Tekmovanja

50. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. Katero izmed naštetih števil je najmanjše?

(**A**) $0.3\overline{5}$ (**B**) $0.\overline{35}$ (**C**) $0.3\overline{53}$ (**D**) $0.35\overline{335}$ (**E**) $0.\overline{3533}$

A2. Koliko minut je 2.4 ure?

(**A**) 124 (**B**) 144 (**C**) 160 (**D**) 194 (**E**) 240

A3. S števkami števila 2014 sestavljamo štirimestna števila, tako da vsako števko uporabimo natanko enkrat. Koliko izmed teh števil je deljivih s 4?

(**A**) 0 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 8 (**E**) 14

A4. Jana v $\frac{1}{2}$ ure prehodi $\frac{3}{7}$ poti do ribnika. Koliko časa potrebuje za preostanek poti, če hodi z enakomerno hitrostjo?

(**A**) $\frac{1}{3}$ h (**B**) $\frac{1}{2}$ h (**C**) $\frac{4}{7}$ h (**D**) $\frac{2}{3}$ h (**E**) 1 h

A5. Stranice trikotnika ABC so dolge $|AB| = 16$ cm, $|BC| = 17$ cm ter $|AC| = 19$ cm. Točka D leži na stranici AC, točka E na stranici BC ter točka F na daljici DE, da velja $|AD| = |DF|$ in $|BE| = |EF|$. Koliko je obseg trikotnika DEC?

(**A**) 35 cm (**B**) 36 cm (**C**) 37 cm (**D**) 50 cm (**E**) 54 cm

A6. V trgovini so imeli posebno ponudbo čokolad. Ob nakupu treh čokolad lahko kupiš četrto za 75 centov. Tina je za 20 čokolad plačala 17.25 EUR. Koliko bi plačala, če bi kupila samo eno čokolado?

(**A**) 75 centov (**B**) 82 centov (**C**) 86 centov (**D**) 90 centov (**E**) 94 centov

A7. Katero je največje praštevilo, ki deli vsako trimestno število, sestavljeno iz treh enakih števk?

(**A**) 13 (**B**) 31 (**C**) 37 (**D**) 91 (**E**) 111

A8. Vid, Cene in Miha so paroma tekmovali v teku na 100 metrov. Vsak izmed njih je vedno tekel z enako hitrostjo, vendar nobena dva nista bila enako hitra. Ko je Vid pritekel na cilj, je bil Cene 20 m za njim. V drugi tekmi je bil Miha 10 m za Cenetom, ko je Cene pritekel na cilj. Koliko metrov za Vidom je bil Miha, ko je Vid v tretjem dvoboju pritekel na cilj?

(**A**) 20 (**B**) 25 (**C**) 28 (**D**) 30 (**E**) 40

B1. Učenci planinskega krožka neke šole bodo šli na izlet. Prijavilo se jih je za $\frac{2}{9}$ več kot je načrtoval njihov mentor. Pred odhodom je $\frac{3}{11}$ prijavljenih učencev zbolelo. Na izlet je odšlo 5 učencev manj kot je bilo načrtovano. Koliko učencev se je udeležilo izleta?

B2. Zapiši elemente množic $\mathcal{M}$ in $\mathcal{N}$, če je $\mathcal{M} \cup \mathcal{N} = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $\mathcal{M} \cap \mathcal{N} = \{4,6\}$, $\mathcal{M} \cup \{5\} = \{1,3,4,5,6,8\}$ in $\mathcal{N} \cup \{2,4,8\} = \{2,4,5,6,7,8\}$.

B3. Premici p in q sta dve različni vzporednici. Točka A je poljubna točka na premici p. Skozi njo poteka premica, ki premico q seka v točki B pod kotom $30°$. Z zrcaljenjem točke A čez točko B dobimo točko C, skozi katero poteka premica r, ki je vzporedna premici p. Na premici q leži točka D, da velja $\sphericalangle BDA = 75°$. Točka E je presečišče premice r in nosilke daljice AD. Izračunaj velikost kota EDC. Skica je obvezna.

8. razred

A1. Četrtina kvadratnega korena nekega števila je enaka 2. Katero je to število?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 16 **(D)** 32 **(E)** 64

A2. Kolikšna je vrednost izraza $-((-1)^3 - (-(-1)^2)) + (-1)^{2014} - ((-1)^7 - (-1)^8)$?

(A) -1 **(B)** 1 **(C)** -2 **(D)** 3 **(E)** 2016

A3. Točka E leži na stranici CD kvadrata $ABCD$ tako, da je $|DE| = \frac{1}{4}|DC|$. Ploščina trikotnika AED je 4.5 cm^2. Koliko je ploščina trikotnika ABE?

(A) 9 cm^2 **(B)** 36 cm^2 **(C)** 18 cm^2 **(D)** 24 cm^2 **(E)** 27 cm^2

A4. Kateri je največji prafaktor razlike $9^{18} - 3^{32}$?

(A) 5 **(B)** 11 **(C)** 17 **(D)** 19 **(E)** 31

A5. Za katero izmed naštetih števil velja: šestkratnik nasprotne vrednosti absolutne vrednosti obratne vrednosti tega števila je za 5 manjši od tega števila?

(A) -3 **(B)** -2 **(C)** 1 **(D)** 2 **(E)** 6

A6. Simetrala kota BAC v rombu $ABCD$ seka stranico BC v točki E. Kot AEB je velik $54°$. Koliko je velik najmanjši notranji kot romba?

(A) $27°$ **(B)** $36°$ **(C)** $54°$ **(D)** $72°$ **(E)** $108°$

A7. Koliko štirimestnih števil, ki so deljiva s 5, ima vsoto števk enako 5?

(A) 5 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 11 **(E)** 15

A8. Za števili a in b velja: $a + a + a + b = 2$ in $b + b + b + a = -10$. Koliko je $a + a + b + b$?

(A) -4 **(B)** 0 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 8

B1. Pri malici je 80 % učencev vzelo sendvič, 60 % jih je vzelo sadje, 70 % pa sok. 30 učencev je vzelo vse tri stvari, ostali pa natanko dve. Koliko učencev je bilo na malici?

B2. Izračunaj:

$$(-1)^{33} \cdot \frac{9}{\sqrt{3}} - \sqrt{6^2 - 5^2} + \sqrt{27} - 2014^0 + \left|3 - \sqrt{11}\right|.$$

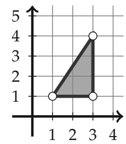
B3. V pravilni petkotnik $ABCDE$ vrišemo enakostranični trikotnik ABF. Izračunaj velikost notranjega kota CFE štirikotnika $CDEF$.

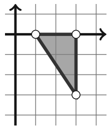
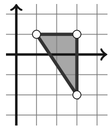
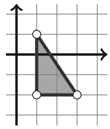
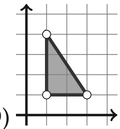
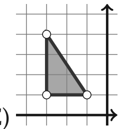
9. razred

A1. Ana je prebrala $10\ \%$ knjige. Ko bo Ana prebrala še 52 strani, bo prebrala $\frac{3}{4}$ knjige. Koliko strani ima knjiga?

(A) 75 **(B)** 80 **(C)** 90 **(D)** 100 **(E)** 120

A2. Trikotnik na sliki zavrtimo okrog izhodišča za 180°. Dobljen trikotnik premaknemo za dve enoti v pozitivni smeri ordinatne osi, nastalo sliko zrcalimo čez ordinatno os. Katero izmed naštetih slik dobimo na koncu?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

A3. Kolikšna je vrednost izraza $\sqrt{3333^2 + 4444^2}$?

(A) 1111 **(B)** 2222 **(C)** 3333 **(D)** 5555 **(E)** 7777

A4. Kolikšna je povprečna vrednost celih števil x in y, če velja $3^x \cdot 3^y = 81$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** $\frac{5}{2}$ **(D)** 3 **(E)** 4

A5. Za koliko celih števil velja neenakost $\frac{1}{|13-x|} > \frac{1}{6}$?

(A) 4 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 10 **(E)** 12

A6. Točka E leži na stranici CD kvadrata $ABCD$ tako, da je $|DE| : |DC| = 1 : 4$. Dolžina daljice AE je $\sqrt{68}$ cm. Koliko je dolga daljica BE?

(A) $\sqrt{68}$ cm **(B)** 8 cm **(C)** 10 cm **(D)** $\sqrt{10}$ cm **(E)** 64 cm

A7. Razmerje med ploščinami mejnih ploskev kvadra je $15 : 20 : 12$. Koliko je lahko razmerje med dolžinami robov tega kvadra?

(A) $15 : 20 : 12$ **(B)** $5 : 2 : 1$ **(C)** $5 : 3 : 6$ **(D)** $1 : 2 : 3$ **(E)** $3 : 5 : 4$

A8. Kolikšna je vrednost izraza $a(a+2) + c(c-2) - 2ac$, če je $a - c = 14$?

(A) 14 **(B)** 224 **(C)** 244 **(D)** 422 **(E)** 424

B1. Reši enačbo

$$\frac{\frac{1}{5}x - 3}{4} - \frac{1}{5} = -\frac{2}{3}\left(-3\left(x - \frac{1}{2}\right)\right) - \frac{3}{4} \cdot \frac{3x-2}{5}.$$

B2. Marko se je odločil za nakup kolesa, za katerega bi moral odšteti $\frac{5}{6}$ denarja, ki ga je imel s seboj. Ker mu je prodajalec priznal $10\ \%$ popusta, se je odločil, da bo kupil še rezervno zračnico. Zanjo je odštel $5\ \%$ denarja, ki mu je ostal po nakupu kolesa. Na koncu mu je ostalo 76 EUR. Koliko denarja je imel Marko s seboj pred nakupom kolesa?

B3. Kvadratu s stranico dolgo 6 cm včrtamo krog. Krogu včrtamo kvadrat in temu kvadratu včrtamo krog. Temu krogu včrtamo kvadrat. Izračunaj razliko med ploščinama najmanjšega kroga in najmanjšega kvadrata. Nariši skico.

50. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1. Izračunaj vrednost izraza

$$\frac{\frac{3}{5}}{1\frac{1}{5}} + 3\frac{3}{8} \cdot 3\frac{3}{7} : \frac{2 - \frac{1}{2-\frac{1}{2-\frac{1}{2}}}}{7\frac{5}{12} - 5.75} - \frac{13}{14}.$$

2. Stranici AC in BC ostrokotnega trikotnika ABC sta enako dolgi. Simetrala kota z vrhom A oklepa z višino trikotnika iz oglišča A kot, velik $15°$. Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika ABC. Upoštevaj vse možnosti.

3. Pred pričetkom razprodaj je par nekega modela čevljev stal 48 EUR. Na februarskih razprodajah so ceno tega modela znižali. Februarja so prodali za 50 % več parov tega modela čevljev kot januarja, prihodek od prodaje pa se je zvišal za $\frac{1}{4}$. Koliko je stal par čevljev na razprodaji? Za koliko odstotkov so zvišali ceno para čevljev po končanih razprodajah, da so dobili prvotno ceno?

4. Matjaž je zmnožil 5 zaporednih naravnih števil in dobil petmestno število ter ga zapisal na tablo. Reditelj je izbrisal števki na mestu enic in stotic, tako da je na tabli ostal zapis $55\_4\_$. Katera števila je zmnožil Matjaž?

5. Mama je svojim hčerkam točno odmerila čas, ki ga lahko vse skupaj prebijejo za računalnikom. Najstarejša hči Tina je porabila $\frac{1}{4}$ predvidenega časa in še dodatnih 32 minut. Ana je porabila $\frac{1}{4}$ preostalega časa ter še 32 minut. Podobno je Neža porabila $\frac{1}{4}$ novega ostanka in še dodatnih 32 minut. Pia je porabila vseh preostalih 88 minut. Koliko minut je presedela vsaka sestra pred računalnikom?

---

8. razred

1. Reši enačbo $||x - 1| - 5| = 3$.

2. Tine je zapisal 6 naravnih števil v vrsto. Tretje število ter vsako naslednje je enako vsoti dveh predhodnih števil. Izračunaj vsoto teh šestih števil, če je peto enako 14.

3. V podjetju so imeli večji bager, s katerim bi izkopali jamo v 12 urah, in dva enaka manjša bagra. Jamo so začeli izkopavati z večjim bagrom. Po 2 urah so nadaljevali izkopavanje še z enim manjšim bagrom, po nadaljnjih 2 urah pa še z drugim manjšim bagrom. Tako je bilo izkopavanje končano v 8 urah. Koliko časa bi trajal izkop te jame, če bi ves čas izkopavali le z enim manjšim bagrom?

4. Na začetku je bilo v vsaki izmed 10 posod enako število frnikol. Iz prve posode vzamemo nekaj frnikol. Iz druge posode vzamemo dvakrat toliko frnikol kot iz prve. Iz tretje posode vzamemo trikrat toliko frnikol kot iz prve. Postopek nadaljujemo do desete posode. Tako v deseti posodi ostane le ena frnikola, v vseh 10 posodah skupaj pa ostane 370 frnikol. Koliko frnikol je bilo v vsaki posodi na začetku?

5. Dolžina daljice, ki povezuje razpolovišči obeh osnovnic trapeza, je enaka polovici razlike dolžin osnovnic trapeza. Izračunaj vsoto velikosti kotov ob daljši osnovnici. Nariši skico.

9. razred

1. Vsak učenec neke šole je sodeloval v eni izmed dejavnosti: kulturni, športni ali tehnični. Na začetku šolskega leta so bila števila učencev v posamezni dejavnosti v razmerju $3 : 4 : 5$. Med letom so nekateri učenci zamenjali dejavnost. Ob koncu šolskega leta so ugotovili, da je bilo v eni izmed dejavnosti 40 učencev manj kot na začetku in da so bila števila učencev v posamezni dejavnosti v razmerju $7 : 6 : 5$, pri čemer so upoštevali dejavnosti v enakem vrstnem redu kot na začetku. Koliko je bilo vseh učencev na tej šoli?

2. Dana je krožnica s središčem S in polmerom 4 cm. Na njej zapovrstjo ležijo oglišča štirikotnika $ABCD$, za katerega velja $\sphericalangle ASB = 90°$, $\sphericalangle BSC = 60°$ in $\sphericalangle CSD = 90°$. Izračunaj obseg in ploščino štirikotnika ABCD. Rezultat naj bo točen.

3. Statistik vrže pošteno igralno kocko dvajsetkrat in zapiše števila pik: 4, 2, 1, 5, 6, 4, 3, 4, 6, 2, 3, 2, 2, 4, 6, 3, 5, 1, 2, x. Določi x, če veš: x ni 6 in mediana podatkov je za 1.5 večja od edinega modusa. Kolikšna je aritmetična sredina?

4. Eno izmed oglišč kocke je 7 cm oddaljeno od telesne diagonale kocke. Izračunaj površino in prostornino te kocke ter rezultata racionaliziraj.

5. Izračunaj:

$$\begin{aligned} 1-\frac{1}{2} &= \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{3} &= \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{4} &= \\ \frac{1}{4}-\frac{1}{5} &= \\ \frac{1}{n}-\frac{1}{n+1} &= \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2000\cdot 2001}+\frac{1}{2001\cdot 2002}+\frac{1}{2002\cdot 2003}+\frac{1}{2003\cdot 2004}+\ldots+\frac{1}{2998\cdot 2999}+\frac{1}{2999\cdot 3000}=$$

34. tekmovanje iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

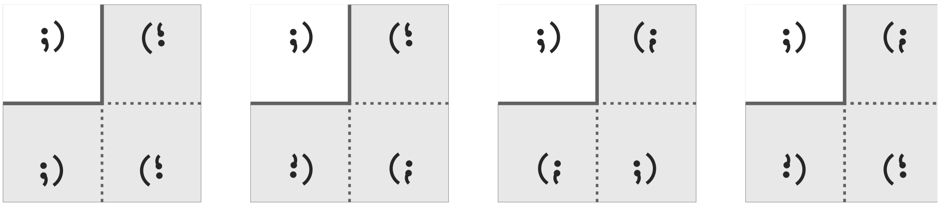
A1 Jasna teče s hitrostjo $1\,080\,000\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{h}}$. Kolikokrat je svetlobna hitrost večja od Jasnine hitrosti?

(A) $27778-$ krat. **(B)** 10^6- krat. **(C)** 10^8- krat. **(D)** $3\cdot 10^8-$ krat.

A2 Matjaž je visok $1\,750$ mm. Neke noči je sanjal, da je kralj in da je v njegovem kraljestvu osnovna enota za dolžino njegova višina (1 matjaž $= 1\,750$ mm). Razdalja med Mariborom in Ljubljano je 126 km. Koliko **kilomatjažev** je to?

(A) 72. **(B)** 720. **(C)** $7\,200$. **(D)** $72\,000$.

A3 Dve ravni zrcali postaviš pravokotno na mizo in pravokotno med seboj. Med zrcali je na mizi narisana risbica (na sliki je prikazana na neosenčenem delu). Njene navidezne slike vidiš v zrcalih. Katera slika pravilno kaže slike risbice, ki jih vidiš v zrcalih in ki so narisane na osenčenih delih?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A4 V mestu Lukolela v Kongu, ki leži malo več kot 1° južno od ekvatorja, je ponoči polna luna ali ščip. Razdalja med Lukolelo in Bogoto v Kolumbiji je malo več kot četrtina dolžine ekvatorja. Katera lunina mena je istega dne ponoči v Bogoti, ki leži malo več kot 4° severno od ekvatorja?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Zadnji krajec. (**D**) Ščip.

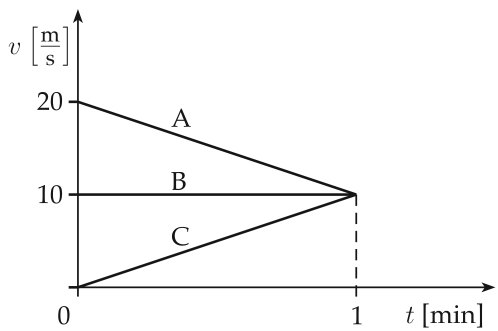
A5 Grafi A, B in C kažejo, kako se hitrosti treh avtomobilov spreminjajo s časom. Kateri avto opravi v prvi minuti najdaljšo pot?

(**A**) A

(**B**) B

(**C**) C

(**D**) Vsi opravijo enako pot.



B1 Filipovo srce opravi en utrip v $0{,}8$ sekunde.

(a) Kolikokrat utripne Filipovo srce v enem dnevu, če predpostaviš, da bije enakomerno?

(b) Pri vsakem utripu Filipovo srce prečrpa $0{,}6$ dl krvi. Koliko litrov krvi prečrpa Filipovo srce v 1 minuti?

(c) Filip ima v telesu $4{,}05$ litra krvi. Kolikokrat na dan Filipovo srce prečrpa tolikšno prostornino krvi, kot jo ima Filip v svojem telesu?

B2 Zbiralna leča 2 cm visok predmet, ki je od nje oddaljen 3 cm, preslika v 4 cm visoko realno sliko.

(a) Načrtovalno poišči lego, kjer nastane slika predmeta. Koliko cm je slika oddaljena od predmeta?

(b) Kolikšna je goriščna razdalja leče?

(c) Predmet prestavimo toliko, da je od leče oddaljen 6 cm. Kakšna slika nastane (v vsaki vrstici obkroži pravilni odgovor)?

- Realna – navidezna,
- povečana – pomanjšana,
- pokončna – obrnjena.

Koliko cm je slika oddaljena od leče in kako velika je?

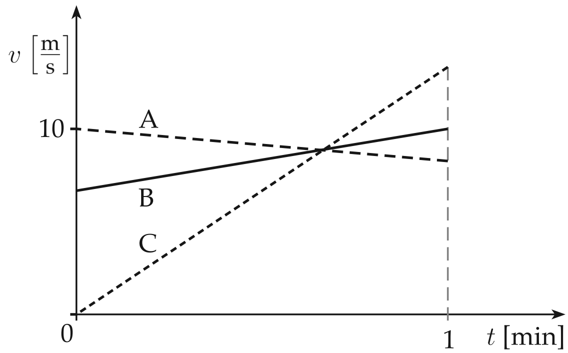
B3 Tom in Jerry se gibljeta v isti smeri po ravni poti. V začetku gibanja je Tom 9 m pred Jerryjem. Tom se giblje enakomerno s hitrostjo $0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Jerry Toma zasleduje enakomerno s hitrostjo $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Opazuje ju Pluton, ki trdi, da Jerry nikoli ne dohiti Toma, ker se ta Jerryju vedno vsaj malo izmuzne: ko Jerry pride tja, kjer je bil Tom maloprej, se je Tom od tam že premaknil, ...

(a) V isti koordinatni sistem nariši grafa, ki kažeta, kako se legi Toma in Jerryja spreminjata s časom, in ju označi.

(b) Jerry seveda dohiti Toma. Kdaj se to zgodi?

(c) Kolikšno pot je od začetka gibanja do srečanja opravil Tom in kolikšno pot je medtem opravil Jerry?

A1 Grafi A, B in C kažejo, kako se hitrosti treh avtomobilov spreminjajo s časom. Kateri avto opravi v prvi minuti najdaljšo pot?



(**A**) A

(**B**) B

(**C**) C

(**D**) Vsi opravijo enako pot.

A2 Prva kroglica ima maso 100 g, druga ima maso 200 g. Kroglici spustimo z višine 1 m. Tik preden padeta na tla, ima prva kroglica kinetično energijo $W_{k,1}$, druga pa $W_{k,2}$. Zračni upor lahko zanemarimo. Katera izjava je pravilna?

(**A**) $W_{k,2} = \frac{1}{2}\, W_{k,1}$. (**B**) $W_{k,2} = W_{k,1}$. (**C**) $W_{k,2} = 2 \cdot W_{k,1}$. (**D**) $W_{k,2} = 4 \cdot W_{k,1}$.

A3 Na vzmetni tehtnici visi kroglica. Tehtnica kaže silo $1{,}5$ N. Ko kroglico v celoti potopimo v vodo, je sila, ki jo kaže vzmetna tehtnica, $1{,}2$ N. Poskus ponovimo z drugo, enako veliko kroglico, narejeno iz druge snovi. Preden drugo kroglico potopimo v vodo, kaže vzmetna tehtnica silo $2{,}0$ N. Kolikšno silo pokaže vzmetna tehtnica, ko v vodo v celoti potopimo drugo kroglico?

(**A**) $1{,}2$ N. (**B**) $1{,}6$ N. (**C**) $1{,}7$ N. (**D**) $1{,}76$ N.

A4 Katera enota **ni** enota za potencialno energijo?

(**A**) $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$. (**B**) $\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^3$. (**C**) $\frac{\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**D**) $\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$.

A5 V mestu Lukolela v Kongu, ki leži malo več kot $1°$ južno od ekvatorja, je ponoči polna luna ali ščip. Razdalja med Lukolelo in Bogoto v Kolumbiji je malo več kot četrtina dolžine ekvatorja. Katera lunina mena je istega dne ponoči v Bogoti, ki leži malo več kot $4°$ severno od ekvatorja?

(**A**) Mlaj. (**B**) Prvi krajec. (**C**) Zadnji krajec. (**D**) Ščip.

B1 Rajmond ustreli z zračno puško v pritrjeno leseno desko. Izstrelek ima maso 5 g in tik preden zadene desko hitrost $300\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Izstrelek prebije 2 cm debelo desko in jo zapusti s hitrostjo $100\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

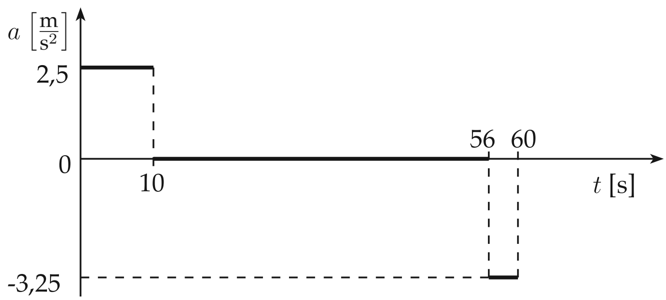
(a) Za koliko se je ob prebijanju deske zmanjšala kinetična energija izstrelka?

(b) Koliko dela je opravila sila upora na izstrelek med njegovim gibanjem skozi desko?

(c) Kolikšna povprečna sila upora je med gibanjem skozi desko delovala na izstrelek?

(d) Predpostavi, da na izstrelek deluje stalna sila upora, enaka povprečni sili, izračunani pri prejšnjem vprašanju. Vsaj koliko cm bi morala biti debela deska iz enakega lesa, da bi se izstrelek v njej ustavil?

B2 Avto, ki vozi s hitrostjo $36\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, zapelje na avtocesto. Na avtocesti prične pospeševati. Graf prikazuje, kako se pospešek avtomobila na avtocesti spreminja s časom v prvi minuti vožnje.



(a) Koliko časa se avto v prvi minuti vožnje po avtocesti giblje enakomerno?

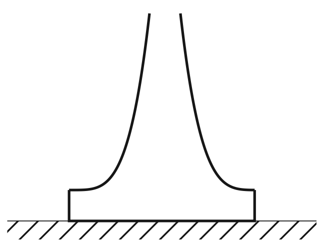
(b) Kolikšna je največja hitrost, ki jo avto v tem času doseže?

(c) Kolikšno hitrost ima avto po prvi minuti vožnje na avtocesti?

(d) Nariši graf, ki kaže, kako se hitrost avta v spreminja s časom t v prvi minuti vožnje po avtocesti.

(e) Kolikšno pot prevozi avto v tej minuti?

B3 V vazo, ki je take oblike, kot kaže slika, nalijemo 1 liter vode. Površina dna vaze je $250\ \mathrm{cm}^2$, masa vaze je 2 kg. Voda v vazi sega do višine 20 cm nad dnom vaze. Normalni zračni tlak je 1 bar.



(a) Kolikšen tlak deluje na mizo **preden** nanjo postavimo vazo?

(b) Kolikšen tlak deluje na mizo pod **prazno** vazo **preden** vanjo nalijemo vodo?

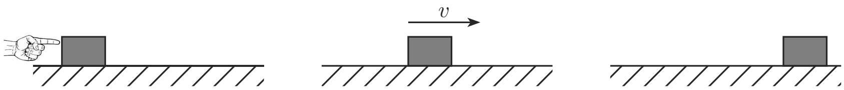
(c) Kolikšen je tlak v vodi tik **nad dnom** vaze potem, ko vanjo nalijemo vso vodo?

(d) Za koliko je tlak na mizo pod polno vazo večji od tlaka na mizo pod prazno vazo?

34. tekmovanje iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – regijsko tekmovanje

8. razred

A1 Spodnje tri slike prikazujejo zaporedje dogodkov: roka potiska klado, klada drsi po mizi, klada se ustavi (stoji na mizi). Katera sila **ne** deluje na **mizo** na sliki 2?



slika 1 slika 2 slika 3

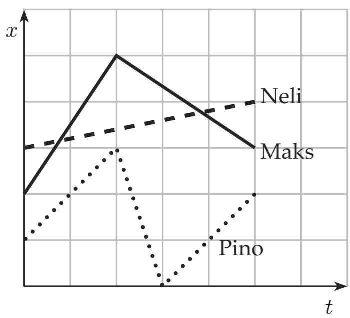
(**A**) Sila klade. (**B**) Trenje. (**C**) Teža mize. (**D**) Teža klade.

A2 V soboto, 15. februarja, je bila polna luna. Cene je tega dne na Rogli meril, kako se s časom spreminjata azimuta in višini Sonca in Lune. Ugotovil je, da je Sonce najvišje na nebu takrat, ko je azimut Sonca v smeri proti jugu (J). V kateri smeri je azimut polne lune, ko je ta najvišje na nebu? V smeri proti

(**A**) S. (**B**) J.

(**C**) JV. (**D**) SZ.

A3 Neli, Maks in Pino tekajo po ravni ulici gor in dol. Graf kaže, kako se njihova **lega** spreminja s časom. Kateri od kužkov naredi v opazovanem času najdaljšo pot?



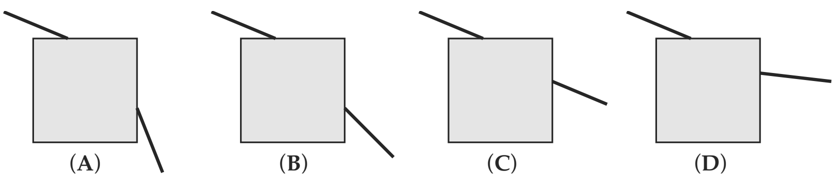
(**A**) Neli. (**B**) Maks.

(**C**) Pino. (**D**) Vsi opravijo enako pot.

A4 Maji so dan razdelili na 20 majevskih ur. V eni uri je bilo 72 majevskih minut, ena majevska minuta je štela 72 sekund. Denimo, da je tudi majevska šolska ura trajala $\frac{3}{4}$ polne majevske ure. Koliko današnjih sekund je to?

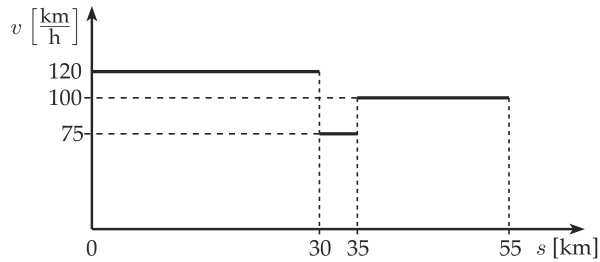
(**A**) 2700. (**B**) 2916. (**C**) 3240. (**D**) 3888.

A5 Žarek (ki leži v ravnini tega lista) prehaja skozi vogal (rob) ledene kocke. Katera slika pravilno kaže žarek pred in po prehodu vogala kocke?



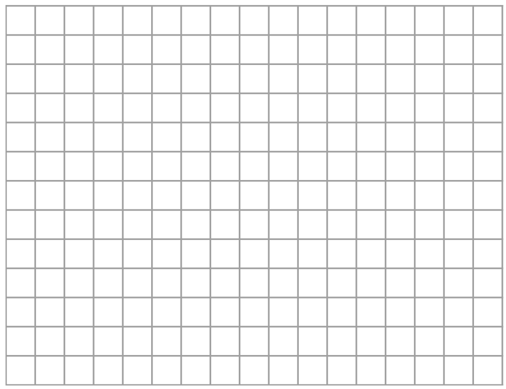
(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

B1 Graf prikazuje, kako se je hitrost Jakobovega avtomobila spreminjala s prevoženo potjo. Jakob je med vožnjo naletel na odsek z delom na cesti, ki ga je prevozil s hitrostjo 75 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



(a) Koliko minut je trajala Jakobova vožnja?

(b) Nariši graf, ki kaže, kako se je Jakobova pot s spreminjala s časom t.



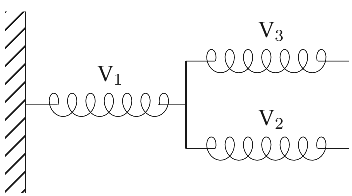
(c) Izračunaj, koliko minut prej bi Jakob prispel na cilj, če bi vso pot prevozil s hitrostjo 120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Označi ta 'prihranjeni' čas na grafu, ki si ga narisal/a pri (b).

(d) S kolikšno hitrostjo bi moral Jakob prevoziti zadnji del poti, da bi nadoknadil zamudo zaradi dela na cesti, glede na primer (c)?

B2 Luka ima komplet samih enakih vzmeti, ki so neobremenjene dolge $20{,}0$ cm. Ko na eno od njih obesi utež z maso $0{,}5$ kg, se dolžina vzmeti poveča na $22{,}0$ cm.

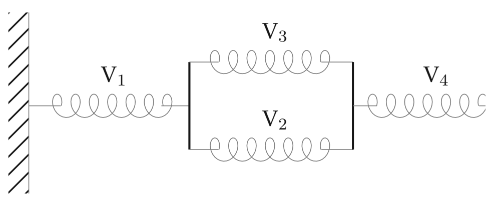
(a) Kolikšen je raztezek ene vzmeti, ko jo razteguje sila 1 N?

(b) Luka sestavi tri vzmeti, kot kaže slika. Vzmet V_1 je na levem krajišču pripeta na steno, na desnem pa je z lahko prečko povezana z vzmetema V_2 in V_3. Luka vsako od vzmeti V_2 in V_3 na njunih prostih krajiščih vleče s silo 4 N v vodoravni smeri. V razpredelnico vpiši, kolikšni so pri tem posamični raztezki x vzmeti V_1, V_2 in V_3 ter kolikšen je skupni raztezek konstrukcije sestavljenih vzmeti x_s.



vzmet	x [cm]	x_s [cm]
V_1		
V_2		
V_3		

(c) Luka raziskuje še naprej in sestavi novo konstrukcijo iz štirih vzmeti. Vzmet V_4 vleče na njenem prostem krajišču s silo 12 N v vodoravni smeri. Na sliko nariši sile, ki v tem primeru delujejo na vsako od obeh prečk, s katerima so vzmeti med seboj povezane. Uporabi merilo, kjer pomeni 1 cm silo 5 N.



(d) V razpredelnico vpiši, kolikšni so posamični raztezki x vzmeti V_1, V_2, V_3 in V_4, kadar je skupni raztezek Lukove konstrukcije iz štirih vzmeti, sestavljenih kot v primeru (c), 10,0 cm. Kolikšna je v tem primeru sila F_4, s katero Luka vleče desno krajišče vzmeti V_4?

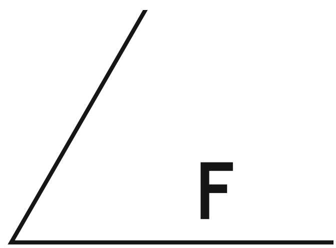
$F_4 =$ ________

vzmet	V_1	V_2	V_3	V_4
x [cm]				

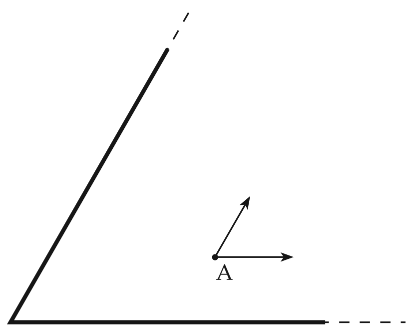
(e) Nariši graf, ki kaže, kako je skupni raztezek x_s konstrukcije iz vzmeti pri (c) odvisen od sile F_4, s katero Luka vleče vzmet V_4. Riši v območju sil med 0 in 12 N.

B3 Dve ravni zrcali sta postavljeni pravokotno na vodoravno podlago, med njima je kot 60°.

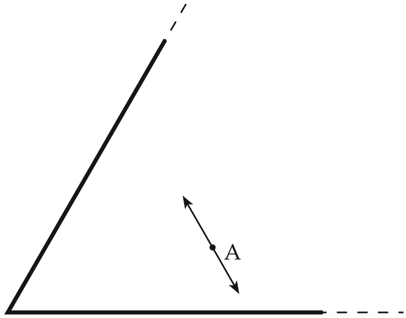
(a) Na podlagi med zrcaloma je narisana črka F. Nariši njene slike, ki jih vidimo v zrcalih zaradi odboja svetlobe na obeh zrcalih.



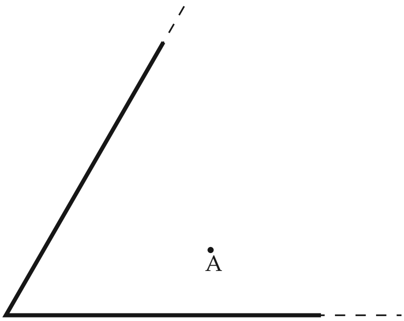
(b) Misli si, da sta zrcali neskončni. Zanima nas pot žarkov, ki izhajajo iz točke A. Narisana žarka se nikjer ne odbijeta od zrcal. V isto sliko vriši pot dveh žarkov, ki izhajata iz točke A v točno nasprotni smeri kot narisana žarka, do zrcal in po vseh njunih odbojih. Kolikokrat se vsak od njiju odbije od zrcal?



(c) Na sliki sta narisani še dve posebni smeri žarkov, ki izhajajo iz točke A. Vriši na sliko še njuno pot do zrcal in po odbojih. Kolikokrat se vsak od njiju odbije od zrcal?



(d) Na spodnjo sliko pravilno vriši pot enega žarka, ki izhaja iz točke A in se od obeh zrcal odbije skupno trikrat. Nariši ga tudi po odbojih.



9. razred

A1 Bakreno žico, ki je dolga 4 m, segrejemo za 20 °C in izmerimo, da se pri tem podaljša za $1{,}36$ mm. Za koliko se podaljša 1 m dolga bakrena žica, ki jo segrejemo za 1 °C?

(**A**) $0{,}340$ mm. (**B**) $0{,}017$ mm. (**C**) $0{,}068$ mm. (**D**) $0{,}0012$ mm.

A2 Manca ima 41 kg. Najprej stoji na tehtnici, potem pa hitro počepne in medtem opazuje mersko skalo. Napovej, kaj se dogaja. Tehtnica med počepanjem kaže

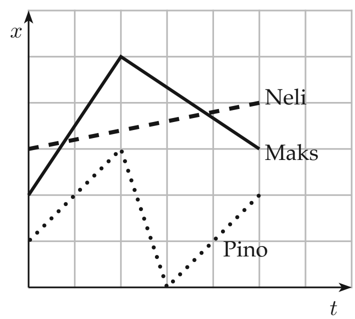
(**A**) 41 kg.

(**B**) najprej manj kot 41 kg, potem več kot 41 kg.

(**C**) najprej več kot 41 kg, potem manj kot 41 kg.

(**D**) več kot 41 kg med celotnim Mančinim gibanjem.

A3 Neli, Maks in Pino tekajo po ravni ulici gor in dol. Graf kaže, kako se njihova **lega** spreminja s časom. Kateri od kužkov naredi v opazovanem času najdaljšo pot?



(**A**) Neli. (**B**) Maks.

(**C**) Pino. (**D**) Vsi opravijo enako pot.

A4 Motorist vozi s stalno hitrostjo 30 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ po cesti. Katera trditev o rezultanti sil, ki delujejo nanj, je **napačna**? Rezultanta sil, ki delujejo na motorista, je različna od 0, ko

(**A**) se motorist vozi v raven klanec z naklonom $10°$.

(**B**) se vozi po klancu, ki se mu naklon spreminja.

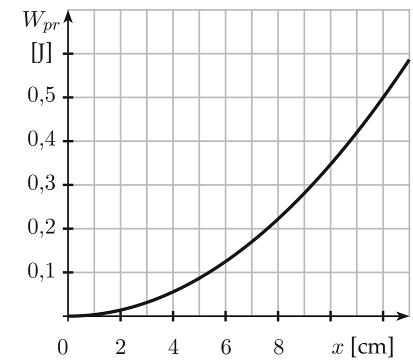
(**C**) se vozi v ovinku.

(**D**) za zabavo vijuga po prazni cesti.

A5 En seženj meri 6 čevljev, en čevelj meri 12 palcev, en palec je enak 2,636 cm. Eno jutro meri 1600 kvadratnih sežnjev. Posestvo meri 20 juter. Koliko je to? Približno

(**A**) $3202\ \mathrm{m}^2$. (**B**) $5763\ \mathrm{m}^2$. (**C**) $60\,700\ \mathrm{m}^2$. (**D**) $115\,000\ \mathrm{m}^2$.

B1 Voziček z maso 250 g miruje na vodoravni mizi in je z lahko vzmetjo pripet na steno. Počasi ga odmaknemo iz ravnovesne lege in pri tem opravimo 0,5 J dela. Graf kaže, kako je prožnostna energija vzmeti W_{pr} odvisna od raztezka (ali skrčka) vzmeti x. Trenje lahko zanemarimo. Kolesa vozička imajo zanemarljivo maso.



(a) Za koliko cm smo odmaknili voziček iz ravnovesne lege?

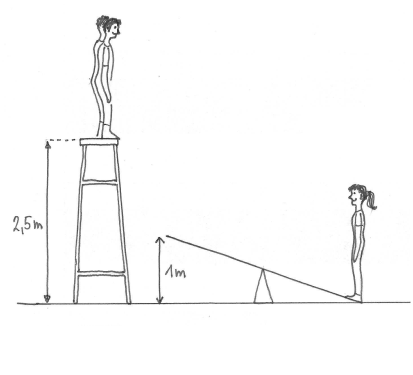
(b) Voziček spustimo, da niha okoli ravnovesne lege. Koliko cm je voziček odmaknjen od ravnovesne lege, ko ima največjo kinetično energijo in kolikšna je v tej legi W_k vozička?

(c) Kolikšna je največja hitrost vozička?

(d) Koliko cm je voziček odmaknjen od ravnovesne lege, ko je njegova hitrost 1 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$?

(e) V isti koordinatni sistem, kjer je narisan graf $W_{pr}(x)$, skiciraj graf, ki kaže, kolikšna je kinetična energija vozička pri različnih x.

B2 Trije akrobati se v cirkusu pripravljajo za nastop. Vasja in Fedja stojita na 2,5 m visokem stolpu, Dunja pa stoji zravnana na krajišču katapulta, pripravljena za odriv, kot kaže slika. Katapult je podprt na sredini. Vasja in Fedja sočasno skočita na nasprotno krajišče katapulta, Dunjo pa katapult pri tem odrine v zrak. Predpostavi, da sta Vasja in Fedja ves čas zravnana in da se Dunja od katapulta sama ne odrine.



(a) Krajišče katapulta, kamor doskočita Vasja in Fedja, je na koncu na tleh. Vasja in Fedja imata skupaj 160 kg. Za koliko se med skokom spremeni njuna potencialna energija?

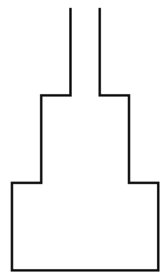
(b) Dunja ima 52 kg. Ko akrobati zravnano stojijo, so njihova težišča 1 m nad njihovimi stopali. Koliko mehanske energije Vasje in Fedje prožna deska katapulta prenese na Dunjo, če katapult odrine Dunjo toliko, da doseže njeno težišče največjo višino 5 m nad tlemi?

(c) Kolikšno hitrost ima Dunja, ko v trenutku t_1 njena stopala izgubijo stik s katapultom na višini 1 m od tal?

(d) Predpostavi, da se Dunja na deski katapulta giblje enakomerno pospešeno. Kolikšen je njen pospešek?

(e) Dunjino gibanje se pričnе ob trenutku $t = 0$. V najvišji legi je ob $t_2 = 1{,}03$ s, v trenutku $t_3 = 1{,}70$ s pa pristane na ramenih akrobata Saša. Nariši graf, ki kaže, kako se Dunjin pospešek spreminja s časom od $t = 0$ do $t = 2$ s.

B3 Danilo nataka vino v steklenico nenavadne oblike: prvih 10 cm nad dnom je njen presek enak $63{,}75$ cm^2, potem se zoži na $18{,}75$ cm^2 in ostane tak do višine 20 cm nad dnom, kjer se zadnjič zoži na $7{,}5$ cm^2. V celoti je steklenica visoka 30 cm. Danilo nataka vino enakomerno: vsako sekundo v steklenico nalije $0{,}75$ dl vina. Gostota vina je enaka gostoti vode.



(a) V kolikšnem času je steklenica polna?

(b) Koliko vina bi moral Danilo naliti v steklenico vsako sekundo, da bi steklenico napolnil v 15 s?

(c) Koliko je v steklenici vina, ko je tlak v vinu tik nad dnom za 18 mbar večji od zračnega tlaka?

(d) Nariši dva grafa, ki kažeta, kako se tlak v vinu tik nad dnom steklenice spreminja s časom med natakanjem vina – od začetka do konca,

- ko Danilo natoči vsako sekundo vanjo $0{,}75$ dl vina (riši s polno črto),
- ko natoči vsako sekundo vanjo toliko vina, kot si izračunal/a pri (b) (riši s črtkano črto).

Zračnega tlaka ne upoštevaj.

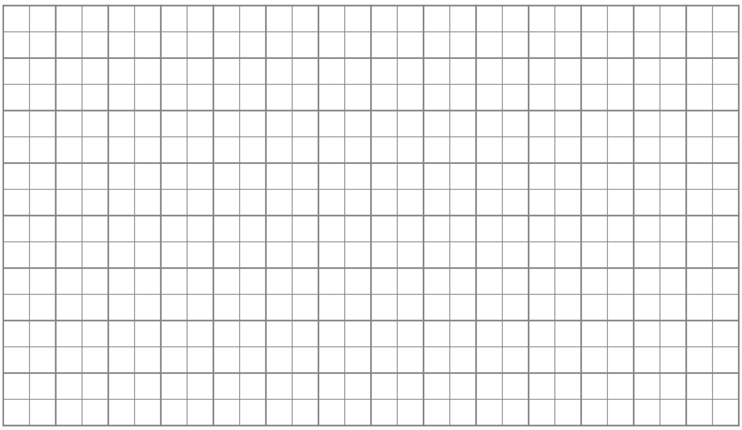
A1 Katera od naštetih količin **ni** enaka $0{,}1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$?

(**A**) $0{,}1\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}$. (**B**) $0{,}01\ \frac{\mathrm{dag}}{\mathrm{cm}^3}$. (**C**) $\frac{1}{10\,000}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mm}^3}$. (**D**) $1\ \frac{\mathrm{dag}}{\mathrm{dm}^3}$.

B2 Matej se ob 9:00 odpelje od doma na obisk k dedku, ki živi 135 km daleč. Skoraj celotno pot prevozi po avtocesti. Po 90 km vožnje s stalno hitrostjo $120\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ se na počivališču ustavi za 20 minut. Ko se pripelje do dedka, je ura 10:30.

(a) Predpostavi, da se Matej tudi po odhodu s počivališča vozi enakomerno. S kolikšno hitrostjo se Matej vozi od počivališča do dedka? Zapiši jo v enoti $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

(b) Nariši graf Matejeve lege v odvisnosti od časa $x_{\mathrm{M}}(t)$, ki kaže, kako se Matejeva lega spreminja s časom med njegovim potovanjem od doma do dedka.



(c) Matejeva sestrična Jera, ki je doma v isti hiši kot Matej, v tem času ravno konča svoj obisk pri dedku. Od dedka se odpravi ob 9:15, do istega počivališča kot Matej pa prispe sočasno z Matejem. Jera se ne ustavi na počivališču. S kolikšno stalno hitrostjo se vozi Jera? Zapiši jo v enoti $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

(d) V isti koordinatni sistem nariši graf lege v odvisnosti od časa $x_{\mathrm{J}}(t)$, ki kaže, kako se Jerina lega spreminja s časom med njenim potovanjem od dedka do doma.

(e) Izračunaj, ob kateri uri prispe Jera domov.

Rešitve nalog s 50. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. Na mestu desetin vsakega naštetega števila je števka 3, na mestu stotin pa števka 5. Število v (A) je največje, saj ima na mestu tisočin števko 5, medtem ko je na mestu tisočin vsakega drugega naštetega števila števka 3. Število v (B) oziroma (C) ni najmanjše, saj je pri obeh na mestu desettisočin števka 5, medtem ko imata preostali števili na mestu desettisočin števko 3. Na mestu stotisočin števila v (D) je števka 5, na mestu stotisočin števila v (E) pa števka 3, torej je število v (E) najmanjše med naštetimi.

A2. Pretvorimo ure v minute, tako da 2.4 pomnožimo s 60 in dobimo 144 minut.

A3. Število je deljivo s 4, kadar je dvomestni konec deljiv s 4. Iz števk 0, 1, 2, 4 lahko na zahtevan način sestavimo 8 števil: 1420, 4120; 1240, 2140; 1204, 2104; 1024, 4012.

A4. Jana prehodi $\frac{1}{7}$ poti v $\frac{1}{6}$ ure. Preostanejo ji $\frac{4}{7}$ poti, za kar potrebuje $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ure.

A5. Obseg trikotnika je enak $|DE| + |EC| + |DC| = |DF| + |FE| + |EC| + |DC| = |AD| + |DC| + |BE| + |BC| = |AC| + |BC| = 36$ cm.

A6. Tina je 15 čokolad plačala po redni ceni, 5 pa po znižani ceni, za katere plačala $5 \cdot 0.75 = 3.75$ EUR. Ostalih 15 čokolad je stalo 13.50 EUR, torej bi za eno čokolado plačala $13.5 : 15 = 0.9$ EUR, kar je enako 90 centov.

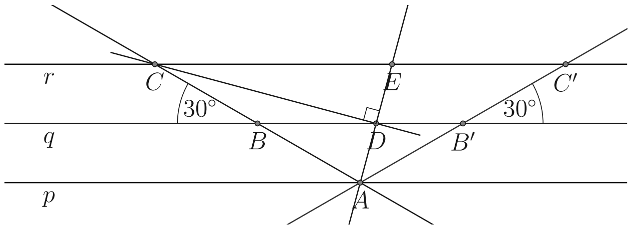
A7. Trimestno število aaa, ki ima vse tri števke enake, lahko zapišemo kot zmnožek: $a \cdot 111$. Število 111 je enako $3 \cdot 37$, torej je 37 največje praštevilo, ki deli trimestna števila oblike aaa.

A8. V prvem dvoboju je Cene pretekel $\frac{8}{10}$ Vidove razdalje. V drugem dvoboju je Miha pretekel $\frac{9}{10}$ Vidove razdalje. Torej je Miha pretekel le $\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10}$ Vidove razdalje, kar pomeni da je pretekel le 72 m, ko je bil Vid že v cilju. Miha je zaostal 28 m za Vidom.

B1. Mentor je načrtoval izlet z x učenci. Prijavilo se je jih za $\frac{2}{9}$ več, torej je bilo število vseh prijavljenih enako $\frac{11}{9}x$. Zbolelo je $\frac{3}{11} \cdot \frac{11}{9}x = \frac{1}{3}x$ učencev, kar pomeni, da se je izleta udeležilo $\frac{11}{9}x - \frac{1}{3}x = \frac{8}{9}x$ učencev. Razlika 5 učencev predstavlja $\frac{1}{9}x$, torej naj bi se izleta udeležilo 45 učencev. Udeležilo se ga je 40 učencev.

B2. Množica $\mathcal{M}$ zagotovo vsebuje števila 1, 3, 4, 6 in 8, množica $\mathcal{N}$ pa števila 5, 6 in 7. Števili 2 in 5 vsebuje le množica $\mathcal{N}$, število 4 pa vsebujeta obe množici. Število 1 je vsebovano le v množici $\mathcal{M}$, torej velja $\mathcal{M} = \{1, 3, 4, 6, 8\}$ in $\mathcal{N} = \{2, 4, 5, 6, 7\}$

B3. Narišimo najprej skico, ki ustreza podatkom naloge. Obstajata namreč dve premici skozi točko A, ki sekata premico q pod kotom $30°$, a le ena ustreza podatkom naloge, če naj bo kot BDA enak $75°$. (Modra premica ne ustreza podatkom naloge.)



1. način

V trikotniku ABD velja $\sphericalangle ABD = 30°$ in $\sphericalangle BDA = 75°$, torej tretji kot meri $\sphericalangle DAB = 180° - 105° = 75°$. Trikotnik ABD je enakokrak z osnovnico AD in $|AB| = |DB|$. Daljici BC in BD sta enako dolgi, zato je tudi trikotnik DBC enokrak z osnovnico DC. Velikost kota z vrhom B je enaka $\sphericalangle DBC = 150°$, torej sta kota ob osnovnici velika $\sphericalangle CDB = \sphericalangle BCD = 15°$. Kot $\sphericalangle EDC$ meri $180° - 75° - 15° = 90°$.

2. način

Znana sta dva kota trikotnika ACE: $\sphericalangle ACE = 30°$ in $\sphericalangle CEA = 75°$, torej velja $\sphericalangle EAC = 180° - 105° = 75°$. Trikotnik ACE je enakokrak z osnovnico AE. Ker je točka B razpolovišče stranice AC in premica q vzporednica k nosilki stranice CE, je točka D razpolovišče stranice AE. Torej je daljica DC višina na osnovnico enakokrakega trikotnika in kot $\sphericalangle EDC$ je pravi kot.

8. razred

A1. Zapišemo enačbo $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{x} = 2$ in jo preoblikujemo v $\sqrt{x} = 8$. Rešitev enačbe je $x = 64$.

A2. Izračunajmo: $-((-1)^3 - (-(-1)^2)) + (-1)^{2014} - ((-1)^7 - (-1)^8) = -(-1 - (-1)) + 1 - (-1 - 1) = -(-1 + 1) + 1 - (-2) = 3$.

A3. Dolžina stranice DE v trikotniku ADE je enaka $\frac{1}{4}$ dolžine stranice AB v trikotniku ABE. Višini na ti dve stranici sta enaki, torej je ploščina večjega trikotnika enaka štirikratniku ploščine manjšega trikotnika: $4 \cdot 4.5\ \text{cm}^2 = 18\ \text{cm}^2$.

A4. Razliko razcepimo na prafaktorje $9^{18} - 3^{32} = (3^2)^{18} - 3^{32} = 3^{36} - 3^{32} = 3^{32} \cdot (3^4 - 1) = 80 \cdot 3^{32} = 2^4 \cdot 5 \cdot 3^{32}$. Največji prafaktor razlike je 5.

A5. Iskano število x je v množici rešitev enačbe: $-6 \cdot |\frac{1}{x}| = x - 5$. Izmed naštetih števil enačbi ustreza le število 2.

A6. Kot $\sphericalangle BAE$ meri $\frac{\alpha}{4}$, kot $\sphericalangle EBA = 180° - \alpha$, torej velja $\frac{\alpha}{4} + 180° - \alpha + 54° = 180°$. Kot α meri $72°$.

A7. Na mestu enic ne more biti števka 5, saj mora biti vsota vseh števk enaka 5. Iščemo torej štirimestna števila s števko 0 na mestu enic, vsota preostalih treh števk pa je enaka 5. Iskana števila se lahko začnejo z 1, takih je 5: 1400, 1310, 1220, 1130 in 1040. Lahko se začnejo z 2, taka so 4: 2300, 2210, 2120 in 2030. S 3 se začnejo tri taka števila: 3200, 3110 in 3020. Dve števili se začneta s 4: 4100 in 4010 ter le eno s 5: 5000. Število iskanih števil je 15.

A8. Obe enakosti seštejemo in dobimo $4a + 4b = -8$, torej je $2a + 2b = -4$.

B1. Vsak izmed učencev je pri malici vzel dve ali tri stvari. 80% jih je vzelo sendvič, torej jih 20% ni vzelo sendviča, vzeli pa so sadje in sok. 40% jih ni vzelo sadja, torej so vzeli sendvič in sok. Sendvič in sadje je vzelo 30% učencev, saj jih toliko ni vzelo soka. Natanko dve stvari je vzelo 90% učencev, torej jih je 10% vzelo vse tri stvari. Ker je takih 30, je bilo vseh učencev na malici 300.

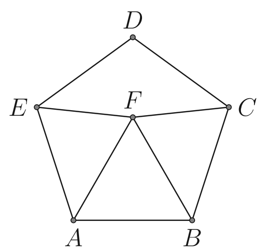
B2. Izračunamo:

$$(-1)^{33} \cdot \frac{9}{\sqrt{3}} - \sqrt{6^2 - 5^2} + \sqrt{27} - 2014^0 + |3 - \sqrt{11}| =$$

$$= -1 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{3} - \sqrt{36 - 25} + 3\sqrt{3} - 1 - 3 + \sqrt{11} =$$

$$= -3\sqrt{3} - \sqrt{11} + 3\sqrt{3} - 4 + \sqrt{11} = -4$$

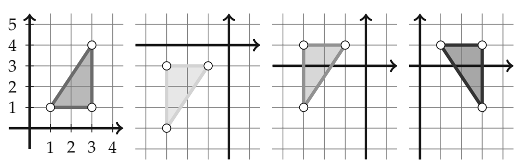
B3. Notranji kot pravilnega petkotnika meri $\frac{(5-2)\cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$, v enakostraničnem trikotniku pa 60°. Za kota $\sphericalangle FAE$ in $\sphericalangle CBF$ velja $\sphericalangle FAE = \sphericalangle CBF = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$. Trikotnik AFE je enakokrak z osnovnico EF, saj velja $|AB| = |AE| = |AF|$, torej velja $\sphericalangle FEA = \sphericalangle EFA = \frac{180^\circ - 48^\circ}{2} = 66^\circ$. Podobno velja za trikotnik CFB, kjer je osnovnica CF in merita kota $\sphericalangle FCB = \sphericalangle BFC = \frac{180^\circ - 48^\circ}{2} = 66^\circ$. Velikost kota $\sphericalangle CFE$ je enaka $360^\circ - 2 \cdot 66^\circ - 60^\circ = 168^\circ$.



9. razred

A1. Ana je prebrala 10% strani knjige, torej mora do $\frac{3}{4}$ knjige prebrati še 65% oziroma 52 strani. Knjiga ima torej 80 strani.

A2. Z vrtenjem danega (rdečega) trikotnika okrog izhodišča za 180° dobimo zeleni trikotnik. Ko le tega premaknemo za 2 enoti v smeri y-osi, dobimo oranžni trikotnik, katerega zrcalimo čez ordinatno os. Rešitev je modri trikotnik.



A3. Izpostavimo skupni faktor ter izračunamo: $\sqrt{3333^2 + 4444^2} = \sqrt{1111^2 \cdot (3^2 + 4^2)} = 1111\sqrt{9 + 16} = 5555$.

A4. Enačbo zapišemo kot $3^{x+y} = 3^4$. Torej iz enakosti $x + y = 4$, sledi $\frac{x+y}{2} = 2$.

A5. Neenakost ni definirana pri $x = 13$, sicer pa jo lahko preoblikujemo v $|13 - x| < 6$. Tej neenakosti zadoščajo vsa cela števila od vključno 8 do vključno 18, teh je 11. Torej prvotno neenakost reši $11 - 1 = 10$ celih števil.

A6. Zapišemo Pitagorov izrek za trikotnik AED: $a^2 + (\frac{a}{4})^2 = 68$, kjer je a dolžina stranice kvadrata. Izračunamo $a = 8$ cm in dobimo $|CE| = 6$ cm. Dolžino daljice BE izračunamo s Pitagorovim izrekom v trikotniku BCE: $|BE|^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ torej velja $|BE| = 10$ cm.

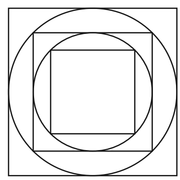
A7. Zapišemo razmerje $ab : bc : ac = 15 : 20 : 12$. Iz $ab : bc = 15 : 20$ dobimo $a : c = 15 : 20 = 3 : 4$. Podobno iz $bc : ac = 20 : 12$ sledi $b : a = 20 : 12 = 5 : 3$, iz $ab : ac = 15 : 12$ pa $b : c = 15 : 12 = 5 : 4$. Torej velja $b : a : c = 5 : 3 : 4$.

A8. Izraz preoblikujemo $a(a+2) + c(c-2) - 2ac = a^2 + 2a + c^2 - 2c - 2ac$. Zamenjamo vrstni red členov in dobimo $a^2 - 2ac + c^2 + 2a - 2c$. Upoštevamo formulo za kvadrat dvočlenika in izpostavimo 2 ter dobimo: $(a-c)^2 + 2(a-c) = 14^2 + 2 \cdot 14 = 224$.

B1. Levo stran enačbe preoblikujemo $\frac{\frac{1}{5}x-3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{x}{5}-\frac{15}{5}}{4} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{x-15}{5}}{4} - \frac{1}{5} = \frac{x-15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{x-19}{20}$. Preoblikujemo še desno stran $-\frac{2}{3}\left(-3\left(x - \frac{1}{2}\right)\right) - \frac{3}{4} \cdot \frac{3x-2}{5} = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{9x-6}{20} = 2x - 1 - \frac{9x-6}{20}$ in dobimo enačbo: $\frac{x-19}{20} = 2x - 1 - \frac{9x-6}{20}$. Enačbo pomnožimo z 20 in dobimo $x - 19 = 40x - 20 - 9x + 6$. Enačbo preuredimo v $x - 40x - 9x = -20 + 6 + 19$ oziroma $-30x = 5$. Rešitev je $x = -\frac{1}{6}$.

B2. Marko je imel x EUR denarja, za nakup kolesa je namenil $\frac{5}{6}x$ evrov. Zaradi 10% popusta je za nakup kolesa porabil le $\frac{5}{6}x - \frac{10}{100} \cdot \frac{5}{6}x = \frac{3}{4}x$ evrov, torej mu je ostala $\frac{1}{4}$ denarja. Od tega je porabil za zračnico 5%, zato mu je ostalo $\frac{1}{4}x - \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{19}{80}x$ denarja oziroma 76 EUR. Rešitev enačbe $\frac{19}{80}x = 76$ je 320. Torej je imel Marko na začetku 320 EUR.

B3. Polmer prvega kroga je enak 3 cm, saj se krog dotika kvadrata v razpoloviščih stranic. Diagonala drugega kvadrata je enaka premeru kroga, torej velja $6 = a_2 \cdot \sqrt{2}$, kjer je a_2 dolžina stranice drugega kvadrata in je enaka $a_2 = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ cm. Polmer drugega kroga meri $r_2 = \frac{a_2}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm. Za diagonalo tretjega kvadrata velja $3\sqrt{2} = a_3\sqrt{2}$, kjer je a_3 dolžina stranice najmanjšega kvadrata in meri 3 cm. Razlika ploščin je enaka $\pi {r_2}^2 - {a_3}^2 = (\frac{9\pi}{2} - 9)$ cm^2.



a

Rešitve s 50. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1.

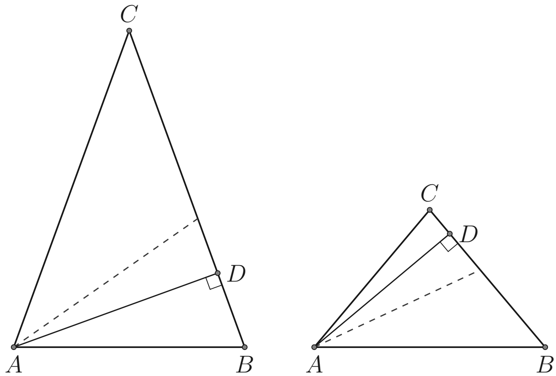
$$\frac{\frac{3}{5}}{1\frac{1}{5}} + 3\frac{3}{8} \cdot 3\frac{3}{7} : \frac{2 - \frac{1}{2-\frac{1}{2-\frac{1}{2}}}}{7\frac{5}{12} - 5.75} - \frac{13}{14} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{5}} + \frac{27}{8} \cdot \frac{24}{7} : \frac{2 - \frac{1}{2-\frac{1}{\frac{3}{2}}}}{7\frac{5}{12} - 5\frac{3}{4}} - \frac{13}{14} =$$

$$= \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 6} + \frac{27 \cdot 3}{1 \cdot 7} : \frac{2 - \frac{1}{2-\frac{2}{3}}}{7\frac{5}{12} - 5\frac{9}{12}} - \frac{13}{14} = \frac{1}{2} + \frac{81}{7} : \frac{2 - \frac{1}{\frac{4}{3}}}{1\frac{8}{12}} - \frac{13}{14} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{81}{7} : \frac{2 - \frac{3}{4}}{\frac{5}{3}} - \frac{13}{14} = \frac{1}{2} + \frac{81}{7} : \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{3}} - \frac{13}{14} = \frac{1}{2} + \frac{81}{7} : \frac{3}{4} - \frac{13}{14} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{81}{7} \cdot \frac{4}{3} - \frac{13}{14} = \frac{1}{2} + \frac{108}{7} - \frac{13}{14} = \frac{7}{14} + \frac{216}{14} - \frac{13}{14} = \frac{210}{14} = 15$$

2. Upoštevamo dve možnosti: simetrala kota lahko leži nad višino na stranico a oziroma pod njo.



Trikotnik ABC je enakokrak z osnovnico AB, torej je kot z vrhom A skladen s kotom z vrhom B. Označimo ju z α. V prvem primeru so notranji koti trikotnika ABD enaki: $\frac{\alpha}{2} - 15°$, α in $90°$. Vsota velikosti notranjih kotov trikotnika je $180°$: $\frac{\alpha}{2} - 15° + \alpha + 90° = 180°$. Torej je $\alpha = 70°$. V tem primeru je kot z vrhom C velik $40°$. Velikosti notranjih kotov trikotnika so $70°$, $70°$ in $40°$.

V drugem primeru so notranji trikotnika ABD enaki: $\frac{\alpha}{2} + 15°$, α in $90°$. Zopet upoštevamo, da je vsota velikosti notranjih kotov trikotnika enaka $180°$, in dobimo $\alpha = 50°$. Kot z vrhom C je velik $180° - 50° - 50° = 80°$. Notranji koti trikotnika so torej veliki $50°$, $50°$ in $80°$.

3. Število prodanih parov v januarju označimo s k, torej je januarski prihodek enak $48k$. Na februarskih razprodajah je bilo za 50% več prodanih parov, torej $1.5k$. Ceno para čevljev na razprodajah označimo z x in dobimo, da je prihodek v februarju enak $1.5k \cdot x$. Ker je bil februarja prihodek višji za $\frac{1}{4}$ glede na januar, velja $\frac{1}{4} \cdot 48k = 12k$. Sklepamo, da je bil prihodek februarja enak: $48k + 12k = 60k$. Izenačimo oba izraza za prihodek in dobimo enačbo: $1.5k \cdot x = 60k$. Enačbo delimo z $1.5k$ in dobimo rešitev $x = 40$. Torej je en par čevljev na razprodajah stal 40 EUR.

Če želimo dobiti prvotno ceno enega para čevljev, jo je potrebno zvišati za 8 EUR. V odstotkih to pomeni $\frac{8}{40} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$

4. Eno izmed petih zaporednih naravnih števil je deljivo s 5, najmanj dve izmed teh števil pa sta sodi. Torej je njihov zmnožek deljiv z 10, zato je bila na mestu enic zapisana števka 0. Poleg tega je zmnožek deljiv s 3, saj je med petimi zaporednimi števili vsaj eno deljivo s 3. Po kriteriju o deljivost s 3 je vsota števk števila $55s40$ deljiva s 3. Vsota števk je enaka $14 + s$, torej je števka na mestu stotic lahko enaka 1, 4 ali 7.

Med petimi zaporednimi naravnimi števili je eno zagotovo deljivo s 4, to pa pomeni, da je njihov zmnožek deljiv tudi z 8. Torej mora biti tromestni konec zmnožka deljiv z 8, kar velja le v primeru števila 55440. Dobljeno število je zmnožek števil 7, 8, 9, 10 in 11.

5. Razberemo, da je Neža poleg 32 minut porabila $\frac{1}{4}$ časa, ki sta ga Tina in Ana pustili na razpolago Pii ter Neži. Seštevek Pijinih 88 minut ter Nežinih 32 minut je enak 120 minut, kar predstavlja $\frac{3}{4}$ časa, ki ga prvi dve sestri nista porabili. Torej sta Tina in Ana ostalima dvema pustili 160 minut. Podobno je Ana porabila $\frac{1}{4}$ časa, ki ga Tina ni porabila, ter še dodatnih 32 minut. Potemtakem 192 minut predstavlja $\frac{3}{4}$ časa, ki ga je Tina pustila ostalim trem. Najstarejša hči ni porabila 256 minut. Za računalnikom je prebila $\frac{1}{4}$ časa, ki jim ga je namenila mama, ter dodatnih 32 minut. Sklepamo podobno kot prej: 288 minut predstavlja $\frac{3}{4}$ skupnega časa. Mama je svojim hčeram namenila 384 minut. Iz tega lahko izračunamo čas za vsako izmed sester, ki ga je prebila za računalnikom. Tina $\frac{1}{4}$ od 384 minut ter 32 minut, torej 128 minut. Ana $\frac{1}{4}$ od 256 minut ter 32 minut, kar pomeni 96 minut. Neža je porabila $\frac{1}{4}$ od 160 minut ter 32 minut časa, skupaj 72 minut. Pia je porabila vseh preostalih 88 minut.

8. razred

1. Ločimo dve možnosti $|x-1|-5=3$ in $|x-1|-5=-3$. Prvo enačbo preoblikujemo v $|x-1|=8$ in dobimo dve enačbi:
$x-1=8$: rešitev te enačbe je $x=9$.
$x-1=-8$: v tem primeru je rešitev enačbe $x=-7$.
V drugem primeru enačbo preoblikujemo v enačbo $|x-1|=2$. Tokrat je potrebno rešiti naslednji enačbi:
$x-1=2$: rešitev je $x=3$.
$x-1=-2$ z rešitvijo $x=-1$.

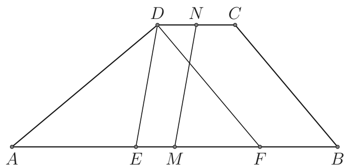
2. 1. način
Označimo prvo število z a in drugo število z b. Vsako število, razen prvih dveh, je enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil. Torej imamo števila: a, b, $a+b$, $a+2b$, $2a+3b$ ter $3a+5b$. Njihova vsota je enaka $8a+12b$ oziroma $4(2a+3b)$. Vemo, da je peto število enako 14, torej velja $2a+3b=14$. Tako je vsota teh šestih števil enaka $4\cdot 14=56$.

2. način
Označimo prvo število z a in drugo število z b. Vsako število, razen prvih dveh, je enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil, peto število pa je enako 14. Torej imamo števila: a, b, $a+b$, $a+2b$, 14 ter $a+2b+14$. Za peto število velja $2a+3b=14$, kar pomeni, da je b sodo naravno število. Število b je lahko le 2 ali 4, sicer bi bila vsota $2a+3b$ večja od 14. Če je $b=2$, mora biti $a=4$. Torej dobimo števila: $4, 2, 6, 8, 14$ in 22, katerih vsota je enaka 56. Če pa je $b=4$, mora biti $a=1$. V tem primeru dobimo števila: $1, 4, 5, 9, 14$ in 23, katerih vsota je prav tako 56.

3. Z večjim bagrom izkopljejo v eni uri $\frac{1}{12}$ jame. Ker je bilo delo končano v 8 urah, so z večjim bagrom izkopali $\frac{8}{12}$ oziroma $\frac{2}{3}$ jame. Preostalo $\frac{1}{3}$ jame so izkopali z manjšima bagroma. S prvim manjšim bagrom so delali 6, z drugim pa 4 ure, skupaj torej 10 delovnih ur za $\frac{1}{3}$ jame. To pomeni, da bi v eni uri z vsakim izmed manjših bagrov izkopali $\frac{1}{30}$ jame. Če bi izkopavali le z enim manjšim bagrom, bi izkop jame trajal 30 ur.

4. Število odvzetih frnikol iz prve posode označimo z x. Iz druge posode smo vzeli $2x$ frnikol, iz tretje $3x$, četrte $4x$ in tako naprej. Skupno smo odvzeli $x + 2x + 3x + \cdots + 10x$ frnikol oziroma $55x$. V deseti posodi je ostala le 1 frnikola, torej je bila na začetku v tej posodi $10x + 1$ frnikola. Ker je bilo v vsaki izmed posod enako število frnikol, je bilo skupno število vseh frnikol enako $10 \cdot (10x + 1)$. Ostalo jih je 370, torej je potrebno rešiti enačbo: $10 \cdot (10x + 1) - 55x = 370$, katere rešitev je $x = 8$. V vsaki posodi je bilo na začetku 81 frnikol.

5. Narišimo skico

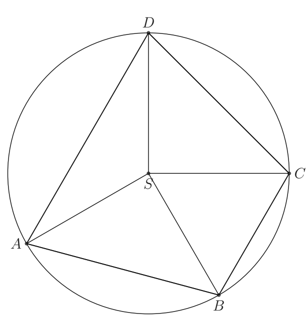


Označimo kota ob daljši osnovnici trapeza $ABCD$: $\sphericalangle BAD = \alpha$ in $\sphericalangle CBA = \beta$. Razpolovišči osnovnic označimo s točkama M in N. Vzporednica k daljici MN skozi točko D seka osnovnico AB v točki E. Vzporednica k daljici BC skozi točko D seka osnovnico AB v točki F. Ker je točka M razpolovišče daljše osnovnice a, velja $|MB| = \frac{\alpha}{2}$. Daljici EM in ND sta enako dolgi, in sicer je $|EM| = \frac{c}{2}$, saj je točka N razpolovišče osnovnice c. Torej velja $|AE| = a - \frac{a}{2} - \frac{c}{2} = \frac{a-c}{2}$. Trikotnik AED je enakokrak z osnovnico AD, saj iz besedila in skice razberemo: $|DE| = |MN| = \frac{a-c}{2} = |AE|$. Od tod sledi $\sphericalangle EAD = \sphericalangle ADE = \alpha$. Trikotnik EFD je enakokrak z osnovnico FD, saj je dolžina stranice EF enaka $|EF| = a - c - \frac{a-c}{2} = \frac{a-c}{2}$. Torej velja $\sphericalangle DFE = \sphericalangle EDF = \beta$. Velikosti notranjih kotov trikotnika AFD so α, β in $\alpha + \beta$, vsota velikosti pa je $2\alpha + 2\beta = 180°$. Vsota velikosti kotov ob daljši osnovnici trapeza je torej enaka $90°$.

9. razred

1. Število vseh učencev na šoli označimo z n. Iz prvega razmerja razberemo, da je bilo število učencev pri posamezni dejavnosti na začetku šolskega leta enako: $\frac{3n}{12} = \frac{n}{4}$, $\frac{4n}{12} = \frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{12}$. Iz drugega razmerja sledi, da je bilo število učencev pri posamezni dejavnosti ob koncu šolskega leta enako $\frac{7n}{18}$, $\frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{18}$. Opazimo, da je bilo pri prvi dejavnosti več učencev, pri drugi enako, pri tretji pa manj kot na začetku leta. Torej je bilo v tretji dejavnosti ob koncu šolskega leta 40 učencev manj, zato velja enačba: $\frac{5n}{12} - \frac{5n}{18} = 40$. Rešitev enačbe je $n = 288$. Na šoli je bilo 288 učencev.

2. Narišimo skico

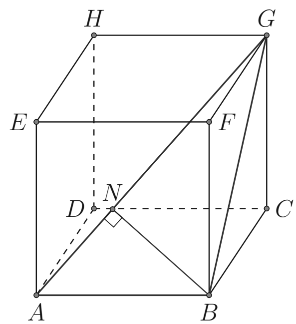


Iz danih velikosti kotov izračunamo velikost kota $\sphericalangle DSA$, in sicer $120°$. Daljici AB in CD sta enako dolgi, saj sta diagonali kvadrata s stranico dolžine 4 cm: $|AB| = |CD| = 4\sqrt{2}$ cm. Trikotnik BCS je enakostraničen, torej velja: $|BC| = 4$ cm. Trikotnik ASD je enakokrak z osnovnico AD, torej ga višina na stranico AD razpolavlja na dva skladna dela. Vsak del je enak polovici enakostraničnega trikotnika z višino enako $\frac{|AD|}{2}$, zato velja $|AD| = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 4\sqrt{3}$ cm. Obseg štirikotnika $ABCD$ je torej enak: $o = 4\sqrt{2}+4+4\sqrt{2}+4\sqrt{3} = 4+8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ cm. Vsota ploščin obeh pravokotnih trikotnikov ABS in CDS je enaka ploščini kvadrata s stranico dolžine 4 cm, torej 16 cm^2. Ploščina enakostraničnega trikotnika BCS je enaka $4\sqrt{3}$ cm^2. Prav tako je ploščina trikotnika

ASD enaka $4\sqrt{3}$ cm^2. Ploščina štirikotnika $ABCD$ je zato enaka: $p = 16 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = (16 + 8\sqrt{3})$ cm^2.

3. Vseh 19 znanih podatkov uredimo po velikosti: $1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6$. Mediana teh podatkov je vrednost na desetem mestu in je enaka 3. Modus teh podatkov je enak 2. Če bi bil $x \leq 3$, bi bila mediana vseh dvajsetih podatkov še vedno enaka 3, modus pa 2, kar ne ustreza zahtevam naloge. Torej je x lahko enak le 4 ali 5. V obeh primerih je mediana enaka 3.5. Če bi bil $x = 4$, bi imeli podatki dva modusa: 2 in 4, kar ne ustreza pogojem naloge. Edina možnost je, da je $x = 5$, saj je v tem primeru modus enak 2. Izračunamo še aritmetično sredino vseh podatkov. Ta je enaka: $\overline{x} = \frac{2\cdot1+5\cdot2+3\cdot3+4\cdot4+3\cdot5+3\cdot6}{20} = \frac{70}{20} = 3.5$.

4. Narišimo skico



Stranico kocke označimo z a. Presečišče telesne diagonale AG in pravokotnice na njo iz oglišča B pa označimo z N. Iz besedila razberemo, da je dolžina daljice BN enaka 7 cm. Telesna diagonala kocke je dolga $a\sqrt{3}$ cm, ploskovna pa $a\sqrt{2}$ cm. Torej za stranice trikotnika ABG velja: $|AB| = a$, $|BG| = a\sqrt{2}$ in $|AG| = a\sqrt{3}$. Ker je daljica BN višina trikotnika ABG na stranico AG, je njegova ploščina enaka: $p = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$. Vemo, da je trikotnik ABG pravokoten s katetama dolžine a in $a\sqrt{2}$, torej lahko njegovo ploščino zapišemo tudi kot $p = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. Izenačimo oba izraza za ploščino in dobimo: $a = \frac{7\sqrt{6}}{2}$ cm. Površina kocke je enaka $P = 6a^2 = 441$ cm^2, prostornina pa $V = a^3 = \frac{1029\sqrt{6}}{4}$ cm^3.

5. Izračunamo: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$, $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$, in $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n\cdot(n+1)}$. Imenovalce dobljenih rezultatov lahko zapišemo kot produkt dveh zaporednih števil. Torej velja: $\frac{1}{2}=\frac{1}{1\cdot 2}$, $\frac{1}{6}=\frac{1}{2\cdot 3}$, $\frac{1}{12}=\frac{1}{3\cdot 4}$ in $\frac{1}{20}=\frac{1}{4\cdot 5}$, kar je razvidno tudi iz enakosti $\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$. Vsak člen izraza $\frac{1}{2000\cdot 2001}+\frac{1}{2001\cdot 2002}+\frac{1}{2002\cdot 2003}+\frac{1}{2003\cdot 2004}+\ldots+\frac{1}{2998\cdot 2999}+\frac{1}{2999\cdot 3000}$ zamenjamo z razliko dveh ulomkov in dobimo: $\frac{1}{2000}-\frac{1}{2001}+\frac{1}{2001}-\frac{1}{2002}+\frac{1}{2002}-\frac{1}{2003}+\ldots+\frac{1}{2998}-\frac{1}{2999}+\frac{1}{2999}-\frac{1}{3000}$. Vsi členi razen prvega in zadnjega se odštejejo in ostane: $\frac{1}{2000}-\frac{1}{3000}=\frac{3-2}{6000}=\frac{1}{6000}$.

Rešitve s 34. tekmovanja iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

A1 Razmerje med svetlobno hitrostjo c in Jasnino hitrostjo v_J je 10^8:

$$\frac{c}{v_\mathrm{J}}=\frac{3\cdot 10^8\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{h}}{\mathrm{s}\cdot\ 1\,080\,000\,\mathrm{cm}}=\frac{3\cdot 10^8\,\mathrm{m}\cdot 3\,600\,\mathrm{s}}{\mathrm{s}\cdot\ 10\,800\,\mathrm{m}}=10^8\,.$$

A2 1 matjaž $=$ 1,75 m, 1 kilomatjaž $=10^3\cdot 1{,}75$ m $=$ 1,75 km. Razdalja $r_{\mathrm{Lj-Mb}}$ med Ljubljano in Mariborom meri 72 kilomatjažev:

$$r_{\mathrm{Lj-Mb}}=126\,\mathrm{km}=126\,\mathrm{km}\ \cdot\ \frac{1\,\mathrm{kilomatjaž}}{1\,\mathrm{kilomatjaž}}=126\,\mathrm{km}\ \cdot\ \frac{1\,\mathrm{kilomatjaž}}{1{,}75\,\mathrm{km}}=72\,\mathrm{kilomatjažev}\,.$$

A3 Pravilno zrcaljenje kaže slika (D).

A4 Lunina mena je odvisna od trenutnega medsebojnega položaja Lune, Zemlje in Sonca in ni odvisna od tega, odkod z Zemlje Luno opazujemo. Vsi Zemljani, ki opazujejo Luno istega dne, vidijo isto meno.

A5 Najdaljšo pot opravi avtomobil, ki ima v prikazanem obdobju največjo hitrost. Najhitrejši je v celotnem obdobju avtomobil A (ki je v vsakem trenutku, razen ob času $t=1$ min, hitrejši od avtomobilov B in C).

B1 (a) V enem dnevu je $24\cdot 60\cdot 60$ s $=86\,400$ s. En utrip se zgodi v 0,8 s, kar pomeni, da v enem dnevu Filipovo srce utripne

$$N=\frac{86\,400\mathrm{s}}{0{,}8\,\mathrm{s}}=108\,000-\mathrm{krat}.$$

(b) V eni minuti Filipovo srce utripne $N_1=\frac{60\,\mathrm{s}}{0{,}8\,\mathrm{s}}=75-$ krat in pri tem prečrpa $V_1=75\cdot 0{,}6$ dl $=45$ dl $=4{,}5$ litra krvi.

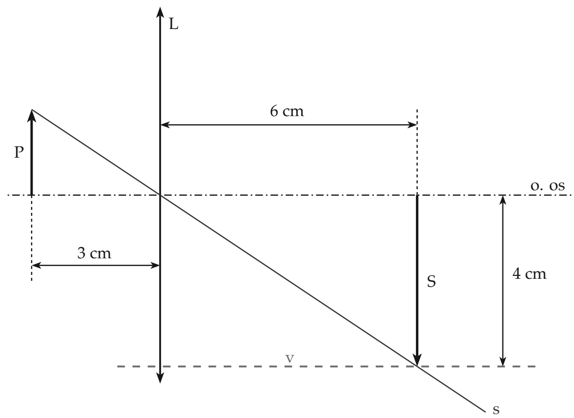
(c) V eni minuti Filipovo srce prečrpa $V_1=4{,}5$ litrov krvi, v enem dnevu pa $V_2=24\cdot 60\cdot 4{,}5$ litrov $=6\,480$ litrov krvi. To prostornino delimo s prostornino krvi $V_0=4{,}05$ litrov, ki jo ima Filip v telesu,

$$\frac{V_2}{V_0}=\frac{6\,480\,\mathrm{litrov}}{4{,}05\,\mathrm{litrov}}=1\,600\,.$$

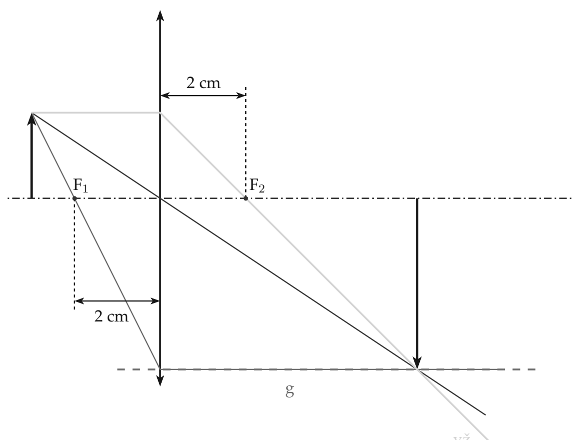
Filipovo srce v enem dnevu prečrpa tolikšno prostornino krvi, kot jo ima Filip v telesu, $1\,600-$krat

B2 (a) Zaporedni koraki pri konstrukciji slike so:

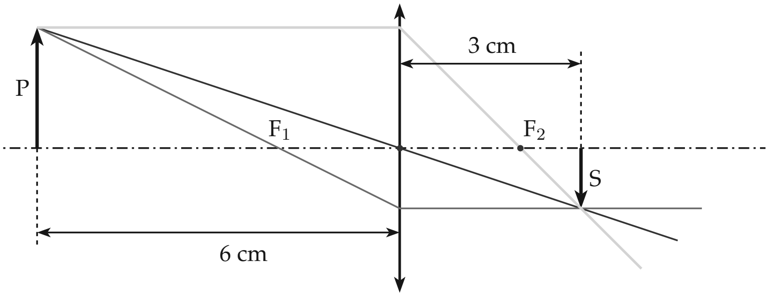
1. Narišemo optično os leče (o. os), na njej pravokotno lečo (L).
2. V oddaljenosti 3 cm od leče narišemo 2 cm visok predmet (P).
3. Narišemo središčni žarek (s), ki gre od vrha predmeta skozi središče leče .
4. Narišemo vzporednico optični osi (v), od nje oddaljeno 4 cm.
5. Presečišče s in v je točka, kjer nastane slika vrha predmeta. Narišemo sliko (S) od optične osi do te točke. Izmerimo oddaljenost slike od predmeta, dobimo 3 cm + 6 cm = 9 cm.



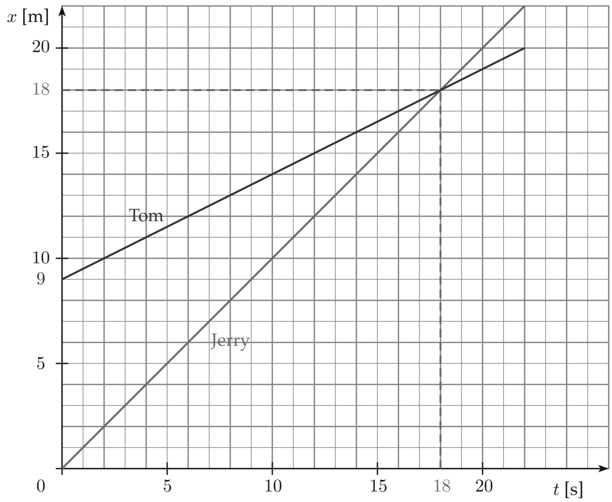
(b) Goriščno razdaljo lahko določimo, če na že narisani sliki na vzporednico v na tisti strani leče, kjer je slika, narišemo goriščni žarek g ali pa narišemo nov žarek vž (vzporedni žarek) ter izmerimo, v kolikšni oddaljenosti od leče prvi ali drugi sekata optično os: na presečiščih ležita obe gorišči F_1 in F_2. Goriščna razdalja leče meri 2 cm.



(c) Lahko narišemo novo skico (ni pa nujno; lahko sklepamo iz prejšnje situacije). Slika je realna, pomanjšana in obrnjena. Od leče je oddaljena 3 cm ±3 mm in je visoka 1 cm ±1 mm.



B3 (a) Graf, ki kaže, kako se legi Toma in Jerryja spreminjata s časom:



Izhodišče koordinatnega sistema je v teh rešitvah izbrano v začetni Jerryjevi legi. Enakovredne so tudi druge izbire izhodišča koordinatnega sistema.

(b) Iz grafov preberemo, da Jerry dohiti Toma v trenutku $t_1 = 18$ s. Lahko pa čas srečanja tudi izračunamo.

(c) Iz grafov preberemo, da je Jerry do srečanja pretekel 18 m, Tom pa 9 m. Lahko pa opravljeni poti tudi izračunamo.

9. razred

A1 Najdaljšo pot opravi avtomobil, ki ima v prikazanem obdobju največjo povprečno hitrost. To avtomobil A.

A2 Na začetku sta kroglici na isti višini nad tlemi. Lažja kroglica ima tam potencialno energijo (gleč na tla) $W_{p,1}$, težja pa $W_{p,2} = 2 \cdot W_{p,1}$. Pri padanju do tal se vsa potencialna energija posamezı kroglice brez izgub pretvori v njeno kinetično energijo. Tik preden padeta na tla velja $W_{k,2}$ $2 \cdot W_{k,1}$.

A3 Kroglica, ki visi na vzmetni tehntici, je v ravnovesju (vsota sil, ki delujejo nanjo, je 0). Teža prv kroglice je 1,5 N. Ko jo potopimo v vodo, pomaga vzmetni tehtnici, ki zdaj kaže le 1,2 N, tež kroglice uravnovesiti sila vzgona. Ta je po velikosti enaka 1,5 N − 1,2 N = 0, 3 N. Druga krogli ima večjo maso in je enako velika kot prva. Ko jo potopimo v vodo, izpodrine enako prostornir vode kot prva, zato je sila vgona nanjo enaka kot sila vzgona na prvo kroglico. Če je teža drug kroglice 2,0 N, kaže vzmetna tehtnica, ko je druga kroglica potopljena v vodo, 2,0 N − 0,3 = 1, 7 N.

A4 Potencialno energijo merimo v joulih, J. Velja 1 J = 1 N · m (primer A) in ker je 1 N = 1 $\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}^2}$, vel tudi 1 J = 1 $\frac{\mathrm{kg\cdot m}^2}{\mathrm{s}^2}$ (primer D). Pascal (Pa) je enota za tlak, velja 1 Pa · m^3 = 1 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ · m^3 = 1 N · (primer B). Ostane le še primer (C), ki je očitno različen od primera (B). To pomeni, da je eden njiju napačen. Ker je (B) pravilen, je (C) napačen.

A5 Lunina mena je odvisna od trenutnega medsebojnega položaja Lune, Zemlje in Sonca in ni odvisr od tega, odkod z Zemlje Luno opazujemo. Vsi Zemljani, ki opazujejo Luno istega dne, vidijo is meno.

B1 (a) Tik preden izstrelek z maso $m = 5$ g $= 0{,}005$ kg zadene desko, ima hitrost $v_1 = 300\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ kinetično energijo $W_{k,1} = \frac{1}{2}\ m \cdot v_1^2 = 225$ J. Ko desko prebije, je hitrost izstrelka $v_2 = 100$ in njegova kinetična energija $W_{k,2} = \frac{1}{2}\ m \cdot v_2^2 = 25$ J. V deski se je kinetična energija izstrell zmanjšala za $\Delta W_k = 200$ J.

(b) Zmanjšanje kinetične energije izstrelka gre na račun dela sile upora F_u. Ta je pri giban izstrelka skozi desko na izstrelek opravila (negativno) delo $A_1 = 200$ J.

(d) Da bi se izstrelek v deski ustavil, bi morala povprečna sila upora nanj opraviti (negativn delo, po velikosti enako začetni kinetični energiji izstrelka $W_{k,1}$: $A_2 = W_{k,1} = \bar{F}_u \cdot s_2 = 225$ Od tu dobimo minimalno debelino deske s_2,

$$s_2 = \frac{A_2}{\bar{F}_u} = \frac{225\,\mathrm{J}}{10\,000\,\mathrm{N}} = 0{,}0225\,\mathrm{m} = 2{,}25\,\mathrm{cm}\,.$$

B2 (a) Avto se giblje enakomerno, ko je njegov pospešek enak 0, to pa je med $t_1 = 10$ s in $t_2 = 56$ V prvi minuti se torej 46 s giblje enakomerno.

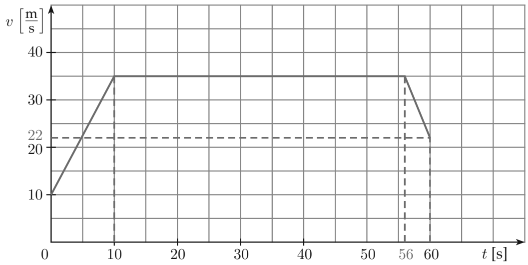
(b) Avto ob $t_0 = 0$ zapelje s hitrostjo $v_0 = 36\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ na avtocesto. Do $t_1 = 10$ s pospešu s pospeškom $a_1 = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, potem vozi enakomerno s hitrostjo v_1 do $t_2 = 56$ s in potem $t_3 = 60$ s zavira s pojemkom $a_2 = (-)3{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Največjo hitrost v_1 doseže ob času t_1 in vozi njo do časa t_2. Ta hitrost je enaka

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\,\mathrm{s} = 35\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 126\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

(c) Do trenutka $t_2 = 56$ s avto vozi enakomerno s hitrostjo v_1. V zadnjih 4 sekundah prve minu vožnje po avtocesti, do trenutka $t_3 = 60$ s, avto zavira s pojemkom $a_2 = (-)3{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. V te času $\Delta t = t_3 - t_2 = 4$ s se mu hitrost zmanjša na

$$v_2 = v_1 - a_2 \cdot \Delta t = v_1 - a_2 \cdot (t_3 - t_2) = 35\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 3{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\,\mathrm{s} = 22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 79{,}2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

(d) Vse podatke, ki jih potrebujemo, da lahko narišemo graf $v(t)$, že poznamo.



(e) Celotno prevoženo pot s izračunamo kot vsoto treh prispevkov: poti s_1, ki jo opravi av pri enakomerno pospešenem gibanju s pospeškom a_1 med $t_0 = 0$ in t_1, poti s_2, ki jo opra avto pri enakomernem gibanju s hitrostjo v_1 med t_1 in t_2 ter poti s_3, ki jo opravi avto p enakomerno pospešenem gibanju s pojemkom a_2 med t_2 in t_3:

$$
\begin{aligned}
s_1 &= v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\,\mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (10\,\mathrm{s})^2 = 225\,\mathrm{m}, \\
s_2 &= v_1 \cdot (t_2 - t_1) = 35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot (56\,\mathrm{s} - 10\,\mathrm{s}) = 1\,610\,\mathrm{m}, \\
s_3 &= v_1 \cdot (t_3 - t_2) - \frac{1}{2} a_2 \cdot (t_3 - t_2)^2 = 35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4\,\mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 3{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (4\,\mathrm{s})^2 = 114\,\mathrm{m}, \\
s &= s_1 + s_2 + s_3 = 225\,\mathrm{m} + 1\,610\,\mathrm{m} + 114\,\mathrm{m} = 1\,949\,\mathrm{m}\,.
\end{aligned}
$$

Posamezne dele poti s_1, s_2 in s_3 lahko izračunamo tudi iz povprečnih hitrosti na posamezn odsekih:

$$
\begin{aligned}
s_1 &= \bar{v}_{[t_0,t_1]} \cdot t_1 = \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot t_1 = \frac{35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 10\,\mathrm{s} = 22{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\,\mathrm{s} = 225\,\mathrm{m}, \\
s_2 &= \bar{v}_{[t_1,t_2]} \cdot (t_2 - t_1) = v_1 \cdot (t_2 - t_1) = 1\,610\,\mathrm{m}, \\
s_3 &= \bar{v}_{[t_2,t_3]} \cdot (t_3 - t_2) = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot (t_3 - t_2) = \frac{35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 22\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 4\,\mathrm{s} = 28{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4\,\mathrm{s} = 114\,\mathrm{m}.
\end{aligned}
$$

B3 (a) Preden na mizo postavimo vazo nanjo deluje zračni tlak $p_0 = 1$ bar.

(b) Tlak na mizo je pod prazno vazo večji od zračnega tlaka, ker na mizo deluje tudi vaza s si F_0, ki je po velikosti enaka njeni teži, $F_0 = F_{g,0} = 20$ N. Ta sila prijemlje po ploskvi S, ki enaka površini dna vaze. Dodaten tlak na mizo pod prazno vazo je

$$
\Delta p_1 = \frac{F_0}{S} = \frac{20\,\mathrm{N}}{250\,\mathrm{cm}^2} = \frac{20\,\mathrm{N}}{0{,}025\,\mathrm{m}^2} = 800\,\mathrm{Pa} = 0{,}08\,\mathrm{kPa} = 0{,}008\,\mathrm{bar}.
$$

Pod prazno vazo je celoten tlak na mizo vsota zračnega tlaka p_0 in dodatnega tlaka zara teže vaze Δp_1: $p_1 = p_0 + \Delta p_1 = 1{,}008$ bar.

(c) Ko je v vazi 1 liter vode z gostoto ρ_v, ki sega do višine 20 cm nad dnom vaze, je v vodi tik na dnom vaze tlak enak vsoti zračnega tlaka p_0 in hidrostatičnega tlaka Δp_2 stolpca tekočin visokega $h = 20$ cm,

$$
\begin{aligned}
p_2 &= p_0 + \Delta p_2 = p_0 + \rho_v \cdot g \cdot h = 1\,\mathrm{bar} + 1\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}2\,\mathrm{m} = \\
&= 1\,\mathrm{bar} + 2\,000\,\mathrm{Pa} = 102\,\mathrm{kPa} = 1{,}02\,\mathrm{bar}.
\end{aligned}
$$

(d) Ko je vaza polna in je v njej 1 liter vode, deluje na mizo s silo F_1, ki je po velikosti enaka vso teže vaze $F_{g,0}$ in teže vode $F_{g,v}$ v vazi, $F_1 = F_{g,0} + F_{g,v} = 30$ N. Ta sila prijemlje po ploskvi ki je enaka površini dna vaze. Dodaten tlak na mizo pod polno vazo je

$$
\Delta p_3 = \frac{F_1}{S} = \frac{30\,\mathrm{N}}{250\,\mathrm{cm}^2} = 1\,200\,\mathrm{Pa} = 1{,}2\,\mathrm{kPa} = 0{,}012\,\mathrm{bar}.
$$

Celoten tlak na mizo pod polno vazo je vsota zračnega tlaka in dodatnega tlaka zaradi te: polne vaze, $p_3 = p_0 + \Delta p_3 = 1{,}012$ bar. Razlika med tlakoma na mizo pod polno in prazr vazo je

$$\Delta p = p_3 - p_1 = 1{,}012\,\mathrm{bar} - 1{,}008\,\mathrm{bar} = 0{,}004\,\mathrm{bar} = 400\,\mathrm{Pa}.$$

Rešitve s 34. tekmovanja iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – regijsko tekmovanje

8. razred

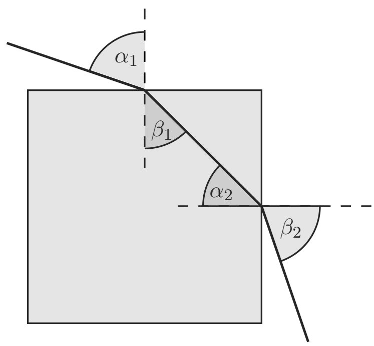
A1 Na mizo **ne deluje** teža klade. Teža klade je sila, s katero Zemlja deluje na klado.

A2 Tudi Luna vzhaja približno na vzhodu in zahaja približno na zahodu ter gre vmes čez južni del neba. Ko je najvišje na nebu, je njen azimut v smeri proti jugu.

A3 V opazovanem času opravi Neli pot 1 m, Maks opravi pot 3 m $+ 2$ m $= 5$ m in Pino opravi pot 2 m $+ 3$ m $+ 2$ m $= 7$ m.

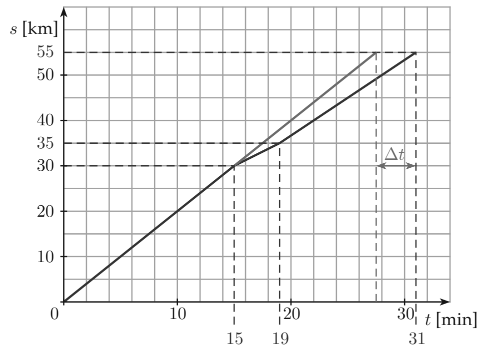
A4 Majevska ura je trajala $\frac{1}{20}$ dneva $= \frac{1}{20} \cdot 24$ (današnjih) ur $= 1{,}2$ (današnje) ure. Majevska šolska ura je trajala $\frac{3}{4}$ majevske ure $= \frac{3}{4} \cdot 1{,}2$ (današnje) ure $= 0{,}9$ (današnje) ure $= 0{,}9 \cdot 3\,600$ (današnjih) sekund $= 3\,240$ (današnjih) sekund.

A5 Vogal kocke je prizma z vršnim kotom $90°$. Ko žarek iz zraka vstopi v ledeno kocko, prehaja v optično gostejše sredstvo in se lomi proti vpadni pravokotnici. Ko na drugi ploskvi izstopi iz kocke, prehaja v optično redkejše sredstvo in se lomi stran od vpadne pravokotnice. Tako pot žarka prikaže samo slika (A).



B1 (a) Jakob je s hitrostjo $v_1 = 120\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ prevozil prvi del poti $s_1 = 30$ km v eni četrtini ure ($t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{30\,\mathrm{km}\cdot 60\,\mathrm{min}}{120\,\mathrm{km}} = 15$ min), naslednji del poti $s_2 = 5$ km je s hitrostjo $v_2 = 75\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ prevozil v eni petnajstini ure ($t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{5\,\mathrm{km}\cdot 60\,\mathrm{min}}{75\,\mathrm{km}} = 4$ min) in zadnji del poti $s_3 = 20$ km je s hitrostjo $v_3 = 100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ prevozil v eni petini ure ($t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{20\,\mathrm{km}\cdot 60\,\mathrm{min}}{100\,\mathrm{km}} = 12$ min). Skupno pot $s_s = 55$ km je prevozil v času $t_s = t_1 + t_2 + t_3 = 31$ min.

(b) Graf, narisan z modro (temnejšo) črto, kaže, kako se je s časom spreminjala Jakobova pot $s(t)$.



(c) Avto, ki se giblje s stalno hitrostjo $v_1 = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, prevozi pot $s_s = 55$ km v času $t_4 = \frac{s_s}{v_1} = \frac{55\,\text{km}\cdot\text{h}}{120\,\text{km}} = 27{,}5$ min. Za celotno pot s_s potrebuje $\Delta t = t_s - t_4 = 3{,}5$ min manj časa kot ga je potreboval Jakob. Na grafu pri (b) je z rdečo (svetlejšo) črto narisan graf poti v odvisnosti od časa za avto, ki se giblje s stalno hitrostjo v_1. Označen je tudi čas Δt.

(d) Da bi Jakob na zadnjih $s_3 = 20$ km poti nadoknadil zamudo zaradi počasnejše vožnje na $s_2 = 5$ km dolgem odseku z delom na cesti, bi moral pot s_3 prevoziti v času $t_5 = t_4 - (t_1 + t_2) =$ 27,5 min -19 min = 8,5 min. Voziti bi moral s hitrostjo

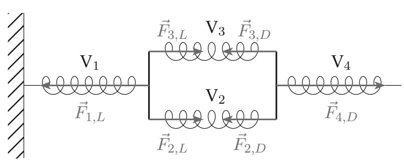
$$v_4 = \frac{s_3}{t_5} = \frac{20\,\text{km}}{8{,}5\,\text{min}} = 141{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,.$$

B2 (a) Sila 5 N podaljša vzmet za 2 cm, sila 1 N pa za petino tega raztezka, torej za 0,4 cm.

(b) Vzmeti V_2 in V_3 raztegujeta sili 4 N, zato je vsaka od teh dveh vzmeti raztegnjena za $4 \cdot 0{,}4$ cm $= 1{,}6$ cm. Na desno krajišče vzmeti V_1 deluje prečka s silo 8 N (na levo pa stena z nasprotno usmerjeno in enako veliko silo). Vzmet V_1 je raztegnjena za $8 \cdot 0{,}4$ cm $= 3{,}2$ cm. Skupni raztezek konstrukcije vmeti je 3,2 cm + 1,6 cm = 4,8 cm.

vzmet	x [cm]	x_s [cm]
V_1	3,2	4,8
V_2	1,6	
V_3	1,6	

(c) Na desno prečko deluje vmet V_4 s silo $F_{4,D} = 12$ N, vzmeti V_2 in V_3 pa delujeta na isto prečko v nasprotni smeri s pol manjšima silama $F_{2,D} = F_{3,D} = 6$ N. Na levo prečko delujeta vzmeti V_2 in V_3 s silama $F_{2,L} = F_{3,L} = 6$ N in v nasprotni smeri vzmet V_1 s silo, ki ti dve sili uravnovesi in meri $F_{1,L} = 12$ N. V merilu je sila 12 N dolga 2,4 cm ± 1 mm, sila 6 N pa 1,2 cm ± 1 mm. Vse sile vzmeti na prečki prijemljejo tam, kjer so vzmeti pripete na prečki.

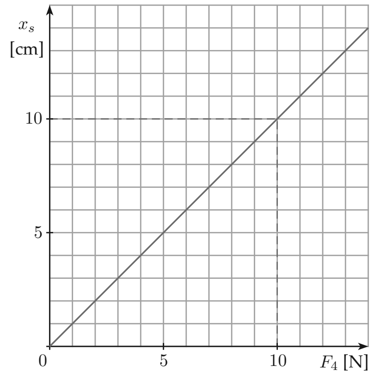


(d) V konstrukciji iz štirih enakih vzmeti napenjajo vzmeti V_2 in V_3 pol manjše sile kot vzmeti V_1 in V_4, zato sta vzmeti V_2 in V_3 raztegnjeni pol manj kot vzmeti V_1 in V_4. Če označimo raztezek vzmeti V_2 (ki je enak raztezku vzmeti V_3) z x, je raztezek vzmeti V_1 (ki je enak raztezku vzmeti V_4) enak $2 \cdot x$. Skupni raztezek konstrukcije je $x_s = 2 \cdot x + x + 2 \cdot x = 5 \cdot x = 10$ cm. Od tu dobimo $x = 2$ cm. Vzmeti V_2 in V_3 sta raztegnjeni vsaka za 2 cm, vzmeti V_1 in V_4 pa vsaka za 4 cm.

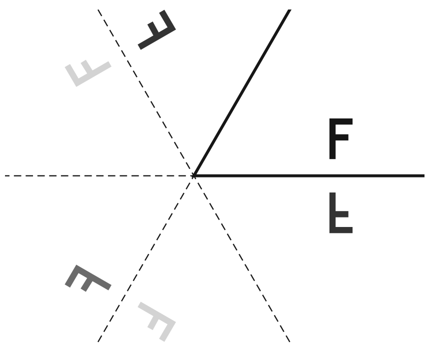
Če je raztezek vzmeti V_4 enak 4 cm, jo Luka vleče s silo $F_4 = 10$ N.

vzmet	V_1	V_2	V_3	V_4
x [cm]	4	2	2	4

(e) Tudi za konstrukcijo iz vzmeti velja Hookov zakon: skupni raztezek konstrukcije x_s je premosorazmeren sili, ki konstrukcijo razteguje, to pa je sila F_4, s katero Luka vleče vzmet V_4. Če se sila F_4 podvoji, se podvojijo tudi vse sile vzmeti, zato se podvojijo tudi vsi raztezki posameznih vzmeti in tudi skupni raztezek x_s. Pri prejšnjem vprašanju smo ugotovili, da povzroči sila $F_4 = 10$ N raztezek $x_s = 10$ cm.

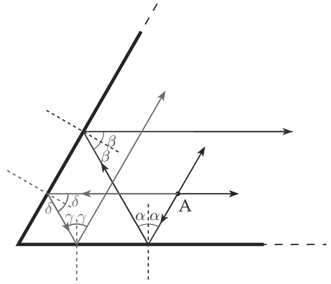


B3 (a) Ko je kot med zrcaloma $60°$, lahko v zrcalih opazimo 5 navideznih slik. Sliki, narisani z modro, vidimo po enkratnem odboju žarkov na posameznem zrcalu. Sliki, narisani z zeleno, vidimo po zaporednih odbojih žarkov najprej na prvem, potem še na drugem zrcalu (ali najprej na drugem, potem na prvem). Sliko, narisano z rdečo, vidimo po trikratnem zaporednem odboju žarkov na zrcalih, najprej na prvem, potem na drugem in nato spet na prvem (ali najprej na drugem, potem na prvem in nato spet na drugem).



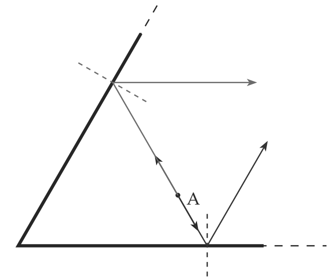
Ni potrebno ugotavljati, kako so tekmovalci slike konstruirali. Pomembno je, da so narisane na pravih mestih in pravilno orientirane. Pri orientaciji slik ni odstopanja, pri legi slik je dovoljeno odstopanje $0{,}3$ cm za modri sliki in $0{,}6$ cm za ostale slike.

(b) Vsak od narisanih dveh žarkov se od zrcal odbije dvakrat. Ker je kot med zrcaloma $60°$, so vsi koti α, β, γ in δ enaki $30°$.



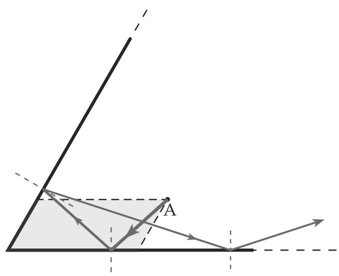
Pred prvim odbojem na zrcalu mora biti narisani žarek vzporeden prvemu zrcalu, po dveh odbojih na zrcalih pa mora biti narisani žarek vzporeden drugemu zrcalu. Pri risanju odbitih žarkov mora tekmovalec upoštevati odbojni zakon.

(c) Vsak od narisanih žarkov se od zrcal odbije enkrat (samo od enega zrcala).



Po odboju na prvem zrcalu mora biti narisani žarek vzporeden drugemu zrcalu in obratno (upoštevan je odbojni zakon).

(d) Žarek, ki se od zrcal odbije skupno trikrat, mora od točke A potovati v smeri, ki je znotraj modro obarvanega področja. Prvič se od zrcala odbije na oddebeljenem modrem delu prvega ali drugega zrcala. Narisan je primer takega žarka, ki se prvič odbije od spodnjega zrcala.



Pri risanju odbitih žarkov mora tekmovalec upoštevati odbojni zakon.

9. razred

A1 Če se je 4 m dolga žica podaljšala za $1{,}36$ mm, to pomeni, da se je vsak meter žice podaljšal za četrtino skupnega podaljška, torej $\frac{1{,}36\,\mathrm{mm}}{4} = 0{,}34$ mm. Vedeti moramo še, da je raztezek žice sorazmeren spremembi temperature žice. Če se meter žice pri segretju za $\Delta T = 20\,^\circ\mathrm{C}$ podaljša za $0{,}34$ mm, se pri spremembi temperature za $\Delta T_1 = 1\,^\circ\mathrm{C}$ podaljša za dvajsetino te vrednosti, kar je $\frac{0{,}34\,\mathrm{mm}}{20} = 0{,}017$ mm.

A2 Manca najprej stoji na tehtnici, njeno težišče miruje in tehtnica kaže 41 kg. Ob začetku počepa se prične njeno težišče pospešeno gibati navzdol, kar pomeni, da na Manco deluje rezultanta sil v smeri proti tlom. Sili, ki na Manco delujeta, sta teža v smeri navzdol in sila podlage (tehtnice), v smeri navzgor. Sila teže je na začetku počepa večja od sile tehtnice, zato pokaže tehtnica na začetku počepanja manj kot 41 kg. Ko se Mančino težišče približuje svoji najnižji legi, se že ustavlja, kar pomeni, da tedaj deluje rezultanta sil na Manco v nasprotni smeri, kot se Manca giblje. Sila tehtnice je med Mančinim ustavljanjem večja od Mančine teže. Ko Manca obmiruje, kaže tehtnica spet 41 kg.

A3 V opazovanem času opravi Neli pot 1 m, Maks opravi pot $3\text{ m} + 2\text{ m} = 5\text{ m}$ in Pino opravi pot $2\text{ m} + 3\text{ m} + 2\text{ m} = 7\text{ m}$.

A4 Rezultanta sil, ki delujejo na motorista, je različna od 0 tedaj, ko se motorist **ne** vozi premo-enakomerno. In obratno, ko motorist vozi premo enakomerno, je rezultanta sil nanj enaka 0. Od naštetih gibanj je vožnja motorista s stalno hitrostjo $30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ v raven klanec edino premo-enakomerno gibanje.

A5 Površina posestva $S = 20$ juter $= 20 \cdot 1\,600$ seženj^2 $= 32\,000$ seženj^2. Velja tudi 1 seženj $=$ 6 čevljev $= 6 \cdot 12$ palcev $= 6 \cdot 12 \cdot 2{,}636$ cm $= 189{,}8$ cm $= 1{,}898$ m in zato je 1 seženj^2 $=$ $(1{,}898\text{ m})^2 = 3{,}602\text{ m}^2$. Posestvo meri $S = 32\,000 \cdot 3{,}602\text{ m}^2 = 115\,267\text{ m}^2 \approx 115\,000\text{ m}^2$.

B1 (a) Ko voziček počasi odmaknemo iz ravnovesne lege, opravimo delo $A_0 = 0{,}5$ J, ki se naloži v prožnostno energijo vzmeti. Kolikor dela smo opravili, toliko ima potem vzmet (stisnjena ali skrčena) prožnostne energije, $W_{pr,0} = A_0$. Iz grafa preberemo, da je raztezek (ali skrček) vzmeti tedaj, ko je njena prožnostna energija $0{,}5$ J, enak $x_0 = 12$ cm.

(b) Ko voziček na vzmeti niha, ima kinetično energijo W_k, vzmet, ki se krči in razteza, pa prožnostno energijo W_{pr}. Med nihanjem vozička se ena oblika energije pretvarja v drugo in nazaj. Če je trenje zanemarljivo, se skupna energija W_s vozička in vzmeti ohranja, velja $W_s = W_{pr,0} = W_k + W_{pr} = A_0$. Vzmet v ravnovesni legi ni niti skrčena niti raztegnjena, $x = 0$, zato je njena prožnostna energija, ko gre voziček skozi ravnovesno lego, 0. To pomeni, da bo imel takrat voziček največ kinetične energije: enaka je delu A_0, ki smo ga opravili, $W_{k,0} = 0{,}5$ J.

(c) Največjo hitrost vozička izračunamo iz njegove največje kinetične energije, $W_{k,0} = \frac{1}{2}\, m \cdot v_0^2 = 0{,}5$ J. Maso vozička poznamo, $m = 0{,}25$ kg. Dobimo

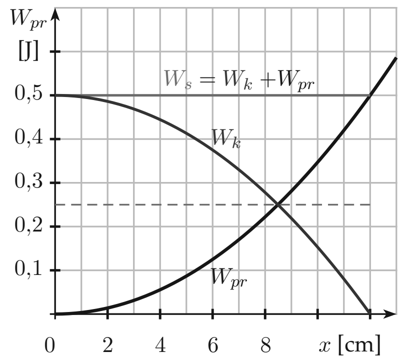
$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{k,0}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5\,\text{J}}{0{,}25\,\text{kg}}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

(d) Ko je hitrost vozička $v_1 = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, je njegova kinetična energija

$$W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25\,\text{kg} \cdot 1\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 0{,}125\,\text{J}\,.$$

Skupna energija je v vsakem trenutku $W_s = 0{,}5$ J, kar pomeni, da je tedaj prožnostna energija vzmeti $W_{pr} = W_s - W_k = 0{,}5$ J $-0{,}125$ J $= 0{,}375$ J. Iz grafa preberemo, da ima vzmet toliko prožnostne energije, ko je raztegnjena (ali skrčena) za $10{,}5$ cm $\pm 0{,}3$ cm (točno: $10{,}4$ cm).

(e) Upoštevamo, da se skupna energija vzmeti in vozička W_s, ohranja. V koordinatnem sistemu je z modro črto narisan graf, ki kaže, kolikšna je kinetična energija vozička W_k pri različnih x, rdeča črta pa kaže skupno energijo W_s.
Graf $W_k(x)$ je preko črte $W = 0{,}25$ J prezrcaljen graf $W_{pr}(x)$.



B2 (a) Med skokom se Vasja in Fedja, ki imata skupaj $m_{VF} = 160$ kg, spustita za $\Delta h_{VF} = 2{,}5$ m. Pri tem se njuna potencialna energija spremeni (zmanjša) za

$$\Delta W_{p,VF} = m_{VF} \cdot g \cdot \Delta h_{VF} = 160\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}5\,\text{m} = 4\,000\,\text{J}.$$

(b) Prožna deska katapulta prenese na Dunjo (ki ima maso $m_D = 52$ kg) z delom A_d toliko energije, da se njeno težišče pri skoku dvigne do višine 5 m nad tlemi, kar je za $\Delta h_D = 4$ m višje od lege njenega težišča pred skokom. V najvišji točki ima Dunja za

$$A_d = \Delta W_{p,D,max} = m_D \cdot g \cdot \Delta h_D = 52\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\,\text{m} = 2\,080\,\text{J}$$

več energije, kot jo je imela pred skokom. To pomeni, da je prožna deska na Dunjo prenesla toliko energije.

(c) Tik zatem, ko Dunjina stopala izgubijo stik z desko, so na višini $\Delta h_1 = 1$ m nad tlemi, in toliko višje je od začetne lege tudi Dunjino težišče. Do tega trenutka je deska že opravila vse delo A_d na Dunji in ona tedaj že ima vso energijo, ki smo jo izračunali pri (b)). En del Dunjine energije je v obliki večje potencialne energije $\Delta W_{p,D,1}$ (Dunjino težišče je $\Delta h_1 = 1$ m višje kot pred skokom), večji del pa je kinetična energija $W_{k,D,1}$,

$$\begin{aligned} A_d &= \Delta W_{p,D,max} = 2\,080\,\text{J} = \Delta W_{p,D,1} + W_{k,D,1} = m_D \cdot g \cdot \Delta h_1 + W_{k,D,1} = \\ &= 52\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{m} + W_{k,D,1} = 520\,\text{J} + W_{k,D,1}\,. \end{aligned}$$

Od tu dobimo Dunjino kinetično energijo ob koncu odriva $W_{k,D,1} = 2\,080\,\text{J} - 520\,\text{J} = 1\,560$ J. Iz kinetične energije izračunamo Dunjino hitrost v_1,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{k,D,1}}{m_D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,560\,\text{J}}{52\,\text{kg}}} = 7{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

(d) Dunja na začetku miruje, potem pa na poti z dolžino $\Delta h_1 = 1$ m njena hitrost naraste na v_1. Njena povprečna hitrost na tej poti je $\bar{v} = \frac{1}{2}\,v_1 = 3{,}87\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, pot opravi v času

$$t_1 = \frac{\Delta h_1}{\bar{v}} = \frac{1\,\text{m} \cdot \text{s}}{3{,}87\,\text{m}} = 0{,}26\,\text{s}\,.$$

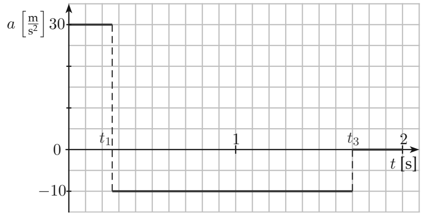
Dunjin pospešek med odrivom na deski je

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{7{,}75\,\text{m}}{\text{s} \cdot 0{,}26\,\text{s}} = 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3 \cdot g\,.$$

Dunjin pospešek lahko izračunamo tudi iz izreka o kinetični energiji. V smeri njenega gibanja delujeta na Dunjo dve sili, teža in sila deske. Med odrivom njuna rezultanta F_r na poti $\Delta h_1 = 1$ m opravi delo A_r, ki je enako spremembi Dunjine kinetične energije, oziroma kar Dunjini kinetični energiji na koncu odriva, $A_r = F_r \cdot \Delta h_1 = \Delta W_{k,D} = W_{k,D,1} = 1\,560$ J. Ker rezultanta deluje na poti 1 m, je njena velikost kar $F_r = 1\,560$ N. V naslednjem koraku uporabimo 2. Newtonov zakon in izračunamo Dunjin pospešek,

$$a = \frac{F_r}{m_D} = \frac{1\,560\,\mathrm{N}}{52\,\mathrm{kg}} = 30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3 \cdot g\,.$$

(e) Med odrivom na deski, od trenutka $t = 0$, ko se njeno gibanje prične, do trenutka t_1, ko njena stopala izgubijo stik z desko, je Dunjin pospešek $a_1 = 30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Od trenutka t_1 do pristanka na Sašinih ramenih ob $t_3 = 1{,}70$ s je Dunjin pospešek težni pospešek, $a_2 = g = -10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, ki ima nasproten predznak kot pospešek a_1. Po pristanku na Sašinih ramenih je Dunjin pospešek 0.



B3 (a) Ker so vsi deli steklenice z različnimi preseki $S_1 = 63,75$ cm^2, $S_2 = 18,75$ cm^2 in $S_3 = 7,5$ cm^2 visoki $h_0 = 10$ cm, so prostornine teh treh delov steklenice kar $V_1 = S_1 \cdot h_0 = 637,5$ cm^3, $V_2 = S_2 \cdot h_0 = 187,5$ cm^3 in $V_1 = S_3 \cdot h_0 = 75$ cm^3. Prostornina steklenice je $V_0 = V_1 + V_2 + V_3 = 900\,\mathrm{cm}^3 = 9$ dl. Ker Danilo vanjo vsako sekundo natoči $\Delta V = 0{,}75$ dl vina, se polni toliko časa:

$$t_s = \frac{V_0}{\Delta V} \cdot \mathrm{s} = \frac{9\,\mathrm{dl}}{0{,}75\,\mathrm{dl}} \cdot \mathrm{s} = 12\,\mathrm{s}\,.$$

Lahko izračunamo tudi posamezne dobe t_1, t_2 in t_3, ko se polnijo deli steklenice z različnimi preseki (kar nam pride prav pri risanju grafa kasneje),

$$\begin{aligned} t_s &= t_1 + t_2 + t_3 = \frac{V_1}{\Delta V} \cdot \mathrm{s} + \frac{V_2}{\Delta V} \cdot \mathrm{s} + \frac{V_3}{\Delta V} \cdot \mathrm{s} = \\ &= \frac{6{,}375\,\mathrm{dl}}{0{,}75\,\mathrm{dl}} \cdot \mathrm{s} + \frac{1{,}875\,\mathrm{dl}}{0{,}75\,\mathrm{dl}} \cdot \mathrm{s} + \frac{0{,}75\,\mathrm{dl}}{0{,}75\,\mathrm{dl}} \cdot \mathrm{s} = 8{,}5\,\mathrm{s} + 2{,}5\,\mathrm{s} + 1\,\mathrm{s} = 12\,\mathrm{s}\,. \end{aligned}$$

(b) Da bi Danilo napolnil steklenico s prostornino V_0 v $t'_s = 15$ s, bi moral vsako sekundo vanjo naliti $\Delta V'$ vina,

$$\frac{\Delta V'}{1\,\mathrm{s}} = \frac{V_0}{t'_s} = \frac{9\,\mathrm{dl}}{15\,\mathrm{s}} = 0{,}6\,\frac{\mathrm{dl}}{\mathrm{s}}\,.$$

(c) Tlak v vinu tik nad dnom steklenice je večji od zračnega tlaka za $\Delta p = \rho_v \cdot g \cdot h = 18$ mbar $= 1\,800$ Pa, kjer je ρ_v gostota vina (enaka gostoti vode) in je h višina stolpca vina nad dnom steklenice. Od tu dobimo višino nad dnom steklenice h, do katere je v steklenici vino,

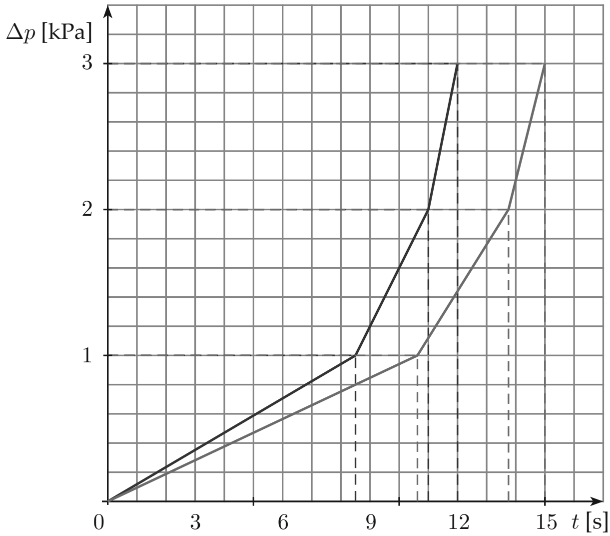
$$h = \frac{\Delta p}{\rho_v \cdot g} = \frac{1\,800\,\mathrm{Pa}\ \cdot\ \mathrm{kg}^3\ \cdot\ \mathrm{s}^2}{1\,000\,\mathrm{kg}\ \cdot 10\,\mathrm{m}} = 0{,}18\,\mathrm{m} = 18\,\mathrm{cm}\,.$$

To pomeni, da je v steklenici tedaj

$$V_5 = V_1 + S_2 \cdot (h - h_0) = 637,5\,\mathrm{cm}^3 + 18{,}75\,\mathrm{cm}^2 \cdot 8\,\mathrm{cm} = 787{,}5\,\mathrm{cm}^3 = 7{,}875\,\mathrm{dl}$$

vina.

(d) Grafa kažeta, kako se tlak v vinu tik nad dnom steklenice spreminja s časom med natakanjem vina. Z modro (temnejšo) črto je narisan graf, ko Danilo vsako sekundo v steklenico nalije $0{,}75$ dl vina, z rdečo (svetlejšo) pa v primeru, ko vsako sekundo v steklenico nalije $0{,}6$ dl vina.



8. razred, Fleksibilni predmetnik

A1 Pretvorba enot:

(A) $0{,}1\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{100\ \text{g}}{1000\ \text{cm}^3} = 0{,}1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(B) $0{,}01\ \frac{\text{dag}}{\text{cm}^3} = 0{,}01\ \frac{10\ \text{g}}{\text{cm}^3} = 0{,}1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(C) $\frac{1}{10\,000}\ \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = \frac{1\ \text{g}}{10\ \text{cm}^3} = 0{,}1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(D) $1\ \frac{\text{dag}}{\text{dm}^3} = 10\ \frac{\text{g}}{1000\ \text{cm}^3} = 0{,}01\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

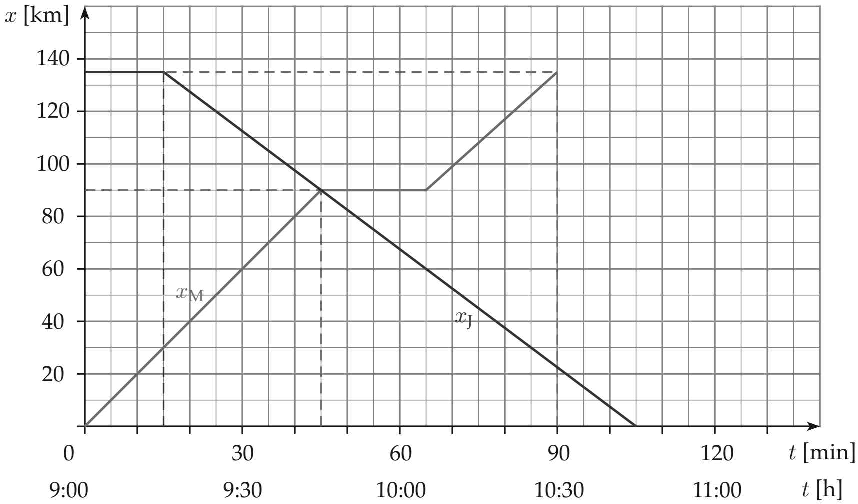
B2 (a) Dedek živi v kraju, ki je $d_1 = 135$ km oddaljen od Matejevega doma, počivališče pa je od Matejevega doma oddaljeno $d_2 = 90$ km. Razdalja med počivališčem in krajem, kjer prebiva dedek, je $d_3 = d_1 - d_2 = 135\ \text{km} - 90\ \text{km} = 45$ km. Razdaljo do počivališča Matej prevozi s hitrostjo $v_1 = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ v času

$$t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{90\,\text{km} \cdot \text{h}}{120\,\text{km}} = 0{,}75\,\text{h} = 45\,\text{min}.$$

Na počivališče Matej prispe ob 9:45, potem 20 minut tam stoji, kar pomeni, da s počivališča odpelje ob 10:05. K dedku prispe ob 10:30, kar pomeni, da razdaljo d_3 od počivališča do dedka prevozi v času $t_3 = 25$ minut. Vozi s hitrostjo

$$v_{\text{M}} = \frac{d_3}{t_3} = \frac{45\,\text{km}}{25\,\text{min}} = 1{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{min}} = 108\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,.$$

(b) Graf Matejeve lege v odvisnosti od časa $x_{\text{M}}(t)$ je narisan z rdečo (svetlejšo, podvprašanje (b)), graf Jerine lege v odvisnosti od časa $x_{\text{J}}(t)$ je narisan z modro (temnejšo, podvprašanje (d)).



(c) Jera se pelje mimo počivališča v trenutku, ko tja prispe Matej. Tedaj je ura 9:45, kar pomeni, da za pot d_3 potrebuje čas $t_4 = 30$ min. Njena hitrost je

$$v_J = \frac{d_3}{t_4} = \frac{45\,\mathrm{km}}{30\,\mathrm{min}} = 1{,}5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{min}} = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

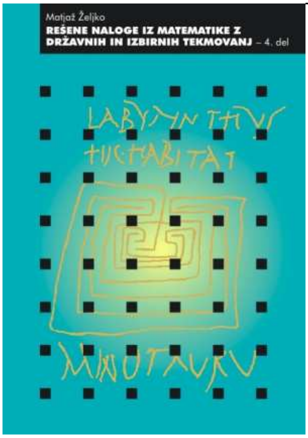
(d) Graf Jerine v odvisnosti od časa $x_J(t)$ je prikazan z modro (temnejšo) v istem koordinatnem sistemu kot graf $x_M(t)$.

(e) Jera vozi s stalno hitrostjo $v_J = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Razdaljo d_1 prevozi v času

$$t_5 = \frac{d_3}{v_J} = \frac{135\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}}{90\,\mathrm{km}} = 1{,}5\,\mathrm{h}\,.$$

ZBIRKE NALOG S TEKMOVANJ IZ MATEMATIKE

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju matematike. Za lažjo pripravo vam ponujamo nekaj zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



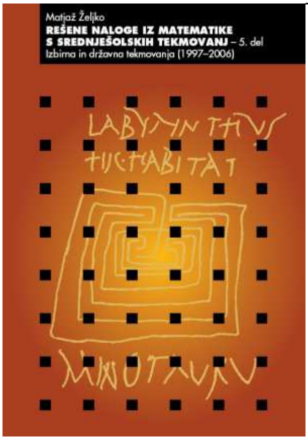
Matjaž Željko

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE Z DRŽAVNIH IN IZBIRNIH TEKMOVANJ – 4. del

Državna tekmovanja 1988–1996
Izbirna tekmovanja 1992–1996

142 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

12,49 EUR



Matjaž Željko

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ – 5. del

Izbirna in državna tekmovanja 1997–2006

172 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

21,24 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

`http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/`

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.

ZBIRKE NALOG S TEKMOVANJ IZ FIZIKE

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju fizike.
Za lažjo pripravo vam ponujamo nekaj zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.

Ciril Dominko in Bojan Golli

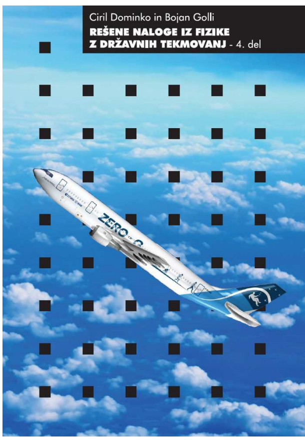
REŠENE NALOGE IZ FIZIKE
Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

Državna tekmovanja 1984–1998

1. knjiga: Vademekum in naloge
2. knjiga: Namigi in rešitve

424 strani (komplet)
format 14 × 20 cm
mehka vezava

29,99 EUR (komplet)



Ciril Dominko in Bojan Golli

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE
Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 4. del

Državna tekmovanja 1999–2013

Naloge, namigi in rešitve

408 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

25,00 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

`http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/`

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.