Tekmovanja

49. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. S katerim od naštetih števil ni deljiva razlika $(200013 - 2013)$?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

A2. Na štirih lističih so zapisana števila 2, 4, 13 in 19. Na hrbtnih straneh lističev pa različne trditve: »večje od 15«, »praštevilo«, »večkratnik števila 5«, »liho število«. Noben zapis ne ustreza številu, ki je zapisano na drugi strani lističa. Katero število je napisano na lističu z napisom »večkratnik števila 5«?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 13
(**D**) 19 (**E**) nemogoče je določiti

A3. Predviden čas pohoda je 4 h 20 minut v enakomernem tempu. Pohodniki so na poti že $\frac{3}{5}$ časa. Koliko časa jim še ostane do $\frac{3}{4}$ predvidenega časa?

(**A**) 39 minut (**B**) 40 minut (**C**) 35 minut (**D**) 41 minut (**E**) pol ure

A4. V škatli so čokoladni, vanilijevi in orehovi piškoti. Četrtina piškotov je čokoladnih, $\frac{1}{3}$ vanilijevih, preostalih 15 piškotov pa je orehovih. Koliko piškotov je v škatli?

(**A**) 20 (**B**) 24 (**C**) 36 (**D**) 48 (**E**) 60

A5. Med katerima ulomkoma je po velikosti število 0.2013?

(**A**) med 0 in $\frac{1}{10}$ (**B**) med $\frac{1}{10}$ in $\frac{1}{5}$ (**C**) med $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}$ (**D**) med $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{3}$ (**E**) med $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{2}$

A6. V nizu ponavljajočih se znakov $6xyzt166xyzt166xyzt166xyz...$, kjer so x, y, z in t med seboj različne števke, na 2013. mestu stoji števka 5. Kateri znak je enak 5?

(**A**) x (**B**) y (**C**) z
(**D**) t (**E**) nemogoče je določiti

A7. Velikost kota pri vrhu enakokrakega trikotnika je $70°$. Koliko je velik kot med simetralo notranjega kota ob osnovnici in simetralo zunanjega kota ob vrhu trikotnika?

(**A**) $27°30'$ (**B**) $55°$ (**C**) $62°30'$ (**D**) $90°$ (**E**) $117°30'$

A8. Neko število je zmnožek treh različnih praštevil. Koliko deliteljev tega števila je sestavljenih?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 7

B1. Izračunaj vrednost izraza:

$$\frac{2\frac{1}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}+4\frac{1}{2}\cdot\left(\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{9}:4\right).$$

B2. Točki D in E ležita na osnovnici AB enakokrakega trikotnika ABC. Točka D leži med točkama A in E. Trikotnik CDE je enakokrak z osnovnico DE. Kot $\sphericalangle ABC$ je velik 52°, kot $\sphericalangle ACE$ pa 58°. Izračunaj velikosti kotov trikotnika CDE.

B3. Številu a prištejemo četrtino njegove vrednosti. K rezultatu prištejemo petino vrednosti rezultata. Če k novemu rezultatu prištejemo še šestino vrednosti novega rezultata, dobimo število, ki je za 111 večje od prvotnega števila a. Kolikšno je število a?

8. razred

A1. Za katero vrednost realnega števila x velja enakost $\sqrt{(2013-\sqrt{2012})^2}-(x-\sqrt{2012})=1$?

(**A**) $\sqrt{2012}$ (**B**) 2012 (**C**) $\sqrt{2013}$
(**D**) 2013 (**E**) nič od naštetega

A2. Razmerje med velikostma največjega in najmanjšega kota pravokotnega trikotnika je enako $6:1$. Koliko je velik srednji kot po velikosti?

(**A**) 15° (**B**) 30° (**C**) 60° (**D**) 75° (**E**) 90°

A3. Število $2^5\cdot 8^3\cdot 16^2$ zapišemo kot potenco z osnovo 4. Kolikšen je eksponent te potence?

(**A**) 12 (**B**) 11 (**C**) 10 (**D**) 20 (**E**) 22

A4. Kolikšna je vrednost izraza $\left(\left(\left(\left(\left((-1)^{n+3}\right)^{2-n}\right)^{n}\right)^{n-1}\right)^{2}\right)^{2013}$ za poljubno naravno število n?

(**A**) -2013 (**B**) -1 (**C**) 1 (**D**) $2n+2019$ (**E**) 2013

A5. V 420 g slane vode je 20 % soli. Čez čas izhlapi 120 g vode. Koliko odstotna je tedaj raztopina?

(**A**) 24 % (**B**) 25 % (**C**) 28 % (**D**) 30 % (**E**) 32 %

A6. Vrvico smo razrezali na 4 različno dolge dele.

Dolžina posameznega dela je enaka trikratniku dolžine naslednjega. Kolikšen del celotne vrvice predstavlja najdaljši del?

(**A**) $\frac{27}{40}$ (**B**) $\frac{9}{13}$ (**C**) $\frac{1}{3}$ (**D**) $\frac{1}{9}$ (**E**) $\frac{2}{5}$

A7. V ravno vrsto postavimo 39 figuric tako, da je natanko vsaka tretja figurica ženska. Natanko vsaka druga moška figurica nosi kapo. Natanko vsaka peta figurica v vrsti pa se smehlja. Koliko moških figuric ima kapo in se smehlja?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

A8. Za naravni števili a in b velja $3^2+4^2+5^2+12^2=a^2+b^2$. Kolikšna je vrednost vsote $(a+b)$?

(**A**) 9 (**B**) 15 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 24

B1. Izračunaj vrednost izraza:

$$\sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1+\frac{2}{\frac{1}{3}+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}-\sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{9}:4-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{6}}}.$$

B2. Dan je trikotnik ABC, katerega merska števila dolžin stranic so tri zaporedna naravna števila. Točka P je razpolovišče najdaljše stranice BC. Simetrala kota $\sphericalangle ACB$ je pravokotna na daljico AP. Izračunaj dolžine stranic trikotnika ABC.

B3. Če se vsi učenci 8. razredov razdelijo v skupine po 4, ostaneta 2. Če pa se razdelijo v skupine po 5, ostanejo 3. V generaciji 8. razredov je 45 deklic in najmanj $\frac{1}{3}$ generacije so dečki. Koliko dečkov je v generaciji, če jih je manj kot deklic? Odgovor utemelji.

9. razred

A1. Katero število reši enačbo $\frac{3}{1-\frac{2}{x}}=3x$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 0

(E) nobeno izmed naštetih

A2. Kolikšna je vrednost izraza $\frac{6^{23}-6^{22}+6^{21}-6^{20}}{2^{23}-2^{22}+2^{21}-2^{20}}$?

(A) 3 **(B)** 9 **(C)** $31\cdot 3^{20}$ **(D)** $37\cdot 3^{20}$ **(E)** 0

A3. Diagonala kvadrata je dolga $(2+\sqrt{2})$ cm. Koliko je ploščina kvadrata?

(A) $\sqrt{2}$ cm^2 **(B)** 2 cm^2 **(C)** $(3+2\sqrt{2})$ cm^2

(D) 6 cm^2 **(E)** $(6+4\sqrt{2})$ cm^2

A4. Operacija $\otimes$ je definirana s predpisom $x\otimes y=x^2-3xy$, kjer sta x in y celi števili. Koliko je $(2\otimes 1)\otimes(1\otimes 2)$?

(A) 34 **(B)** 1 **(C)** 0 **(D)** -13 **(E)** -26

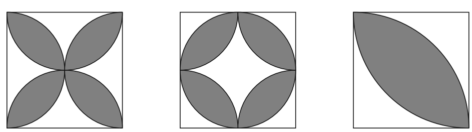
A5. Enakostranični trikotnik in pravilni šestkotnik imata enak obseg. Kolikšno je razmerje ploščin trikotnika in šestkotnika?

(A) $1:1$ **(B)** $1:1.5$ **(C)** $1:2$ **(D)** $1:\sqrt{3}$ **(E)** $1:3$

A6. Sveže posekano deblo ima maso 600 kg in vsebuje 60 % vlage. Po sušenju je v deblu še 4 % vlage. Koliko je masa posušenega debla?

(A) 240 kg **(B)** 360 kg **(C)** 230.4 kg **(D)** 249.6 kg **(E)** 250 kg

A7. V kvadrat smo včrtali like na tri načine. Na kateri sliki je osenčen največji del kvadrata?



Slika 1 Slika 2 Slika 3

(A) na sliki 1

(B) na sliki 2

(C) na sliki 3

(D) vsi osenčeni deli imajo enako ploščino

(E) nemogoče je določiti

A8. Na tabli je zapisanih 6 zaporednih naravnih števil. Če eno izbrišemo, bo vsota ostalih števil enaka 2013. Kolikšna je vsota števk izbrisanega števila?

(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

B1. Anja, Blaž in Manca so naročeni na enak paket storitev pri mobilnem operaterju. Vsi trije plačujejo naročnino, poleg tega pa za vsako minuto pogovora določen znesek. Aprila je imela Manca 50 % popusta na naročnino. Anja je v tem mesecu govorila 10 minut in z naročnino vred plačala 13.20 EUR. Blaž je v istem mesecu govoril 18 minut in z naročnino vred plačal 14.16 EUR. Koliko je aprila plačala Manca, ki je govorila 1 uro?

B2. V trikotniku ABC velja $\sphericalangle BAC = 60°$. Težiščnica na stranico AB razdeli trikotnik na dva enakokraka trikotnika z osnovnico AC oz. BC in seka stranico AB v točki D. Daljica CD je dolga 5 cm. Izračunaj dolžine stranic trikotnika ABC.

B3. Poišči vse rešitve enačbe

$$2013 - 4 \cdot |x^2 - 13| = 1986.$$

49. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1. Neko število smo odšteli od 1 ter dobljeno razliko pomnožili s 3. Temu zmnožku smo prišteli $\frac{2}{5}$, dobljeno vsoto pa delili s $\frac{7}{10}$ in dobili 2. Katero število smo odšteli od 1?
2. Točka F leži na stranici AB ostrokotnega trikotnika ABC, točka E pa na stranici BC tako, da je daljica FE vzporedna stranici AC. Dolžina daljice EF je enaka dolžini daljice BE. Točka G leži na stranici AC, tako da je kot $\sphericalangle EGC$ pravi, kot $\sphericalangle CEG$ pa velik 37°27′. Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika ABC. Obvezno nariši skico.
3. Letalo poleti iz Ljubljane ob 20.45 proti Dubaju, kamor prispe ob 4.25 po dubajskem času. Iz Dubaja nato ob 9.25 po dubajskem času poleti proti Hongkongu. Postanek v Dubaju je 20 minut daljši od trajanja prvega poleta. Polet v Hongkong traja 6 ur, letalo prileti ob 19.25 po hongkonškem času. Kolikšna je časovna razlika med Ljubljano in Hongkongom? Odgovor utemelji z računi.

   Na vsakem poletu nepretrgano predvajajo nekaj enako dolgih epizod TV serije. Vsako epizodo predvajajo v celoti. Predvajanje začnejo ob vzletu in končajo ob pristanku. Največ koliko časa traja posamezna epizoda?
4. Konstruiraj krožnico, pri kateri središčnemu kotu $52.5°$ pripada tetiva dolžine 4 cm. Kote riši s šestilom. Opiši konstrukcijo..
5. Sostanovalke Tanja, Brina in Ana imajo skupaj 261 EUR. Vsaka bo plačala tretjino najemnine za sobo. Tanji bo ostalo še 75 % svojega denarja. Brina bo plačala $\frac{1}{3}$ svojega denarja, Ana pa polovico svojega denarja. Kolikšna je najemnina za sobo?

8. razred

1. Dan je pravilni petkotnik $ABCDE$. Premica p je nosilka stranice CD, premica s je simetrala stranice BC, premica t pa je simetrala stranice ED. Nariši skico.

   a) Izračunaj velikost kota $\sphericalangle CBD$.

   b) Izračunaj velikost ostrega kota med premicama p in s.

   c) Izračunaj velikost ostrega kota med premicama t in s.

2. Na nekem testu izbirnega tipa je v prvem delu 5 vprašanj vrednih po 4 točke, v drugem delu 5 vprašanj po 5 točk in v tretjem delu 5 vprašanj po 6 točk. Učenec za napačen odgovor izgubi polovico vrednosti vprašanja. Lana je iz vsakega dela pravilno odgovorila na enako število vprašanj, ostalih pa ni reševala. David pa je v vsaki skupini pravilno odgovoril na vsaj eno vprašanje in v drugem delu je imel en pravilen odgovor več kot v prvem delu, v tretjem delu pa en pravilen odgovor več kot v drugem delu. Na vsa ostala vprašanja je David odgovoril napačno. Skupno je zbral 12 točk manj kot Lana. Na koliko vprašanj je pravilno odgovorila Lana?

3. Cena peska se zniža za $30\ \%$. Po znižani ceni dobimo pri plačilu 105 EUR za $1.25\ \mathrm{m}^3$ več peska, kot bi ga za znesek 120 EUR dobili pred znižanjem. Kolikšna je bila cena peska pred znižanjem?

4. Določi število n, če je notranji kot pravilnega $2n$-kotnika za 6° večji od notranjega kota pravilnega n-kotnika. Odgovor utemelji.

5. Jure zapisuje datume v letošnjem letu s šestimi števkami (dan, mesec, leto). Na primer 4. julij 2013 bo zapisal 040713. Če je zmnožek števk na lihih mestih enak zmnožku števk na sodih mestih, je za Jureta to »poseben dan«. Koliko posebnih dni ima leto 2013?

9. razred

1. Jan, Rok in Luka so za letovanje skupaj plačali 770 EUR. Ta znesek so poravnali v razmerju svojih starosti. Luka je opazil, da je za vsake 4 EUR, ki jih je plačal Jan, Rok plačal 3 EUR. Rok pa je opazil, da je za vsakih 6 EUR, ki jih je plačal Jan, Luka plačal 7 EUR. Vsota njihovih starosti je 35 let. Določi njihove starosti in zneske, ki jih je plačal vsak izmed njih.

2. Obravnavaj enačbo $5 + 25x = xa^2 + a$, kjer je a parameter.

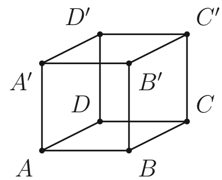
3. Operacijo $\heartsuit$ med realnima številoma a in b vpeljemo na način $a \heartsuit b = (a - b) \cdot a$. Npr.: $2 \heartsuit 3 = (2 - 3) \cdot 2 = -2$.

a) Za katero realno število velja $a \heartsuit 2 = -1$?

b) Za katere pare realnih števil a in b velja $a \heartsuit b = b \heartsuit a$?

4. Višina na hipotenuzo razdeli pravokotni trikotnik na dva trikotnika s ploščinama $\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ in $8\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$. Izračunaj dolžine stranic prvotnega trikotnika. Rezultat naj bo natančen.

5. Akvarij v obliki kocke $ABCDA'B'C'D'$ (glej sliko) z dolžino roba 12 dm je delno napolnjen z vodo. Debelino stene akvarija zanemarimo.



a) Zlata ribica se nahaja v točki T, ki rob AB deli v razmerju $|AT| : |TB| = 1 : 3$. Najkrajša pot ribice do točke, kjer se gladina vode dotika roba CC', je dolga 17 dm. Koliko vode je v akvariju?

b) Akvarij napolnemo z vodo. Polž se nahaja v oglišču A akvarija, morski konjiček pa v razpolovišču roba AB. Koliko je dolga najkrajša pot konjička do točke C'? Koliko pa najkrajša pot polža do točke C', če polž leze po steni akvarija?

33. tekmovanje iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

A1 Ped je pol vatla, dlan je šestina vatla, prst je štiriindvajsetina vatla. Palica je dolga 1 vatel + 1 ped + 1 dlan + 1 prst = 78,6 cm. Koliko meri vatel?

(**A**) 46,0 cm. (**B**) 78,6 cm. (**C**) 111 cm. (**D**) 134 cm.

A2 Ana naredi v 3 sekundah 8 korakov. Polovica njenih korakov ima dolžino 60 cm, druga polovica ima dolžino 65 cm. Kolikšna je Anina hitrost?

(**A**) $0{,}463\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (**B**) $0{,}833\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**C**) $1{,}67\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (**D**) $6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

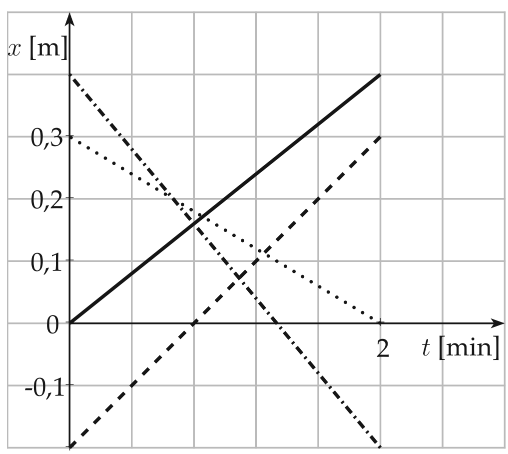
A3 Geografska širina indijskega mesta Bangalore je 13° severno. Suraj Sharma 19. avgusta v Bangalorju opazuje pot Sonca čez nebo in ugotovi, da je tega dne opoldne Sonce v zenitu. Kdaj bo v Bangalorju Sonce opoldne naslednjič v zenitu?

(**A**) Prej kot čez pol leta.
(**B**) Čez pol leta.
(**C**) Pozneje kot čez pol leta in prej kot čez eno leto.
(**D**) Čez eno leto.

A4 Iz lesa izrežemo palčko, za katero mislimo, da je dolga natančno 12,0 cm. Palčko natančno polagamo ob robu mize in z njo izmerimo, da je rob mize dolg 132,0 cm. Kasneje ugotovimo, da je palčka v resnici dolga 118 mm. Kolikšna je prava dolžina mize?

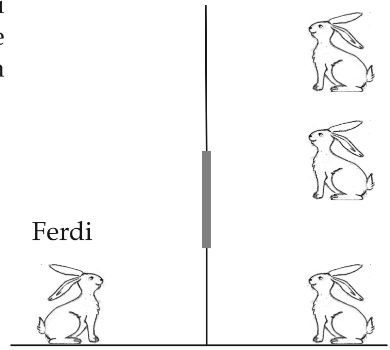
(**A**) 121,0 cm. (**B**) 129,8 cm. (**C**) 132,0 cm. (**D**) 134,2 cm.

A5 Grafi kažejo, kako se lege štirih mravelj, ki lezejo po isti ravni poti, spreminjajo s časom. Koliko centimetrov preleze najhitrejša mravlja v 1 minuti?



(**A**) 30 cm.
(**B**) 40 cm.
(**C**) 50 cm.
(**D**) 60 cm.

A6 Zajec Ferdi stoji na tleh 1 m od stene, na kateri visi ravno zrcalo, kot kaže slika. Zrcalo ne prekriva cele stene: spodnji rob zrcala je 1 m nad tlemi. Katera izjava je pravilna?



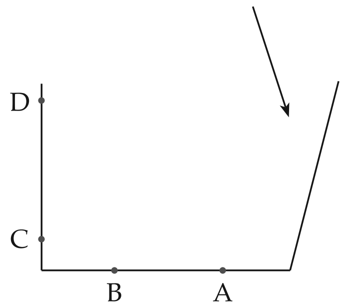
(**A**) Ferdijeva slika je na mestu A.

(**B**) Ferdijeva slika je na mestu B.

(**C**) Ferdijeva slika je na mestu C.

(**D**) Ker zrcalo ni nasproti Ferdiju, njegove slike ni.

A7 Tri zrcala postavimo, kot kaže slika. Na desno zrcalo vpade svetlobni žarek. V katerih točkah se žarek odbije na ostalih dveh zrcalih?



(**A**) A in C.

(**B**) A in D.

(**C**) B in C.

(**D**) B in D.

B1 Na postaji stoji 30 m dolg turistični vlakec. Mimo vlakca vozi kolesar s stalno hitrostjo $14{,}4\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

(a) Koliko časa kolesar vozi mimo vlakca?

(b) Kolesar se ustavi ob progi. Vlakec tedaj spelje in se mimo kolesarja, ki stoji ob progi, vozi s stalno hitrostjo $2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Koliko časa vlakec vozi mimo kolesarja?

(c) Ko vlakec s stalno hitrostjo $2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ odpelje mimo kolesarja, se ta požene za njim s stalno hitrostjo $14{,}4\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. V trenutku $t = 0$ kolesar dohiti zadnji vagon. Vlakec in kolesar vozita še naprej z nespremenjenima hitrostima, dokler kolesar vlakca ne prehiti. Koliko časa kolesar med prehitevanjem vozi mimo vlakca?

(d) Kolikšno pot prevozi kolesar medtem ko prehiteva gibajoči se vlakec?

(e) Kolikšno pot prevozi vlakec medtem, ko ga prehiteva kolesar?

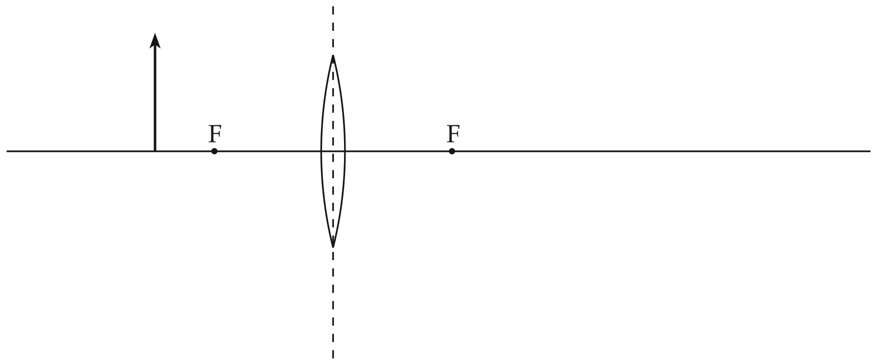
(f) V isti koordinatni sistem nariši grafe, ki kažejo, kako se s časom spreminjajo

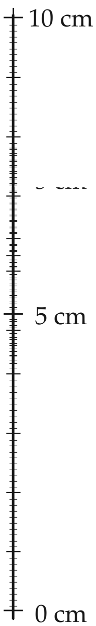
1.) lega kolesarja,
2.) lega zadnjega krajišča vlakca in
3.) lega sprednjega krajišča vlakca

od trenutka $t = 0$ do trenutka, ko kolesar vlakec prehiti. V trenutku $t = 0$ kolesar dohiti zadnji vagon, kolesar je tedaj v legi $x = 0$. Grafe jasno označi.

B2 Pred zbiralno lečo z goriščno razdaljo 20 cm je predmet, ki je od leče oddaljen 30 cm.

(a) V katerem merilu je narisana skica?

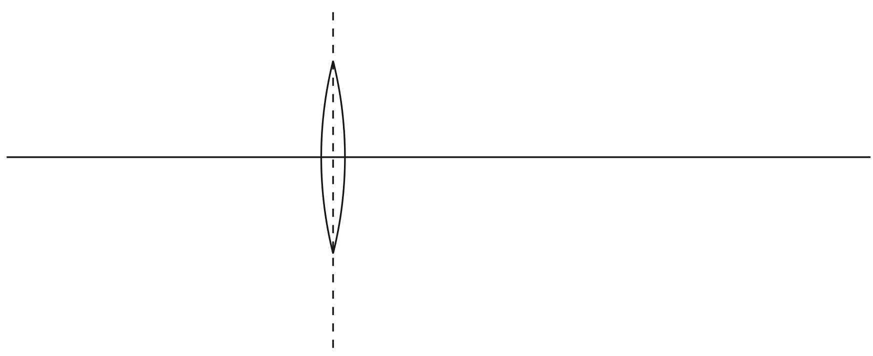




(b) Na zgornji skici konstruiraj sliko predmeta s pomočjo dveh značilnih žarkov.

(c) Za lečo postavimo zaslon. Koliko cm je zaslon oddaljen od leče, da na njem vidimo ostro sliko?

(d) Na spodnji skici s pomočjo konstrukcije ugotovi, kam moramo postaviti isti predmet, da bo njegova slika enako velika kot je on sam. Koliko cm je tedaj od leče oddaljen predmet in koliko cm je od leče oddaljena njegova slika?



9. razred

A1 Kateri tlak je enak $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$?

(**A**) 1 Pa. (**B**) 10^4 Pa. (**C**) 1 bar. (**D**) 10 bar.

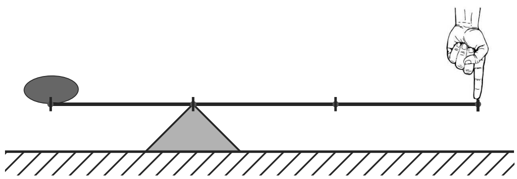
A2 Geografska širina indijskega mesta Bangalore je 13° severno. Suraj Sharma 19. avgusta v Bangalorju opazuje pot Sonca čez nebo in ugotovi, da je tega dne opoldne Sonce v zenitu. Kdaj bo Sonce opoldne v Bangalorju naslednjič v zenitu?

(**A**) Prej kot čez pol leta.
(**B**) Čez pol leta.
(**C**) Pozneje kot čez pol leta in prej kot čez eno leto.
(**D**) Čez eno leto.

A3 Janez na vrtu odpira steklenico penine. Ko steklenico odpre, odleti zamašek navpično navzgor. Nazaj prileti po 3 sekundah. Kolikšna je bila začetna hitrost zamaška? Zračni upor zanemari.

(**A**) $10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**B**) $15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**C**) $20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**D**) $30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A4 Breme s težo 20 N zadržujemo v ravnovesju na lahkem drogu, ki je podprt, kot kaže slika. S kolikšno silo deluje podpora na drog?

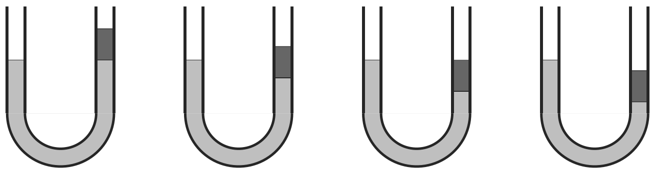


(**A**) 0 N. (**B**) 10 N. (**C**) 20 N. (**D**) 30 N.

A5 Janez na vrtu odpira že drugo steklenico penine. Ko steklenico odpre, odleti zamašek navpično navzgor s hitrostjo $20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Ko je zamašek 5 m višje, se zaleti v vejo drevesa. Pri trku z vejo se zamašek popolnoma zaustavi in nato prosto pade. Zamašek ima maso 5 g. Za koliko je njegova kinetična energija, ko pade Janezu na roko, manjša od njegove kinetične energije tik po izstrelitvi? Zračni upor zanemari.

(**A**) 250 mJ. (**B**) 750 mJ. (**C**) 1 J. (**D**) 1,750 J.

A6 V odprti cevki, ki ima obliko črke U, sprva sega voda v obeh krakih do iste višine. V desni krak nato počasi nalijemo jedilno olje. Katera slika pravilno prikazuje gladini v krakih (ravnovesno stanje)?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A7 V posodo z vodo potopimo na enak način kocke z enako prostornino. Kocka A je v celoti iz aluminija, kocka B je v celoti izdelana iz železa, kocka C je izdelana iz zlitine aluminija in železa. Katera izjava je pravilna?

(**A**) Sila vzgona je največja na kocko A.

(**B**) Sila vzgona je največja na kocko B.

(**C**) Sila vzgona je največja na kocko C.

(**D**) Na vse kocke deluje enaka sila vzgona.

B1 Na saneh sedi Jurček. Skupna masa sani in Jurčka je 40 kg. Jurčkov oče potiska sani, ki na začetku mirujejo, s silo 50 N vzporedno z vodoravno podlago na 9 m dolgi poti, nato jih spusti. Na sani deluje med potiskanjem in tudi potem, ko jih oče spusti, stalna sila trenja 5 N. Celotna podlaga, po kateri se sanka Jurček, je vodoravna.

(a) S kolikšnim pospeškom se gibljejo sani med potiskanjem?

(b) Koliko časa oče potiska sani?

(c) Kolikšno hitrost imajo sani v trenutku, ko jih oče spusti?

(d) S kolikšnim pojemkom se sani ustavljajo, ko jih oče spusti?

(e) Ko sani med ustavljanjem dosežejo hitrost $3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, zapeljejo v lužo. Koliko sekund zatem, ko jih oče neha potiskati, sani zapeljejo v lužo?

(f) Luža je široka 5 m. Ko sani drsijo čez lužo, deluje nanje skupna zaviralna sila 20 N. Kolikšna je kinetična energija sani in Jurčka takoj, ko sani zapeljejo iz luže?

(g) S kolikšno hitrostjo zapeljejo sani iz luže?

(h) Nariši graf, ki kaže, kako se je spreminjala hitrost Jurčkovih sani s časom od začetka potiskanja do trenutka, ko se sani ustavijo.

B2 Prostornina balona na vroči zrak je $2\,800\ \mathrm{m}^3$. Z gorilnikom segrejemo zrak v balonu. Gostota segretega zraka je $0{,}9\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Na balon je z vrvmi pripeta košara s potniki.

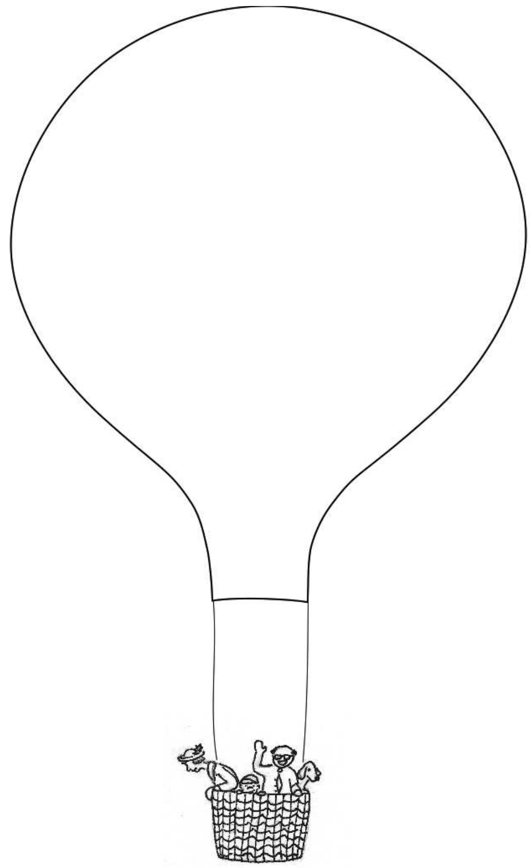
(a) Kolikšna je teža segretega zraka v balonu?

(b) Kolikšna je teža (hladnega) zraka, ki ga balon izpodriva?

(c) Balon se enakomerno in zelo počasi dviga. Kolikšna je skupna teža košare, potnikov, balasta, platna in vrvi?

(d) Balon se enakomerno in zelo počasi dviga. Nariši vse sile, ki medtem delujejo na balon in košaro, v merilu, kjer pomeni 1 cm silo $5\,000$ N. Zračni upor lahko zanemariš. Sile označi in poimenuj.

(e) Balast odvržemo iz košare. Skupna masa balona in košare se pri tem zmanjša za 100 kg. S kolikšnim pospeškom se začne gibati balon? Zračnega upora ne upoštevaj.



33. tekmovanje iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – regijsko tekmovanje

8. razred, Fleksibilni predmetnik

A5 Prvih 20 s vozi Miha s hitrostjo $72\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, naslednjih 10 s pa s hitrostjo $36\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Tina prevozi v teh 30 s isto pot kot Miha. S kolikšno stalno hitrostjo vozi Tina?

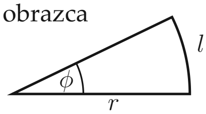
(**A**) $800\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$. (**B**) $54\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (**C**) $15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (**D**) $1\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{min}}$.

B2 V astronomiji uporabljamo enote, ki so primerne za merjenje velikih razdalj v vesolju. Relativno majhna enota je *astronomska enota* (*a.e.*), ki je enaka povprečni oddaljenosti Zemlje od Sonca.

(a) Izračunaj, koliko časa potuje svetlobe s Sonca do Zemlje!

(b) *Svetlobno leto (sv.l.)* je razdalja, ki jo svetloba prepotuje v enem letu. Koliko *a.e.* meri 1 *sv.l.*?

(c) Dolžino krožnega loka l na krožnici s polmerom r izračunaš iz obrazca



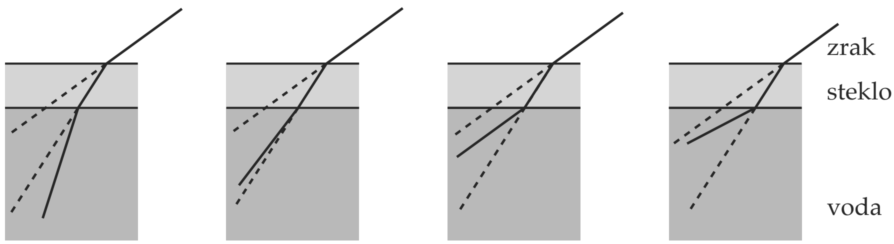
$$l = \frac{6{,}28}{360^\circ} \cdot r \cdot \phi\,,$$

kjer meriš ϕ v kotnih stopinjah. Ena kotna stopinja (1°) meri 60 kotnih minut ($1^\circ = 60'$), ena kotna minuta ($1'$) meri 60 kotnih sekund ($1' = 60''$). Kolikšna je dolžina krožnega loka l, če je $\phi = 1''$ in je $r = 1$ m?

(d) *Parsec (pc)* je še ena enota in je enaka polmeru krožnice, iz katere krožni izsek s kotom $\phi = 1''$ izreže krožni lok z dolžino l enako 1 *a.e.*. Koliko meri *pc* v metrih?

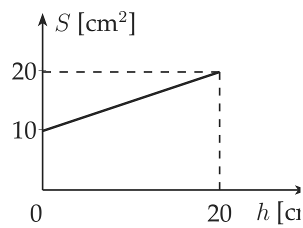
8. razred

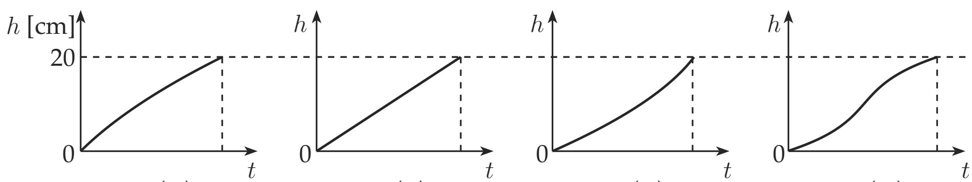
A1 Steklo je optično gostejše od vode. Katera slika pravilno prikazuje prehod žarka iz zraka skozi stekleno ploščico v vodo?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

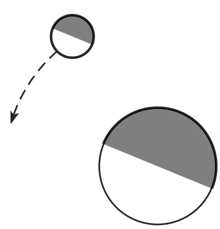
A2 Babica ima vazo, katere prečni presek S se z višino h (oddaljenostjo od dna vaze) spreminja, kot kaže slika. Vaza je na začetku prazna. Nato babica vanjo naliva vodo enakomerno do njenega vrha $-$ vsako sekundo priteče v vazo 1 dl vode. Kateri graf pravilno kaže, kako se višina gladine vode v vazi spreminja s časom do trenutka, ko je vaza polna?





(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A3 Slika kaže Zemljo in Luno. Označena je smer gibanja Lune. Obsijana dela sta neosenčena. V kateri meni je Luna?



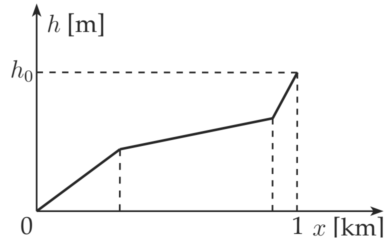
(**A**) Med mlajem in prvim krajcem.

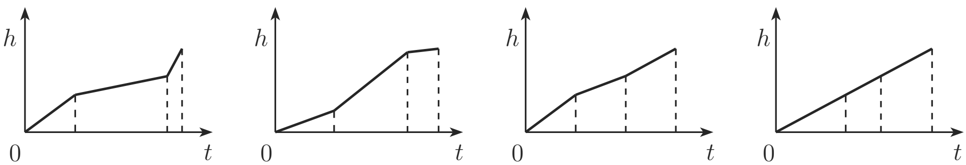
(**B**) Med zadnjim krajcem in mlajem.

(**C**) Med ščipom in zadnjim krajcem.

(**D**) Med prvim krajcem in ščipom.

A4 Jelka se odpravi po poti na hrib. Graf na sliki kaže višinski profil njene poti $h(x)$, merjeno od izhodišča ($h = 0$ pri $x = 0$) do vrha ($h = h_0$ pri $x = 1$ km). Predpostavi, da se vzpenja tako, da se njena nadmorska višina enakomerno spreminja s časom. Kateri graf pravilno kaže, kako se višina h, na kateri je Jelka, spreminja s časom na celotni poti?





(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

A5 Astronavt Neil hodi po Lunini površini. Katera sila medtem **ne** deluje nanj?

(**A**) Sila Luninih tal.
(**B**) Gravitacijska sila Lune.
(**C**) Gravitacijska sila Zemlje.
(**D**) Sila zračnega upora.

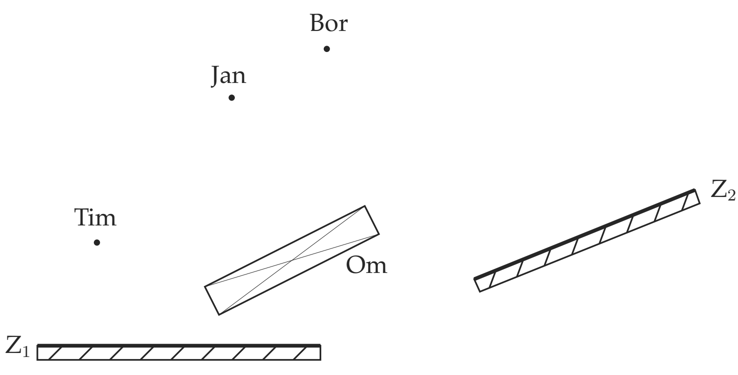
B1 Dve ravni zrcali (Z_1 in Z_2) ter omara (Om) so postavljeni, kot je narisano v tlorisu na skici na naslednji strani. Tim, Jan in Bor stojijo, kot kaže skica, ter opazujejo svoje slike v zrcalih.

(a) Na skico nariši vse slike fantov, ki nastanejo po odboju svetlobe na zrcalih. Slike jasno označi: sliko Tima v Z_1 označi s T_1 in podobno tudi ostale.

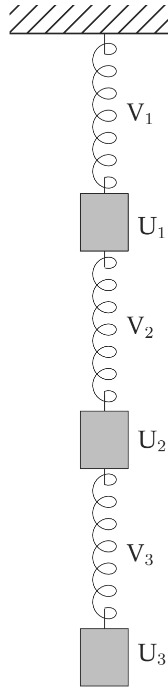
(b) Zapiši, katere slike vidi Tim.

(c) Zapiši, katere slike vidi Bor.

(d) Tim, Jan in Bor se ne premikajo. Slike fantov v zrcalu Z_2 opazuje Eva. Vidi vse slike fantov, ki nastanejo po odboju na tem zrcalu. Na sliki označi eno mesto, na katerem lahko stoji Eva.



B2 Tri uteži z maso 300 g smo povezali z enakimi vzmetmi kot kaže slika. Masa posamezne vzmeti je 100 g. Uteži in vzmeti mirujejo.



(a) Kolikšna je velikost sile stropa na vzmet V_1?

(b) Kolikšne so velikosti sil uteži na vzmeti? Velikosti sil vpiši v tabelo. Pomen oznak v tabeli: $U_1 \rightarrow V_1$ pomeni silo uteži U_1 na vzmet V_1.

	$U_1 \rightarrow V_1$	$U_1 \rightarrow V_2$	$U_2 \rightarrow V_2$	$U_2 \rightarrow V_3$	$U_3 \rightarrow V_3$
sila [N]					

(c) Nariši, poimenuj in označi vse sile na vzmet V_2 v merilu, kjer pomeni 1 cm silo 1 N.

(d) Za vzmeti velja Hookov zakon. Sila 1 N vzmet raztegne za 2 cm. Zaradi lastne teže se posamezna vzmet dodatno raztegne za 1 cm. Za koliko cm je raztegnjena vzmet V_2?

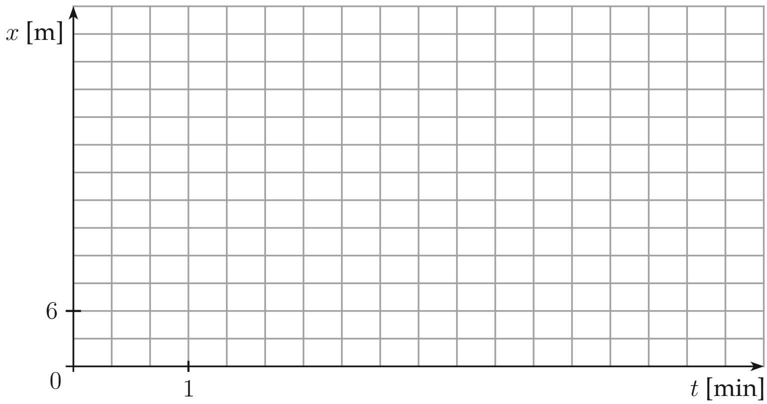
B3 Babica in dedek plavata v 33 m dolgem bazenu po isti progi. Plavati začneta v istem trenutku, a vsak na svojem robu bazena. Vsakič ko priplavata do nasprotnega roba bazena, se takoj obrneta in plavata nazaj. Babica plava s stalno hitrostjo $0{,}275\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, dedek pa s stalno hitrostjo $0{,}55\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) Koliko časa plava dedek in koliko časa plava babica od enega roba bazena do drugega?

(b) Kdaj se babica in dedek med plavanjem prvič srečata?

(c) Kolikšno razdaljo preplava babica do trenutka, ko se z dedkom prvič srečata?

(d) V isti koordinatni sistem nariši grafa, ki kažeta, kako se njuni **legi** spreminjata s časom v prvih 4 minutah po začetku plavanja. Lega $x = 0$ je na tistem robu bazena, kjer s plavanjem začne babica. Graf dedkove lege x_d v odvisnosti od časa nariši s sklenjeno črto, graf babičine lege x_b pa s prekinjeno črto.



(e) Kdaj in kje se med plavanjem srečata drugič in kdaj tretjič?

(f) Kdaj in koliko časa plavata dedek in babica v isto smer?

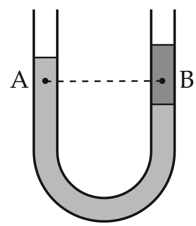
---

9. razred

A1 Katera od navedenih količin **ni** enaka 1 kg?

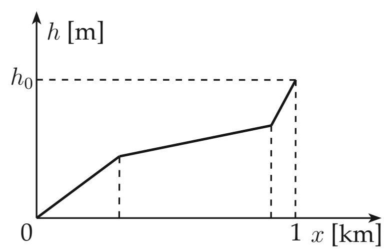
(**A**) $1\ \frac{\mathrm{N \cdot s^2}}{\mathrm{m}}$. (**B**) $1\ \frac{\mathrm{J \cdot s^2}}{\mathrm{m^2}}$. (**C**) $1\ \mathrm{Pa \cdot m \cdot s^2}$. (**D**) $1\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{s}}$.

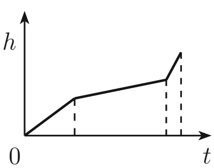
A2 V levem kraku cevi je voda, v desnem kraku pa je nad vodo olje. Tekočini mirujeta. Katera izjava o tlakih v točkah A in B je pravilna?



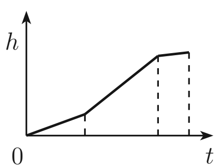
(**A**) Tlaka sta enaka.
(**B**) Tlak v točki A je večji od tlaka v točki B.
(**C**) Tlak v točki B je večji od tlaka v točki A.
(**D**) Ne moremo povedati, kateri tlak je večji, ker je to odvisno od gostote olja.

A3 Jelka se odpravi po poti na hrib. Graf na sliki kaže višinski profil njene poti $h(x)$, merjeno od izhodišča ($h = 0$ pri $x = 0$) do vrha ($h = h_0$ pri $x = 1$ km). Predpostavi, da se vzpenja tako, da se njena nadmorska višina enakomerno spreminja s časom. Kateri graf pravilno kaže, kako se višina h, na kateri je Jelka, spreminja s časom na celotni poti?

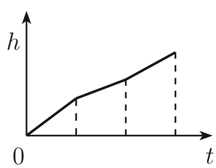




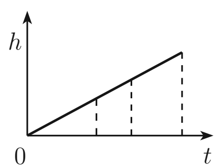
(**A**)



(**B**)



(**C**)



(**D**)

A4 Na tehtnico postavimo posodo z vodo. Tehtnica pokaže maso M. Nato spustimo v posodo z vodo kamen z maso m (ki prej ni bil na tehtnici). Vsa voda ostane v posodi, kamen pa se potopi do dna. Masa vode, ki jo kamen izpodriva, je M_1. Koliko pokaže tehtnica?

(**A**) Maso vode in kamna, $M + m$.

(**B**) Za izpodrinjeno vodo večjo maso, $M + M_1$.

(**C**) Za izpodrinjeno vodo manjšo maso $M - M_1$.

(**D**) Vsoto mase vode in razlike med maso kamna in maso izpodrinjene vode, $M+m-M_1$.

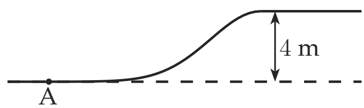
A5 Smučarka Tina vozi po ravnem v smukaški preži proti 4 m visokemu klancu, ki ima na vrhu vodoraven iztek, kot kaže slika. Pred klancem ima ravno pravšnjo hitrost, da se brez poganjanja pripelje do vrha klanca in tam obmiruje. Med smučanjem od točke A do vrha klanca izgubi zaradi upora in trenja $20\ \%$ svoje mehanske energije. Njena masa je 68 kg. Kolikšna je bila Tinina hitrost v točki A?

(**A**) $8{,}94\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(**B**) $20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(**C**) $32{,}2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

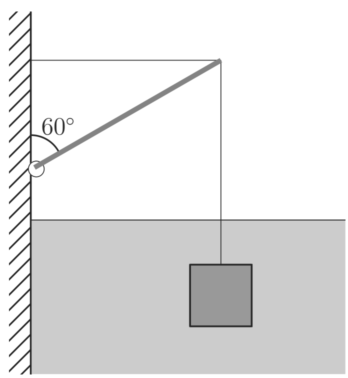
(**D**) $36\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.



B1 Na navpično steno je vrtljivo pritrjen lahek drog. Lahka vodoravna žica ga drži v legi, kot kaže slika. Na koncu droga je pritrjena druga lahka žica, na kateri je obešena kocka iz aluminija. Rob kocke meri 20 cm. Kocka je v celoti potopljena v vodo.

(a) Kolikšna je teža kocke?

(b) Kolikšna sila vzgona deluje na kocko, ki je v celoti potopljena v vodo?



(c) Kolikšna je sila v žici, na kateri je obešena kocka?

(d) Kolikšna je sila droga na vozel, s katerima sta obe žici nanj privezani? Pomagaš si lahko z načrtovanjem.

(e) Kolikšna je sila v vodoravni žici, ki drži drog?

B2 Na bazenu se odvija tekmovanje v skokih v vodo z deske. Guo Jingjing stoji zravnana na robu deske, ki je 3 m nad gladino vode v bazenu. Po odrivu je v najvišji točki skoka njeno težišče še za $1{,}5$ m višje kot je bilo, ko je stala na deski. V vodo doskoči zravnana, na noge. Povprečna gostota Guo Jingjing je enaka gostoti vode, njena masa je 49 kg. Računaj na dve decimalni mesti natančno.

(a) Predpostavi, da je Guo Jingjing med celotnim skokom pokončno zravnana. Kako visoko nad gladino vode so njena stopala v najvišji točki skoka?

(b) Koliko časa traja v celoti skok Guo Jingjing, od odriva z deske do trenutka, ko se s stopali dotakne gladine?

(c) Kolikšna je hitrost Guo Jingjing v trenutku, ko se s stopali dotakne gladine?

(d) Po trenutku, ko se s stopali dotakne gladine, se Guo Jingjing v vodi ustavlja $0{,}8$ s. S kolikšnim povprečnim pojemkom se ustavlja?

(e) Kako globoko pod gladino se ob doskoku potopijo stopala Guo Jingjing?

(f) Kolikšna povprečna rezultanta sil deluje nanjo med ustavljanjem?

(g) Kolikšno delo opravi sila upora na Guo Jingjing med ustavljanjem?

B3 Vlak A se giblje enakomerno s hitrostjo $10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Po vzporednem tiru vozi v isto smer lokomotiva B s hitrostjo $30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Strojevodja lokomotive B začne zavirati v trenutku, ko lokomotiva B pripelje do zadnjega vagona vlaka A. Zavira s pojemkom $1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(a) Po kolikšnem času se lokomotiva B ustavi?

(b) Kolikšno pot je opravila lokomotiva B med ustavljanjem?

(c) Kolikšno pot je med tem opravil vlak A?

(d) V trenutku, ko se lokomotiva B ustavi, je točno vzporedna lokomotivi vlaka A. Kolikšna je dolžina vlaka A?

(e) V isti koordinatni sistem nariši tri grafe.

1.) Prvi graf naj kaže, kako se lega **zadnjega** krajišča zadnjega vagona vlaka A spreminja s časom v obdobju ustavljanja lokomotive B.

2.) Drugi graf naj kaže, kako se lega **sprednjega** krajišča lokomotive vlaka A spreminja s časom v istem obdobju.

3.) Tretji graf naj kaže, kako se lega **sprednjega** krajišča lokomotive B spreminja s časom v istem obdobju.

Trenutek $t = 0$ naj bo trenutek, ko se ustavljanje prične. Lega $x = 0$ naj bo lega zadnjega krajišča zadnjega vagona vlaka A v trenutku $t = 0$.

(f) Na časovni osi narisanega grafa jasno označi obdobje, ko je lokomotiva B pred lokomotivo vlaka A.

Rešitve nalog s 49. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. Razlika je 198000 in je deljiva z 2, 3, 5 in 11. Število 7 ne deli te razlike.

A2. »Praštevilo« je zapisano na lističu s številom 4. Napis »liho število« ustreza lističu s številom 2. Listič s številom 13 ima na hrbtni strani napis »večje od 15«. Rešitev je število 19.

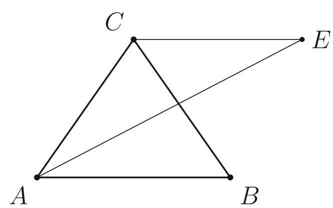
A3. $\frac{3}{5}$ predvidenega časa je 156 minut, $\frac{3}{4}$ pa 195. Razlika je 39 minut.

A4. Čokoladnih in vanilijevih piškotov je $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$. Preostalih $\frac{5}{12}$ je orehovih. Vseh piškotov je $(15 : 5) \cdot 12 = 36$.

A5. Vse ulomke zapišemo z decimalnim zapisom: $\frac{1}{10} = 0.1$, $\frac{1}{5} = 0.2$, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ in $\frac{1}{2} = 0.5$ ter vidimo, da število 0.2013 leži med $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}$.

A6. Dolžina minimalnega ponavljajočega vzorca je 7. Števka 5 stoji na 4. mestu, saj je $2013 = 287 \cdot 7 + 4$. Torej je rešitev z.

A7. Notranji kot ob osnovnici $\sphericalangle BAC$ meri $(180° - 70°) : 2 = 55°$, zato kot $\sphericalangle EAC$ meri $27.5°$, kjer je točka E presečišče obeh simetral. Zunanji kot ob vrhu meri $110°$. Torej kot $\sphericalangle ACE$ meri $70° + 55° = 125°$. Kot $\sphericalangle CEA$ meri $180° - 125° - 27.5° = 27.5°$.



A8. Produkt treh različnih praštevil je enak $p \cdot q \cdot r$. Štiri sestavljena števila, ki delijo ta produkt so: $p \cdot q$, $p \cdot r$, $q \cdot r$ in $p \cdot q \cdot r$

B1.

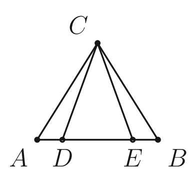
$$\frac{2\frac{1}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}} + 4\frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{6} - \frac{1}{9} : 4\right) = \frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right)\cdot\frac{1}{6} - \frac{1}{36}\right) =$$

$$= \frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{2}{3}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} - \frac{1}{36}\right) = \frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{\frac{5}{3}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{5}{36} - \frac{1}{36}\right) = \frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{6}{5}} + \frac{9}{2}\cdot\frac{1}{9} =$$

$$= \frac{\frac{11}{5}}{\frac{11}{5}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

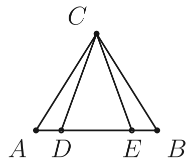
B2. 1. način

V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha = \beta = 52°$ in $\gamma = 180° - 2 \cdot 52° = 76°$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma - 58° = 18°$. Trikotnika ADC in BEC sta skladna, zato tudi kot $\sphericalangle ACD$ meri $18°$. Torej kot $\sphericalangle DCE$ meri $58° - 18° = 40°$. Od tod izračunamo še kota ob osnovnici DE, ki merita $(180° - 40°) : 2 = 70°$.



2. način

V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha = \beta = 52°$ in $\gamma = 180° - 2 \cdot 52° = 76°$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma - 58° = 18°$. Kot $\sphericalangle DEC$ meri $52° + 18° = 70°$, prav toliko meri tudi kot $\sphericalangle EDC$. Izračunamo še kot $\sphericalangle DCE = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$.



B3. Število a povečamo za četrtino a in dobimo $\frac{5a}{4}$. Novo število povečamo za petino ter dobimo število $\frac{5a}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6a}{4} = \frac{3a}{2}$. Povečamo ga še za šestino in dobimo $\frac{3a}{2} \cdot \frac{7}{6} = \frac{7a}{4}$.

Razlika med zadnjim dobljenim številom in številom a je $\frac{3a}{4}$ in je enaka 111. Torej je prvotno število enako $(111 : 3) \cdot 4 = 148$.

8. razred

A1. Poenostavimo levo stran enačbe in dobimo $2013 - \sqrt{2012} - x + \sqrt{2012} = 1$. Od tod razberemo rešitev $x = 2012$.
ali
Enačbo reši število 2012: $\sqrt{(2013 - \sqrt{2012})^2} - (2012 - \sqrt{2012}) = 2013 - \sqrt{2012} - 2012 + \sqrt{2012} = 1$.

A2. Najmanjši kot meri $90° : 6 = 15°$, torej meri srednji kot $75°$.

A3. Izračunajmo $2^5 \cdot 8^3 \cdot 16^2 = 2^5 \cdot (2^3)^3 \cdot (2^4)^2 = 2^{22} = (2^2)^{11} = 4^{11} \cdot$. Torej je eksponent 11.

A4. Produkt eksponentov je sodo število, saj v njem nastopa faktor 2. Sode potence števila -1 so enake 1.

A5. V začetni raztopini je 84 g soli in 336 g vode. Masa končne raztopine je 300 g in vsebuje $\frac{84}{300} \cdot 100\% = 28\%$ soli.

A6. Dolžina najkrajšega delčka je a. Del pred njim je dolg $3a$, njegov predhodnik pa $9a$. Najdaljši delček je dolg $27a$. Dolžina celotne vrvice je $40a$, zato je iskano razmerje enako $\frac{27}{40}$.

A7. Ženskih figuric je $\frac{1}{3}$, prav tako moških brez kape in moških s kapo. Prva figurica v vrsti, ki se smehlja, je moška s kapo. Vseh figuric v vrsti, ki se smehljajo je 7. Torej so 3 moške figurice s kapo, ki se smehljajo.

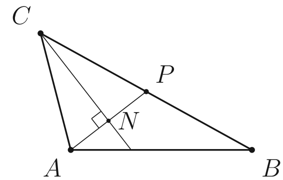
A8. Zapišemo $(3^2 + 4^2) + (5^2 + 12^2) = 5^2 + 13^2$. Vrednost vsote je enaka 18.

B1.

$$\sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{9} : 4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{3}{2}}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{36} - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{36} - \frac{5}{36}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{1}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{1}{9}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{3}} - \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

B2. Označimo z N presečišče simetrale kota $\sphericalangle ACB$ in daljice AP. Trikotnika ANC inPNC sta skladna, ker imata skladna dva kota in skupno stranico. Zato sta skladni daljici AC in PC. Ker je točka P razpolovišče, velja $BC = 2 \cdot AC$. Torej je ena dolžina stranice dvakrat daljša od druge. Ker gre za tri zaporedna naravna števila n, $n+1$, $n+2$, imamo naslednje možnosti:



- $n + 2 = 2n$, torej je $n = 2$; stranice trikotnika pa so 2, 3 in 4.
- $n + 2 = 2(n + 1)$, torej je $n = 0$; stranica trikotnika ne more biti enaka 0.

B3. Skupno število vseh učencev je sodo število, ki ni deljivo s 4 in pri deljenju s 5 da ostanek 3. Vemo, da je število zagotovo manjše od 90 in večje od 67. V poštev pride samo 78, torej je dečkov 33.

9. razred

A1. Enačbo reši število 3: $\frac{3}{1-\frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 3$

A2. Izpostavimo in izračunamo: $\frac{6^{23}-6^{22}+6^{21}-6^{20}}{2^{23}-2^{22}+2^{21}-2^{20}} = \frac{6^{20}(6^3-6^2+6-1)}{2^{20}(2^3-2^2+2-1)} = 37 \cdot 3^{20}$

A3. Izračunajmo stranico kvadrata: $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ cm. Ploščina meri: $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ cm^2.

A4. Izračunajmo: $2 \otimes 1 = 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = -2$, $1 \otimes 2 = 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 = -5$, $(-2) \otimes (-5) = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) \cdot (-5) = -26$

A5. Stranica enakostraničnega trikotnika je enaka $2a$, šestkotnika pa a. Ploščina trikotnika je enaka $\frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$, ploščina šestkotnika pa $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Razmerje ploščin je enako $1 : 1.5$.

A6. Masa ostalih snovi v svežem deblu je 40% od 600 kg $= 240$ kg, ki pa v sušenem deblu predstavljajo 96% celotne teže. Sušeno deblo tehta $240 : 0.96 = 250$ kg.

A7. Lik 1 in Lik 2 sta skladna, ker sta oba sestavljena iz 4 skladnih delov. Lik 3 je četrtina Lika 1 povečana v razmerju $1 : 2$. Njegova ploščina je 4-krat večja od četrtine Lika 1, torej je enaka ploščini Lika 1 (ali Lika 2).

A8. Povprečna vrednost preostalih petih števil je $2013 : 5 = 402.6$. Če bi izbrisali najmanjše oz. največje število, bi bila povprečna vrednost enaka srednjemu številu. Sklepamo, da so tri števila večja od 402, dve pa sta manjši. Torej velja $2013 = 400 + 401 + 403 + 404 + 405$. Vsota števk izbrisanega števila je enaka 6.

B1. 1. način (uporaba linearne funkcije)

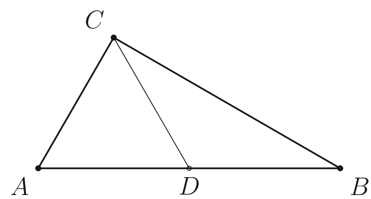
Št. minut pogovora	Skupen znesek (poraba in naročnina) v EUR
10	13.20
18	14.16

$x \ldots$ število minut pogovora
$y \ldots$ skupen znesek z naročnino vred
$k \ldots$ cena minute pogovora
$n \ldots$ višina naročnine
$k = \frac{14.16-13.20}{18-10} = \frac{0.96}{8} = 0.12$ EUR/min
Iz enačbe za skupen znesek $y = 0.12x + n$ izračunamo višino naročnine $n = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR

Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

2. način (sistem dveh enačb)
$x \ldots$ cena minute pogovora
$y \ldots$ višina naročnine
Zapišemo enačbi: $13.20 = 10x + y$ in $14.16 = 18x + y$. Enačbi odštejemo in dobimo $8x = 0.96$. Cena minute pogovora je enaka $x = \frac{0.96}{8} = 0.12$ EUR. Višina naročnine je enaka $y = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR. Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

B2. Stranica c meri 10 cm, saj je trikotnik ADC enakokrak z osnovnico AC in je dolžina AD enaka dolžini DC. Trikotnik ADC je celo enakostraničen, saj je enakokrak z enim kotom $60°$. Torej je dolžina stranice $b = 5$ cm. Kot $\sphericalangle BDA$ meri $180° - 60° = 120°$. Upoštevamo, da je trikotnik BDC enakokrak z osnovnico BC in izračunamo $\beta = 30°$. Od tod sledi, da je trikotnik ABC pravokoten s pravim kotom v oglišču C. Po Pitagorovem izreku izračunamo $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ cm.



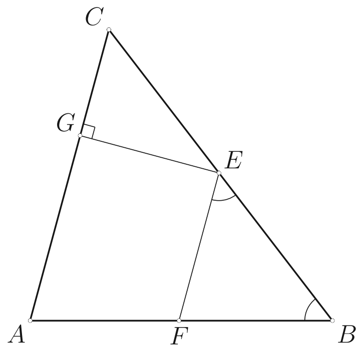
B3. Enačbo preoblikujemo v $|x^2 - 13| = \frac{27}{4}$. Leva stran enačbe je lahko enaka $\frac{27}{4}$ ali $-\frac{27}{4}$. Ob upoštevanju pozitivne vrednosti dobimo $x^2 = \frac{79}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{\sqrt{79}}{2}$. Če upoštevamo negativno vrednost, dobimo $x^2 = \frac{25}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{5}{2} = \pm 2.5$.

Rešitve s 49. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1. Označimo iskano število z x. Če to število odštejemo od 1 in dobljeno razliko pomnožimo s 3, dobimo število $(1 - x) \cdot 3$. Zmnožku prištejemo $\frac{2}{5}$, dobljeno vsoto pa delimo s $\frac{7}{10}$ in dobimo 2, kar lahko zapišemo z enačbo $\left((1 - x) \cdot 3 + \frac{2}{5}\right) : \frac{7}{10} = 2$. Rešitev te enačbe je $x = \frac{2}{3}$.

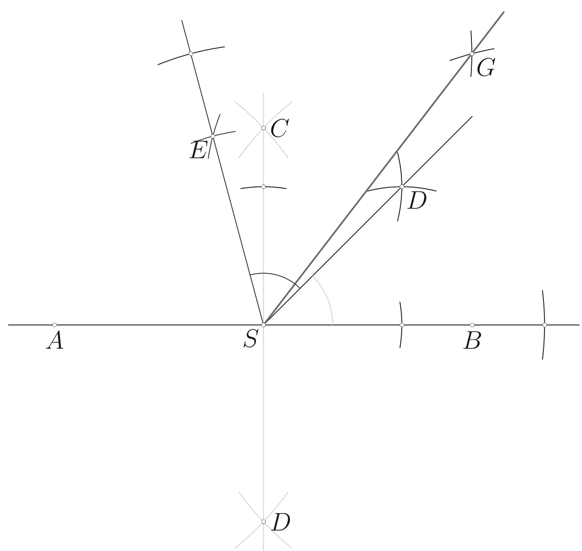
2. V trikotniku ABC kot γ meri $\gamma = 90° - 37°27' = 52°33'$. Trikotnik BFE je enakokrak z osnovnico BF, zato je kot $\sphericalangle EBF = \beta$ enak kotu $\sphericalangle BFE$. Daljica FE je vzporedna z daljico AC, torej je kot $\sphericalangle BFE$ enak kotu $\sphericalangle BFE = \alpha$. Od tod sledi, da je trikotnik ABC enakokrak. Velja $2 \cdot \alpha + 52°33' = 180°$. Kot $\alpha = \beta = 63°43'30''$.

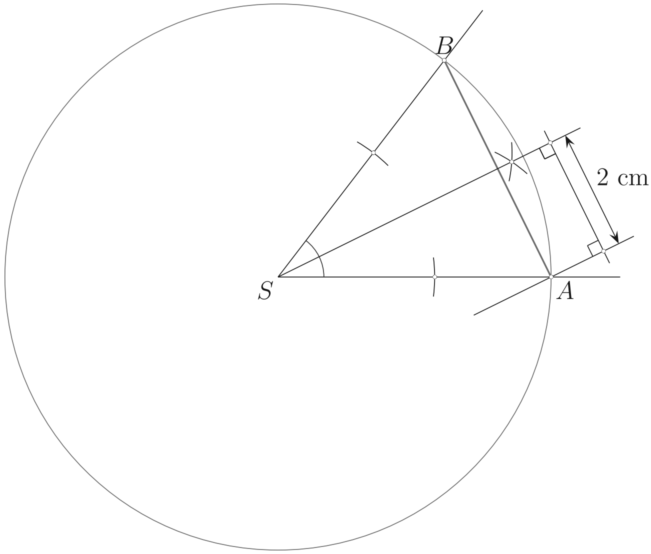


3. Postanek v Dubaju traja 5 ur, prvi polet pa 4 ure in 40 minut. Letalo prispe v Dubaj ob 1.25 po ljubljanskem času. Ob 6.25 po ljubljanskem času letalo poleti v Hong Kong in pristane ob 12.25 po ljubljanskem oziroma 19.25 po hongkonškem času. Torej je časovna razlika med Ljubljano in Hong Kongom 7 ur.

Čas trajanja posamezne epizode deli 280 minut in 360 minut, kolikor trajata posamezna leta. Torej je potrebno izračunati največji skupni delitelj teh dveh števil. $D(280, 360) = 40$, zato je lahko najdaljša taka epizoda dolga 40 minut.

4. Postopek:
Konstruiramo kot $52.5° = \frac{60°+45°}{2}$.
Konstruiramo simetralo kota.
Narišemo pas širine 2 cm (vzporednica k simetrali kota).
Presečišče vzporednice in kraka kota, točka A, je eno krajišče tetive.
Narišemo krožnico s središčem v vrhu kota S in polmerom $|SA|$.

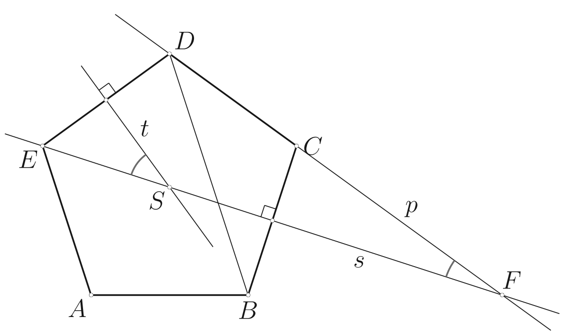




5. Označimo z x tretjino celotne najemnine. Tanja bo plačala $\frac{1}{4}$ svojega denarja, torej ima $4x$ denarja. Brina bo plačala $\frac{1}{3}$ svojega denarja, torej ima $3x$ denarja, Ana pa ima $2x$ denarja. Skupaj imajo $9x$ denarja. Vsaka bo plačala $261 : 9 = 29$ EUR, torej je najemnina za sobo 87 EUR.

8. razred

1. Notranji kot pravilnega petkotnika meri $108°$. Trikotnik BCD je enakokrak, torej kot $\sphericalangle BCD$ meri $(180° - 108°) : 2 = 36°$. Zunanji kot pravilnega petkotniku meri $72°$, premica s je pravokotna na stranico BC, torej kot med premicama p in s meri $90° - 72° = 18°$. Premica s je tudi simetrala notranjega kota, torej kot med premicama s in t meri $90° - 54° = 36°$, saj je premica t pravokotna na stranico ED.



2. Označimo z x število vprašanj iz posameznega dela, na katera je Lana pravilno odgovorila. Zbrala je celo število točk, saj ostalih vprašanj ni reševala. Torej je zbrala $4x + 5x + 6x = 15x$ točk, prav toliko pa jih je zbral tudi David. Imamo 3 možnosti za število pravilnih Davidovih odgovorov po posameznih delih: 1, 2, 3 ali 2, 3, 4 ali 3, 4, 5. V prvem primeru bi zbral: $1 \cdot 4 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 5 - 3 \cdot 2.5 + 3 \cdot 6 - 2 \cdot 3$ točk, kar ni celo število, podobno pa velja tudi v tretjem primeru. Zato je edina možnost, da je David pravilno odgovoriti na 2 vprašanji iz prvega dela, 3 iz drugega in 4 iz tretjega. Skupaj je tako prejel: $2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 - 2 \cdot 2.5 + 4 \cdot 6 - 1 \cdot 3 = 33$. Torej jih je Lana zbrala 45. V vsakem delu je rešila tri naloge, skupno pa 9.

3. Količino peska označimo z x. Cena pred znižanjem je znašala $\frac{120}{x}$, po 30% znižanju pa $0.7 \cdot \frac{120}{x}$. Prav tako je znižana cena enaka $\frac{105}{x+1.25}$. Zapišemo enačbo $0.7 \cdot \frac{120}{x} = \frac{105}{x+1.25}$. Upoštevamo zakonitost o enakosti ulomkov in dobimo enačbo $84 \cdot (x + 1.25) = 105 \cdot x$, Katere rešitev je $x = 5$. Torej je bila cena peska pred znižanjem 24 EUR.

4. 1. način
Velikost notranjega kota v pravilnem n-kotniku je: $180° - \frac{360°}{n}$, v $2n$-kotniku pa: $180° - \frac{360°}{2n}$. Razlika med drugim in prvim kotom je $6°$, torej je potrebno rešiti enačbo: $180° - \frac{360°}{2n} - 180° + \frac{360°}{n} = 6°$. Levo stran enačbe preoblikujemo v $\frac{360°}{n} - \frac{180°}{n} = 6°$ oziroma $\frac{180°}{n} = 6°$. Rešitev enačbe je $n = 30$.

2. način
Nad vsako stranico pravilnega n-kotnika narišemo enakokraki trikotnik in tako dobimo pravilni $2n$-kotnik. Koti tega enakokrakega trikotnika merijo $3°$, $3°$ in α_{2n}, zato velja $6° + \alpha_{2n} = 180°$ oziroma $\alpha_{2n} = 174°$. Notranji kot pravilnega $2n$-kotnika izračunamo s formulo $180° - \frac{360°}{2n} = 174°$. Rešitev enačbe $\frac{360°}{2n} = 6°$ je $n = 30$.

5. Datume v letu 2013 zapišemo s številom oblike $abcd13$, kjer je ab dan v mesecu, cd pa predstavlja mesec. Števka a je lahko 0, 1, 2 ali 3, b pa je lahko katerakoli števka (odvisno od a). Števka c je lahko samo 0 ali 1, d pa katerakoli števka (odvisno od c). Ker je produkt števk na lihih mestih enak produktu števk na sodih, velja zveza: $ac = 3bd$.

- Če je $c = 0$, mora biti $b = 0$, saj d ne more biti hkrati s c enak 0. To pomeni vse datume v mesecih od januarja do septembra, ki se končajo z 0: 10, 20, 30, takih je skupaj $27 - 1 = 26$ (saj februarja ni 30. dne).
- Če je $c = 1$ (meseci od oktobra do decembra), je $a = 3bd$, torej je števka a deljiva s 3. Ločimo dve možnosti:
  - $a = 0$ (potem b ni 0), torej je tudi $d = 0$. To so vsi dnevi v oktobru od 1. do 9. oktobra, torej jih je 9.
  - $a = 3$, potem sta b in d oba enaka 1, kar bi pomenilo datum $31.11.$, ki pa seveda ne obstaja.

Posebnih dni je zato v letu 2013 skupaj 35.

9. razred

1. Označimo njihove starosti:
$x \ldots$ Janova starost
$y \ldots$ Rokova starost
$z \ldots$ Lukova starost
Glede na to kako si razdelijo denar, lahko zapišemo razmerji $x : y = 4 : 3$ in $x : z = 6 : 7$. Iz prvega razmerja izrazimo $y = \frac{3}{4}x$, iz drugega pa $z = \frac{7}{6}x$. Upoštevamo vsoto njihovih starosti in zapišemo enačbo: $x + \frac{3}{4}x + \frac{7}{6}x = 35$, katere rešitev je $x = 12$. Izračunamo še $y = 9$ in $z = 14$. Razmerje med stroškom letovanja in vsoto njihovih starosti je 22. Odgovorimo: Jan ima 12 let in je plačal 264 EUR, Rok ima 9 let in je plačal 198 EUR, Luka je star 14 let in je plačal 308 EUR.

2. Členi, ki vsebujejo x, naj bodo na levi strani enačbe, ostalo pa na desni strani: $25x - xa^2 = a - 5$. Izpostavimo x na levi strani in dobimo: $x(25 - a^2) = a - 5$. Na levi strani enačbe drugi faktor razstavimo: $x(5 - a)(5 + a) = a - 5$. Delimo jo z $(5 - a)(5 + a)$ in dobimo $x = \frac{a-5}{(5-a)(5+a)}$. Upoštevamo, da velja $a - 5 = -(5 - a)$, zato je rešitev enačbe $x = -\frac{1}{5+a}$, kjer je a različen od -5 in 5. Obravnavamo enačbo za primera $a = -5$ oziroma $a = 5$. V prvem primeru, $a = -5$, dobimo: $x \cdot 0 = -10$, ta enačba pa nima rešitev. V drugem primeru, $a = 5$, dobimo enačbo $x \cdot 0 = 0$, ki jo reši vsako realno število.

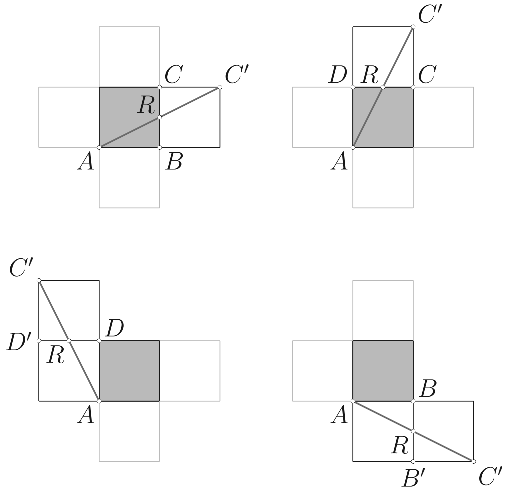
3.
a) Zapišemo: $a\heartsuit 2 = (a - 2) \cdot a$. Rešiti moramo enačbo: $a(a - 2) = -1$, ki jo preoblikujemo v $a^2 - 2a + 1 = 0$. Leva stran enačbe je popolni kvadrat, torej se enačba glasi: $(a - 1)^2 = 0$. Rešitev je $a = 1$.

b) Enakost $a\heartsuit b = b\heartsuit a$, velja če je: $(a - b) \cdot a = (b - a) \cdot b$. Odpravimo oklepaje in dobimo $a^2 - ab = b^2 - ab$, torej mora veljati $a^2 = b^2$. Enakost $a\heartsuit b = b\heartsuit a$ velja za vse pare enakih in nasprotnih realnih števil ($a = \pm b$).

4. Izračunamo ploščino celotnega trikotnika ABC, $p = \sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$ cm^2, torej za kateti a in b velja $\frac{a \cdot b}{2} = 9\sqrt{2}$ cm^2 oziroma $a \cdot b = 18\sqrt{2}$ cm^2. S točko N označimo nožišče višine na hipotenuzo AB. Trikotnika NBC in NCA sta podobna z razmerjem ploščin $8 : 1$. Istoležne stranice so zato v razmerju $k = \frac{a}{b}$. Izrazimo $a = b\sqrt{8}$ in vstavimo v enačbo $a \cdot b = 18\sqrt{2}$. Dobimo enačbo $b^2\sqrt{8} = \sqrt{18}$ z rešitvijo $b = 3$ cm, torej kateta a meri $a = 6\sqrt{2}$ cm. Dolžino hipotenuze c izračunamo s Pitagorovim izrekom in dobimo $c = 9$ cm.

5.
a) Riba se nahaja v točki, ki je 3 dm oddaljena od oglišča A in 9 dm od oglišča B. Dolžino njene poti do hrane izračunamo iz $\sqrt{9^2 + 12^2 + x^2} = 17$, kjer je x višina vode v decimetrih. Rešitev enačbe $\sqrt{225 + x^2} = 17$ je enaka $x = 8$. Izračunamo količino vode v akvariju $V = 12 \cdot 12 \cdot 8 = 1152$ dm^3 $= 1152$ l.

b) Označimo z R razpolovišče roba BB'. (Ena izmed štirih možnih) polževih najkrajših poti vodi iz oglišča A do točke R ter iz nje do oglišča C'. **Dokažimo**, da je ta pot res najkrajša. Če plašč kocke (brez ploskve $A'B'C'D'$) razgrnemo v ravnino, bo najkraša pot med točkama A in C' po stenah akvarija kar najkrajša pot med točkama A in C' na mreži kocke (v ravnini). Ta razdalja je enaka $|AC'| = \sqrt{(|AB| + |BC|)^2 + |CC'|^2} = \sqrt{24^2 + 12^2} = 12\sqrt{5}$ dm.



Dolžina polževe poti je $12\sqrt{5}$ dm. S P označimo razpolovišče roba AB, dolžina daljice PC' je enaka dolžini poti konjička. Dolžina $|PC'| = \sqrt{6^2 + 12^2 + 12^2} = 18$ dm.

Opomba. Plašč akvarija lahko razgrnemo v ravnino na več kot 4 načine, najkrajše poti od A do C' pa so le 4 in te so narisane na zgornjih skicah. Dno akvarija je označeno z osenčenim kvadratom.

Rešitve s 33. tekmovanja iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

A1 Palica je dolga 1 vatel + 1 ped + 1 dlan + 1 prst = $(24 + 12 + 4 + 1)$ prstov $= 41$ prstov = $78{,}6$ cm. Od tod sledi: 1 prst $= \frac{78{,}6\,\mathrm{cm}}{41} = 1{,}92$ cm in 1 vatel $= 24$ prstov $= 46$ cm.

A2 Ana naredi v času $t = 3$ s pot $s = 4 \cdot 60$ cm $+\ 4 \cdot 65$ cm $= 500$ cm $= 5$ m. Njena hitrost je $v = \frac{s}{t} = \frac{5\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{s}} = 1{,}667\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

A3 Na geografskih širinah med obema povratnikoma je Sonce opoldne $2-$krat na leto v zenitu. Na ekvatorju je Sonce v zenitu ob enakonočjih, v krajih severno od ekvatorja pa je Sonce prvič v letu v zenitu po spomladanskem enakonočju in pred poletnim obratom (v Bangalorju je to 24. aprila) , drugič v letu pa po poletnem obratu in pred jesenskim enakonočjem (v Bangalorju je to 19. avgusta). Od avgusta do aprila je več kot pol leta.

A4 Palčko smo ob rob mize položili 11-krat:

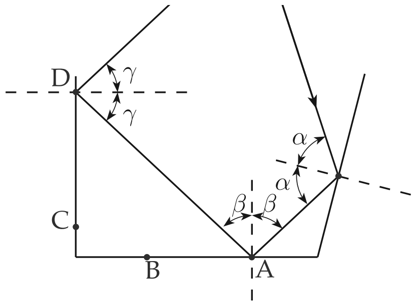
$$\frac{132{,}0\,\mathrm{cm}}{12{,}0\,\mathrm{cm}} = 11\,.$$

Ker je palčka zares dolga samo 11,8 cm, je rob mize dolg $11 \cdot 11{,}8\,\mathrm{cm} = 129{,}8\,\mathrm{cm}$.

A5 Najhitrejša mravlja preleze v 2 minutah 60 cm, v 1 minuti pa 30 cm.

A6 Ferdijeva slika v zrcalu je na mestu C. (Ferdi svoje slike ne vidi.)

A7 Žarek se na zrcalih odbija po odbojnem zakonu.



B1 (a) Hitrost kolesarja je $v_\mathrm{k} = 14{,}4\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Razdaljo $d = 30$ m kolesar prevozi v času

$$t_1 = \frac{d}{v_\mathrm{k}} = \frac{30\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}}{4\,\mathrm{m}} = 7{,}5\,\mathrm{s}.$$

(b) Hitrost vlakca je $v_\mathrm{v} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Razdaljo $d = 30$ m vlakec prevozi v času

$$t_2 = \frac{d}{v_\mathrm{v}} = \frac{30\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}}{2{,}5\,\mathrm{m}} = 12\,\mathrm{s}.$$

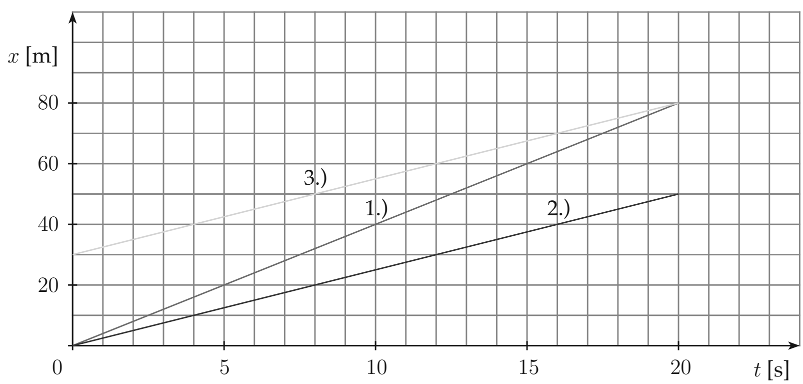
(c) Kolesar vozi s hitrostjo $v_\mathrm{k} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, vlakec pa s hitrostjo $v_\mathrm{v} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Čas, v katerem kolesar prehiti gibajoči se vlakec, je isti, kot čas, v katerem bi se mimo mirujočega vlakca peljal kolesar s hitrostjo v_r, kjer je v_r relativna hitrost kolesarja glede na vlakec, $v_r = v_\mathrm{k} - v_\mathrm{v} = 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Kolesar prehiti vlakec v času

$$t_3 = \frac{d}{v_r} = \frac{30\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}}{1{,}5\,\mathrm{m}} = 20\,\mathrm{s}.$$

(d) V času t_3 prevozi kolesar pot $s_\mathrm{k} = v_\mathrm{k}\cdot t_3 = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 20$ s $= 80$ m.

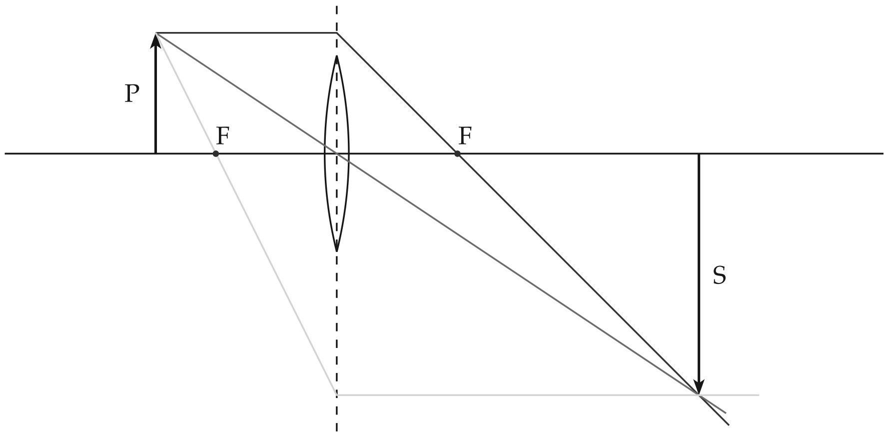
(e) V času t_3 prevozi vlakec pot $s_\mathrm{v} = v_\mathrm{v}\cdot t_3 = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 20$ s $= 50$ m.

(f) Graf lege kolesarja v odvisnosti od časa 1.) je narisan z rdečo, graf lege zadnjega krajišča vlakca v odvisnosti od časa 2.) je narisan z modro in graf lege sprednjega krajišča vlakca v odvisnosti od časa 3.) je narisan z zeleno.



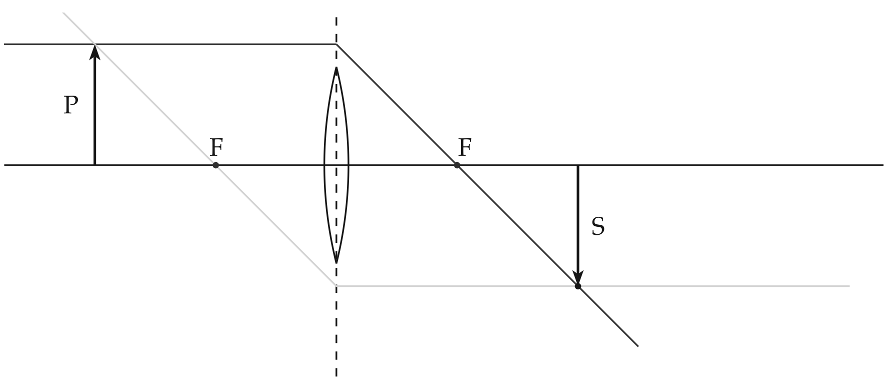
B2 (a) Predmet je od leče oddaljen 30 cm, na skici pa 3 cm $\pm\, 1$ mm. To pomeni, da je skica narisana v merilu (3 cm $\pm\, 1$ mm) : 30 cm = $1 : (10 \mp 0,5)$.

(b) Sliko lahko tekmovalec konstruira s pomočjo dveh pravilno narisanih žarkov.



(c) Na skici izmerimo, da nastane slika 6 cm $\pm\, 6$ mm za lečo, kar v izbranem merilu ustreza razdalji 60 cm $\pm\, 6$ cm. Na zaslonu je ostra slika predmeta, če postavimo zaslon na mesto slike, torej 60 cm $\pm\, 6$ cm za lečo.

(d) Najenostavneje je, če privzamemo isto merilo (ni pa nujno). Možna pot do rešitve (ni edina): narišemo vzporedni žarek (moder) in goriščni žarek (zelen). Na odsekih, kjer sta žarka vzporedna optični osi, sta na skici od nje oddaljena 2 cm $\pm\, 1$ mm (kot je na skici pri podvprašanju (a) visok predmet). Presečišči obeh žarkov na obeh straneh leče določata legi vrha predmeta in vrha slike. Iz skice ugotovimo, da sta predmet in njegova slika od leče oddaljena 4 cm $\pm\, 3$ mm, kar ustreza razdalji 40 cm $\pm\, 3$ cm.



9. razred

A1 Pretvorba enot:

$$1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = \frac{10^6\,\mathrm{N}}{10^6\,\mathrm{mm}^2} = \frac{10^6\,\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 10 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 10\,\mathrm{bar}\,.$$

A2 Na geografskih širinah med obema povratnikoma je Sonce opoldne 2−krat na leto v zenitu. Na ekvatorju je Sonce v zenitu ob enakonočjih, v krajih severno od ekvatorja pa je Sonce prvič v letu v zenitu po spomladanskem enakonočju in pred poletnim obratom (v Bangalorju je to 24. aprila) , drugič v letu pa po poletnem obratu in pred jesenskim enakonočjem (v Bangalorju je to 19. avgusta). Od avgusta do aprila je več kot pol leta.

A3 Zamašek leti navzgor pol časa, torej $1{,}5$ s. Medtem se mu hitrost zmanjšuje s pojemkom g, vsako sekundo za $10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. V času $1{,}5$ s se zamašek ustavi, kar pomeni, da je imel na začetku hitrost $15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A4 Ročica je na strani, kjer drog zadržujemo v ravnovesju z roko, dvakrat tolikšna kot na strani z bremenom. Sila roke je zato pol manjša od sile bremena na drog, meri 10 N. Sila bremena 20 N in sila roke 10 N potiskata drog navzdol, sila podpore ti dve sili uravnovesi. Sila podpore meri 30 N.

A5 Takoj ko zamašek z maso $m = 5$ g in s hitrostjo $v_0 = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ odleti iz steklenice, ima kinetično energijo $W_{k,0} = \frac{1}{2}\ mv_0^2 = 1$ J in potencialno energijo $W_{p,0} = 0$ (tako izberemo). Po trku z vejo, ki je $h = 5$ m višje, se ustavi in potem prosto pade Janezu nazaj na roko. Zamašek ima takoj po trku z vejo potencialno energijo $W_{p,1} = F_g \cdot h = 0{,}25$ J in kinetično energijo $W_{k,1} = 0$. Potencialna energija $W_{p,1}$ se pretvori v kinetično energijo $W_{k,2}$, ki jo ima zamašek, ko pade Janezu nazaj na roko, $W_{k,2} = W_{p,1} = 0{,}25$ J. Kinetična energija zamaška $W_{k,2}$ je po padcu za $W_{k,0} - W_{k,2} = 0{,}75$ J = 750 mJ manjša od kinetične energije zamaška ob izstrelitvi iz steklenice.

A6 Upoštevamo, da ima jedilno olje manjšo gostoto kot voda (odpadeta rešitvi (C) in (D)), a večjo kot zrak (odpade rešitev (A)).

A7 Sila vzgona je odvisna od prostornine telesa, ki je potopljeno v kapljevini, in gostote kapljevine. Vse kocke imajo enako prostornino in so vse potopljene v vodo, zato je sila vzgona na vse kocke enaka.

B1 (a) Skupna masa sani in Jurčka je $m = 40$ kg. V smeri gibanja deluje na sani sila 50 N, s katero oče potiska sani, v nasprotni smeri pa sila trenja 5 N. Rezultanta obeh sil $\vec{F}_r$ je v smeri gibanja in meri 45 N. Sani z Jurčkom se med potiskanjem gibljejo s pospeškom

$$a_1 = \frac{F_r}{m} = \frac{45\,\mathrm{N}}{40\,\mathrm{kg}} = 1{,}125\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

(b) Oče potiska sani na $s_1 = 9$ m dolgi poti s pospeškom $a_1 = 1{,}125\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Sani so na začetku mirovale, zato lahko izračunamo čas potiskanja t_1 iz enačbe $s_1 = \frac{1}{2}\ a_1 \cdot t_1^2$,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}{1{,}125\,\mathrm{m}}} = 4\,\mathrm{s}.$$

(c) Oče potiska sani $t_1 = 4$ s s pospeškom $a_1 = 1{,}125\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Hitrost sani je v trenutku, ko jih oče spusti, $v_1 = a_1 \cdot t_1 = 1,125\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ \cdot 4\,\mathrm{s} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(d) Potem, ko oče sani izpusti, deluje nanje le še sila trenja $\vec{F}_t$, $F_t = 5$ N. Sani se ustavljajo s pojemkom

$$a_2 = \frac{F_t}{m} = \frac{5\,\mathrm{N}}{40\,\mathrm{kg}} = 0{,}125\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

(e) Hitrost sani se med ustavljanjem enakomerno zmanjšuje s pojemkom $a_2 = 0{,}125\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ in se od $v_1 = 4{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zmanjša na $v_2 = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ v času t_2

$$t_2 = \frac{v_1 - v_2}{a_2} = \frac{1{,}5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}\ \cdot\ 0{,}125\,\mathrm{m}} = 12\,\mathrm{s}\,.$$

(f) Sani zapeljejo v lužo s hitrostjo $v_2 = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ in imajo tedaj (skupaj z Jurčkom) kinetično energijo

$$W_{k,2} = \frac{1}{2}\,m\cdot v_2^2 = \frac{1}{2}\,40\,\mathrm{kg}\cdot\left(3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 180\,\mathrm{J}\,.$$

Med drsenjem čez lužo deluje na sani skupna zaviralna sila $\vec{F}_z$, $F_z = 20$ N. Luža je široka $d = 5$ m. Zaviralna sila v luži opravi (negativno) delo $A = -F_z \cdot d = -20\,\mathrm{N}\cdot 5\,\mathrm{m} = -100\,\mathrm{J}$. Za toliko se med gibanjem čez lužo zmanjša kinetična energija sani. Ko sani zapeljejo iz luže, je njihova kinetična energija

$$W_{k,3} = W_{k,2} + A = 180\,\mathrm{J} - 100\,\mathrm{J} = 80\,\mathrm{J}\,.$$

(g) Iz kinetične energije $W_{k,3} = \frac{1}{2}\ m\cdot v_3^2$ izračunamo hitrost v_3, ki jo imajo sani, ko zapeljejo iz luže,

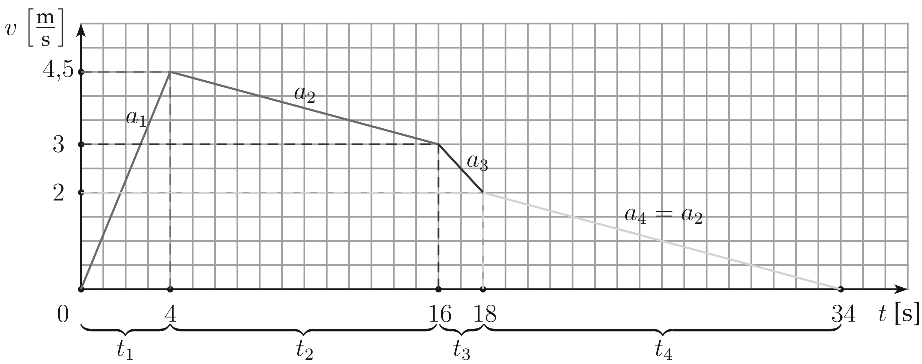
$$v_3 = \sqrt{\frac{2\cdot W_{k,3}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 80\,\mathrm{J}}{40\,\mathrm{kg}}} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

(h) Prvi del grafa je narisan z rdečo in kaže, kako se hitrost sani spreminja s časom med potiskanjem sani v obdobju t_1 (enakomerno pospešeno s pospeškom a_1) in ustavljanjem do luže v obdobju t_2 (enakomerno pojemajoče s pojemkom a_2). Ta del grafa lahko narišemo s podatki, ki smo jih izračunali do sedaj.

Srednji del grafa je narisan z modro in kaže ustavljanje v luži. Sani se v luži ustavljajo z večjim pojemkom, ker nanje deluje večja zaviralna sila $F_z = 20$ N. Pojemek v luži je

$$a_3 = \frac{F_z}{m} = \frac{20\,\mathrm{N}}{40\,\mathrm{kg}} = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Pri drsenju čez lužo se hitrost zmanjša od hitrosti $v_2 = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ na $v_3 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ s pojemkom $a_3 = 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, kar pomeni, da se to zmanjšanje zgodi v času $t_3 = 2$ s.
Po prehodu iz luže sani zavira enaka sila trenja kot pred lužo, zato je pojemek v zadnjem časovnem obdobju t_4 enak kot v drugem, $a_4 = a_2$. Ustavljanje po prehodu iz luže je na grafu prikazano z zeleno. Po prehodu iz luže sani drsijo še $t_4 = \frac{v_3}{a_2} = \frac{2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}\cdot 0{,}125\,\mathrm{m}} = 16$ s in se potem ustavijo.



B2 (a) Masa segretega zraka v balonu je $m_b = \rho_b \cdot V_b = 0{,}9\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 2\,800\ \mathrm{m}^3 = 2\,520$ kg, teža pa $F_{g,b} = 25{,}2$ kN.

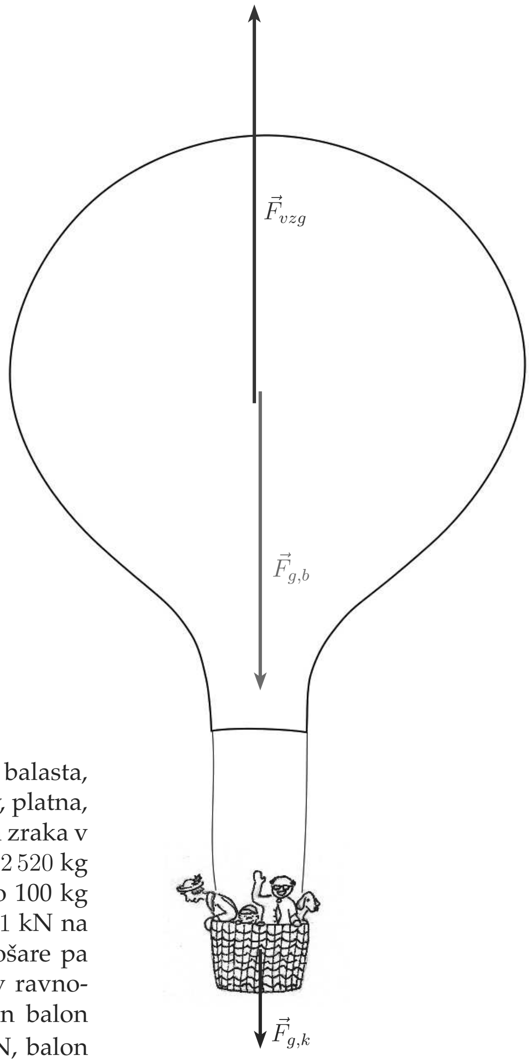
(b) Gostoto hladnega zraka ρ_z najdemo v tabeli gostot na listu z obrazci, $\rho_z = 1{,}2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Masa hladnega zraka, ki ga balon izpodriva, je $m_z = \rho_z \cdot V_b = 1{,}2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 2\,800\ \mathrm{m}^3 = 3\,360$ kg, teža pa $F_{g,z} = 33{,}6$ kN.

(c) Balon s košaro se zelo počasi (lahko zanemarimo zračni upor) in enakomerno dviga, torej so sile nanj v ravnovesju. Sile, ki delujejo na balon in košaro, so teža košare (in potnikov, balasta, vrvi ter platna) $\vec{F}_{g,k}$, teža segretega zraka v balonu $\vec{F}_{g,b}$ in sila vzgona $\vec{F}_{vzg}$, ki je po velikosti enaka teži izpodrinjenega hladnega zraka $\vec{F}_{g,z}$, $F_{vzg} = F_{g,z}$. Sila vzgona uravnovesi teži balona in košare, $\vec{F}_{g,k} + \vec{F}_{g,b} + \vec{F}_{vzg} = 0$, za velikosti sil velja zveza

$$F_{g,b} + F_{g,k} = F_{vzg}\,.$$

Odtod dobimo težo košare, potnikov, balasta, vrvi in platna $F_{g,k} = F_{vzg} - F_{g,b} = 33{,}6$ kN $-25{,}2$ kN $= 8{,}4$ kN (ki ustreza masi $m_k = 840$ kg).

(d) Pri določenem merilu narišemo težo košare $\vec{F}_{g,k}$ z $1{,}7$ cm dolgo usmerjeno daljico (na sliki je črna), težo segretega zraka v balonu $\vec{F}_{g,b}$ s $5{,}0$ cm dolgo usmerjeno daljico (na sliki je rdeča) in silo vzgona $\vec{F}_{vzg}$ s $6{,}7$ cm dolgo usmerjeno daljico (na sliki je modra). Prijemališče teže košare je približno na sredi košare, prijemališče teže segretega zraka je približno v sredini balona in prijemališče vzgona je približno v sredini balona.



(e) Preden iz košare odvržemo 100 kg balasta, je skupna masa košare (in potnikov, platna, vrvi in balasta) in balona (segretega zraka v balonu) $m_1 = m_k + m_b = 840$ kg + $2\,520$ kg = $3\,360$ kg. Ko iz košare odvržemo 100 kg balasta, se teža košare zmanjša za 1 kN na $7{,}4$ kN, skupna masa balona in košare pa na $m_2 = 3\,260$ kg. Sile niso več v ravnovesju. Rezultanta sil na košaro in balon $\vec{F}_{rez} = \vec{F}_{vzg} + \vec{F}_{g,b} + \vec{F}_{g,k}$ meri 1 kN, balon se prične gibati navgor s pospeškom

$$a = \frac{F_{rez}}{m_2} = \frac{1\,\mathrm{kN}}{3\,260\,\mathrm{kg}} = 0{,}31\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Rešitve s 33. tekmovanja iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje – regijsko tekmovanje

8. razred, Fleksibilni predmetnik

A5 Pot, ki jo oba prevozita v času $t = 30$ s, je $s = v_{M,1} \cdot t_1 + v_{M,2} \cdot t_2 = 72\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 20\,\mathrm{s} + 36\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 10\,\mathrm{s} = 500\,\mathrm{m}$. Tina vozi s stalno hitrostjo

$$v_T = \frac{s}{t} = \frac{500\,\mathrm{m}}{30\,\mathrm{s}} = 16{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 60\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{min}}\,.$$

B2 (a) Na listu s fizikalnimi obrazci najdemo podatke o razdalji med Zemljo in Soncem $d_{S-Z} = 1\,a.e. = 150 \cdot 10^6$ km, hitrosti svetlobe $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ter svetlobnem letu $sv.l. = 9{,}5 \cdot 10^{12}$ km.

Čas potovanja svetlobe od Sonca do Zemlje je

$$t = \frac{d_{S-Z}}{c} = \frac{150 \cdot 10^9\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m}} = 500\,\mathrm{s} = 8\,\mathrm{min}\,20\,\mathrm{s}\,.$$

(b) Svetlobno leto meri

$$\frac{1\,sv.l.}{1\,a.e.} = \frac{9{,}5 \cdot 10^{12}\,\mathrm{km}}{150 \cdot 10^6\,\mathrm{km}} = 63\,333$$

astronomskih enot.

Lahko pa upoštevamo tudi čas potovanja svetlobe na teh dveh razdaljah,

$$\frac{1\,sv.l.}{1\,a.e.} = \frac{c \cdot 1\,\mathrm{leto}}{500\,\mathrm{s}} = \frac{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3\,600\,\mathrm{s}}{500\,\mathrm{s}} = 63\,115\,.$$

(Razlika je posledica zaokroževanja podatkov o dolžinah na listu s fizikalnimi obrazci.)

(c) Dolžina krožnega loka l_1 je

$$l_1 = \frac{6{,}28}{360^\circ} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot 1'' = \frac{6{,}28}{360^\circ} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{1}{60 \cdot 60} = 4{,}85 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} = 4{,}85\,\mu\mathrm{m}\,.$$

(d) Ker sta polmer krožnice r in dolžina krožnega loka l premo-sorazmerna (zapis pri podvprašanju (c)), lahko do rešitve pridemo s sklepanjem: dolžini loka $l_1 = 4{,}85 \cdot 10^{-6}$ m ustreza polmer $r_1 = 1$ m, dolžini loka $l_2 = 1\,a.e. = 150 \cdot 10^9$ m pa ustreza $\frac{l_2}{l_1} = 3{,}1 \cdot 10^{16}$–krat večji polmer $r_2 = 3{,}1 \cdot 10^{16} \cdot r_1 = 3{,}1 \cdot 10^{16}$ m $= 1\,pc$.

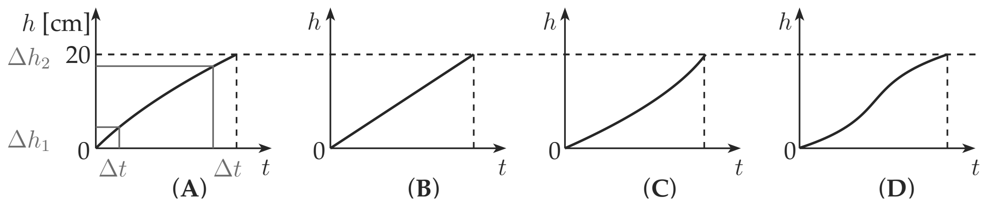
Lahko pa r izrazimo iz obrazca za dolžino krožnega loka l,

$$r_2 = l_2 \cdot \frac{360^\circ}{6{,}28} \cdot \frac{1}{\phi} = 150 \cdot 10^9\,\mathrm{m} \cdot \frac{360^\circ}{6{,}28} \cdot \frac{1}{1''} = 3{,}1 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m} = 1\,pc\,.$$

8. razred

A1 Steklo je optično gostejše od zraka in vode, zato se žarek pri prehodu iz zraka v steklo lomi **proti** vpadni pravokotnici, pri prehodu iz stekla v vodo pa **stran od** vpadne pravokotnice (rešitev (A) je napačna). Če bi bila optična gostota vode enaka optični gostoti zraka, bi se žarek pri prehodu iz zraka skozi stekleno ploščico v vodo le vzporedno premaknil, kot kaže napačna rešitev (C). Ker je voda optično redkejša od stekla in optično gostejša od zraka, se žarku pri prehodu iz stekla v vodo smer spremeni manj, kot se mu je spremenila pri prehodu iz zraka v steklo. Pravilna je rešitev (B).

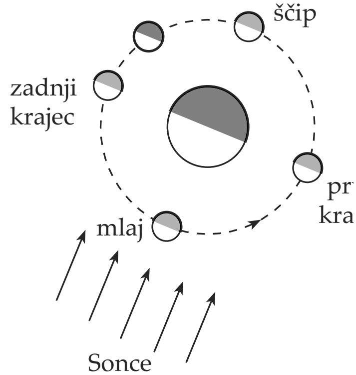
A2 Vaza je pri dnu ožja, proti vrhu pa je vedno širša. V ožjem delu vaze (pri dnu) višina gladine hitreje narašča kot v širšem delu vaze (proti vrhu). Ker je vaza proti vrhu vedno širša, višina gladine narašča vedno počasneje. Če gledamo spremembo višine gladine v enako dolgih časovnih intervalih Δt na začetku nalivanja in na koncu nalivanja, se višina gladine ob koncu nalivanja dvigne manj kot na začetku, $\Delta h_2 < \Delta h_1$.



A3 V prikazani legi je Luna med ščipom in zadnjim krajcem.

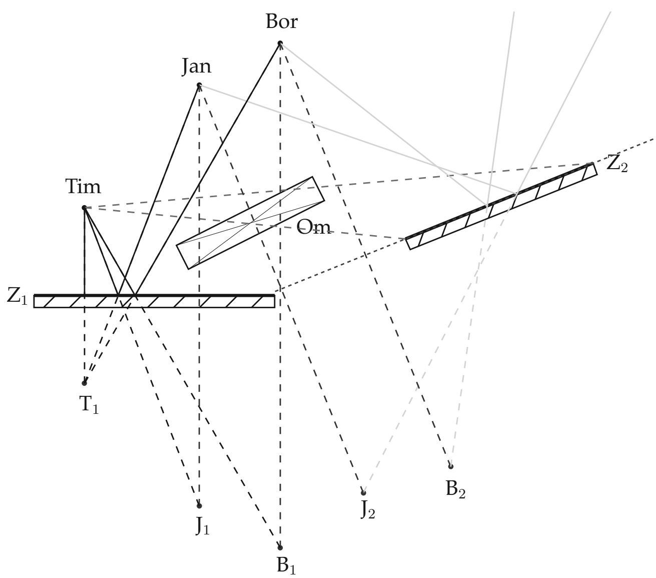
A4 Jelkina nadmorska višina se s časom spreminja enakomerno (kot piše v besedilu naloge), kar prikazuje graf (D).

A5 Ker na Luni ni atmosfere, na astonavta Neila med njegovim sprehodom po Luni ne deluje sila zračnega upora.



B1 (a) Zrcalo Z_1 dosežejo žarki z vseh treh fantov (na skici so narisani trije žarki s črno sklenjeno črto), zato nastanejo na zrcalu Z_1 slike vseh: T_1, J_1 in B_1. Zrcalo Z_2 dosežejo žarki od Jana in Bora (na skici sta narisana dva žarka z zeleno sklenjeno črto), zato nastaneta na zrcalu Z_2 njuni sliki: J_2 in B_2. Od Tima noben žarek ne doseže zrcala Z_2 (skica: prekinjeni rdeči črti), zato njegova slika na njem ne nastane. Oddaljenosti slik od zrcal so enake oddaljenostim fantov od zrcal.

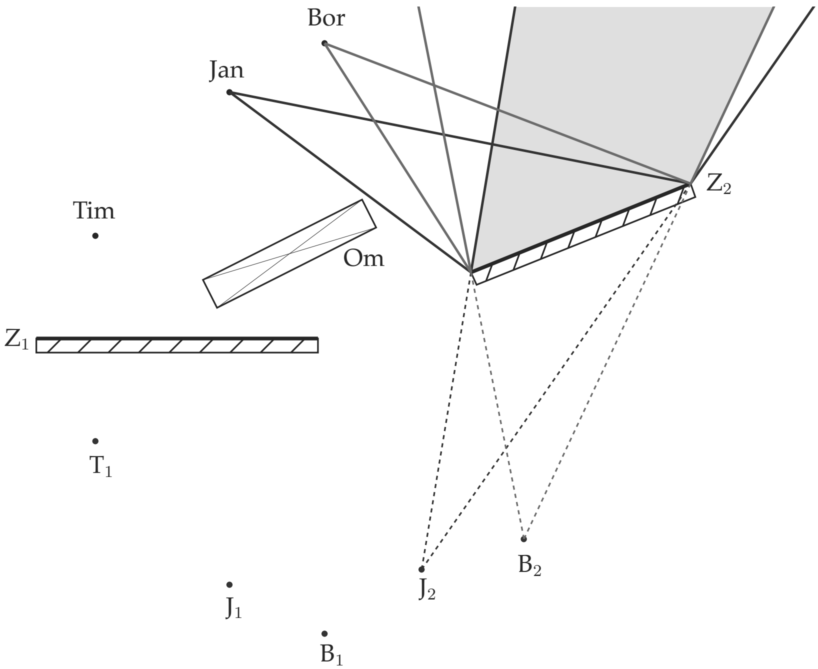
Ni potrebno ugotavljati, kako so tekmovalci slike konstruirali. Pomembno je, da so narisane na pravih mestih in v pravem številu.



(b) Tim vidi vse tri slike, ki nastanejo na zrcalu Z_1: svojo sliko T_1, Janovo J_1 in Borovo B_1.

(c) Bor vidi samo Timovo sliko T_1 v zrcalu Z_1.

(d) Eva vidi v zrcalu Z_2 sliki Jana in Bora J_2 in B_2, če od njiju do Eve pridejo žarki po odboju na zrcalu Z_2. Narisana sta para mejnih žarkov, ki na rob zrcala vpadata od Jana in Bora in določata območje, v katero se svetloba od njiju na zrcalu odbija. Eva lahko stoji (skoraj) kjerkoli v sivem območju.

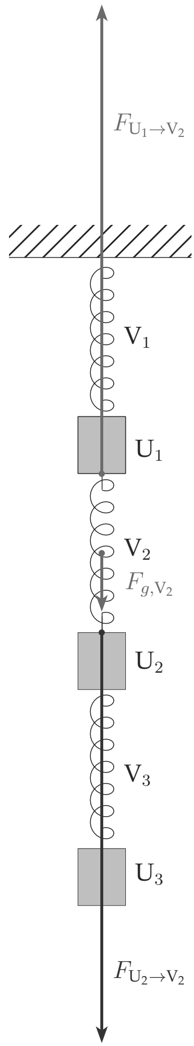


B2 (a) Sila stropa F_s na vzmet V_1 uravnovesi skupno težo vseh uteži in vseh vzmeti. Skupna masa je enaka $m = 3 \cdot m_u + 3 \cdot m_v = 1{,}2$ kg. Skupna teža meri 12 N in velja $F_s = 12$ N.

(b) Sila uteži U_1 na vzmet V_1 je po velikosti enaka skupni teži vseh treh uteži in dveh vzmeti (V_2 in V_3), $F_{U_1 \to V_1} = 11$ N. Sila uteži U_1 na vzmet V_2 uravnovesi skupno težo dveh uteži (U_2 in U_3) in dveh vzmeti (V_2 in V_3) ter je po velikosti enaka $F_{U_1 \to V_2} = 8$ N.
Sila uteži U_2 na vzmet V_2 je po velikosti enaka skupni teži dveh uteži (U_2 in U_3) in vzmeti V_3, $F_{U_2 \to V_2} = 7$ N. Sila uteži U_2 na vzmet V_3 uravnovesi skupno težo uteži U_3 in vzmeti V_3 in je po velikosti enaka $F_{U_2 \to V_3} = 4$ N.
Sila uteži U_3 na vzmet V_3 je po velikosti enaka teži uteži U_3, $F_{U_3 \to V_3} = 3$ N.

Pravilno izpolnjena tabela:

	$U_1 \to V_1$	$U_1 \to V_2$	$U_2 \to V_2$	$U_2 \to V_3$	$U_3 \to V_3$
sila [N]	11	8	7	4	3



(c) Na vzmet V_2 delujejo tri sile: sila uteži U_1, $\vec{F}_{U_1 \to V_2}$, ki meri 8 N, sila uteži U_2, $\vec{F}_{U_2 \to V_2}$, ki meri 7 N, in sila teže vzmeti V_2, $\vec{F}_{g,V_2}$, ki meri 1 N.

(d) Vzmet V_2 razteguje sila uteži U_2, ki meri 7 N in vzmet raztegne za 14 cm, ter lastna teža, ki vzmet dodatno raztegne za 1 cm. V celoti je vzmet V_2 raztegnjena za 14 cm +1 cm = 15 cm.

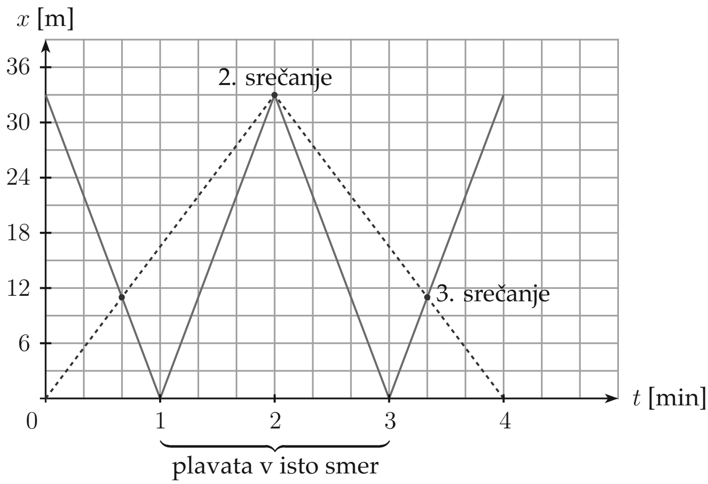
B3 (a) Dedek preplava celo dolžino bazena d v 1 minuti, babica pa v 2 minutah:

$$t_d = \frac{d}{v_d} = \frac{33\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}{0{,}55\,\mathrm{m}} = 60\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{min}\,,$$
$$t_b = \frac{d}{v_b} = \frac{33\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}{0{,}275\,\mathrm{m}} = 120\,\mathrm{s} = 2\,\mathrm{min}\,.$$

(b) Dedek plava z dvojno hitrostjo babice, $v_d = 2 \cdot v_b$, in preplava v istem času dvakrat toliko kot babica. Do prvega srečanja skupaj preplavata eno dolžino bazena. Dedek preplava $\frac{2}{3}$ dolžine bazena, babica pa $\frac{1}{3}$ dolžine bazena. Celo dolžino bazena preplava dedek v 60 s, $\frac{2}{3}$ dolžine bazena do 1. srečanja z babico pa preplava v 40 s.

(c) Od roba bazena, kjer s plavanjem prične babica, sta ob prvem srečanju oddaljena toliko, kot je do tedaj preplavala babica: za $\frac{1}{3}$ dolžine bazena, kar je 11 m.

(d) Graf, ki kaže, kako se lega babice spreminja s časom, je narisan z modro prekinjeno črto. Graf, ki kaže, kako se lega dedka spreminja s časom, je narisan z rdečo sklenjeno črto.



(e) Iz grafa preberemo (ali izračunamo), da se babica in dedek drugič srečata ob tistem robu bazena, kjer je pričel plavati dedek, 2 minuti po začetku plavanja. Iz simetrije grafa preberemo (ali izračunamo), da se tretjič srečata na istem mestu, kjer sta se srečala prvič, po 3 min in 20 s (= 4 min − 40 s).

(f) Obdobje, ko babica in dedek plavata v isto smer, je označeno pri grafih pri podvprašanju (d). V isto smer plavata v 2. in 3. minuti, od časa $t_1 = 60$ s $= 1$ min, do časa $t_2 = 180$ s $= 3$ min. V prvih 4 minutah plavanja plavata v isto smer pol časa, torej 2 minuti.

9. razred

A1

$$\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{m}} = \mathrm{kg}\,,$$
$$\frac{\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}} = \mathrm{kg}\,,$$
$$\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2 = \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{kg}\,,$$
$$\frac{\mathrm{N}^2\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^3} \neq \mathrm{kg}\,.$$

A2 Tlaka v obeh krakih sta enaka na ločilni ravnini (in pod njo). Z dviganjem nad ločilno ravnino se bolj spreminja – pada – tlak v tistem kraku, kjer je gostejša tekočina – voda. Tlak v točki A je zato manjši kot v točki B.

A3 Jelkina nadmorska višina se s časom spreminja enakomerno (kot piše v besedilu naloge), kar prikazuje graf (D).

A4 Tehtnica pokaže maso vode in uteži. Preveri s poskusom, če ne verjameš!

A5 Na vrhu klanca se Tina ustavi, zato ima, glede na svoje začetno stanje v točki A, samo potencialno energijo $W_p = F_g \cdot h$, kjer je F_g njena teža in h višina klanca. V točki A ima kinetično energijo $W_{k,A} = \frac{1}{2}\, m \cdot v_A^2$, kjer je v_A njena hitrost v točki A. Ker od točke A do vrha klanca izgubi $20\,\%$ svoje mehanske energije, je njena potencialna energija na vrhu klanca enaka $80\,\%$ njene kinetične energije v točki A, $W_p = 0{,}8 \cdot W_{k,A}$ in $W_{k,A} = \frac{1}{0{,}8} \cdot W_p$. Od tod dobimo

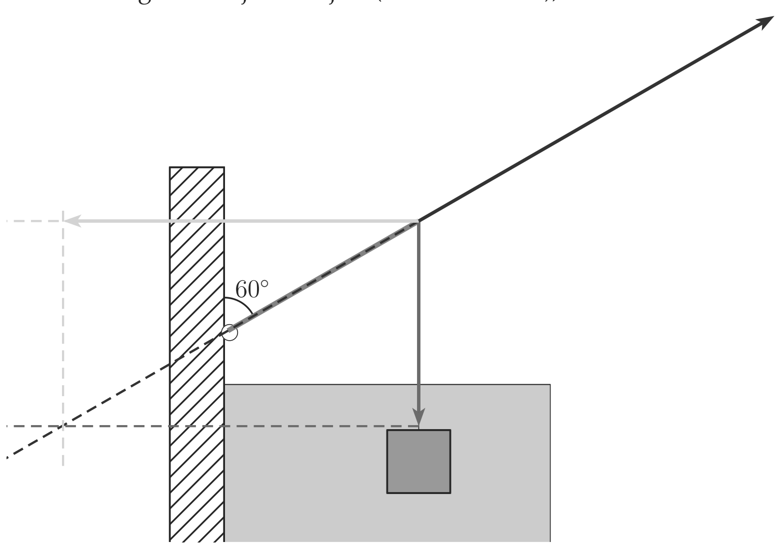
$$\begin{aligned} W_{k,A} &= \frac{1}{2}\, m \cdot v_A^2 = \frac{1}{0{,}8} \cdot W_p = 1{,}25 \cdot m \cdot g \cdot h \quad \text{in} \quad v_A^2 = 2{,}5 \cdot g \cdot h\,, \\ v_A &= \sqrt{2{,}5 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2{,}5 \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\,\mathrm{m}} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 36\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}. \end{aligned}$$

B1 (a) Rob kocke meri $a = 2$ dm, prostornina pa $V = a^3 = 8$ dm^3. Gostoto aluminija poiščemo v tabeli gostot na listu z obrazci, $\rho_{Al} = 2\,700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2{,}7\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}$, in izračunamo maso kocke, $m = \rho_{Al} \cdot V = 2{,}7\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} \cdot 8$ dm$^3 = 21{,}6$ kg. Teža kocke F_g meri 216 N.

(b) Kocka izpodriva 8 dm^3 vode z maso 8 kg, torej je sila vzgona na kocko po velikosti enaka $F_{vzg} = 80$ N.

(c) Kocka miruje, sile nanjo so v ravnovesju. Težo kocke $\vec{F}_g$ uravnovesita sila vzgona $\vec{F}_{vzg}$ in sila žice $\vec{F}_1$, na kateri kocka visi. Sila žice meri $F_1 = F_g - F_{vzg} = 216$ N $- 80$ N $= 136$ N.

(d) Pri določanju sile droga si pomagamo z načrtovanem sil, ki delujejo na vozel. V teh rešitvah je uporabljeno merilo, v katerem silo 40 N prikažemo z 1 cm dolgo usmerjeno daljico. Sila žice, na katero je pripeta kocka, meri 136 N, kar ustreza $3{,}4$ cm dolgi usmerjeni daljici (rdeča na sliki). Silo droga na vozel prikazuje $6{,}8$ cm $\pm\,2$ mm dolga usmerjena daljica (modra na sliki), kar ustreza sili 272 N $\pm\,8$ N.



(e) Iz skice razberemo tudi silo vodoravne žice na vozel (zelena). Na skici meri $5{,}9$ cm $\pm\,4$ mm, kar ustreza sili 236 N $\pm\,16$ N.

B2 (a) Upoštevamo, da je Guo med celotnim skokom pokončno zravnana. Če je v najvišji točki skoka njeno težišče $h_1 = 1{,}5$ m nad lego težišča medtem, ko Guo stoji na deski, so tedaj tudi njena stopala $h_1 = 1{,}5$ m nad desko. Ker je deska $h_0 = 3$ m nad gladino, so njena stopala v najvišji točki skoka $h_2 = h_0 + h_1 = 4{,}5$ m nad gladino.

(b) Ko Guo Jingjing odskoči z deske, se dvigne še za $h_1 = 1{,}5$ m. Iz zveze $h_1 = \frac{1}{2}\,g \cdot t_1^2$ izračunamo čas, v katerem leti do najvišje točke svojega skoka

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}{10\,\mathrm{m}}} = 0{,}55\,\mathrm{s}\,.$$

Z najvišje točke skoka, ki je $h_2 = 4{,}5$ m nad gladino, leti do gladine čas t_2,

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}5\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}{10\,\mathrm{m}}} = 0{,}95\,\mathrm{s}\,.$$

$$v = g \cdot t_2 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}95\,\mathrm{s} = 9{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

(c) Hitrost Guo Jingjing z najvišje točke skoka narašča enakomerno in je, ko se s stopali dotakne gladine, enaka

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{t_3} = \frac{v}{t_3} = \frac{9{,}5\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}\,\cdot 0{,}8\,\mathrm{s}} = 11{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \;\pm 0{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

(d) Povprečni pojemek, s katerim se v času $t_3 = 0{,}8$ s Guo ustavlja v vodi po doskoku, je

(e) Globina, do katere se po doskoku v času t_3 in s povprečnim pojemkom $\bar{a}$ potopijo stopala Guo Jingjing, je

$$h_3 = \frac{1}{2}\,\bar{a} \cdot t_3^2 = \frac{1}{2}\;\cdot\;11{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\;\cdot\;(0{,}8\,\mathrm{s})^2 = 3{,}80\,\mathrm{m}\;\pm\;0{,}02\,\mathrm{m}\,.$$

(f) Med ustavljanjem v vodi delujejo na Guo teža $\vec{F}_g$, vzgon $\vec{F}_{vzg}$ in sila upora $\vec{F}_u$. Ker je povprečna gostota skakalke enaka gostoti vode, sta njena teža in vzgon po velikosti enaka, med seboj uravnovešena, $\vec{F}_g + \vec{F}_{vzg} = 0$. Rezultanta sil $\vec{F}_{rez}$, ki delujejo nanjo, je enaka kar sili upora $\vec{F}_u$. Povprečno vrednost njene velikosti izračunamo iz 2. Newtonovega zakona,

$$\bar{F}_{rez} = \bar{F}_u = m \cdot \bar{a} = 49\,\mathrm{kg} \cdot \left(11{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \;\pm 0{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 583\,\mathrm{N}\;\pm\;5\,\mathrm{N}\,.$$

(g) Sila upora $\vec{F}_u$ opravlja (negativno) delo na Guo Jingjing med njenim ustavljanjem v vodi na poti h_3. Opravljeno delo je enako

B3 (a) Lokomotiva B ustavlja s stalnim pojemkom $a = 1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, v času

$$t_1 = \frac{\Delta v_B}{a} = \frac{v_{B,0}}{a} = \frac{30\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{s} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m}} = 20\,\mathrm{s}\,.$$

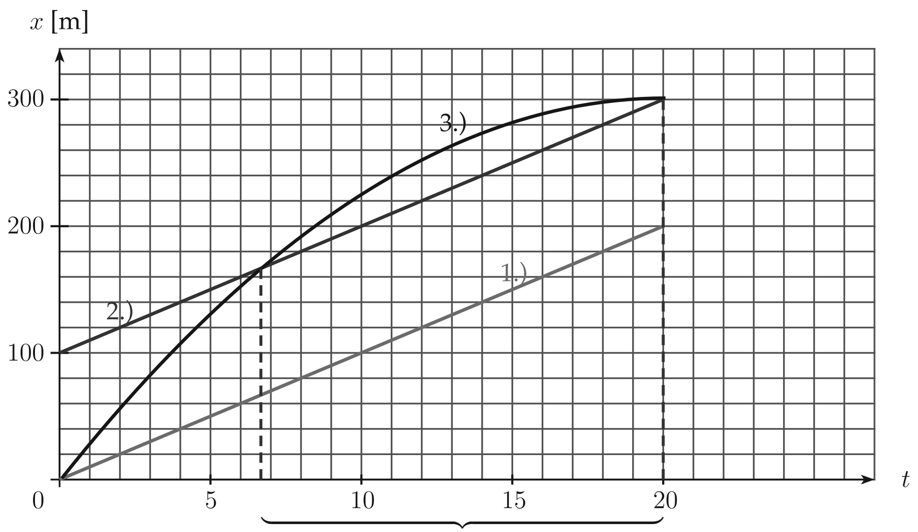
(b) Pot, ki jo lokomotiva med ustavljanjem opravi, je

$$s_B = \frac{1}{2}\, a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (20\,\mathrm{s})^2 = 300\,\mathrm{m}\,.$$

(c) Vlak A med ustavljanjem lokomotive B opravi pot $s_A = v_a \cdot t_1 = 10$ m/s $\cdot 20$ s $= 200$ m.

(d) Med svojim ustavljanjem se lokomotiva B premakne glede na vlak A za dolžino vlaka A (od zadnjega krajišča zadnjega vagona vlaka A do sprednjega krajišča lokomotive vlaka A). V času, ko se lokomotiva B ustavlja, opravi pot s_B, ki je točno za dolžino vlaka A daljša od poti s_A, ki jo v istem času opravi vlak A. Vlak A je dolg $d = s_B - s_A = 100$ m.

(e) Graf lege zadnjega krajišča zadnjega vagona vlaka A kaže rdeča sklenjena črta. Graf lege sprednjega krajišča lokomotive vlaka A kaže modra sklenjena črta. Graf lege sprednjega krajišča lokomotive B kaže črna sklenjena črta.



Lokomotiva B pred lokomotivo vlaka A

(f) Obdobje, ko je lokomotiva B pred lokomotivo vlaka A, je označeno pri grafih pri podvprašanju (e).