

Tekmovanja

Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2013/14

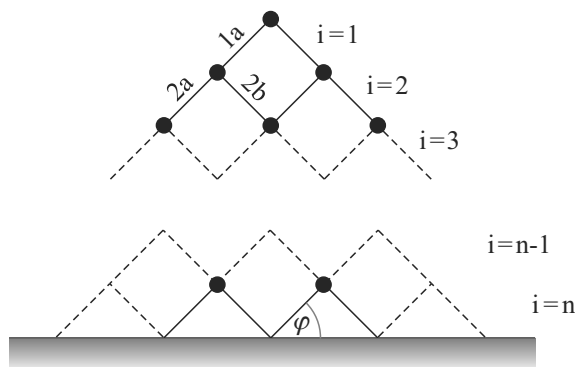
Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. V trenutno veljavni prometni zakonodaji je omejitev hitrosti v naselju 50 km/h , včasih pa je bila 60 km/h . V nalogi nas zanima, kako sprememba prometnih predpisov vpliva na varnost v prometu. Obravnavamo dogodek, ko se želi voznik zaradi nepričakovane situacije čim hitreje ustaviti. Za reakcijski čas voznika vzamemo 1 s ; to je čas, ki mine od zaznave nepričakovane situacije do začetka voznikovega zaviranja.
 - a) Kolikšno pot prevozi avtomobil od trenutka, ko zazna voznik nepričakovano situacijo v prometu, pa do zaustavitve, če je prej vozil s konstantno hitrostjo 50 km/h ? Med zaviranjem je pojemek avtomobila 12 m/s^2 .
 - b) Isti avtomobil vozi po isti cesti s hitrostjo 60 km/h in voznik zazna nepričakovano situacijo v prometu. S koliko hitrostjo še vozi avtomobil na razdalji, ki je enaka prevoženi poti iz primera a)?

Prometni predpisi pri slabših vremenskih pogojih ne določajo dodatnih kvantitativnih omejitev. V teh primerih moramo hitrost prilagoditi pogojem na cesti.

- c) S koliko hitrostjo še smemo voziti po zasneženi cesti, da bo pot od zaznave do zaustavitve enaka kot v primeru a)? Na zasneženi cesti je pojemek avtomobila med zaviranjem 3 m/s^2 .
2. Navpična simetrična struktura na sliki je sestavljena iz majhnih kroglic z maso 150 g in togih nosilcev z zanemarljivo maso. Posamezen nosilec zdrži silo 12 N . Temeljni nosilci so vpeti v podlago. Kot φ na sliki je 45° .
 - a) Nariši sile na kroglico na vrhu strukture in izračunaj silo, s katero nosilec (1a) deluje na kroglico.
 - b) Nariši sile na kroglico, ki je v stičišču nosilcev (1a), (2a) in (2b), in izračunaj sili na nosilca (2a) in (2b).
 - c) Iz največ koliko nadstropij (n na sliki) je lahko sestavljena struktura, da temeljni nosilci še zdržijo?



3. Lahka elastika z dolžino 0,5 m in s prožnostnim koeficientom 5 N/m visi s stropa. Na spodnje krajišče elastike pritrdimo majhno kroglico z maso 50 g. Na elastiko namestimo še eno kroglico z enako maso, ki lahko brez trenja drsi po elastiki. Dvignemo jo do stropa in spustimo.

- a) Do kolikšne največje dolžine se raztegne elastika po prožnem trku kroglic? [Če veš, kolikšni sta hitrosti dveh enakih teles po prožnem centralnem trku, pri čemer je eno telo pred trkom mirovalo, ta rezultat lahko uporabiš in ti ga ni treba dokazati.]

Pritrjeno kroglico s spodnjega krajišča elastike odstranimo in tam naredimo lahek majhen vozel (dolžina visečega dela elastike se zanemarljivo malo spremeni), tako da druga kroglica ne more zdrsniti z elastike. Drugo kroglico spet dvignemo do stropa in spustimo.

- b) Do kolikšne največje dolžine se raztegne elastika?

Skupina II

1. Čaj navadno pripravimo tako, da vodo zavremo, nato jo nalijemo v skodelico s čajnim filtrom in počakamo, da se ohladi, preden ga spijemo. Ko se nam mudi, bi radi čaj na hitro ohladili. Poleg skodelice s čajem vzamemo še eno enako prazno skodelico ter čaj prelivamo iz ene v drugo, pri čemer skodelico, ki je v danem koraku prazna, ohladimo na temperaturo vode iz pipe, preden vanjo spet nalijemo čaj. V vsakem koraku počakamo, da se vzpostavi toplotno ravnovesje. Na ta način temperatura zelo hitro pada s koraki prelivanja.

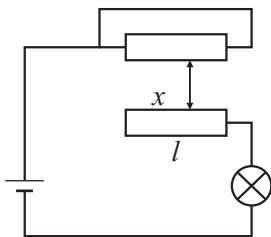
V skodelici z maso $m_s = 300$ g je čaj z maso $m = 200$ g in začetno temperaturo $T_0 = 90^\circ\text{C}$. Temperatura vode iz pipe je $T_p = 15^\circ\text{C}$, specifična toplota snovi, iz katere je skodelica, je $c_s = 1000$ J/kgK in specifična toplota čaja $c = 4200$ J/kgK. Toplotne izgube v okolico in spremembo mase čaja zaradi izhlapevanja zanemarimo.

- a) Kolikšna je temperatura čaja T_1 po tem, ko ga enkrat prelijemo v skodelico, ki je ohlajena na temperaturo vode iz pipe?

- b) Rezultat iz a) zapišemo v obliki $T_1 = \alpha T_0 + \beta$. Kolikšna sta koeficienta α in β ?
- c) S pomočjo rezultata pri b) izračunaj temperaturo čaja po treh prelitjih.
2. V laboratoriju uporabljajo v bazenu s kemično čisto vodo poseben merilni sistem, ki opozarja na morebitno naraščanje vodne gladine. Del sistema je ploščati kondenzator, sestavljen iz dveh navpičnih ravnih vzporednih kovinskih plošč, ki sta široki 0,5 m, visoki 3 m in medsebojno razmaknjeni 0,5 cm. Pri normalni višini gladine vode v bazenu je pod vodo ravno 1 m plošč. Med ploščama je napetost 1000 V, zaporedno z izvirom pa je vezan tudi ampermeter.
- a) Kolikšna je kapaciteta kondenzatorja pri normalni gladini vode?
- b) Dežurni delavec je opazil, da kaže ampermeter konstanten tok $3,5 \mu\text{A}$. Kolikšna je hitrost dviganja gladine vode v bazenu?

Dielektričnost vode je $\varepsilon = 80$. Če je v kondenzatorju snov z dielektričnostjo ε , se kapaciteta kondenzatorja poveča za faktor ε v primerjavi s praznim kondenzatorjem. Influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$.

3. Dva enaka linearna upornika (upor je premo sorazmeren z dolžino) z dolžino l in maksimalnim uporom po $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ sta zvezana z žarnico in baterijo, kot kaže slika. Oba drsnika na upornikih uravnavamo s skupnim vrtljivim gumbom, ki hkrati določa enaka položaja drsnikov.
- a) Nariši nadomestno vezje. Vrednosti uporov v nadomestnem vezju izrazi z R_0 , x in l .
- b) V kakšnem razmerju (x/l) mora drsnik deliti upornika, da bo žarnica svetila z nazivno močjo $0,1 \text{ W}$? Žarnica sveti z nazivno močjo, ko je na njej napetost 6 V . Napetost baterije je 12 V , notranji upor baterije pa je zanemarljiv.



Skupina III

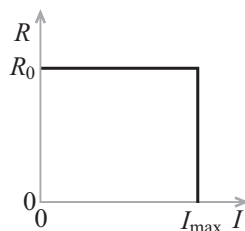
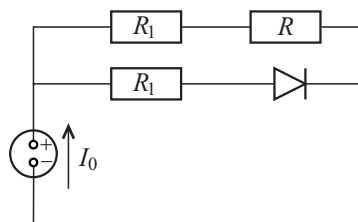
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Kolesar se pelje po ravni cesti s konstantno hitrostjo 5 km/h . Vozi v šesti prestavi, v kateri je razmerje med številom zob sprednjega in zadnjega verižnika $34/17$. Izbira pa lahko še med petimi zadnjimi verižniki, ki imajo po vrsti 20, 23, 26, 29 in 32 zob (kolo ima skupaj šest prestav). V razdalji 10 m pred vznožjem klanca z naklonom 20° prične poganjati pedala s konstantnim navorom 100 Nm .

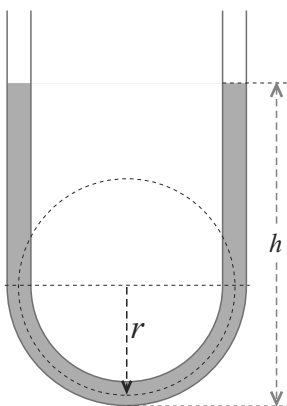
- a) S kolikšnim pospeškom se giblje med poganjanjem pedala pred vznožjem klanca?
- b) Kolikšno hitrost doseže ob vznožju klanca?
- c) Kolikšno pot vzdolž klanca prevozi, preden se ustavi, če poganja pedala ves čas s konstantnim navorom 100 Nm ?
- d) V katero naslednjo (nižjo) prestavo mora prestaviti, da se ne bo ustavil?

Masa kolesarja skupaj s kolesom je 60 kg , polmer zadnjega kolesa je 30 cm . Trenje v ležajih in zračni upor zanemari.

2. V vezju so generator stalnega toka (tokovni izvir), dioda in upori. Generator poganja, ne glede na obremenitev, ves čas konstanten tok $I_0 = 100 \text{ mA}$. Upor diode je odvisen od toka, ki teče skozi diodo, kot kaže graf na sliki; dokler ne preseže mejnega toka $I_{\max} = 10 \text{ mA}$, ima konstanten upor $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$, nato pa pade upor na nič. Upor $R_1 = 10 \Omega$.
 - a) Kolikšna moč se porablja na uporniku R , če ima upor 50Ω ?
 - b) Kolikšna pa, če ima upor 150Ω ?
 - c) Kolikšen mora biti R , da bo porabljal največjo moč?



3. Cev z okroglim presekom, ki ima notranji polmer 1 cm , zavijemo za kot 180° , v obliko črke U. Cev je v zavoju oblikovana tako, da poteka po polkrogu z radijem $r = 6 \text{ cm}$ v sredini cevi (glej sliko).
 - a) V U cev nalijemo vodo do višine $h = 15 \text{ cm}$, merjeno od najnižje točke cevi. S kolikšno frekvenco zaniha voda v cevi, če jo malo izmaknemo iz ravnovesne lege (na primer v eno ustje rahlo pihnemo)?
 - b) Eno ustje cevi neprodušno zamašimo. Kolikšna je sedaj frekvenca nihanja, če je cev zamašena na višini 20 cm od najnižje točke cevi, drugo ustje cevi pa pustimo odprto? *Namig:* spremembe so hitre, za majhne x velja $(1+x)^{-a} \approx 1 - ax$.



Gostota vode je 1000 kg/m^3 , zračni tlak je 1 bar, razmerje specifičnih toplot za zrak je $\kappa = 1,4$.

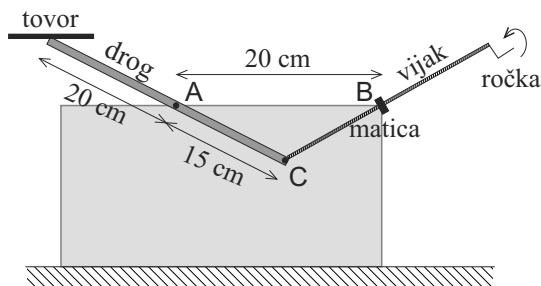
Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2013/14

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

- Na ravni cesti sta zaporedna semaforja med seboj oddaljena 15 m. Na obeh semaforjih gori rdeča luč. Ko se prižge zelena luč, potrebuje prvi avtomobil v koloni 1 s da spelje, vsak naslednji avtomobil v koloni pa spelje z enako zamudo za svojim predhodnikom. Vsi avtomobili speljejo s pospeškom 2 m/s^2 in vozijo enakomerno pospešeno do hitrosti $v_0 = 50 \text{ km/h}$, potem pa vozijo s konstantno hitrostjo. Dolžina posameznega avtomobila je 4 m, razdalja med avtomobili v stoječi koloni pa je zanemarljiva. Smer vožnje na cesti je od prvega proti drugemu semaforju.
 - Pred drugim semaforjem čakata dva avtomobila. Zelena luč se prižge in avtomobila speljeta. Kolikšna je razdalja med avtomobiloma po tem, ko oba dosežeta hitrost v_0 in vozita enakomerno?
 - Prižiganje zelene luči na obeh semaforjih je urejeno tako, da se kolona avtomobilov, ki čaka na prvem semaforju, lahko priključi koloni avtomobilov z drugega semaforja. Pred drugim semaforjem čakata dva avtomobila. Koliko časa pred oziroma za prižigom zelene luči na drugem semaforju se naj prižge zelena luč na prvem semaforju, da se bo prvi avtomobil v koloni s prvega semaforja priključil koloni z drugega semaforja? Priključitev h koloni pomeni, da je razdalja med njim in drugim avtomobilom z drugega semaforja enaka kot v a).
- Pritrjena ročna dvigalka je sestavljena iz lahkega dvižnega droga, ki je v točki A vpet v os, spodaj pa ga v točki C podpira lahek vijak, vpet v matico v točki B. Matica zadržuje vijak in je vrtljivo vpeta v ohišje, tako da deluje kot os. S pomočjo

ročke privijamo ali odvijamo vijak in s tem dvigamo ali spuščamo tovor z ravnim gladkim površjem z maso 500 kg. Tovor dvignemo do take višine, da dvizni drog in podporni vijak oklepata enaka kota z vodoravnico.



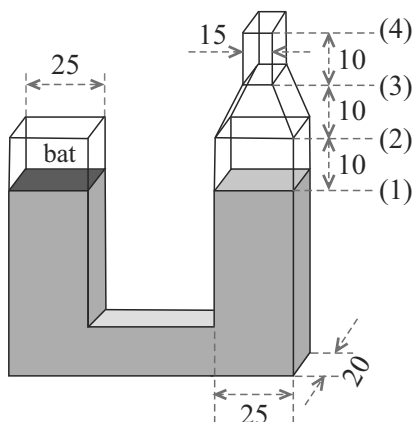
- S kolikšno silo v tem primeru vijak podpira dvizni drog v točki C? Nosilka te sile je premica, ki jo določata točki B in C.
- Kolikšna je velikost sile, ki deluje na os v točki A?

Mogoče boš potreboval zvezo $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

- Avtomobilček poganja motor, ki skrbi, da se kolesa s polmerom 1 cm vrtijo s konstantno kotno hitrostjo $\omega = 50 \text{ s}^{-1}$. Avtomobilček s prižganim motorjem in vrtečimi kolesi položimo na tla. Koeficient trenja med kolesi in tlemi je 0,4.
 - Kolikšno največjo hitrost doseže avtomobilček?
 - Kolikšno pot prevozi 0,3 s po tistem, ko ga položimo na tla?

- Slika prikazuje vodno tehtnico. Breme položimo na bat, ki pritiska na vodo v levem kraku, nato pa v ravnovesnem stanju opazujemo višino vodnega stolpca v desnem kraku. Dimenzije tehtnice so označene na sliki (enota je cm), gostota vode je 1000 kg/m^3 . Pri neobremenjenem batu sega voda do oznake (1), ki predstavlja referenčno vrednost ($h_1 = 0 \text{ cm}$).

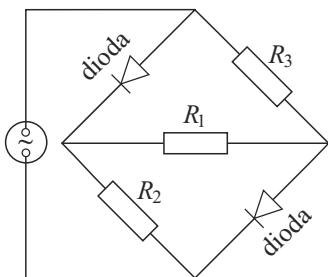
Določi, pri katerih masah bremena sega voda do oznake (2): $h_2 = 10 \text{ cm}$, (3): $h_3 = 20 \text{ cm}$ in (4): $h_4 = 30 \text{ cm}$.



Skupina II

1. Vezje na sliki je priključeno na izvir s sinusno izmenično napetostjo z zanemarljivim notranjim uporom. Amplituda sinusne napetosti je 180 V, uporniki pa imajo upore $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ in $R_2 = R_3 = 5 \text{ k}\Omega$. Dve enaki diodi na sliki sta idealni: ko teče tok skozi diodo v eno smer, je njen upor zanemarljivo majhen, ko teče v drugo smer, pa neskončno velik.

Kolikšno povprečno moč porablja upornik R_1 ?



2. V hiši se nahajata dve stanovanji, ki sta pregrajeni z notranjo steno. Poleg notranje ima vsako stanovanje še tri zunanje stene. Pozimi, ko je zunanja temperatura -10°C , je v vsakem od stanovanj vklopljena električna peč. Električni peči delujeta z enako močjo, tako da vzdržujeta konstantno temperaturo 20°C v obeh stanovanjih. Sosed med počitnicami odide na smučanje, zato električno peč v svojem stanovanju izklopi.

- a) Kolikšni bi bili temperaturi v našem in sosedovem stanovanju v času njegove odsotnosti, če moči električne peči v našem stanovanju ne spremenimo?
- b) Za koliko % se poveča električna poraba v našem stanovanju ob sosedovi odsotnosti, če nastavimo termostat v svojem stanovanju na 20°C ?

Upoštevaj, da so vse stene iz istega materiala in da je površina vsake od zunanjih sten enaka površini notranje, pri čemer so zunanje stene dvakrat debelejše od notranje. Prevajanje toplote skozi tla in strop zanemari.

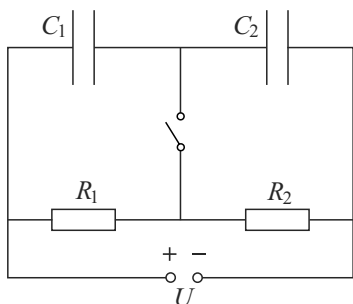
3. Daljnovod je žica, ki na višini 10 m nad tlemi poteka v smeri sever-jug. Po žici teče enosmerni tok v smeri proti severu.

- a) Kompas postavimo na ravna tla, natančno pod daljnovod. Kolikšen tok teče po daljnovodu, če se igla odkloni za kot 15° od smeri sever-jug?
- b) Kolikšen pa je odklon igle, če se s kompasom premaknemo za 15 m v pravokotni smeri glede na daljnovod? (Kompas je tudi v tem primeru na tleh.)

Zemeljsko magnetno polje kaže proti severu in ima vodoravno komponento veliko $20 \mu\text{T}$. Kompas ves čas držimo vzporedno s tlemi, tako da kaže smer vodoravne komponente magnetnega polja. Indukcijska konstanta je $\mu_0 = 4\pi \text{ d. e.} -7 \text{ Vs/Am}$.

4. Vezje na sliki, s kondenzatorjema $C_1 = 100 \mu\text{F}$, $C_2 = 50 \mu\text{F}$, in upornikoma $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 56 \text{ k}\Omega$, priključimo na napetost $U = 12 \text{ V}$.

- Kolikšna sta napetosti in naboja na kondenzatorjih, ko stikalo ni sklenjeno?
- Stikalo sklenemo in počakamo, da se napetosti ne spreminjajo več s časom. Kolikšna sta sedaj napetosti in naboja na kondenzatorjih?
- Kolikšen naboj in katerega predznaka se je po sklenitvi pretočil skozi stikalo?



Skupina III

- V sončnem sistemu obstaja več Lagrangeovih točk. V teh točkah je zaradi drugih teles (na primer Zemlje) tolikšna gravitacija, da je obhodni čas satelita okrog Sonca v tej točki ravno enak enemu letu. Tako se na primer 2. Lagrangeova točka (L2) nahaja v Zemljini senci, (na premici, ki gre skozi središči Sonca in Zemlje), kjer satelitov ne moti sevanje Sonca in lahko proučujejo lastnosti vesolja. Koliko je L2 oddaljena od Zemlje?

Zemlja je na oddaljenosti $1,50d$ e.11 m od Sonca, leto traja 365 dni, masa Sonca je $2,0d$ e.30 kg, masa Zemlje je $6,0d$ e.24 kg, gravitacijska konstanta je $G = 6,67d$ e.-11 Nm^2/kg^2 . Lahko predpostaviš, da je razdalja med Zemljo in L2 veliko manjša kot razdalja med Soncem in Zemljo. Mogoče boš potreboval zvezo $\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1 - 2x$ za $x \ll 1$.

- Enaka naloga kot II/3.
- Zabojnik za smeti z višino 100 cm prevrnemo na bok. Pokrov je vpet v ležaj s polzasto vzmetjo, ki je nenapeta, ko je pokrov odprt za 90° , kot kaže slika. Vektor težnega pospeška na sliki kaže smer navpičnice. Pokrov zapremo, če nanj delujemo z navorom 10 Nm. Vztrajnostni moment palice z maso m in dolžino l okrog osi skozi središče je $\frac{1}{12}ml^2$.



- Določi sučni koeficient D polzaste vzmeti ($M = D\varphi$).

- b) S kolikšnim nihajnim časom pokrov zaniha, če ga izmaknemo iz mirovne lege? Zabochnik je precej težji od svojega pokrova, ki je kvadratna plošča s stranico 30 cm in maso 1 kg.
- c) Pokrov odpremo za 180° . Na dnu zabochnika (na ploskvi nasproti pokrovu), se nahaja muha. S kolikšno najmanjšo hitrostjo v mora poleteti ven, da ne bo več v zabochniku, ko ga pokrov prvič zapre?
4. Neke hladne zimske noči položimo 2,5 cm debelo grafitno ploščo na ledeno podlago s temperaturo 0°C . Nebo seva pri temperaturi -15°C . Albedo (odbojnost) jasnega neba je 0,35, oblačnega pa 0,05.
- a) Kolikšno temperaturo izmerimo na površini grafitne plošče v jasni noči?
- b) Oцени delež neba, ki ga zakrivajo oblaki, če termometer pokaže temperaturo $T = -0,036^\circ\text{C}$. Predpostavi, da so oblaki po celém nebu posejani enakomerno (med njimi pa je jasno nebo).

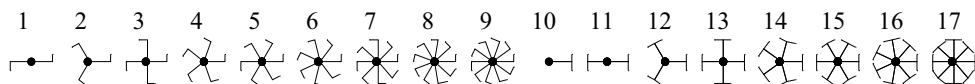
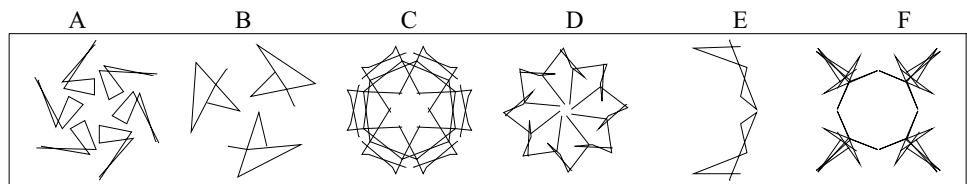
Toplotna prevodnost grafita je 70 W/mK . Grafitno ploščo lahko obravnavamo kot črno telo. Izmenjavo toplote z okoliškim zrakom zanemari. Za $\Delta T \ll T$ velja $(T + \Delta T)^4 \approx T^4 + 4T^3\Delta T$. Stefan-Boltzmannova konstanta je $5,67\text{d. e.} - 8\text{ W/m}^2\text{K}^4$.

24. šolsko tekmovanje iz razvedrilne matematike

Naloge do vključno 5. razreda osnovne šole

1. Simetrija

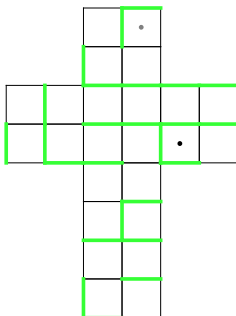
Vsako od šestih slik v zgornji vrstici poveži z ustrezno sliko v spodnji vrstici in izpolni spodnjo preglednico!



A	B	C	D	E	F

2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.



3. Sudoku

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 4 tako, da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopala vsa štiri števila!

		4	3
B	C	C	A
A	D	A	A
C	D	D	D
1			
B	B	B	C

4. Josip Plemelj

Letošnje tekmovanje je posvečeno 140. obletnici rojstva matematika Josipa Plemlja. Plemelj je živel kar 93 let in pol. Napiši letnico njegove smrti, če veš, da se je rodil 11. decembra.

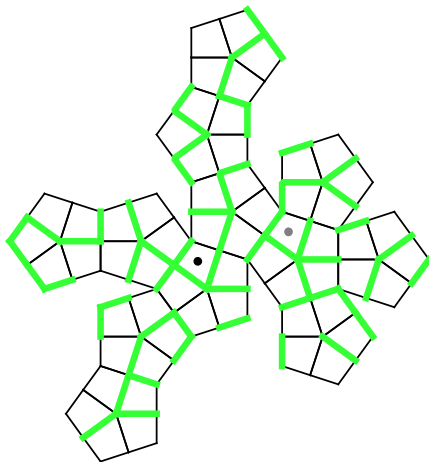
5. Futošiki

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 4 tako, da bodo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopala vsa štiri števila. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratih.

	<		4		
	<			>	
	>		<	2	
		>		2	

2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

5. Futoški

V vsak prazen kvadrateg vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh pet števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.

				>		
	>				3	
		5		>	1	
	>		2	>		
		>			>	4

6. Josip Plemelj (1873-1967)

Koliko je x , če je bil Plemelj star x let leta $49x - 47$?

7. Gobelin

Dana je mreža kvadratkov (gobelin). Nekatere kvadratke moramo pobarvati. Število števil ob desnem robu vsake vrstice in pod vsakim stolpcem pove, koliko skupin pobarvanih kvadratkov je v posamezni vrstici oziroma stolpcu. Številke pa povedo, koliko zaporednih pobarvanih kvadratkov je v posamezni skupini. Med dvema skupinama pobarvanih kvadratkov mora biti vsaj en nepobarvan kvadrateg. (Na primer: 1, 2, 3 ob robu vrstice pomeni, da so v tisti vrstici tri skupine pobarvanih kvadratkov, prva skupina ima 1, druga 2, tretja pa 3 pobarvane kvadratke.) Če kvadrateg zanesljivo ni pobarvan, ga lahko označiš z x . Pobarvaj gobelin!

								4
								2, 2
								2
								3
								2
								1
								2, 2
								4
1	2	1	2	1	7	3		
		1	1	2				
			1	2				

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico. V nalogi nastopajo štirje domačini, ki jih označujemo z A, B, C in D. A, B in C so dali po eno izjavo.

- A: Če je B oproda, potem je C oproda.
- B: D je vitez, če in samo če je A oproda.
- C: B je oproda in A je vitez.

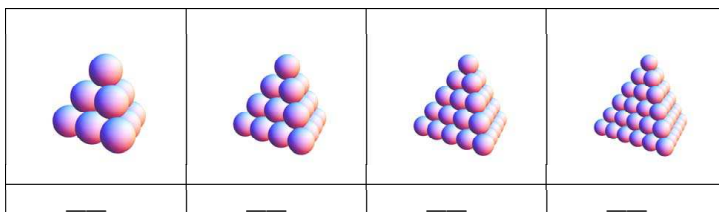
Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

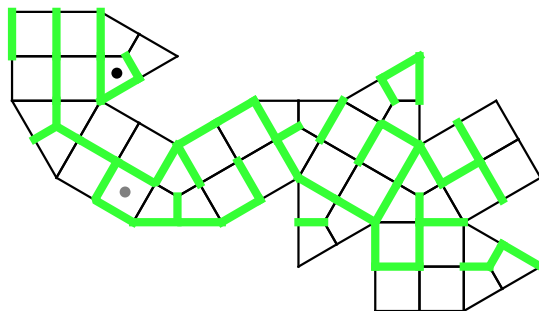
1. Število krogel

V preglednico vpiši število krogel v skladu.



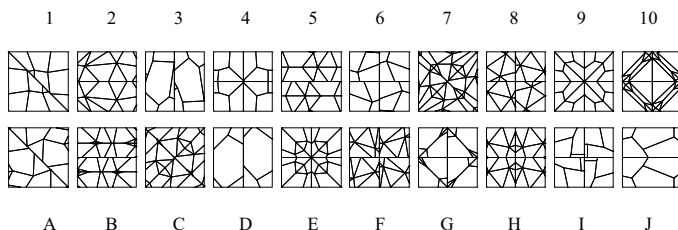
2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže. Določi še število mejnih ploskev, robov in oglišč poliedra.



3. Kristalografske grupe

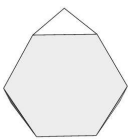
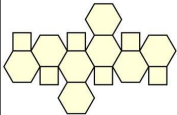
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

5. Futošiki

V vsak prazen kvadraterk vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh pet števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.

	<		<		>		
2						>	
	2						1
1		<		>		<	

6. Josip Plemelj (1873-1967)

Koliko je x , če je bil Plemelj star x let leta $51x + 23$?

7. Gobelin

Dana je mreža kvadratkov (gobelin). Nekatere kvadratke moramo pobarvati. Število števil ob desnem robu vsake vrstice in pod vsakim stolpcem pove, koliko skupin pobarvanih kvadratkov je v posamezni vrstici oziroma stolpcu. Številke pa povedo, koliko zaporednih pobarvanih kvadratkov je v posamezni skupini. Med dvema skupinama pobarvanih kvadratkov mora biti vsaj en nepobarvan kvadraterk. (Na primer: 1, 2, 3 ob robu vrstice pomeni, da so v tisti vrstici tri skupine pobarvanih kvadratkov, prva skupina ima 1, druga 2, tretja pa 3 pobarvane kvadratke.) Če kvadraterk zanesljivo ni pobarvan, ga lahko označiš z x . Pobarvaj gobelin!

							3
							1, 1
							1, 1, 1, 1
							1, 1
							1, 1
							1, 3, 1
							1, 1
							3
4	1	1	1	1	1	1	4
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
				1		1	

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. A, B, C, D in E so dali po eno izjavo.

A: C je oproda ali je B oproda.

B: E je vitez ali je C oproda.

C: E je vitez, če in samo če je A vitez.

D: F je oproda in C je oproda.

E: F je oproda ali je C vitez.

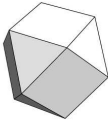
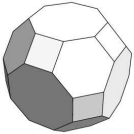
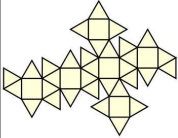
Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F

Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Poliedri

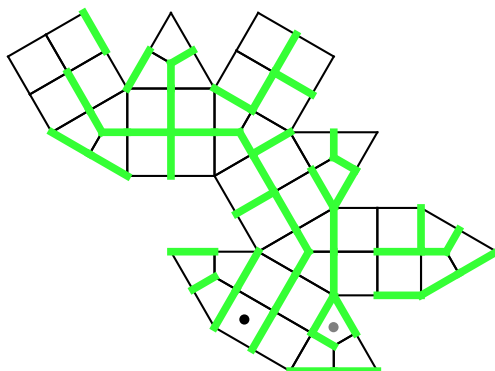
Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

2. Labirint na mreži

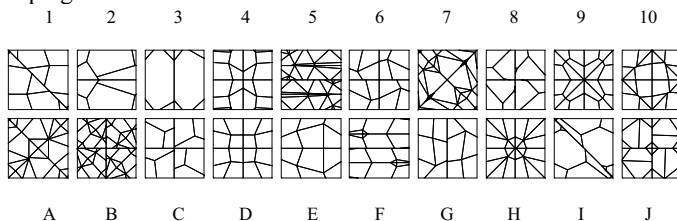
Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom.

Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže. Določi še število mejnih ploskev, robov in oglišč telesa!



3. Kristalogrfske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

[illegible]

4. Prostornina in površina poševne prizme

Koliko je površina in prostornina poševne enakorobne tristrane prizme, če je ena stranska mejna ploskev kvadrat, dve pa sta romba z enim kotom 60° ? Dolžina roba je 1.



5. Josip Plemelj (1873-1967)

Koliko je x , če je bil Plemelj star x let leta $x^2 - 19$?

6. Gobelin

Dana je mreža kvadratkov (gobelin). Nekatere kvadratke moramo pobarvati. Število števil ob desnem robu vsake vrstice in pod vsakim stolpcem pove, koliko skupin pobarvanih kvadratkov je v posamezni vrstici oziroma stolpcu. Številke pa povedo, koliko zaporednih pobarvanih kvadratkov je v posamezni skupini. Med dvema skupinama pobarvanih kvadratkov mora biti vsaj en nepobarvan kvadrateg. (Na primer: 1, 2, 3 ob robu vrstice pomeni, da so v tisti vrstici tri skupine pobarvanih kvadratkov, prva skupina ima 1, druga 2, tretja pa 3 pobarvane kvadratke.) Če kvadrateg zanesljivo ni pobarvan, ga lahko označiš z x. Pobarvaj gobelin!

A 10x10 grid with numbers 1-5 at the bottom and coordinate pairs on the right.

										3, 3
										2, 1, 4
										1, 4
										1, 3
										3
										2, 2
										1, 1
										2, 1
3	1	1	1	5	4	2	2	2	2	
	1	3	4			2	1			

7. Futošiki

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh šest števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkah.

		4	>		
1		5	>	<	<
	<	<		6	4
	>	2			
4			<	>	3

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. A, B, C, D in E so dali po eno izjavo.

A: E je oproda ali je C vitez.

B: F je oproda in D je oproda.

C: A je oproda ali je B oproda.

D: A je vitez in B je vitez.

E: Če je F vitez, potem je C oproda.

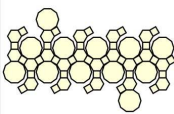
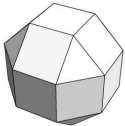
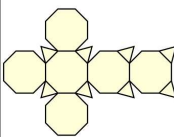
Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole

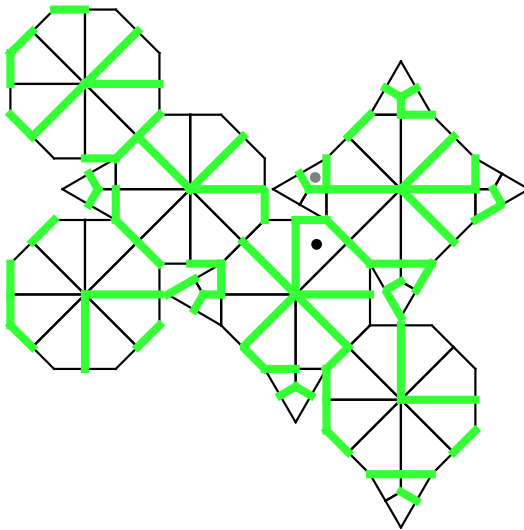
1. Poliedri

Dani so trije poliedri. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder			
Število mejnih ploskev			
Število oglišč			
Število robov			

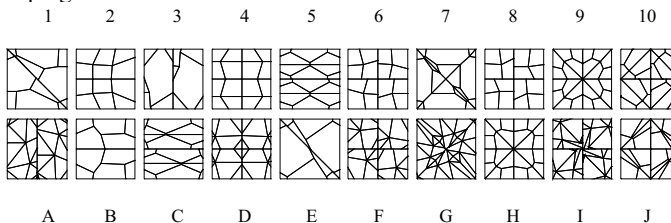
2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.



3. Kristalografske grupe

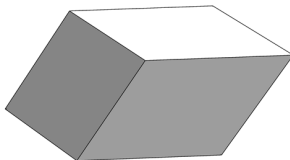
Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Prostornina in površina romboedra

Koliko je površina in prostornina romboedra, če so vse mejne ploskve rombi z enim kotom 60° ? Dolžina roba je 1.



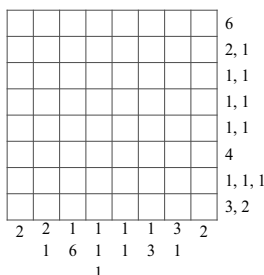
Prostornina telesa je _____. Površina telesa je _____.

5. Josip Plemelj (1873-1967)

Koliko je x , če je bil Plemelj star x let leta $x^2 - 139x + 5873$?

6. Gobelin

Dana je mreža kvadratkov (gobelin). Nekatere kvadratke moramo pobarvati. Število števil ob desnem robu vsake vrstice in pod vsakim stolpcem pove, koliko skupin pobarvanih kvadratkov je v posamezni vrstici oziroma stolpcu. Številke pa povedo, koliko zaporednih pobarvanih kvadratkov je v posamezni skupini. Med dvema skupinama pobarvanih kvadratkov mora biti vsaj en nepobarvan kvadrater. (Na primer: 1, 2, 3 ob robu vrstice pomeni, da so v tisti vrstici tri skupine pobarvanih kvadratkov, prva skupina ima 1, druga 2, tretja pa 3 pobarvane kvadratke.) Če kvadrater zanesljivo ni pobarvan, ga lahko označiš z x. Pobarvaj gobelin!



7. Futošiki

V vsak prazen kvadrater vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh šest števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratih.

				1	
4	>		>		5
			>		
>		6		<	
<	3		<		4
>		>		>	

8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa sedem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F in G. A, B, C, D, E in F so dali po eno izjavo:

- A: C je oproda in F je vitez.
- B: D je oproda ali je C oproda.
- C: B je vitez in A je oproda.
- D: E je oproda, če in samo če je G oproda.
- E: C je vitez ali je G oproda.
- F: A je oproda in E je oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

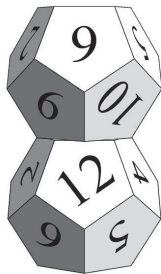
A	B	C	D	E	F	G

24. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi sta postavljeni dve enaki kocki. Poišči skupno vsoto tistih števil na obeh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!



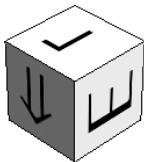
Račun:

Skupna vsota števil, ki se na dani sliki ne vidijo, je _____.

2. Mreža

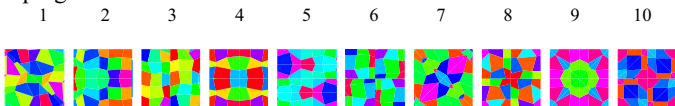
Dana je kocka, ki ima mejne ploskve označene z logičnimi znaki. Barbara je kocko razrezala po nekaterih robovih in jo razprla. Ugotovi, katero od štirih mrež je lahko dobila in kvadratek levo od nje označi s križcem!

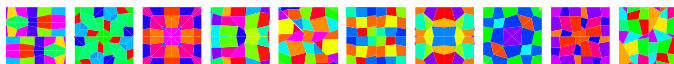
- ☐
- ☐
- ☐
- ☐



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!



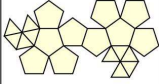


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh pet števil!

		5	4	2
D	B	A	A	C
B	B	E	E	E
1				
C	E	D	B	D
B	C	D	C	C
E	A	D	A	A

6. Znamke

Imaš več znamk za 7 centov in 5 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, nižja od 99 centov, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na pošto pošiljko? (Na primer: 29 centov lahko nalepimo, saj je $29=3 \times 5 + 2 \times 7$.)

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopajo štirje domačini, ki jih označujemo z A, B, C in D. A, B in C so dali po eno izjavo.

A: B je oproda in C je vitez.

B: D je oproda in A je vitez.

C: B je oproda ali je D vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D

8. Jamski škrat

Naše najbogatejše uranovo rudišče na Žirovskem vrhu so leta 1960 odkrili beograjski geologi. Do leta 1990, ko je bil sprejet sklep o začasnem prenehanju izkoriščanja uranove rude, so v Rudniku urana Žirovski vrh iz preko treh milijonov ton materiala pridobili 633.000 ton uranove rude, iz katere so proizvedli 452 ton uranovega koncentrata. V rudniku je bilo do 25. 7. 2005, ko so jamo zaprli, zaposlenih 713 delavcev, od katerih je imel vsak svojo osebno številko (naravna števila od 1 do 713). Vsak delavec je imel svojo osebno številko zapisano na kontrolnem obesku, »markici«, ki ga je pred vstopom v jamo prestavil iz omarice odsotnih v omarico prisotnih, ob povratku pa nazaj.

Nekega dne je jamski škrat vseh 713 markic iz obeh omaric stresel v jamski voziček in rudarskemu nadzorniku zastavil vprašanje: »Najmanj koliko markic moraš izvleči iz vozička, da bosta med njimi zagotovo dve, ki imata enako vsoto svojih števk? Če pravilno odgovoriš, bom markice pravilno razporedil nazaj v omarici.«

Kaj mora odgovoriti rudarski nadzornik, da bo škrat markice pravilno razporedil nazaj?

Odgovor: _____.

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi sta postavljeni dve enaki kocki. Poišči skupno vsoto tistih števil na obeh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

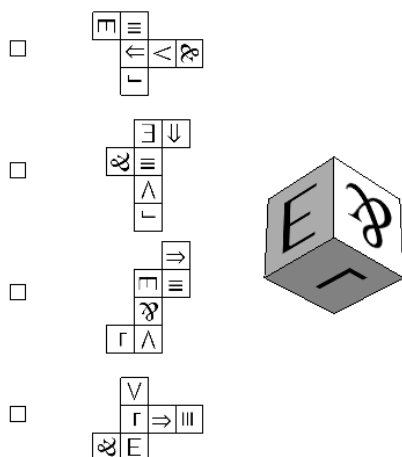


Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

2. Mreža

Dana je kocka, ki ima mejne ploskve označene z logičnimi znaki. Barbara je kocko razrezala po nekaterih robovih in jo razprla. Ugotovi, katero od štirih mrež je lahko dobila in kvadrateg levo od nje označi s križcem!



5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh pet števil!

E	C	D	E	E
A	A	A	E	D
3			1	5
B	B	D	B	A
			4	
C	C	A	B	D
C	B	E	C	D

6. Znamke

Imaš več znamk za 7 centov in 8 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 78 centov lahko nalepimo, saj je $78=8\times 8+2\times 7$.)

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa pet domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D in E. A, B, C in D so dali po eno izjavo.

A: D je vitez, če in samo če je E vitez.

B: Če je D oproda, potem je A vitez.

C: B je vitez ali je A vitez.

D: A je oproda in E je vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E

8. Jamski škrat

Živo srebro je na območju sedanje Idrije po legendi leta 1490 odkril škafar, izdelovalec lesenih posod. Po odkritju velike živosrebrne žile leta 1508 se je začel razvijati rudnik živega srebra, v katerem so v 18. stoletju pridobili med 600 in 700 tonami živega srebra letno. Zaposloval je 1350 delavcev, od katerih je vsak imel svojo osebno številko (naravna števila od 1 do 1350). Vsak delavec je imel svojo osebno številko zapisano na kontrolnem obesku, »markici«, ki ga je pred vstopom v jamo prestavil iz omarice odsotnih v omarico prisotnih, ob povratku pa nazaj.

Nekega dne je jamski škrat vse markice iz obeh omaric stresel v jamski voziček in rudarskemu nadzorniku zastavil vprašanje: »Najmanj koliko markic moraš izvleči iz vozička, da bosta med njimi zagotovo dve, ki imata enako vsoto svojih števk? Če pravilno odgovoriš, bom markice pravilno razporedil nazaj v omarici.«

Kaj mora odgovoriti rudarski nadzornik, da bo škrat markice pravilno razporedil nazaj?

Odgovor: _____.

Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi so postavljene tri enake kocke. Poišči skupno vsoto tistih števil na vseh treh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!



Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

2. Mreža

Dana je kocka, ki ima mejne ploskve označene z logičnimi znaki. Barbara je kocko razrezala po nekaterih robovih in jo razprla. Ugotovi, katero od štirih mrež je lahko dobila in kvadrateg levo od nje označi s križcem!

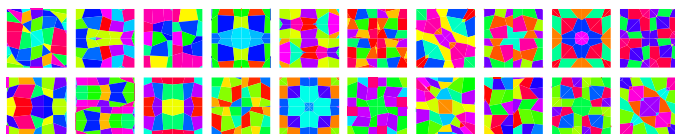
- ☐
- ☐
- ☐
- ☐



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

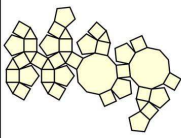


A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste črke nastopalo vseh šest števil!

			5		
A	F	C	B	D	F
F	C	C	B	F	D
C	C	D	C	A	B
F	2	D	A	F	B
4	B	E	E	1	E
A	E	E	E	A	6

6. Znamke

Imaš več znamk za 9 centov in 8 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 26 centov lahko nalepimo, saj je $26=2 \times 9 + 8$.)

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. A, B, C, D in E so dali po eno izjavo.

A: E je vitez, če in samo če je D vitez.

B: C je oproda ali je F vitez.

C: E je vitez ali je A oproda.

D: E je vitez, če in samo če je B vitez.

E: B je vitez in C je oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F

8. Jamski škrat

Delo rudarjev je težko in zdravju škodljivo, zato jim je štela zavarovalna doba s povečanjem. Za vsakih 12 mesecev dejanskega dela v rudniku so imeli priznanih 18 mesecev zavarovalne dobe. Zadnji rudar v edinem slovenskem rudniku urana v Žirovskem vrhu, ki je tam, upošteva zavarovalno dobo s povečanjem, dopolnil polnih 40 let zavarovalne dobe, se je upokojil v začetku leta 2013. Ker so rudniško jamo 25. julija 2005 zaprli, se rudarju od začetka leta 2006 dalje ni več štela zavarovalna doba s povečanjem, saj je odtlej delal kot vzdrževalec odlagališč.

Katerega leta se je ta rudar zaposlil?

Odgovor: Zaposlil se je leta _____.

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole ter študente

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi so postavljene tri enake kocke. Poišči skupno vsoto tistih števil na vseh treh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

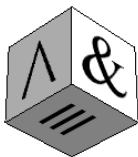


Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

2. Mreža

Dana je kocka, ki ima mejne ploskve označene z logičnimi znaki. Barbara je kocko razrezala po nekaterih robovih in jo razprla. Ugotovi, katero od štirih mrež je lahko dobila in kvadratega levo od nje označi s križcem!



5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh šest števil!

			1		
A	F	C	B	D	F
F	C	C	B	F	D
C	C	D	C	A	B
	4				
F	D	D	A	F	B
6				3	
D	B	E	E	A	E
					5
A	E	E	E	A	B

6. Znamke

Imaš več znamk za 9 centov in 7 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 25 centov lahko nalepimo, saj je $25 = 2 \times 9 + 7$.)

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oproda

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa sedem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F in G. A, B, C, D, E, in F so dali po eno izjavo.

A: C je oproda in D je oproda.

B: D je oproda, če in samo če je A oproda.

C: E je oproda in D je oproda.

D: B je vitez ali je G vitez.

E: Če je C oproda, potem je A oproda.

F: Če je D vitez, potem je E vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

A	B	C	D	E	F	G

8. Jamski škrat

Rudnik urana Žirovski vrh je bil rudnik z najmodernejšo opremo v državi. Že leta 1979 so nabavili elektrohidravlične vrtnalke garniture, prvi jamski samohodni nakladalec in kamion.

Leta 2000 je bilo na seznamu njihove rudarske opreme (strojev in vozil): 16 jamskih kamionov, 15 jamskih nakladalcev, 4 delovni stroji, 20 vrtnalnih garnitur, 11 strojev za betoniranje, 13 platform, 10 kompresorjev, 5 viličarjev, 17 intervencijskih vozil in 56 drugih registriranih vozil.

Stroji in vozila so bili razdeljeni v tri skupine: 1. uporabni, 2. neuporabni oz. odpisani, 3. prodani. Število sredstev v vsaki skupini je dvomestno. Števili uporabnih in prodanih sta deljivi z 10. Pri deljenju števila uporabnih in števila prodanih z 10 dobimo različni praštevili, katerih razlika je tudi praštevilo.

Če ti povem še, da je bilo uporabnih strojev in vozil več kot prodanih in več kot neuporabnih oz. odpisanih, ugotovi, koliko strojev in vozil na seznamu rudarske opreme rudnika v Žirovskem vrhu leta 2000 je bilo uporabnih in koliko neuporabnih oz. odpisanih!

Uporabnih je bilo _____, neuporabnih oz. odpisanih pa _____ strojev in vozil.

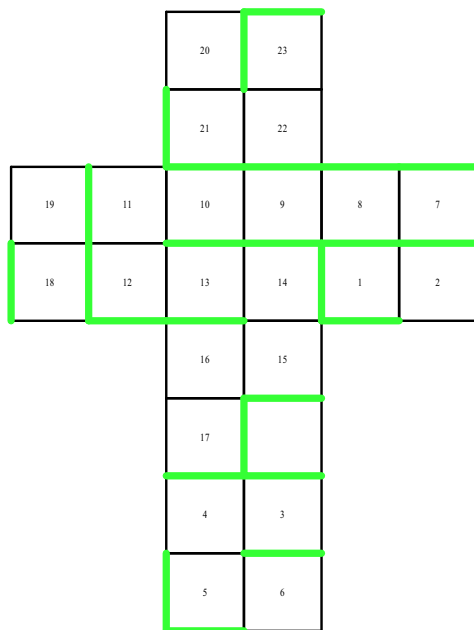
Rešitve 24. šolskega tekmovanja iz razvedrilne matematike

Naloge do vključno 5. razreda osnovne šole

1.

A	B	C	D	E	F
5	2	15	7	10	13

2.



3.

2 B	1 C	4 C	3 A
4 A	3 D	2 A	1 A
3 C	2 D	1 D	4 D
1 B	4 B	3 E	2 C

4.

Plemelj je umrl leta 1967.

5.

1	2	4	3
2	4	3	1
3	1	2	4
4	3	1	2

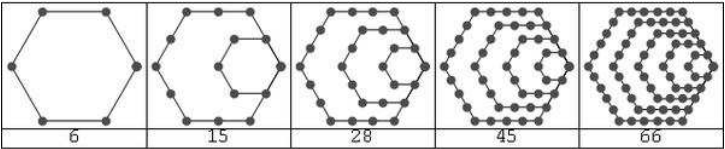
6.

							3, 3
							1, 1
							1, 1
							1, 1
							3
							1, 1
							1, 1
							4, 2
1	8	1	2	1	2	1	
1		1	1	1	2	1	
		1		1			

7.

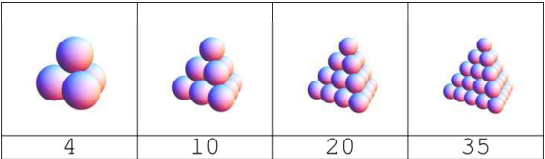
	15	5		
12	9	3	13	
9	6	2	1	6
		10	9	1
		8	3	5

8.

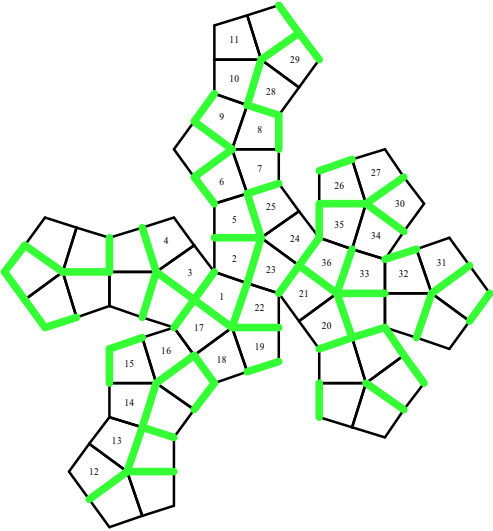


Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1.



2.

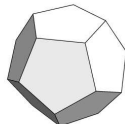
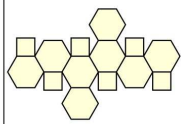


3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	A	F	G	B	H	E	D	J	C

{1, {9, 1, 6, 7, 2, 8, 5, 4, 10, 3}}

4.

Polieder			
Število mejnih ploskev	8	12	14
Število oglišč	6	20	24
Število robov	12	30	36

5.

1	5	3	4	2
5	1	4	2	3
2	4	5	3	1
4	3	2	1	5
3	2	1	5	4

6. Enačba: $49x - 47 = 1873 + x$.
R: 40 let.

7.

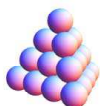
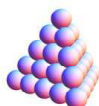
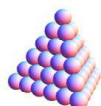
									4
									2, 2
									2
									3
									2
									1
									2, 2
									4
1	2	1	2	1	7	3			
		1	1	2					
			1	2					

8.

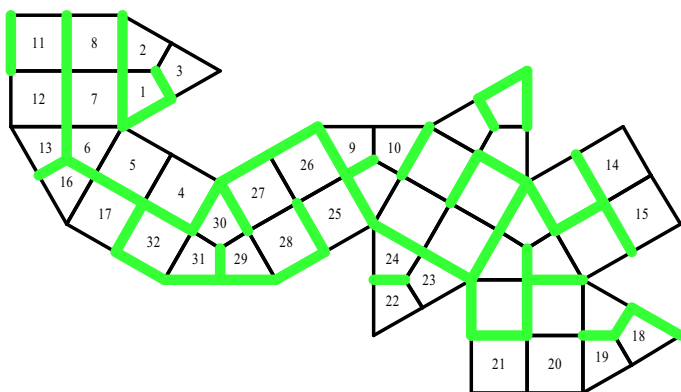
A	B	C	D
vitez	vitez	oproda	oproda

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

1.

			
10	20	35	56

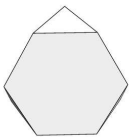
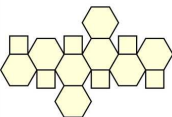
2.
Število mejnih ploskev: 14
Število robov: 24
Število oglišč: 22



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	J	D	H	B	F	C	I	E	G

4.

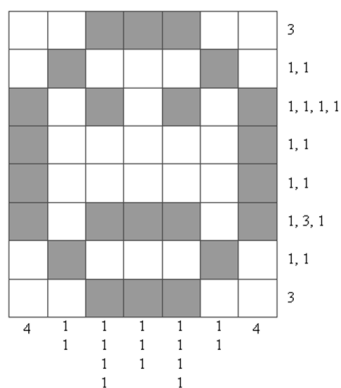
Polieder			
Število mejnih ploskev	8	62	14
Število oglišč	12	60	24
Število robov	18	120	36

5.

3	4	5	1	2
2	5	1	4	3
4	2	3	5	1
1	3	4	2	5
5	1	2	3	4

6. Enačba: $51x + 23 = 1873 + x$.
R: 37 let.

7.

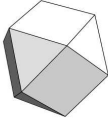
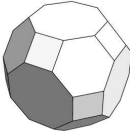
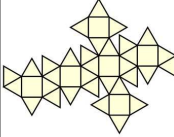


8.

A	B	C	D	E	F
vitez	vitez	oproda	oproda	oproda	vitez

Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1.

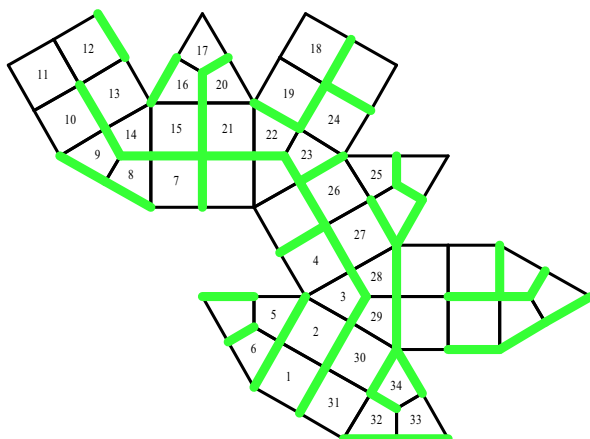
Polieder			
Število mejnih ploskev	14	26	38
Število oglišč	12	48	24
Število robov	24	72	60

2.

Število mejnih ploskev: 14

Število robov: 24

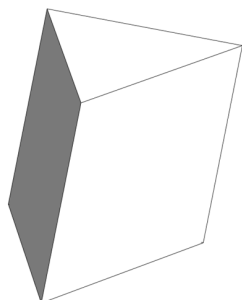
Število oglišč: 12



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	E	G	D	F	C	A	J	H	B

4.



Rešitev: Sprednja štiri oglišča tvorijo (pravilni) četverec. Višina prizme je tudi višina četverca. Osnovna ploskev je enakostranični trikotnik s stranico 1, torej je njegova ploščina $\sqrt{3}/4$. Višino

četverca dobimo s Pitagorovim izrekom $v = \sqrt{1 - (2/3 \cdot \sqrt{3}/2)^2} = \sqrt{2/3}$

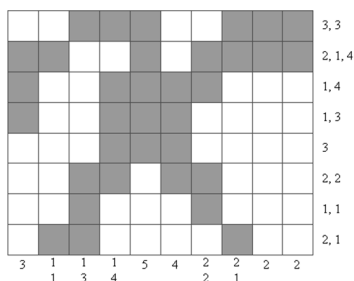
Prostornina prizme je $\sqrt{3}/4 \cdot \sqrt{2/3} = \sqrt{2}/4$.

Romb v nalogi sestoji iz dveh enakostraničnih trikotnikov. Imamo torej 6 enakostraničnih trikotnikov in kvadrat. Površina je torej $6\sqrt{3}/4 + 1 = 3\sqrt{3}/2 + 1$.

5. Enačba: $x^2 - 19 = 1873 + x$; rešitvi, -43, 44.

R: 44 let.

6.



7.

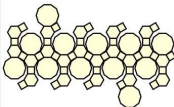
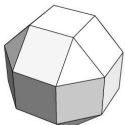
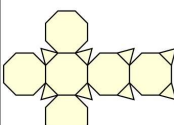
3	4	6	1	2	5
5	6	4	3	1	2
1	3	5	2	4	6
2	1	3	5	6	4
6	2	1	4	5	3
4	5	2	6	3	1

8.

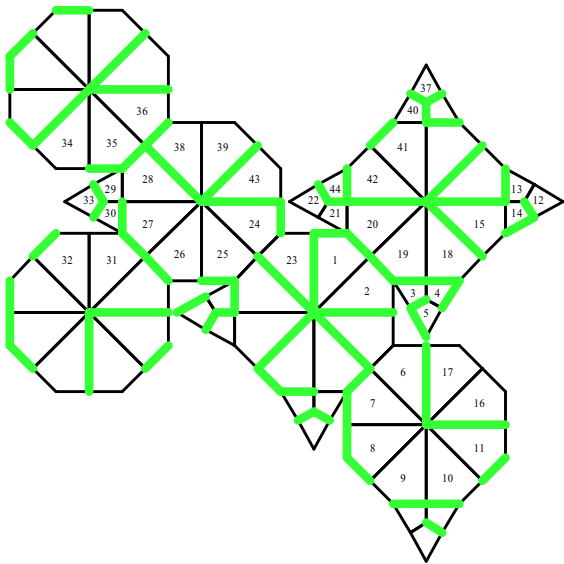
A	B	C	D	E	F
vitez	oproda	vitez	oproda	oproda	vitez

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole

1.

Polieder			
Število mejnih ploskev	62	26	14
Število oglišč	120	24	24
Število robov	180	48	36

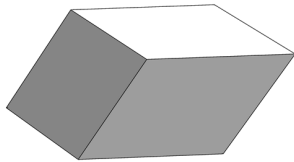
2.



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	B	A	D	C	F	G	I	H	J

4.



Rešitev: Vzemimo oglišče, kjer se stekajo rombi s kotom 60° . To oglišče s sosednjimi tvori (pravilni) četverec. Višina romboedra (ki je prizma) je tudi višina četverca. Osnovna ploskev je romb iz dveh enakostraničnih trikotnikov s stranico 1, torej je njena ploščina $2\sqrt{3}/4 = \sqrt{3}/2$.

Višino četverca dobimo s Pitagorovim izrekom $v = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}/2\right)^2} = \sqrt{2/3}$

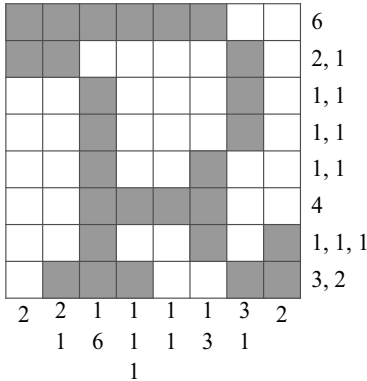
Prostornina romboedra je $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2}/2$.

Romb v nalogi sestoji iz dveh enakostraničnih trikotnikov. Imamo torej 12 enakostraničnih trikotnikov. Površina je torej $12\sqrt{3}/4 = 3\sqrt{3}$.

5. Enačba: $x^2 - 139x + 5873 = 1873 + x$; rešitvi: 40, 100.

R: 40

6.



7.

3	5	4	6	1	2
4	3	2	1	6	5
2	4	1	5	3	6
5	1	6	4	2	3
1	6	3	2	5	4
6	2	5	3	4	1

8.

A	B	C	D	E	F	G
oproda	vitez	vitez	oproda	vitez	oproda	oproda

Rešitve 24. državnega tekmovanja iz razvedrilne matematike

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Skupna vsota vseh števil na obeh kockah je $2(1 + 2 + \dots + 12) = 2 \cdot 78 = 156$.

Vidimo: $(11 + 5 + 6 + 12 + 4) + (2 + 12 + 4 + 5 + 6) = 38 + 29 = 67$.

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo: $156 - 67 = 89$.

2. 2. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	G	B	D	I	A	F	H	J	E

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	24	14
Število oglišč	23	24
Število robov	45	36

5.

2	1	5	3	4
E	C	D	E	E
1	4	3	5	2
A	A	A	E	D
3	2	4	1	5
E	E	D	E	A
5	3	2	4	1
C	C	A	E	D
4	5	1	2	3
C	E	E	C	D

6. 41 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax + by = c$ rešitev v celih številih za vsak c .

Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c = 56$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c > 56$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $7x + 8y$, $x = 0$ do $x = 8$ in $y = 0$ do $y = 7$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 56. To je 41.

$\{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56\}$,
 $\{7, 15, 23, 31, 39, 47, 55, 63\}$,
 $\{14, 22, 30, 38, 46, 54, 62, 70\}$,
 $\{21, 29, 37, 45, 53, 61, 69, 77\}$,
 $\{28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 84\}$,
 $\{35, 43, 51, 59, 67, 75, 83, 91\}$,
 $\{42, 50, 58, 66, 74, 82, 90, 98\}$,
 $\{49, 57, 65, 73, 81, 89, 97, 105\}$,
 $\{56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112\}$.

7.

A	B	C	D	E
vitez	vitez	vitez	oproda	oproda

8. Vsota števk je lahko od 1 (števila 1, 10, 100, 1000) do 27 (število 999), torej je možnih 27 različnih vsot. Izvleči mora 28 markic, da bosta zagotovo dve vsoti števk enaki.

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

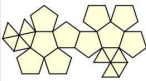
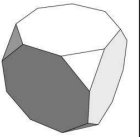
1. Skupna vsota vseh števil na obeh kockah je $2 \cdot (1 + 2 + \dots + 12) = 2 \cdot 78 = 156$.
Vidimo: $(2 + 6 + 5 + 9 + 10) + (2 + 12 + 4 + 6 + 5) = 32 + 29 = 61$.
Skupna vsota števil, ki se na dani sliki ne vidijo: $156 - 61 = 95$.

2. 1. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	D	J	G	A	F	H	I	C	B

4.

Polyeder		
Število mejnih ploskev	20	14
Število oglišč	22	24
Število robov	40	36

5.

D	3	1	5	4	2
B	4	5	3	2	1
C	1	4	2	3	5
B	2	3	1	5	4
E	5	2	4	1	3

6. 23 centov

Naredimo tabelo števil, ki se jih da izraziti z večkratniki števil 5 in 7.
V prvi stolpec tabele zapišemo večkratnike števila 7, v prvo vrstico pa večkratnike števila 5.
V ostale celice zapišemo vsoto večkratnikov števil 5 in 7 v isti vrstici in istem stolpcu.

	5	10	15	20	25	30	35
7	12	17	22	27	32	37	42
14	19	24	29	34	39	44	49
21	26	31	36	41	46	51	56
28	33	38	43	48	53	58	63
35	40	45	50	55	60	...	...

Ugotovimo, da zadnje vrstice ne potrebujemo, saj je vsebovana že v prvi vrstici. Če bi tabelo podaljšali, bi bila v njej vsa števila, večja od 35. Zakaj? Vsa števila, večja od 35, ki se končajo z 0 ali s 5 bi bila v prvi vrstici, z 2 ali s 7 v drugi vrstici, s 4 ali z 9 v tretji vrstici, z 1 ali s 6 v četrti vrstici, z 8 ali s 3 pa v peti vrstici. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli. Manjkajo: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 18, 23.

Najvišja poština, ki je z znamkami za 5 in 7 centov ne moremo nalepiti, je 23 centov.

7.

A	B	C	D
vitez	oproda	vitez	vitez

8. Vsota števk je lahko od 1 (števila 1, 10, 100) do 24 (število 699), torej je možnih 24 različnih vsot. Izvleči mora 25 markic, da bosta zagotovo dve vsoti števk enaki.

Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Skupna vsota števil na vseh treh kockah je $3(1 + 2 + \dots + 12) = 3 \cdot 78 = 234$.

Vidimo: $(11 + 10 + 9 + 5 + 6) + (11 + 5 + 6 + 4 + 12) + (2 + 12 + 4 + 6 + 5) = 41 + 38 + 29 = 108$.

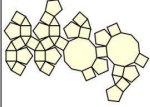
Skupna vsota števil, ki se ne vidijo: $234 - 108 = 126$.

2. 3. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G	A	H	C	B	D	J	F	E	I

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	42	32
Število oglišč	50	60
Število robov	90	90

5.

3	4	2	5	6	1
A	F	C	B	D	F
6	5	4	1	2	3
F	C	C	B	F	D
1	6	5	3	4	2
C	C	D	C	A	B
5	2	1	6	3	4
F	D	D	A	F	B
4	3	6	2	1	5
D	B	E	E	A	E
2	1	3	4	5	6
A	E	E	E	A	B

6. 55 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax+by=c$ rešitev v celih številih za vsak c .

Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c=72$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c>72$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $8x+9y$, $x=0$ do $x=9$ in $y=0$ do $y=8$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 72. To je 55.

$\{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72\}$,
 $\{9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73, 81\}$,
 $\{18, 26, 34, 42, 50, 58, 66, 74, 82, 90\}$,
 $\{27, 35, 43, 51, 59, 67, 75, 83, 91, 99\}$,
 $\{36, 44, 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100, 108\}$,
 $\{45, 53, 61, 69, 77, 85, 93, 101, 109, 117\}$,
 $\{54, 62, 70, 78, 86, 94, 102, 110, 118, 126\}$,
 $\{63, 71, 79, 87, 95, 103, 111, 119, 127, 135\}$,
 $\{72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, 144\}$.

7.

A	B	C	D	E	F
oproda	oproda	vitez	vitez	oproda	oproda

8. Rudar je zadnjih 7 let delal brez zavarovalne dobe s povečanjem. $40 \text{ let} - 7 \text{ let} = 33 \text{ let}$ je pridobil po sistemu 12 za 18 oz. 2 za 3. $(33 \text{ let}/3) \times 2 = 22 \text{ let}$ je delal v jami, $33 \text{ let} - 22 \text{ let} = 11 \text{ let}$ pa je dobil zavarovalne dobe s povečanjem. Dejansko je delal $7 \text{ let} + 22 \text{ let} = 29 \text{ let}$. $2013 - 29 = 1984$. Rudar se je zaposlil leta 1984.

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole

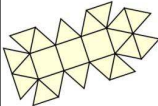
1. Skupna vsota vseh števil je $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 12) = 3 \cdot 78 = 234$.
 Vidimo: $(1 + 7 + 4 + 8 + 3) + (12 + 4 + 7 + 11 + 5) + (2 + 12 + 4 + 5 + 6) = 23 + 39 + 29 = 91$.
 Skupna vsota števil, ki jih ne vidimo: $234 - 91 = 143$.

2. 4. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	I	G	D	J	E	H	A	F

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	21	62
Število oglišč	14	60
Število robov	33	120

5.

2	6	4	1	5	3
A	F	C	B	D	F
5	1	6	3	4	2
F	C	C	B	F	D
3	5	1	2	6	4
C	C	D	C	A	B
1	4	3	5	2	6
F	D	D	A	F	B
6	2	5	4	3	1
D	B	E	E	A	E
4	3	2	6	1	5
A	E	E	E	A	B

6. 47 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax+by=c$ rešitev v celih številih za vsak c .

Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c=63$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c>63$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $7x+9y$, $x=0$ do $x=9$ in $y=0$ do $y=7$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 63. To je 47.

$\{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63\}$,
 $\{9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65, 72\}$,
 $\{18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81\}$,
 $\{27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90\}$,
 $\{36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, 92, 99\}$,
 $\{45, 52, 59, 66, 73, 80, 87, 94, 101, 108\}$,
 $\{54, 61, 68, 75, 82, 89, 96, 103, 110, 117\}$,
 $\{63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126\}$.

7.

A	B	C	D	E	F	G
oproda	oproda	oproda	vitez	vitez	vitez	vitez

8. Označimo skupine: uporabni (U), prodani (P), neuporabni oz. odpisani (O).

Seštejemo vse stroje in vozila: $U+P+O=167$. Zapišemo lahko: $U=10x$, $P=10y$, $O=10z+7$.

Velja: $10>x>y$, x in y sta praštevili, $x-y$ je praštevilo. $10x+10y+10z+7=167 \Rightarrow x+y+z=16$.

x je lahko le 7 (5 je premalo, ker je uporabnih največ). Ker je razlika $x-y$ praštevilo in je y praštevilo, je y lahko 5 ali 2 ($7-5=2$, $7-3=4$, $7-2=5$). Toda 2 ne more biti, saj je v tem primeru $z=16-7-2=7$ in bi bilo odpisanih več kot uporabnih. Torej je $x=7$, $y=5$ in $z=4$.

70 strojev in vozil je bilo uporabnih, 50 prodanih, 47 pa neuporabnih oz. odpisanih.