

Tekmovanja

10. šolsko tekmovanje iz znanja poslovne matematike

1. skupina (poslovna matematika)

Naloga 1: V kmetijskem kombinatu 5 traktorjev preorje 120 hektarjev v 3 dneh, če orjejo po 8 ur na dan.

- Koliko traktorjev potrebujejo, da preorjejo za petino večjo površino v 4 dneh, če orjejo po 6 ur na dan?
- Za koliko naj spremenijo delavnik, da bi 6 traktorjev s povprečno 10 % manjšo zmogljivostjo preoralo 150 ha površine v 4 dneh? (Izhajamo iz izhodiščnih podatkov.)

Naloga 2: Pleskar potrebuje za pleskanje šolskega hodnika 45 kg barve. Za neki odtenek barve mora zmešati rdečo, modro in belo barvo v razmerju 4 : 5 : 6.

- Koliko bi stala barva, če je cena za kilogram rdeče barve 15 EUR, modre 12 EUR in bele 9 EUR?
- Za koliko % bi se spremenil strošek barve, če bi naročnik želel odtenek, ki bi zahteval razmerje mešanja 6 : 5 : 4?

Naloga 3: Cena delnice se je spreminjala v enem tednu tako:

ponedeljek	+3,20 %	
torek	-1,25 %	
sreda	-0,85 %	
četrtek	+1,10 %	
petek	+4,50 %	

- Koliko je znašala končna cena delnice, če je bila njena vrednost na začetku tedna 120 EUR?
- Za koliko % se je cena delnice spremenila v celem tednu?
- Za koliko % bi se morala cena delnice spremeniti v petek, da bi bila njena končna cena enaka ponedeljkovi?

Naloga 4: Družina Novak bo čez 2 leti prenavljala stanovanje. Po predračunu znaša strošek adaptacije 22.500 EUR.

- a) Dve leti pred pričetkom del vežejo depozit 15.000 EUR po 3,5-odstotni letni obrestni meri in navadnem obrestovanju. Kolikšna bo vrednost depozita po izteku vezave (2 leti) in koliko bo zmanjkalo do predvidene konene višine stroškov?
- b) Kljub vsem varčevalnim naporom ugotovijo, da je treba najeti posojilo 7.000 EUR, in sicer za dobo 9 mesecev. Enkratno vračilo posojila bi po izteku posojilne pogodbe znašalo 7.480 EUR. Izračunaj letno in mesečno obrestno mero ob predpostavki navadnega obrestovanja.

2. skupina (statistika)

Naloga 1: Statistični urad Republike Slovenije je objavil podatke o štipendistih po vrstah štipendistov in vrstah štipendij v letu 2010. Urejeni podatki so v tabeli 1.

TABELA 1: *Štipendisti (Slovenija in tujina) po vrstah štipendistov in vrstah štipendij v letu 2010.*

vrsta štipendije	število štipendij		
	dijaki	študenti	skupaj
kadrovske štipendije	4.178	7.044	11.222
državne štipendije	26.313	16.212	42.525
Zoisove štipendije	6.297	6.843	13.140
druge štipendije	19	1.318	1.337
SKUPAJ	36.807	31.417	68.224

Vir: http://www.stat.si/novica_prikazi.aspx?id=4189 – 11. 1. 2012

Izračunajte:

- a) strukturo štipendistov po vrstah štipendistov in razložite strukturo prejemnikov državnih štipendij;

TABELA 2: *Struktura štipendistov po vrstah štipendistov.*

- b) strukturo štipendistov po vrstah štipendij in razložite strukturo študentov po vrstah štipendije.

TABELA 3: *Struktura štipendistov po vrstah štipendij.*

- c) Izračunane strukture po vrstah štipendistov prikažite grafično s strukturnimi stolpci.

Naloga 2:

TABELA 4: *Ekološke kmetije v Sloveniji v letih od 2001 do 2009.*

leto	število ekoloških kmetij	$I_{j/2007}$
2001	1.000	
2002	1.160	
2003	1.415	
2004	1.582	
2005	1.718	
2006	1.876	
2007	2.000	
2008	2.067	
2009	2.096	

Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15.

- a) Za podatke v tabeli izračunajte indekse s stalno osnovo $2007 = 100$ (na eno decimalno mesto natančno) in rezultate vpišite v tabelo.
- b) Razložite izračunani indeks $I_{2006/2007}$
- c) Grafično prikažite izračunane indekse s stalno osnovo $2007 = 100$
- d) Izračunajte in razložite koeficient rasti (dinamike) za leto 2005.
- e) Katerega leta je bila stopnja rasti negativna?

Naloga 3: Tabela kaže razvrstitev dijakov po številu doseženih točk pri opravljanju izpita, za katerega je za pozitivno oceno potrebna vsaj polovica možnih točk.

TABELA 5: *Porazdelitev števila točk pri opravljanju izpita za 70 dijakov.*

število točk	število dijakov						
1 do 30	12						
31 do 40	28						
41 do 50	16						
51 do 60	14						

Vir: Prirejeni podatki.

Izračunajte spodaj navedene vrednosti in jih vpišite v tabelo, ki je v ta namen dopolnjena s stolpci.

- Izračunajte širino drugega razreda
- Kolikšna je povprečna vrednost tretjega razreda?
- Koliko dijakov je zbralo največ do 50 točk?
- Kolikšen % vseh dijakov je ocenjenih negativno?
- Koliko % vseh dijakov se je uvrstilo v razred najuspešnejših?

Naloga 4: V prvih treh mesecih leta so v glavnih mestih 30 držav preštevali število sončnih dni. Zbrani podatki so urejeni v porazdelitev, ki jo prikazuje tabela 6.

TABELA 6: *Število sončnih dni v 30 glavnih mestih sveta v prvih treh mesecih leta 2011.*

število sončnih dni	število mest			
od 0 do 10	7			
od 11 do 20	8			
od 21 do 30	10			
od 31 do 40	4			
od 41 do 50	1			
Skupaj				

Vir: Prirejeni podatki.

- Kaj je v tem primeru statistična spremenljivka in za katero vrsto spremenljivke gre?
- Izračunajte aritmetično sredino.
- Koliko odstotkov vseh opazovanih mest je imelo največ do deset sončnih dni?

10. državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike

1. skupina (poslovna matematika)

Naloga 1: V nekem podjetju v 6 dneh izdelajo na 7 strojih 500 izdelkov, če delajo 8 ur na dan.

- a) Koliko izdelkov bi naredili v 8 dneh na 5 strojih pri delavniku 8 ur/dan?
- b) Sprejeli so naročilo za 600 izdelkov, ki bi jih morali izdelati na 7 strojih v 5 dneh. Kolikšno skupno število nadur bo moral opraviti posamezen stroj za izvedbo celotnega naročila (končni rezultat zaokroži na cele ure)? (Glej začetne podatke.)

Naloga 2: Za izvedbo ekipnega orientacijskega tekmovanja so organizatorji pridobili 42.000 EUR sponzorskih sredstev. Eno četrtno so namenili nagradam, ostanek pa je bil namenjen pokrivanju stroškov organizacije in v dobrodelne namene, in sicer v razmerju 7 : 2.

- a) Razdeli stroške za posamezne namene.
- b) Tik pred pričetkom tekmovanja so pridobili še dodatna sredstva, tako je bilo za nagrade namenjenih skupno 14.640 EUR. Razdelili so jih med najboljše tri ekipe, in sicer premo sorazmerno doseženim točkam za pravilne odgovore in hkrati obratno sorazmerno doseženemu času.

Dosežki prvih treh ekip:

- prva: 200 točk in čas 40 minut,
- druga: 240 točk in 60 minut,
- tretja: 210 točk in 70 minut.

Razdeli nagrade med ekipe.

Naloga 3: Trgovina prodaja okna in vrata. Vrata prodajajo po ceni 1.000 EUR, okna po ceni 600 EUR.

- a) Kolikšna bi bila nova cena vrat, če bi prvotno ceno najprej zmanjšali za 10 %, sledila pa bi podražitev za 5 %?
- b) Za koliko odstotkov bi morali dvakrat zaporedoma povečati ceno okna, da bi bila nova cena 720 EUR?
- c) Koliko odstotkov popusta je treba dati na prvotno ceno vrat, da bi znesek popusta znašal 12 % končne prodajne cene?

Naloga 4:

- a) Izračunajte, v kolikšnem času se neka glavnica potroji, če uporabimo navadni obrestni račun, dekurzivno obrestovanje in letno obrestno mero 4 %.
- b) V kolikšnem času bi se glavnica posojila potrojila, če uporabimo obrestnoobrestni način, anticipativno obrestovanje in letno kapitalizacijo, obrestna mera pa ostane 4 % letno?

2. skupina (statistika)

Naloga 1: Podjetje Peter & Co. je v prvem polletju preteklega leta poslovalo, kot kaže tabela.

TABELA 1: Podatki o poslovanju podjetja Peter & Co. v prvem polletju preteklega leta.

mesec leta 2011	prihodki v 10^3 EUR	stroški v 10^3 EUR	število zaposlenih (na začetku meseca)
januar	1.306	1.196	22
februar	1.234	95	24
marec	1.438	1.089	25
april	1.395	998	25
maj	1.198	1.047	25
junij	1.054	978	23
julij	–	–	22

Vir: Izmišljeni podatki.

Izračunaj:

- a) povprečne prihodke
- b) povprečne stroške
- c) povprečno število zaposlenih
- d) pokritost stroškov s prihodki (ekonomičnost)
- e) povprečne mesečne prihodke na zaposlenega

Naloga 2: V kraju Podgora je 282 šoloobveznih otrok. Za druga opazovana leta so zabeležili kazalce rasti, kot jih kaže tabela.

- a) Dopolni jo.

TABELA 2: Šoloobvezni otroci v kraju Podgora.

leto	Y_j	K_j	V_j	S_j
2007		–	–	–
2008			100	
2009	228			–20
2010		0,75		
2011			133,3	

Vir: Izmišljeni podatki.

- b) Izpiši število otrok leta 2007 in 2011

Naloga 3: V proizvodnem obratu podjetja KOVAČ & Co, d. n. o., so v mesecu decembru analitiki sestavili tabelo proizvodnje glede na specifiko njihovega proizvodnega programa. Zaradi nepazljivosti je razlita kava popackala postavke in je sestavljena tabela prišla do vodstva zelo nepregledna.

a) Pomagaj zaposlenemu dopolniti manjkajoče podatke.

TABELA 3: Izdelani proizvodi glede na težo izdelka v podjetju KOVAČ & Co.

teža v kg	št. izdelkov f_j	relativna frekvenca f_j^0	kumulativna frekvenc F_j	kumulativna relativnih frekvenc F_j^0
nad 3,8–4,0	3		3	
nad 4,0–4,2				
nad 4,2–4,4			41	
nad 4,4–4,6	41	0,250		
nad 4,6–4,8			140	
nad 4,8–5,0				
SKUPAJ	164			

Vir: Izmišljeni podatki.

b) Pojasni, kaj pomeni F_2 in f_3^0 .

Naloga 4:

TABELA 4: Sadeži po količini vitamina C v mg na 100 gramov svežega sadja.

sadež	vitamin C
limona	46
ameriški kaki	66
jabolka	6
jagoda	53
zeleni kivi	98
grenivka	34
grozdje	11
ananas	15
mandarina	31
slive	10
banana	9
pomaranča	53

Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, november 2011, str. 23.

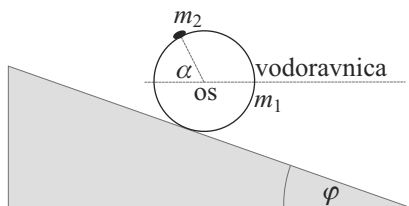
- Podatke razvrsti v ranžirno vrsto.
- Določi rang vrednosti 46 mg.
- Katera je tista količina vitamina C, od katere ima polovica sadežev več, polovica pa manj vitamina C? Odgovor.
- Določi in razloži modus za podatke količine vitamina C v svežem sadju.

Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2012/13

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Na rolki z maso 3 kg stoji dekle z maso 57 kg in drži v roki dve medicinki (žogi) z masama 5 kg in 10 kg. Dekle nato zaporedoma vrže žogi nazaj v vodoravni smeri s hitrostjo 20 km/h *glede na sebe*; najprej težjo, nato lažjo.
 - a) S kolikšno hitrostjo se pelje dekle po tem, ko odvrže prvo žogo?
 - b) S kolikšno hitrostjo pa se pelje po tem, ko ostane brez žog?
 - c) Ali se hitrost pri b) spremeni, če meče žogi v obratnem vrstnem redu? Utemelji!
2. Na obod pločevinke v obliki valja z maso $m_1 = m$ prilepimo majhno svinčeno utež z maso $m_2 = 7m$. Pločevinko nato položimo na klanec z naklonskim kotom $\varphi = 30^\circ$ in poiščemo lego, pri kateri brez dodatne podpore miruje (glej sliko).



- a) Najmanj kolikšen mora biti koeficient lepenja med pločevinko in klancem, da je taka stabilna lega sploh možna? Pri tem vprašanju obravnavaj ves sistem kot točkasto telo z maso $m_1 + m_2$.
 - b) Zveznica med svinčeno utežjo in simetrijsko osjo pločevinke oklepa z vodoravnico kot α . Kolikšen je ta kot v stabilni legi?
3. Potnik z višino 175 cm se pelje stoje na mestnem avtobusu. Težišče potnika je na višini 110 cm, nad sredino čevljev, ki so številka 44 (podplat dolžine 30 cm). Potnik stoji v smeri vožnje.
 - a) S kolikšnim največjim pospeškom lahko pospešuje avtobus, da se potnik ne prevrne, če stoji togo in vzravnano? (Pri računanju navorov je smiselno postaviti os v težišče.)
 - b) Avtobus pelje v ovinku z radijem 20 m s stalno hitrostjo 20 km/h . Za kolikšen kot glede na navpičnico in v kateri smeri naj se potnik togo nagne, da se ne prevrne? (Privzemi, da sila podlage prijema v točki, ki je v sredini čevljev.)

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Tok, ki teče skozi električni zaganjalnik ob zaganjanju bencinskega motorja, je lahko precej velik. Določimo ga z naslednjim poskusom. V vozilu najprej vključimo sprednje žaromete, ki imajo skupno nazivno moč 110 W . Z idealnim voltmetrom pomerimo napetost na akumulatorju. Ta pokaže $13,0 \text{ V}$. Nato ob vključenih sprednjih žarometih vključimo še zavorne in druge luči, ki imajo skupno nazivno moč 100 W . Voltmeter zdaj pokaže nekoliko manjšo napetost $12,7 \text{ V}$. Na koncu ugasnemo luči in žaromete, voltmeter pustimo priključen na akumulator in obrnemo ključ, da požegnemo zaganjalnik. Napetost, ki jo kaže voltmeter med obratovanjem zaganjalnika, pade na $9,5 \text{ V}$.

Upoštevaj, da se upor žarnic ne spremeni dosti pri majhnih spremembah napetosti. Nazivna moč žarnice je enaka moči pri napetosti 12 V . Žice so idealni prevodniki, notranjega upora akumulatorja pa ne smeš zanemariti. Porabniki so na akumulator priključeni vzporedno.

- a) Izračunaj tokova pri prvih dveh meritvah.
 - b) Izračunaj, kolikšen tok teče skozi zaganjalnik ob zaganjanju motorja.
2. V toplotno izolirano posodo s prostornino $3,4 \text{ l}$ zapremo zrak. Posoda se nadaljuje v valjast vrat s presekom 10 cm^2 . Na dnu vratu je lahek zamašek, ki se tesno prilega vratu in se v njem lahko premika. Posoda je toplotno izolirana, vanjo je napeljan električni grelec. Tlak zraka v posodi je enak zunanjemu zračnemu tlaku 100 kPa . Grelec vključimo.

Kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol , razmerje specifičnih toplot je $\kappa = 1,4$ in splošna plinska konstanta 8300 J/kmolK . Specifični toploti sta $c_p = \frac{\kappa R}{M(\kappa-1)}$ in $c_v = \frac{R}{M(\kappa-1)}$.

- a) Zamašek pri miru zadržuje sila lepenja, ki lahko doseže največ $1,0 \text{ N}$. Kolikšna je temperatura zraka, ko zamašek popusti in začne drseti vzdolž vratu posode, če je začetna temperatura 20°C ?
 - b) Koliko toplote preda grelec plinu do tega trenutka?
3. Spodnja plošča velikega vodoravnega ploščatega kondenzatorja je pritrjena na izolirano tla, zgornja plošča pa visi na vzmeti s prožnostnim koeficientom 1 N/m . Ploščina posamezne plošče je 1 m^2 . Nenabiti plošči sta v ravnovesju na medsebojni razdalji 1 mm .

Influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8,9 \text{ d. e.} - 12 \text{ As/Vm}$. (Ne pozabi, da k jakosti električnega polja v kondenzatorju prispeva vsaka plošča polovico.)

- a) Pri prvem poskusu na kondenzator priključimo napetost $7,5 \text{ V}$, a pri tem plošči držimo na prvotni razdalji. Kolikšen naboj se nabere na ploščah in kolikšna je električna poljska jakost v kondenzatorju?
- b) Napetost izključimo in nato plošči spustimo. Kolikšna je nova ravnovesna razdalja med ploščama?

- c) Med plošči ponovno priključimo napetost, ki pa sedaj ostane ves čas priključena. Kolikšna naj bo ta napetost, da bo ravnovesna razdalja polovico začetne (ko na ploščah še ni bilo naboja)?

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Enako kot II/1.
2. Na pobočju hriba sta navpično postavljeni dve enaki palici, ki pričneta padati v smer, v katero ju rahlo sunemo. Pri tem upoštevaj, da spodnji krajišči palic ostaneta na mestu, palici pa se pri padcu zavrtita z zanemarljivo začetno kotno hitrostjo. Prva palica pade po pobočju hriba navzdol, druga pa po pobočju navzgor.
 - a) Določi hitrosti v_1 in v_2 zgornjih krajišč palic tik preden udarita ob tla. Naklon pobočja je 30° , posamezna palica ima dolžino $1,5 \text{ m}$.
 - b) Določi naklon φ pobočja hriba, če je razmerje hitrosti krajišč palic tik nad tlemi enako $2 : 1$.

Vztrajnostni moment palice z maso m in dolžino l okrog osi skozi središče je $\frac{1}{12}ml^2$.

3. Termokolektor (pravokotna plošča, v kateri po gosto napeljanih cevkah teče voda) ima ploščino 4 m^2 . Sončna svetloba vpada pravokotno na kolektor. Skozi kolektor teče voda s prostorninskim tokom 2 l/min ; v kolektor vstopa s temperaturo okolice 17°C , kolikor je tudi temperatura tal. Na spodnji strani oddaja kolektor toploto s prevajanjem; razmerje med koeficientom toplotne prevodnosti in debelino plasti, skozi katero teče toplota, je $\lambda/d = 10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Specifična toplota vode je 4200 J/kgK , gostota vode 1000 kg/m^3 , gostota svetlobnega toka s Sonca 800 W/m^2 . Termokolektor obravnavaj kot črno telo.

- a) Za koliko se segreje voda v kolektorju, če zanemariš sevanje in prevajanje?
- b) Za koliko pa se segreje, če zanemariš sevanje, ne zanemariš pa prevajanja? Za temperaturo kolektorja vzemi kar izstopno (končno) temperaturo vode.
- c) Za koliko pa se segreje, če upoštevaš še sevanja kolektorja z zgornje ploskve? Za temperaturo kolektorja vzemi kar izstopno (končno) temperaturo vode. Za $\Delta T \ll T$ velja $(T + \Delta T)^4 \approx T^4 + 4T^3\Delta T$. Stefan-Boltzmannova konstanta je $5,67 \text{ d. e.} - 8 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$.

Ciril Dominko

Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2012/13

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Na rekreativnem teku tečejo tekači 10 km razdaljo, tako da se po 5 km obrnejo in tečejo po isti trasi nazaj. Štartajo v enakomernih presledkih po eno minuto. Privzamemo, da vsi tečejo z enako konstantno hitrostjo. Jaka je po obratu pričel šteti tekače, ki so mu prihajali nasproti, in ko je pritekel skozi cilj, je ravno štartal tekač, ki je bil po njegovem številu 48.

a) Kolikšna je bila Jakova hitrost?

Skupaj z zadnjim tekačem, ki ga je Jaka še naštel, je štartal Matic, ki teče konstantno, a hitreje kot rekreativci. Ko je Matic pritekel do polovice proge, je prehitel 6 tekačev, s tem, da je zadnjega prehitel tik pred obratom. (Tekča, skupaj s katerim je štartal, pa ne štejemo med prehitele tekače.)

b) V kolikšnem času je Matic pretekel 10 km razdaljo?

c) Kolikšno dolžino časovnega intervala med dvema zaporednima tekačema, ki tečeta Maticu nasproti, izmeri Matic?

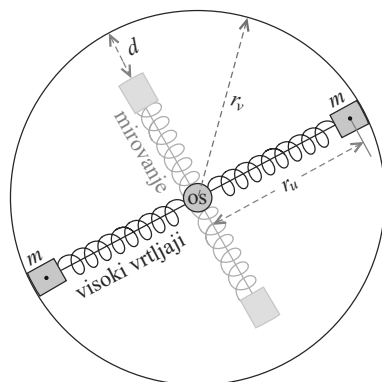
2. Dolga deska z maso 40 kg leži na gladkih tleh. Na to desko položimo krajšo desko z maso 10 kg. Krajšo desko sunemo v vzdolžni smeri z začetno hitrostjo 5 m/s . Koeficient trenja med deskama je 0,5.

a) Kolikšna je hitrost desk, ko se krajša deska ustavi glede na dolgo? Med gibanjem krajša deska ne zdrsne z dolge.

b) Kolikšno pot je opravila krajša deska glede na dolgo desko, preden se je ustavila?

3. Na priloženi sliki je poenostavljen model samodejne sklopke, kot jo najdemo na primer pri mopedih.

Sklopka deluje takole: Na os, ki jo poganja motor, sta pritrjeni dve vodili, po vsaki se lahko v radialni smeri brez trenja giblje po ena utež z maso $m = 100 \text{ g}$. Uteži sta z enakima lahkima vzmetema s prožnostnim koeficientom $1,5 \text{ N/cm}$ pritrjeni na os. Koncentrično okrog osi je votel valj z notranjim polmerom $r_v = 5,0 \text{ cm}$, ki je (preko zobnikov in verige) povezan s pogonskim kolesom. V notranjosti valja je mehanizem z utežmi. Pri nizkih vrtiljajih motorja se uteži ne dotikata valja,



valj se ne vrti in moped miruje. Pri visokih vrtljajih se vzmeti raztegneta in uteži s trenjem delujeta na steno valja – na pogonsko kolo se prenaša navor. Takrat je težišče uteži oddaljeno $r_u = 4,0$ cm od osi, koeficient trenja med utežjo in steno valja je 0,35. Ko je motor ugasnjen in vzmeti neraztegnjeni, je med utežjo in steno valja reža širine $d = 1,0$ cm.

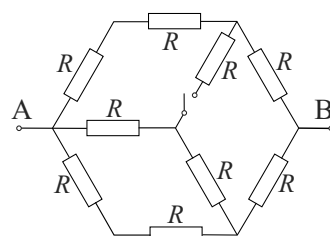
Da lahko speljemo, moramo na valj prenesti vsaj 0,4 Nm navora. Pri koliko vrtljajih motorja na minuto lahko speljemo?

4. Na podpornika, ki sta na medsebojni razdalji 1 m, simetrično postavimo desko z dolžino 2 m in maso 5 kg. Tako smo si pripravili knjižno polico, na katero v eno vrsto, pokončno postavljamo knjige z enako dolžinsko gostoto mase 2,2 kg/dm.
 - a) Knjige začnemo postavljati na skrajnem levem robu. Kolikšno dolžino na polici lahko uporabimo za knjige, da se polica ne prevrne (dvigne na desnem robu)?
 - b) Za najmanj koliko moramo povečati razdaljo med podpornikoma, da se pri nobeni dolžini knjig polica ne prevrne? Knjige postavljamo tako kot v primeru a).

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

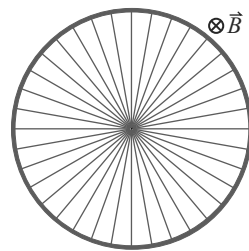
1. V vezju na sliki je vrednost posameznega upora $R = 10 \Omega$. Med točki A in B priključimo izvir z napetostjo 10 V in zanemarljivim notranjim uporom. Kolikšen tok teče skozi izvir, če je stikalo



- a) izklopljeno?
 - b) vklopljeno?
2. Na dnu pokončne toplotno izolirane valjaste posode s polmerom 0,5 m in višino 10 m je bat z maso 50 kg, ki je na vrh posode pritrjen z vzmetjo s prožnostnim koeficientom $1 \cdot 10^4 \text{ N/m}$. Ko je bat na dnu posode, v kateri je sprva vakuum, je vzmet ravno nedeformirana. Pod batom ima posoda ventil, ki je sprva zaprt, potem pa ga odpremo, tako da okoliški zrak, ki ima temperaturo 20°C in tlak 1 bar, prodre v posodo.
 - a) Na kateri ravnovesni višini se ustali bat po tem, ko odpremo ventil?
 - b) Kolikšna je tedaj temperatura zraka v posodi?

Kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol , razmerje specifičnih toplot je $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$, $c_v = \frac{R}{M(\kappa-1)}$ in splošna plinska konstanta 8300 J/kmolK .

3. Os kovinskega kolesa je povezana z obodom s 100 enakomerno razporejenimi prečkami. Polmer oboda (in dolžina prečk) je 20 cm, prečke so jeklene s prečnim presekom $0,10 \text{ mm}^2$. Med središče kolesa in obod priključimo napetost 3 V. S kolikšnim navorom se prične vrteti kolo, ko ga postavimo v konstatno magnetno polje z gostoto $0,1 \text{ T}$, ki ima smer osi kolesa? Specifična upornost jekla je $7,2 \text{ d. e.} - 7 \text{ } \Omega \text{m}$. Upor oboda je zanemarljiv. Na sliki niso narisane vse prečke.



4. Krogli s polmeroma 2 cm in 5 cm sta na medsebojni razdalji 1 m (razdalja med njunima središčema). Prva je nabita z nabojem $1 \mu\text{As}$, druga pa z nabojem $4 \mu\text{As}$. Predpostavi, da sta obe krogle enakomerno nabite. Površji krogel povežemo z žico, tako da se napetosti na površju krogel izenačita.

- Kolikšno je sedaj razmerje nabojev na obeh kroglih?
- S kolikšnim nabojem je sedaj nabita vsaka izmed krogel?

Električni potencial (napetost) na oddaljenosti r od središča krogle je $U = e/4\pi\epsilon_0 r$. Influenčna konstanta je $\epsilon_0 = 8,9 \text{ d. e.} - 12 \text{ As/Vm}$.

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Na mizi leži kuhinjski valjar za testo. Os, ki poteka skozi valjar, je vpeta brez trenja. Polmer valjara je 5 cm, masa je 1 kg. Valjar primemo za os in začnemo kotaliti po mizi z vodoravno silo $F = 10 \text{ N}$, kot kaže slika a). Valjar se po mizi kotliti brez podrsavanja.

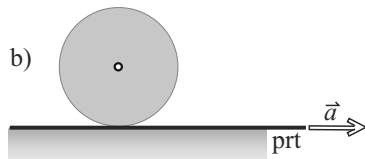


- Kolikšen je pospešek valjara?

Sedaj pa pod valjar na mizi podstavimo prtlj. Prtlj pričenmo vleči z mize v vodoravni smeri pravokotno na os valjara s pospeškom $a = 1 \text{ m/s}^2$, kot kaže slika b). Valjar se po prtlji kotliti brez podrsavanja.



- S kolikšnim pospeškom glede na mizo se giblje valjar?
- S kolikšnim pospeškom glede na prtlj se giblje valjar?



Vztrajnostni moment valja z maso m in polmerom r okrog osi skozi središče je $\frac{1}{2}mr^2$. Ročaji valjara so zanemarljivi.

2. Idealno črno kroglo s polmerom 0,5 m vzdržujemo pri stalni temperaturi 100 °C. Kroglo obdamo s tanko in prav tako idealno črno koncentrično lupino s polmerom 1 m.

Sistem kroglja-lupina je v vesolju, daleč v stran od drugih teles, in predstavlja model toplogrednega pojava.

- a) Kolikšna je ravnovesna temperatura lupine?
- b) Kolikokrat manjša je moč, ki jo v okolico seva sistem kroglja-lupina, od moči, ki bi jo sevala krogla sama?
3. Opazujemo pretakanje vode v cevi, v kateri so pozitivni ioni z gostoto naboja 1,0 d. e. 4 As/m^3 . Prostorninski tok v cevi s polmerom 30 mm se enakomerno spreminja od 0 do največje vrednosti 1,0 l/s v intervalu 1,0 s, nato pa v enakem časovnem intervalu zopet enakomerno pade na 0. Spreminjanje toka merimo preko inducirane napetosti v toroidni tuljavi z 10 000 navoji, ki objema cev, tako da je ravnina, v kateri leži toroid (svitek), pravokotna na smer pretakanja tekočine. Srednji polmer svitka je 34 mm, polmer posameznega navoja pa 4 mm.

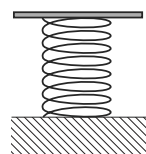
- a) Kolikšna je največja vrednost magnetnega polja v svitku?
- b) Skiciraj potek inducirane napetosti v svitku; graf opremi s skalo.
- c) Kolikšna je najmanjša sprememba toka, ki jo na ta način lahko še merimo, če je najmanjša napetost, ki jo lahko še merimo $2 \mu\text{V}$?

Indukcijska konstanta je $\mu_0 = 4\pi \text{ d. e.} -7 \text{ Vs/Am}$.

4. Vzmetni trampolin je sestavljen iz lahke vzmeti s prožnostnim koeficientom 10 N/m, ki je na eni strani pritrjena na tla, na drugi strani pa na deščico z maso 100 g, kot kaže slika. Z višine 11 cm nad deščico spustimo kroglico z maso 100 g.



- a) Kolikšna je hitrost kroglice tik po prvem trku z deščico in kolikšna je takrat hitrost deščice? Trk kroglice z deščico je prožen. (Če rezultat za deščico že poznaš, lahko napišeš odgovor brez računa.)
- b) Na kolikšni oddaljenosti od prvotne lege deščice bo kroglica drugič trčila z deščico?



Namig: Morda boš moral rešiti enačbo $a \sin x = x^2$ (kjer je količina x sorazmerna s časom). Enačbo lahko rešiš grafično ali pa s poskušanjem.

Ciril Dominko

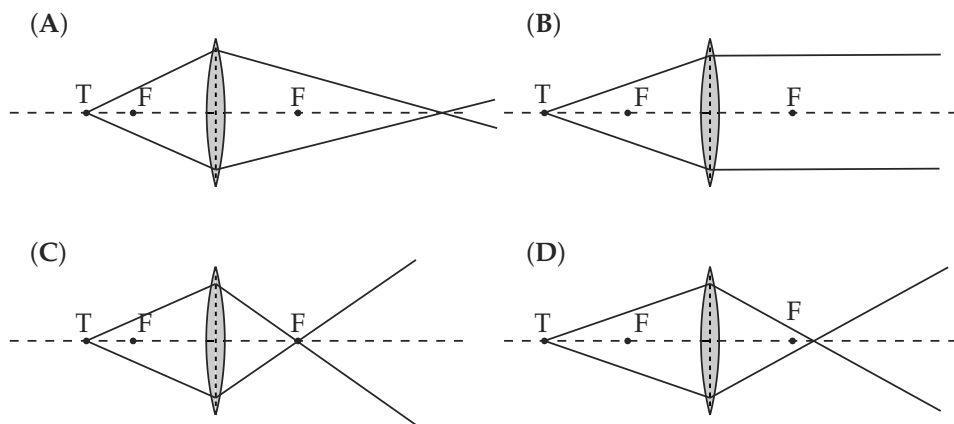
32. tekmovanje iz fizike za zlato Stefanovo priznanje

Naloge za 8. razred

A1 Iz spisa *Vinske modrosti* avtorja Janeza Trdine: "Maseljč ženi, polič gospodarju, bokal prijatelju." En čeber meri dva mernika, en mernik je 20 bokalov, polič je pol bokala in maseljč je pol poliča. Čeber je $56,59 \text{ dm}^3$. Koliko vina dobi žena? Približno

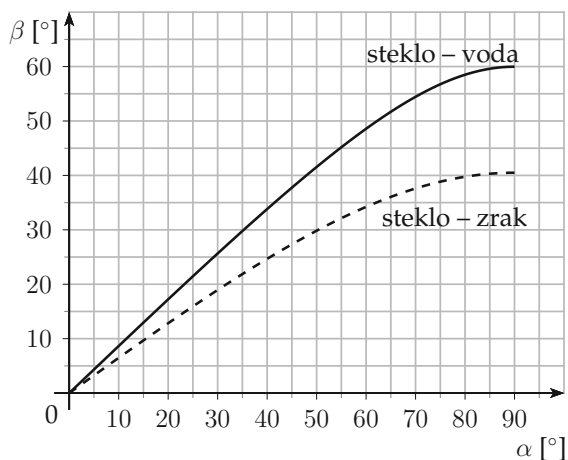
- (A) 0,7 dl. (B) 1,4 dl. (C) 1,8 dl. (D) 3,5 dl.

A2 Katera slika pravilno kaže prehod žarkov iz točke na optični osi leče skozi zbiralno lečo?



A3 Graf, narisani s **prekinjeno** črto, kaže, kako je lomni (oziroma vpadni) kot β v **steklu** povezan z vpadnim (oziroma lomnim) kotom α v **zraku** za prehod žarka med tema dvema snovema. Graf, narisani s **sklenjeno** črto, kaže, kako je lomni (oziroma vpadni) kot β v **steklu** povezan z vpadnim (oziroma lomnim) kotom α v **vodi** za prehod žarka med tema dvema snovema.

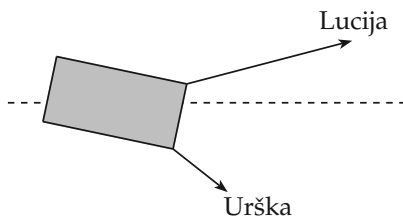
Žarek vpada **iz zraka v stekleno** steno akvarija pod vpadnim kotom 40° . Kolikšen je kot žarka glede na vpadno pravokotnico, ko preide steno akvarija in potuje naprej v vodi?



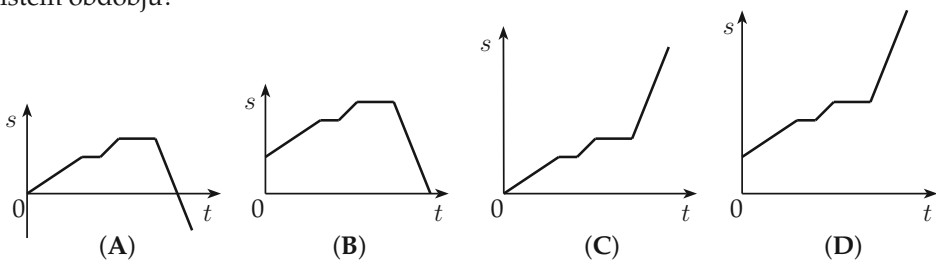
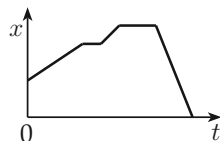
- (A) 22° . (B) 25° . (C) 29° . (D) 34° .

A4 Lucija in Urška vlečeta omaro s silama, ki sta v merilu narisani na sliki. Katera izjava je pravilna?

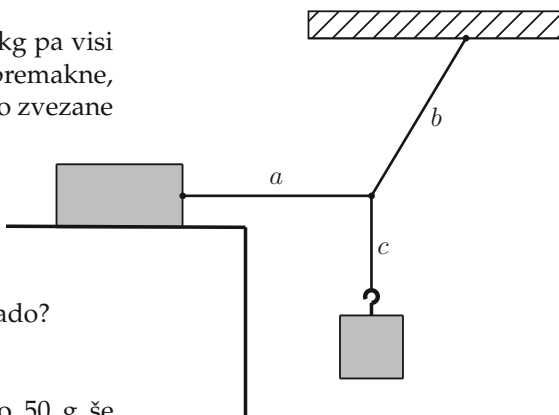
- (A) Omara se giblje enakomerno v smeri, označeni s prekinjeno črto, če je rezultanta sil Lucije in Urške nasprotno enaka trenju.
- (B) Omara se giblje enakomerno v smeri, označeni s prekinjeno črto, če je rezultanta sil Lucije in Urške nasprotna trenju in po velikosti večja od trenja.
- (C) Omara se ne more gibati enakomerno vzdolž prekinjene črte, ker rezultanta sil Lucije in Urške ne kaže vzdolž prekinjene črte.
- (D) Omara se ne more gibati enakomerno v smeri, označeni s prekinjeno črto, ker Lucija in Urška ne vlečeta vrvi pod enakima kotoma glede na smer gibanja.



A5 Bor je šel iz šole domov mimo trgovine (kjer si je kupil sladoled) in mimo igrišča (kjer je nekaj minut opazoval prijatelje pri igranju košarke). Šola, trgovina, igrišče in Borov dom ležijo ob ravni cesti. Graf na desni kaže Borovo lego (oddaljenost od doma) v odvisnosti od časa. Kateri od spodnjih grafov pravilno kaže odvisnost Borove opravljene poti od časa v istem obdobju?

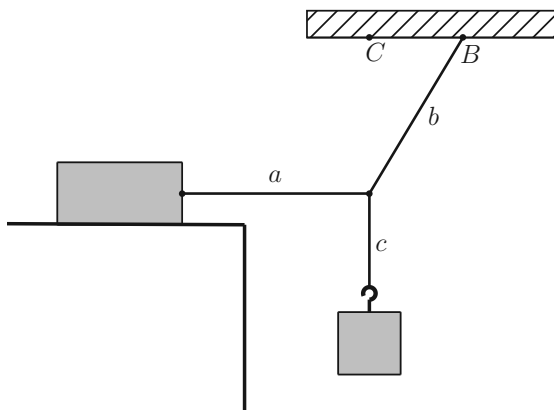


B1 Klada leži na mizi, utež z maso 1 kg pa visi na vrvi, kot kaže slika. Klada se premakne, če vlečna sila preseže 8 N. Vrvce so zvezane v vozlu.

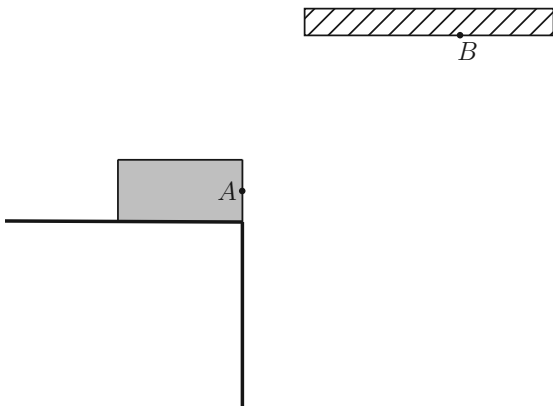


- (a) Kolikšna je sila vrvice a na klado?
- (b) Koliko majhnih uteži z maso 50 g še lahko največ obesimo zraven kilogramske uteži, da se klada ne premakne?

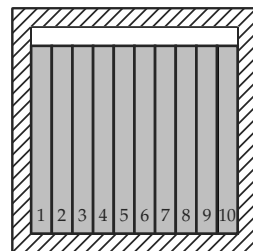
- (c) Točka C je nad vozlom. Razdalja med točkama B in C je 1 m. Obesišče vrvice b , ki je na začetku v točki B , lahko premaknemo. Masa viseče uteži je 1 kg. Koliko centimetrov je lahko obesišče vrvice b **največ** oddaljeno od točke C , da se klada **ne premakne**? Dolžino vrvice b spremenimo tako, da ostane vrstica a vodoravna.



- (d) Obesišče vrvice b je v točki B , pritrdišče vrvice a na klado pa v točki A na kladi. Na vrstico c je obešena kilogramska utež. Vrvico so dolge toliko, kot je v merilu prikazano na sliki pri vprašanju (a), njihovih dolžin ne spreminjamo. Klado premestimo do roba mize. Z načrtovanjem ugotovi, kolikšni sta sili vrvic a in b na vozlu.



- B2** Maja pospravlja letnike revij v škatle, škatle pa v omarice. V knjižno omarico, ki je na sliki, postavi 9 letnikov revij v enakih škatlah, 10. pa z nekaj truda stlači zraven. Ko so vse škatle v omarici, delujeta 1. in 10. škatla z revijami na stranski steni omarice vsaka s silo 24 N v smeri, ki je pravokotna na steni omarice, in vsaka s silo 12 N v smeri navpično navzdol. Vsaka škatla v omarici ima višino 30 cm, širino 20 cm, debelino 3,3 cm in maso 1,65 kg. Omarica ima natančno kvadraten presek in globino 25 cm. Njena masa je 8 kg.



- (a) Kolikšen je tlak škatel na stranske stene knjižne omarice?
 (b) Kolikšen je tlak 3. škatle na 4. škatlo?
 (c) Kolikšen je tlak škatel z revijami na zgornjo steno omarice in kolikšen je tlak škatel na spodnjo steno (polico) omarice? Tlak je pod vsemi škatlami enak.
 (d) Potem se Maja premisli in zloži vseh 10 škatel z revijami v omarico na drug način: zdaj jih postavi tako, da ležijo ena na drugi. Škatle ne gledajo preko roba spodnje police omarice. Zadnjo enako kot prej stlači nad ostalih 9. Kolikšen je tlak 10. škatle na zgornjo steno omarice?
 (e) Kolikšen je tlak 1. škatle na spodnjo steno (polico) omarice?

(f) Predpostavi, da omarica prosto visi na vijakih, s katerimi je pritrjena na zid. Silo zidu na omarico lahko zanemarimo. S kolikšno silo v navpični smeri deluje zid na vijake,

- ko je omarica prazna,
- ko so na njej vse škatle z revijami, ki stojijo pokonci (kot jih je Maja zložila najprej),
- ko so na njej vse škatle z revijami, ki ležijo ena na drugi?

Naloge za 9. razred

A1 Na mizi stojijo zaprte posode, ki so vse enako velike in imajo enako obliko. Prva je izdelana iz kovine, druga iz lesa in tretja iz stiroporja. V vsaki posodi sta 2 litra vode pri sobni temperaturi. Sobno temperaturo imajo tudi posode. V vsako od njih vržemo enako kocko ledu. Posode pokrijemo. V kateri posodi se kocka ledu tali najhitreje?

- (A) V kovinski. (B) V leseni.
(C) V stiroporni. (D) Kocke se v vseh treh posodah talijo približno enako hitro.

A2 Os, okoli katere se vrti Zemlja, je nagnjena za $23,5^\circ$ glede na pravokotnico na ravnino, v kateri kroži okoli Sonca. Jure je doma v Gornji Radgoni, ki leži na geografski širini $46,7^\circ$. Kolikšen je višinski kot Sonca v Gornji Radgoni ob poletnem obratu opoldne, ko je največji? Višinski kot Sonca je kot med smerjo proti Soncu in vodoravnico.

- (A) $70,2^\circ$. (B) $66,8^\circ$. (C) $46,7^\circ$. (D) $43,3^\circ$.

A3 Marko je z vrha mostu nad globoko sotesko spustil v globino najprej en kamen in kmalu za njim še drugega. Kako se je med padanjem obeh kamnov spreminjala razdalja med njima?

- (A) Razdalja se je zmanjševala. (B) Razdalja se je povečevala.
(C) Razdalja se ni spreminjala. (D) Razdalja se je izničila.

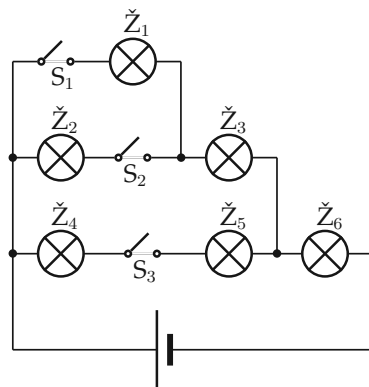
A4 Peter pritiska na žogo, ki je v vodi, da je žoga v celoti potopljena in 1 m pod gladino. Žoga ima prostornino 3 dm^3 in maso 50 dag. S približno kolikšnim pospeškom se giblje žoga v vodi, ko jo Peter spusti? Povprečna sila upora vode je 10 N.

- (A) $15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (B) $20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (C) $30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (D) $40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A5 Alenka se igra z **enakimi** avtomobilčki, ki imajo na sprednjem in zadnjem koncu magnetke. Naredi dva poskusa z zaletavanjem. V prvem poskusu se prvi avtomobilček s hitrostjo $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zaleti v drug, mirujoč avtomobilček. Avtomobilčka se sprimeta in se po trku gibljeta skupaj s hitrostjo $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. V drugem poskusu se zaletita avtomobilčka, ki se pred tem gibljeta z enakima hitrostma $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ eden proti drugemu. Po trku se sprimeta in obmirujeta. Kaj lahko poveš o spremembi kinetične energije pri obeh trkih?

- (A) Pri prvem poskusu je sprememba W_k **večja** kot pri drugem poskusu.
(B) Pri prvem poskusu je sprememba W_k **manjša** kot pri drugem poskusu.
(C) Sprememba W_k je pri obeh poskusih **enaka**.
(D) Iz navedenih podatkov ne moremo ugotoviti, pri katerem poskusu je sprememba W_k večja.

B1 Baterijo, 6 enakih žarnic in 3 stikala zvežemo v vezje, ki je na sliki. Napetost baterije je 9,0 V. Dogovorimo se, da bomo stanje posameznega stikala S označevali z vrednostima 0 (če je stikalo razklenjeno) in 1 (če je stikalo sklenjeno). Na primer: $S_1 = 1$ pomeni, da je stikalo S_1 sklenjeno. Podobno bomo opisali stanje žarnic: če žarnica sveti (skozi njo teče tok), bomo njeno stanje označili z vrednostjo 1, če ne sveti, pa z vrednostjo 0.



- (a) V tabeli so zapisane vse možne kombinacije stanj stikal. V tabelo vpiši ustrezne vrednosti stanj vseh žarnic pri danih kombinacijah stanj stikal.

S_1	S_2	S_3	$\check{Z}_1$	$\check{Z}_2$	$\check{Z}_3$	$\check{Z}_4$	$\check{Z}_5$	$\check{Z}_6$
0	0	0						
1	0	0						
0	1	0						
0	0	1						
0	1	1						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						

- (b) Pri določeni kombinaciji stanja stikal svetijo 4 žarnice, skozi baterijo pa teče tok 0,12 A. Nariši shemo tega vezja, v kateri nariši le tiste 4 žarnice, ki pri dani kombinaciji stanj stikal svetijo. Žarnice na shemi označi enako, kot so označene na sliki. V tabelo zapiši oznake žarnic, ki svetijo, in tokove, ki tečejo skozi nje.

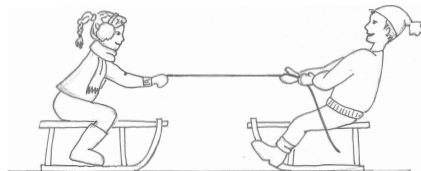
žarnica				
I [mA]				

- (c) Pri kombinaciji stanja stikal, ko sveti 5 žarnic, teče skozi žarnico $\check{Z}_5$ tok 0,075 A. V kolikšnem času opravi baterija električno delo 27 J?
- (d) Ko sveti 5 žarnic, prejema vsaka od njih bodisi moč P_0 bodisi moč $5 \cdot P_0$. Kolikšna je tedaj napetost na žarnici $\check{Z}_6$?
- (e) Pri katerem (katerih) stanju (stanjih) stikal žarnica $\check{Z}_6$ najsvetleje žari?
- (f) Pri katerem (katerih) stanju (stanjih) stikal se baterija najhitreje izprazni?

B2 Mateja in Jernej sedita vsak na svojih saneh, obrnjena eden proti drugemu. V rokah trdno držita nasprotni krajišči napete vrvi. Razdalja med njunimi sanmi je 15 m. Mateja ima 30 kg, Jernej ima 40 kg, vsake sani pa 10 kg. V nekem trenutku začne Jernej vleči k sebi vrv s stalno silo 30 N. Ko se njune sani gibljejo, deluje na Matejine sani sila trenja 20 N, na Jernejeve pa 25 N.

(a) Na sliko nariši vse sile, ki delujejo na Matejine **sani**, v merilu, kjer pomeni 1 cm silo 50 N. Sile poimenuj.

(b) S kolikšnim pospeškom se giblje Mateja?



(c) S kolikšnim pospeškom se giblje Jernej?

(d) Mateja vrv trdno drži v rokah, Jernej pa jo preprijema. S kolikšno hitrostjo Jernej preprijema vrv po 5 s?

(e) Čez koliko časa njune sani trčijo?

Rešitve nalog 10. šolskega tekmovanja iz znanja poslovne matematike

1. skupina (poslovna matematika)

Naloga 1:

a)

$$\begin{array}{ccccccc} 5 \text{ trakt} & 120 \text{ ha} & 3 \text{ dni} & 8 \text{ h/dan} \\ \uparrow & \uparrow & \downarrow & \downarrow \\ x & 144 \text{ ha} & 4 \text{ dni} & 6 \text{ h/dan} \end{array}$$

$$x = \frac{5 \cdot 144 \cdot 3 \cdot 8}{120 \cdot 4 \cdot 6} = 6$$

6 traktorjev

b)

$$\begin{array}{ccccccc} 5 \text{ trakt} & 100 \% & 120 \text{ ha} & 3 \text{ dni} & 8 \text{ h/dan} \\ \downarrow & \downarrow & \uparrow & \downarrow & \uparrow \\ 6 \text{ trakt} & 90 \% & 150 \text{ ha} & 4 \text{ dni} & x \text{ h/dan} \end{array}$$

$$x = \frac{8 \cdot 5 \cdot 100 \cdot 150 \cdot 3}{6 \cdot 90 \cdot 120 \cdot 4} = 6,94 \text{ ur na dan}$$

Delavnik bo krajši za 1,06 ur, t.j. za približno uro na dan.

Naloga 2:

a)

$$R : M : B = 4 : 5 : 6$$

$$4 \cdot x + 5 \cdot x + 6 \cdot x = 45$$

$$x = 3$$

$$R = 12 \text{ kg}, M = 15 \text{ kg}, B = 18 \text{ kg}.$$

$$PC = 12 \cdot 15 + 15 \cdot 12 + 18 \cdot 9 = 522 \text{ EUR}.$$

b)

$$R : M : B = 6 : 5 : 4$$

$$6 \cdot x + 5 \cdot x + 4 \cdot x = 45$$

$$x = 3$$

$$R = 18 \text{ kg}, M = 15 \text{ kg}, B = 12 \text{ kg}.$$

$$PC = 18 \cdot 15 + 15 \cdot 12 + 12 \cdot 9 = 558 \text{ EUR}.$$

$$p = 100 \cdot (558 - 522) / 522 = 6,9 \%$$

Podražitev bi znašala 6,9 %.

Naloga 3:

a) $120 \cdot 1,032 \cdot 0,9875 \cdot 0,9915 \cdot 1,011 \cdot 1,045 = 128,10 \text{ EUR}$

b) $8,10 / 120 \cdot 100 = 6,75 \%$

c) $120 \cdot 1,032 \cdot 0,9875 \cdot 0,9915 \cdot 1,011 \cdot x = 120$

Cena bi se morala znižati za 2,11 %.

Naloga 4:

a)

$$G^+ = 15.000 \cdot \left(1 + \frac{3,5 \cdot 2}{100}\right) = 16.050$$

$$x = 22.500 - 16.050 = 6.450$$

b) $o = 480 \text{ EUR}$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1.200} \rightarrow p = \frac{o \cdot 1.200}{G \cdot m} = 9,14 \% \text{ letno}$$

$$p_{\text{mesečna}} = 0,7617 \% \text{ p. m.}$$

2. skupina (statistika)

Naloga 1:

a)

TABELA 2: *Struktura štipendistov po vrstah štipendistov.*

vrsta štipendije	štipendije v %		
	dijaki	študenti	skupaj
kadrovske štipendije	37,2	62,8	100,0
državne štipendije	61,9	38,1	100,0
Zoisove štipendije	47,9	52,1	100,0
druge štipendije	1,4	98,6	100,0
SKUPAJ	54,0	46,0	100,0

Med prejemniki državnih štipendij je skoraj 62 odstotkov dijakov in dobrih 38 odstotkov študentov.

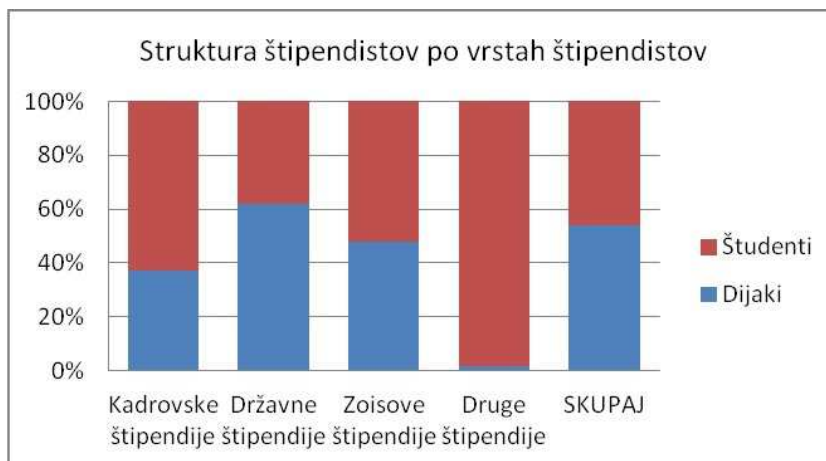
b)

TABELA 3: *Struktura štipendistov po vrstah štipendij.*

vrsta štipendije	štipendije v %		
	dijaki	študenti	skupaj
kadrovske štipendije	11,4	22,4	16,4
državne štipendije	71,5	51,6	62,3
Zoisove štipendije	17,1	21,8	19,3
druge štipendije	0,1	4,2	2,0
SKUPAJ	100,0	100,0	100,0

22,4 % študentov prejema kadrovske štipendije, 51,6 % državne štipendije, 21,8 % je prejemnikov Zoisove štipendije in 4,2 % študentov prejema druge štipendije.

c) Struktura štipendistov po vrstah štipendistov (Slovenija in tujina) v letu 2010:



Naloga 2:

a)

leto	število ekoloških kmetij	$I_{j/2007}$
2001	1.000	50,00
2002	1.160	58,00
2003	1.415	70,75
2004	1.582	79,10
2005	1.718	85,90
2006	1.876	93,80
2007	2.000	100,00
2008	2.067	103,35
2009	2.096	104,80

b) V Sloveniji je bilo leta 2006 za 6,20 % manj ekoloških kmetij kot leta 2007.

c) Prikaz indeksa s stalno osnovo v letu 2007



d) $K_{2005} = 1,086$. Leta 2005 je bilo v Sloveniji 1,086-krat več ekoloških kmetij kot leta 2004 (oz. kot predhodno leto).

e) Stopnja rasti nikoli ni bila negativna.

Naloga 3:

a) $40,5 - 30,5 = 10$

b) $(40,5 + 50,5)/2 = 45,5$

c) 56

d) $(12/70) \cdot 100 = 17,1$

e) 20

Tabela kaže uspešnost dijakov pri opravljanju izpita, za katerega je potrebna vsaj polovica možnih točk. Dosegli so naslednje število točk:

število točk	število dijakov	f_j^0	F_j	$y_{j,\min}$	$y_{j,\max}$	d_j	povprečje
1 do 30	12	0,171					
31 do 40	28			30,5	40,5	10	
41 do 50	16		56	40,5	50,5		40,5
51 do 60	14	0,200					
skupaj	70						

Naloga 4:

- Statistična spremenljivka je čas sončnega obsevanja v mestu; številska, nezvezna spremenljivka.
- $601,5 : 30 = 20,05$ sončnih dni.
- 23,33 % vseh opazovanih mest je imelo manj kot 10 sončnih dni.

število sončnih dni	število mest	sredina razreda y_j	$f_j \cdot y_j$	f_j^0
od 0 do 10	7	5,0	35,0	0,2333
od 11 do 20	8	15,5	124,0	
od 21 do 30	10	25,5	255,0	
od 31 do 40	4	35,5	142,0	
od 41 do 50	1	45,5	45,5	
Skupaj	30	–	601,5	

Rešitve nalog 10. državnega tekmovanja iz znanja poslovne matematike

1. skupina (poslovna matematika)

Naloga 1:

- | | | |
|-----------|-------|--------------|
| 5 strojev | 8 dni | x izdelkov |
| ↑ | ↑ | |
| 7 strojev | 6 dni | 500 izdelkov |

$$x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 500}{7 \cdot 6} = 476 \text{ izdelkov}$$

b)

$$\begin{array}{ccc} 5 \text{ dni} & 600 \text{ izdelkov} & x \text{ ur dnevno} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 6 \text{ dni} & 500 \text{ izdelkov} & 8 \text{ ur dnevno} \end{array}$$

$$x = \frac{6 \cdot 600 \cdot 8}{5 \cdot 500} = 11,52 \text{ ur dnevno}$$

$$\Delta = 3,52 \text{ ur}$$

$$\text{nadure} = 5 \cdot 3,52 = 17,6$$

Opraviti bi morali 18 nadur.

Naloga 2:

- a) Nagrade: $\frac{1}{4} \cdot 42.000 = 10.500$
Ostanek: $42.000 - 10.500 = 31.500$

$$\text{stroški} : \text{dobrodelnost} = 7 : 2$$

$$\text{stroški} + \text{dobrodelnost} = 31.500$$

$$7 \cdot x + 2 \cdot x = 31.500$$

$$9 \cdot x = 31.500$$

$$x = 3.500$$

b)

$$A : B : C = \frac{200}{40} : \frac{240}{60} : \frac{210}{70}$$

$$A : B : C = 5 : 4 : 3$$

$$A + B + C = 14.640$$

$$5 \cdot x + 4 \cdot x + 3 \cdot x = 14.640$$

$$12 \cdot x = 14.640$$

$$x = 1.220$$

prva: 6.100, druga: 4.880, tretja: 3.660

Naloga 3:

- a) 945

- b) 9,54 %

$$\text{c) } 1.000 \cdot \frac{x}{100} = 0,12 \cdot \left(1.000 - 1.000 \cdot \frac{x}{100} \right)$$

10,71 %

Naloga 4:

- a) 50 let

- b) 26,91 let

2. skupina (statistika)

Naloga 1:

- a) $7.625.000 \text{ EUR} / 6 = 1.270.833,30 \text{ EUR}$
b) $6.265.000 \text{ EUR} / 6 = 1.044.166,70 \text{ EUR}$
c) $144 / 6 = 24$
d) $E = 1.270.833,30 / 1.044.166,7 \text{ EUR} = 1,2$
To pomeni, da je poslovanje ekonomično.
e) $k = 1.270.833,30 \text{ EUR} / 24 \text{ zaposlenih} = 52.951,40 \text{ EUR} / \text{zaposlenega}$

Naloga 2:

a)

leto	Y_j	K_j	V_j	S_j
2007	285	–	–	–
2008	285	1	100	0
2009	228	0,8	80	–20
2010	171	0,75	75	–25
2011	227,9	1,333	133,3	33,3

- b) Leta 2007 je bilo 285 otrok, leta 2011 pa 228.

Naloga 3:

a)

teža v kg	št. izdelkov f_j	relativna frekvenca f_j^0	kumulativna frekvenc F_j	kumulativna relativnih frekvenc F_j^0
nad 3,8–4,0	3	0,018	3	0,018
nad 4,0–4,2	18	0,110	21	0,128
nad 4,2–4,4	20	0,122	41	0,250
nad 4,4–4,6	41	0,250	82	0,500
nad 4,6–4,8	58	0,354	140	0,854
nad 4,8–5,0	24	0,146	164	1,000
SKUPAJ	164			

- b) F_2 : Od vseh izdelanih proizvodov je bilo 21 izdelkov takšnih, ki so imeli težo do največ 4,2 kg. f_3^0 : 12,2 odstotka vseh izdelanih izdelkov je dosegalo težo nad 4,2 do 4,4 kg.

Naloga 4:

a)

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	6	9	10	11	15	31	34	46	53	53	66	98

- b) $46 = R_8$

c)

$$R = \frac{N+1}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

$$Me = \frac{y_{R-0,5} + y_{R+0,5}}{2} = \frac{31 + 34}{2} = 32,5$$

Polovica sadežev ima več kot 32,5 mg vitamina C na 100 gramov svežega sadja, polovica pa manj kot 32,5 mg vitamina C.

- d) $Mo = 53 \text{ mg}$

Najpogostejša količina vitamina C v sadežih je 53 mg na 100 gramov svežega sadja.

32. tekmovanje iz fizike za zlato Stefanovo priznanje

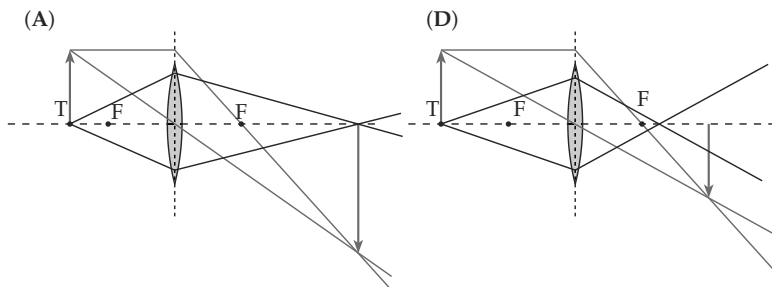
Rešitve nalog za 8. razred

A1	A2	A3	A4	A5
D	A	C	A	C

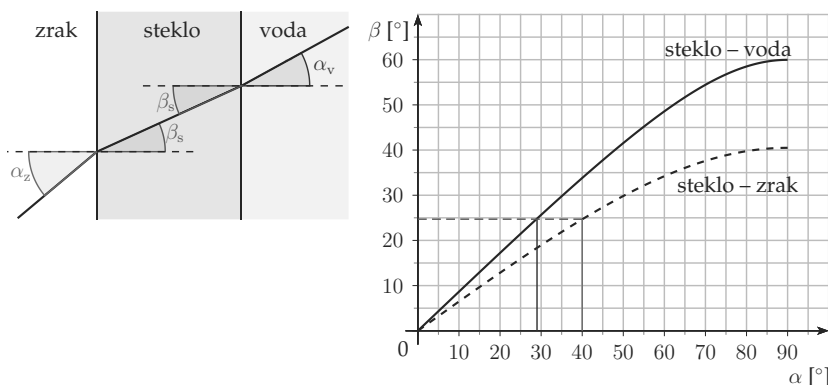
A1 1 čeber = $56,59 \text{ dm}^3 = 2 \text{ mernika} = 2 \cdot 20 \text{ bokalov} = 2 \cdot 20 \cdot 2 \text{ poliča} = 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 2 \text{ maseljca} = 160 \text{ maseljcev}$ in zato $1 \text{ maseljca} = \frac{1}{160} \cdot 56,59 \text{ dm}^3 \approx 0,35 \text{ dm}^3 = 0,35 \text{ l} = 3,5 \text{ dl}$.

A2 Slika (B) je očitno napačna; žarki, ki so po prehodu skozi lečo vzporedni optični osi leče, pred prehodom skozi lečo sekajo optično os leče v njenem gorišču. Slika (C) je očitno napačna; žarki, ki gredo po prehodu skozi zbiralno lečo skozi njeno gorišče, so pred prehodom skozi lečo vzporedni optični osi leče.

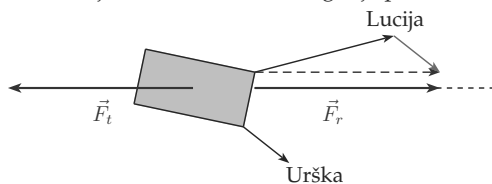
Nobena od rešitev (A) in (D) ni očitno napačna. Pomagamo si s konstrukcijo slike predmeta, ki ga postavimo v točko T. V primeru (A) nastane slika tako daleč od leče, kot je od nje oddaljeno presečišče narisanih žarkov. Narisana (črna) žarka prispevata k nastanku slike točke T. Slika (A) je pravilna. V primeru (D) vidimo, da nastane slika predmeta, ki ga postavimo v točko T, dlje od leče, kot je presečišče narisanih (črnih) žarkov. Slika (D) je napačna.



A3 Besedilo naloge pove, da je vpadni kot žarka na stekleno steno akvarija $\alpha_z = 40^\circ$. Iz grafa razberemo, da je lomni kot žarka pri prehodu iz zraka v steklo $\beta_s = 24,5^\circ \pm 0,5^\circ$. Ta kot je enak vpadnemu kotu žarka na naslednjo mejo steklo – voda. Upoštevamo, da je na grafu za oba prehoda (zrak – steklo in steklo – voda) kot žarka v steklu prikazan na navpični osi, in ugotovimo, da je lomni kot žarka v vodi enak $29^\circ \pm 1^\circ$.



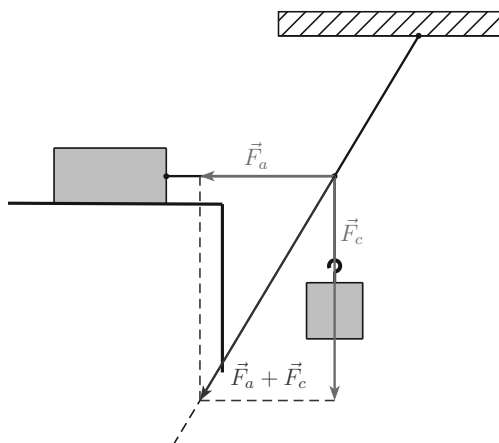
- A4 Rezultanta sil Lucije in Urške $\vec{F}_r$ je vzporedna prekinjeni črti. Omara se lahko giblje premo enakomerno v smeri, označeni s prekinjeno črto, če je vsota sil na omaro nič. Če poleg sil Lucije in Urške deluje na omaro še trenje $\vec{F}_t$, ki je nasprotno smeri gibanja in po velikosti enako rezultanti sil Lucije in Urške, se omara giblje premo enakomerno.



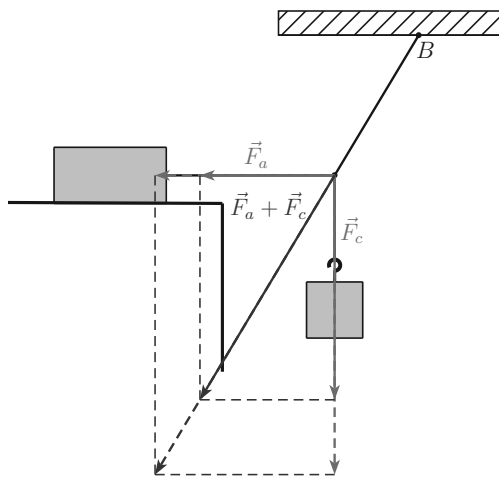
- A5 V trenutku, ko se je Bor odpravil iz šole, je bila njegova opravljena pot enaka 0. Potem je njegova opravljena pot le še naraščala, razen med dvema vmesnima postankoma v trgovini in na igrišču.

- B1 Sila vrvice a na klado je **po velikosti enaka** sili vrvice a na voz. Sila vrvice c na voz je **po velikosti enaka** teži uteži.

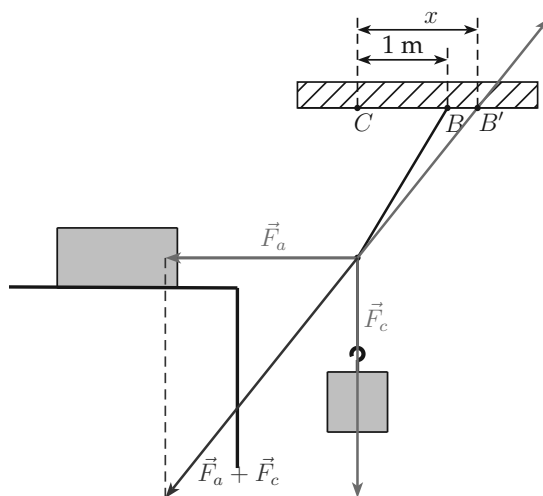
- (a) Na voz delujejo tri sile vrvic, ki imajo smeri vzdolž vrvic. Sila vrvice c je $F_c = 10$ N. Narišemo jo v merilu, kjer pomenijo 4 cm silo 10 N. Rezultanta sil $\vec{F}_a + \vec{F}_c$ uravnovesi silo vrvice $\vec{F}_b$. Sila $\vec{F}_b$ je v smeri vrvice b , rezultanta $\vec{F}_a + \vec{F}_c$ pa v nasprotni smeri. Iz smeri rezultante $\vec{F}_a + \vec{F}_c$ dobimo silo $\vec{F}_a$. Narisana je dolga $2,4 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$, kar v izbranem merilu ustreza sili $6 \text{ N} \pm 0,3 \text{ N}$.



- (b) Ko se zaradi dodanih uteži poveča sila vrvice $\vec{F}_c$, se sorazmerno poveča tudi sila $\vec{F}_a$, njuna rezultanta pa kaže v isto smer kot prej. Sila vrvice $\vec{F}_a$ lahko meri največ 8 N. Povečanje sile $\vec{F}_a$ od 6 N na 8 N (povečanje za tretjino) ustreza povečanju sile $\vec{F}_c$ od 10 N na 13,3 N (povečanje za tretjino). Če uteži dodamo 6 majhnih uteži z maso 50 g, je sila $\vec{F}_c = 13$ N, če jih dodamo 7, pa je $\vec{F}_c = 13,5$ N. Da se klada ne premakne, lahko dodamo največ 6 majhnih uteži.

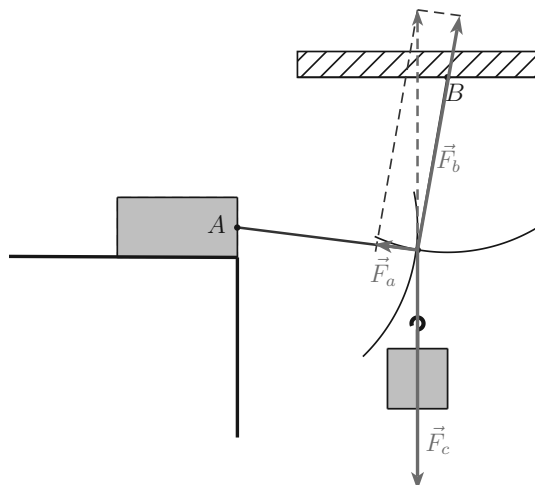


- (c) V skrajnem primeru, ko je obesišče vrvice b najbolj oddaljeno od točke C , je sila $\vec{F}_a = 8 \text{ N}$. Masa uteži je 1 kg in sila $\vec{F}_c = 10 \text{ N}$. Rezultanta $\vec{F}_a + \vec{F}_c$ ima smer, ki je nasprotna smeri sile vrvice $\vec{F}_b$ in smeri vrvice b . Na strop je pritrjena v točki B' . Koliko je točka B' oddaljena od točke C , ugotovimo iz merila: $1,5 \text{ cm}$ na sliki ustreza oddaljenosti 1 m in $2,0 \text{ cm}$ na sliki ustreza oddaljenosti $1,33 \text{ m}$.



- (d) S pomočjo šestila poiščemo novo lego vozla, v katerem so povezane tri vrvice, katerih dolžina se ne spremeni. Nova lega vozla je v presečišču dveh krožnic. Prva ima središče v točki A , kjer je na klado, ki stoji ob robu mize, pritrjena vrstica a in ima polmer enak dolžini vrvice a . Druga ima središče v točki B in ima polmer enak dolžini vrvice b .

Načrtamo smeri vrvic, ki so hkrati tudi smeri sil v vrvicah. Rezultanta $\vec{F}_a + \vec{F}_b$, ki je narisana z rdečo prekinjeno črto, ima smer, ki je nasprotna smeri sile vrvice $\vec{F}_c$. Rezultanto $\vec{F}_a + \vec{F}_b$ razstavimo na komponenti, od katerih je ena v smeri vrvice a , druga pa v smeri vrvice b . Izmerimo dolžini sil. Upoštevamo merilo in ugotovimo, da je $F_a = 1,75 \text{ N} \pm 0,25 \text{ N}$ in $F_b = 9,8 \text{ N} \pm 0,25 \text{ N}$.



- B2** (a) Tlak 1. in 10. škatle na stranski steni omarice povzročita pravokotni sili (komponenti sil) škatel na stranski steni, ki sta po velikosti enaki $F_1 = 24 \text{ N}$. Ti sili pritiskata na ploskvah s ploščino $S_1 = 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}^2$. Tlak na stranski steni omarice je

$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{24 \text{ N}}{0,06 \text{ m}^2} = 400 \text{ Pa}.$$

- (b) Na stene škatel pravokotne komponente sil, s katerimi škatle s stranskimi ploskvami pritiskajo na sosednje škatle, so vse enake. Enake so tudi ploščine ploskev, zato je tlak 3. na 4. škatlo enak tlaku 1. škatle na stransko steno omarice ter tudi tlaku katerekoli škatle v omarici na sosednjo škatlo, 400 Pa .

- (c) Škatle se zgornje stene omarice ne dotikajo, zato je tlak škatel nanjo 0.

Težo vseh škatel v omarici uravnovesijo sile sten omarice na škatle. V smeri, nasprotni teži, delujejo na škatle sile spodnje police in sile stranskih sten omarice na 1. in 10. škatlo. Ti dve sili merita vsaka vsaka 12 N. Na spodnjo polico škatle pritiskajo s silo F_2 , ki je enaka razliki med njihovo težo in silama, s katerima stranski steni omarice delujeta na 1. in 10. škatlo v smeri, nasprotni teži. Sila $F_2 = 10 \cdot 16,5 \text{ N} - 2 \cdot 12 \text{ N} = 141 \text{ N}$, ploskev, na kateri prijemlje, pa ima ploščino $S_2 = 10 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 3,3 \text{ cm} = 0,066 \text{ m}^2$. Tlak škatel na spodnjo polico omarice (ki je pod vsemi škatlami enak, kot pravi naloga) je

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{141 \text{ N}}{0,066 \text{ m}^2} = 2136 \text{ Pa}.$$

- (d) Sila, s katero 10. škatla pritiska na zgornjo steno omarice, je $F_1 = 24 \text{ N}$. Ploščina ploskve je $S_1 = 0,06 \text{ m}^2$. Tlak 10. škatle na zgornjo steno omarice je 400 Pa.

- (e) Sila, s katero 1. škatla pritiska na spodnjo polico omarice, je po velikosti enaka vsoti teže vseh škatel in sile F_1 , $F_3 = 165 \text{ N} + 24 \text{ N} = 189 \text{ N}$. Ploščina stične ploskve med 1. škatlo in spodnjo polico omarice je $S_1 = 0,06 \text{ m}^2$. Tlak 1. škatle na spodnjo polico omarice je

$$p_2 = \frac{F_3}{S_1} = \frac{189 \text{ N}}{0,06 \text{ m}^2} = 3150 \text{ Pa}.$$

- (f) Ko je omarica prazna, sila zidu na vijake uravnovesi težo omarice in meri 80 N. Ko so v omarici vse škatle z revijami, je skupna teža omarice s škatlami $8 \text{ kg} + 16,5 \text{ kg} = 24,5 \text{ kg}$. Sila zidu na vijake je v obeh primerih (škatle pokonci ali ležeče) enaka, uravnovesi skupno težo in meri 245 N.

Rešitve nalog za 9. razred

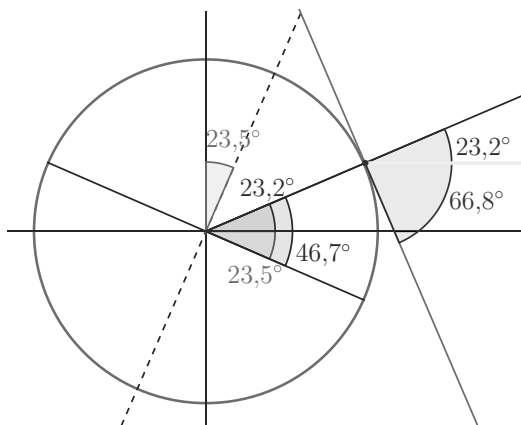
A1	A2	A3	A4	A5
D	B	B	C	C

- A1** Ocenimo, za koliko stopinj bi se ohladila 2 litra vode v toplotno izolirani posodi, če bi vanjo vrgli kocko ledu: prostornina kocke ledu z robom, dolgim 2 cm, je 8 cm^3 . Če zaokrožimo navzgor, ima taka kocka maso 10 g. Toliko ledu se stali, ko prejme talilno toploto $Q_{\text{tal}} = m \cdot q_t = 0,01 \text{ kg} \cdot 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 3,36 \text{ kJ} = 3360 \text{ J}$. Toploto Q_{tal} za taljenje prejme kocka ledu od vode, v katero smo jo vrgli. Ker voda toliko toplote odda (kocki ledu), se sama ohladi za ΔT . Velja $Q_{\text{tal}} = Q_{\text{odd}} = m \cdot c \cdot \Delta T$, kjer je $m = 2 \text{ kg}$ masa vode in je $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ specifična toplota vode. Od tod dobimo

$$\Delta T = \frac{Q_{\text{tal}}}{m \cdot c} = \frac{3360 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}}{2 \text{ kg} \cdot 4200 \text{ J}} = 0,4 \text{ K}.$$

To pomeni, da bi se 2 litra vode ohladila za manj kot za pol stopinje. Vidimo, da različna toplotna prevodnost posod na ta pojav ne vpliva, ker je tudi ustvarjena temperaturna razlika med vodo v posodi in okolico majhna. Če bi talili večjo količino ledu, pa bi bil potek taljenja v različnih posodah lahko različen. Tudi če ne znamo izračunati talilne toplote, vemo iz izkušenj, da se z eno samo kocko ledu 2 kg vode ohladita le malo.

A2 Slika kaže geometrijo Zemlje ob poletnem obratu. Opazovalec je opoldne v Gornji Radgoni, ki je označena s točko. Nagib Zemljine osi je prikazan z rdečo, geografska širina Gornje Radgone s sivo, horizontalna ravnina v kraju opazovanja je zelena črta, smer sončnih žarkov ob poletnem sončnem obratu opoldne je prikazana z rumeno črto, največji višinski kot Sonca tedaj pa z modro.



A3 Na to, ali se razdalja med kamnoma med njunim padanjem povečuje ali zmanjšuje, vplivata v vsakem trenutku padanja njuni hitrosti. Hitrosti obeh kamnov naraščata enakomerno z istim pospeškom, a je prvemu kamnu hitrost začela naraščati prej (ker ga je Marko prej spustil). Zato je v vsakem trenutku padanja hitrost prvega kamna **večja** od hitrosti drugega kamna. Prvi kamen beži pred drugim, razdalja med njima se povečuje.

A4 Ko Peter žogo spusti, se žoga prične dvigovati proti gladini vode. Na gibajočo se žogo delujejo tri sile: teža 5 N navzdol, sila vzgona 30 N (žoga izpodriva 3 dm³ vode s težo 30 N) navzgor in povprečna sila upora 10 N v smeri, ki je nasprotna gibanju, torej navzdol. Rezultanta sil F_r kaže navzgor in meri 15 N. Žoga z maso $m = 0,5$ kg se zato giblje s pospeškom

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{15 \text{ N}}{0,5 \text{ kg}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A5 Zapišimo, kolikšni sta spremembi kinetične energije avtomobilčkov pri obeh poskusih. Maso enega avtomobilčka označimo z m .

- Hitrost prvega avtomobilčka pred trkom je $v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, hitrost obeh skupaj po trku pa $v_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{2} v_0$. Sprememba kinetične energije pri trku je

$$\begin{aligned} \Delta W_{k,1} &= W_{k,\text{kon}} - W_{k,\text{zac}} = \frac{1}{2} (2 \cdot m) \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \\ &= m \cdot \left(\frac{1}{2} v_0 \right)^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -\frac{1}{4} m \cdot v_0^2. \end{aligned}$$

- Hitrost obeh avtomobilčkov pred trkom je $v_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, hitrost obeh skupaj po trku pa 0. Sprememba kinetične energije pri trku je

$$\Delta W_{k,2} = W_{k,\text{kon}} - W_{k,\text{zac}} = 0 - 2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = -m \cdot \left(\frac{1}{2} v_0 \right)^2 = -\frac{1}{4} m \cdot v_0^2.$$

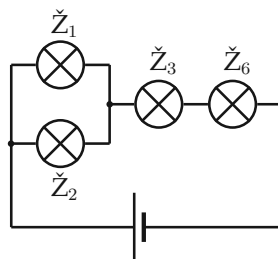
Sprememba kinetične energije je v obeh poskusih enaka.

B1 (a) Pravilno izpolnjena tabela:

S_1	S_2	S_3	$\check{Z}_1$	$\check{Z}_2$	$\check{Z}_3$	$\check{Z}_4$	$\check{Z}_5$	$\check{Z}_6$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

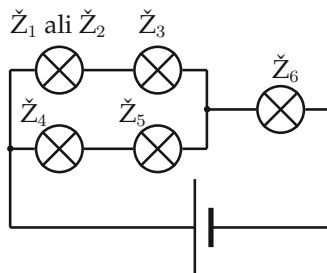
- (b) V stanju stikal (S_1, S_2, S_3) = (1, 1, 0), ko sta stikali S_1 in S_2 sklenjeni ter stikalo S_3 razklenjeno, svetijo žarnice $\check{Z}_1, \check{Z}_2, \check{Z}_3$ in $\check{Z}_6$. Povezane so, kot kaže slika. Žarnici $\check{Z}_3$ in $\check{Z}_6$ sta vezani zaporedno z baterijo, skozi njiju teče isti tok kot skozi baterijo. Žarnici $\check{Z}_1$ in $\check{Z}_2$ sta med seboj vezani vzporedno. Skozi vsako od njiju teče polovica toka, ki teče skozi baterijo.

žarnica	$\check{Z}_1$	$\check{Z}_2$	$\check{Z}_3$	$\check{Z}_6$
I [mA]	60	60	120	120



- (c) Pri dveh različnih stanjih stikal sveti 5 žarnic: pri stanju (0, 1, 1) in stanju (1, 0, 1). Obema stanjema ustreza vezje, ki je na sliki. Primera sta ekvivalentna; oba-krat teče skozi žarnico $\check{Z}_5$ polovica toka, ki teče skozi baterijo. Tok skozi baterijo $I_b = 0,15$ A, napetost na bateriji je $U_b = 9$ V. Baterija opravi električno delo $A_e = U_b \cdot I_b \cdot t = 27$ J v času

$$t = \frac{A_e}{U_b \cdot I_b} = \frac{27 \text{ J}}{9 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A}} = 20 \text{ s}.$$



- (d) Pri stanju stikal, ko sveti 5 žarnic, so 4 žarnice ekvivalentne in svetijo slabše kot zadnja, žarnica $\check{Z}_6$. Skozi žarnico $\check{Z}_6$ teče isti tok kot skozi baterijo. Tok skozi baterijo je dvakrat tolikšen, kot je tok skozi ostale žarnice. Žarnica $\check{Z}_6$ prejema več električne moči ($P_6 = 5 \cdot P_0$) kot ostale 4, ki jo prejemajo vse enako (vsaka P_0). Vse žarnice skupaj prejemajo moč $5 \cdot P_0 + 4 \cdot P_0 = 9 \cdot P_0$. To moč jim daje baterija. Moč baterije je $P_b = U_b \cdot I_b$, kjer sta $I_b = 0,15 \text{ A}$ tok skozi baterijo in $U_b = 9 \text{ V}$ napetost na bateriji. Velja

$$9 \cdot P_0 = P_b = U_b \cdot I_b = 9 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} = 1,35 \text{ W}.$$

Od tod izračunamo moč $P_0 = \frac{1,35 \text{ W}}{9} = 0,15 \text{ W}$.

Žarnica $\check{Z}_6$ prejema moč $P_6 = 5 \cdot P_0 = 5 \cdot 0,15 \text{ W} = 0,75 \text{ W}$. Moč, ki jo prejema porabnik, je produkt napetosti na porabniku in toka skozenj. Za žarnico $\check{Z}_6$ lahko zapišemo

$$P_6 = U_6 \cdot I_6 = U_6 \cdot I_b,$$

od koder izrazimo napetost na žarnici $\check{Z}_6$

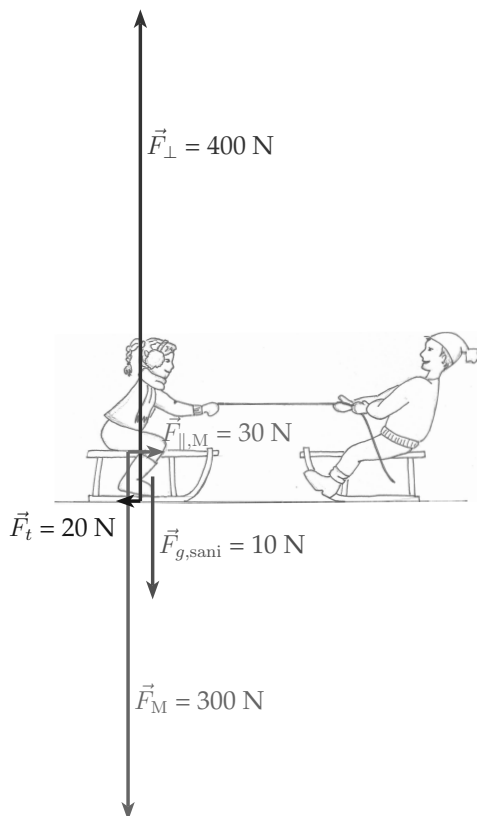
$$U_6 = \frac{P_6}{I_b} = \frac{0,75 \text{ W}}{0,15 \text{ A}} = 5 \text{ V}.$$

- (e) Žarnica $\check{Z}_6$ najsvetleje žari, ko skozi njo teče največji tok. Najmanjši tok teče skozi njo in baterijo pri stanjih stikal $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 1)$. V vseh treh primerih so na baterijo zaporedno vezane 3 žarnice, tok skozi baterijo je najmanjši. V primeru, ko svetijo 4 žarnice, je vezje tako, kot bi eni od treh zaporedno vezanih žarnic vzporedno vezali četrto žarnico. Kadarkoli v vezju nekemu porabniku vežemo **vzporedno** še en porabnik, se skupni tok (skozi baterijo) poveča. Pri nalogi (b) je podatek, da teče v primeru, ko svetijo 4 žarnice, skozi baterijo tok $0,12 \text{ A}$. Pri naslednjih dveh vezavah, ko sveti 5 žarnic, je tok skozi baterijo še večji, $0,15 \text{ A}$ (rezultat pri podvprašanju (c)). Ko so sklenjena vsa stikala, žari 6 žarnic, vezje pa je tako, kot bi eni od žarnic iz vezja s 5 žarečimi žarnicami **vzporedno** vezali šesto žarnico – skupni tok se poveča.
- (f) Skozi baterijo teče isti tok kot skozi žarnico $\check{Z}_6$. Baterija se najhitreje izprazni, ko je tok največji – ko žarnica $\check{Z}_6$ najsvetleje žari. To je tedaj, ko so vsa stikala sklenjena.

B2 (a) Na Matejine sani deluje 5 sil:

- teža sani ($\vec{F}_{g,\text{sani}} = 100 \text{ N}$),
- trenje ($\vec{F}_t = 20 \text{ N}$),
- sila Mateje, pravokotna na smer gibanja (in podlago) ($\vec{F}_M = 300 \text{ N}$),
- sila Mateje, vzporedna s smerjo gibanja ($\vec{F}_{\parallel,M} = 30 \text{ N}$), in
- pravokotna sila podlage ($\vec{F}_\perp = 400 \text{ N}$).

Dolžina sil na Matejine sani, narisanih v merilu, kjer 1 cm pomeni silo 50 N: teža sani 2 cm $\pm$ 1 mm, trenje 4 mm $\pm$ 1 mm, pravokotna sila podlage 8 cm $\pm$ 1 mm, pravokotna sila Mateje 6 cm $\pm$ 1 mm, vodoravna sila Mateje (v smeri gibanja) 6 mm $\pm$ 1 mm. Pravilno narisana sila ima pravo dolžino, smer, prijemališče in je poimenovana.



- (b) Na Matejo in njene sani s skupno maso $m_M + m_s = 40 \text{ kg}$ med drsenjem po podlagi delujeta dve sili, vzporedni s podlago: sila trenja na sani (20 N), ki je nasprotna smeri gibanja, ter sila vrvi na Matejo, ki je v smeri gibanja (30 N). Rezultanta teh dveh sil F_M kaže v smeri gibanja in je po velikosti enaka 10 N. Matejin pospešek izračunamo iz drugega Newtonovega zakona,

$$a_M = \frac{F_M}{m_M + m_s} = \frac{10 \text{ N}}{30 \text{ kg} + 10 \text{ kg}} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- (c) Na Jerneja in njegove sani $m_J + m_s = 50 \text{ kg}$ delujeta vzdolž podlage in v smeri gibanja sila vrvi na Jerneja (30 N) ter v smeri, nasprotni smeri gibanja, sila trenja na sani (25 N). Rezultanta teh dveh sil F_J kaže v smeri gibanja in je po velikosti enaka 5 N. Jernejev pospešek izračunamo iz drugega Newtonovega zakona,

$$a_J = \frac{F_J}{m_J + m_s} = \frac{5 \text{ N}}{40 \text{ kg} + 10 \text{ kg}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- (d) Mateja samo drži vrv v dlaneh, Jernej pa vrv preprija s tako hitrostjo, kot se zmanjšuje razdalja med njima. Razdalja med njima se zmanjšuje s hitrostjo v_v , ki je enaka vsoti velikosti njunih hitrosti, $v_v = v_M + v_J$.

Po času $t_1 = 5$ s je Matejina hitrost $v_M = a_M \cdot t_1 = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, Jernejeva pa $v_J = a_J \cdot t_1 = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Po 5 s Jernej vrv preprija s hitrostjo $v_v = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- (e) Pospešek, s katerim se zmanjšuje razdalja med Matejo in Jernejem (in s katerim Jernej preprija vrv), je vsota velikosti njunih pospeškov, $a_v = a_M + a_J = 0,35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Dolžina vrvi, ki jo je Jernej preprijel od začetka do časa t , je

$$l_v = \frac{1}{2} a_v \cdot t^2.$$

Ko Jernej preprime vseh $l_0 = 15$ m vrvi, ki je na začetku med njim in Matejo, sani trčijo. To se zgodi v trenutku t_2 ,

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot l_0}{a_v}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \text{ m} \cdot \text{s}^2}{0,35 \text{ m}}} = 9,3 \text{ s}.$$

Opišimo še en način, po katerem lahko izračunamo čas trčenja t_2 . V tem času se Mateja premakne za

$$s_M = \frac{1}{2} a_M \cdot t_2^2,$$

Jernej pa za

$$s_J = \frac{1}{2} a_J \cdot t_2^2.$$

Vsota njunih premikov je enaka začetni razdalji med njima,

$$l_0 = s_M + s_J = \frac{1}{2} a_M \cdot t_2^2 + \frac{1}{2} a_J \cdot t_2^2 = \frac{1}{2} (a_M + a_J) \cdot t_2^2.$$

Od tod izrazimo trenutek trčenja t_2 ,

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot l_0}{a_M + a_J}} = 9,3 \text{ s}.$$

Matematični kenguru

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju.
Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

2002–2004

več kot 500 nalog s tekmovanj

+ dodanih še 160 novih nalog

208 strani

format $16,5 \times 23,5$ cm

mehka vezava

10,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanj

+ dodanih še 120 novih nalog

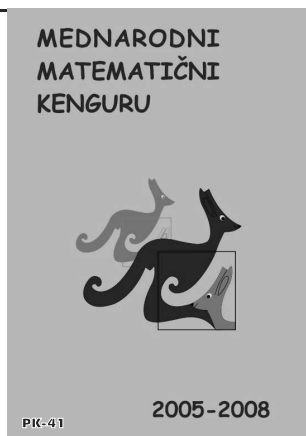
296 strani

barvni tisk

format $16,5 \times 23,5$ cm

mehka vezava

18,74 EUR



Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvu 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.