačbo: $2x - y - 2,5 = 0$. Rešimo sistem enačb in dobimo rešitvi sistema: $x_1 = \frac{15}{2}$, $y_1 = \frac{25}{2}$ in $x_2 = \frac{3}{2}$, $y_2 = \frac{1}{2}$.

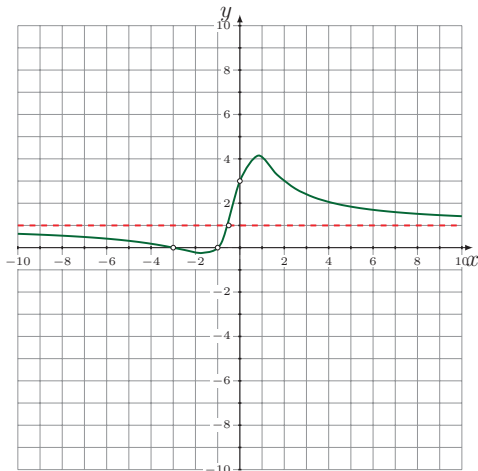
4. letnik

A1. Upoštevamo $\frac{a+b}{2} = 65$ in $\sqrt{ab} = 60$. Preoblikujemo v sistem enačb $a + b = 130$ in $ab = 3600$. Iz prve enačbe izrazimo $b = 130 - a$ in vstavimo v drugo enačbo ter jo preoblikujemo v $a^2 - 130a + 3600 = 0$. Dobimo rešitvi $a_1 = 40$ in $b_1 = 90$ ter $a_2 = 90$ in $b_2 = 40$. Torej sledi $|a - b| = 50$.

A2. Ugotovimo, da moramo sešteti n členov aritmetičnega zaporedja z diferenco $d = 2,5$. Upoštevamo $a_n = a_1 + (n - 1)d$ oziroma $2501 = 1 + (n - 1) \cdot 2,5$. Rešimo enačbo in ugotovimo, da moramo sešteti 1001 členov. Upoštevamo $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ ali $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$ in dobimo $S_{1001} = 1252251$.

A3. Ničle funkcije f so rešitve enačbe $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos x = 0$, torej $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, in ne $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B1.



Izračunamo ničli $x_1 = -3$ in $x_2 = -1$ in ugotovimo, da funkcija nima polov. Zapišemo enačbo vodoravne asimptote $y = 1$ in koordinate presečišča grafa funkcije f z ordinatno osjo $x = 0$ in $y = 3$ ali $N = (0, 3)$. Izračunamo koordinate presečišča grafa funkcije f z vodoravno asimptoto $x = -\frac{1}{2}$ in $y = 1$ ali $P(-\frac{1}{2}, 1)$. Narišemo graf funkcije. Ugotovimo, da je funkcija f pozitivna za vsak $x \in (-\infty, -3) \cup (-1, \infty)$.

B2.

Izračunamo odvoda funkcij f in g . Upoštevamo $k_1 = f'(a)$ in $k_2 = a^2 - 2a - 6$. Ker je $k_1 k_2 = -1$, je $\frac{a^2 - 2a - 6}{a} = -1$. Preoblikujemo enačbo v $a^2 - a - 6 = 0$. Dobimo rešitvi $a_1 = 3$ in $a_2 = -2$. Ugotovimo, da rešitev $a_2 = -2$ ne ustreza ($f(-2)$ ne obstaja).

B3.

a)
Upoštevamo, da je v geslu 6 črk in ena številka. Ugotovimo, da je 7 možnih položajev za številko. Izračunamo števila možnih razporeditev črk v geslo $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$. Izračunamo število možnih izbir za geslo $7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 141120$.

b)
Ugotovimo, da je vseh možnih izbir za geslo, če ne bi bilo omejitve, da mora vsebovati vsaj eno črko in vsaj eno številko, enako 9^7 oziroma 4782969. Ugotovimo, da je vseh možnih izbir za geslo, ki bi vsebovalo samo črke, enako 8^7 oziroma 2097152. Ugotovimo, da je samo eno geslo, ki je sestavljeno samo iz številke 3. Izračunamo število možnih izbir za geslo: $9^7 - 8^7 - 1 = 2685916$.

Rešitve 16. tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol - državno tekmovanje

Naloge za vse letnike

A1. Razlika med $6,20 \text{ h} = 372 \text{ min}$ in $6 \text{ h } 20 \text{ min} = 380 \text{ min}$ znaša 8 min.

- A2. Za vožnjo s prevoznikom *A* bi Vinko plačal 130 EUR, za vožnjo s prevoznikom *B* 150 EUR, za vožnjo s prevoznikom *C* 170 EUR, za vožnjo s prevoznikom *D* 110 EUR in s prevoznikom *E* 120 EUR. Najbolj se mu splača potovati s prevoznikom *D*.
- A3. V 1. sekundi je v procesu 1 mehurček – tedaj nastaneta iz tega mehurčka 2 nova, v 2. sekundi sta v procesu ta 2 mehurčka, iz katerih nastanejo 4 novi. Tako so v 3. sekundi v procesu 4 mehurčki, v 4. sekundi je v procesu 8 mehurčkov, v 5. sekundi 16 mehurčkov, v 6. sekundi 32 mehurčkov, v 7. sekundi 64 mehurčkov, v 8. sekundi 128 mehurčkov, v 9. sekundi 256 mehurčkov in v 10. sekundi 512 mehurčkov, iz katerih tedaj nastane 1024 novih.
- A4. Zrcalna slika daljice *PQ* preko abscisne osi je daljica *TU*.
- A5. V razredu je $\frac{2}{3}$ od 30 = 20 fantov in 10 deklet. Vsaj eno uro se preko spleta pogovarja 30 % od 20 = 6 fantov in 60 % od 10 = 6 deklet, skupaj 12 dijakov. Manj kot 1 uro se preko spleta pogovarja 18 dijakov.
- A6. Na časopis je naročenih 90 družin. Na Večer ni naročenih $90 - 75 = 15$ družin. Na oba časopisa je naročenih $83 - 15 = 68$ družin.
- A7. Stranica kvadrata *A* je dolga $16 \text{ cm} : 4 = 4 \text{ cm}$, stranica kvadrata *B* pa $24 \text{ cm} : 4 = 6 \text{ cm}$. Stranica kvadrata *C* je dolga 10 cm, stranica kvadrata *D* pa 16 cm. Vsota ploščin vseh kvadratov je $S_A + S_B + S_C + S_D = 16 \text{ cm}^2 + 36 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2 + 256 \text{ cm}^2 = 408 \text{ cm}^2$.
- A8. Vrednost izrazov za $a = 2$ in $b = \frac{1}{2}$ znaša $a + b = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$, $ab = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$, $a - b = 2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, $a : b = 2 : \frac{1}{2} = 4$, $b : a = \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$. Največjo vrednost ima izraz $a : b$.
- B1. Spodnja ploskev najvišje police bo na višini 1,47 m, spodnja ploskev druge police bo na višini 1,04 m, spodnja ploskev tretje pa na višini 0,61 m. Vsaka polica bo dolga 1,4 m, za vse tri skupaj bo Žiga porabil vsaj 4,2 m dolg del deske. Prostornino vseh treh polic izračunamo po obrazcu $V = 3abc = 3 \cdot 1,4 \cdot 0,03 \cdot 0,3 = 0,0378 \text{ m}^3$. Razdalja med zgornjo ploskvijo najvišje police in spodnjo ploskvijo najnižje police je 0,89 m. Razdaljo med levim zgornjim ogliščem najvišje police in desnim spodnjim ogliščem najnižje police izračunamo po Pitagorovem izreku $l = \sqrt{(0,89)^2 + (1,4)^2} \approx 1,659 \text{ m}$.
- B2. Za en švicarski frank dobimo 0,93 EUR, za 1 EUR pa $\frac{1}{0,93}$ franka. Za 15 EUR dobimo $15 \cdot \frac{1}{0,93} \approx 16,13$ franka.
Po tečajni listi obe ceni preračunamo v EUR: 2,69 funta znaša 3,71 evra, 4,60 dolarja pa 4,19 evra. Big Mac je v New Yorku dražji za 12,9 %.
Za 1000 kun je dobil 130 evrov oz. 17333 jenov.
Po tečajni listi za x evrov dobimo $\frac{x}{0,13}$ kun, v sosednji menjalnici pa $\frac{x}{0,12}$ kun, vendar v slednji plačamo 100 kun provizije. Zapišemo enačbo $\frac{x}{0,13} = \frac{x}{0,12} - 100$. Enačba ima rešitev 156 evrov. Če menjamo več kot 156 evrov, bo menjava ugodnejša v sosednji menjalnici.
- B3. V koordinatnem sistemu narišemo točke *A*, *B* in *D*. Upoštevamo, da sta nasprotni stranici vzporedni in enako dolgi, pa dobimo še oglišče *C*(25, 16). Lik *EBCF* je trapez, saj ima en par vzporednih stranic. Stranica *AB* paralelograma *ABCD* je dolga 28 enot, stranica *BC* pa 13 enot. Višina paralelograma je dolga 12 enot. Ploščina paralelograma *ABCD* je $28 \cdot 12 = 336$ ploščinskih enot, njegov obseg pa $2 \cdot 28 + 2 \cdot 13 = 82$ enot.

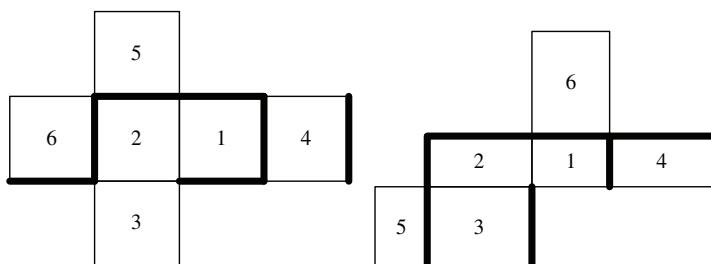
Rešitve 26. tekmovanja iz razvedrilne matematike – šolsko tekmovanje

Naloge za 4. in 5. razred osnovne šole

1.

A	B	C	D	E	F
13	4	8	15	16	2

2.



3.

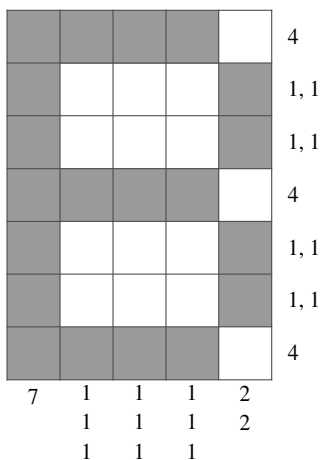
2 A	1 B	4 C	3 D
1 C	4 A	3 C	2 B
4 B	3 A	2 D	1 A
3 B	2 C	1 D	4 D

2 D	4 B	3 D	1 B
4 C	1 C	2 C	3 B
1 A	3 C	4 A	2 B
3 A	2 A	1 D	4 D

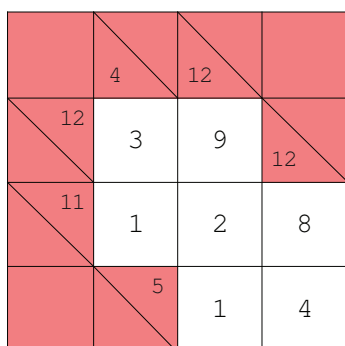
4.

2	3	4	1
1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2

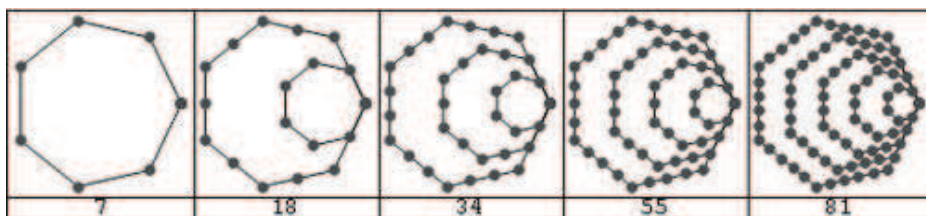
5.



6.



7.

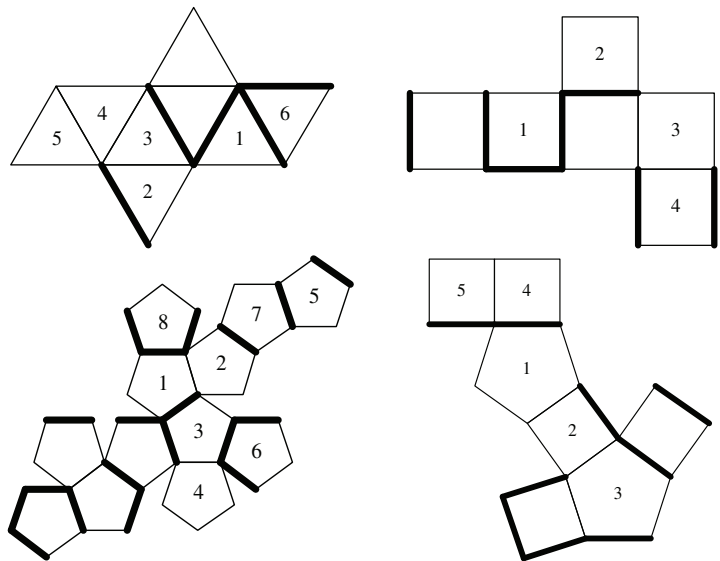


Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	B	H	A	F	G	D	I	C	J

2.



3.

Polieder		
Število mejnih ploskev	16	14
Število oglišč	14	24
Število robov	28	36

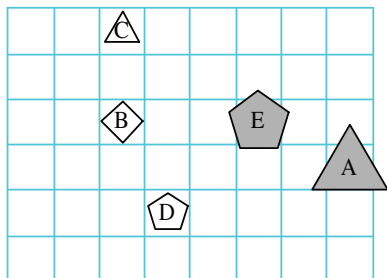
4.

5	2	4	3	1
2	1	3	4	5
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
1	3	2	5	4

5. Na obeh kockah morata biti 1 in 2, da lahko zapišemo 11 in 22. Tudi 0 mora biti na obeh. Če bi bila 0 samo na eni kocki, bi na drugi kocki potrebovali osem mejnih ploskev za zapise števil od 01 do 08. Ker imata kocki skupaj 12 mejnih ploskev in jih 0, 1 in 2 zasedajo 6, ostane samo 6 ploskev za zapise sedmih števk od 3 do 9. Toda za 6 in 9 lahko uporabimo le en zapis. Ker se na desni kocki ne vidijo 0, 1 in 2, se na levi ne vidijo 0, 2 in 6 (oziroma 9).

6. $40=5\times 8$, $39=3\times 8+3\times 5$, $38=1\times 8+6\times 3$, $37=4\times 8+1\times 5$, $36=2\times 8+4\times 5$, $35=7\times 5$, $34=3\times 8+2\times 5$, $33=1\times 8+5\times 5$, $32=4\times 8$, $31=2\times 8+3\times 5$, $30=6\times 5$, $29=3\times 8+1\times 5$, $28=1\times 8+4\times 5$. 27 se ne da izraziti kot $8a+5b$.

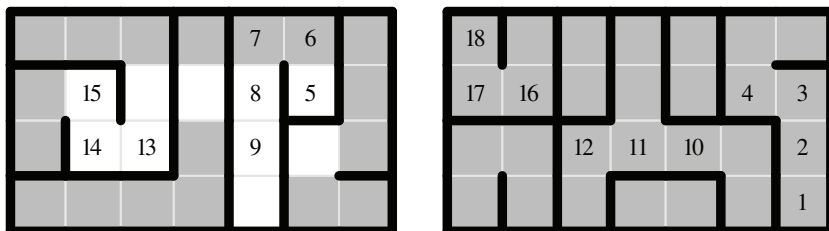
7.



8.

A	B	C	D	E
vitez	oproda	vitez	vitez	vitez

9.

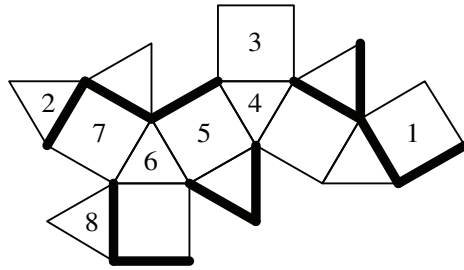
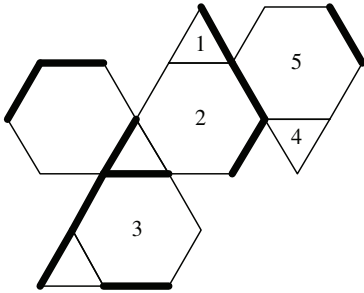
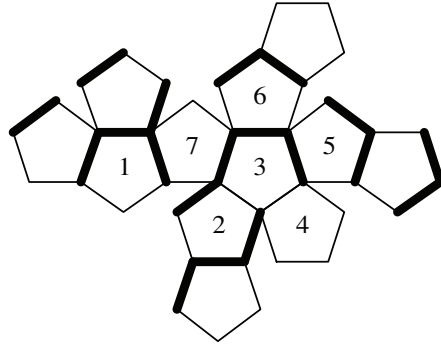
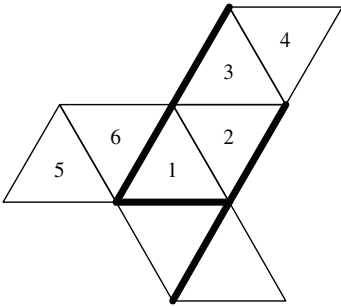


Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	H	G	F	J	A	D	B	C	I

2.



3.

Polieder	1	2	3
Število mejnih ploskev	8	32	7
Število oglišč	12	30	10
Število robov	18	60	15
Tip rotacijske simetrije	T	I	D ₅
Najmanjše število barv	4	2	4

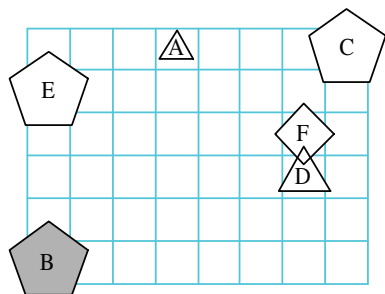
4.

1	3	6	4	2	5
5	2	1	6	4	3
3	5	2	1	6	4
4	1	3	2	5	6
6	4	5	3	1	2
2	6	4	5	3	1

5. Na obeh kockah morata biti 1 in 2, da lahko zapišemo 11 in 22. Tudi 0 mora biti na obeh. Če bi bila 0 samo na eni kocki, bi na drugi kocki potrebovali osem mejnih ploskev za zapise števil od 01 do 08. Ker imata kocki skupaj 12 mejnih ploskev in jih 0, 1 in 2 zasedajo 6, ostane samo 6 ploskev za zapise sedmih števk od 3 do 9. Toda za 6 in 9 lahko uporabimo le en zapis. Ker na desni ne vidimo 0, 1 in 2, torej na levi ne vidimo 2, 5 in 8.

6. $45=5\times 9$, $44=1\times 9+7\times 5$, $43=2\times 9+5\times 5$, $42=3\times 7+3\times 5$, $41=4\times 9+1\times 5$, $40=8\times 5$, $39=1\times 9+6\times 5$, $38=2\times 9+4\times 5$, $37=3\times 9+2\times 5$, $36=4\times 9$, $35=7\times 5$, $34=1\times 9+5\times 5$, $33=2\times 9+3\times 5$, $32=3\times 9+1\times 5$. Števila 31 ne moremo izraziti v obliki $9a+5b$, kjer sta a in b nenegativna.

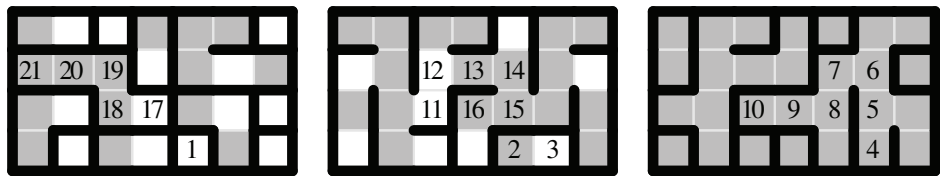
7.



8.

A	B	C	D	E	F
oproda	vitez	vitez	vitez	vitez	vitez

9.

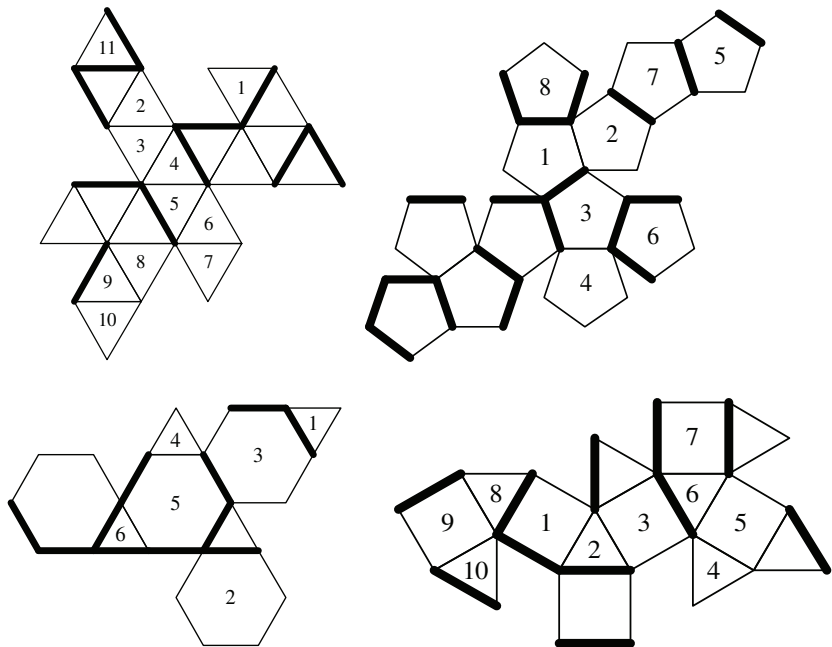


Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

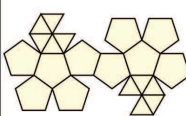
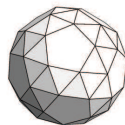
1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	H	G	F	J	A	D	B	C	I

2.



3 in 4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	20	92
Število oglišč	22	60
Število robov	40	150

5	2	3	1	6	4
6	4	1	3	5	2
4	3	5	6	2	1
2	1	4	5	3	6
1	5	6	2	4	3
3	6	2	4	1	5

5. Na obeh kockah morata biti 1 in 2, da lahko zapišemo 11 in 22. Tudi 0 mora biti na obeh. Če bi bila 0 samo na eni kocki, bi na drugi kocki potrebovali osem mejnih ploskev za zapise števil od 01 do 08. Ker imata kocki skupaj 12 mejnih ploskev in jih 0, 1 in 2 zasedajo 6, ostane samo 6 ploskev za zapise sedmih števk od 3 do 9. Toda za 6 in 9 lahko uporabimo le en zapis. Ker na levi kocki ne vidimo 0, 1 in 2, torej na desni kocki ne vidimo 1, 2 in 5.

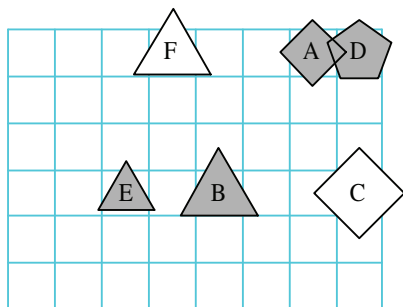
6. 47

Tabeliramo večkratnike $7a+9b$, ki so manjši od $63=7 \times 9$.

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56,...
 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58,...
 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60,...
 27, 34, 41, 48, 55, 62, ...
 36, 43, 50, 57, ...
 45, 52, 59,...
 54, 61, ...
 63,...

Pogledamo diagonale v smeri od desno zgoraj proti levo spodaj in preberemo, katera števila lahko zapišemo (7, 9; 14, 16, 18; 21, 23, 25, 27; 28, 30, 32, 34, 36; 35, 37, 39, 41, 43, 45; 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54; 49, 51,...). Največje število, ki ga nismo zapisali v tabelo, je 47.

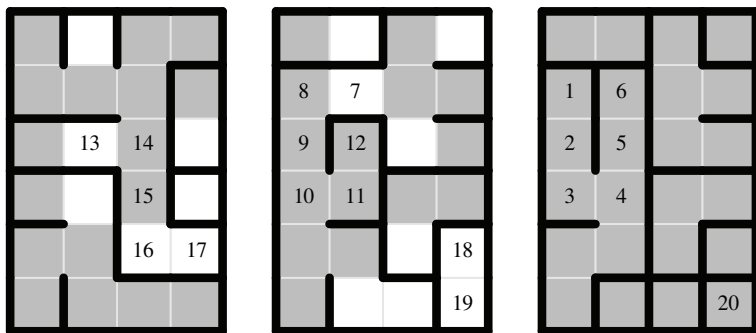
7.



8.

A	B	C	D	E	F	G
oproda	oproda	oproda	vitez	vitez	vitez	oproda

9.

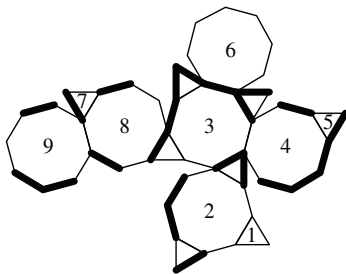
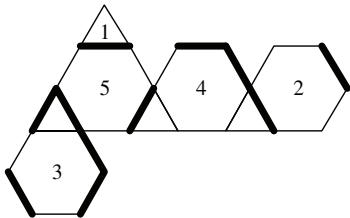
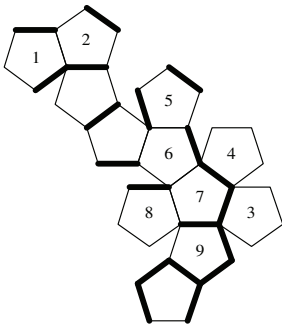
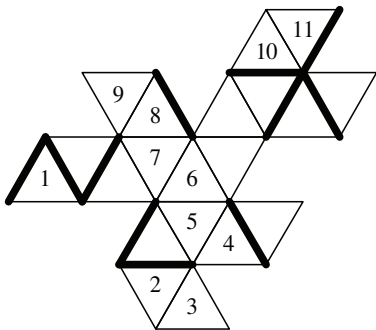


Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole

1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G	I	F	C	D	A	E	H	B	J

2.



3.

Polieder		
Število mejnih ploskev	42	32
Število oglišč	50	60
Število robov	90	90

4.

5	2	3	6	4	1
6	1	5	4	3	2
4	5	1	3	2	6
3	6	2	5	1	4
1	3	4	2	6	5
2	4	6	1	5	3

5. Na obeh kockah morata biti 1 in 2, da lahko zapišemo 11 in 22. Tudi 0 mora biti na obeh. Če bi bila 0 samo na eni kocki, bi na drugi kocki potrebovali osem mejnih ploskev za zapise števil od 01 do 08. Ker imata kocki skupaj 12 mejnih ploskev in jih 0, 1 in 2 zasedajo 6, ostane samo 6 ploskev za zapise sedmih števk od 3 do 9. Toda za 6 in 9 lahko uporabimo le en zapis. Ker na desni ne vidimo 0, 1 in 2, torej na levi ne vidimo 1, 4 in 7.

6. 53

$70=10 \times 7$, $69=49+20$, $68=28+40$, $67=7+60$, $66=56+10$, $65=35+30$, $64=14+50$, $63=9 \times 7$, $62=42+20$, $61=21+40$, $60=6 \times 10$, $59=49+10$, $58=28+30$, $57=7+50$, $56=8 \times 7$, $55=35+20$, $54=14+40$.

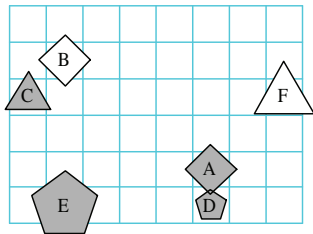
53 se ne da zapisati kot $7a+10b$, kjer sta a in b nenegativna.

Dokaz: zapišimo vse večkratnike števil 7 in 10 do 70.

0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70 ter 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70.

Da bi dobili 53, morajo imeti enice pri večkratniku števila 7 vrednost 3. Najmanjši možni večkratnik števila 7, ki ima enice 3, je število 63, ki je večje od 53.

7.



8. A je oproda. B je vitez. C je vitez. D je vitez. E je oproda. F je vitez. G je vitez. H je vitez.

9.

