

Tekmovanja

14. tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol - področno tekmovanje

A1 Podjetje Snežko mora očistiti zasneženo parkirišče kvadratne oblike dolžine 80 m. S snežnim plugom širine 160 cm bodo vozili vzporedno z enim robom parkirišča. Najmanj kolikokrat bodo morali prevoziti parkirišče?

- (A) 5-krat (B) 20-krat (C) 21-krat (**D**) 50-krat (E) 51-krat

A2 Koliko kozarcev po 1 dl lahko napolnimo, če imamo 100000 ml vode?

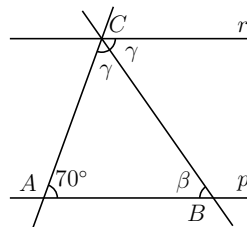
- (A) 10 (B) 100 (**C**) 1000 (D) 10000 (E) nič od tega

A3 Trгоvec v prodajni akciji oglašuje: „Pri nakupu treh izdelkov vam najcenejšega izmed teh treh podarimo.“ Kolikšen je popust pri nakupu treh izdelkov?

- (A) največ 20 % (B) več kot $33\frac{1}{3}\%$ (**C**) največ $33\frac{1}{3}\%$
(D) 50 % (E) več kot 50 %

A4 Kot BAC je velik 70° in $p \parallel r$. Koliko je velik kot β ?

- (A) 50° (**B**) 55° (C) 60° (D) 65° (E) 70°



A5 Na Marsu narašča priljubljenost prenosnih telefonov. Deset marsovcев je imelo 17. marca svoj prenosni telefon. Vsak naslednji dan se je število marsovcев, ki so imeli svoj telefon, podvojilo. Katerega dne je število marsovcев, ki so imeli svoj prenosni telefon, preseglo 10000?

- (A) 25. marca (B) 26. marca (**C**) 27. marca
(D) 28. marca (E) 29. marca

A6 Koliko rešitev v množici realnih števil ima enačba $5 \cdot (2x - 1) = 10x - 5$?

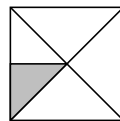
- (A) nobene (B) eno (C) dve
(**D**) neskončno mnogo (E) ni mogoče ugotoviti

A7 Števila voščilnic, ki so jih izdelale Veronika, Katarina in Julija, so v razmerju $4 : 5 : 3$. Skupaj so naredile 24 voščilnic. Koliko voščilnic je izdelala Katarina?

- (A) 6 (B) 8 (**C**) 10 (D) 12 (E) 15

A8 Kolikšen del kvadrata je osenčen?

- (A) 10 % (B) 12,5 % (C) 15 % (D) 20,5 % (E) 25 %



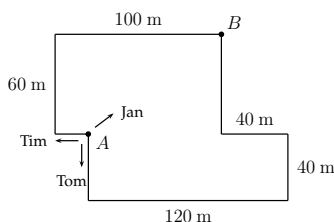
A9 Miha in Luka želita prečkati reko. Čez reko je speljan most, sestavljen iz 105 deščic, pri čemer je vsaka trinajsta poškodovana. Če Miha ali Luka stopita na eno od njih, padeta v reko. Miha stopi na vsako osmo deščico, Luka pa na vsako deveto. Kakšen bo konec dogodivščine?

- (A) Miha bo padel v reko, Luka pa bo prišel uspešno na drugi breg.
 (B) Miha in Luka bosta padla v reko.
 (C) Miha in Luka bosta srečno prispela na drugo stran.
 (D) Luka bo padel v reko, Miha pa bo prišel uspešno na drugi breg.
 (E) Ni mogoče ugotoviti.

A10 V posodi je 75 sadežev. Petina sadežev je jabolk, tretjina hrušk, preostalo pa so slive. Koliko sliv je v posodi?

- (A) 15 (B) 25 (C) 35 (D) 40 (E) 55

B1. Skica prikazuje travnato zemljišče, ki ima obliko dveh združenih pravokotnikov.



Trije prijatelji bi radi prišli iz točke A v točko B. Odpravijo se istočasno z enako hitrostjo v tri različne smeri. Tim in Tom hodita po robu travnika v nasprotnih smereh, Jan pa gre po najkrajši poti preko travnika.

A. Kolikšno pot opravi vsak izmed njih? Rezultate vpišite v tabelo.

	opravljena pot
Tim	
Tom	
Jan	

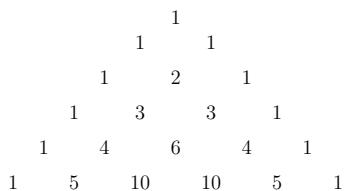
B. V kakšnem vrstnem redu pridejo do točke B?

B2. Dan je magični kvadrat.

- A. Izpolnite ga tako, da bo vsota števil v vseh vrsticah, stolpcih in diagonalah enaka.
 B. Izpišite vse desetiške ulomke, ki se nahajajo v izpolnjenem magičnem kvadratu.
 C. Ulomek $\frac{7}{12}$ pretvorite v decimalno število in rezultat zaokrožite na eno decimalko.

$\frac{1}{6}$		
	$\frac{5}{12}$	
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

- B3.** Na spodnji sliki je zapisanih prvih šest vrstic Pascalovega trikotnika. V prvi vrstici je eno samo število, in sicer število 1, v drugi vrstici sta dve števili in tako naprej: v vsaki vrstici je eno število več kot v predhodni. Na skrajni levi in na skrajni desni strani vsake vrstice je zapisano število 1. Vsako drugo število posamezne vrstice dobimo tako, da seštejemo števili nad njim.



- A. Zapišite naslednji dve vrstici Pascalovega trikotnika.
 B. Izračunajte vsote števil v prvih osmih vrsticah Pascalovega trikotnika.
 C. Zapišite čim enostavnejšo formulo za vsoto števil v n -ti vrstici Pascalovega trikotnika.
- B4.** Točki $B(-5, 2)$ in $C(1, -4)$ sta sosednji oglišči kvadrata $ABCD$. Diagonali kvadrata sta vzporedni s koordinatnima osema in se sekata v točki S , ki leži v prvem kvadrantu.
- A. Narišite kvadrat $ABCD$.
 B. Zapišite koordinati središča S ter oglišča A in D .
 C. Izračunajte dolžino stranice kvadrata $ABCD$. Rezultat naj bo natančen in delno korenjen.
 D. Izračunajte ploščino trikotnika BCS .

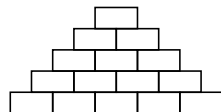
14. tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol – državno tekmovanje

A1 Kolikšen del dneva je ena šolska ura?

- (A) $\frac{1}{45}$ (B) $\frac{2}{105}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{1}{32}$ (E) $\frac{1}{16}$

A2 Kolikšen je obseg lika na sliki, ki je sestavljen iz skladnih pravokotnikov z dolžino a in širino b ?

- (A) $15a + 15b$ (B) $10a + 10b$
 (C) $15a + 30b$ (D) $30a + 30b$
 (E) $10a + 15b$



A3 Proizvajalec ponuja tablične računalnike z različnimi tehničnimi značilnostmi:

barva: črna, bela, kovinska

pomnilnik: 8 GB, 16 GB, 32 GB

zaslon: 7 palcev, 8 palcev, 9 palcev, 10 palcev

Med koliko različnimi tabličnimi računalniki lahko izbiramo, če tablični računalnik bele barve s pomnilnikom 16 GB ali 32 GB ni na voljo?

- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30 (E) 32

A4 Nekaterim ulomkom se vrednost ne spremeni, če števec povečamo za 27, imenovalce pa za 30. Kateri ulomek nima te lastnosti?

- (A) $\frac{9}{10}$ (B) $\frac{18}{20}$ (C) $\frac{27}{30}$ (D) $\frac{117}{130}$ (E) $\frac{154}{170}$

A5 Janez je v ponedeljek kupil delnice, ki so v torek izgubile 10 % svoje vrednosti. Ko so delnice pridobile 10 % vrednosti, se je Janez odločil, da takoj proda vse delnice. Kolikšna je bila prodajna vrednost delnic glede na nakupno vrednost delnic v ponedeljek?

- (A) Enaka. (B) Zmanjšana za 1 %. (C) Povečana za 1 %.
(D) Zmanjšana za 10 %. (E) Povečana za 10 %.

A6 Človeški las s premerom 0,1 mm opazujemo pod mikroskopom. Objektiv nam omogoča, 15-kratno povečavo, uporabljeni okular pa doda še 10-kratno povečavo. Navidezni premer lasu je:

- (A) 1,5 mm (B) 2,5 mm (C) 15 mm (D) 25 mm (E) 30 mm

B1. Vrh Triglava je 2864 m nad morsk gladino.

Gladina Mrtvega morja je 427 m pod morsk gladino.

Marianski jarek (najnižja točka zemeljskega površja) pa leži 10911 m pod morsk gladino.

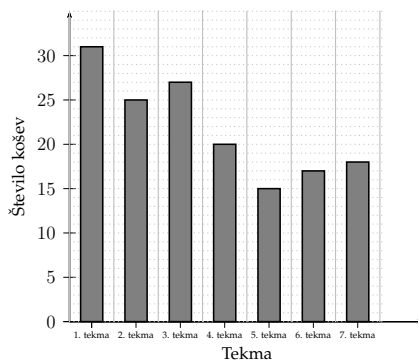
A. Izračunajte višinske razlike in dopolnite tabelo:

	v metrih
višinska razlika med vrhom Triglava in gladino Mrtvega morja	
višinska razlika med vrhom Triglava in Marianskim jarkom	
višinska razlika med gladino Mrtvega morja in Marianskim jarkom	

B. Slanost vode (delež soli v slani vodi) Mrtvega morja je povprečno 27 %.

- * Koliko kilogramov soli dobimo, če iz 3 ton slane vode izhlapi vsa voda?
- * Koliko litrov predstavlja ta količina soli, če 1 cm³ soli tehta 2,2 g? Rezultat zaokrožite na liter natančno.

B2. S prikaza s stolpci je razvidno, koliko košov je dosegel košarkar na zadnjih sedmih tekmah.

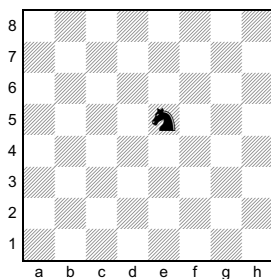


- A. Koliko košev je dosegel na vseh sedmih tekmah skupaj?
- B. Koliko košev je v povprečju je dosegel na tekmo? Rezultat zaokrožite na dve decimaliki.
- C. Kolikšen je delež tekem, na katerih bil njegov dosežek pod povprečjem? Rezultat izrazite v odstotkih na celo mesto natančno.
- D. Koliko košev bi moral doseči na naslednji tekmi, da bi na 8 tekmah v povprečju dosegel 22 košev?

B3. Sadjar Tomaž je na svoji kmetiji pridelal veliko jabolčnega soka. Tri četrtine vsega soka je pretočil v štiri sode po 1500 l, tri sode po 500 l in sedem sodov po 300 l.

- A. Koliko litrov soka je pridelal sadjar Tomaž?
- B. Preostanek soka je pretočil v 5400 steklenic, nekatere po 7 decilitrov, nekatere pa po 0,5 litra. Koliko steklenic po 7 decilitrov in koliko po 0,5 litra je napolnil?
- C. Koliko bi zaslužil, če bi prodal ves pridelan sok in je cena soka v sodu 1,2 evra za liter, sok v steklenicah pa je za 5 % dražji?
- D. Koliko litrov soka je prodal v prvem tednu, če je prvi dan prodal 20 l soka, vsak dan od drugega dne pa toliko kot vse prejšnje dni skupaj?

B4. Šahovska plošča debeline 2 cm, narejena iz lesa, ima 32 črnih in 32 belih kvadratnih polj z robom 3,25 cm.



- A. Koliko gramov tehta ta plošča, če ima 1 cm^3 tega lesa maso 0,5 g?
- B. Znano je, da šah igra več kot 600 milijonov ljudi po vsem svetu. Najmanj koliko odstotkov je to, če je na svetu 7,1 milijarde ljudi? Rezultat zaokrožite na dve decimaliki.
- C. Premik skakača se izvede za dve polji naravnost in eno vstran - v obliki velike tiskane črke L. Zapišite vsa polja, kamor se lahko premakne skakač, ki se nahaja na polju (e, 5) prazne šahovnice?
- D. Izumitelj šaha si je zaželel, da ga za njegov izum nagradijo s pšeničnimi zrni. Predlagal je, da mu za prvo polje na šahovnici dajo 1 pšenično zrno, za drugo polje 2 pšenični zrna, za tretje 4 pšenična zrna, za četrto 8 zrn, za peto 16 zrn itd. Koliko zrn bi moral dobiti za prvih 15 polj šahovnice?

14. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

- državno tekmovanje

1. letnik

1. V podjetju izdelujejo vijake s šestimi enakimi stroji. V devetih urah bi s temi stroji izdelali 900 vijakov. V koliko urah bodo izdelali 900 vijakov, če se po petih urah pokvarita dva stroja?
2. Naj bo n naravno število. Poenostavi izraz

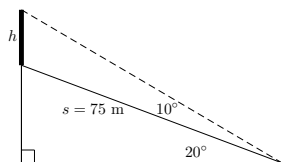
$$\left(\frac{a + a^{-1}b^2}{a - a^{-1}b^2} - 1 \right)^{-1} (b^n (a - b)^{-1} - b^n (a + b)^{-1}).$$

Za katere vrednosti a in b izraz nima pomena?

3. Dokaži, da je za poljubno liho naravno število n izraz $(n + 2)^3 + 3(n + 2)^2 - n - 5$ deljiv z 48.
4. Cena vstopnice za ogled nogometne tekme je bila 9 evrov. Zaradi nezanimanja za nakup vstopnic so ceno znižali. Število kupcev se je povečalo za 50 %, izkupiček od prodanih vstopnic pa za 25 %. Koliko je bila cena vstopnice po znižanju? Za koliko odstotkov je bila nova cena vstopnice nižja od prvotne cene?

2. letnik

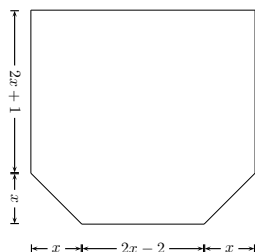
1. Izračunaj vrednosti parametra n , tako da bo graf funkcije f s predpisom $f(x) = 2x + n$ tvoril s koordinatnima osema trikotnik s ploščino 25.
2. Na vrhu 75 m dolgega klanca je oddajnik, ki ga od vznožja vidimo pod kotom 10° (glej sliko). Kako visok je oddajnik (njegova višina je na sliki označena s h), če je naklon klanca 20° ? Rezultat zaokroži na dve mesti natančno.



3. Brez uporabe računalna izračunaj vrednost izraza $\sqrt{|2\sqrt{5} - 6|} - \sqrt{2\sqrt{5} + 6}$.
4. Izračunaj vrednost parametra a tako, da bosta premici z enačbama $y + 3 = ax - 2x + a^2$ in $\frac{x}{2a-5} - \frac{y}{3a-6} = 1$ vzporedni.

3. letnik

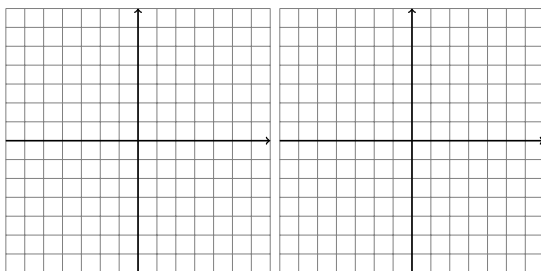
1. Naj bo $x > 0$. Reši enačbo $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log^2 x + 1} = \left(\frac{25}{4}\right)^{2 - \log x^3}$.
2. Mirko bo na tla svoje kopalnice položil nove ploščice, za katere je plačal 798 evrov. Porabil bo vse kupljene ploščice. Koliko je dolga najdaljša stena Mirkove kopalnice, če en kvadratni meter kupljenih ploščic stane 21 evrov? Tloris Mirkove kopalnice je na sliki. Dolžine so podane v metrih.



3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^2 + 8x - d$. Izračunaj vrednosti parametra d tako,
- da se bo graf funkcije f dotikal osi x ,
 - da bo maksimalna vrednost funkcije f enaka 6,
 - da bo funkcija f povsod pozitivna,
- ali pa utemelji, da taka vrednost parametra d ne obstaja.
4. Dana je pokončna prizma, katere osnovna ploskev je enakostranični trikotnik s stranico, dolgo 12 cm. Izračunaj višino pokončne piramide, ki ima enako višino, enako osnovno ploskev in enako površino plašča kot dana pokončna prizma.

4. letnik

- Izračunaj vrednosti koeficientov polinoma p s predpisom $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, če je 0 njegova ničla in velja $p(1) = \frac{16}{3}$. Ničli odvoda polinoma p sta -1 in -3 .
- Velikosti notranjih kotov trikotnika sestavljajo aritmetično zaporedje, vsota njihovih sinusov pa je enaka $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$. Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika.
- Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{12}{x^2+x-6} - 2$. Zapiši ničle, pole, enačbo asimptote in začetno vrednost funkcije f ter nariši graf funkcije f . Nariši še graf funkcije g s predpisom $g(x) = |f(x)|$.



- Dano je neskončno zaporedje, katerega prvi štirje členi so 2, 6, 18 in 54. Zapiši splošni člen a_n danega zaporedja, če je količnik med poljubnima zaporednima členoma konstanten. Izračunaj še vsoto prvih 1000 členov zaporedja s splošnim členom $b_n = \log_3(a_n)$.

6. tekmovanje iz znanja astronomije - šolsko tekmovanje

7. razred

A1. Katera izjava drži?

- V naših krajih Sonce poleti vzhaja pozneje kot pozimi.
- V naših krajih Sonce poleti vzhaja prej kot pozimi.
- V naših krajih Sonce poleti in pozimi vzhaja ob istem času.
- V naših krajih Sonce poleti zahaja prej kot pozimi.

A2. Kako si po mlaju sledijo Lunine mene?

- (A) Ščip, zadnji krajec, prvi krajec. (B) Zadnji krajec, ščip, prvi krajec.
(C) Prvi krajec, zadnji krajec, ščip. (D) Prvi krajec, ščip, zadnji krajec.

A3. Katera izjava je pravilna?

- (A) V naših krajih je ozvezdje Mali medved vedno nad obzorjem.
(B) V naših krajih je ozvezdje Mali medved pol dneva nad, pol dneva pa pod obzorjem.
(C) V naših krajih je ozvezdje Mali medved na nočnem nebu vidno le v zimskem času.
(D) V naših krajih je ozvezdje Mali medved na nočnem nebu vidno le v poletnem času.

A4. Včasih pade Lunina senca na površje Zemlje. Kaj je takrat vidno v krajih, kamor pade Lunina senca?

- (A) Lunin mrk.
(B) Noben nebesni pojav, saj Lunina senca nikoli ne pade na površje Zemlje.
(C) Sončev mrk.
(D) Polna Luna.

A5. Med imena ozvezdij se je vrnil pojem, ki ni ozvezdje. Kateri pojem je to?

- (A) Veliki voz (B) Žirafa (C) Andromeda (D) Mikroskop

A6. Na sliki desno je ozvezdje, ki je v naših krajih dobro razpoznavno na zimskem nočnem nebu. Katero ozvezdje je to?

- (A) Voznik
(B) Dvojčka
(C) Orion
(D) Volar

A7. Zemlja se okoli Sonca giblje po ravnini, ki ji pravimo

- (A) ekvatorialna ravnina
(B) ekliptična ravnina;
(C) eliptična ravnina;
(D) Zemljina ravnina.

A8. Kateri od naštetih planetov je največji?

- (A) Uran (B) Zemlja (C) Mars (D) Saturn

A9. Utrinkom pravimo tudi

- (A) repatice; (B) kometi; (C) meteoriti; (D) meteorji.

A10. Kaj je Sonce?

- (A) planet (B) zvezda (C) galaksija (D) plinasta meglica



B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

A Kdaj vzide zvezda Regul 11. decembra?

B Kdaj zaide zvezda Kastor 1. februarja?

C Kdaj je zvezda Rigel 1. januarja najvišje na nebu?

D Ko v naših krajih zvezda Arktur vzhaja, je neka zelo svetla zvezda tedaj na nebesnem poldnevniku (meridianu).
Katera zvezda je to?

E Kdaj zaide Sonce 11. januarja?

F Kdaj se 1. marca začne astronomska noč?

B2. Na nebu vidimo polno Luno. Skiciraj in označi lege Sonca, Zemlje in Lune za ta primer.

B3. Zemlja je od Sonca oddaljena 150 milijonov kilometrov. Izračunaj, koliko časa potuje svetloba od Sonca do Zemlje. Hitrost svetlobe je 300000 km/s.

B4. 1. januarja bo v Ljubljani Sonce vzšlo ob 7.44, najvišje na nebu pa bo ob 12.05. Izračunaj čas zaida Sonca v Ljubljani na ta dan.

8. razred

A1. Zvezdana živi v Celju in opazuje svojo senco, ki jo na sončen dan meče na vodoravna tla. Opazi, da se dolžina in smer njene sence stalno spreminjata in pomisli, da bi lahko z njo določila, kdaj je točno poldan. Kateri od Zvezdaninih razmislekov je pravilen?

(A) Poldan je takrat, ko je senca najkrajša in leži v smeri od mene proti jugu.

(B) Poldan je takrat, ko je senca najdaljša in leži v smeri od mene proti jugu.

(C) Poldan je takrat, ko je senca najkrajša in leži v smeri od mene proti severu.

(D) Poldan je takrat, ko je senca najdaljša in leži v smeri od mene proti severu.

A2. Ali na Zemlji obstaja kraj, kjer zvezde ne vzhajajo niti zahajajo?

(A) Da. To so vsi kraji na ekvatorju.

(B) Ne obstaja.

(C) Da. To velja za vse kraje na Zemlji.

(D) Da. To sta severni in južni pol Zemlje.

A3. Med imena ozvezdij se je vrnil pojem, ki ni ozvezdje. Kateri pojem je to?

(A) Veliki voz

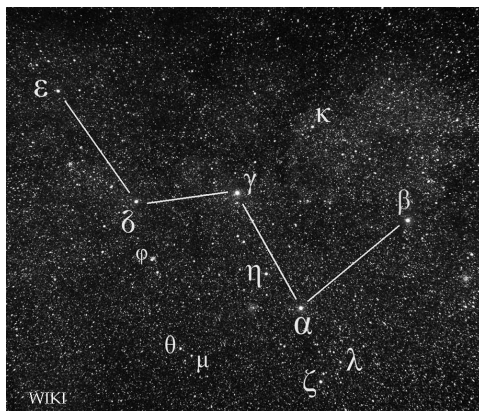
(B) Žirafa

(C) Andromeda

(D) Mikroskop

A4. Na sliki desno je ozvezdje, ki je v naših krajih na nočnem nebu vidno vse leto. Katero ozvezdje je to?

- (A) Andromeda
- (B) Kasiopeja
- (C) Mali medved
- (D) Zmaj

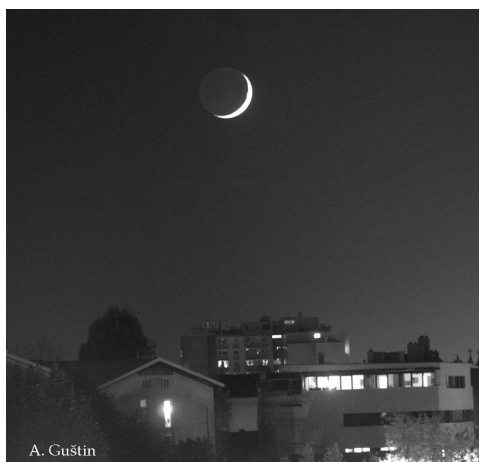


A5. Zemlja se okoli Sonca giblje po ravnini, ki ji pravimo

- (A) ekvatorialna ravnina;
- (B) Zemljina ravnina;
- (C) eliptična ravnina;
- (D) ekliptična ravnina.

A6. Fotografija desno, na kateri je Lunin srp viden nizko nad obzorjem, je bila posneta v zgodnjih večernih urah v Ljubljani. Katera izjava drži?

- (A) Fotografija je bila posneta v dnevih med Luninim ščipom in mlajem.
- (B) Fotografija je bila posneta ob zadnjem kraju.
- (C) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju.
- (D) Fotografija je bila posneta ob prvem kraju Lune.



A7. Med orbitama katerih planetov je največ asteroidov? (Območju pravimo tudi glavni asteroidni pas.)

- (A) Med Zemljino in Marsovo orbito.
- (B) Med Marsovo in Jupitrovo orbito.
- (C) Med Jupitrovo in Saturnovo orbito.
- (D) Med Venerino in Zemljino orbito.

A8. Katera je najsvetlejša zvezda na nebu, če odmislimo Sonce?

- (A) Sirij
- (B) Vega
- (C) Arktur
- (D) Kapela

A9. Kateri od naštetih planetov nima trdnega površja, temveč je plinast?

- (A) Merkur
- (B) Venera
- (C) Saturn
- (D) Mars.

A10. Kaj so galaksije?

- (A) To je drugi izraz za ozvezdja.
- (B) Velike združbe več milijard zvezd, oblakov plina in prahu.
- (C) To je drugi izraz za zvezdne kopice.
- (D) Medzvezdni oblaki plina.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

A Kdaj vzide zvezda Regul 11. decembra?

B Kdaj zaide zvezda Kastor 1. februarja?

C Kdaj je zvezda Rigel 1. januarja najvišje na nebu?

D Ko v naših krajih zvezda Arktur vzhaja, je neka zelo svetla zvezda tedaj na nebesnem poldnevniku (meridianu).
Katera zvezda je to?

E Kdaj zaide Sonce 11. januarja?

F Kdaj se 1. marca začne astronomska noč?

B2. Na Zemlji je viden popolni Sončev mrk. Skiciraj lege Sonca, Zemlje in Lune ob tem pojavu.

B3. 2. decembra je v Ljubljani Sonce vzšlo ob 7.24, najvišje na nebu pa je bilo ob 11.51. Izračunaj čas zaida Sonca v Ljubljani na ta dan.

B4. Zvezdana je opazovala in merila, kako se po nebu giblje Luna glede na zvezde. Ugotovila je, da Luna potuje po ekliptiki in da se v enem dnevu po njej premakne za $13,2^\circ$ glede na zvezde. Izračunaj, koliko časa traja en obhod Lune okoli Zemlje?

9. razred

A1. Ali na Zemlji obstaja kraj, kjer zvezde ne vzhajajo niti zahajajo?

(A) Da. To so vsi kraji na ekvatorju.

(B) Ne obstaja.

(C) Da. To velja za vse kraje na Zemlji.

(D) Da. To sta severni in južni pol Zemlje.

A2. Med imena ozvezdij se je vrnil pojem, ki ni ozvezdje. Kateri pojem je to?

(A) Veliki voz

(B) Žirafa

(C) Andromeda

(D) Mikroskop

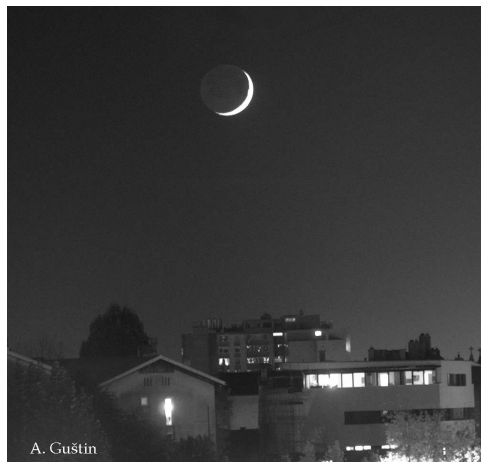
A3. Fotografija desno, na kateri je Lunin srp viden nizko nad obzorjem, je bila posneta v zgodnjih večernih urah v Ljubljani. Katera izjava drži?

(A) Fotografija je bila posneta v dnevih med Luninim ščipom in mlajem.

(B) Fotografija je bila posneta ob zadnjem kraju.

(C) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju.

(D) Fotografija je bila posneta ob prvem kraju Lune.



A4. Zakaj je na Luni mnogo več kraterjev kot na Zemlji?

- (A) Ker je bilo na Luni več ognjenikov.
- (B) Ker Luna nima atmosfere in ni geološko aktivna.
- (C) Ker je Luna prestregla večino meteoritov, ki bi sicer padli na Zemljo.
- (D) Ker je Luna mnogo starejša od Zemlje.

A5. Pomemben pokazatelj aktivnosti Sonca je

- (A) število Sončevih mrkov;
- (B) število Luninih mrkov;
- (C) število jasnih dni v letu;
- (D) število peg na Soncu.

A6. Onstran Neptunove orbite se v Osončju nahaja območje oz. pas, kjer okoli Sonca kroži večje število manjših vesoljskih teles. Temu pasu, ki mu pripada tudi Pluton, pravimo

- (A) Plutonov pas;
- (B) glavni asteroidni pas;
- (C) Kuiperjev pas;
- (D) Neptunov pas.

A7. Kaj je na sliki desno?

- (A) spiralna galaksija
- (B) eliptična galaksija
- (C) kroglasta zvezdna kopica
- (D) razsuta zvezdna kopica



A8. Soncu podobne zvezde so pretežno iz

- (A) vode in helija;
- (B) vodika in helija;
- (C) vodika in ogljika;
- (D) helija in kisika.

A9. Kaj je planetarna meglica?

- (A) Meglica, v kateri nastajajo planeti okoli mlade zvezde.
- (B) Plinasti ostanek umirajoče zvezde.
- (C) Drugi pojem za atmosfere planetov.
- (D) Plinasti oblak, ki obdaja planete v Osončju.

A10. Starost vesolja je ocenjena na približno

- (A) 13,8 milijona let;
- (B) 138 milijonov let;
- (C) 1,38 milijarde let;
- (D) 13,8 milijarde let.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

- A Kdaj vzide zvezda Regul 11. decembra?
- B Kdaj zaide zvezda Kastor 1. februarja?
- C Kdaj je zvezda Rigel 1. januarja najvišje na nebu?
- D Ko v naših krajih zvezda Arktur vzhaja, je neka zelo svetla zvezda tedaj na nebesnem poldnevniku (meridianu).
Katera zvezda je to?
- E Kdaj zaide Sonce 11. januarja?

F Kdaj se 1. marca začne astronomska noč?

- B2.** Nekoč so mislili, da Zemlja miruje v središču vesolja. V tem geocentričnem modelu naj bi zvezde v enem dnevu obkrožile Zemljo. Izračunaj, na kateri oddaljenost od Zemlje bi bila hitrost zvezd v geocentričnem modelu enaka hitrosti svetlobe $c = 300000 \text{ km/s}$, če bi krožile enakomerno. (6 točk)
- B3.** Zvezdana je v svojem kraju vse leto ob lokalnem poldnevu merila višino Sonca na nebu. Ugotovila je, da je ob spomladanskem in jesenskem enakonočju ta višina 49° . Izračunaj zemljepisno širino Zvezdaninega kraja. Nagib Zemljine osi glede na pravokotnico na ravnino ekliptike je $23,5^\circ$.
- B4.** Izračunaj povečavo daljnogleda, ki ima objektiv z goriščno razdaljo 1,8 m ter okular z goriščno razdaljo 12 mm.

Srednja šola

A1. Zvezdana je v svojem kraju izmerila višino Severnice nad obzorjem in dobila vrednost 10° . Kolikokrat v letu bo Sonce v tem kraju v zenitu?

- (A) Nikoli. (B) Enkrat. (C) Dvakrat. (D) Poleti vsak dan.

A2. Med imena ozvezdij se je vrnil pojem, ki ni ozvezdje. Kateri pojem je to?

- (A) Veliki voz (B) Žirafa (C) Andromeda (D) Mikroskop

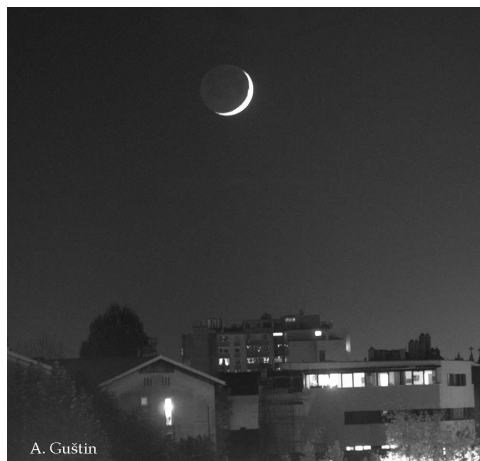
A3. Fotografija desno, na kateri je Lunin srp viden nizko nad obzorjem, je bila posneta v zgodnjih večernih urah v Ljubljani. Katera izjava drži?

(A) Fotografija je bila posneta v dnevih med Luninim ščipom in mlajem.

(B) Fotografija je bila posneta ob zadnjem kraju.

(C) Fotografija je bila posneta ob prvem kraju Lune.

(D) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju.



A4. V kolikšnem času se Zemlja enkrat zavrti okoli svoje osi?

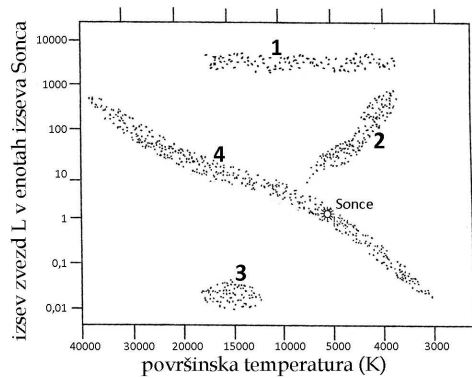
- (A) 24 h 4 min (B) 24 h (C) 23 h 56 min (D) 12 h

A5. Periodični kometi Jupitrove družine kometov se okoli Sonca gibljejo približno v ravnini ekliptike z obhodno dobo, ki je krajša od 20 let. Ti kometi so najverjetneje

- (A) prišli iz Oortovega oblaka; (B) prišli iz Kuiperjevega pasu;
(C) tam od nastanka Osončja; (D) prišli iz glavnega asteroidnega pasu.

A6. Hertzsprung–Russellov diagram (desno) prikazuje odvisnost izseva zvezd od njihove efektivne temperature (površinske temperature). Katera številka na diagramu označuje območje belih pritlikavk?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4



A7. Kaj je planetarna meglica?

- (A) Plinasti ostanek umirajoče zvezde.
- (B) Drugi pojem za atmosfere planetov.
- (C) Plinasti oblak, ki obdaja planete v Osončju.
- (D) Meglica, v kateri nastajajo planeti okoli mlade zvezde.

A8. Katera izjava drži?

- (A) Sonce se bo ob koncu življenja spremenilo v nevtronsko zvezdo.
- (B) Sonce se bo ob koncu življenja spremenilo v črno luknjo.
- (C) Sonce se bo ob koncu življenja spremenilo v rdečo pritlikavko.
- (D) Sonce se bo ob koncu življenja spremenilo v belo pritlikavko.

A9. Astronomi in fiziki še ne vedo, kaj je temna snov. Na njen obstoj sklepajo iz

- (A) meritev absorpcije svetlobe zvezd v temni snovi v medzvezdnem prostoru;
- (B) meritev hitrosti kroženja zvezd v spiralnih galaksijah;
- (C) meritev sprememb sija v tesnih dvojnih zvezdah;
- (D) meritev pogostosti supernov v galaksijah.

A10. Na kateri sliki je teleskop na ekvatorialni montaži?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4



B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

- A Kdaj vzide zvezda Regul 11. decembra?
- B Kdaj je zvezda Rigel 1. februarja najvišje na nebu?
- C Neka zvezda ima deklinacijo 0° in rektascenzijo 4h. Kdaj zaide ta zvezda 1. marca?

D Kdaj zaide Sonce 11. januarja?

E Kdaj se 1. februarja začne astronomska noč?

- B2. Neka zvezda ima izsev $L = 10^{27}$ W. Izračunaj, na kolikšni največji oddaljenosti bi jo lahko še videli brez teleskopa, če je najmanjša vstopna moč svetlobe, ki jo še zazna oko, 10^{-17} W. Premer zenice očesa je 8 mm. Predpostavi, da je med zvezdo in nami prazen prostor.
- B3. Med zaporednima ščipoma Lune mine 29,5 dneva. Predpostavi, da se Luna okoli Zemlje giblje enakomerno po krožnici in iz **v nalogi danih podatkov** izračunaj njeno oddaljenost od središča Zemlje. Težni pospešek na površju Zemlje je 10 m/s^2 , polmer Zemlje je 6400 km, obhodni čas Zemlje okoli Sonca je 365,25 dneva.

6. tekmovanje iz znanja astronomije

- državno tekmovanje

7. razred

A1. Katera izjava v celoti drži?

- (A) Severnica je najsvetlejša zvezda na nebu in je blizu severnega nebesnega pola.
(B) Severnica je najsvetlejša zvezda v ozvezdju Mali voz in je blizu severnega nebesnega pola.
(C) Severnica je najsvetlejša zvezda v ozvezdju Mali medved in je blizu severnega nebesnega pola.
(D) Severnica je najsvetlejša zvezda v ozvezdju Mali medved in je natanko na severnem nebesnem polu.

A2. Med planete, ki so jih ljudje poznali pred izumom teleskopa, se je vrnil planet, ki so ga astronomi odkrili s teleskopom. Kateri planet je to?

- (A) Saturn. (B) Uran. (C) Merkur. (D) Mars.

A3. Sonce je na nebu vedno na krožnici, ki ji pravimo

- (A) ekliptika; (B) nebesni ekvator; (C) nebesni meridian; (D) nebesni vzporednik.

A4. Istemu nebesnemu telesu včasih rečemo Danica, včasih pa Večernica. Katero nebesno telo je to?

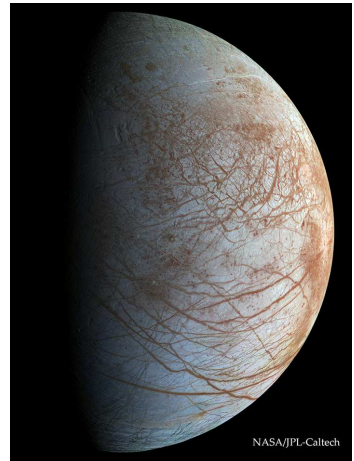
- (A) Luna. (B) Zvezda Sirij. (C) Venera. (D) Merkur.

A5. Oseki sledi plima približno po

- (A) 48 urah; (B) 24 urah; (C) 12 urah; (D) 6 urah.

A6. Kaj je na sliki desno?

- (A) Jupitrova luna Io.
- (B) Jupitrova luna Evropa.
- (C) Saturnova luna Titan.
- (D) Pritlikavi planet Pluton.



A7. Na našem nebu lahko tudi brez daljnogleda vidimo neko veliko spiralno galaksijo.

V katerem ozvezdju je vidna ta galaksija?

- (A) Andromeda.
- (B) Orion.
- (C) Bik.
- (D) Rak.

A8. V neki zvezdni kopici so rdečkaste in modrikaste zvezde. Za modrikaste zvezde lahko trdimo, da

- (A) imajo nižjo temperaturo od rdečih zvezd;
- (B) imajo višjo temperaturo od rdečih zvezd;
- (C) imajo enako temperaturo kot rdeče zvezde, le da so manjše;
- (D) imajo enako temperaturo kot rdeče zvezde, le da so večje.

A9. Temperatura v središču Sonca je približno

- (A) 15000°C ;
- (B) 150000°C ;
- (C) 1500000°C ;
- (D) 15000000°C .

A10. Znameniti angleški matematik in fizik Isaac Newton je leta 1668 izdelal teleskop posebnega tipa, ki se imenuje po njem in ga še danes pogosto uporabljajo predvsem amaterski astronomi. Newtonov teleskop ima za objektiv

- (A) vbočeno (konkavno) zrcalo;
- (B) izbočeno (konveksno) zrcalo;
- (C) ravno zrcalo;
- (D) zbiralno lečo.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

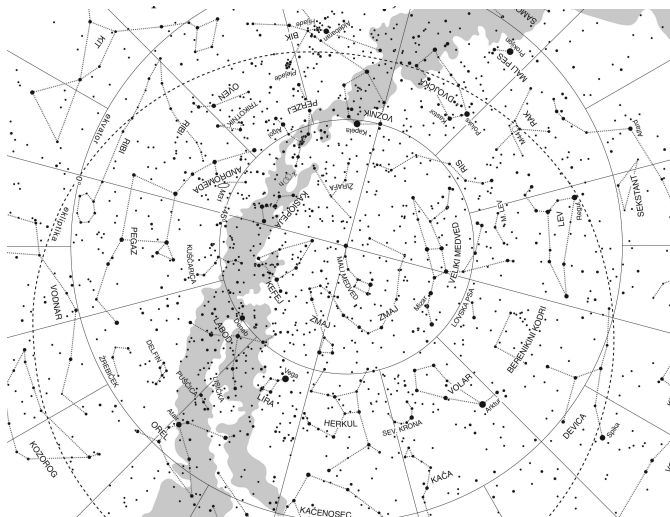
A Kdaj je 10. januarja zvezda Regul na nebesnem poldnevniku (meridianu)?

B Koliko časa je zvezda Arktur 1. decembra nad obzorjem?

C Koliko časa za zvezdo Aldebaran vzide zvezda Kastor?

D Koliko časa mine od lokalnega poldneva do zahoda Sonca dne 11. marca?

B2. Na zvezdni karti poveži svetle zvezde, ki tvorijo asterizem Poletni trikotnik.



- B3.** Z vrtljivo karto določi, do kolikšne največje višine (v stopinjah) nad obzorje pride v naših krajih zvezda Spika. Karta je narejena za 46° severne zemljepisne širine.
- B4.** Za opazovalca na Zemlji je Merkur v zgornji konjunkciji s Soncem, istočasno pa je Venera v spodnji konjunkciji. Izračunaj razdaljo v astronomskih enotah (a. e.) med Merkurjem in Venero v tem trenutku. Predpostavi, da se planeta okoli Sonca gibljeta po krožnih orbitah. Merkur je od Sonca oddaljen 0,39 a. e., Venera pa 0,72 a. e.
- B5.** Izračunaj premer kroglice, ki bi v iztegnjeni roki natanko pokrila Sončevo ploskvico na nebu. Sonce je od Zemlje oddaljeno 150 milijonov kilometrov in ima polmer 700 tisoč kilometrov, razdalja med očesom in kroglico pa je 60 centimetrov.

8. razred

A1. Sonce vzhaja, Luna pa zahaja. Katera Lunina mena je?

- (A) Mlaj. (B) Prvi krajec. (C) Ščip. (D) Zadnji krajec.

A2. Sonce je na nebesnem ekvatorju. Kateri dan je to?

- (A) Spomladansko ali jesensko enakonočje.
 (B) Poletni solsticij (Sončev obrat).
 (C) Zimski solsticij (Sončev obrat).
 (D) Sonce je vedno na nebesnem ekvatorju, zato je to katerikoli dan v letu.

A3. Če je Večernica Venera, kaj je potem Danica?

- (A) Mars. (B) Merkur. (C) Luna. (D) Venera.

A4. Ob popolnem Sončevem mrku postane vidna zunanja plast Sončeve atmosfere, ki sicer ni vidna. Kako se imenuje ta plast?

- (A) Fotosfera. (B) Sončeva pega. (C) Sončev blišč. (D) Korona.

A5. Kaj je na sliki?

- (A) Eliptična galaksija.
- (B) Planetarna meglica.
- (C) Spiralna galaksija.
- (D) Kroglasta kopica.

A6. Denimo, da bi se Zemlja okoli Sonca gibala na taki oddaljenosti kot Venera, Lunina orbita okoli Zemlje pa bi bila nespremenjena. Katera izjava bi v tem primeru držala?

- (A) Popolnih Sončevih mrkov ne bi bilo.
- (B) Plime in oseke ne bi bilo.
- (C) Luninih men ne bi bilo.
- (D) Sonce bi bilo na nebu videti manjše.

A7. V neki zvezdni kopici so rdečkaste in modrikaste zvezde. Za rdeče zvezde lahko trdimo, da

- (A) imajo višjo temperaturo od modrih zvezd;
- (B) imajo nižjo temperaturo od modrih zvezd;
- (C) imajo enako temperaturo kot modre zvezde, le da so manjše;
- (D) imajo enako temperaturo kot modre zvezde, le da so večje.

A8. V katerem območju Osončja se nahaja pritlikavi planet Pluton?

- (A) V Oortovem oblaku.
- (B) V glavnem asteroidnem pasu.
- (C) V Kuiperjevem pasu.
- (D) V zodiakalnem pasu.

A9. Kateri od naštetih planetov ima najredkejšo atmosfero?

- (A) Merkur.
- (B) Venera.
- (C) Zemlja.
- (D) Mars.

A10. Galileo Galilei sicer ni izumil teleskopa, a ga je med prvimi uporabil za opazovanje nebesnih teles. Kaj od naštetega Galileo **ni** videl s svojim teleskopom?

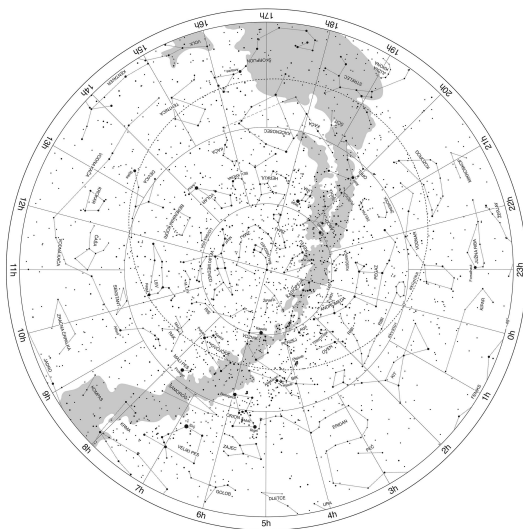
- (A) Jupitrovih štirih največjih lun.
- (B) Venerinih men.
- (C) Zvezd v Rimski cesti.
- (D) Planeta Urana.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

- A Kdaj je 10. januarja zvezda Regul na nebesnem poldnevniku (meridianu)?
- B Koliko časa je zvezda Arktur 1. decembra nad obzorjem?
- C Koliko časa za zvezdo Aldebaran vzide zvezda Kastor?
- D Koliko časa mine od lokalnega poldneva do zahoda Sonca dne 11. marca?

B2. Na zvezdni karti poveži svetle zvezde, ki tvorijo asterizem Zimski šesterokotnik.





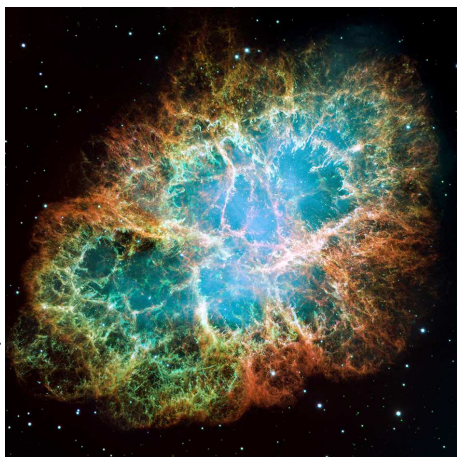
- B3.** Zvezdi Kapela in Rigel imata približno enako rektascenzijo. Z vrtljivo zvezdno karto določi njuno kotno oddaljenost na nebu in jo zapiši v stopinjah.
- B4.** Izračunaj dolžino sence 1 meter dolge navpične palice, ki jo opoldne na dan spomladanskega enakonočja v kraju z zemljepisno širino 45° meče na vodoravno podlago. Naklon Zemljine vrtilne osi od pravokotnice na ekliptiko je $23,5^\circ$.
- B5.** Mars je za opazovalca na Zemlji v opoziciji s Soncem. Izračunaj, čez koliko časa bo Mars naslednjič v opoziciji s Soncem. Predpostavi, da se Mars in Zemlja okoli Sonca gibljeta enakomerno po krožnih orbitah. Obhodni čas Zemlje okoli Sonca je 1 leto, obhodni čas Marsa okoli Sonca pa je 1,9 leta.

9. razred

- A1.** Zvezdanino opazovališče je na Zemljinem ekvatorju. Katera izjava drži?
- (A) Sonce pride vsak dan v zenit. (B) Sonce pride dvakrat letno v zenit.
(C) Sonce pride enkrat letno v zenit. (D) Sonce nikoli ne pride v zenit.
- A2.** Sonce zaide, nad zahodnim obzorjem pa je v večerni zarji vidna Venera. V kakšni legi je Venera glede na Sonce?
- (A) V vzhodni elongaciji. (B) V zahodni elongaciji.
(C) V južni elongaciji. (D) V severni elongaciji.
- A3.** Kaj se na nebu spreminja zaradi precesije Zemljine vrtilne osi?
- (A) Oblika ozvezdij. (B) Lunine mene.
(C) Navidezna velikost Sonca. (D) Lega severnega in južnega nebesnega pola.
- A4.** Ob popolnem Sončevem mrku postane vidna zunanja plast Sončeve atmosfere, ki sicer ni vidna. Kako se imenuje ta plast?
- (A) Fotosfera. (B) Sončeva pega. (C) Sončev blišč. (D) Korona.

A5. Kaj je na sliki?

- (A) Planetarna meglica.
- (B) Eliptična galaksija.
- (C) Ostanek supernove.
- (D) Kroglasta kopica.



A6. Kaj je Messierjev katalog?

- (A) Katalog galaksij.
- (B) Katalog svetlejših megličastih nebesnih teles.
- (C) Katalog zvezd.
- (D) Katalog eksoplanetov.

A7. Denimo, da bi se Zemlja skrčila na velikost Lune, njena masa pa se ne bi spremenila. Katera izjava drži?

- (A) Težni pospešek na njenem površju bi se povečal.
- (B) Težni pospešek na njenem površju bi se zmanjšal.
- (C) Težni pospešek na njenem površju se ne bi spremenil.
- (D) Težni pospešek na njenem površju bi bil natanko tak, kot je na Luni.

A8. Pluton uvrščamo med

- (A) planete;
- (B) asteroide;
- (C) komete;
- (D) pritlikave planete.

A9. Pulzarji so po svoji zgradbi

- (A) bele pritlikavke;
- (B) črne luknje;
- (C) nevtronske zvezde;
- (D) galaksije.

A10. Galileo Galilei sicer ni izumil teleskopa, a ga je med prvimi uporabil za opazovanje nebesnih teles. Kakšen objektiv je imel njegov teleskop?

- (A) Objektiv je bil razpršilna leča.
- (B) Objektiv je bil zbiralna leča.
- (C) Objektiv je bilo konvavno zrcalo.
- (D) Objektiv je bilo konveksno zrcalo.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

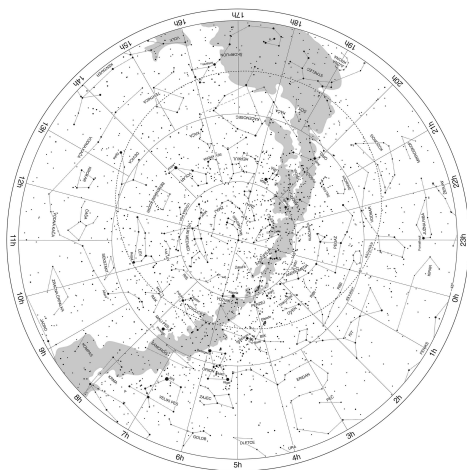
A Kdaj je 10. januarja zvezda Regul na nebesnem poldnevniku (meridianu)?

B Koliko časa je zvezda Arktur 1. decembra nad obzorjem?

C Koliko časa za zvezdo Aldebaran vzide zvezda Kastor?

D Koliko časa mine od lokalnega poldneva do zahoda Sonca dne 11. marca?

B2. Na zvezdni karti poveži svetle zvezde, ki tvorijo asterizem Zimski šesterokotnik.



- B3.** Teleskop ima objektiv z goriščno razdaljo 1,5 m. Izračunaj, kolikšna mora biti goriščna razdalja okularja, da bo povečava teleskopa 130-kratna. Rezultat izrazi v milimetrih.
- B4.** Mars je za opazovalca na Zemlji v konjunkciji s Soncem. Izračunaj, čez koliko časa bo Mars v opoziciji s Soncem. Predpostavi, da se Mars in Zemlja okoli Sonca gibljeta enakomerno po krožnih orbitah. Obhodni čas Zemlje okoli Sonca je 1 leto, obhodni čas Marsa okoli Sonca pa je 1,9 leta.
- B5.** Hallejev komet se okoli Sonca giblje po eliptični orbiti. V periheliju se Soncu približa na 0,59 a. e., v afeliju pa je od Sonca oddaljen 35,1 a. e. Izračunaj njegov obhodni čas okoli Sonca. Rezultat izrazi v letih. Pomagaš si lahko s Keplerjevimi zakoni, predvsem s 3., ki pravi, da je razmerje kubov velike polosi tira in kvadratov obhodnih časov za vsa telesa, ki se okoli Sonca gibljejo po elipsah, enako. Računaj le z znanimi podatki za Zemljo: njena obhodna doba okoli Sonca je 1 leto, velika polos njenega tira pa je 1 a. e.

Srednje šole

A1. Katere svetle zvezde tvorijo asterizem Zimski šesterokotnik?

- (A) Sirij, Rigel, Betelgeza, Kapela, Puluks, Prokijon.
- (B) Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Puluks, Prokijon.
- (C) Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Kastor, Prokijon.
- (D) Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Regul, Prokijon.

A2. Eden od načinov označevanja zvezd v posameznem ozvezdju je z grškimi črkami. Navedeno je najsvetlejša zvezda v ozvezdju označena z alfa, šibkejše pa po grški abecedi padajoče. Takemu označevanju zvezd pravimo

- (A) grško; (B) Flamsteedovo; (C) Bayerjevo; (D) astronomsko.

A3. Pred vzidom Sonca nad vzhodnim obzorjem je v jutranji zarji vidna Venera. V kakšni legi je Venera glede na Sonce?

- (A) V zahodni elongaciji. (B) V vzhodni elongaciji.
- (C) V južni elongaciji. (D) V severni elongaciji.

A4. Območje Sončeve atmosfere z najvišjo temperaturo je

- (A) Sončeva pega; (B) fotosfera; (C) kromosfera; (D) korona.

A5. Denimo, da bi se Zemlja skrčila in bi bil njen polmer 4-krat manjši od sedanjega, njena masa pa se ne bi spremenila. Kolikšen bi bil v tem primeru težni pospešek na njenem površju?

- (A) Nespremenjen. (B) 16-krat večji od sedanjega.
(C) 4-krat večji od sedanjega. (D) 4-krat manjši od sedanjega.

A6. Letna paralaksa neke zvezde je $0,2''$. Kolikšna je njena oddaljenost?

- (A) 0,2 parseka. (B) 0,4 parseka. (C) 2 parseka. (D) 5 parsekov.

A7. Pulzarji so po svoji zgradbi

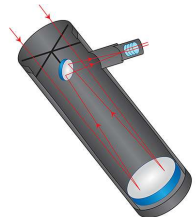
- (A) bele pritlikavke; (B) črne luknje;
(C) nevtronske zvezde; (D) rjave pritlikavke.

A8. Spektralne črte v svetlobi Andromedine galaksije so vse relativno enako premaknjene k krajšim valovnim dolžinam od laboratorijsko izmerjenih spektralnih črt – modri premik. Kaj to pomeni?

- (A) Andromedina galaksija se giblje proti nam.
(B) Andromedina galaksija se giblje stran od nas.
(C) Atomi v Andromedini galaksiji sevajo drugače kot na Zemlji.
(D) Med nami in Andromedino galaksijo je snov, ki povzroči modri premik spektralnih črt.

A9. Kateri tip teleskopa je na sliki desno?

- (A) Refraktor.
(B) Newtonov reflektor.
(C) Cassegrainov reflektor.
(D) Maksutovov reflektor.



A10. Mikrovalovno sevanje ozadja oz. prasevanje ima spekter črnega telesa s temperaturo

- (A) 0,02725 K; (B) 0,2725 K; (C) 2,725 K; (D) 27,25 K.

B1. Z vrtljivo zvezdno karto odgovori na vprašanja. Odčitane ali izračunane čase zaokroži na ± 5 minut.

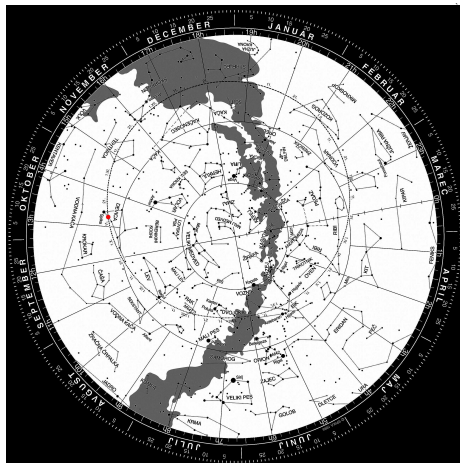
- A Kdaj se 20. decembra konča astronomska noč?
B Kdaj 10. januarja točka gama (pomladišče) prečka nebesni meridian?
C Katera svetla zvezda ima rektascenzijo približno 20h 40 min in deklinacijo približno 45° ?
D Kdaj je 1. marca zvezda Sirij v spodnji kulminaciji?

B2. (A) Izračunaj čas med zaporednima opozicijama Marsa, če bi se Zemlja in Mars okoli Sonca gibala v isti ravnini, po krožnih orbitah in enakomerno. Obhodni čas Zemlje okoli Sonca je 1 leto, obhodni čas Marsa pa je 1,88 leta.

(B)

1. Zadnja opozicija Marsa je bila 8. aprila 2014. Izračunaj datum naslednje opozicije Marsa, če bi veljale predpostavke iz točke A te naloge.

2. Na zvezdni karti je vrisana lega Marsa ob opoziciji 8. aprila leta 2014 (rdeča pika). Kje na ekliptiki bi bil Mars ob naslednji opoziciji, če bi veljale predpostavke iz točke A te naloge? Lego Marsa ob naslednji opoziciji vriši na karto s krožcem, katerega premer naj ne bo večji od 3 mm.



- B3. Komet West je v začetku leta 1976 letel vsega 0,2 astronomske enote (a. e.) od Sonca. To je bil komet, ki je prišel iz 50 000 a. e. oddaljenega predela Oortovega oblaka, skrajnega roba Osončja. Izračunaj, koliko časa je komet West potoval od Oortovega oblaka do perihelija. Predpostavi, da se komet okoli Sonca giblje po eliptični orbiti in je bil v Oortovem oblaku v afeliju. Pri računanju uporabi znane podatke za orbito Zemlje: obhodni čas Zemlje okoli Sonca je 1 leto, oddaljenost Zemlje od Sonca je 1 a. e.
- B4. Zvezdana je v razsuti zvezdni kopici opazovala dve zvezdi. Ugotovila je, da zvezdi pripadata glavni veji H-R diagrama, njuna navidezna sija pa se razlikujeta za 2 magnitudi. Nato je izmerila še njuni efektivni (površinski) temperaturi. Pokazalo se je, da ima ena zvezda efektivno temperaturo 6000 K, druga pa 5000 K. Zvezdani pomagaj izračunati razmerje polmerov teh zvezd. Predpostavi, da zvezdi sevata kot črni telesi po Stefanovem zakonu ($j = \sigma T^4$; j je gostota svetlobnega toka na površju, T je efektivna temperatura zvezde, Stefanova konstanta $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$). Razdalje med zvezdami v kopici so zelo majhne v primerjavi z oddaljenostjo kopice od Zemlje.

Rešitve 14. tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol – področno tekmovanje

- A1. S snežnim plugom prevozi parkirišče najmanj 50-krat, ker je $80 \text{ m} : 1,6 \text{ m} = 50$.
- A2. Če 100000 ml pretvorimo, dobimo 100 l ali 1000 dl.
- A3. Največjega popusta smo deležni, če kupimo tri izdelke z enakimi cenami. V tem primeru plačamo le $\frac{2}{3}$ celotne cene, $\frac{1}{3}$ zneska pa je popust, ki ga lahko izrazimo z $\frac{100}{3} \% = 33\frac{1}{3} \%$.
- A4. Kota β in γ sta enako velika, saj sta kota ob vzporednicah p in r . Iz $70^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ$ dobimo $2\beta = 110^\circ$ oziroma $\beta = 55^\circ$.

A5. Število imetnikov prenosnih telefonov v zaporednih dnevih ustreza členom geometrijskega zaporedja s količnikom 2: 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560, 5120, 10240, 17. marca je imelo prenosni telefon 10 marsovcov, 18. marca 20 marsovcov, ..., 27. marca pa že 10240 marsovcov.

A6. Leva in desna stran enačbe sta identični. Enačbo reši poljubno realno število x .

A7. Veronika je izdelala $4x$ voščilnic, Katarina $5x$ voščilnic in Julija $3x$ voščilnic. Skupaj so jih naredile $4x + 5x + 3x = 24$. Enačba ima rešitev $x = 2$. Katarina je izdelala 10 voščilnic.

A8. Osenčena je osmina celotnega kvadrata ali $0,125 = 12,5\%$.

A9. Poškodovane so 13. deščica, 26. deščica, 39. deščica ... Miha stopi na vsako osmo deščico. Ker je število 104 najmanjši skupni večkratnik števil 8 in 13, je 104. deščica poškodovana, Miha pade v reko. Pri prehodu čez most Luka ne stopi na poškodovano deščico, saj je najmanjši skupni večkratnik števil 9 in 13 enak 117, deščic pa je le 105. Luka zato uspešno pride čez reko.

A10. Jabolk je 15, to je petina od 75, hrušk pa 25, to je tretjina od 75. Sliv je $75 - 15 - 25 = 35$.

B1. Tim prehodi $(20 + 60 + 100) \text{ m} = 180 \text{ m}$. Tom prehodi $(40 + 120 + 40 + 40 + 60) \text{ m} = 300 \text{ m}$. Jan prehodi $\sqrt{80^2 + 60^2} \text{ m} = 100 \text{ m}$. Najprej pride na cilj Jan, nato Tim, zadnji pa Tom.

B2. Dopolnjen kvadrat:

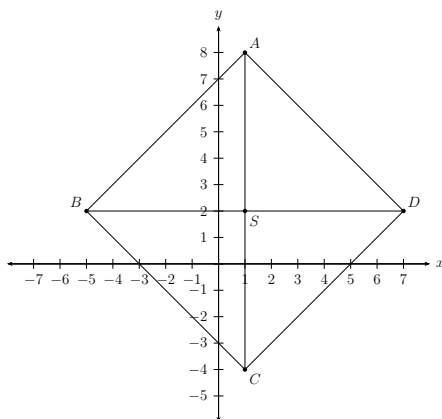
$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

B3. Naslednji vrstici sta:

$$\begin{array}{cccccccccc} & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \\ 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1 \end{array}$$

Vsote posameznih vrstic so: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Vsote so potence števila 2.

B4. Narisan kvadrat v koordinatnem sistemu:



Koordinate središča so $S(1, 2)$, oglišč pa $A(1, 8)$ in $D(7, 2)$. Iz $|BC| = \sqrt{|BS|^2 + |CS|^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ sklepamo, da je stranica kvadrata dolga $6\sqrt{2}$ enot, iz $S = \frac{|BS| \cdot |CS|}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ pa, da je ploščina trikotnika BCS enaka 18 ploščinskih enot.

Rešitve 14. tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol – državno tekmovanje

- A1. Šolska ura traja 45 minut, dan ima 24 ur oz. $24 \cdot 60$ minut, zato je šolska ura $\frac{45}{24 \cdot 60} = \frac{1}{32}$ dneva.
- A2. Lik omejuje 10 širin in 10 dolžin osnovnega pravokotnika, torej je njegov obseg enak $10a + 10b$.
- A3. Pri črni in kovinski barvi tabličnih računalnikov lahko izbiramo med tremi velikostmi pomnilnika in štirimi velikostmi zaslona, kar nam da $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ možnosti izbire. Ker je pri beli barvi na voljo le 8 GB pomnilnik, lahko izbiramo le med 4 velikostmi zaslona. Skupaj imamo na izbiro $24 + 4 = 28$ tabličnih računalnikov.
- A4. Če števec ulomka $\frac{a}{b}$ povečamo za $k \cdot a$, imenoalec pa za $k \cdot b$, ulomek ohrani svojo vrednost, saj je $\frac{a+k \cdot a}{b+k \cdot b} = \frac{a(1+k)}{b(1+k)} = \frac{a}{b}$. To lastnost imajo ulomki $\frac{9}{10}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{27}{30}$ in $\frac{117}{130}$, ker je $\frac{117}{130} = \frac{27}{30} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} = \frac{9+27}{10+30} = \frac{9+3 \cdot 9}{10+3 \cdot 10} = \frac{9(1+3)}{10(1+3)}$. Le ulomek $\frac{154}{170}$ nima zgornje lastnosti.
- A5. Če je bila v ponedeljek nabavna vrednost delnic x evrov, so bile delnice v torek, ko so izgubile 10 % svoje vrednosti, vredne samo še $(x - \frac{10}{100}x) = \frac{9}{10}x$ evrov. Ko so delnice pridobile 10 % na vrednosti, jih je Janez prodal po ceni $\frac{9}{10}x + \frac{10}{100} \cdot (\frac{9}{10}x) = \frac{99}{100}x$, kar je za 1 % nižje od nabavne cene.
- A6. Las premera 0,1 mm nam objektiv poveča 15-krat in okular še dodatno 10-krat, zato je navidezni premer lasu $15 \cdot 10 \cdot 0,1 \text{ mm} = 15 \text{ mm}$.
- B1. Višinska razlika med vrhom Triglava in gladino Mrtvega morja je $2864 \text{ m} - (-427 \text{ m}) = 3291 \text{ m}$, med vrhom Triglava in Marianskim jarkom $2864 \text{ m} - (-10911 \text{ m}) = 13775 \text{ m}$, med gladino Mrtvega morja in Marianskim jarkom pa $-427 \text{ m} - (-10911 \text{ m}) = 10484 \text{ m}$. Ker je povprečna slanost vode Mrtvega morja 27 %, pridobimo iz treh ton slane vode $\frac{27}{100} \cdot 3000 \text{ kg} = 810 \text{ kg}$ soli. Ob upoštevanju, da ima 1 cm^3 soli maso 2,2 g oz. 1 dm^3 maso 2,2 kg, lahko sklepamo, da ima 810 kg soli prostornino $810 \text{ kg} : 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 368 \text{ dm}^3$ oziroma 368 litrov.
- B2. Skupno število košev na vseh sedmih tekmah je $31 + 25 + 27 + 20 + 15 + 17 + 18 = 153$. Povprečno število košev na tekmo je $153 : 7 = 21,86$. Košarkar je vrgel manj košev od njegovega povprečja na štirih tekmah, kar predstavlja $\frac{4}{7} = 0,57 = 57 \%$. Če z x označimo število košev, ki bi jih košarkar dosegel na naslednji tekmi, je skupno število košev $153 + x$. Ob upoštevanju, da bo imel v 8 tekmah povprečje 22 košev, dobimo enačbo $\frac{153+x}{8} = 22$, ki ima rešitev $x = 23$.
- B3. Označimo z x število litrov soka, ki ga je sadjar Tomaž pridelal na svoji kmetiji. Ob upoštevanju, da je $\frac{3}{4}$ celotne količine soka prelil v štiri sode po 1500 litrov, tri sode po 500 litrov in sedem sodov po 300 litrov, dobimo enačbo $\frac{3}{4}x = 4 \cdot 1500 + 3 \cdot 500 + 7 \cdot 300$, ki ima rešitev $x = 12800$.

Označimo z a število steklenic, ki držijo 7 decilitrov, in z b število steklenic po 0,5 litra. Ob upoštevanju, da je preostanek soka 3200 litrov prelil v 5400 steklenic, dobimo sistem enačb $a + b = 5400$ in $0,7a + 0,5b = 3200$, ki ima rešitvi $a = 2500$ in $b = 2900$.

Sadjar Tomaž je 9600 litrov soka iz sodov prodal po ceni 1,2 evra na liter, za kar je zaslužil $9600 \cdot 1,2$ evra = 11520 evrov. 3200 litrov ustekleničenega soka pa je prodal po 5 % višji ceni in zaslužil $3200 \cdot 1,05 \cdot 1,2$ evra = 4032 evrov. Skupaj je zaslužil 11520 evrov + 4032 evrov = 15552 evrov.

Ob upoštevanju pogoja, da je sadjar prvi dan prodal 20 litrov soka in vsak naslednji dan toliko kot vse prejšnje dni skupaj, dobimo, da je v prvem tednu prodal $20 + 20 + 40 + 80 + 160 + 320 + 640 = 1280$ litrov soka.

- B4. Šahovska plošča ima obliko kvadra z robovi $8 \cdot 3,25$ cm, $8 \cdot 3,25$ cm in 2 cm, zato je njena prostornina $V = 26$ cm $\cdot$ 26 cm $\cdot$ 2 cm = 1352 cm³. Ker je gostota lesa, iz katerega je narejena plošča, $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, je njena masa $m = 1352$ cm³ $\cdot$ $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 676$ g.

Ob upoštevanju podatka, da igra šah več kot 600 milijonov ljudi od vseh ljudi na svetu (7,1 milijarde), dobimo, da igra šah $\frac{600 \cdot 10^6}{7,1 \cdot 10^9} = 8,45$ % vseh Zemljanov.

Skakač se nahaja na polju (e, 5). Če upoštevamo pravilo za premik skakača „dve polji in eno stran - v obliki velike tiskane črke L“, dobimo osem polj, kamor se lahko premakne skakač: (f, 3), (d, 3), (c, 4), (c, 6), (d, 7), (f, 7), (g, 6), (g, 4).

Izumitelj šaha si je za prvo polje na šahovnici zaželel 1 zrno, za drugo 2 zrna in za vsako naslednje polje dvakrat toliko kot za prejšnje polje, zato je število zrn, ki bi jih moral dobiti za prvih 15 polj $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{14} = 32767$.

Rešitve 14. tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

- državno tekmovanje

1. letnik

- V eni uri šest strojev izdelava 100 vijakov. Torej v prvih petih urah šest strojev izdelava 500 vijakov. Delo nadaljujejo štirje stroji, s katerimi je treba izdelati še 400 vijakov. Šest strojev bi 400 vijakov izdelalo v 4 urah, zato štirje stroji izdelajo enako količino vijakov v šestih urah. Torej bodo 900 vijakov izdelali v 11 urah.
- Po upoštevanju $a^{-1} = \frac{1}{a}$, $(a - b)^{-1} = \frac{1}{a - b}$ in $(a + b)^{-1} = \frac{1}{a + b}$ ter seštevanju in odštevanju dobimo

$$\left(\frac{\frac{a^2 + b^2}{a}}{\frac{a^2 - b^2}{a}} - 1 \right)^{-1} \frac{b^n(a + b) - b^n(a - b)}{(a - b)(a + b)}.$$

Za $a \neq 0$ odpravimo dvojni ulomek in razčlenimo ter poenostavimo števec v drugem ulomku. Dobimo

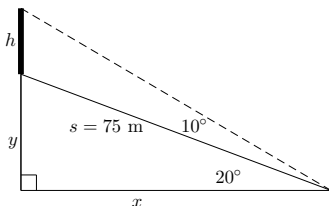
$$\left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - 1 \right)^{-1} \frac{2bb^n}{(a - b)(a + b)}.$$

Odštejemo člena v prvem oklepaju, za $a \neq b$ in $a \neq -b$ upoštevamo negativni eksponent in razstavimo razliko kvadratov. Za $b \neq 0$ krajšamo enake faktorje $\frac{(a - b)(a + b)2bb^n}{2b^2(a - b)(a + b)} = b^{n-1}$. Začetni izraz nima pomena za $a = 0$ ali $b = 0$ ali $a = b$ ali $a = -b$.

3. Iz prvih dveh členov v izrazu izpostavimo $(n+2)^2$, iz drugih dveh pa -1 in dobimo $(n+2)^2(n+5) - (n+5) = (n+5)(n^2+4n+4-1) = (n+5)(n+3)(n+1)$. Upoštevamo, da je n liho naravno število, torej $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$. Dobimo $(2k+4)(2k+2)2k = 8(k+2)(k+1)k$.
ALI
Upoštevamo, da je n liho naravno število, torej $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$. Dobimo $(2k+1)^3 + 3(2k+1)^2 - 2k + 1 - 5 = 8k^3 + 24k + 16k = 8k(k+1)(k+2)$.
Ker so k , $k+1$ in $k+2$ tri zaporedna naravna števila, je njihov produkt deljiv z 2 in s 3, torej s 6. Sledi, da je izraz $(n+2)^3 + 3(n+2)^2 - n - 5$ deljiv z 48.
4. Če je bilo prodanih x vstopnic po 9 evrov, je bil izkupiček od prodanih karti $9x$ evrov. Po znižanju cene vstopnice na y evrov so prodali $\frac{3x}{2}$ vstopnic, torej je bil izkupiček $\frac{3x}{2}y$ evrov oziroma $\frac{5}{4} \cdot 9x$. Torej je $y = \frac{15}{2}$. Cena vstopnice po znižanju je bila 7,50 evrov. Nova cena vstopnice je bila $\frac{(9-7,5)100}{9} \% = 16,6\%$ nižja od prvotne cene.

2. letnik

1. Vrednost parametra n je enaka odseku grafa funkcije f na ordinatni osi. Izračunamo še odsek grafa funkcije f na abscisni osi $m = -\frac{n}{2}$. Upoštevamo, da je trikotnik pravokoten. Dobimo enačbo $\frac{|n| \cdot |-\frac{n}{2}|}{2} = 25$, ki jo poenostavimo v $n^2 = 100$. Torej je $n = \pm 10$.
2. Upoštevamo oznake na sliki in zapišemo $\sin 20^\circ = \frac{y}{75}$ in $\cos 20^\circ = \frac{x}{75}$. Dobimo $y = 75 \sin 20^\circ$ in $x = 75 \cos 20^\circ$. Iz $\tan 30^\circ = \frac{y+h}{x}$ izračunamo $h = x \tan 30^\circ - y = 15$. Oddajnik je torej visok 15 metrov.



3. I. način

Ker je $2\sqrt{5} - 6 < 0$, je $|2\sqrt{5} - 6| = 6 - 2\sqrt{5}$. Označimo $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$. Enakost kvadriramo in dobimo

$$x^2 = 6 - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5})} + 6 + 2\sqrt{5}.$$

Enačbo poenostavimo v $x^2 = 4$ in dobimo $x = 2$ ali $x = -2$. Ker je $x < 0$, je $x = -2$. Torej je $\sqrt{|2\sqrt{5} - 6|} - \sqrt{2\sqrt{5} + 6} = -2$.

II. način

Ker je $2\sqrt{5} - 6 < 0$, je $|2\sqrt{5} - 6| = 6 - 2\sqrt{5}$. Velja $6 - 2\sqrt{5} = (1 - \sqrt{5})^2$ in $6 + 2\sqrt{5} = (1 + \sqrt{5})^2$. Upoštevamo, da je $\sqrt{a^2} = |a|$. Torej je

$$\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} = |1 - \sqrt{5}| - |1 + \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1 - 1 - \sqrt{5} = -2.$$

4. Najprej obe enačbi premic zapišemo v eksplicitni obliki $y = (a-2)x + a^2 - 3$ in $y = \frac{3a-6}{2a-5}x - 3a + 6$. Smerna koeficienta obeh premic enačimo in dobimo $a - 2 = \frac{3a-6}{2a-5}$. Enačbo preuredimo v $a^2 - 6a + 8 = 0$ oziroma $(a-2)(a-4) = 0$. Torej je $a_1 = 2$ in $a_2 = 4$.

3. letnik

1. Upoštevamo $\frac{25}{4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$. Iz

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\log^2 x + 1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-4 + 6 \log x}$$

sledi $\log^2 x + 1 = -4 + 6 \log x$. Označimo $u = \log x$ in dobimo $u^2 - 6u + 5 = 0$. Iz $(u - 1)(u - 5) = 0$ sledi $u_1 = 1$ in $u_2 = 5$ oziroma $x_1 = 10$ in $x_2 = 10^5 = 100000$.

2. Izračunamo ploščino tal kopalnice $798 : 21 = 38 \text{ m}^2$. Zapišemo enačbo $(2x + 1)(4x - 2) + x(2x - 2) + x^2 = 38$ in jo preuredimo v $11x^2 - 2x - 40 = 0$. Rešimo enačbo in dobimo $x_1 = 2$ in $x_2 = -\frac{20}{11}$. Najdaljša stena je torej dolga $4x - 2 = 6 \text{ m}$.

3. a) Graf funkcije f se dotika osi x , če je $D = 0$. Torej je $8^2 - 4(-2)(-d) = 0$. Izračunamo $d = 8$.

b) Maksimalna vrednost funkcije f je enaka ordinati temena. Upoštevamo $q = -\frac{D}{4a}$ in dobimo enačbo $-\frac{64-8d}{4(-2)} = 6$. Torej je $d = 2$.

c) Ker je vodilni koeficient funkcije f negativen, je zaloga vrednosti funkcije f enaka $(-\infty, q]$. Torej ne obstaja takšna vrednost parametra d , da bi bila funkcija f povsod pozitivna.

4. Označimo z v višini obeh teles, z_v višino stranske ploskve piramide, z_o višino osnovne ploskve in z_a dolžino stranice enakostraničnega trikotnika. Upoštevamo enakost površin plaščev in dobimo $3av = \frac{3av_s}{2}$. Izrazimo $v_s = 2v$. Upoštevamo, da je pravokotna projekcija

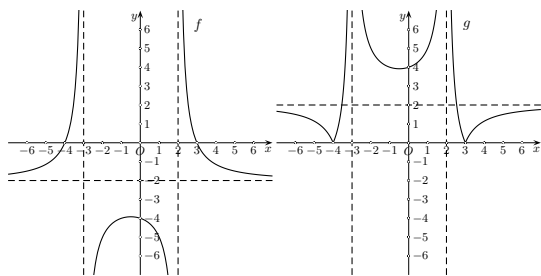
vrha pokončne piramide na ravnino, v kateri leži osnovna plokev, središče osnovni ploskvi očrtanega kroga. V enakostraničnem trikotniku pa je središče očrtanega kroga enako središču včrtanega kroga. Uporabimo Pitagorov izrek $v_s^2 = v^2 + \left(\frac{v_o}{3}\right)^2$. Upoštevamo še $v_o = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ in dobimo $4v^2 = v^2 + \left(\frac{12\sqrt{3}}{6}\right)^2$. Enačbo preuredimo v $v^2 = 4$. Torej je $v = 2 \text{ cm}$.

4. letnik

1. Upoštevamo $p(0) = 0$ in dobimo $d = 0$. Iz $p(1) = \frac{16}{3}$ dobimo enačbo $a + b + c = \frac{16}{3}$. Izračunamo odvod $p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Iz $p'(-1) = 0$ in $p'(-3) = 0$ dobimo enačbi $3a - 2b + c = 0$ in $27a - 6b + c = 0$. Rešimo sistem treh enačb s tremi neznankami. Dobimo $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$ in $c = 3$.

2. Označimo velikosti notranjih kotov trikotnika z $\alpha - d$, α in $\alpha + d$. Iz $\alpha - d + \alpha + \alpha + d = 180^\circ$ sledi $\alpha = 60^\circ$. Upoštevamo $\sin(60^\circ - d) + \sin 60^\circ + \sin(60^\circ + d) = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ in uporabimo adicijski izrek. Dobimo $2 \sin 60^\circ \cos d + \sin 60^\circ = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$. Upoštevamo $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ in dobimo $\cos d = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ker je $0^\circ \leq d < 60^\circ$, je $d = 30^\circ$. Velikosti notranjih kotov trikotnika so torej 30° , 60° in 90° .

3. Funkcijski zapis $f(x) = \frac{12}{x^2+x-6} - 2$ preoblikujemo v $f(x) = \frac{-2x^2-2x+24}{x^2+x-6}$ oziroma $f(x) = \frac{-2(x+4)(x-3)}{(x+3)(x-2)}$. Ničli funkcije f sta $x_1 = -4$ in $x_2 = 3$, pola pa $x_1 = -3$ in $x_2 = 2$. Začetna vrednost funkcije f je -4 , enačba asimptote pa $y = -2$. Graf funkcije f ne seka asimptote.



4. Zaporedje s splošnim členom a_n je geometrijsko, torej je $a_n = a_1 q^{n-1}$. Upoštevamo $a_1 = 2$ in $q = \frac{a_2}{a_1} = 3$ ter dobimo $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. Torej je

$$b_n = \log_3(a_n) = \log_3(2 \cdot 3^{n-1}) = \log_3 2 + \log_3 3^{n-1} = \log_3 2 + n - 1.$$

Zaporedje s splošnim členom b_n je aritmetično, saj je $a_{n+1} - a_n = 1$ za vsako naravno število n . Iz $b_1 = \log_3 2$ in $S_n = \frac{n}{2}(b_1 + b_n)$ sledi

$$S_{1000} = \frac{1000}{2} \cdot (\log_3 2 + \log_3 2 + 1000 - 1) = 499500 + 1000 \log_3 2.$$

Rešitve 6. tekmovanja iz znanja astronomije – šolsko tekmovanje

7. razred

- A1. (B) V naših krajih Sonce poleti vzhaja prej kot pozimi.
- A2. (D) Po mlaju si Lunine mene sledijo v tem vrstnem redu: prvi krajec, ščip in zadnji krajec.
- A3. (A) V naših krajih je ozvezdje Mali medved vedno nad obzorjem. Takim ozvezdjem pravimo nadobzorniška ali cirkumpolarna ozvezdja. To je mogoče ugotoviti z vrtljivo karto.
- A4. (C) Lunina senca pade na površje Zemlje, ko je Luna natanko med Soncem in Zemljo. Takrat je viden Sončev mrk.
- A5. (A) Žirafa, Andromeda in Mikroskop so ozvezdja, Veliki voz pa je asterizem, del ozvezdja Veliki medved. Pri reševanju si lahko pomagamo z vrtljivo zvezdno karto.
- A6. (C) Na sliki je ozvezdje Orion. Razpoznavanje ozvezdja je mogoče tudi z vrtljivo zvezdno karto.
- A7. (B) Ravnina, po kateri se Zemlja giblje okoli Sonca, se imenuje ekliptična ravnina ali ravnina ekliptike.
- A8. (D) Med naštetimi planeti je največji Saturn.
- A9. (D) Utrinkom pravimo tudi meteorji. Repatica je sopomenka za komet, meteorit pa je "kamen", ki pade iz vesolja na Zemljo.
- A10. (B) Sonce je zvezda. Za zvezde je značilno, da imajo veliko maso in zato v njih potekajo jedrske reakcije ter posledično oddajajo veliko svetlobe.

B1

A Regul 11. decembra vzide ob **22.00**.

B Kastor 1. februarja zaide ob **7.30**.

C Rigel je 1. januarja najvišje na nebu ob **22.30**.

D Ko Arktur vzhaja, je na nebesnem poldnevniku oz. meridianu **Sirij**, najsvetlejša zvezda nočnega neba.

E Sonce 11. januarja zaide ob **16.30**.

F Astronomska noč se 1. marca začne ob **19.30**.

B2



B3

Oddaljenost Zemlje od Sonca $d = 150000000$ km, hitrost svetlobe $c = 300000$ km/s.

Čas potovanja svetlobe od Sonca do Zemlje t izračunamo z enačbo za enakomerno gibanje:

$$c = d/t.$$

Iz te enačbe izrazimo t :

$$t = d/c = 150000000 \text{ km} / 300000 \text{ km/s} = 500 \text{ s} = 8 \text{ minut } 20 \text{ sekund}.$$

Svetloba od Sonca do Zemlje potuje 500 sekund oz. 8 minut in 20 sekund.

B4

Ker se Sonce v enem dnevu le malo premakne po ekliptiki, lahko privzamemo, da mine enako časa med vzidom Sonca in lokalnim poldnevom kot med lokalnim poldnevom in zaidom Sonca.

S $t_V = 7$ h 44 min označimo čas vzida Sonca, s $t_p = 12$ h 5 min čas lokalnega poldneva, s t_Z pa iskani čas zaida Sonca.

Po začetni predpostavki bomo čas zaida Sonca dobili, če bomo času lokalnega poldneva prišteli čas, ki preteče med vzidom Sonca in poldnevom, ki je enak razliki $t_p - t_V$:

$$t_Z = t_p + (t_p - t_V) = 12 \text{ h } 5 \text{ min} + (12 \text{ h } 5 \text{ min} - 7 \text{ h } 44 \text{ min}) = 12 \text{ h } 5 \text{ min} + 4 \text{ h } 21 \text{ min} = 16 \text{ h } 26 \text{ min}.$$

Sonce 2. decembra zaide ob 16. uri in 26 minut.

8. razred

A1. (C) Lokalni poldan je takrat, ko je Sonce na ta dan najvišje na nebu, torej na lokalnem nebesnem poldnevniku v smeri proti jugu. Takrat Zvezdanina senca pada proti severu.

A2. (D) Na severnem in južnem polu Zemlje zvezde ne vzhajajo in ne zahajajo. Tam je nebesni pol v zenitu, zato zvezde okoli njega krožijo vzporedno z obzorjem.

A3. (A) Veliki voz ni ozvezdje. Žirafa, Andromeda in Mikroskop so ozvezdja, Veliki voz pa je asterizem, del ozvezdja Veliki medved. Pri reševanju si lahko pomagamo z vrtljivo zvezdno karto.

A4. (B) Na sliki je ozvezdje Kasiopeja. Razpoznavanje ozvezdja je mogoče tudi z vrtljivo zvezdno karto.

A5. (D) Ravnina, po kateri se Zemlja giblje okoli Sonca, se imenuje ekliptična ravnina ali ravnina ekliptike.

A6. (C) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju. Na njej je namreč v večernih urah viden tanek Lunin srp. Ob mlaju je Luna na nebu v bližini Sonca, nato pa se navidezno oddaljuje od njega in postane vidna v večernih urah po zahodu Sonca kot tanek srp.

A7. (B) Največ asteroidov je v glavnem asteroidnem pasu med Marsovo in Jupitrovo orbito.

A8. (A) Najsvetlejša zvezda na nočnem nebu je Sirij. Od nje so sicer svetlejši nekateri planeti, a to niso zvezde.

A9. (C) Saturn je plinasti planet, Merkur, Venera in Mars pa so kamniti planeti s trdnim površjem, ki jih obdaja različno gosta atmosfera.

A10. (B) Galaksije so velike združbe več milijard zvezd, oblakov plina in prahu.

B1

A Regul 11. decembra vzide ob **22.00**.

B Kastor 1. februarja zaide ob **7.30**.

C Rigel je 1. januarja najvišje na nebu ob **22.30**.

D Ko Arktur vzhaja, je na nebesnem poldnevniku oz. meridianu **Sirij**, najsvetlejša zvezda nočnega neba.

E Sonce 11. januarja zaide ob **16.30**.

F Astronomska noč se 1. marca začne ob **19.30**.

B2



B3

Ker se Sonce v enem dnevu le malo premakne po ekliptiki, lahko privzamemo, da mine enako časa med vzidom Sonca in lokalnim poldnevom kot med lokalnim poldnevom in zaidom Sonca.

S $t_V = 7$ h 24 min označimo čas vzida Sonca, s $t_p = 11$ h 51 min čas lokalnega poldneva, s t_Z pa iskani čas zaida Sonca.

Po začetni predpostavki bomo čas zaida Sonca dobili, če bomo času lokalnega poldneva prišteli čas, ki preteče med vzidom Sonca in poldnevom, ki je enak razliki $t_p - t_V$:

$$t_Z = t_p + (t_p - t_V) = 11 \text{ h } 51 \text{ min} + (11 \text{ h } 51 \text{ min} - 7 \text{ h } 24 \text{ min}) = 11 \text{ h } 51 \text{ min} + 4 \text{ h } 27 \text{ min} = 16 \text{ h } 18 \text{ min}.$$

Sonce 2. decembra zaide ob 16. uri in 18 minut.

B4

Zvezdana je predpostavila, da Luna potuje med zvezdami po veliki krožnici - ekliptiki. V enem dnevu se Luna po ekliptiki premakne za $\Delta\varphi = 13,2^\circ$ kar lahko zapišemo z njeno kotno hitrostjo $\omega = 13,2^\circ/\text{dan}$. Luna naredi en obhod okoli Zemlje, ko po ekliptiki naredi 360° . Čas t_0 obhoda Lune okoli Zemlje je potemtakem:

$$t_0 = 360^\circ / \omega = 360^\circ / 13,2^\circ / \text{dan} \doteq 27,27 \text{ dneva} \doteq 27 \text{ dni } 6 \text{ h } 30 \text{ min}.$$

Tekmovalec lahko obhodni čas dobi tudi s sklepnim računom:

1 dan ... $13,2^\circ$

t_0 dni ... 360°

Sledi:

$t_0 = 360/13,2 \text{ dneva} = 27,27 \text{ dneva}$.

Obhodni čas Lune okoli Zemlje je 27,27 dneva.

9. razred

A1. (D) Na severnem in južnem polu Zemlje zvezde ne vzhajajo in ne zahajajo. Tam je nebesni pol v zenitu, zato zvezde okoli njega krožijo vzporedno z obzorjem.

A2. (A) Veliki voz ni ozvezdje. Žirafa, Andromeda in Mikroskop so ozvezdja, Veliki voz pa je asterizem, del ozvezdja Veliki medved. Pri reševanju si lahko pomagamo z vrtljivo zvezdno karto.

A3. (C) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju. Na njej je namreč v večernih urah viden tanek Lunin srp. Ob mlaju je Luna na nebu v bližini Sonca, nato pa se navidezno oddaljuje od njega in postane vidna v večernih urah po zahodu Sonca kot tanek srp.

A4. (B) Na Luni je mnogo več kraterjev kot na Zemlji, ker Luna nima atmosfere, ki bi jo delno ščitila pred padci vesoljskih teles, erozija pa brisala kraterje. Poleg tega je že več milijard let geološko neaktivna, zato tam ni geoloških procesov, ki bi spreminjali površje in kraterje.

A5. (D) Število peg na Soncu je pokazatelj njegove aktivnosti, ki ima periodo približno 11 let.

A6. (C) Kuiperjev pas je območje za Neptunovo orbito, kjer je veliko manjših teles v Osončju.

A7. (A) Na sliki je spiralna galaksija.

A8. (B) Soncu podbone zvezde so pretežno iz vodika in helija, ostali elementi so le v sledovih.

A9. (B) Planetarna meglica je svetleča zunanja lupina zvezd, ki jo ob koncu življenja zvezde izvržejo v okolico.

A10. (D) Starost vesolja je danes ocenjena na približno 13,8 milijarde let.

B1

A Regul 11. decembra vzide ob **22.00**.

B Kastor 1. februarja zaide ob **7.30**.

C Rigel je 1. januarja najvišje na nebu ob **22.30**.

D Ko Arktur vzhaja, je na nebesnem poldnevniku oz. meridianu **Sirij**, najsvetlejša zvezda nočnega neba.

E Sonce 11. januarja zaide ob **16.30**.

F Astronomska noč se 1. marca začne ob **19.30**.

B2

Če bi zvezde krožile okoli Zemlje, bi bil njihov obhodni čas približno $t_0 = 24$ ur. (Opomba. Vrtalna doba Zemlje je sicer 23h 56 min, a to lahko v našem primeru spregledamo.) Pri enakomernem kroženju lahko hitrost v (obodno hitrost), ki je v našem primeru enaka hitrosti svetlobe $v = 300000$ km/s izračunamo iz poti, ki jo zvezde naredijo ob enem obhodu $s = 2\pi r$, kjer je r oddaljenost zvezd od središča kroženja, torej oddaljenost od (središča) Zemlje, in obhodnega časa t_0 :

$$v = s/t_0 = 2\pi r/t_0. (1)$$

Iz enačbe (1) izrazimo iskani r :

$$r = v \cdot t_0 / 2\pi. (2)$$

Preden izračunamo rezultat, moramo urediti še enote, npr. t_0 in v pretvorimo v osnovne enote:

$$t_0 = 24 \text{ ur} = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 86400 \text{ s},$$

$$v = 300000 \text{ km/s} = 300000 \cdot 1000 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

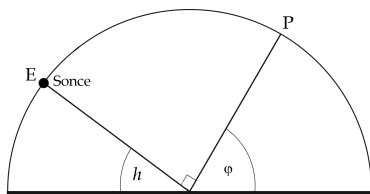
Sledi:

$$r = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 86400 \text{ s} / 2\pi \doteq 4,1 \cdot 10^{12} \text{ m}.$$

Če bi zvezde krožile okoli Sonca s hitrostjo svetlobe in obhodnim časom en dan, bi bile od Zemlje oddaljene $4,1 \cdot 10^{12}$ metrov.

B3

Sonce se med letom navidezno giblje po ekliptiki, zato se mu med letom oddaljenost od nebesnega ekvatorja spreminja za največ $\pm 23,5^\circ$. Ob spomladanskem in jesenskem enakonočju pa je Sonce na nebesnem ekvatorju. Pri reševanju naloge si pomagamo s sliko.



Vodoravna odebeljena črta označuje horizontalno ravnino opazovališča. Opazovalec je v sredi. Polkrog označuje nebesno kroglo, P smer proti nebesnemu polu, E smer proti nebesnemu ekvatorju. Med smerjo proti nebesnemu polu in ekvatorju je pravi kot. Višina pola nad vodoravnico je enaka absolutni vrednosti zemljepisne širine opazovališča φ , torej velja za severno in južno poloblo. h označuje višino ekvatorja nad vodoravnico. Iz slike jasno sledi:

$$180^\circ = h + 90^\circ + \varphi. (1)$$

Ker se Sonce ob enakonočjih nahaja na nebesnem ekvatorju, je takrat njegova opoldanska višina enaka $h = 49^\circ$. Iz enačbe (1) izrazimo iskano zemljepisno širino opazovališča φ :

$$\varphi = 90^\circ - h = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ.$$

Zemljepisna širina opazovališča je 41° .

Ker pa naloga ne pove, če se Zvezdana nahaja na severni ali južni polobli, ima naloga dve rešitvi:

opazovališče je lahko na 41° severne zemljepisne širine ali na 41° južne zemljepisne širine.

Zvezdanin kraj se nahaja na 41° severne zemljepisne širine ali na 41° južne zemljepisne širine.

B4

Goriščna razdalja objektiva daljnogleda $f_{OB} = 1,8$ m, goriščna razdalja okularja $f_{OK} = 12$ mm = 0,012 m. Povečava daljnogleda P je definirana kot razmerje goriščne razdalje objektiva in okularja:

$$P = f_{OB}/f_{OK} = 1,8 \text{ m}/0,012 \text{ m} = 150.$$

Povečava daljnogleda je 150-kratna.

Srednja šola

A1. (C) V Zvezdaninem kraju bo Sonce v zenitu dvakrat letno. Višina Severnice nad obzorjem je namreč približno enaka zemljepisni širini kraja $\varphi = 10^\circ$, kar pomeni, da je kraj v ekvatorialnem pasu med Rakovim in Kozorogovim povratnikom, kjer pride Sonce dvakrat letno v zenit.

A2. (A) Veliki voz ni ozvezdje. Žirafa, Andromeda in Mikroskop so ozvezdja, Veliki voz pa je asterizem, del ozvezdja Veliki medved. Pri reševanju si lahko pomagamo z vrtljivo zvezdno karto.

A3. (D) Fotografija je bila posneta nekaj dni po Luninem mlaju. Na njej je namreč v večernih urah viden tanek Lunin srp. Ob mlaju je Luna na nebu v bližini Sonca, nato pa se navidezno oddaljuje od njega in postane vidna v večernih urah po zahodu Sonca kot tanek srp.

A4. (C) Zemlja se okoli svoje osi zavrti približno v 23 urah in 56 minutah oz. v enem zvezdnem dnevu.

A5. (B) Periodični kometi Jupitrove družine kometov prihajajo predvsem iz Kuiperjevega pasu. Na to lahko sklepamo predvsem iz nagiba njihovih orbit glede na ekliptiko, ki je podoben nagibu orbit teles v Kuiperjevem pasu. Kometi iz Oortovega oblaka imajo poljuben nagib in mnogo daljše obhodne dobe okoli Sonca.

A6. (C) Na H-R diagramu so bele pritlikavke označene s 3. Bele pritlikavke imajo namreč veliko površinsko (efektivno) temperaturo, a sorazmerno majhen izsev v primerjavi s Soncem.

A7. (A) Planetarna meglica je svetleča zunanja lupina zvezd, ki jo ob koncu življenja zvezde izvržejo v okolico.

A8. (D) Sonce se bo ob koncu življenja spremenilo v belo pritlikavko. Njegova masa je namreč premajhna, da bi eksplodiralo kot supernova, katere končna stadija bi bila nevtronska zvezda ali črna luknja. Rdeče pritlikavke pa niso končni stadij v življenju zvezd, temveč zvezde z zelo majhno maso.

A9. (B) Astronomi na prisotnost temne snovi med drugim sklepajo iz hitrosti kroženja zvezd okoli središč galaksij - rotacijske krivulje. Hitrost zvezd v zunanjih območjih galaksij so navadno tako velike, da bi morale ubežati težnosti galaksije, če ne bi bilo v njej približno 10-krat več nevidne temne snovi kot vidne snovi v zvezdah in medzvezdnih oblakih.

A10. (A) Ekvatorialna montaža je na sliki 1. Ekvatorialna montaža je namreč taka montaža, pri kateri je ena od gibljivih osi usmerjena proti nebesnemu polu in se vrti v ekvatorialni ravnini. Montaži na slikah 2 in 3 sta altazimutni (gibanje osi po azimutu in višini), na sliki 3 pa je altazimutna Dobsonova montaža.

B1

A Regul 11. decembra vzide ob 22.00.

B Rigel je 1. februarja najvišje na nebu ob **20.30**.

C Zvezda z deklinacijo 0° in rektascenzijo 4h (med ozvezdjema Bik in Eridan) 1. marca zaide ob **23.30**.

D Sonce 11. januarja zaide ob **16.30**.

E Astronomska noč se 1. februarja začne ob **18.50**.

B2

Izsev zvezde $L = 10^{27} \text{ W}$ je tudi svetlobna moč zvezde. Najmanjša vstopna moč svetlobe, ki jo še zazna oko $P_{\min} = 10^{-17} \text{ W}$, premer zenice očesa $2R = 8 \text{ mm}$ oz. $R = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Gostota svetlobnega toka j pada obratno sorazmerno s kvadratom oddaljenosti r od zvezde. Drugače povedano, ker je med zvezdo in nami prazen prostor, gre skozi površino ($4\pi r^2$) vsake koncentrične krogelne lupine s polmerom r in središčem v zvezdi vsa izsevana energija zvezde. Zato za gostoto svetlobnega toka j na oddaljenosti r od zvezde velja:

$$j = L/4\pi r^2. \quad (1)$$

Najmanjšo gostoto svetlobnega toka $j_{\min}$, ki jo še zazna oko, izrazimo s $P_{\min}$ in površino zenice očesa:

$$j_{\min} = P_{\min}/\pi R^2. \quad (2)$$

Zvezdo bomo še videli, če bo $j = j_{\min}$. Iz enačb (1) in (2) tako sledi:

$$L/4\pi r^2 = P_{\min}/\pi R^2. \quad (3)$$

Iz enačbe (3) izrazimo iskano oddaljenost zvezde:

$$r = R\sqrt{L/4P_{\min}}. \quad (4)$$

$$r = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \sqrt{10^{27} \text{ W} / 4 \cdot 10^{-17} \text{ W}} = 2 \cdot 10^{19} \text{ m}.$$

Zvezdo bi še videli na oddaljenosti $2 \cdot 10^{19}$ metrov.

B3

Čas med zaporednima ščipoma oz. trajanje lunacije $t_L = 29,5$ dneva je sinodska obhodna doba Lune (Luna pride v isto lego glede na Sonce). Za izračun oddaljenosti r Lune imamo še sledeče podatke: težni pospešek na površju Zemlje $g = 10 \text{ m/s}^2$, polmer Zemlje $R = 6400 \text{ km}$ in obhodno dobo Zemlje okoli Sonca $t_Z = 365,25$ dneva.

Oddaljenost Lune od Zemlje izračunamo s Keplerjevim oz. gravitacijskim zakonom za kroženje Lune okoli Zemlje, pri čemer velja, da je gravitacijska sila F_g enaka centripetalni sili F_c :

$$F_g = Gm_L m_Z / r^2, \quad (1a)$$

$$F_c = m_L \omega_{Ls}^2 r, \quad (1b)$$

kjer je G gravitacijska konstanta, m_L masa Lune, m_Z masa Zemlje, ω_{Ls} siderska kotna hitrost Lune okoli Zemlje.

ω_{Ls} izrazimo s siderskim obhodnim časom Lune okoli Zemlje:

$$\omega_{Ls} = 2\pi/t_{Ls},$$

in enačbi (1a) in (1b) izenačimo:

$$Gm_L m_Z / r^2 = m_L (2\pi/t_{Ls})^2 r. \quad (2)$$

Iz enačbe (2) izrazimo iskano oddaljenost Lune od Zemlje:

$$r = \sqrt[3]{Gm_Z t_{Ls}^2 / 4\pi^2}. \quad (3)$$

Vidimo, da za izračun oddaljenosti Lune potrebujemo gravitacijsko konstanto, maso Zemlje in sidersko obhodno dobo Lune okoli Zemlje, ki pa v nalogi niso podane. Produkt gravitacijske konstante in mase Zemlje lahko izrazimo s težnim pospeškom in polmerom Zemlje, saj iz gravitacijskega zakona vemo, da je:

$$g = Gm_Z/R^2. \quad (4a)$$

Iz enačbe (4a) izrazimo ta produkt:

$$Gm_Z = gR^2 \quad (4b)$$

in ga vstavimo v enačbo (3):

$$r = \sqrt[3]{gR^2t_{Ls}^2/4\pi^2}. \quad (5)$$

Siderski obhodni čas Lune pa izrazimo iz sinodskega obhodnega časa in obhodne dobe Zemlje okoli Sonca, ki sta v nalogi podana. Za sinodsko kotno hitrost Lune ω_L velja, da je enaka razliki siderske kotne hitrosti Lune ω_{Ls} in kotne hitrosti Zemlje pri gibanju okoli Sonca ω_Z :

$$\omega_L = \omega_{Ls} - \omega_Z. \quad (6a)$$

Kotne hitrosti izrazimo z obhodnimi časi:

$$2\pi/t_L = 2\pi/t_{Ls} - 2\pi/t_Z \quad (6b)$$

oziroma okrajšano

$$1/t_L = 1/t_{Ls} - 1/t_Z. \quad (6c)$$

Iz enačbe (6c) izrazimo t_{Ls} z znanima količinama:

$$t_{Ls} = t_Z t_L / (t_Z + t_L) = 27,3 \text{ dneva}. \quad (6d)$$

V enačbo (5) vstavimo (6d) in za oddaljenost Lune dobimo končni izraz:

$$r = \sqrt[3]{gR^2t_Z^2t_L^2/4\pi^2(t_Z + t_L)^2} = 3,86 \cdot 10^8 \text{ m} = 386000 \text{ km}.$$

Oddaljenost Lune od Zemlje, izračunana iz podatkov v nalogi, je 386000 km.

Rešitve 6. tekmovanja iz znanja astronomije - državno tekmovanje

7. razred

A1. (C) Severnica je najsvetlejša zvezda v ozvezdju Mali medved in je blizu severnega nebesnega pola.

A2. (B) Uran. Ta planet je leta 1781 odkril William Herschel.

A3. (A) Ekliptika. Sonce je na nebu vedno na krožnici, ki ji pravimo ekliptika - projekcija Zemljine orbite na nebo.

A4. (C) Venera. Ko je Venera vidna na večernem nebu, ji ljudsko pravimo Večernica, ko je vidna na jutranjem nebu pa Danica.

A5. (D) Oseki sledi plima po nekaj več kot 6 urah, saj ima Zemlja dve plimski "izboklini" v smeri proti in stran od Lune. To pomeni, da si plimi sledita v nekaj več kot 12 urah (gibanje Lune okoli Zemlje prispeva, da je si sledita v času približno 12,5 ure), med njima pa je oseka.

A6. (B) Na sliki je Jupitrova luna Evropa z značilnim razpokanim lednim površjem.

A7. (A) Andromedino galaksijo, veliko spiralno galaksijo, lahko vidimo brez teleskopa v ozvezdju Andromeda.

A8. (B) Modrikaste zvezde imajo višjo temperaturo od rdečih zvezd, saj sevajo podobno kot segreta telesa, npr. močno segreta kovina seva modrikasto, hladnejša pa je rdeča.

A9. (D) Temperatura v središču Sonca je ocenjena na 15 milijonov stopinj Celzija.

A10. (A) Newtonov teleskop ima za objektiv vbočeno (konkavno) zrcalo.

B1 Vrtljive karte se lahko med seboj nekoliko razlikujejo, po izkušnjah tekmovalne komisije nikakor ne več kot za 20 minut pri odčitavanju vzhodov in zahodov najsvetlejših zvezd.

A Regul je 10. januarja na nebesnem poldnevniku ob **2.50**.

B Arktur je 1. decembra in tudi vse druge dni v letu **14 ur 50 minut** nad obzorjem.

C Kastor za Riglom vzide **1 uro in 35 minut oz. 95 minut**.

D 11. marca od lokalnega poldneva do zahoda Sonca mine **5 ur 50 minut**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **5 uro 30 minut in 6 ur 10 minut**.

B2

Asterizem Poletni trikotnik tvorijo zvezde Atair (Altair), Vega in Deneb.

B3

Zvezda je najvišje na nebu, ko je na nebesnem poldnevniku, ki teče od severne do južne točke obzorja. Največjo višino Spike označimo z h_{max} .



Slika B3a

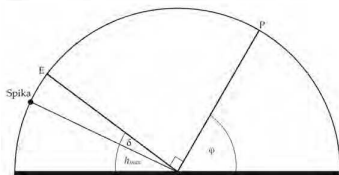
Vrtljivo karto zasukamo za 180° , da lahko z oznakami na nebesnem poldevniku odčitamo največjo višino Spike.



Slika B3b

Največja višina Spike na nočnem nebu je $33^\circ \pm 3^\circ$.

Naloge se lahko lotimo tudi računsko. Za izračun največje višine te zvezde nad obzorjem si pomagamo s skico, kjer je opazovališče v središču polkroga, ki predstavlja nebesni poldnevnik:



Slika B3c

Zemljepisna širina φ je enaka višini severnega nebesnega pola nad severnim obzorjem, kot med smerjo proti nebesnemu ekvatorju E in polom P je 90° .

Z vrtljivo karto odčitamo (glej sliko B3c) deklinacijo Spike $\delta = -11^\circ$.

Ker je Spike na južnem nebu (negativna deklinacija), sledi:

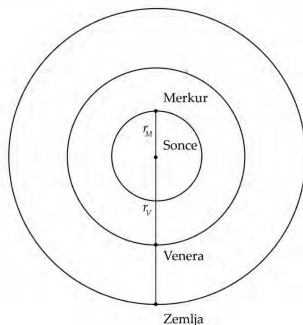
$$180^\circ = \varphi + 90^\circ - \delta + h_{max}.$$

Sledi:

$$h_{max} = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 46^\circ - 11^\circ = 33^\circ.$$

B4

Ko je za opazovalca na Zemlji Merkur v zgornji konjunkciji, Venera pa v spodnji konjunkciji, je položaj planetov tak:



Iz slike sledi, da je razdalja med Venero in Merkurjem d enaka vsoti oddaljenosti Venere od Sonca r_V in oddaljenosti Merkura od Sonca r_M :

$$d = r_V + r_M = 0,72 \text{ a. e.} + 0,39 \text{ a. e.} = 1,11 \text{ a. e.}$$

B5

Premer Sonca $2R_S$ in opazovalec tvorita trikotnik l_S . Kroglica, ki natanko zakrije ploskvico Sonca, in opazovalec pa tvorita drugi trikotnik, podobni trikotnik prvemu. Za podobne trikotnike velja, da so stranice v enakih razmerjih:

$$2R_S / l_S = 2R_K / l_K.$$

Iz tega razmerja izrazimo premer kroglice:

$$2R_K = 2R_S l_K / l_S = 2 \cdot 700000 \text{ km} \cdot 60 \text{ cm} / 150000000 \text{ km} = 0,56 \text{ cm}.$$

8. razred

A1. (C) p. Ob ščipu je osvetljena tista polovica Lune, ki je vidna z Zemlje, kar pomeni, da je Luna na nasprotni strani neba kot Sonce.

A2. (A) Sonce je na nebesnem ekvatorju dvakrat na leto - ob spomladanskem in jesenskem enakonočju.

A3. (D) Venera. Ko je Venera vidna na večernem nebu, ji ljudsko pravimo Večernica, ko je vidna na jutranjem nebu pa Danica.

A4. (D) Korona. Zunanja plast atmosfere Sonca, ki postane vidna ob popolnem Sonem mrku, je korona.

A5. (B) Na sliki je planetarna meglica NGC 6543, znana tudi kot Mačje oko.

A6. (A) Če bi se Zemlja gibala po Venerini orbirti, bi bila Soncu bližje, zato bi bilo to na nebu navidezno večje, torej večje od navideznega premera Lune, zato popolnih Sončevih mrkov ne bi bilo.

A7. (B) Rdeče zvezde imajo nižjo temperaturo od modrih zvezd, saj sevajo podobno kot segreta telesa, npr. močno segreta kovina seva modrikasto, hladnejša pa je rdeča.

A8. (C) Pluton se nahaja v Kuiperjevem pasu.

A9. (A) Merkur ima med naštetimi planeti najredkejšo atmosfero.

A10. (D) Galileo ni videl planeta Urana. Ta planet je leta 1781 odkril William Herschel.

B1 Vrtljive karte se lahko med seboj nekoliko razlikujejo, po izkušnjah tekmovalne komisije nikakor ne več kot za 20 minut pri odčitavanju vzhodov in zahodov najsvetlejših zvezd.

A Regul je 10. januarja na nebesnem poldnevniku ob **2.50**.

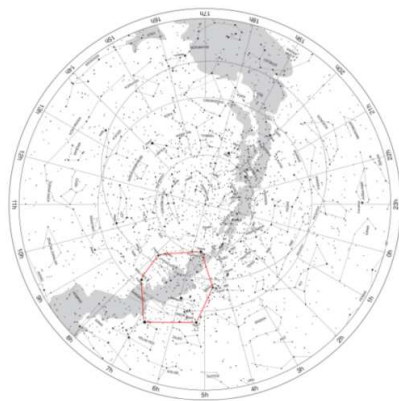
B Arktur je 1. decembra in tudi vse druge dni v letu **14 ur 50 minut** nad obzorjem.

C Kastor za Riglom vzide **1 uro in 35 minut oz. 95 minut**.

D 11. marca od lokalnega poldneva do zahoda Sonca mine **5 ur 50 minut**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **5 uro 30 minut in 6 ur 10 minut**.

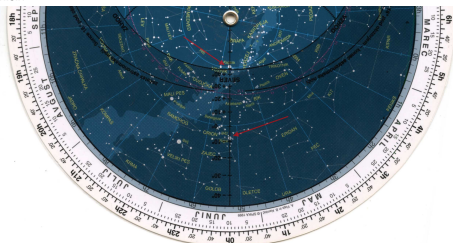
B2

Asterizem Zimski šesterokotnik tvorijo zvezde Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Poluks, Prokion in Sirij.



B3

Ker imata zvezdi Kapela in Rigel enako rektascenzijo, je njuna kotna oddaljenost na nebu φ enaka razliki v deklinacijah, ki ju lahko odčitamo na vrtljivi zvezdni karti. Zvezdi sta na sliki označeni s puščicama.



Za δ_k označimo deklinacijo Kapele, z δ_R pa deklinacijo Rigla, ki ju očitamo s karte:

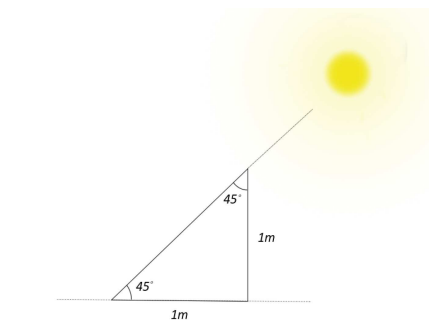
$$\delta_k = 45^\circ \pm 2^\circ$$

$$\delta_R = -8^\circ \pm 2^\circ$$

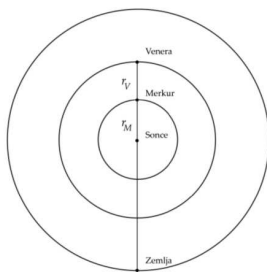
Za kotno razdaljo med njima dobimo:

$$\varphi = \delta_k - \delta_R = 45^\circ + 8^\circ = 53^\circ \pm 4^\circ$$

B4



B5



$$\frac{1}{T} = \frac{1}{P_{Zemlje}} - \frac{1}{P_{Marsa}} = 2,136 \text{ let}$$

Mars bo naslednjič v opoziciji s Soncem čez 2.14 let.

9. razred

- A1. (B) Sonce pride dvakrat letno v zenit.
- A2. (A) V vzhodni elongaciji.
- A3. (D) Lega severnega in južnega nebesnega pola.
- A4. (D) Korona.

A5. (C) Ostanek supernove.

A6. (B) Katalog svetlejših megličastih nebesnih teles.

A7. (A) Težni pospešek na njenem površju bi se povečal.

A8. (D) pritlikave planete.

A9. (C) nevtronske zvezde

A10. (B) Objektiv je bil zbiralna leča.

B1 Vrtljive karte se lahko med seboj nekoliko razlikujejo, po izkušnjah tekmovalne komisije nikakor ne več kot za 20 minut pri odčitavanju vzhodov in zahodov najsvetlejših zvezd.

A Regul je 10. januarja na nebesnem poldnevniku ob **2.50**.

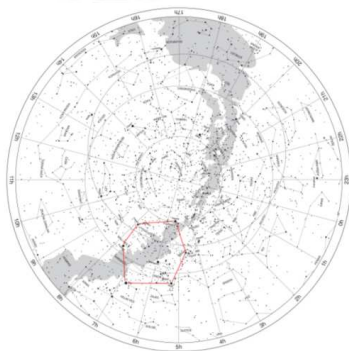
B Arktur je 1. decembra in tudi vse druge dni v letu **14 ur 50 minut** nad obzorjem.

C Kastor za Riglom vzide **1 uro in 35 minut oz. 95 minut**.

D 11. marca od lokalnega poldneva do zahoda Sonca mine **5 ur 50 minut**. Kot pravilni veljajo odgovori v intervalu med **5 uro 30 minut in 6 ur 10 minut**.

B2

Asterizem Zimski šesterokotnik tvorijo zvezde Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Poluks, Prokion in Sirij.



B3

Povečava je definirana kot razmerje goriščnih razdalj objektiv in okularja.

$$f_{\text{objektiv}} = 1500\text{mm}$$

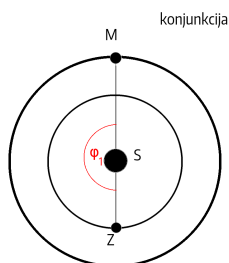
$$M = 130$$

$$f_{\text{okular}} = ?$$

$$M = \frac{f_{\text{objektiv}}}{f_{\text{okular}}} \Rightarrow f_{\text{okular}} = \frac{f_{\text{objektiv}}}{M} = \frac{1500\text{mm}}{130} = 11,54\text{mm} \pm 0,1\text{mm}$$

B4

Ko je za opazovalca na Zemlji Mars v konjunkciji, je položaj planetov tak:



$$\frac{1}{T} = \frac{1}{P_{Zemlje}} - \frac{1}{P_{Marsa}} = 2,136 \text{ let}$$

$$t = \frac{T}{2} = 1.055 \text{ leta}$$

Alternativna rešitev:

$$\varphi_Z(t=0) = 180^\circ$$

$$\varphi_M(t=0) = 0^\circ$$

$$t_Z = 1 \text{ leto}$$

$$t_M = 1.9 \text{ leta}$$

$$\omega_Z = \frac{360^\circ}{t_Z}$$

$$\omega_M = \frac{360^\circ}{t_M}$$

$$\varphi'_M(t) = \varphi_M(t=0) + \omega_M t$$

$$\varphi'_Z(t) = \varphi_Z(t=0) + \omega_Z t$$

$$\varphi'_M(t) = \varphi'_Z(t)$$

$$t = \left| \frac{t_M t_Z}{2(t_Z - t_M)} \right| = 1.055 \text{ leta}$$

B5

$$a_{afelij} = 35,1 a.e.$$

$$a_{perihelij} = 0,59 a.e.$$

$$a_H = \frac{a_{afelij} + a_{perihelij}}{2} = 17,85 a.e. \pm 1 a.e.$$

$$\frac{P_H^2}{a_H^3} = \frac{P_Z^2}{a_Z^3} \Rightarrow P_H = P_Z \sqrt{\frac{a_H}{a_Z}}^3 = 75,4 \text{ leta} \pm 1 \text{ leto}$$

Srednje šole

A1. (B) Sirij, Rigel, Aldebaran, Kapela, Puluks, Prokijon.

A2. (C) Bayerjevo

A3. (A) V zahodni elongaciji.

A4. (D) korona.

A5. (B) 16-krat večji od sedanjega.

A6. (D) 5 parsekov.

A7. (C) nevtronske zvezde

A8. (A) Andromedina galaksija se giblje proti nam.

A9. (B) Newtonov reflektor.

A10. (C) 2,725 K

B1 Vrtljive karte se lahko med seboj nekoliko razlikujejo, po izkušnjah tekmovalne komisije nikakor ne več kot za 20 minut pri odčitavanju vzhodov in zahodov najsvetlejših zvezd.

A 20. decembra se astronomska noč konča ob **5.50**.

B Pomladišče 10. januarja prečka nebesni meridian ob **16.40 minut**.

C Svetla zvezda z rektascenzijo 20h 40 min in deklinacijo približno 45° je **DENE**B.

D 1. marca je Sirij v spodnji kulminaciji ob **8.10**.

B2

• **(A)**

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{P_{Marsa}} - \frac{1}{P_{Zemlje}} = 2,136 \text{ let}$$

Alternativna rešitev:

Ko je za opazovalca na Zemlji Mars v opoziciji, je položaj planetov tak:

Izračunamo lahko čas do konjunkcije in ga pomnožimo z 2:

$$t_Z = 1 \text{ leto}$$

$$t_M = 1.88 \text{ leta}$$

$$\omega_Z = \frac{2\pi}{t_Z}$$

$$\omega_M = \frac{2\pi}{t_M}$$

$$\varphi_M(t) = \omega_M t$$

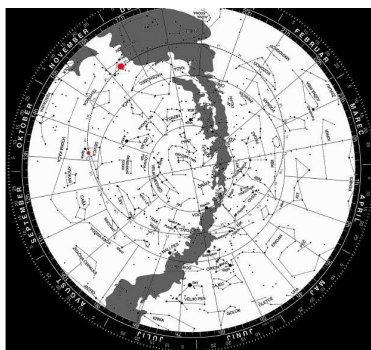
$$\varphi_Z(t) = \omega_Z t + \pi$$

$$\varphi_M(t) = \varphi_Z(t)$$

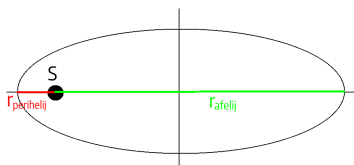
$$t = \left| \frac{t_M t_Z}{t_M - t_Z} \right| = 2,136 \text{ leta}$$

• (B)

Dve leti in $(0, 1361 * 365, 25)$ dneh ponovno opazimo opozicijo: $8.4.2016 + 50 \text{ dni} = 27.5.2016 (\pm 3 \text{ dni})$.



B3



$$a_w = \frac{r_{\text{perihelij}} + r_{\text{afelij}}}{2} = 25000,1 \text{ a.e.}$$

$$\frac{a_w^3}{P_w^2} = \frac{a_{\text{Zemlja}}^3}{P_{\text{Zemlja}}^2} \Rightarrow P = P_{\text{Zemlja}} \sqrt{\frac{a_w}{a_{\text{Zemlja}}}}^3 = 3,95 * 10^6 \text{ let}$$

$$t = \frac{P_{\text{kometa}}}{2} = 1,98 * 10^6 \text{ let}$$

B4

$$\Delta M = 2$$

$$T_1 = 5000 \text{ K}$$

$$T_2 = 6000 \text{ K}$$

1. Prva rešitev:

$$\frac{j_1}{j_2} = 10^{-0,4(M_1 - M_2)} = \frac{\sigma T_1^4 * 4\pi R_1^2}{\sigma T_2^4 * 4\pi R_2^2} = \frac{T_1^4 R_1^2}{T_2^4 R_2^2} = 10^{-0,4(M_1 - M_2)} \quad (1)$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 10^{-0,4(M_1 - M_2)} \quad (2)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{6000}{5000}\right)^2 * 10^{-0,4} \quad (3)$$

2. Druga rešitev:

$$P = j * S = \sigma T^4 * 4\pi R^2 \quad (4)$$

$$\frac{j_1}{j_2} = 2,512^{\Delta M} = \frac{P_1 2\pi d_1^2}{P_2 2\pi d_2^2} = \frac{P_1}{P_2} \quad (5)$$

$$\frac{\sigma T_1^4 * 4\pi R_1^2}{\sigma T_2^4 * 4\pi R_2^2} = 2,5^2 \quad (6)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 2,5 \frac{T_2^2}{T_1^2} = 1,75 \quad (7)$$

3. Tretja rešitev:

$$M_1 - M_2 = -2,5 \log \frac{j_1}{j_2} \quad (8)$$

$$j_1 = \frac{L_1}{4\pi d_1^2} \quad (9)$$

$$M_1 - M_2 = -2,5 \log \frac{L_1}{L_2} \frac{4\pi d_2^2}{4\pi d_1^2} = -2,5 \log \frac{L_1}{L_2} \quad (10)$$

$$L_1 = \sigma T_1^4 * 4\pi R_1^2 \quad (11)$$

$$\Delta M = -2,5 \log \frac{\sigma T_1^4 * 4\pi R_1^2}{\sigma T_2^4 * 4\pi R_2^2} = -10 \log \frac{T_1}{T_2} - 5 \log \frac{R_1}{R_2} \quad (12)$$

$$\log \frac{R_2}{R_1} = \frac{\Delta M + 10 \log \frac{T_1}{T_2}}{5} = \frac{1,208}{5} = 0,242 \quad (13)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 10^{\frac{2+10 \log \frac{5000}{6000}}{5}} = 10^{0,242} = 1,74 \quad (14)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 10^{\frac{-2+10 \log \frac{6000}{5000}}{5}} = 10^{-0,242} = 0,57 \quad (15)$$