

Tekmovanja

11. šolsko tekmovanje v znanju poslovne matematike in statistike

1. skupina: Poslovna matematika

1. naloga

V lanskem šolskem letu so na srednji šoli Sončna ledina izvedli dobrodelno tekmovanje. V 10 dneh je 45 dijakov zbralo 4500 kg starega papirja, akcija pa je potekala po 4 ure na dan.

- Koliko dni so v letošnjem šolskem letu zbirali star papir, če so ga zbrali 3-kratno lansko količino, papir pa je enako število dijakov zbiralo po 3 ure na dan?
- Naslednje šolsko leto bodo zaradi izjemnega uspeha akcije zbiranje starega papirja podaljšali na 50 dni. V akcijo se bo po napovedih vključilo še dodatnih 40 dijakov, zbrati pa želijo 26 % papirja več kot v letošnjem letu. Po koliko ur na dan mora potekati akcija?

2. naloga

V podjetju so iz denarnega sklada v višini 4.620,00 EUR razdelili nagrade štirim študentom, in sicer:

- 1/5 sklada premo sorazmerno s številom opravljenih izpitov: 4, 3, 7, 6;

Študenti	a)
A	
B	
C	
D	

- 3/4 sklada obratno sorazmerno z višino štipendije: 150,00 EUR; 200,00 EUR; 120,00 EUR ter 300,00 EUR;

Študenti	b)
A	
B	
C	
D	

- c) ostanek sklada pa tako, da prejme drugi 60,00 EUR več kot prvi, tretji 10 % več kot prvi, četrti pa 10 % manj kot prvi.

Študenti	c)
A	
B	
C	
D	

- d) Kakšne skupne nagrade so prejeli posamezni študentje? Znesek skupnih nagrad vpiši v tabelo!

Študenti	SKUPAJ
A	
B	
C	
D	

3. naloga

Mojca si že nekaj časa ogleduje usnjene škornje, ki stanejo 110,00 EUR.

- Odločila se je, da bo počakala sezonske popuste, v katerih prodajalec obljublja 20 % popusta. Koliko EUR bi Mojca »prihranila« v tem primeru?
- Za koliko % se mora znižati cena usnjenih škornjev, če Mojca ne želi plačati več kot 60,00 EUR?
- Enake škornje ponujajo tudi v spletni trgovini. Ceno 99,00 EUR so najprej znižali za 10 %, nato povišali za 5 %, na koncu pa ponovno znižali za 15 %. Se Mojci splača usnjene škornje kupiti preko spleta ali počakati na uveljavitev sezonskega popusta iz naloge a?

4. naloga

Peter si želi nov motor, ki stane 3.500,00 EUR. Odločil se je, da bo zanj varčeval.

- Koliko mora vložiti danes, če želi nameravani znesek zbrati v 3 letih, banka pa uporablja 4-odstotno letno obrestno mero in navadni obrestni račun?
- Ker je bil v šoli zelo uspešen, mu je babica za nagrado dala 8/10 potrebnega zneska za nakup motorja. Po kakšni letni obrestni meri se mora obrestovati dobljeni znesek, da bo Peter motor kupil čez 4 leta, ko ima rojstni dan, banka pa tudi v tem primeru uporablja navadni obrestni račun?
- Katera obrestna mera bi potreben znesek za nakup motorja v 7 letih povečala za 70 %, če banka uporablja navadni obrestni račun?

2. skupina: Statistika

1. naloga

Podatki o prihodu turistov po vrstah občin in vrsti turistov v Sloveniji leta 2011

Tabela 1: Prihodi turistov po vrstah občin in vrsti turistov 2011 v RS

Vrste občin	Domači	Tuji	Skupaj
Zdraviliške občine	465.732	322.073	787.805
Gorske občine	276.059	548.542	824.601
Obmorske občine	265.112	336.149	601.261
Ljubljana	20.194	404.969	425.163
Mestne občine	56.832	220.739	277.571
Druge občine	97.385	204.180	301.565
Skupaj	1.181.314	2.036.652	3.217.966

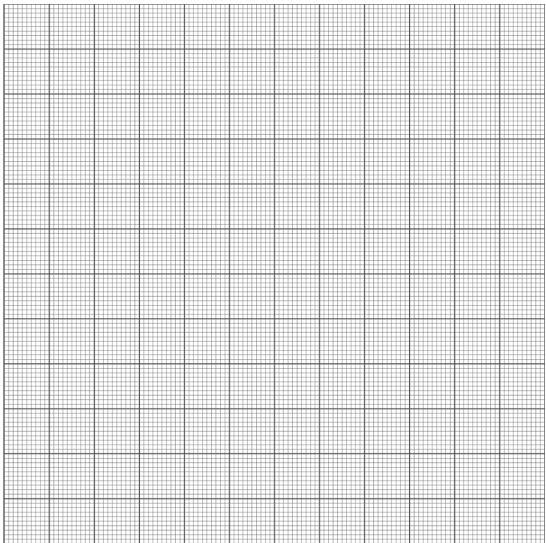
Vir: Statistični urad RS.

- a) Izračunaj strukturo prihodov turistov po vrstah občin na eno decimalno mesto natančno.

Tabela 2: Struktura prihodov turistov po vrstah občin

Vrste občin	Domači	Tuji	Skupaj
Zdraviliške občine			
Gorske občine			
Obmorske občine			
Ljubljana			
Mestne občine			
Druge občine			
Skupaj			

- b) Obrazloži izračunano strukturo za zdraviliške občine.
- c) Izračunano strukturo domačih in tujih turistov po vrstah občin prikaži s strukturnimi stolpci.



2. naloga

Tabela 3: Diplomanti moškega spola višjih strokovnih šol v Sloveniji v obdobju 2003–2007

Leto	Dipl. višjih šol (M)	$I_{i/2004}$	V_i	K_i	S_i
2003	1.250				
2004	1.830				
2005	2.331				
2006	2.834				
2007	2.874				

Vir: Statistični urad RS.

- Izračunaj indekse s stalno osnovo 2004 = 100.
- Razloži izračunani indeks $I_{2003/2004}$.
- Izračunaj verižne indekse.
- Kolikokrat je bilo število diplomantov leta 2006 večje od predhodnega leta?
- Katerega leta je bila stopnja rasti najmanjša?

3. naloga

Tabela 4: Število prebivalcev starih 17 let v Sloveniji v letih 2008, 2010 in 2012 (stanje na začetku leta)

Leto	2008	2010	2012
Moški	11.587	10.617	10.242
Ženske	11.017	9.881	9.872
SKUPAJ	22.604	20.498	20.114

Vir: SURS – podatkovni portal.

- S pomočjo podatkov v tabeli 4 izračunaj število žensk na 100 moških za začetke posameznih let.
- Katerega leta je bil koeficient moških na 1000 prebivalcev največji in koliko je znašal?
- Z indeksi, izračunanimi na eno decimalno mesto, predstavi spremembo števila 17-letnikov glede na leto 2008 in pojasni indeks leta 2012.

4. naloga

V kinološkem društvu se je v pasji šoli ob koncu tečaja 30 kužkov s svojimi lastniki udeležilo izpita, kjer so pokazali naučeno znanje sodelovanja z vodnikom. Na izpitu je sodnik trem kužkom dosodil po 10 točk, osmim kužkom po 9 točk, desetim kužkom po 8 točk, sedem kužkov je izpit opravilo s 7 točkami, preostali kužki pa so prejeli po 6 točk.

- Izračunaj aritmetično sredino.
- Kaj je statistična enota, kaj je spremenljivka in kakšna je?
- Koliko % kužkov je doseglo osem in manj točk ter koliko % sedem in več točk?

Tabela 5: Porazdelitev točk na izpitu za 30 kužkov

Število točk	f_i
6	
7	
8	
9	
10	
Skupaj	30

Vir: prirejeni podatki.

11. državno tekmovanje v znanju poslovne matematike in statistike

1. skupina: Poslovna matematika

1. naloga

Gradbeno podjetje je s skupino 100 delavcev delalo 6 dni tedensko in 8 ur dnevno in zgradilo v 180 dneh gradbeni objekt, ki je bil visok 30 metrov, dolg in širok pa 12 metrov.

- Kako visok bo gradbeni objekt enake dolžine in širine, če se bo tej skupini delavcev priključila nova skupina z 20 delavci? Delali bodo en dan več v tednu, eno uro manj na dan, čas dela pa se bo podaljšal za $\frac{1}{4}$.
- Kako visok bi bil gradbeni objekt v primeru, če bi bil 15 % daljši in 15 % ožji? (Drugi podatki so enaki podatkom iz točke a.)

2. naloga

V tovarni sadnih sokov porabijo 840 ton sadja tako, da iz celotne količine naredijo tri vrste sokov.

Tri petine celotne količine sadja uporabijo za pomarančni sok, eno osmino za jabolčni in ostalo za mešani sok.

V pomarančnem soku so pomaranče, jabolka in limone v razmerju 9 : 0,5 : 0,5,

v jabolčnem soku so jabolka, pomaranče in limone v razmerju 75/2 : 5 : 10 in

v mešanem soku so jabolka, pomaranče in limone v obratnem sorazmerju 5 : 4 : 4.

V tabelo vpiši količino sadja, ki jo porabijo za posamezno vrsto soka.

Katerega sadja potrebujejo največ?

	Pomarančni sok	Jabolčni sok	Mešani sok	Skupaj
Jabolka				
Pomaranče				
Limone				
Skupaj				

3. naloga

Računalnik se je najprej podražil za 10 %, nato pocenil za 20 %. Sedaj stane 397,76 EUR.

- Kolikšna je bila prvotna cena?
- Za koliko odstotkov bi se morala računalniku spremeniti sedanja cena, da bi ponovno dosegel prvotno vrednost?
- Kolikšna je bila cena računalnika po podražitvi (10 %)?

4. naloga

Posojilo začetne vrednosti 10.000,00 EUR se obrestuje 15 let po 5 % p. a. anticipativno pri letni kapitalizaciji.

- Kolikšna je letna dekurzivna obrestna mera, s katero bi v istem času dobili za 100,00 EUR manjše obresti?
- V koliko dneh bi se začetna glavnica 10.000,00 EUR povečala za 2,5 %, če se obrestuje po 4 % letno, dekurzivno konformno obrestovanje z dnevno kapitalizacijo?
- Kolikšna bi bila končna vrednost glavnice 10.000,00 EUR, če bi se obrestovala 5 let po letni obrestni meri 4 %, dekurzivno pri četrtletni kapitalizaciji in relativnem obračunu?

2. skupina: Statistika

1. naloga

Za banke na dveh različnih področjih poznamo višino vlog na prebivalca, povprečno število varčevalcev in povprečno število prebivalcev na posameznem področju.

Tabela 1: Višina vlog na prebivalca, povprečno število varčevalcev in povprečno število prebivalcev na področjih A in B

Področje	Vloga na prebivalca v 1.000 EUR	Povprečno število prebivalcev	Povprečno število varčevalcev
A	23,4	15.314	5.122
B	34,2	23.713	7.656

Vir: prirejeni podatki.

- Izračunaj število varčevalcev na 1.000 prebivalcev na posameznih področjih (na dve decimalni mesti natančno) in rezultate vpiši v tabelo 2.

Tabela 2: Število varčevalcev na 1.000 prebivalcev na področjih A in B

Področje	Število varčevalcev na 1.000 prebivalcev
A	
B	

Vir: tabela 1.

- Grafično prikaži število varčevalcev obeh področij s krogoma, pri čemer upoštevaj, da je polmer kroga za področje A 2 cm.

- c) Izračunaj povprečno višino vloge na prebivalca v 1.000 EUR.

2. naloga

V neki knjižnici so v letu 2008 nabavili nove knjige v vrednosti 3.115,00 EUR. Ob letošnjem »dnevu odprtih vrat« so želeli predstaviti, kakšna je bila vrednost novo nabavljenih knjig v zadnjih letih. Knjižničarka je razpolagala samo s sledečimi kazalci rasti v posameznih letih:

$$V_{09} = 100, S_{10} = +100, S_{11} = -20, V_{12} = 90$$

Pomagaj knjižničarki urediti podatke v pregledno tabelo in jo dopolni oziroma izračunaj:

- vrednost kupljenih knjig po letih
- indekse sprememb od leta do leta
- stopnje rasti
- spremenbe po letih v EUR
- obrazloži, ali so v letu 2011 nabavili nove knjige v večji ali manjši vrednosti glede na predhodno leto in kakšen je ta podatek v odstotku

Tabela 3: Vrednost novo nabavljenih knjig v EUR v posameznih letih

Leto	Vrednost kupljenih knjig v EUR	Vj	Sj	Dj
2008	3.115,00			
2009				
2010				
2011				
2012				

Vir: izmišljeni podatki.

3. naloga

V porodnišnici Izola so v letu 2012 spremljali dolžino novorojenčkov. Administratori Splošne bolnišnice Izola je med tiskanjem zmanjkalo črnila v tiskalniku, zato so se nekateri podatki slabše videli.

- Dopolni manjkajoče podatke.
- Pojasni, kaj pomeni F_4 in f_5^0 .

Tabela 4: Velikost novorojenčkov v cm

Dolžina v cm	Št. novorojenčkov f_j	Relativna frekvenca f_j^0	Kumulativa frekvenc F_j	Kumulativa relativnih frekvenc F_j^0
do pod 45			120	
45 do pod 47				
47 do pod 49	311		618	
49 do pod 51	360	0,2973		
51 do pod 53			1131	
53 do pod 55				
SKUPAJ	1211			

Vir: izmišljeni podatki.

4. naloga

V Statističnem letopisu RS 2012 so bili objavljeni podatki o 16 najbolj poslušanih radijskih organizacijah v letu 2011. Od tega so imele 4 najmanj poslušane do pod 40.000 poslušalcev, vsaka od njih je imela različno število poslušalcev.

Tabela 5: Poslušanost nekaterih radijskih organizacij 2011 v 1000

Radijska organizacija	Število poslušalcev
Radio Center	70
Ognjišče	44
Radio Koper	40
Radio 1	163
Val 202	150
Fantasy	41
Sraka	47
Prvi program radia Slovenija	110
Veseljak	66
Hit Domžale	47
City	78
Murski val	40

Vir: Statistični letopis RS, 2012, str. 181.

- Podatke razvrsti v ranžirno vrsto.
- Določi rang vrednosti Radia Veseljak.
- Kateri je tisti obseg poslušalcev, od katerega ima polovica radijskih organizacij večjo, polovica pa manjšo poslušanost?
- Določi modus(e) za število poslušalcev radijskih postaj.
- Ali lahko iz danih podatkov izračunaš aritmetično sredino?

13. matematično tekmovanje za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – regijsko tekmovanje

1. letnik

A1. Koliko je vrednost izraza $8 - |8 - (-4)(-2)| + |24 : (-6)|$?

- (A) 4 (B) -4 (C) 12 (D) -12 (E) 8

A2. Iz enega in pol kosa kruha lahko naredimo polovico lončka drobtin. Koliko kosov kruha moramo zmleti, če potrebujemo $\frac{1}{3}$ lončka drobtin?

- (A) en kos kruha (B) pol kosa kruha (C) $\frac{1}{3}$ kosa kruha
(D) 60 % kosa kruha (E) $\frac{2}{5}$ kosa kruha

A3. Na razprodaji so cene športne opreme znižali za petino redne cene. Koliko stanejo smučarska očala na razprodaji, če so pred razprodajo stala 3,75 evra?

- (A) 2,50 evra (B) 3 evre (C) 3,20 evra (D) 3,75 evra (E) 3,70 evra

A4. V kakšnem razmerju sta števili x in y , če je $(x + y) : 2y = 4 : 3$?

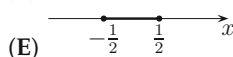
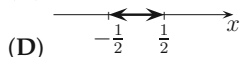
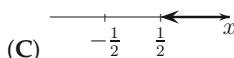
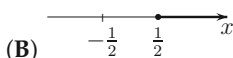
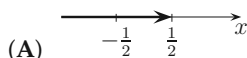
- (A) $x : y = 5 : 3$ (B) $x : y = 3 : 5$ (C) $x : y = 1 : 3$
(D) $x : y = 5 : 2$ (E) $x : y = 8 : 6$

A5. Katero naravno število x reši enačbo $\frac{a+x}{b} - \frac{x-b}{a} = 2$ za $a = 3$ in $b = -4$?

- (A) tak x ne obstaja (B) $x = -4$ (C) $x = -7$
(D) $x = 3$ (E) vsako naravno število x

A6. Katera izmed slik predstavlja interval na številski premici, ki je rešitev neenačbe

$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} < x?$$



B1. Dan je izraz $(x - 2)^2 - (x - 3)(x + 3) + 2x^2$.

a) Poenostavi izraz.

b) Izračunaj, za katere vrednosti x je vrednost danega izraza manjša od vrednosti izraza $2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.

B2. Poenostavi izraz $\left(\left(1 + \frac{4}{a-2} \right) : \left(1 - \frac{1}{a+3} \right) \right)^{-1} \cdot (a + 3)$.

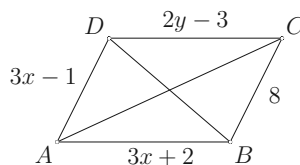
B3. Srednješolka Maja se je odločila, da bo vsak mesec nekaj privarčevala od štipendije. Naredila je naslednji mesečni načrt: 20 % od štipendije bo privarčevala, 50 % od preostanka bo porabila za avtobusno karto, 40 evrov bo porabila za malico in 50 evrov bo porabila za zabavo s prijateljicami. Kolikšno mesečno štipendijo ima Maja in koliko bo privarčevala vsak mesec?

- B4. Na kamion so naložili 3840 kg opeke dveh vrst. Ena vrsta opeke tehta 4,75 kg, druga pa 1,70 kg. Koliko kosov posamezne vrste opeke so naložili na kamion, če je na njem bilo skupaj 1046 kosov opeke?

2. letnik

A1. Dan je paralelogram $ABCD$ (dolžine stranic so označene na sliki). Koliko sta x in y ?

- (A) $x = 3,5$ in $y = 5,5$ (B) $x = 3$ in $y = 7$
 (C) $x = 2$ in $y = 1$ (D) $x = 1$ in $y = 5$
 (E) $x = 2$ in $y = 3$



A2. Katera izmed navedenih trditev velja za premice z enačbami $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-\frac{1}{2}} = 1$, $2x - 4y = -10$ in $y = -\frac{1}{8}x$?

- (A) Premice so vzporedne.
 (B) Premice potekajo skozi izhodišče koordinatnega sistema.
 (C) Premice potekajo skozi isto točko.
 (D) Enačbe premic so vse zapisane v implicitni obliki.
 (E) Enačbe premic so vse zapisane v eksplicitni obliki.

A3. Bazen, v katerem je 5000 ℓ vode, pušča in zato vsako sekundo iz njega izteče 8 ℓ vode. Lastnik zato vanj vsako minuto dotoči 180 ℓ vode. Čez koliko časa bo bazen prazen?

- (A) čez 16 minut in 24 sekund (B) čez 16 minut in 4 sekunde (C) čez 16 minut in 40 sekund
 (D) čez 16 minut in 14 sekund (E) Bazen ne bo nikoli prazen.

A4. Naj bo $x \neq 0$. V katerega izmed navedenih izrazov lahko preoblikujemo izraz $\frac{2x}{\sqrt[3]{4x}}$?

- (A) $\frac{x^2}{2}$ (B) $2x^2$ (C) $\sqrt[3]{2x^2}$ (D) $\frac{\sqrt[3]{16x^2}}{2x}$ (E) $\frac{\sqrt[3]{16x^2}}{x}$

A5. Koliko je vrednost izraza $\left(\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{2000}$?

- (A) $2^{2000} \cdot \sqrt{2}$ (B) 2^{3000} (C) 2^{4000} (D) $(\sqrt{2})^{3000}$ (E) $(\sqrt{2})^{6400}$

A6. Dani sta točki $A(7, -2)$ in $B(-1, -8)$. Koliko je razdalja od razpolovišča daljice AB do izhodišča koordinatnega sistema?

- (A) $\sqrt{18}$ (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) $\sqrt{34}$

B1. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{3-x}{2} + \frac{1}{2}$.

- a) Ali je funkcija f naraščajoča ali padajoča? Odgovor utemelji.
 b) Za katere vrednosti x je $0 \leq f(x) \leq 3$?

B2. Izračunaj vrednost izraza $\left(6\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 0,008^{-\frac{2}{3}} + \sqrt{9\frac{3}{2}} - 2$ brez uporabe žepnega računalna.

B3. Naj bo x celo število. Izračunaj natančno vrednost izraza

$$\frac{2^{2001} + 2^{2002} + (-2)^{2003} - (-2)^{2004}}{(-3)^{2001} - (-3)^{2003}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2000} \cdot \frac{(-4)^{1000x+2}}{(-2)^{2000x}}.$$

B4. Trikotnik ABC je pravokoten s pravim kotom pri oglišču C . Točka T leži na stranici BC , tako da velja $|CT| : |CB| = 2 : 3$. Natančno izračunaj dolžino daljice AT , če je $|CT| = 2$ in $|AB| = 5$. Na desetinko stopinje natančno izračunaj še velikost kota med daljicama AB in AT . Nariši skico.

3. letnik

A1. Kvadratna funkcija ima teme v točki $T\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ in eno ničlo 2. Koliko je druga ničla?

- (A) 5 (B) 4 (C) -2 (D) -3 (E) -4

A2. Naj bo $f(x) = 15x - x^2$. Katero je največje celo število, pri katerem je funkcija f pozitivna?

- (A) 14 (B) 7,5 (C) 15
(D) 0 (E) ni takšnega celega števila

A3. Naj bo $f(x) = 2^{x-1} + \frac{3}{2}$. V kateri točki seka graf funkcije f ordinatno os?

- (A) (0, 1) (B) (0, -2) (C) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (D) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (E) (0, 2)

A4. Katera izmed navedenih enakosti velja?

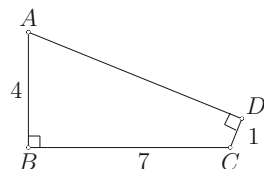
- (A) $\log(-5) + \log(-2) = \log 10$ (B) $\log(-5)^2 = 2 \log(-5)$ (C) $\ln(e^{-3}) = -3$
(D) $\log(\log 5) = \log^2 5$ (E) $e^{\ln(-3)} = -3$

A5. Kocka je do $\frac{5}{6}$ višine napolnjena z 0,18 ℓ vode. Koliko je dolžina roba kocke?

- (A) 80 cm (B) 6 cm (C) 8 cm
(D) 60 cm (E) 50 cm

A6. Koliko je ploščina štirikotnika $ABCD$?

- (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 28



B1. Dani sta parabola z enačbo $y = -x^2 + 2x + 3$ in premica z enačbo $y = 2x - 1$. Natančno izračunaj dolžino daljice, katere krajišči sta presečišči premice in parabole.

B2. Dan je enakokraki trapez $ABCD$, katerega osnovnica a je dolga 6 m, osnovnica c pa 2 m. Natančno izračunaj dolžino diagonale BD , če je ploščina trapeza $8\sqrt{3}$ m². Natančno izračunaj obseg enakokrakega trikotnika, ki ima enako ploščino in enako dolgo višino na osnovnico kot dani trapez.

B3. Reši enačbo $3^{2 \log_3(x^2 - 2x + 1)} = 1$.

- B4.** Pravokotni trapez z osnovnicama dolgima $2a$ in a ter dolžino višine a zavrtimo okrog daljše osnovnice za 360° . Izračunaj površino in prostornino dobljenega geometrijskega telesa.

4. letnik

- A1.** Naj bo $p(x) = x^6 - x^3 + 2x^2$. Katera izmed navedenih trditev ne velja za polinom p ?

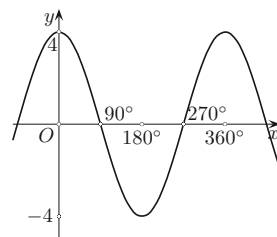
- (A) Polinom p je deljiv s polinomom q s predpisom $q(x) = x^2$.
 (B) Polinom p ima vsaj eno ničlo 2. stopnje.
 (C) Graf polinoma p poteka skozi točko $(0, 0)$.
 (D) Vodilni koeficient polinoma p je x^6 .
 (E) Graf polinoma p poteka skozi točko $T(\sqrt{3}, 33 - 3\sqrt{3})$.

- A2.** Naj bo $f(x) = -\frac{(x-1)^{11}}{(x+1)^{12}}$. V kateri točki seka graf racionalne funkcije f ordinatno os?

- (A) $A(0, -1)$ (B) $B(-1, 0)$ (C) $C(0, 1)$
 (D) $D(1, 0)$ (E) Graf racionalne funkcije f ne seka ordinatne osi.

- A3.** Kateri izmed navedenih predpisov je predpis funkcije f , katere graf je na sliki?

- (A) $f(x) = 4 \sin x$ (B) $f(x) = 4 \cos x$ (C) $f(x) = \sin 4x$
 (D) $f(x) = \cos 4x$ (E) $f(x) = \cos x$



- A4.** Koliko je $\frac{1}{f(\frac{11\pi}{2})}$, če je $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$?

- (A) -1 (B) 1 (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) 0 (E) ne obstaja

- A5.** V neki državi se cene bencina vsak mesec povišajo za $1,5\%$. Koliko odstotna je letna podražitev bencina?

- (A) manj kot 17% (B) 17% (C) 18% (D) 19% (E) več kot 19%

- A6.** Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{n+1}{3n+1}$. Kateri člen tega zaporedja je enak $\frac{10}{29}$?

- (A) 20. člen (B) 35. člen (C) 39. člen (D) 19. člen (E) 9. člen

- B1.** Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.

- a) Poenostavi predpis funkcije f .
 b) Natančno izračunaj $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

- B2.** Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^{-1}$. Nariši graf funkcije f . Nariši še premico z enačbo $y = -4x + 2$ in izračunaj abscisi presečišč premice in grafa funkcije f .

- B3. Dan je polinom p s predpisom $p(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ ter trapez $ABCD$. Izračunaj ploščino trapeza $ABCD$ (daljici AB in CD sta vzporedni), če je točka A izhodišče koordinatnega sistema, točka B presečišče grafa polinoma p s pozitivnim poltrakom abscisne osi, točka C leži na grafu polinoma p v prvem kvadrantu, točka D pa je presečišče grafa polinoma p z ordinatno osjo.
- B4. Rešitev enačbe $4^{x+3} - 7 \cdot 4^{x+1} = 576$ je prvi člen, rešitev enačbe $\log_x(5x + 6) = 2$ pa drugi člen geometrijskega zaporedja. Zapiši splošni člen tega zaporedja.

13. matematično tekmovanje za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – državno tekmovanje

1. letnik

1. Naj bo $a < 0$. Poenostavi izraz

$$\frac{\sqrt{27a^2} - \sqrt{12a^2} + a\sqrt{108} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}a - 5\sqrt{3}}.$$

Izračunaj vrednost izraza za $a = -2^{-1}$.

2. Meta je včeraj kupila 5 litrov mleka in 4 hlebce kruha ter plačala 9,10 evra. Danes je mleko cenejše za 10 %, kruh pa za 15 %. Za enako količino mleka in kruha bi danes Meta plačala 7,94 evra. Koliko sta stala liter mleka in hlebec kruha včeraj?
3. Poenostavi izraz

$$\frac{a-2}{a \cdot (a-2) + 4} + \frac{11 - (1+a)}{8 + a^3} - \frac{1}{a+2}.$$

Za katere realne vrednosti a izraz nima pomena?

4. Reši enačbo

$$3 + \frac{11}{x-1} + \frac{10}{1-2x} - \frac{2}{4x^2 - 4x + 1} = 0.$$

Rešitve zapiši v obliki okrajšanih ulomkov z racionaliziranimi imenovalci.

2. letnik

1. Reši neenačbo $\sqrt{2x+y-4} + \sqrt{3x-2y-13} \leq 0$.
2. Naj bo n naravno število. Pokaži, da je vrednost izraza

$$\frac{(9^{n-1} + 3^{2n-1})^3}{(3^{3n-1} + 27^n)^2}$$

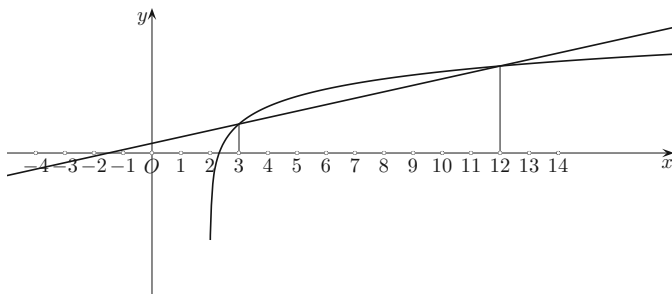
neodvisna od n .

3. Kvadratu $ABCD$ s stranico a je včrtan enakokrak trikotnik ABE tako, da je vrh E razpolovišče stranice CD . Točka F je nožišče višine na krak AE trikotnika ABE iz oglišča B . Dokaži, da je $|EF| : |FB| : |BE| = 3 : 4 : 5$. Nariši ustrezno skico.

4. Izračunaj koordinate točke, ki leži na premici skozi točki $A(-5, -2)$ in $B(-3, -1)$ ter je enako oddaljena od točk $C(-1, 0)$ in $D(4, -1)$.

3. letnik

1. Na sliki sta graf logaritemske funkcije f s predpisom $f(x) = 2 \log(x - 2) + 1$ in premica p .



- a) Zapiši enačbo premice p .
- b) Izračunaj ničlo logaritemske funkcije. Rezultat naj bo natančen.
2. Reši enačbo $25\sqrt{x} - 124 \cdot 5\sqrt{x} = 125$.
3. Izberimo neki osni presek enakostraničnega stožca s polmerom 2 dm in nanj postavimo pravokotni kordinatni sistem tako, da je koordinatno izhodišče v središču osnovne ploskve stožca, vrh pa leži na pozitivnem delu ordinatne osi (enoti na abscisni in ordinatni osi sta dolgi 1 dm). Izračunaj koordinati vrha stožca. V odsekovni obliki zapiši enačbi nosilk tistih stranic stožca, ki ležita na izbranem osnem preseku. Izračunaj površino in prostornino stožca. Rezultati naj bodo natančni.
4. Naj bo m realno število in $f(x) = x^2 - mx + m - 1$ ter $g(x) = x^2 - 2x - m$. Izračunaj vrednost parametra m tako, da bosta najmanjši vrednosti funkcij f in g enaki. Pri največjem izmed tako izračunanih vrednostih parametra m reši neenačbo $2f(x) \geq g(x - 1)$.

4. letnik

1. Največja števka števila 13 je 3, največja števka števila 77 je 7. Za posamezne neničelne števke ugotovite, kolikokrat nastopajo kot največje števke v naravnih številih od 1 do 99, in sestavite ustrezno frekvenčno tabelo. To frekvenčno porazdelitev prikažite s histogramom in s frekvenčnim poligonom. Dokažite, da je vsota plosčin pravokotnikov v histogramu enaka ploščini lika, ki ga omejujeta lomljena krivulja frekvenčnega poligona in abscisna os.

2. Dan je pokončni valj, za katerega velja, da ploščina osnovne ploskve, ploščina plašča in površina tvorijo aritmetično zaporedje.

a) Naj bo v višina danega valja. Izrazi polmer r tega valja z v .

b) Denimo, da je dani valj visok 3 m. V kolikem času bi se v tem primeru valj napolnil do polovice z vodo, če bi vsako sekundo priteklo vanj 0,5 litra vode? Čas zapiši v urah, minutah in sekundah.

3. V splošni obliki zapiši predpise za vse polinome četrte stopnje, ki imajo ničle $-2, 0, 1$ (ena izmed njih je dvojna) in njihovi grafi potekajo skozi točko $M(-1, 5)$.

4. a) Poenostavi izraz

$$\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}\right)^2 - (\cos \alpha \cdot \tan \beta)^2 + \sin^2 \alpha,$$

če je $\cos \beta \neq 0$.

b) Izračunaj vrednost $\alpha + \beta$, če je $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ in $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ter je $0^\circ < \alpha, \beta < 45^\circ$. Nalogo reši brez uporabe žepnega računalca.

Rešitve 11. šolskega tekmovanja v znanju poslovne matematike in statistike

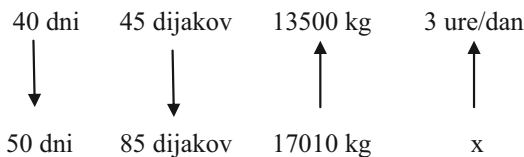
1. skupina: Poslovna matematika

1a.



$$X = \frac{10 * 45 * 13500 * 4}{45 * 4500 * 3} = 40 \text{ dni}$$

1b.



$$X = \frac{3 * 40 * 45 * 17010}{50 * 85 * 13500} = 1,6 \text{ ure/dan}$$

2a.

Izračun $1/5$ od $4.620,00 = 924,00$

$$4x + 3x + 7x + 6x = 924,00$$

$$x = 46,20$$

Študenti	a)
A	184,80
B	138,60
C	323,40
D	277,20
	924,00

2b.

Izračun $3/4$ od $4.620,00 = 3.465,00$

$$1/150 x + 1/200 x + 1/120 x + 1/300 x = 3.465,00$$

$$4 x + 3 x + 5 x + 2 x = 3.465,00$$

$$x = 247,50$$

Študenti	b)
A	990,00
B	742,50
C	1.237,50
D	495,00
	3.465,00

2c.

Izračun ostanka = $231,00$.

$$x + (x + 60,00) + 1,1 x + 0,9 x = 231,00$$

$$x = 42,75$$

Študenti	c)
A	42,75
B	102,75
C	47,025
D	38,475
	231,00

2d.

Študenti	SKUPAJ
A	1.217,55
B	983,85
C	1.607,925
D	810,675
	4.620,00

3a.

$$x = 110 \cdot 0,8 = 88 \text{ EUR}$$

$$\text{prihranek} = 110 - 88 = 22 \text{ EUR}$$

3b.

$$p = \frac{50 \cdot 100}{110} = 45,45 \%$$

Pocenitev čevljev bi morala biti vsaj 45,45 %.

3c.

$$X = 99 \cdot 0,9 \cdot 1,05 \cdot 0,85 = 79,52 \text{ EUR}$$

Kupiti preko spleta se bolj splača.

4a.

$$3500 = G \left(1 + \frac{3 \cdot 4}{100}\right)$$

$$3500 = 1,12 G$$

$$G = 3125 \text{ EUR}$$

4b.

$$G = 8/10 \cdot 3500 = 2800$$

$$(3500 - 2800) = \frac{2800 \cdot p \cdot 4}{100}$$

$$P = 6,25 \% \text{ p.a.}$$

4c.

$$2450 = \frac{3500 \cdot p \cdot 7}{100}$$

$$p = 10 \% \text{ p.a.}$$

2. skupina: Statistika

1a.

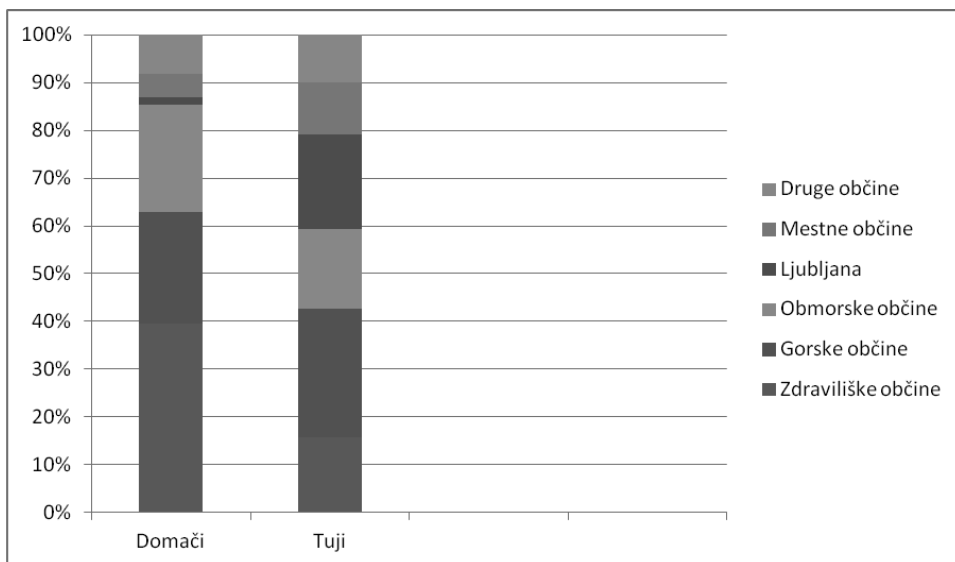
Tabela 2: Struktura prihodov turistov po vrstah občin

Vrste občin	Struktura v %		
	Domači	Tuji	Skupaj
Zdraviliške občine	39,4	15,8	24,5
Gorske občine	23,4	26,9	25,6
Obmorske občine	22,4	16,5	18,7
Ljubljana	1,7	19,9	13,2
Mestne občine	4,8	10,8	8,6
Druge občine	8,2	10,0	9,4
Skupaj	100	100	100

- 1b. V letu 2011 je bilo od vseh turističnih občin v Sloveniji v zdraviliške občine 24,5 % vseh prihodov turistov v Sloveniji. Za domače turiste so prihodi v zdraviliške občine glede na vse občine kar 39,4 %, za tuje pa 15,8 %.

1c.

Graf 1: Struktura prihodov turistov po vrsti občin



Vir: tabela 2.

2a in c.

Tabela 3: Diplomanti moškega spola višjih strokovnih šol v Sloveniji v obdobju 2003–2007

Leto	Dipl. višjih šol (M)	$I_{i/2004}$	V_i	K_i	S_i
2003	1.250	68,3	/	/	/
2004	1.830	100	146,4	1,464	46,4
2005	2.331	127,4	127,4	1,274	27,4
2006	2.834	154,9	121,6	1,216	21,6
2007	2.874	157,0	101,4	1,014	1,4

Vir: Statistični urad RS.

2b.

Leta 2003 je bilo 31,7 % manj diplomantov kot leta 2004.

2d.

1,216-krat.

2e.

Leta 2007.

3a.

- 2008: 95,1 žensk/100 moških
- 2010: 93,1 žensk/100 moških
- 2012: 96,4 žensk/100 moških

3b.

- 2008: 512,6 moških/1000 preb.
- 2010: 518 moških/1000 preb.
- 2012: 509,2 moških/1000 preb.

Odg.: Leta 2010, znašal je 518 moških/1000 preb.

3c.

$I_{10/08} = 90,7$ in $I_{12/08} = 89$, kar pomeni, da je bilo leta 2012 za 11 % manj 17-letnikov kot leta 2008.

4.

Tabela 5: Porazdelitev točk na izpitu za 30 kužkov

Točke	f_i	f_i^0	F_i^0
6	2	0,067	0,067
7	7	0,233	0,3
8	10	0,333	0,633
9	8	0,267	0,9
10	3	0,1	1,00
SKUPAJ	30	1,000	

Vir: prirejeni podatki.

- a) $M = 8,1$ točk.
- b) Statistična enota posamezni kuža (udeleženec pasje šole), ki se je udeležil izpita.
Spremenljivka: število doseženih točk na izpitu; numerična, diskretna.
- c) 63,33 % kužkov je doseglo 8 in manj točk, 93,33 % kužkov je doseglo sedem točk in več.

Rešitve 11. državnega tekmovanja v znanju poslovne matematike in statistike

1. skupina: Poslovna matematika

1a.

100 del. ...6 dni/teden ...8 ur/dan ...180 dni ...30 m visok ...12 m širine ...12 m dolžine
120 del.7 dni/teden ...7 ur/dan225 dni ... x m visok ...12 m širine ...12 m dolžine

$$X = \frac{30 \cdot 120 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 225 \cdot 12 \cdot 12}{100 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 180 \cdot 12 \cdot 12} = 45,94 \text{ m višine}$$

1b.

100 del ↑ ... 6 dni/teden ↑ ... 8 ur/dan ↑ ... 180 dni ↑ 30 m visok ↑ 12 m širine 12 m dolžine ↓
 120 del ↑ ... 7 dni/teden ↑ ... 7 ur/dan ↑ ... 225 dni ↑ x m visok ↑ 10,2 m širine 13,8 m dolžine ↓

$$X = \frac{30 \cdot 120 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 225 \cdot 12 \cdot 12}{100 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 180 \cdot 13,8 \cdot 10,20} = 46,997 = 47 \text{ m višine}$$

2.

a + b + c = 840 ton vsega sadja

Prva delitev – pomarančni sok: 3/5 od 840 = 504 tone

$$P + J + L = 504$$

$$9x + 0,5x + 0,5x = 504$$

$$P : J : L = 9 : 0,5 : 0,5$$

$$10x = 504$$

$$x = 50,4$$

$$P = 9x = 453,60 \text{ t}$$

$$J = 0,5x = 25,2 \text{ t}$$

$$L = 0,5x = 25,2 \text{ t}$$

Druga delitev – jabolčni sok: 1/8 od 840 = 105 ton

$$J + P + L = 105$$

$$75x + 10x + 20x = 105$$

$$J : P : L = 75/2 : 5 : 10 \quad / : 2$$

$$105x = 105$$

$$= 75 : 10 : 20$$

$$x = 1$$

$$J = 75x = 75 \text{ ton}$$

$$P = 10x = 10 \text{ ton}$$

$$L = 20x = 20 \text{ ton}$$

Tretja delitev – mešani sok: 840 – 504 – 105 = 231 ton

$$J + P + L = 231$$

$$J : P : L = 1/5 : 1/4 : 1/4 \quad / : 20$$

$$= 4 : 5 : 5$$

$$4x + 5x + 5x = 231$$

$$14x = 231$$

$$J = 4x = 4 \cdot 16,5 = 66 \text{ ton}$$

$$x = 16,5$$

$$P = 5x = 5 \cdot 16,5 = 82,5 \text{ tone}$$

$$L = 5x = 5 \cdot 16,5 = 82,5 \text{ tone}$$

	Pomarančni sok	Jabolčni sok	Mešani sok	Skupaj
Jabolka	25,2	75,0	66,0	166,2
Pomaranče	453,6	10,0	82,5	546,1
Limone	25,2	20,0	82,5	127,7
Skupaj	504,0	105,0	231,0	840,0

Odgovor: Največ potrebujejo pomaranč, in sicer 546,10 tone.

3a.

C	= začetna (prvotna) cena pred podražitvijo	= x	(100 %)
C_1^+	= cena po podražitvi za $p_1 = 10 \%$		$(100+10) \% = 110 \%$
C_2^-	= cena po pocenitvi (za $p_2 = 20 \%$)	= 397,76 EUR	$(100 - 20) \% = 80 \%$

Enačba

$$(x \cdot 1,10) - (x \cdot 1,10 \cdot 0,20) = 397,76$$

$$1,10x - 0,22x = 397,76$$

$$0,88x = 397,76$$

$$x = \mathbf{452,00}$$

ALI sklepni račun

Izračun C_1^+

80 %	397,76 EUR
------------	------------

<u>100 %</u>	<u>x EUR</u>
--------------------	--------------

$$x = 397,76 \cdot 100 : 80 = 497,20 \text{ EUR}$$

Izračun C

110 %	497,20 EUR
-------------	------------

<u>100 %</u>	<u>x EUR</u>
--------------------	--------------

$$x = 497,20 \cdot 100 : 110 = 452,00 \text{ EUR}$$

3b.

Končna cena = 397,76 EUR

Podražitev = 54,24 EUR

Prvotna cena = 452,00 EUR

397,76 EUR	100 %
------------------	-------

<u>54,24 EUR</u>	<u>x %</u>
------------------------	------------

$$x = 100 \cdot 54,24 : 397,76 = 13,64 \%$$

Samostojna rešitev

$$p = \frac{12 \cdot 100}{88} = 13,64 \%$$

3c.

$C = 452,00 \text{ EUR}$

$p = 10 \%$ (podražitev)

$C^+ = ?$	$(100 + 10) \% = 110 \%$
-----------	--------------------------

100 %	452,00 EUR
-------------	------------

<u>110 %</u>	<u>x EUR</u>
--------------------	--------------

$$x = 452,00 \cdot 110 : 100 = 497,20 \text{ EUR}$$

ALI

$$C^+ = C \cdot 1,10 = 452,00 \cdot 1,10 = 497,20 \text{ EUR}$$

Samostojna rešitev

$$C^+ = \frac{397,76}{0,80} = 497,20 \text{ EUR}$$

4a.

Anticipativno:

$$G_0 = 10.000,00 \text{ EUR}$$

$$n = 15 \text{ let}$$

$$\pi = 5 \% \text{ p. a.}$$

Dekurzivno:

$$G_0 = 10.000,00 \text{ EUR}$$

$$n = 15 \text{ let}$$

$$\frac{o_D}{o_A} = \frac{o_A - 100}{p = ?}$$

$$G_0 \cdot \rho^n = G_0 \cdot r^n + 100$$

$$G_0 \cdot \rho^n - 100 = G_0 \cdot r^n \quad / : G_0$$

$$r^n = \frac{G_0 \cdot \rho^n - 100}{G_0}$$

$$r = \sqrt[n]{\frac{G_0 \cdot \rho^n - 100}{G_0}}$$

$$r = \sqrt[15]{\frac{10000 \cdot \left(\frac{100}{95}\right)^{15} - 100}{10000}}$$

$$r = 1,052305757$$

$$p = (r-1) \cdot 100 = 5,23 \%$$

4b.

$$d = \frac{\log 1,025}{\log \sqrt[365]{1,04}} = 229,80 \text{ dni} \rightarrow d = 230 \text{ dni}$$

4c.

$$G_0 = 10.000,00 \text{ EUR}$$

$$= 1,01$$

$$n = 5 \cdot 4 = 20 \text{ četrtletij}$$

$$M = 4$$

$$p = 4 \% \text{ p. a.}$$

$$G_n = G_0 \cdot r_q^n$$

$$G_n = 10.000,00 \cdot 1,01^{20}$$

$$G_n = 12.201,90 \text{ EUR}$$

$$\text{Relativni obrestovalni faktor: } r_q = 1 + \frac{p}{100 \cdot M}$$

2. skupina: Statistika

1a.

Tabela 2: Število varčevalcev na 1.000 prebivalcev na področjih A in B

Področje	Število varčevalcev na 1.000 prebivalcev
A	334,47
B	322,86

1b.

$A : B = p_A : p_B$
 $5122 : 7656 = \pi r_A^2 : \pi r_B^2$
 $5122 : 7656 = 2^2 : r_B^2$
 $r_B = 2,445 = 2,4 \text{ cm}$

1c.

$$\overline{K} = \frac{\text{višina} \cdot \log v1000 \text{ EUR}}{\text{št. prebivalce} \cdot v}$$

$$\overline{K} = \frac{23400 \cdot 15314 + 34200 \cdot 23713}{15314 + 23713}$$

$$\overline{K} = 29962,13 \text{ EUR vloge na prebivalca}$$

2a–d.

Tabela 3: Vrednost novo nabavljenih knjig v EUR v posameznih letih

	a)	b)	c)	d)
Leto	Vrednost kupljenih knjig v EUR	V_j	S_j	D_j
2008	3.115,00	-	-	-
2009	3.115,00	100	0	0
2010	6.230,00	200	+100	3.115,00
2011	4.984,00	80	-20	-1.246,00
2012	4.485,60	90	-10	-498,40

Vir: izmišljeni podatki.

2e.

e) Leta 2011 je bilo v knjižnici nabavljeno za 20 % manj knjig kot leto prej oziroma so tega leta kupili za 1.246,00 EUR manj knjig kot leta 2010.

3a.

Tabela 4: Velikost novorojenčkov v cm

Dolžina v cm	Št. novorojenčkov f_j	Relativna frekvenca f_j^0	Kumulativna frekvenc F_j	Kumulativna relativnih frekvenc F_j^0
do pod 45	120	0,0991	120	0,0991
45 do pod 47	187	0,1544	307	0,2535
47 do pod 49	311	0,2568	618	0,5103
49 do pod 51	360	0,2973	978	0,8076
51 do pod 53	153	0,1263	1131	0,9339
53 do pod 55	80	0,0661	1211	1,0000
SKUPAJ	1211	1,0000		

Vir: izmišljeni podatki.

3b.

F_4 – 978 novorojenčkov je merilo od 0 do 51 cm.

f_5^0 – 12,63 % novorojenčkov je merilo od 51 do pod 53 cm.

4a.

Tabela 5: Poslušnost nekaterih radijskih organizacij 2011 v 1000

Radijska organizacija	Število poslušalcev	Rang
Radijske organizacije	do pod 40	1–4
Murski val	40	5
Radio Koper	40	6
Fantasy	41	7
Ognjišče	44	8
Sraka	47	9
Hit Domžale	47	10
Veseljak	66	11
Radio Center	70	12
City	78	13
Prvi program radia Slovenija	110	14
Val 202	150	15
Radio l	163	16

Vir: Statistični letopis RS, 2012, str. 181.

4b.

11. rang

4c.

$$R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$

$$Me = \frac{44+47}{2} = 45,5$$

R: 45500 poslušalcev.

4d.

40 000 poslušalcev

47 000 poslušalcev

4e.

Ne.

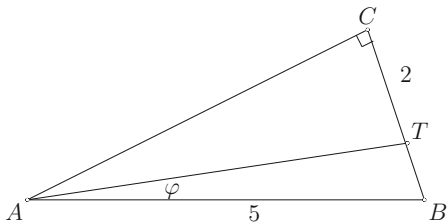
Rešitve 13. matematičnega tekmovanja za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – regijsko tekmovanje

1. letnik

- A1. Izračunamo vrednost izraza $8 - |8 - 8| + |-4| = 8 - 0 + 4 = 12$.
- A2. Nastavimo sklepni račun za premo sorazmerje med številom kosov kruha in številom skodelic drobtin in izračunamo $x = \frac{1,5 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = 1$.
- A3. Izračunamo $\frac{1}{5}$ od 3,75 evra, kar je $\frac{1}{5} \cdot 3,75$ evra = 0,75 evra. Od prvotne cene 3,75 evra odštejemo 0,75 evra in dobimo 3 evre.
- A4. Sorazmerje preuredimo v $3(x + y) = 2 \cdot 4y$ oziroma $3x = 5y$. Torej velja $x : y = 5 : 3$.
- A5. Rešiti moramo enačbo $\frac{3+x}{-4} - \frac{x+4}{3} = 2$. Odpravimo ulomek in dobimo $-3(3+x) - 4(x+4) = 24$ oziroma $-9 - 3x - 4x - 16 = 24$. Enačbo preuredimo do $-7x = 49$ in izračunamo $x = -7$. Torej ne obstaja naravno število x , ki bi bilo rešitev enačbe.
- A6. Rešitev neenačbe so realna števila x , za katera velja $x > \frac{1}{2}$. Rešitev je torej interval $(\frac{1}{2}, \infty)$.
- B1. a) V izrazu odpravimo oklepaje in dobimo $x^2 - 4x + 4 - x^2 + 9 + 2x^2 = 2x^2 - 4x + 13$.
- b) Izraz $2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$ poenostavimo v $2x^2 - 4$. Zapišemo neenačbo $2x^2 - 4x + 13 < 2x^2 - 4$. Neenačbo uredimo do $-4x < -17$, jo delimo z -4 in dobimo $x > \frac{17}{4}$.
- B2. Seštejemo $1 + \frac{4}{a-2} = \frac{a+2}{a-2}$ in odštejemo $1 - \frac{1}{a+3} = \frac{a+2}{a+3}$. Dobljena ulomka delimo in okrajšamo: $\frac{a+2}{a-2} : \frac{a+2}{a+3} = \frac{a+2}{a-2} \cdot \frac{a+3}{a+2} = \frac{a+3}{a-2}$. Potenciramo $(\frac{a+3}{a-2})^{-1} = \frac{a-2}{a+3}$. Množimo $\frac{a-2}{a+3} \cdot (a+3)$ in dobimo $a-2$.
- B3. Znesek Majine štipendije označimo z x . Privarčevala bo 20 % od x oziroma $0,2x$. Ostane ji še 80 % od x oziroma $0,8x$. Za avtobusno karto bo porabila $0,5 \cdot 0,8x$. Zapišemo enačbo $0,2x + 0,5 \cdot 0,8x + 90 = x$. Rešimo enačbo in dobimo $x = 225$ evrov. Izračunamo še mesečni prihranek $0,2 \cdot 225$ evrov = 45 evrov.
- B4. Označimo število posamezne vrste opeke z x in z y . Zapišemo enačbi $4,75x + 1,70y = 3840$ in $x + y = 1046$. Rešimo sistem enačb. Rešitev sistema je $x = 676$ in $y = 370$. Na kamion so naložili 676 kosov ene vrste opeke in 370 kosov druge vrste opeke.

2. letnik

- A1.** Upoštevamo enakost dolžin vzporednih stranic in dobimo $3x - 1 = 8$ in $3x + 2 = 2y - 3$. Od tod sledi $x = 3$ in $y = 7$.
- A2.** Enačbe premic, ki niso vse zapisane v eksplcitni ali implicitni obliki, zapišemo v eksplcitni obliki $y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ in $y = -\frac{1}{8}x$. Ker premice nimajo enakih smernih koeficientov, niso vzporedne. Ker nimajo vse premice začetne vrednosti 0, ne potekajo vse skozi izhodišče koordinatnega sistema. Torej morajo potekati skozi isto točko. Preverimo to trditev. Izračunajmo koordinati presečišča premic. Rešujemo sistem treh enačb z dvema neznankama: npr. $-\frac{x}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}x$ in izračunamo $x = -4$, izračunamo še $y = -\frac{1}{8} \cdot (-4) = \frac{1}{2}$. Preverimo še, če točka $(-4, \frac{1}{2})$ leži na drugi premici: $y = \frac{-4}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$. Premice torej potekajo skozi točko $(-4, \frac{1}{2})$.
- A3.** Čas, v katerem se bo bazen izpraznil, je rešitev enačbe $5000 - 8x + 3x = 0$. Izračunamo $x = 1000$ s oziroma 16 minut in 40 sekund.
- A4.** Izraz preoblikujemo tako, da racionaliziramo imenovalc in okrajšamo ulomek: $\frac{2x}{\sqrt[3]{4x}} = \frac{2x \cdot \sqrt[3]{2x^2}}{\sqrt[3]{4x \cdot 2x^2}} = \frac{2x \cdot \sqrt[3]{2x^2}}{2x} = \sqrt[3]{2x^2}$.
- A5.** Izraz v oklepaju najprej poenostavimo: $\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2+2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. Nato še potenciramo $(2\sqrt{2})^{2000} = 2^{2000} \cdot (\sqrt{2})^{2000} = 2^{2000} \cdot 2^{1000} = 2^{3000}$.
- A6.** Izračunamo koordinati razpolovišča daljice AB po formuli $S(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$. Dobimo $S(3, -5)$. Razdaljo med dvema točkama izračunamo po formuli $d(S, C) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{34}$.
- B1.** a) Funkcija f je padajoča, ker je smerni koeficient negativen ($k = -\frac{1}{2}$).
b) Neenakost $0 \leq f(x)$ preuredimo v $x \leq 4$. Neenakost $f(x) \leq 3$ pa v $x \geq -2$. Za realna števila x , za katera velja $-2 \leq x \leq 4$, je $0 \leq f(x) \leq 3$.
- B2.** Poenostavimo $(6\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} = (\frac{25}{4})^{-\frac{1}{2}} = (\frac{5}{2})^{-1} = \frac{2}{5}$ in $0,008^{-\frac{2}{3}} = (\frac{1}{125})^{-\frac{2}{3}} = (\frac{1}{5})^{-2} = 25$ ter $\sqrt{9^{\frac{3}{2}} - 2} = \sqrt{(3^2)^{\frac{3}{2}} - 2} = \sqrt{25} = 5$. Izračunamo $\frac{2}{5} \cdot 25 + 5 = 15$.
- B3.** Upoštevamo $(-2)^{2003} = -2^{2003}$, $(-2)^{2004} = 2^{2004}$, $(-3)^{2001} = -3^{2001}$, $(-3)^{2003} = -3^{2003}$, $(-4)^{1000x+2} = 4^{1000x+2}$ in $(-2)^{2000x} = 2^{2000x}$. V števcu prvega ulomka izpostavimo skupni faktor 2^{2001} , v imenovalcu pa 3^{2001} in dobimo $\frac{-9 \cdot 2^{2001}}{8 \cdot 3^{2001}}$. Ulomek $\frac{(-4)^{1000x+2}}{(-2)^{2000x}}$ preoblikujemo v $\frac{2^{2000x+4}}{2^{2000x}} = 2^4$. Zmnožimo vse tri faktorje $\frac{-9 \cdot 2^{2001}}{8 \cdot 3^{2001}} \cdot \frac{3^{2000}}{2^{2000}} \cdot 2^4 = \frac{-9 \cdot 2 \cdot 16}{8 \cdot 3} = -12$.
- B4.** Narišemo skico. Iz razmerja $|CT| : |CB| = 2 : 3$ izračunamo $|CB| = 3$. Po Pitagorovem izreku izračunamo $|AC| = 4$. Uporabimo Pitagorov izrek še za trikotnik ATC in izračunamo $|AT| = 2\sqrt{5}$. Označimo kot med daljicama AB in AT s φ ter kot med daljicama AT in AC z ϵ . Velja $\varphi = \alpha - \epsilon$. Upoštevamo $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ in $\tan \epsilon = \frac{4}{3}$. Sledi $\varphi = 36,9^\circ - 26,6^\circ = 10,3^\circ$.



3. letnik

- A1.** Prvo koordinato temena izračunamo po formuli $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Vstavimo podatke in izračunamo $x_2 = -4$.
- A2.** Rešiti moramo neenačbo $f(x) > 0$ oziroma $15x - x^2 > 0$. Rešimo enačbo $15x - x^2 = 0$. Dobimo $x_1 = 0$ in $x_2 = 15$. S pomočjo skice ugotovimo, da so rešitev neenčabe tista realna števila x , za katera velja $0 < x < 15$. Največje celo število, pri katerem je funkcija f pozitivna, je torej 14.
- A3.** Izračunamo $f(0) = 2^{-1} + \frac{3}{2} = 2$. Graf seka ordinatno os v točki $(0, 2)$.
- A4.** Enakosti, v katerih so logaritmandi negativni, ne veljajo. Upoštevamo, da je $\log(\log 5) < 0$ in $\log^2 5 > 0$. Torej $\log(\log 5) \neq \log^2 5$. Izračunamo $\ln(e^{-3}) = -3 \ln e = -3 \cdot 1 = -3$.
- A5.** Zapišemo enačbo $\frac{5}{6} \cdot a^3 = 0,18 \text{ dm}^3$. Izračunamo $a = \sqrt[3]{\frac{0,18 \cdot 6}{5}} = 0,6 \text{ dm}$. Torej je rob kocke dolg 6 cm.
- A6.** Štirikotnik razdelimo na dva pravokotna trikotnika $\triangle ABC$ in $\triangle CDA$. Po Pitagorovem izreku izračunamo dolžino hipotenuze $|AC| = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$ in nato še dolžino katete $|AD| = \sqrt{65} - 1 = 8$. Ploščina štirikotnika je enaka vsoti plosčin obeh pravokotnih trikotnikov $\frac{4 \cdot 7}{2} + \frac{8 \cdot 1}{2} = 14 + 4 = 18$.
- B1.** Rešimo enačbo $-x^2 + 2x + 3 = 2x - 1$. Enačbo uredimo do $x^2 - 4 = 0$ oziroma $(x - 2)(x + 2) = 0$. Dobimo rešitvi $x_1 = 2$ in $x_2 = -2$. Izračunamo še ordinati obeh presečišč $y_1 = 3$ in $y_2 = -5$. Presečišči sta točki $A(2, 3)$ in $B(-2, -5)$. Dolžino daljice izračunamo po formuli $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.
- B2.** Iz formule za ploščino trapeza $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$ izračunamo dolžino višine trapeza. Dobimo $v = \frac{2 \cdot S}{a+c} = 2\sqrt{3} \text{ m}$. Označimo s P podnožišče višine iz točke D . Ker je trapez enakokrak, je $|AP| = \frac{a-c}{2} = 2 \text{ m}$. Trikotnik PBD je pravokoten. Uporabimo Pitagorov izrek in izračunamo $|BD| = \sqrt{v^2 + (a - |AP|)^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$. Izračunamo dolžino osnovnice enakokrakega trikotnika iz formule za ploščino trikotnika $S = \frac{c \cdot v_c}{2}$. Dobimo $c = 8 \text{ m}$. Po Pitagorovem izreku izračunamo dolžino kraka $a = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + v_c^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$. Obseg enakokrakega trikotnika izračunamo po formuli $o = 2a + c$. Dobimo $o = 4(\sqrt{7} + 2) \text{ m}$.
- B3.** Enačbo preoblikujemo v $3^{2 \log_3(x^2 - 2x + 1)} = 3^0$ in enačimo eksponenta $2 \log_3(x^2 - 2x + 1) = 0$. Dobljeno enačbo delimo z 2 in upoštevamo definicijo logaritma. Dobimo $x^2 - 2x + 1 = 3^0$. Enačbo uredimo do $x^2 - 2x = 0$ oziroma $x(x - 2) = 0$. Rešitvi sta $x_1 = 0$ in $x_2 = 2$. Naredimo preizkus.
- B4.** Ugotovimo, da je geometrijsko telo, ki nastane z vrtenjem trapeza okoli daljše osnovnice, sestavljeno iz valja in stožca. Površina nastalega telesa je vsota plosčin osnovne ploskve valja, plašča valja in plašča stožca. Prostornina telesa je vsota prostornin valja in stožca. Najprej izračunamo dolžino stranice stožca po Pitagorovem izreku oziroma ugotovimo, da je stranica enako dolga kot diagonalna kvadrata s stranico a . Stranica stožca je torej dolga $a\sqrt{2}$. Površina telesa je $P = \pi r_1^2 + 2\pi r_1 \cdot v_1 + \pi r_2 s = \pi a^2 + 2\pi a \cdot a + \pi a \cdot a\sqrt{2} = (3 + \sqrt{2})\pi a^2$. Prostornina telesa je $V = \pi r_1^2 v_1 + \frac{1}{3}\pi r_2^2 v_2 = \pi a^3 + \frac{1}{3}\pi a^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

4. letnik

A1. Izračunamo $p(0) = 0$ in $p(\sqrt{3}) = 33 - 3\sqrt{3}$. Graf polinoma torej poteka skozi točki $(0, 0)$ in $(\sqrt{3}, 33 - 3\sqrt{3})$. Ker je $p(x) = x^2(x^4 - x + 2)$, je polinom p deljiv s polinomom q s predpisom $q(x) = x^2$ in ima vsaj eno ničlo druge stopnje, saj je 0 ničla druge stopnje. Vodilni koeficient polinoma p je 1, x^6 pa je vodilni člen.

A2. Izračunamo $f(0) = -\frac{(-1)^{11}}{1^{12}} = -\frac{-1}{1} = 1$. Presečišče grafa funkcije f z ordinatno osjo je $(0, 1)$.

A3. Iz grafa vidimo, da je maksimum funkcije f 4, minimum -4 , ničle pa $90^\circ + k \cdot 180^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$. Torej je na sliki graf funkcije f s predpisom $f(x) = 4 \cos x$.

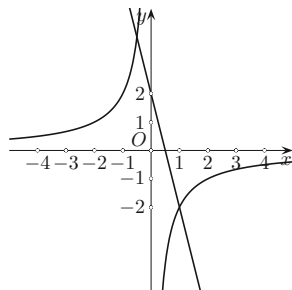
A4. Izračunamo $f\left(\frac{11\pi}{2}\right) = \frac{\sin \frac{11\pi}{2}}{1 - \cos \frac{11\pi}{2}} = \frac{-1}{1-0} = -1$, torej je $\frac{1}{f\left(\frac{11\pi}{2}\right)} = -1$.

A5. Označimo x z ceno bencina. Cena bencina po dvanajstih podražitvah je $1,015^{12} \cdot x \doteq 1,1956 \cdot x$. Letna podražitev bencina je več kot 19 %.

A6. Zapišemo enačbo $\frac{n+1}{3n+1} = \frac{10}{29}$ in jo preuredimo v $29n + 29 = 30n + 10$. Izračunamo $n = 19$.

B1. Uporabimo adicijski izrek in upoštevamo $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Dobimo $f(x) = \sqrt{3} \cos x$. Nato izračunamo $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B2. Predpis funkcije f zapišemo v obliki $f(x) = -\frac{2}{x}$. Upoštevamo, da ima funkcija f pol $x = 0$ in asimptoto $y = 0$. Izračunamo še nekaj točk, ki ležijo na grafu funkcije f . Narišemo graf. Narišemo premico skozi točki $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ in $(0, 2)$. Za izračun abscis presečišč obeh grafov rešimo enačbo $-2x^{-1} = -4x + 2$. Zapišemo $-\frac{2}{x} = -4x + 2$. Enačbo preuredimo do $-2 = -4x^2 + 2x$ oziroma $4x^2 - 2x - 2 = 0$. Izračunamo rešitvi $x_1 = 1$ in $x_2 = -\frac{1}{2}$.



B3. Dolžina višine trapeza je enaka razdalji med točkama $A(0, 0)$ in $D(0, 4)$, torej je $v = 4$. Predpis polinoma p zapišemo v obliki za ničle $p(x) = -x^2(x+1)+4(x+1) = (x+1)(-x^2+4) = (x+1)(2-x)(2+x)$. Abscisa točke B je torej 2. Dolžina osnovnice a je enaka razdalji med točkama $A(0, 0)$ in $B(2, 0)$, torej je $a = 2$. Dolžina osnovnice c pa je enaka razdalji med točkama $D(0, 4)$ in $C(x, 4)$. Abscisa točke C je pozitivna rešitev enačbe $4 = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ oziroma $x^2 + x - 4 = 0$. Torej je abscisa točke C enaka $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ in zato $c = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$. Izračunamo ploščino trapeza $S = \frac{a+c}{2} \cdot v = \frac{2+\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}{2} \cdot 4 = 3 + \sqrt{17}$.

B4. V eksponentni enačbi izpostavimo skupni faktor in dobimo $4^{x+1}(4^2 - 7) = 576$ oziroma $4^{x+1} \cdot 9 = 576$. Preuredimo v $4^{x+1} = 4^3$. Enačimo eksponente in izračunamo $x = 2$. Poenostavimo logaritemsko enačbo v $x^2 = 5x + 6$ oziroma $x^2 - 5x - 6 = 0$. Rešitvi sta $x_1 = 6$ in $x_2 = -1$. Ker mora biti osnova logaritma pozitivna, je edina rešitev logaritemske enačbe $x = 6$. Sledi torej $a_1 = 2$ in $a_2 = 6$. Izračunamo količnik geometrijskega zaporedja $q = \frac{a_2}{a_1} = 3$. Upoštevamo $a_n = a_1 q^{n-1}$ in zapišemo splošni člen $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

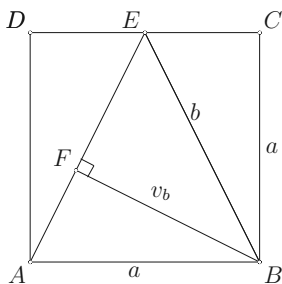
Rešitve 13. matematičnega tekmovanja za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – državno tekmovanje

1. letnik

- Posamezne korene delno korenimo in upoštevamo, da je $\sqrt{a^2} = |a|$ oz. $\sqrt{a^2} = -a$, ker je $a < 0$. Torej je $\sqrt{27a^2} = -3\sqrt{3a}$, $\sqrt{12a^2} = -2\sqrt{3a}$ in $a\sqrt{108} = 6\sqrt{3a}$. Izraz poenostavimo do $\frac{-3\sqrt{3a} + 2\sqrt{3a} + 6\sqrt{3a} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3a} - 5\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3a} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3a} - 5\sqrt{3}}$. V števcu in imenovalcu izpostavimo skupni faktor $5\sqrt{3}$ in ga pokrajšamo ter dobimo $\frac{a+1}{a-1}$. Izračunamo še vrednost izraza za $a = -2^{-1} = -\frac{1}{2}$ in dobimo $-\frac{1}{3}$.
- Z označimo ceno za liter mleka in y ceno za hlebec kruha. Zapišemo in rešujemo sistem dveh enačb z dvema neznanima $5x + 4y = 9,10$ in $5 \cdot 0,9x + 4 \cdot 0,85y = 7,94$. Rešitev sistema je $x = 0,82$ in $y = 1,25$. Včeraj je stal liter mleka 0,82 evra, hlebec kruha pa 1,25 evra.
- Poenostavimo imenovalce prvega ulomka in števec drugega ulomka ter razstavimo imenovalce drugega ulomka. Dobimo $\frac{a-2}{a^2-2a+4} + \frac{10-a}{(a+2)(a^2-2a+4)} - \frac{1}{a+2}$. Vse ulomke razširimo na najmanjši skupni imenovalac in jih seštejemo. Za $a \neq -2$ poenostavljen izraz $\frac{a+2}{(a+2)(a^2-2a+4)}$ okrajšamo. Dobimo $\frac{1}{a^2-2a+4}$. Ne obstaja realno število a , za katerega bi veljalo $a^2 - 2a + 4 = 0$. Zato izraz nima pomena samo za $a = -2$.
- Imenovalce tretjega ulomka razstavimo: $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$. Enačba nima pomena za $x = 1$ in $x = \frac{1}{2}$. Za $x \neq 1$ in $x \neq \frac{1}{2}$ enačbo množimo z najmanjšim skupnim imenovalcem $(x-1)(2x-1)^2$. Dobimo enačbo $3(4x^2 - 4x + 1)(x-1) + 11(2x-1)^2 - 10(x-1)(2x-1) - 2(x-1) = 0$. Odpravimo oklepaje in uredimo enačbo v $12x^3 - x = 0$. Razstavimo izraz $12x^3 - x = x(12x^2 - 1) = x(\sqrt{12}x - 1)(\sqrt{12}x + 1)$. Rešitve enačbe so $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$ in $x_3 = -\frac{1}{\sqrt{12}}$ oz. $x_2 = \frac{\sqrt{12}}{12} = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ in $x_3 = -\frac{\sqrt{3}}{6}$.

2. letnik

- Vrednost kvadratnega korena iz nenegativnega števila je vedno nenegativna. Torej je $\sqrt{2x+y-4} + \sqrt{3x-2y-13} \leq 0$ le v primeru, ko je $\sqrt{2x+y-4} + \sqrt{3x-2y-13} = 0$. Vsota dveh nenegativnih števil je enaka 0 le, če sta števili enaki 0. Torej velja $\sqrt{2x+y-4} = 0$ in $\sqrt{3x-2y-13} = 0$ oziroma $2x+y-4=0$ in $3x-2y-13=0$. Rešitev sistema je $x=3$ in $y=-2$.
- Upoštevamo, da je $9 = 3^2$ in $27 = 3^3$ in dobimo $\frac{(3^{2n-2} + 3^{2n-1})^3}{(3^{3n-1} + 3^{3n})^2}$. V števcu ulomka izpostavimo skupni faktor 3^{2n-2} , v imenovalcu pa 3^{3n-1} . Dobimo $\frac{(3^{2n-2} \cdot 4)^3}{(3^{3n-1} \cdot 4)^2} = \frac{3^{6n-6} \cdot 64}{3^{6n-2} \cdot 16}$. Okrajšamo ulomek in dobimo $\frac{4}{81}$.
- Kraka kvadratu včrtanega enakokrakega trikotnika označimo z b . Trikotnik EBC je pravokoten, zato dolžino hipotenuze b izrazimo z a s pomočjo Pitagorovega izreka $b = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$. Iz $S_{\triangle ABE} = \frac{bv_b}{2} = \frac{a \cdot a}{2}$ ali $a : v_b = b : a$ ($\triangle ABF \sim \triangle EBC$) sledi $v_b = \frac{a^2}{b} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$. Ker je trikotnik BEF pravokoten, lahko s pomočjo Pitagorovega izreka izračunamo dolžino stranice EF . Velja torej $|EF| = \sqrt{b^2 - v_b^2} = \frac{3\sqrt{5}}{10}a$. Sledi $|EF| : |FB| : |BE| = \frac{3\sqrt{5}}{10}a : \frac{2\sqrt{5}}{5}a : \frac{\sqrt{5}}{2}a = 3 : 4 : 5$.



4. Enačba premice skozi točki A in B je $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. Točka T na tej premici ima koordinati $T(x, \frac{1}{2}x + \frac{1}{2})$. Zapišemo pogoj $d(C, T) = d(D, T)$ in uporabimo formulo za izračun razdalje med dvema točkama $\sqrt{(x+1)^2 + (\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - 0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 1)^2}$. Enačbo kvadriramo, odpravimo oklepaje in dobimo $x^2 + 2x + 1 + \frac{x^2+2x+1}{4} = x^2 - 8x + 16 + \frac{x^2+6x+9}{4}$. Enačbo preuredimo v $36x = 68$. Rešitev enačbe je $x = \frac{17}{9}$. Izračunamo še $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{9} + \frac{1}{2} = \frac{13}{9}$. Koordinati točke T sta torej $T(\frac{17}{9}, \frac{13}{9})$.

3. letnik

- a) Izračunamo $f(3) = 1$ in $f(12) = 3$. Dobimo ordinati presečišč grafa funkcije f in premice p . Uporabimo formulo $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ in izračunamo smerni koeficient premice p , ki poteka skozi točki $P_1(3, 1)$ in $P_2(12, 3)$. Enačba premice p je $y = \frac{2}{9}x + \frac{1}{3}$.

b) Rešiti moramo enačbo $2 \log(x-2) + 1 = 0$. Enačbo preoblikujemo v $\log(x-2) = -\frac{1}{2}$ oziroma $10^{-\frac{1}{2}} = x-2$. Rešitev enačbe je $x = \frac{\sqrt{10}}{10} + 2$. Ničla logaritemske funkcije je torej $\frac{\sqrt{10}}{10} + 2$.
- Enačbo preuredimo v $(5^{\sqrt{x}})^2 - 124 \cdot 5^{\sqrt{x}} - 125 = 0$ in uvedemo novo neznanko $5^{\sqrt{x}} = t$. Dobimo kvadratno enačbo $t^2 - 124t - 125 = 0$ oziroma $(t+1)(t-125) = 0$. Za $t = -1$ dobimo $5^{\sqrt{x}} = -1$. V tem primeru enačba nima rešitve. Za $t = 125$ dobimo $5^{\sqrt{x}} = 125$ oziroma $5^{\sqrt{x}} = 5^3$. Enačimo eksponenta in kvadriramo dobljeno enačbo. Dobimo $x = 9$.
- Ker je stožec enakokrak, velja $2r = s$. Ordinato vrha izračunamo po Pitagorovem izreku ali pa s formulo za višino enakostraničnega trikotnika $v = \frac{2r\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ dm. Vrh stožca ima torej koordinati $V(0, 2\sqrt{3})$. Nosilki stranic potekata skozi vrh stožca. Točka $(-2, 0)$ leži na eni nosilki, točka $(2, 0)$ pa na drugi. Odsekovna oblika enačbe premice je $\frac{x}{\frac{m}{2}} + \frac{y}{\frac{n}{2}} = 1$, torej sta enačbi nosilk $\frac{x}{\frac{2}{2}} + \frac{y}{\frac{2\sqrt{3}}{2}} = 1$ in $\frac{x}{-\frac{2}{2}} + \frac{y}{\frac{2\sqrt{3}}{2}} = 1$. Površina stožca je $P = \pi r^2 + \pi r s = 12\pi$ dm². Prostornina pa $V = \frac{\pi r^2 v}{3} = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ dm³.
- I. način
Najmanjši vrednosti funkcij f in g sta ordinati temen. Velja torej $q_1 = q_2$. Ordinato temena izračunamo s pomočjo formule $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$. Dobimo enačbo $-\frac{m^2 - 4m + 4}{4} = -\frac{4 + 4m}{4}$. Enačbo preuredimo v $m^2 - 8m = 0$. Rešitvi sta $m_1 = 0$ in $m_2 = 8$. Za $m = 8$ zapišemo neenačbo $2(x^2 - 8x + 7) \geq (x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ in jo preuredimo v $x^2 - 12x + 19 \geq 0$. Izračunamo $x_1 = 6 - \sqrt{17}$ in $x_2 = 6 + \sqrt{17}$. Narišemo skico in z analizo predznakov ugotovimo, da so rešitve neenačbe tista realna števila x , za katera velja $x \leq 6 - \sqrt{17}$ ali $x \geq 6 + \sqrt{17}$ oziroma $x \in (-\infty, 6 - \sqrt{17}] \cup [6 + \sqrt{17}, \infty)$.

II. način

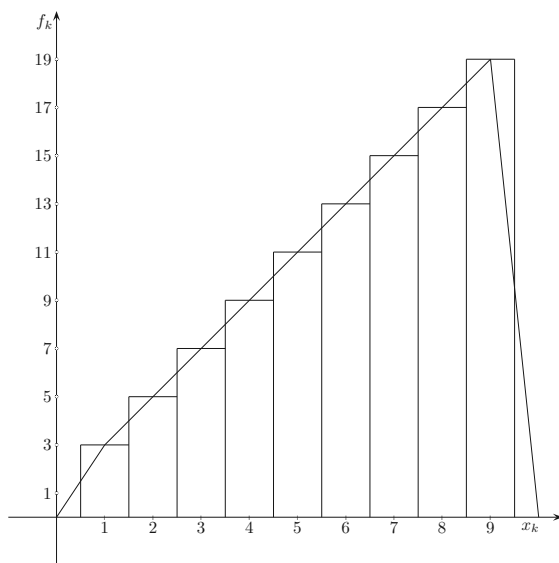
Po formuli za $p = -\frac{b}{2a}$ izračunamo $p_1 = \frac{m}{2}$ in $p_2 = \frac{2}{2} = 1$. Nato izračunamo $q_1 = f(p_1) = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m - 1$ oziroma $q_1 = \frac{-m^2+4m-4}{4}$ ter $q_2 = g(p_2) = g(1) = -1 - m$. Upoštevamo $q_1 = q_2$ in zapišemo enačbo $\frac{-m^2+4m-4}{4} = -1 - m$. Enačbo preuredimo v $m^2 - 8m = 0$. Rešitvi sta $m_1 = 0$ in $m_2 = 8$. Za $m = 8$ zapišemo neenačbo $2(x^2 - 8x + 7) \geq (x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ in jo preuredimo v $x^2 - 12x + 19 \geq 0$. Izračunamo $x_1 = 6 - \sqrt{17}$ in $x_2 = 6 + \sqrt{17}$. Narišemo skico in z analizo predznakov ugotovimo, da so rešitve neenačbe tista realna števila x , za katera velja $x \leq 6 - \sqrt{17}$ ali $x \geq 6 + \sqrt{17}$ oziroma $x \in (-\infty, 6 - \sqrt{17}] \cup [6 + \sqrt{17}, \infty)$.

4. letnik

1. Zapišemo tabelo.

Razred oz. največja številka	absolutna frekvenca oz. f_k
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17
9	19

Narišemo histogram in frekvenčni poligon. Izračunamo vsoto plosčin pravokotnikov v histogramu $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 99$. Izračunamo ploščino lika, ki ga omejujeta lomljena krivulja frekvenčnega poligona in abscisna os $\frac{1 \cdot 3}{2} + \frac{19+3}{2} \cdot 8 + \frac{1 \cdot 19}{2} = 99$.



2. Zapišemo člene aritmetičnega zaporedja $a_1 = \pi r^2$, $a_2 = 2\pi r \cdot v$ in $a_3 = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot v$ in upoštevamo $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$. Dobimo enačbo $2\pi r v - \pi r^2 = 2\pi r^2$, iz katere izrazimo $r = \frac{2v}{3}$. Izračunamo prostornino valja $V = \pi r^2 \cdot v = 12\pi \text{ m}^3 = 12000\pi \text{ dm}^3$. Upoštevamo, da vsako sekundo priteče v valj 0,5 litra vode. Izračunamo čas za napolnitev valja do polovice $t = \frac{12000\pi}{2 \cdot 0,5} = 12000\pi \text{ s}$ oz. 10 h 28 minut 19 sekund.
3. Predpis polinoma četrte stopnje zapišemo v obliki za ničle $p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$. Ker je ena ničla dvojna, moramo zapisati predpise za tri polinome: $p_1(x) = a_1(x + 2)^2 x(x - 1)$, $p_2(x) = a_2(x + 2)x^2(x - 1)$ in $p_3(x) = a_3(x + 2)x(x - 1)^2$. Za izračun vodilnih koeficientov polinomov upoštevamo, da grafi potekajo skozi točko $M(-1, 5)$. Dobimo $a_1 = \frac{5}{2}$, $a_2 = -\frac{5}{2}$ in $a_3 = -\frac{5}{4}$. Torej je $p_1(x) = \frac{5}{2}(x + 2)^2 x(x - 1)$, $p_2(x) = -\frac{5}{2}(x + 2)x^2(x - 1)$ in $p_3(x) = -\frac{5}{4}(x + 2)x(x - 1)^2$. Odpravimo oklepaje in dobimo predpise za polinome v splošni obliki $p_1(x) = \frac{5}{2}x^4 + \frac{15}{2}x^3 - 10x$, $p_2(x) = -\frac{5}{2}x^4 - \frac{5}{2}x^3 + 5x^2$ in $p_3(x) = -\frac{5}{4}x^4 + \frac{15}{4}x^2 - \frac{5}{2}x$.
4. a) Odpravimo oklepaje in uporabimo zvezo $\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$. Dobimo $\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} - \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} + \sin^2 \alpha$. Iz prvih dveh členov izpostavimo $\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta}$. Dobimo $\frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta)}{\cos^2 \beta} + \sin^2 \alpha$. Uporabimo zvezo $1 - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta$. Ker je $\cos \beta \neq 0$, lahko krajšamo ulomek s $\cos^2 \beta$. Dobimo $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.
- b) Iz zveze $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ izračunamo $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ in $\cos \beta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$. Uporabimo adicijski izrek $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Izračunamo $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Upoštevamo še, da je $0^\circ < \alpha + \beta < 90^\circ$. Torej je $\alpha + \beta = 45^\circ$.