Tekmovanja

54. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije – državno tekmovanje

Skupina I

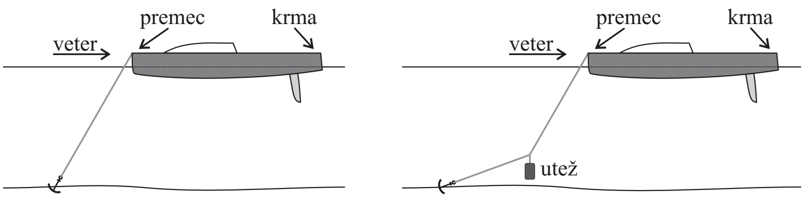
1. Na lahki tanki vrvici je 6,0 cm pod gladino jezera obešen aluminijast valj z višino 10 cm in maso 1 kg, tako da sta osnovni ploskvi valja vodoravni. Vrvico zelo počasi enakomerno vlečemo navpično navzgor in tako valj dvignemo za 20 cm nad začetno lego. Gostota aluminija je 2,7 kg/l.

   a) Prostoročno nariši graf, ki kaže odvisnost vlečne sile od spremembe višine osnovne ploskve valja za celotno dviganje.

   b) Poskus ponovimo tako, da je valj na začetku potopljen 6,0 cm pod gladino vode v valjasti posodi s presekom 50 cm^2. Za ta primer na isti graf kot v vprašanju a) prostoročno nariši graf, ki kaže odvisnost vlečne sile od spremembe višine osnovne ploskve valja za vseh 20 cm dviganja valja.

   c) Koliko dela opravimo med dviganjem v vprašanju b)?

2. Čoln z maso 2500 kg je zasidran v zalivu, v katerem piha veter s stalno hitrostjo in smerjo, zato na čoln deluje konstantna vodoravna sila 250 N. Sidrna vrv z zanemarljivo maso se napne od premca do sidra in oklepa kot 60° z vodoravnico (slika levo).



   a) S kolikšno silo je napeta sidrna vrv?

   Da bi zmanjšali silo na sidro, posadka dvigne sidro in na sidrno vrv 2,0 m od sidra priveže dodatno utež. Nato čoln zasidrajo tako, da del vrvi od premca do uteži ponovno oklepa kot 60° z vodoravnico, medtem ko je kot med 2 m dolgim delom vrvi od sidra do uteži in vodoravnico 20° (slika desno).

   b) S kolikšno silo je napeta vrv med sidrom in utežjo?

   Navodilo: V nalogi ni potrebno računati ravnovesja navorov.

3. Galeb naredi v zraku naslednji manever: Z višine 12 m nad gladino vode začne s krili, stisnjenimi k telesu, prosto padati proti gladini. Na neki višini nad gladino razpre krila in zato zavije po krožnem loku (četrtina krožnice) tako, da na koncu leti premo in enakomerno v vodoravni smeri tik nad gladino. Med zavijanjem ima v celotnem zavoju konstantno velikost hitrosti. Največja sila, ki jo še prenesejo krila, je enaka 5-kratniku galebove teže. Privzemi, da je za galeba, ko ima krila stisnjena k telesu, zračni upor zanemarljiv.

a) Kolikšen je najmanjši polmer krožnega loka, po katerem lahko zavija galeb?

b) Kolikšna je hitrost galeba na koncu takega manevra?

c) Koliko več časa potrebuje, da pride do gladine z opisanim manevrom, v primerjavi s prostim padom do gladine?

4. Kolesar se pelje na kolesu, ki ima med sprednjo in zadnjo osjo razdaljo 99 cm. Sistem kolesarja in kolesa obravnavaj kot togo telo. Težišče sistema je na višini 110 cm na simetrali med obema osema. Kolesar lahko stisne zavoro za prednje ali zavoro za zadnje kolo neodvisno eno od druge. Učinek zaviranja na prednje ali zadnje kolo opišemo z ustreznim koeficientom trenja med posameznim kolesom in podlago.

   a) Kolikšen sme biti največ koeficient trenja med prednjim kolesom in podlago, da se sistem ne začne prevračati preko prednjega kolesa?

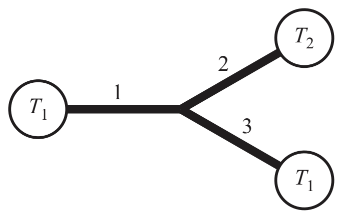
   b) Kolikšen je v vprašanju a) pojemek kolesarja?

   c) Kolesar je pri zaviranju previden. Na zadnjo zavoro pritisne močneje, tako da je koeficient trenja med zadnjim kolesom in podlago dvakrat večji kot med prednjim kolesom in podlago. Zavori stiska tako, da je pravokotna komponenta sile podlage na zadnjem kolesu enaka polovici pravokotne komponente sile podlage na prednjem kolesu. Kolikšen je koeficient trenja med prvim kolesom in podlago?

   Navodilo: Vsota sil na sistem je različna od nič, zato pri računanju navorov postavi os v težišče sistema.

Skupina II

1. Zanima nas prevajanje toplote v sistemu enakih železnih palic, ki med seboj povezujejo toplotne rezervoarje z različnimi temperaturami $T_1 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ in $T_2 = 300\,^\circ\mathrm{C}$. Palice so ovite s toplotno izolacijo in prevajajo toploto samo v vzdolžni smeri. Dolžina vsake palice je 1,0 m in presek 1,0 cm^2. Toplotna prevodnost železa je 80 W/(m · K).

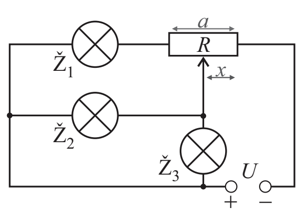


   a) Kolikšna je temperatura na stičišču vseh treh palic?

   b) Kolikšen toplotni tok teče vzdolž palice 1?

   c) Kolikšne so po vrsti temperature na stičišču vseh treh palic, če posamezno palico 1 ali 2 ali 3 zamenjamo z enako dolgo železno palico s presekom 2,0 cm^2?

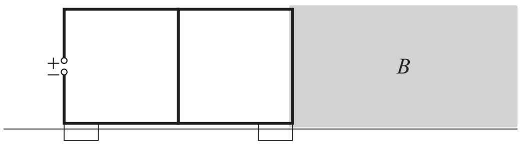
2. Tri žarnice so vezane v vezje na sliki. Upori žarnic Ž$_1$, Ž$_2$ in Ž$_3$ so po vrsti $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ in $R_3 = 50\ \Omega$, medtem ko je celotni upor drsnega upornika $R = 200\ \Omega$. Vezje je priključeno na izvir z napetostjo $U = 12$ V. V običajnem delovanju vezja je drsnik drsnega upornika na sredini ($x = 0{,}50\,a$).



   a) Kolikšni tokovi tečejo skozi žarnice Ž$_1$, Ž$_2$ in Ž$_3$?

   b) Žarnica Ž$_1$ pregori. Kako moramo nastaviti razmerje x/a na drsnem uporniku, da bo skozi žarnici Ž$_2$ in Ž$_3$ tekel enak tok kot prej?

3. Na vodoravno zračno drčo postavimo voziček, na katerem je iz žic narejen električni krog v obliki okvirov na sliki. Dimenzije večjega okvira so 20 cm $\times$ 10 cm, manjša okvira sta enaka med seboj. Celotna masa vozička z okviri je 100 g. Voziček se po drči giblje brez trenja. Upor žice z dolžino 10 cm je 0,1 Ω. Na začetku, ko desna navpična stranica ravno sega v homogeno magnetno polje z gostoto $B = 0{,}1$ T, voziček miruje. Med priključka v levi stranici okvira priključimo napetost 12 V, razdalja med priključkoma je zanemarljivo majhna.



Navodilo: V tej nalogi je vpliv indukcije na rezultate zanemarljiv.

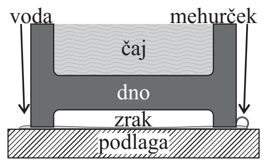
a) Določi smer polja (levo, desno, gor, dol, v list, iz lista), da se bo voziček pričel premikati v desno.

b) Nariši graf pospeška v odvisnosti od lege vozička, vse do trenutka, ko je ves voziček v polju. Območje s homogenim magnetnim polje je dovolj dolgo, da je lahko ves voziček v polju.

c) Kolikšna je hitrost vozička v trenutku, ko vstopi srednja navpična prečka v polje?

d) Kolikšna je končna hitrost vozička.

4. Valjasto skodelico postavimo na mokro podlago in s tem pod njo ujamemo valjast žep zunanjega zraka s premerom 4,0 cm in višino 1,0 mm. Vode na podlagi in na stiku med skodelico in podlago je ravno dovolj, da preprečuje vstop zunanjega zraka. Ko v skodelico nalijemo čaj s temperaturo 80 °C, opazimo uhajanje mehurčkov izpod skodelice. Mehurčki imajo premer 2,0 mm.



Zunanji zrak ima temperaturo 20 °C. Dno skodelice je debelo 4,0 mm in ima toplotno prevodnost 0,60 W/(m · K). Zaradi vročega čaja v skodelici se poleg zraka pod skodelico segreva tudi voda pod skodelico, dno skodelice in zgornja plast podlage. Skupna toplotna kapaciteta vseh teles in delov teles, ki se segrevajo, je $C = 6{,}0$ J/K. Velja $Q = C\Delta T$. Uhajanje mehurčkov traja tako kratek čas, da je temperatura čaja ves čas opazovanja konstantna.

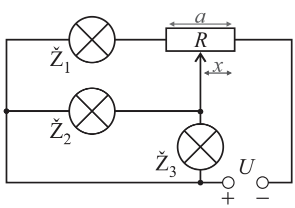
a) Za koliko se mora segreti zrak pod skodelico, da uide izpod skodelice prvi mehurček?

b) Koliko časa traja, da uide prvi mehurček, od takrat, ko skodelico postavimo na podlago?

c) Določi celotno število mehurčkov, ki uidejo izpod skodelice.

Skupina III

1. Tri žarnice so vezane v vezje na sliki. Upori žarnic $\check{Z}_1$, $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$ so po vrsti $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ in $R_3 = 50\ \Omega$, medtem ko je celotni upor drsnega upornika $R = 200\ \Omega$. Vezje je priključeno na izvir z napetostjo $U = 12$ V. V običajnem delovanju vezja je drsnik drsnega upornika na sredini ($x = 0{,}50\,a$).



a) Kolikšni tokovi tečejo skozi žarnice $\check{Z}_1$, $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$?

b) Žarnica $\check{Z}_1$ pregori. Kako moramo nastaviti razmerje x/a na drsnem uporniku, da bo skozi žarnici $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$ tekel enak tok kot prej?

2. Na treh neraztegljivih nitih z dolžino L in z zanemarljivo maso s stropa visi v vodoravni legi disk s polmerom R in z maso m. Niti so veliko daljše od polmera diska, $L \gg R$. Tako na obod diska kot z drugim krajiščem na strop so niti pritrjene v treh točkah, ki so oglišča enakostraničnega trikotnika. Ko disk miruje v ravnovesni legi, so niti navpične. Disk iz ravnovesne lege zasučemo okoli navpične simetrijske osi za majhen kot in ga spustimo. Disk se prične ponavljajoče se sukati (vrteti) levo-desno okoli simetrijske osi — pravimo, da torzijsko niha.

   a) Kolikšen je nihajni čas tega torzijskega nihala?

   b) Z razmislekom ugotovi in zapiši, kolikšen bi bil za majhne zasuke nihajni čas torzijskega nihanja diska, če bi na stropu vse niti pritrdil v eno samo točko. Odgovor utemelji v nekaj stavkih.

3. Za železo velja, da se v njem gostota magnetnega polja poveča za faktor μ v primerjavi s poljem v vakuumu. *Permeabilnost* μ je konstantna, dokler gostota magnetnega polja v železu ne doseže maksimalne vrednosti B_0. To pomeni, da gostota magnetnega polja v železu narašča sorazmerno z zunanjim magnetnim poljem B_z, dokler magnetno polje v železu ne doseže mejne vrednosti B_0. Do takrat velja $B = \mu B_z$, pri večjem zunanjem polju pa ostaja polje v železu enako B_0 in se ne spreminja. Ko tako železo uporabimo kot jedro v tuljavi, lahko s tokom skozi tuljavo kontrolirano spreminjamo magnetno polje, v katerem je železno jedro. Magnetno polje v jedru narašča premo sorazmerno s tokom v tuljavi, dokler ne doseže vrednosti B_0, nato pa se z naraščanjem toka več ne spreminja. Ko se tok zmanjšuje, se gostota magnetnega polja v jedru začne premo sorazmerno zmanjševati šele, ko tok doseže vrednost, pri kateri je gostota magnetnega polja v jedru enaka B_0.

   Vse opisano enako velja tudi, če se tuljava z železnim jedrom nahaja v zunanjem magnetnem polju z gostoto B_z.

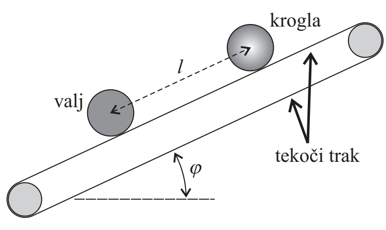
   Magnetno polje v okolici planetov merimo z magnetometrom *fluxgate*: okoli železnega jedra sta naviti primarna in sekundarna tuljava. Permeabilnost železnega jedra v magnetometru je μ =5000. Največja možna gostota magnetnega polja v železnem jedru je $B_0 = 5$ T. Po primarni tuljavi s 500 ovoji steče sunek toka trikotne oblike: tok najprej od vrednosti 0 linearno naraste na vrednost 100 mA v času 1 s, nato v času 1 s linearno pade nazaj na 0. S sekundarno tuljavo z 800 ovoji merimo inducirano napetost. Presek magnetnega jedra je enak 1 cm^2, dolžini obeh tuljav sta 5 cm.

   a) Kolikšna je inducirana napetost v sekundarni tuljavi, ko tok v primarni tuljavi narašča in je magnetno polje v jedru manjše od B_0?

   b) Skiciraj graf odvisnosti inducirane napetosti od časa v času trajanja tokovnega sunka trikotne oblike.

   c) Kolikšna je velikost komponente gostote magnetnega polja planeta v smeri osi jedra, če je v času trajanja tokovnega sunka trikotne oblike skozi primarno tuljavo mrtvi čas, ko na sekundarni tuljavi ne izmerimo inducirane napetosti, enak 1,1 s?

4. Tekoči trak je nagnjen, da oklepa z vodoravnico kot $\varphi = 15{,}0°$. Na tekoči trak postavimo homogen valj z maso 1,0 kg in s polmerom 10 cm. Lepenje je dovolj veliko, da na traku telesa ne podrsavajo.



   a) V kateri smeri (urinega kazalca ali nasprotni) in s kolikšnim pospeškom se mora premikati tekoči trak, da težišče valja miruje?

   b) Sedaj nastavimo trak tako, da se giblje v isto smer kot v vprašanju a), vendar s pospeškom 3,0 m/s^2. Na tekoči trak sočasno postavimo valj in nad valj kroglo z enakim polmerom in enako maso, tako da je razdalja med njunima središčema $l = 1{,}0$ m. Čez koliko časa telesi trčita?

   Namig za b): Poveži tangentni pospešek na obodu pri vrtenju valja okoli težiščne osi s pospeškom težišča in s pospeškom traku.

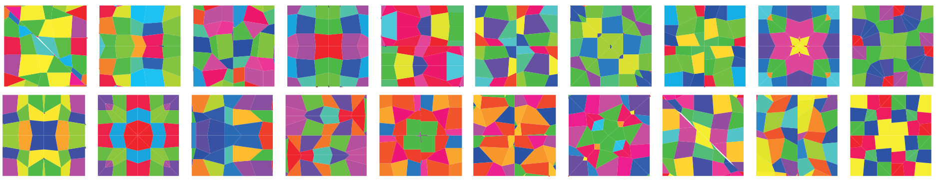
26. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

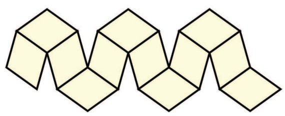
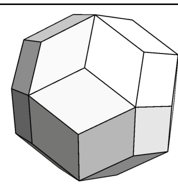


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

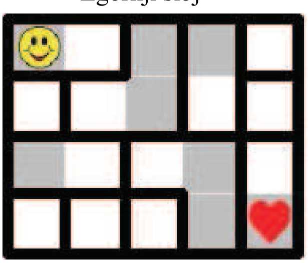
2. Poliedra

Dana sta dva poliedra. Izpolni spodnjo preglednico!

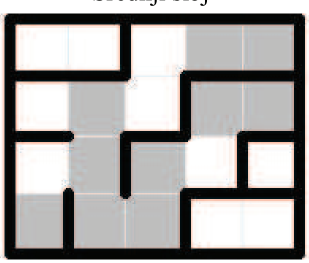
Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

3. Labirint v kvadru

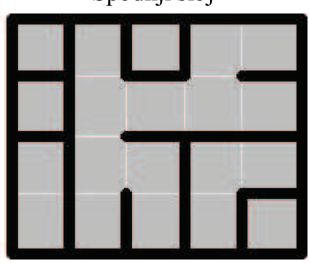
Zgornji sloj



Srednji sloj



Spodnji sloj

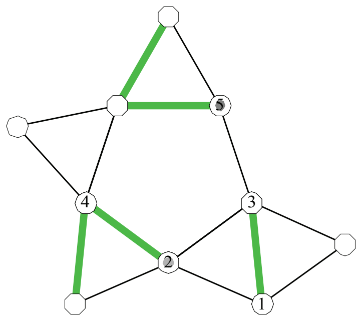


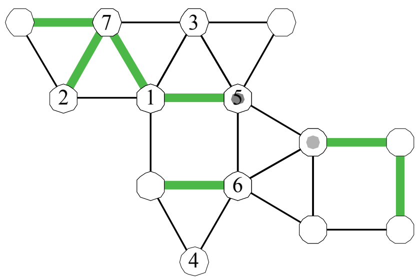
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

4. Labirint na robovih poliedra

Na telesu, ki je dano z mrežo, poišči najkrajšo pot od temnejše do svetlejše pike! Gibljeś se lahko samo po zelenih (odebeljenih) črtah. Iz neke točke na mreži lahko preskočiš na drugo točko, če in samo če točki predstavljata isto oglišče telesa.
Nekatera oglišča mreže so že označena z zaporednimi številkami. V vsak prazen krog vpiši številko tako, da bodo oglišča na mreži, ki predstavljajo isto oglišče telesa, označena z isto številko. Pot zapiši kot zaporedje številk od temnejše do svetlejše pike.

a) Pot: 5-____________________ b) Pot: 5-____________________

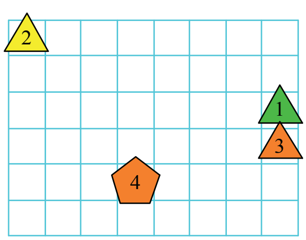




5. Imena likov

Na sliki so štirje liki. Lik je nad drugim likom, če je njegovo središče višje od središča drugega lika. Lik je desno od drugega lika, če je njegovo središče desno od središča drugega lika (podobno velja za »pod« in »levo«). Desno od slike so dani nekateri stavki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je stavek resničen, N, da je neresničen).

Imamo množico pogojev (stavkov z dano resničnostno vrednostjo), ki enolično določa imena likov (A, B, C in D). Določi imena likov! Črke vpiši ob like.
Pokaži, da je množica pogojev neodvisna, tako da za vsak pogoj najdeš eno poimenovanje likov, v katerem ta pogoj ni izpolnjen, vsi drugi pa so. (Na primer, zapis CBAD pomeni, da je 1=C, 2=B, 3=A in 4=D.) Izpolni preglednico!
(Lik 1 je zelen, 2 je rumen, 3 in 4 sta oranžna).



1. Lik C je zelen ali je lik A kvadrat.	R
2. Lik D je oranžen ali je lik D kvadrat.	R
3. Lik B je oranžen ali je lik B kvadrat.	R
4. Ali je lik D zelen ali je lik D trikotnik.	R

1	
2	
3	
4	

6. Odmera vode

Imamo veliko posodo D, ki je polna vode, veliko prazno posodo C, 9 litrsko posodo B in 5 litrsko posodo A. Dovoljena aktivnost je: iz posode D (ali C) napolnimo z vodo posodo A ali B in nato vsebino odlijemo v posodo C (ali D). Pri tem se nič vode ne sme politi.
V posodi C moramo dobiti natanko 34 litrov vode.

1) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno le dolivamo?
2) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno dolivamo le iz posode A (in odlivamo s posodo B)?
3) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno dolivamo le iz posode B (in odlivamo s posodo A)?

7. Otok vitezov in oprod

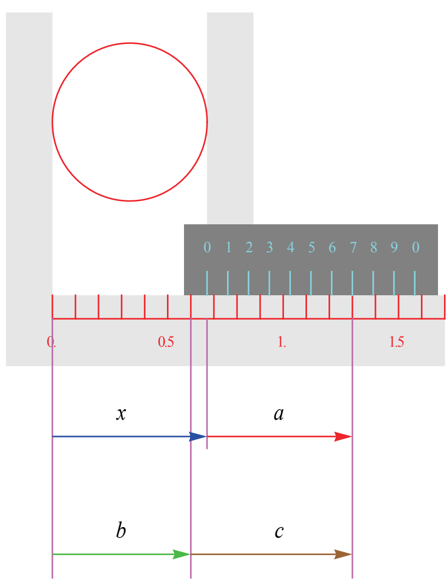
Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopa pet domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D in E. Prvi štirje domačini so dali po eno izjavo.

A: D je vitez, če in samo če je E vitez.
B: Če je D oproda, potem je A vitez.
C: B je vitez ali je A vitez.
D: A je oproda in E je vitez.
Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E

8. Pomično merilo

Na pomičnem merilu je razdalja med sosednjima črtama na zgornji (pomični) lestvici enaka 9/10 razdalje med sosednjima črtama na spodnji (nepremični) lestvici.
(0.5 = 5/10 = ½, 1.5 = 15/10 = 3/2)
Koliko je premer kroga *x*, izražen v enotah spodnje lestvice?
Napiši eno enačbo za *x*, izraženo s parametri *a*, *b* in *c*!
Določi vrednosti parametrov in izračunaj *x*!



Enačba: ________________________

a = ___________

b = ___________

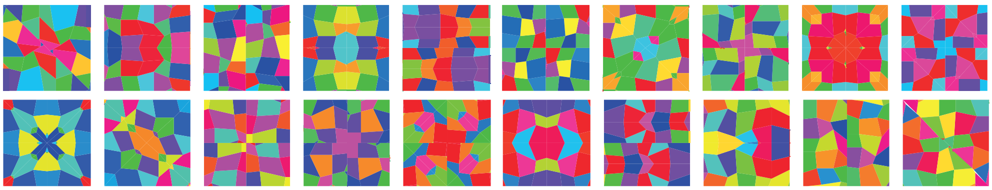
c = ___________

x =____________

1. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

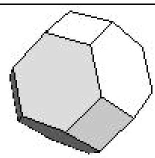
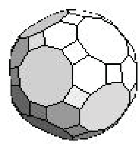
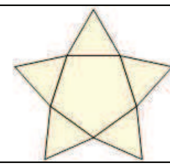


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

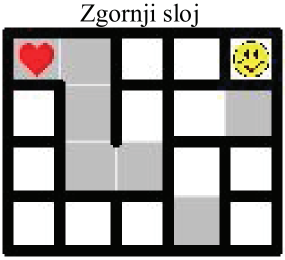
Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			
Tip rotacijske simetrije			
Najmanjše število barv			

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

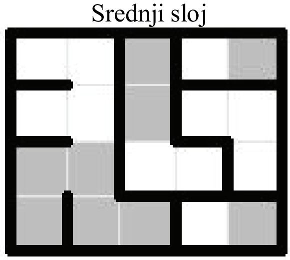
Vpiši najmanjše število barv, s katerimi lahko pobarvaš polieder tako, da sta mejni ploskvi poliedra, ki imata skupen rob, pobarvani z različnima barvama.

3. Labirint v kvadru

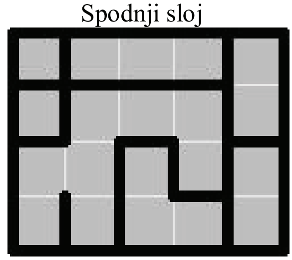
Zgornji sloj



Srednji sloj



Spodnji sloj



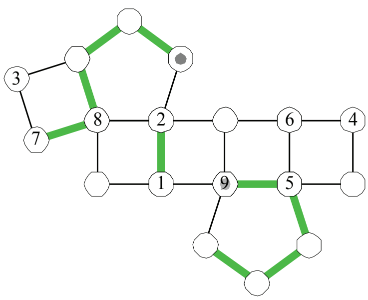
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

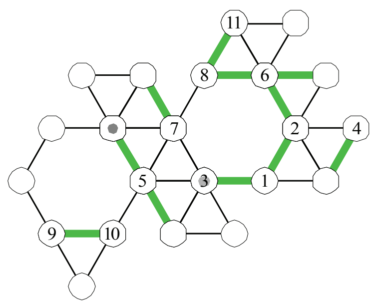
4. Labirint na robovih poliedra

Na telesu, ki je dano z mrežo, poišči najkrajšo pot od temnejše do svetlejše pike! Giblješ se lahko samo po zelenih (odebeljenih) črtah. Iz neke točke na mreži lahko preskočiš na drugo točko, če in samo če točki predstavljata isto oglišče telesa.

Nekatera oglišča mreže so že označena z zaporednimi številkami. V vsak prazen krog vpiši številko tako, da bodo oglišča na mreži, ki predstavljajo isto oglišče telesa, označena z isto številko. Pot zapiši kot zaporedje številk od temnejše do svetlejše pike.

a) Pot: ___________________________ b) Pot:____________________________



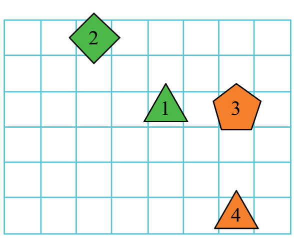


5. Imena likov

Na sliki so štirje liki. Lik je nad drugim likom, če je vrstica, v kateri leži, višje od vrstice, v kateri leži drugi lik. Lik je desno od drugega lika, če je njegovo središče desno od središča drugega lika (podobno velja za »pod« in »levo«). Desno od slike so dani nekateri stavki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je stavek resničen, N, da je neresničen).

Imamo množico pogojev (stavkov z dano resničnostno vrednostjo), ki enolično določa imena likov (A, B, C in D). Določi imena likov! Vpiši jih ob like.

Pokaži, da je množica pogojev neodvisna, tako da za vsak pogoj najdeš eno tako poimenovanje likov, v katerem ta pogoj ni izpolnjen, vsi drugi pa so. (Na primer, zapis CBAD pomeni, da je 1=C, 2=B, 3=A in 4=D.) Izpolni preglednico!
(Lika 1 in 2 sta zelena, 3 in 4 sta oranžna.)



1. Ali je lik D kvadrat ali je lik C petkotnik.	R
2. Ali je lik C petkotnik ali je lik A trikotnik.	R
3. Lik C je rumen ali je lik B petkotnik.	N
4. Lik D je oranžen, če in samo če je lik B trikotnik.	R

1	
2	
3	
4	

6. Odmera vode

Imamo veliko posodo D, ki je polna vode, veliko prazno posodo C, 9 litrsko posodo B in 8 litrsko posodo A. Dovoljena aktivnost je: iz posode D (ali C) napolnimo z vodo posodo A ali B in nato vsebino odlijemo v posodo C (ali D). Pri tem se nič vode ne sme politi.
V posodi C moramo dobiti natanko 100 litrov vode.
1) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno le dolivamo?
2) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno dolivamo le iz posode A (in odlivamo s posodo B)?
3) Najmanj kolikokrat moramo uporabiti posodi A in B, če v posodo C vodo vedno dolivamo le iz posode B (in odlivamo s posodo A)?

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. Prvih pet domačinov je dalo po eno izjavo.

A: Če je C vitez, potem je B oproda.
B: A je vitez in C je vitez.
C: F je oproda, če in samo če je E vitez.
D: E je vitez, če in samo če je F vitez.
E: D je oproda in C je vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F

8. Pomično merilo

Na pomičnem merilu je razdalja med sosednjima črtama na zgornji (pomični) lestvici enaka 9/10 razdalje med sosednjima črtama na spodnji (nepremični) lestvici.
Koliko je premer kroga x, izražen v enotah spodnje lestvice?
Napiši eno enačbo za x, izraženo s parametri a, b in c!
Določi vrednosti parametrov in izračunaj x!

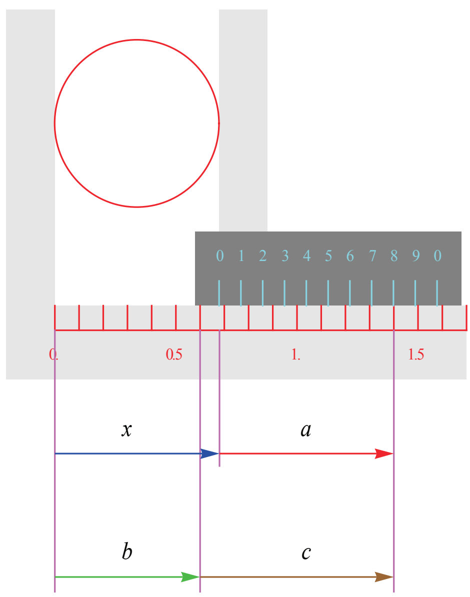
Enačba: ______________________________

a = _______________

b = _______________

c = _______________

x = ________________

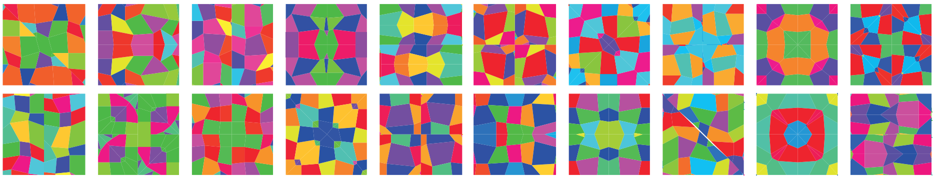


Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

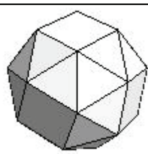
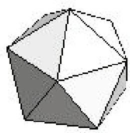
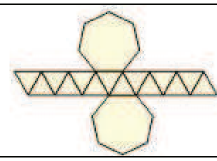


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

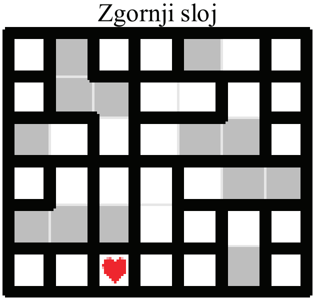
Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			
Tip rotacijske simetrije			
Najmanjše število barv			

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

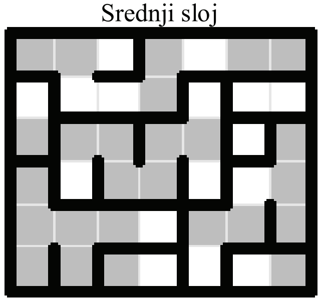
Vpiši najmanjše število barv, s katerimi lahko pobarvaš polieder tako, da sta mejni ploskvi poliedra, ki imata skupen rob, pobarvani z različnima barvama.

3. Labirint v kvadru

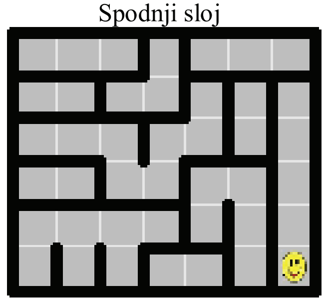
Zgornji sloj



Srednji sloj



Spodnji sloj

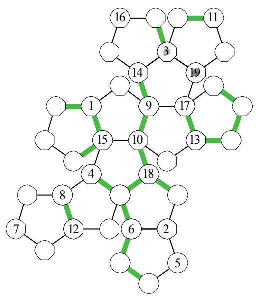


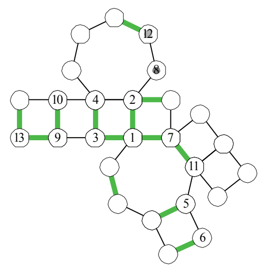
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

4. Labirint na robovih poliedra

Na telesu, ki je dano z mrežo, poišči najkrajšo pot od temnejše do svetlejše pike! Giblješ se lahko samo po zelenih (odebeljenih) črtah. Iz neke točke na mreži lahko preskočiš na drugo točko, če in samo če točki predstavljata isto oglišče telesa.
Nekatera oglišča mreže so že označena z zaporednimi številkami. V vsak prazen krog vpiši številko tako, da bodo oglišča na mreži, ki predstavljajo isto oglišče telesa, označena z isto številko. Pot zapiši kot zaporedje številk od temnejše do svetlejše pike.

a) Pot: 19–______________________________ b) Pot: 8–______________________________



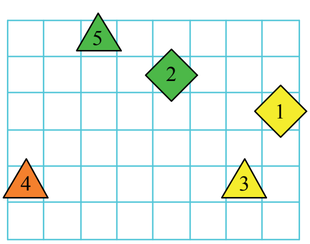


5. Imena likov

Na sliki je pet likov. Lik je nad drugim likom, če je njegovo središče višje od središča drugega lika. Lik je desno od drugega lika, če je njegovo središče desno od središča drugega lika (podobno velja za »pod« in »levo«). Desno od slike so dani nekateri stavki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je stavek resničen, N, da je neresničen).

Imamo množico pogojev (stavkov z dano resničnostno vrednostjo), ki enolično določa imena likov (A, B, C, D in E). Določi imena likov! Vpiši jih ob like.

Pokaži, da je množica pogojev neodvisna, tako da za vsak pogoj najdeš eno tako poimenovanje likov, v katerem pogoj ni izpolnjen, vsi drugi pa so. (Na primer, zapis CBADE pomeni, da je 1=C, 2=B, 3=A, 4=D in 5=E.) Izpolni preglednico!
(Lika 1 in 3 sta rumena, 2 in 5 sta zelena, 4 je oranžen.)



1. Lik B ni trikotnik.	R
2. Če je lik D trikotnik, potem je lik C rumen.	R
3. Če je lik B zelen, potem je lik B rumen.	R
4. Ali je lik C petkotnik ali je lik D oranžen.	R
5. Ali je lik C petkotnik ali je lik A kvadrat.	R

1	
2	
3	
4	
5	

6. Kemijska enačba

Rešiti moramo enačbo, ki je podobna kemijskim enačbam. Črke A, B,… predstavljajo atome.

$$x\ A_2B_3 + y\ CD = z\ C_3AD_6 + w\ C_2B$$

Izraz A_2B_3 predstavlja molekulo, ki sestoji iz dveh atomov A in treh atomov B. Poišči najmanjša naravna števila x, y, z in w, ki rešijo enačbo. To pomeni, da mora biti število atomov A na levi in desni strani enačaja enako. Isto mora veljati za ostale atome.

Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsakega nepravilnega se 1 točka odšteje.

x = ________, y = ________, z = ________, w = ________

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa sedem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F in G. Prvih šest domačinov je dalo po eno izjavo.

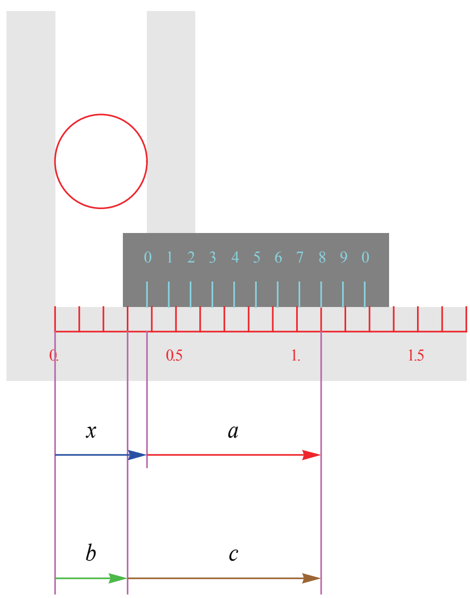
A: F je vitez ali je B vitez.
B: A je vitez in G je oproda.
C: F je oproda, če in samo če je A oproda.
D: Če je B oproda, potem je F oproda.
E: Če je F oproda, potem je D oproda.
F: Če je E vitez, potem je G vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F	G

8. Pomično merilo

Na pomičnem merilu je razdalja med sosednjima črtama na zgornji (pomični) lestvici enaka 9/10 razdalje med sosednjima črtama na spodnji (nepremični) lestvici. Koliko je premer kroga x, izražen v enotah spodnje lestvice?
Napiši eno enačbo za x, izraženo s parametri a, b in c!
Določi vrednosti parametrov in izračunaj x!



Enačba: ________________________

a = __________

b = __________

c = __________

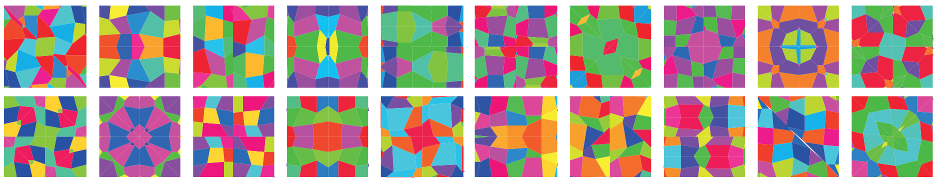
x = ____________________________

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole

1. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

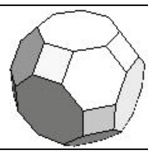
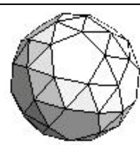
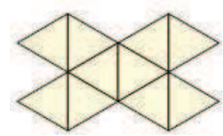


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

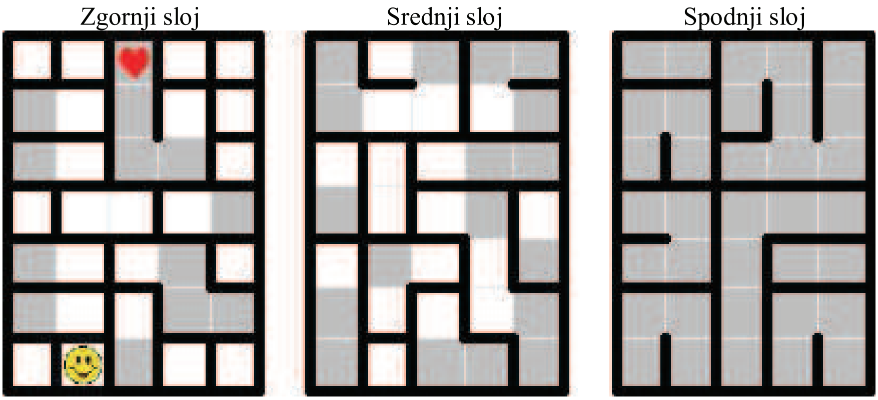
2. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			
Tip rotacijske simetrije			
Najmanjše število barv			

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.
Vpiši najmanjše število barv, s katerimi lahko pobarvaš polieder tako, da sta mejni ploskvi poliedra, ki imata skupen rob, pobarvani z različnima barvama.

3. Labirint v kvadru



Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov. Odebeljene črne črte predstavljajo zid, preko katerega prehod ni mogoč, preko tankih svetlih črt pa je vodoraven prehod možen. Siv kvadrat na tleh oddelka pomeni, da tam ne moremo preiti navpično iz tega oddelka na oddelek neposredno pod njim in obratno. Bel kvadrat na tleh oddelka pa pomeni, da lahko gremo na oddelek neposredno pod njim in obratno. Vsi oddelki v spodnjem sloju so sivi.

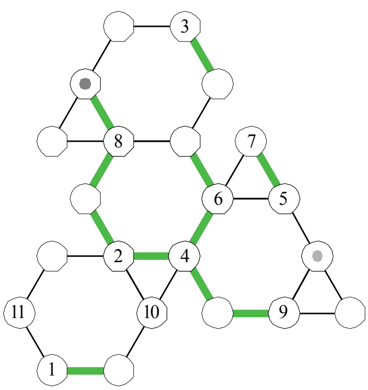
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z 1 večjim številom.

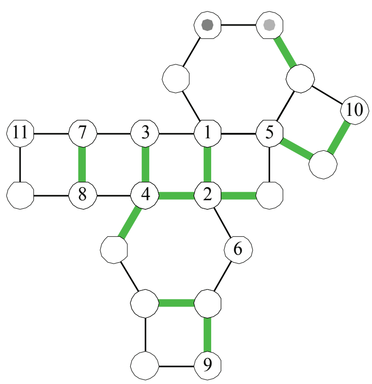
4. Labirint na robovih poliedra

Na telesu, ki je dano z mrežo, poišči najkrajšo pot od temnejše do svetlejše pike! Giblješ se lahko samo po zelenih (odebeljenih) črtah. Iz neke točke na mreži lahko preskočiš na drugo točko, če in samo če točki predstavljata isto oglišče telesa.

Nekatera oglišča mreže so že označena z zaporednimi številkami. V vsak prazen krog vpiši številko tako, da bodo oglišča na mreži, ki predstavljajo isto oglišče telesa, označena z isto številko. Pot zapiši kot zaporedje številk od temnejše do svetlejše pike.

a) Pot: ______________________________ b) Pot: ________________________________





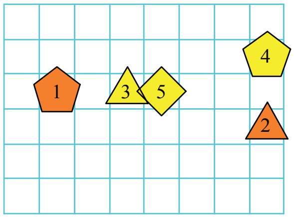
5. Imena likov

Na sliki je pet likov. Lik je nad drugim likom, če je vrstica, v kateri leži, višje od vrstice, v kateri leži drugi lik. Lik je desno od drugega lika, če je njegovo središče desno od središča drugega lika (podobno velja za »pod« in »levo«). Desno od slike so dani nekateri stavki in njihova resničnostna vrednost (R pomeni, da je stavek resničen, N, da je neresničen).

Imamo množico pogojev (stavkov z dano resničnostno vrednostjo), ki enolično določa imena likov (A, B, C, D in E). Določi imena likov! Vpiši jih ob like.

Pokaži, da je množica pogojev neodvisna, tako da za vsak pogoj najdeš eno tako poimenovanje likov, v katerem pogoj ni izpolnjen, vsi drugi pa so. (Na primer, zapis CBADE pomeni, da je 1=C, 2=B, 3=A, 4=D in 5=E.) Izpolni preglednico!

(Lika 1 in 2 sta oranžna, ostali liki so rumeni.)



1. Če je lik E petkotnik, potem je lik E oranžen.	N
2. Lik B je trikotnik, če in samo če je lik B oranžen.	N
3. Lik C je rumen, če in samo če je lik A rumen.	R
4. Ali je lik C trikotnik ali je lik D trikotnik.	N
5. Lik A je oranžen ali je lik E zelen.	R

1	
2	
3	
4	
5	

6. Kemijska enačba

Rešiti moramo enačbo, ki je podobna tistim iz kemije. Črke A, B, C,… predstavljajo atome.

$$x\ A_6B_6 + y\ C_2 = z\ AC_2 + w\ B_2C$$

Izraz A_6B_6 predstavlja molekulo, ki sestoji iz šestih atomov A in šestih atomov B. Poišči najmanjša naravna števila x, y, z in w, ki rešijo enačbo. To pomeni, da mora biti število atomov A na levi in desni strani enačaja enako. Isto mora veljati za ostale atome.

Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsakega nepravilnega se 1 točka odšteje.

x = ________, y = ________, z = ________, w = ________

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa osem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F, G in H. Prvih sedem domačinov je dalo po eno izjavo.

A: F je vitez ali je G oproda.
B: A je vitez ali je F oproda.
C: B je oproda, če in samo če je H vitez.
D: B je vitez, če in samo če je H vitez.
E: C je oproda in B je oproda.
F: Če je A vitez, potem je E vitez.
G: Če je F oproda, potem je D oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F	G	H

8. Pomično merilo

Na pomičnem merilu je razdalja med sosednjima črtama na zgornji (pomični) lestvici enaka 9/10 razdalje med sosednjima črtama na spodnji (nepremični) lestvici. Koliko je premer kroga x, izražen v enotah spodnje lestvice?
Napiši eno enačbo za x, izraženo s parametri a, b in c!
Določi vrednosti parametrov in izračunaj x!

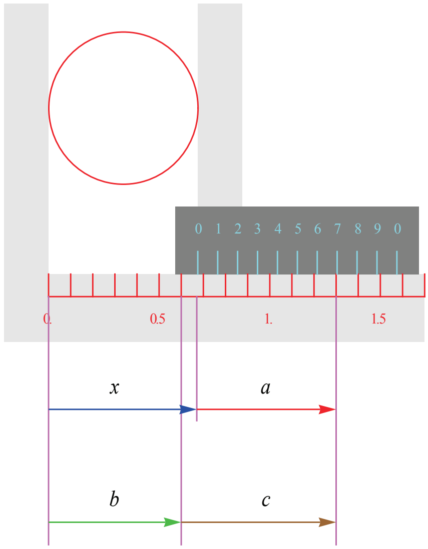
Enačba: ______________________________

$a =$ ____________

$b =$ ____________

$c =$ ____________

$x =$ ____________



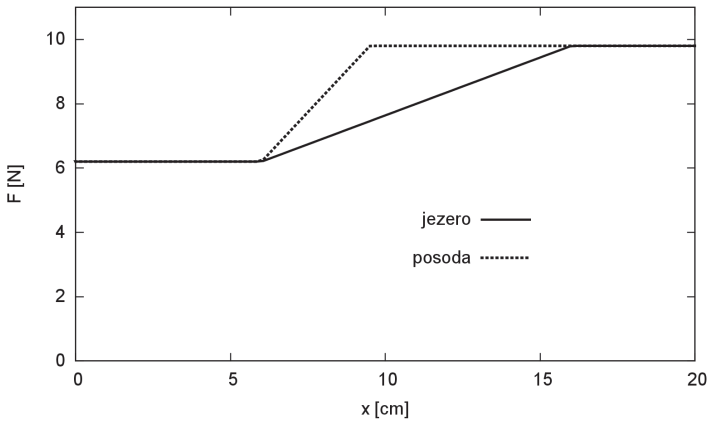
Rešitve 54. fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije – državno tekmovanje

Skupina I

1. *Podatki:* $l = 6$ cm, $h = 10$ cm, $s = 20$ cm, $\rho_{\mathrm{Al}} = 2{,}7$ kg/l.

   a) Velja

$$F_g = mg = 9{,}8\,\mathrm{N}\,, \qquad F_{\mathrm{vzgon}} = mg\,\frac{\rho_v}{\rho_{\mathrm{Al}}} = 3{,}7\,\mathrm{N}\,, \qquad F_{\mathrm{vrv0}} = mg\,\frac{\rho_v}{\rho_{\mathrm{Al}}} = 6{,}2\,\mathrm{N}\,.$$



b) Presek valja in presek vode okoli valja sta

$$S_{\text{valj}} = \frac{m}{\rho_{\text{Al}} h} = 37\ \text{cm}^2\,, \qquad S_{\text{vode}} = S_0 - S_{\text{valj}} = 13\ \text{cm}^2\,.$$

Če je h_1 dvig valja, ko pride ves iz vode, velja:

$$S_{\text{valj}} h_1 = S_{\text{vode}} h\,, \qquad h_1 = \frac{S_{\text{vode}}}{S_{\text{valj}}}\, h = 3{,}5\ \text{cm}\,.$$

c) Delo je kar enako ploščini pod grafom $F(x)$:

$$A = l F_{\text{vrv0}} + h_1 \frac{F_{\text{vrv0}} + F_g}{2} + (s - h_1 - l) F_g = 1{,}7\ \text{J}\,.$$

2. *Podatki:* $m = 2500$ kg, $F_v = 250$ N, $\varphi = 60°$, $\varphi_u = 20°$.

a) Vodoravna komponenta sile vrvi uravnovesi silo vetra:

$$F \cos\varphi = F_v\,, \qquad F = \frac{F_v}{\cos\varphi} = 2F_v = 500\ \text{N}\,.$$

b) Za vodoravni komponenti sil vrvic v pritrdišču uteži velja:

$$F \cos\varphi = F_u \cos\varphi_u\,, \qquad F_u = F \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi_u} = \frac{F_v}{\cos\varphi_u} = 266\ \text{N}\,.$$

3. *Podatki:* $h = 12$ m, $a = 5\,g$.

a) Ko se spusti z višine h do višine r, ima hitrost v:

$$v^2 = 2(h - r)g\,.$$

Za centripetalni pospešek v spodnji točki, ko na galeba deluje tudi teža v radialni smeri, velja

$$\frac{v^2}{r} = a - g = 4\,g\,, \qquad r = \frac{v^2}{4g} = \frac{2(h-r)}{4}\,, \qquad r = \frac{1}{3}\, h = 4{,}0\ \text{m}\,.$$

b)

$$v = \sqrt{2(h-r)g} = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = 12{,}5\ \text{m/s}\,.$$

c) Za čas postega pada velja

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Za čas z manevrom pa

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h-r)}{g}} + \frac{\pi r}{2v} \,.$$

$$\Delta t = t_1 - t_0 = 0{,}22\ \mathrm{s}\,.$$

4. *Podatki:* $l = 99$ cm, $h = 110$ cm.

   a) Če je φ kot med navpičnico in zveznico med težiščem in dotikališčem prednjega kolesa s tlemi v mejnem primeru, ko je sila podlage v zadnjem kolesu enaka 0, zapišemo ravnovesje navorov kot

$$F_{\mathrm{tr}} r \cos\varphi = F_g r \sin\varphi \,, \qquad k_{\mathrm{tr}} \cos\varphi = \sin\varphi$$

   torej

$$k_{\mathrm{tr}} = \tan\varphi = \frac{l}{2h} = 0{,}45\,.$$

   b) Pojemek

$$a = \frac{F_{\mathrm{tr}}}{m} = k_{\mathrm{tr}} g = 0{,}44\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

   c) V tem primeru pravokotna sila podlage in trenje v zadnjem kolesu sučeta kolo v istem smislu kot trenje v prvem kolesu. V mejnem primeru velja

$$\frac{2}{3}\, F_g r \sin\varphi = k_{\mathrm{tr}} \frac{2}{3}\, r\, F_g \cos\varphi + \frac{1}{3}\, F_g r \sin\varphi + 2k_{\mathrm{tr}} \frac{1}{3}\, r\, F_g \cos\varphi$$

   Dobimo

$$k_{\mathrm{tr}} = \frac{\tan\varphi}{4} = \frac{l}{8h} = 0{,}11\,.$$

Skupina II

1. *Podatki:* $T_1 = 0$ °C, $T_2 = 300$ °C, $S = 1{,}0\ \mathrm{cm^2}$, $l = 1{,}0$ m, $\lambda = 80$ W/mK, $S' = 2S$.

   a) V ravnovesju je toplotni tok, ki priteče iz druge palice v razvejišče, enak vsoti tokov, ki odtečejo po prvi in tretji palici:

$$\frac{S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = 2\,\frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1)\,, \qquad T_0 = \frac{T_2 + 2T_1}{3} = 100\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

   b) V prvi palici teče tok

$$P_1 = \frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) = 0{,}8\ \mathrm{W}\,.$$

c) Če zamenjamo prvo ali tretjo, dobimo

$$\frac{S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = \frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) + \frac{2S\lambda}{d}(T_0 - T_1)\,, \qquad T_0 = \frac{T_2 + 3T_1}{4} = 75\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

Če zamenjamo drugo pa

$$\frac{2S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = 2\,\frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) \qquad T_0 = \frac{2T_2 + 2T_1}{4} = 150\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

2. *Podatki:* $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R = 200\ \Omega$, $U = 12$ V.

a) Tok skozi R_3 označimo z I_3 (navzgor), skozi R_2 z I_2 (v desno), skozi R_1 z I_1 (v desno) in skupni tok $I = I_1 + I_2 + I_3$.

Drsni upornik razdelimo v dva zaporedno vezana upornika z $R_x = (x/a)R$ in $R_4 = R - R_x$

Iz kroga z R_2 in R_3 dobimo $I_2 = I_3R_3/R_2 = I_3/2$

Iz kroga z R_2, R_1 in R_4 dobimo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_4}\,I_2 = \frac{2}{5}\,I_2 = \frac{1}{5}\,I_3$$

in kroga z virom

$$\begin{aligned} U &= R_3I_3 + R_x(I_1 + I_2 + I_3) = \left[R_3 + R_x\left(\frac{R_2}{R_1 + R_4} + \frac{R_3}{R_2} + 1\right)\right] I_3 \\ &= \left(R_3 + \frac{17}{10}\,R_x\right) I_3\,. \end{aligned}$$

Končno:

$$I_3 = 55\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_2 = 27\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_1 = 11\ \mathrm{mA}\,.$$

b) V tem primeru je $I_1 = 0$. Padec napetosti na (desnem) odseku drsnika mora biti enak kot prej:

$$R_x'(I_2 + I_3) = R_x(I_1 + I_2 + I_3)\,.$$

Torej

$$R_x' = R_x\frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2 + I_3} = \frac{17}{15}\,R_x = \frac{17}{30}\,R\,.$$

$$x = \frac{17}{30}\,a = 0{,}57\,a\,.$$

3. *Podatki:* $U_0 = 12$ V, $B = 0{,}1$ T, $R_1 = 0{,}1\ \Omega$, $l = 10$ cm, $m = 100$ g.

a) Smer polja je v list.

b) Če tok skozi izvir označimo z I, teče skozi srednjo prečko tok $I_2 = \frac{3}{4}\,I$ in skozi desno $I_1 = \frac{1}{4}\,I$.

Če zapišemo 2. Kirchhoffov zakon za levi kvadrat, dobimo

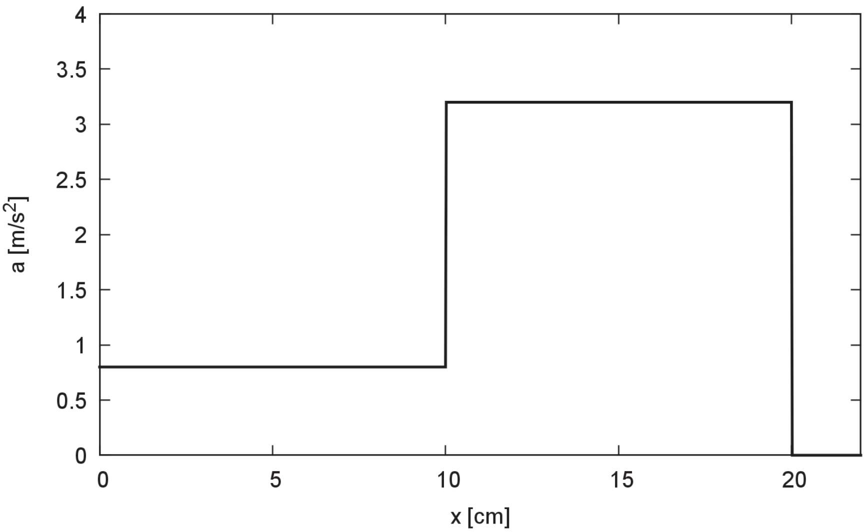
$$U_0 = 3R_1 I + R_1 \frac{3}{4} I = \frac{15 R_1 I}{4}\,, \qquad I = \frac{4U_0}{15R_1} = 32\ \mathrm{A}\,.$$

Dokler je le desna prečka v polju, je pospešek enak

$$a_1 = \frac{I_1 l B}{m} = 0{,}8\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

Ko pa vstopi še srednja prečka, velja

$$a_2 = \frac{(I_1 + I_2) l B}{m} = 3{,}2\ \mathrm{m/s^2}\,.$$



c) Velja

$$v_1 = a_1 t_1\,, \qquad l = \tfrac{1}{2} a_1 t_1^2\,, \qquad v_1 = \sqrt{2a_1 l} = 0{,}40\ \mathrm{m/s}\,.$$

d)

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2\,, \qquad l = v_1 t_2 + \tfrac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{v_1(v_2 - v_1)}{a_2} + \frac{(v_s - v_1)^2}{2a_2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2}$$

in

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 l} = 0{,}89\ \mathrm{m/s}\,.$$

4. *Podatki:* $R = 20$ mm, $r = 1$ mm, $h = 1$ mm, $d = 4$ mm, $T = 80$ °C,$T_0 = 20$ °C, $C = 6$ J/K, $\lambda = 0{,}6$ W/mK.

a)

$$\Delta T = \frac{\Delta V}{V}\,T = \frac{4\pi r^3}{3\pi R^2 h}\,T = 1{,}0\,\mathrm{K}\,.$$

b)

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{C\Delta T d}{S\lambda(T - T_0)} = 0{,}53\,\mathrm{s}\,.$$

c)

$$T = T_0\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^n$$

$$n = \frac{\ln\frac{T}{T_0}}{\ln\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)} = 56\,.$$

Skupina III

1. *Podatki:* $R_1 = 150\,\Omega$, $R_2 = 100\,\Omega$, $R_3 = 50\,\Omega$, $R = 200\,\Omega$, $U = 12$ V.

   a) Tok skozi R_3 označimo z I_3 (navzgor), skozi R_2 z I_2 (v desno), skozi R_1 z I_1 (v desno) in skupni tok $I = I_1 + I_2 + I_3$.

   Drsni upornik razdelimo v dva zaporedno vezana upornika z $R_x = (x/a)R$ in $R_4 = R - R_x$

   Iz kroga z R_2 in R_3 dobimo $I_2 = I_3R_3/R_2 = I_3/2$

   Iz kroga z R_2, R_1 in R_4 dobimo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_4}\,I_2 = \frac{2}{5}\,I_2 = \frac{1}{5}\,I_3$$

   in kroga z virom

$$\begin{aligned} U &= R_3I_3 + R_x(I_1 + I_2 + I_3) = \left[R_3 + R_x\left(\frac{R_2}{R_1 + R_4} + \frac{R_3}{R_2} + 1\right)\right] I_3 \\ &= \left(R_3 + \frac{17}{10}\,R_x\right) I_3\,. \end{aligned}$$

   Končno:

$$I_3 = 55\,\mathrm{mA}\,, \qquad I_2 = 27\,\mathrm{mA}\,, \qquad I_1 = 11\,\mathrm{mA}\,.$$

   b) V tem primeru je $I_1 = 0$. Padec napetosti na (desnem) odseku drsnika mora biti enak kot prej:

$$R_x'(I_2 + I_3) = R_x(I_1 + I_2 + I_3)\,.$$

Torej

$$R'_x = R_x \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2 + I_3} = \frac{17}{15} R_x = \frac{17}{30} R\,.$$

$$x = \frac{17}{30}\, a = 0{,}57\, a\,.$$

2. *Podatki:*

a) Ko disk zasučemo, povzroča navor projekcija sile nitke na tangento na obod diska. Naj bo φ kot med navpičnico in odklonjeno nitko. Pri majhnem zasuku φ velja:

$$M = -3\,\frac{mg}{3}\,R\sin\varphi \approx -mgR\varphi = -mgR\frac{s}{L}\,,$$

če je s dolžina loka, ki ga pri zasuku opiše točka na obodu.

Iz Newtonovega zakona sledi

$$M = J\alpha = -\tfrac{1}{2}mR^2\omega^2\vartheta = -\tfrac{1}{2}mR^2\omega^2\,\frac{s}{R}$$

in končno

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}\,.$$

b) V tem primeru je nitka ves čas pravokotna na tangento na obodno točko, v kateri je nitka vpeta in navora ni. Nihajni čas je neskončen.

3. *Podatki:* $t_0 = 1{,}0$ s, $I_0 = 100$ mA,$\tau = 1{,}1$ s.

a) Velja

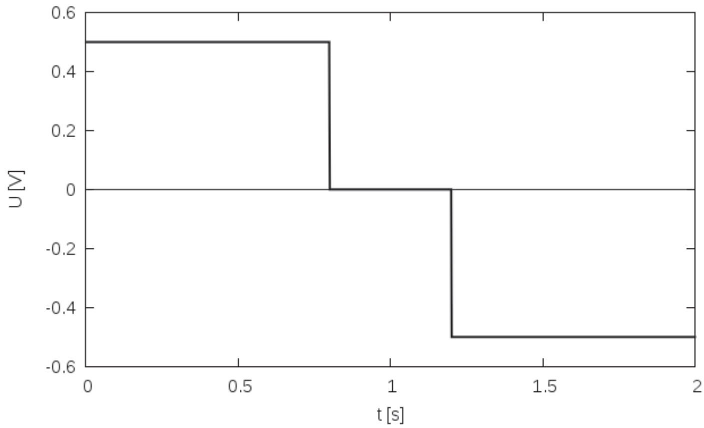
$$I = \frac{I_0}{t_0}\,t,\ \text{za}\ 0 \le t \le t_0 \qquad I = I_0 - \frac{I_0}{t_0}\,(t - t_0),\ \text{za}\ t_0 \le t \le 2t_0$$

$$U_i = N_2 S\,\frac{dB}{dt} = N_2 S\mu\frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{dI}{dt} = N_2 S\mu\frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0} = 0{,}50\ \text{V}\,.$$

b) Polje narašča le toliko časa, dokler vrednost polja ne doseže B_0. To se zgodi ob času t_1:

$$B_0 = \frac{N_1\mu\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0}\,t_1\,, \qquad t_1 = \frac{B_0 l}{N_1\mu\mu_0\, I_0}\,t_0 = 0{,}80\ \text{s}\,.$$

Po tem času je polje konstantno vse do časa $2t_0 - t_1$, ko se začne linearno zmanjševati. Znotraj intervala $[t_1, 2t_0 - t_1]$ je inducirana napetost 0.



c) Ob prisotnosti zunanjega polja B_z doseže polje B kritično vrednost že po $t_2 = t_0 - \frac{1}{2}\tau$:

$$B_0 = \mu \left[B_z + \frac{N_1 \mu_0}{l} \frac{I_0}{t_0} t_2 \right] .$$

Od tod

$$B_z = \frac{B_0}{\mu} - \frac{N_1 \mu_0}{l} \frac{I_0}{t_0} t_2 = 4{,}3 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T} .$$

4. *Podatki:* $\varphi = 15^\circ$, $m = 1$ kg, $r = 10$ cm, $l = 1$ m, $a = 3\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Sila traku F uravnovesi dinamično komponento teže, in hkrati pospešeno vrti valj:

$$mg \sin\varphi = F , \qquad \tfrac{1}{2} m r^2 \frac{a}{r} = Fr .$$

Od tod

$$a = 2g \sin\varphi = 5{,}1\ \mathrm{m/s^2} .$$

b) Za pospešek težišča valja dobimo:

$$m a_v^* = mg \sin\varphi - F , \qquad \frac{1}{2} m r^2 \frac{a + a_v^*}{r} = Fr ,$$

$$a_v^* = \frac{2g \sin\varphi - a}{3}$$

in podobno za kroglo

$$m a_k^* = mg \sin\varphi - F' , \qquad \frac{2}{5} m r^2 \frac{a + a_k^*}{r} = F' r ,$$

$$a_k^* = \frac{5g \sin\varphi - 2a}{7} .$$

Za čas do trka velja

$$\tfrac{1}{2}a_v^* t^2 + (l - 2r) = \tfrac{1}{2}a_k^* t^2\,, \qquad a_k^* - a_k^* = \frac{g\sin\varphi + a}{21} = \frac{2(l-2r)}{t^2}$$

$$t = 2{,}46\ \mathrm{s}\,.$$

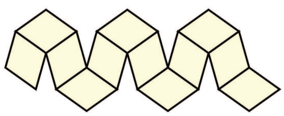
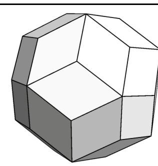
Rešitve 26. državnega tekmovanja iz razvedrilne matematike

Rešitve nalog za 6. in 7. razred osnovne šole

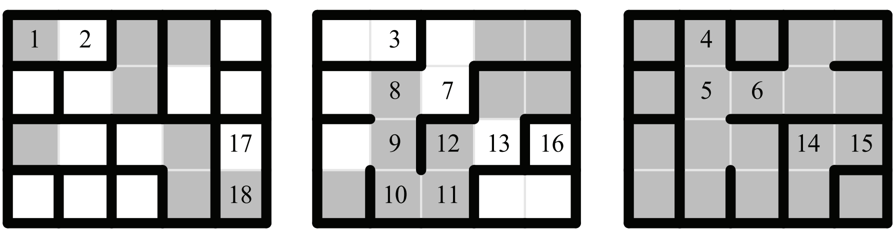
1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H	C	I	A	D	F	G	E	B	J

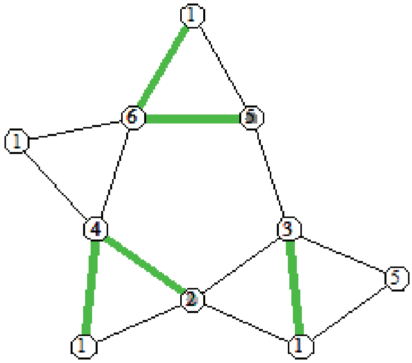
2.

Polieder		
Število mejnih ploskev	12	30
Število oglišč	14	32
Število robov	24	60

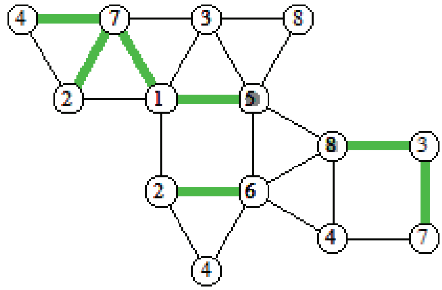
3.



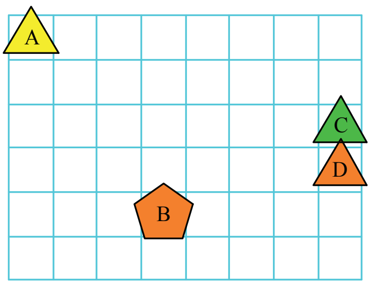
4. a) Pot: 5-6-1-4-2



b) Pot: 5-1-7-3-8



5.



ACDB	
CDBA	CDAB
CBDA	
CABD	

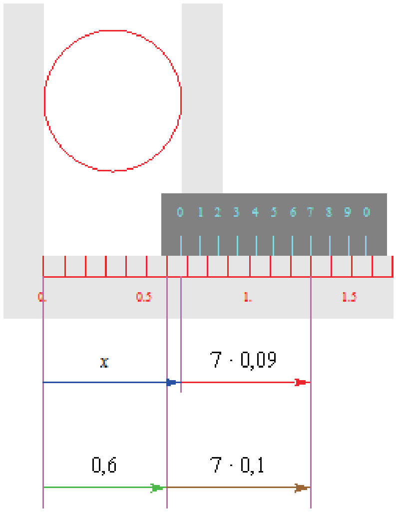
6.

1) Petkrat A in enkrat B.
2) Štirinajstkrat A in štirikrat B.
3) Štirikrat A in šestkrat B.

7.

A	B	C	D	E
vitez	vitez	vitez	oproda	oproda

8.



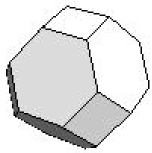
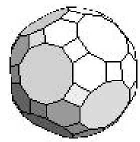
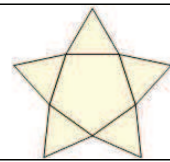
a = 7 · 0,09 = 0,63 ali a = 7 · 9/100 = 63/100
b = 0,6 = 6/10
c = 7 · 0,1 = 0,7 ali c = 7 · 1/10 = 7/10
x + a = b + c
x = b + c – a = 0,6 + 7 · 0,1 – 7 · 0,09 = 0,6 + 0,7 – 0,63 = 0,67
ali x = 6/10 + 7 · (1/10 – 9/100) = 6/10 + 7/100 = 67/100

Rešitve nalog za 8. in 9. razred osnovne šole

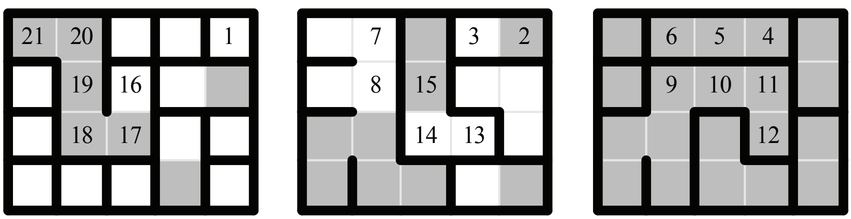
1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
J	H	I	F	G	C	B	D	A	E

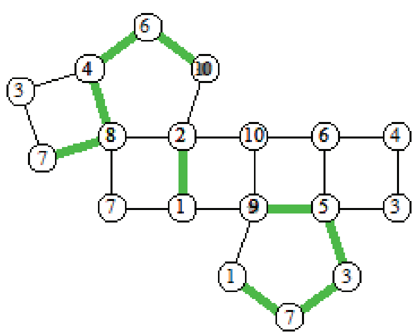
2.

Polieder			
Število mejnih ploskev	14	62	6
Število oglišč	24	120	6
Število robov	36	180	10
Tip rotacijske simetrije	O	I	C_5
Najmanjše število barv	3	3	4

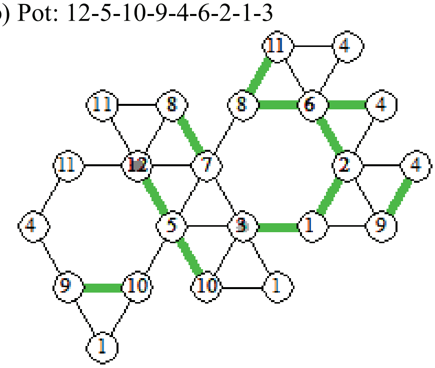
3.



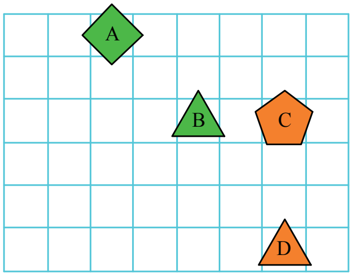
4. a) Pot: 10-6-4-8-7-3-5-9



b) Pot: 12-5-10-9-4-6-2-1-3



5.



ACDB	BCDA
DBCA	
ADBC	CDBA
DACB	

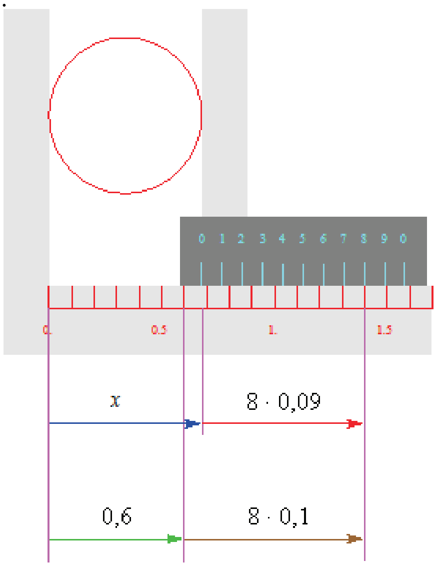
6.

1) Osemkrat A in štirikrat B.
2) Sedemnajstkrat A in štirikrat B.
3) Enkrat A in dvanajstkrat B.

7.

A	B	C	D	E	F
vitez	oproda	oproda	vitez	oproda	oproda

8.



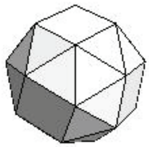
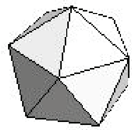
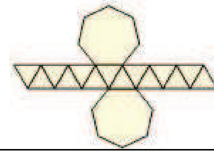
$x + a = b + c$
$a = 8 \cdot 0{,}09 = 0{,}72$
$b = 0{,}6$
$c = 8 \cdot 0{,}1 = 0{,}8$
$x = b + c - a = 0{,}6 + 8 \cdot 0{,}1 - 8 \cdot 0{,}09 = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}72 = 0{,}68$

Rešitve nalog za 1. in 2. letnik srednje šole

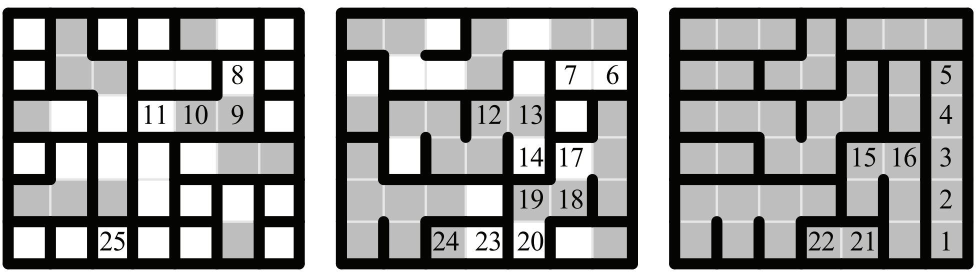
1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H	F	A	G	J	E	D	C	I	B

2.

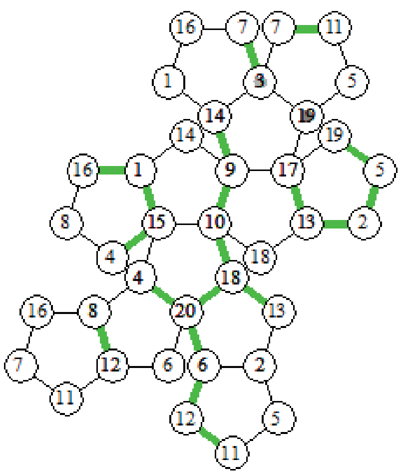
Polieder			
Število mejnih ploskev	38	20	16
Število oglišč	24	12	14
Število robov	60	30	28
Tip rotacijske simetrije	O	I	D_7
Najmanjše število barv	3	3	2

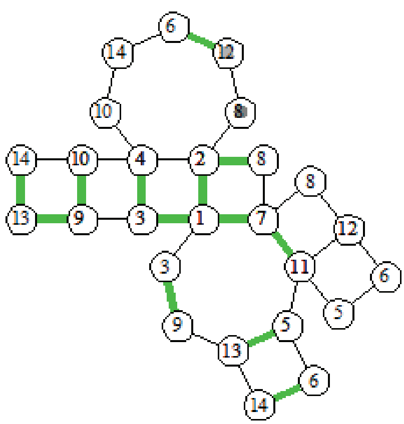
3.



4. a) Pot: 19-5-2-13-18-20-6-12-11-7-3

b) Pot: 8-2-1-3-9-13-14-6-12



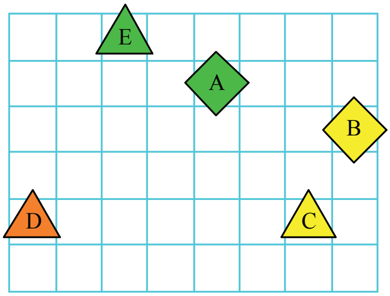


5.

Rešitev: Za izenačitev mora veljati z = 2x; w = 3x; y = 2w + 3z; y = 6z.

Najmanjša rešitev enačbe je: x = 1; y = 12; z = 2; w = 3.

6.



CABDE
BAEDC
ABCDE
BACED
BECDA

7.

A	B	C	D	E	F	G
vitez	oproda	vitez	oproda	vitez	vitez	vitez

8.

$a = 8 \cdot 0{,}09 = 0{,}72$

$b = 0{,}3$

$c = 8 \cdot 0{,}1 = 0{,}8$

$x + a = b + c$

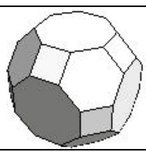
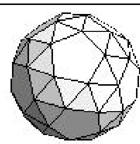
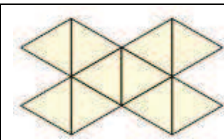
$x = b + c - a = 0{,}3 + 8 \cdot 0{,}1 - 8 \cdot 0{,}09 = 0{,}3 + 0{,}8 - 0{,}72 = 0{,}38$

Rešitve nalog za 3. in 4. letnik srednje šole

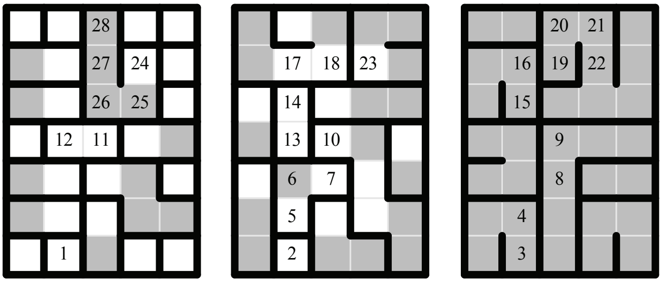
1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	F	G	D	H	C	J	E	B	A

2.

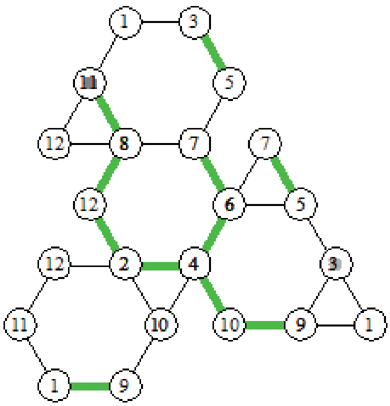
Polieder			
Število mejnih ploskev	26	92	10
Število oglišč	48	60	7
Število robov	72	150	15
Tip rotacijske simetrije	O	I	D_5
Najmanjše število barv	3	3	3

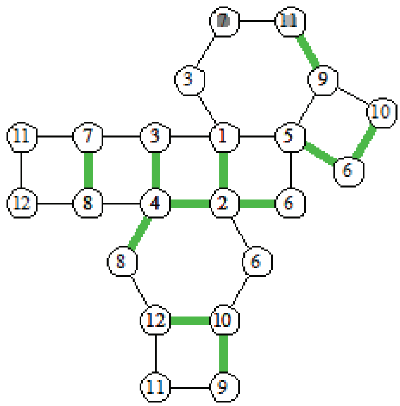
3.



4. a) Pot: 11-8-12-2-4-6-7-5-3

b) Pot: 7-8-4-2-6-10-9-11





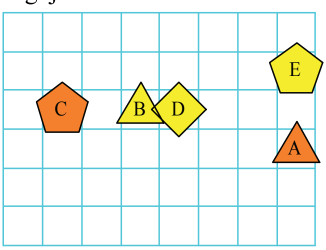
5.

Rešitev: Za izenačitev mora veljati z = 6x; 2w = 6x; 2y = w + 2z.

Najmanjša rešitev enačbe je: x = 2; y = 15; z = 12; w = 6.

6.

Pogoji so neodvisni.



CABDE
ACDEB
DABEC
ACBED
BDCEA

7.

A	B	C	D	E	F	G	H
vitez	vitez	oproda	vitez	oproda	oproda	oproda	vitez

8.

a = 7 · 0,09 = 0,63

b = 0,6

c = 7 · 0,1 = 0,7

x + a = b + c

x = b + c – a = 0,6 + 7 · 0,1 – 7 · 0,09 = 0,6 + 0,7 – 0,63 = 0,67