Tekmovanja

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. Koliko naravnih števil deli število 2012?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

A2. Katero število predstavlja točka na številski premici, ki leži točno na sredini med točkama, s katerima sta predstavljeni števili $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$?

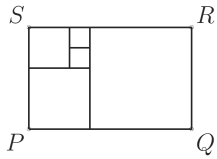
(**A**) 0.2 (**B**) 0.6 (**C**) 0.625 (**D**) 0.65 (**E**) 0.7

A3. Knjiga ima 225 strani. Kolikšno je skupno število števk, s katerimi so zapisana števila, ki označujejo strani od 1 do 225?

(**A**) 357 (**B**) 476 (**C**) 567 (**D**) 635 (**E**) 724

A4. Pravokotnik $PQRS$ sestavlja pet kvadratov. Ploščina najmanjšega kvadrata meri $4\ \mathrm{cm}^2$. Koliko meri obseg pravokotnika $PQRS$?

(**A**) 26 (**B**) 52 (**C**) 64 (**D**) 72 (**E**) 128



A5. Jaka, Vanja, Ula, Simon in Rok živijo v različnih hišah z zaporednimi hišnimi številkami od 1 do 5. Razlika med Rokovo in Jakovo številko je pozitivna in je dvakrat tolikšna kot razlika med Ulino in Simonovo številko. Vanja živi v hiši z liho številko. Katera trditev drži?

(**A**) Vanja živi v hiši s številko 1.
(**B**) Simon živi v hiši s številko 4.
(**C**) Jaka živi v hiši s številko 2.
(**D**) Ula živi v hiši s številko 3.
(**E**) Rok živi v hiši s številko 5.

A6. Simetrali dveh zunanjih kotov trikotnika se sekata pod kotom, ki je enako velik kot tretji notranji kot trikotnika. Koliko meri tretji kot?

(**A**) 60° (**B**) 120° (**C**) 30° (**D**) 150° (**E**) 90°

A7. Na seminarju je 20 udeležencev, od katerih jih 16 govori angleško, 15 nemško in 17 italijansko. Najmanj koliko udeležencev seminarja govori vse tri tuje jezike?

(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9

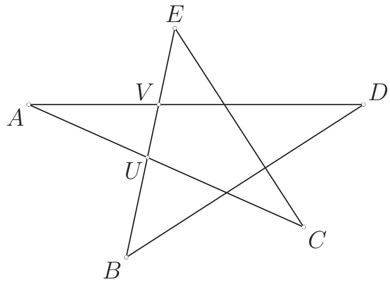
A8. Koliko mest ima najmanjše naravno število, ki ga zapišemo samo s števkami 0, 1 in 2 ter je deljivo s 45?

(**A**) 3 (**B**) 6 (**C**) 9 (**D**) 18 (**E**) 45

B1. Izračunaj vrednost izraza

$$\frac{0.8 : \frac{6}{5} + \left(2\frac{1}{3} - 2.3\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} - 0.6\right)}{2 + \frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}}.$$

B2. Daljice AC, AD, BD, BE in CE se sekajo, kot kaže slika. Daljica BE seka daljici AC in AD v točkah U in V. Kot $\sphericalangle UAV$ meri 24° in $|AU| = |AV|$. Koliko meri vsota kotov $\sphericalangle ACE$ in $\sphericalangle BEC$?



B3. Večja skupina potnikov se je odpravila na izlet. Rezervirali so vlak. Če bi pripeljal vlak s petnajstimi vagoni z enakim številom sedežev, bi 27 sedežev ostalo nezasedenih. Ker pa je imel vlak samo štirinajst takih vagonov, je ostalo za četrtino vagona potnikov brez sedeža. Koliko potnikov je bilo v skupini in koliko sedežev je v enem vagonu?

8. razred

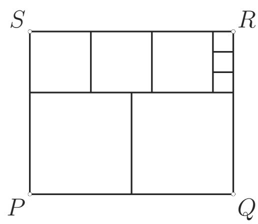
A1. Kolikšen je zmnožek najmanjšega dvomestnega in največjega enomestnega celega števila?

(**A**) -891 (**B**) -99 (**C**) -1 (**D**) 99 (**E**) 891

A2. Nina je za pot okoli jezera naredila 350 enako dolgih korakov. Mihov korak je za 40 % daljši od Nininega. Koliko korakov mora narediti Miha, da prehodi pot okoli istega jezera?

(**A**) 210 (**B**) 220 (**C**) 230 (**D**) 240 (**E**) 250

A3. Pravokotnik $PQRS$ je razdeljen na 8 kvadratov. Obseg najmanjšega kvadrata meri 2 cm. Koliko meri ploščina pravokotnika $PQRS$?



(**A**) 10 cm^2 (**B**) 20 cm^2 (**C**) 24 cm^2
(**D**) 32 cm^2 (**E**) 40 cm^2

A4. Koliko neokrajšanih ulomkov zaporedju $\frac{1}{2012}$, $\frac{2}{2012}$, $\frac{3}{2012}$, ..., $\frac{2011}{2012}$, $\frac{2012}{2012}$ je takih, da jih lahko okrajšamo do ulomka, katerega števec je enak 1?

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 24 (**E**) 503

A5. Koliko celih števil reši neenačbo $\left|\frac{13-8x}{-3}\right| < 11$?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

A6. Kolikšna je razlika števil 2^{2012} in 2^{2011}?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 2011 (**D**) 2^{2010} (**E**) 2^{2011}

A7. Kolikšno vrednost ima ulomek $\frac{2^3 \cdot 16 \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{128} \cdot 2^5 : 2}$?

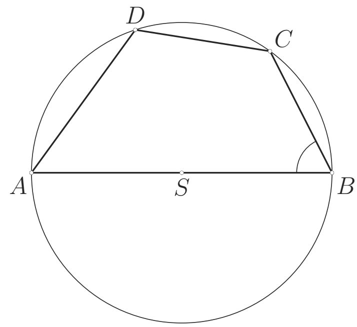
(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

A8. Šest prijateljev se je pri plačilu računa za hrano domenilo, da vsak plača enako. Ker je bil Tine brez denarja, je vsak plačal 3 EUR več, da so lahko poravnali račun. Koliko je znašal račun?

(**A**) 20 EUR (**B**) 24 EUR (**C**) 84 EUR (**D**) 90 EUR (**E**) 108 EUR

B1. Tekač vsak dan na stadionu preteče enako razdaljo. Teče v krogih, ki so dolgi 400 m. Ko nekega dne preteče določeno število krogov, opazi, da je pravkar pretekel $24\ \%$ dnevne razdalje. Ko preteče še en krog, ugotovi, da mora preteči še $68\ \%$ dnevne razdalje. Koliko kilometrov preteče tekač na dan?

B2. Središče S štirikotniku $ABCD$ očrtane krožnice leži na daljici AB, kot ob oglišču A pa meri $54°$. Koliko meri kot ob oglišču B, če je $|BC| = |CD|$?



B3. Na številski premici ležijo točke A, B, C in D. Točka C predstavlja število $-\frac{1}{6}$, točka A pa nasprotno število številu, ki je predstavljeno s točko C. Točka A leži levo od točke D, točka D pa leži levo od točke B. Vemo še: $|AB| = \frac{5}{4} \cdot |CD|$ in $|CB| = 1.5 \cdot |CD|$. Katero število predstavlja točka E, ki leži natanko na sredi med točkama D in B?

9. razred

A1. Kolikšna je povprečna vrednost števil $\frac{1}{3}$ in $\sqrt{0.04}$?

(**A**) 0.25 (**B**) $\frac{2}{7}$ (**C**) $\frac{3}{10}$ (**D**) $\frac{4}{15}$ (**E**) $\frac{8}{15}$

A2. Skladna kvadrata se prekrivata, kot kaže slika. Presek kvadratov predstavlja $\frac{2}{3}$ ploščine enega kvadrata. Ploščina pravokotnika, ki predstavlja unijo kvadratov, je 192 cm^2. Kolikšen je obseg enega kvadrata?

(**A**) 48 cm (**B**) 36 cm (**C**) 24 cm (**D**) 16 cm (**E**) 12 cm

A3. V množici prvih tisoč naravnih števil od vsote vseh sodih števil odštejemo vsoto vseh lihih števil. Kolikšen rezultat dobimo?

(**A**) 499 (**B**) 500 (**C**) 501 (**D**) 999 (**E**) 1000

A4. Naj bo a realno število, za katerega velja: $-1 < a < 0$. Katero izmed naštetih števil ima najmanjšo vrednost?

(**A**) $|a|$ (**B**) a (**C**) a^2 (**D**) $\frac{a}{2}$ (**E**) $\frac{1}{a}$

A5. Oče reče sinu: »Če od svoje starosti odštejem tvojo starost, dobim število, ki je zapisano z istima števkama kot število, ki predstavlja mojo starost.« Katero izmed naštetih števil lahko predstavlja sinovo starost?

(**A**) 15 (**B**) 16 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 19

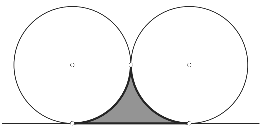
A6. V nekem trikotniku so velikosti notranjih kotov v razmerju $1 : 2 : 3$. V kakšnem razmerju so dolžine stranic tega trikotnika?

(**A**) $1 : 2 : 3$ (**B**) $1 : 4 : 9$ (**C**) $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ (**D**) $1 : \sqrt{3} : 2$ (**E**) $1 : \sqrt{2} : 3$

A7. Dan je pravokotnik $ABCD$ s stranicama $|AB| = 5$ cm in $|AD| = 3$ cm. Točki M in N delita diagonalo BD tega pravokotnika na 3 skladne dele. Koliko je ploščina paralelograma $AMCN$?

(**A**) $\frac{17}{3}$ cm^2 (**B**) 5 cm^2 (**C**) $\frac{5}{2}$ cm^2 (**D**) $\frac{\sqrt{34}}{3}$ cm^2 (**E**) $\sqrt{34}$ cm^2

A8. Kroga s polmerom r sta skladna in se dotikata. Kolikšna je ploščina osenčenega lika na sliki med krogoma in skupno tangento?



(**A**) πr^2 (**B**) $r^2(4 - \pi)$ (**C**) $\frac{r^2(4-\pi)}{2}$

(**D**) $r^2 - \pi$ (**E**) $4(\pi + r^2)$

B1. Dani sta razmerji $a : b = 5 : 3$ in $b : c = 4 : 9$. Izračunaj razmerje $(a + b) : (c - b)$.

B2. Na šoli s 775 učenci se je 16 % učencev udeležilo tekmovanj iz matematike ali fizike. Na tekmovanju iz matematike je tekmovalo dvakrat toliko učencev kot na tekmovanju iz fizike. Na obeh tekmovanjih je sodelovalo 32 učencev. Izračunaj, koliko učencev se je udeležilo tekmovanja iz matematike, ne pa tudi iz fizike?

B3. Stranica AB pravokotnika $ABCD$ je dolga 9 cm. Točka T leži na stranici AB tako, da velja $|AT| : |TB| = 1 : 2$. Daljica TC in diagonala BD se sekata pod pravim kotom.

Izračunaj dolžino stranice AD. Rezultat naj bo natančen.

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1. Zapiši vsa petmestna števila oblike $72xy1$ (x in y sta različni števki), ki so deljiva z 9.

2. V deželi Nije imajo kovance samo za 1, 3, 19 in 31 denarnih enot. Peter želi plačati račun v višini 1239 denarnih enot. Pri plačevanju mora uporabiti kovance vseh štirih vrednosti. Izračunaj največje in najmanjše možno število kovancev, ki bi jih moral za plačilo odšteti Peter.

3. Dan je pravokotni trikotnik ABC s hipotenuzo AB. Točka O naj bo središče temu trikotniku očrtane krožnice. Simetrala kota $\sphericalangle BAC$ seka krožnico v točkah A in D. Kot $\sphericalangle BAC$ je velik $37°$. Izračunaj velikost kota $\sphericalangle BOD$.

4. Cena izdelka je bila 48 EUR. Ko se je cena znižala, se je število prodanih izdelkov povečalo. Število prodanih izdelkov se je povečalo za polovico, izkupiček pa se je povečal za četrtino. Kolikšna je znižana cena izdelka?

5. Načrtaj trikotnika z danimi podatki in potek načrtovanja kratko opiši. Kote načrtaj s šestilom in ravnilom.

a) Enakostranični trikotnik, katerega polmer včrtane krožnice je dolg 2 cm.

b) Pravokotni trikotnik ABC s pravim kotom pri C, katerega stranica BC je dolga 8 cm, polmer včrtane krožnice pa 2 cm.

8. razred

1. Poenostavi izraz:

$$\left(\sqrt{3}^2+\sqrt{392}\cdot\frac{\sqrt{13^2+12^2}\cdot(2^2+2^1-2^0)\cdot\sqrt{1\frac{9}{16}}}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{\frac{1}{\sqrt{256}}}$$

2. Če točko, ki predstavlja število a_1 na številski premici, prezrcalimo preko točke, ki predstavlja nasprotno vrednost števila a_1, dobimo točko, ki predstavlja število a_2. Nato to točko prezrcalimo preko točke, ki predstavlja nasprotno vrednost števila a_2, in dobimo a_3. Postopek ponavljamo in ugotovimo, da je $a_5=-97\frac{1}{5}$. Koliko je a_1?

3. Tekmovalci so se z avtobusom peljali na tekmo. Usedli so se na sedeže, oštevilčene z zaporednimi naravnimi števili z vsoto 54. Koliko tekmovalcev se je peljalo na tekmo, če je le eden sedel na sedežu, označenim s praštevilom, in sta bila tekmovalca vsaj dva? Ali je rešitev ena sama?

4. Kot $\sphericalangle BAC$ trikotnika ABC je velik $70°$. Na stranici AB leži točka D, na stranici AC pa točka E tako, da je $\sphericalangle BDC=\sphericalangle BEC$. Kot $\sphericalangle DCB$ je velik trikrat toliko kot $\sphericalangle EBC$. Daljici BE in DC se sekata v točki M tako, da je kot $\sphericalangle DMB=84°$. Izračunaj velikosti kotov trikotnika ABC.

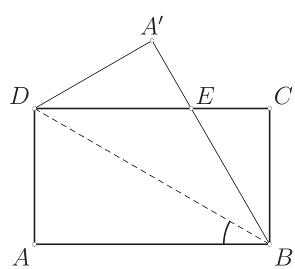
5. Aleš, Bojan, Cene in Drago so skupaj kupili gozd. Aleš je plačal $50\ \%$ kupnine. Znesek, ki ga je plačal Bojan, je bil enak tretjini zneska, ki so ga plačali preostali 3 skupaj. Znesek, ki ga je plačal Cene, je bil enak $25\ \%$ zneska, ki so ga plačali preostali 3 skupaj. Drago je plačal 2000 EUR. Koliko je stal gozd?

9. razred

1. Izračunaj vrednost izraza:

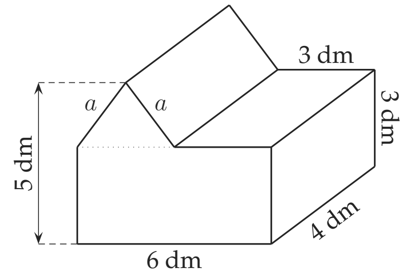
$$\left(\sqrt{4375}\cdot\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\cdot\sqrt{(169-144)\cdot 3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\sqrt{21}+2^1+2^0\right):\sqrt[4]{\frac{1}{256}}$$

2. Če prepognemo pravokotnik $ABCD$ vzdolž diagonale DB, nastane trikotnik BCE (glej sliko), katerega ploščina je enaka $\frac{1}{6}$ ploščine pravokotnika $ABCD$. Stranica AB je dolga 8 cm. Izračunaj velikost kota $\sphericalangle DBA$ in dolžino diagonale pravokotnika $ABCD$. Rezultat naj bo natančen.



3. Na številski premici ležita točki $A(-2)$ in $B(15)$. Kakšno koordinato bi lahko imela točka M, da bi veljalo: $|AM|:|MB|=3:14$? Zapiši vse možnosti.

4. Iz lesene kocke s stranico 6 dm izrežemo zagozdo oblike kot na sliki. Kolikšen je delež odpadka? Koliko barve porabimo, da zagozdo pobarvamo enkrat z zaščitnim premazom, če z 0.1 litra barve pobarvamo $1\ \mathrm{m}^2$ površine?



5. Vrtnarja Jaka in Bine sta v sadovnjaku vsak v svoji vrsti sadila enake sadike dreves. Vsak od njiju je za zasaditev enega drevesa porabil 10 minut. Jaka je z delom začel prej. Ob 12.00 je Jaka imel posajenih 36 dreves, kar je trikrat toliko, kot jih je imel posajenih Bine v trenutku, ko je imel Jaka posajenih toliko dreves kot Bine ob 12.00. Koliko dreves je imel Bine posajenih ob 12.00 in ob kateri uri je Bine začel s sajenjem?

31. tekmovanje iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

A1 Katera od naštetih gostot **ni** enaka $1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$?

(**A**) $1\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}$. (**B**) $0{,}1\ \frac{\mathrm{dag}}{\mathrm{cm}^3}$. (**C**) $\frac{1}{1000}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mm}^3}$. (**D**) $10\ \frac{\mathrm{dag}}{\mathrm{dm}^3}$.

A2 V Avstro-Ogrski so merili dolžine v dunajskih čevljih, 1 čevelj = 0,316 m. France Prešeren je bil visok 5 čevljev in 5 palcev. En čevelj meri 12 palcev. Kako visok je bil France?

(**A**) 1,71 m. (**B**) 1,74 m. (**C**) 1,76 m. (**D**) 1,80 m.

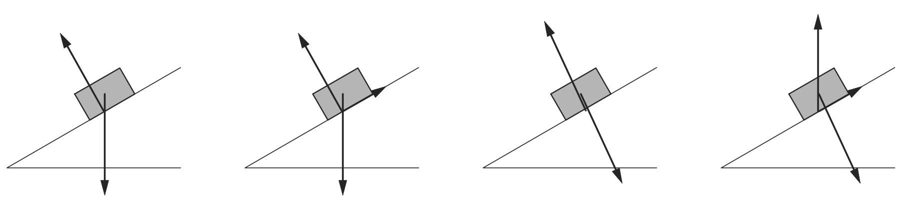
A3 Katero fizikalno količino merimo v enotah $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$?

(**A**) Silo. (**B**) Specifično težo.

(**C**) Tlak. (**D**) Prožnostni koeficient vzmeti.

A4 Telo miruje na klancu. Katera slika pravilno prikazuje vse sile, ki delujejo na telo?

(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)



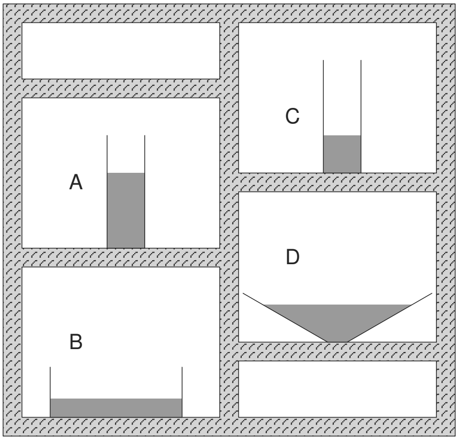
A5 V posode različnih oblik nalijemo vodo. V posodo A nalijemo 1 liter vode, v posodo B nalijemo prav tako 1 liter vode, v posodo C nalijemo 0,5 litra vode, v posodo D pa 1,2 litra vode. Posode namestimo na različne police omare, kot kaže slika. Katera izjava pravilno opiše tlak v posodah ob dnu posod?

(**A**) Tlak ob dnu posode A je največji, tlak ob dnu posode B je najmanjši.

(**B**) Tlak ob dnu posode B je največji, tlak ob dnu posode C je najmanjši.

(**C**) Tlak ob dnu posode D je največji, tlak ob dnu posode B je najmanjši.

(**D**) Tlak ob dnu posode D je največji, tlak ob dnu posode C je najmanjši.



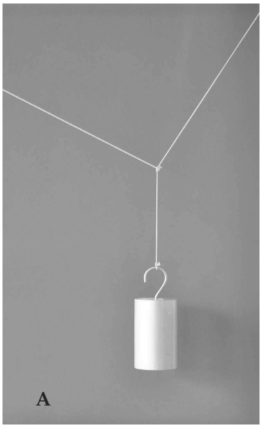
B1 V velikem loncu so 4 litri slane vode z gostoto 1,16 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

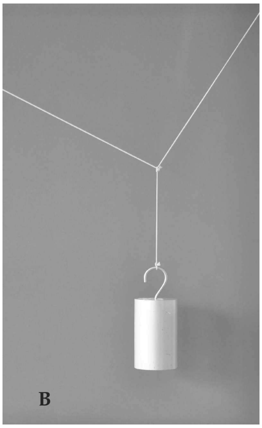
(a) Kolikšna je masa slane vode v loncu?

(b) V lonec dolijemo še 2 litra destilirane vode. Prostornina nastale mešanice vode je 5,93 litrov. Kolikšna je gostota mešanice?

B2 Utež z maso 4 kg miruje obešena na vrvice, kot kaže slika.

(a) Na sliko **A** nariši vse sile **na utež** v merilu, kjer 1 cm pomeni 10 N. Vse sile poimenuj.





(b) Tri vrvice povezuje vozel. Kolikšne sile delujejo na vozel? Sile poimenuj in označi na sliki **B**.

(c) Obesišči zgornjih dveh vrvic premaknemo tako, da so vse tri vrvice napete z enako velikimi silami. Kolikšni so koti med vrvicami v tem primeru in kolikšne so sile?

B3 Mizica z maso 2,8 kg ima štiri noge. Vse štiri noge mizice podložimo z lahkimi ploščicami. Presek ploščice pod prvo nogo mizice je 6 cm^2, ploščice pod ostalimi tremi nogami pa imajo vsaka presek 4 cm^2. Točno na sredino mizice postavimo velik prazen lonec z maso 2 kg in prostornino 7 litrov.

(a) Kolikšne so sile podlage na prvo (F_1) in vsako od ostalih treh ($F_{2,3,4}$) podloženih ploščic?

(b) Kolikšen je tlak pod prvo (p_1) in kolikšen pod vsako od ostalih treh ($p_{2,3,4}$) podloženih ploščic? Prispevka normalnega zračnega tlaka ne upoštevaj.

(c) V lonec začnemo natakati vodo. Izračunaj sile in tlake pod prvo ter vsako od ostalih treh podloženih ploščic, dopolni tabelo. Prispevka normalnega zračnega tlaka ne upoštevaj.

V [l]	F_1 [N]	$F_{2,3,4}$ [N]	p_1 [Pa]	$p_{2,3,4}$ [Pa]
0				
1,2				
2,4				
3,6				
4,8				
6,0				

(d) Nariši graf, ki kaže, kako je tlak pod prvo podloženo ploščico odvisen od prostornine vode v loncu. Prispevka normalnega zračnega tlaka ne upoštevaj.

9. razred

A1 Kateri od naštetih pojmov **ni** enota za merjenje razdalje?

(**A**) Svetlobno leto. (**B**) Milja.
(**C**) Nanometer. (**D**) Svetlobna hitrost.

A2 Najnižja jutranja temperatura na sončen zimski dan znaša –8 °C, najvišja dnevna temperatura pa je ta dan višja za 17 K. Kolikšna je najvišja dnevna temperatura?

(**A**) 264 K. (**B**) 282 K. (**C**) 290 K. (**D**) 298 K.

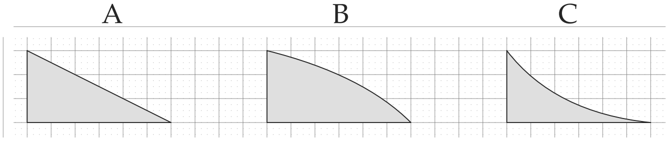
A3 Fotografija kaže

(**A**) Sončev mrk.
(**B**) Lunin mrk.
(**C**) prvi krajec.
(**D**) zadnji krajec.

A4 Polž preleze 12 cm v 1 min. Katera hitrost je enaka hitrosti polža?

(**A**) 0,072 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (**B**) 1,2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$. (**C**) 7,2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$. (**D**) 0,2 $\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}$.

A5 Z vrhov treh različnih klancev spustimo avtomobilček, ki se po klancih giblje brez upora in trenja. Pri spustu po vseh treh klancih se nadmorska višina avtomobilčka in vodoravna razdalja spremenita enako. Kaj lahko rečeš o hitrostih, s katerimi se avtomobilček pripelje do dna klancev?



(**A**) Hitrost avtomobilčka na dnu klanca A je največja.
(**B**) Hitrost avtomobilčka na dnu klanca B je največja.
(**C**) Hitrost avtomobilčka na dnu klanca C je največja.
(**D**) Vse hitrosti so enake.

B1 Hidroplan je letalo, ki vzleta in pristaja na vodni gladini. Na spodnji strani trupa ima pritrjena dva plovca. Vsak plovec ima maso 250 kg, masa hidroplana brez mase plovcev pa je 2000 kg. Hidroplan pristaja na gladini jezera. Tik preden se s plovci dotakne gladine, ima hitrost 117 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Zaviralna pot hidroplana na vodni gladini je 220 m. Predpostavi, da se hidroplan ustavlja enakomerno pospešeno.

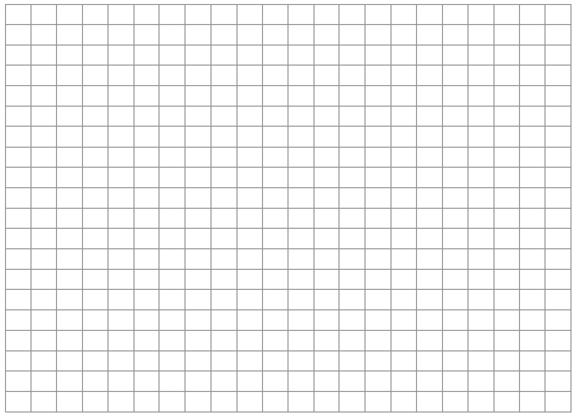
(a) S kolikšnim povprečnim pojemkom se hidroplan ustavlja?
(b) Kolikšna povprečna zaviralna sila deluje na hidroplan med ustavljanjem?
(c) Kolikšno prostornino vode izpodriva hidroplan, ki po pristanku obmiruje na gladini jezera?

B2 Motorist Aleš je vozil iz Ljubljane proti Kozini enakomerno s hitrostjo 51 čevljev na sekundo, 1 čevelj = 30,5 cm. Razdalja med Kozino in Ljubljano je 84 km.

(a) Kolikšna je Aleševa hitrost v enotah $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$?

(b) Koliko časa je Aleš potoval iz Ljubljane do Kozine?

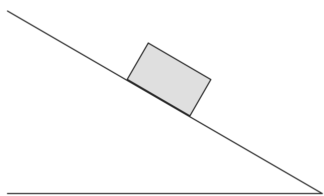
(c) Nariši graf prevožene poti v odvisnosti od časa $s_{\mathrm{A}}(t)$ za gibanje motorista Aleša v obdobju celotnega potovanja.



(d) Janez je iz Ljubljane odpeljal 20 minut za Alešem. Celo pot je vozil enakomerno s hitrostjo 84 km/h. Nariši v isti koordinatni sistem, kamor si narisal graf $s_{\mathrm{A}}(t)$, še graf Janezove prevožene poti v odvisnosti od časa $s_{\mathrm{J}}(t)$. Kdaj je Janez prehitel Aleša? Koliko sta bila v tem trenutku oddaljena od Ljubljane? Reši grafično.

(e) Na Kozini sta šla Aleš in Janez skupaj na kavo in tortice. Janez, ki je prispel na Kozino prvi, je počakal Aleša. Koliko časa ga je čakal? Preberi iz grafa.

B3 Zaboj z maso 40 kg vlečemo vzporedno s podlago počasi in enakomerno navzgor po 20 m dolgem klancu z naklonom 30°. Sila trenja meri 120 N.



(a) Nariši sile, ki delujejo na zaboj med počasnim gibanjem po klancu navzgor. Sile nariši v merilu, kjer 1 cm pomeni 100 N. Zapiši velikosti sil.

(b) Kolikšna je višina klanca?

(c) Koliko dela opravi sila, s katero vlečemo zaboj od začetka do vrha klanca?

(d) Za koliko se pri tem spremeni potencialna energija zaboja?

(e) Za koliko se med enakomernim gibanjem po klancu navzgor spremeni kinetična energija zaboja?

Rešitve nalog 48. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
E	C	C	B	E	A	D	B

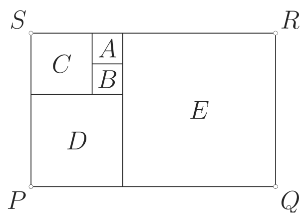
Utemeljitve:

A1. Število 2012 delijo števila: 1, 2, 4, 503, 1006 in 2012.

A2. Točka na sredini predstavlja aritmetično sredino obeh števil: $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2} = \frac{5}{8} = 0.625$.

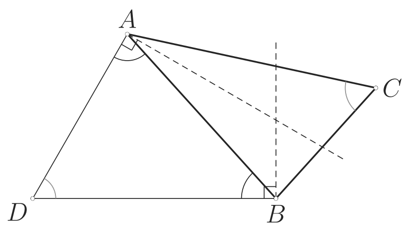
A3. Devet strani (od 1 do 9) je označenih z eno števko, devetdeset (od 10 do 99) z dvema, sto šestindvajset (od 100 do 225) pa s tremi. $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 126 \cdot 3 = 567$.

A4. Najmanjša kvadrata (A in B) imata stranico dolgo 2 cm, kvadrat C ima stranico dolgo 4 cm, kvadrat D 6 cm in največji kvadrat (E): 10 cm. Dolžina pravokotnika $PQRS$ meri 16 cm, višina pa 10 cm. Njegov obseg meri $2 \cdot (10 + 16) = 52$ cm.



A5. Razlika med Rokovo in Jakovo številko je lahko samo 2 ali 4. Če bi bila razlika 2, bi imela lahko številki 5 in 3, 4 in 2 ali 3 in 1. Ker bi imela Ula in Simon zaporedni številki (z razliko 1), bi morala Vanja imeti 2 ali 4, kar pa ni mogoče, ker živi v hiši z liho številko. Zato živi Rok v hiši s številko 5, Jaka pa 1. Ula ima hišno številko 4, Simon 2, za Vanjo pa ostane 3.

A6. Presečišče simetral označimo z D. Notranji koti v trikotniku ABD merijo $\frac{180°-\alpha}{2}$, $\frac{180°-\beta}{2}$ in γ. Potem je $2\gamma = \alpha + \beta = 180° - \gamma$. Sledi $3\gamma = 180°$ in $\gamma = 60°$.



A7. Med 20 udeleženci jih 16 govori angleško in 17 italijansko, kar pomeni, da jih vsaj 13 govori oba jezika. Ker pa jih še 15 govori nemško, mora vse tri jezike govoriti vsaj 8 ljudi ($13 + 15 - 20 = 8$).

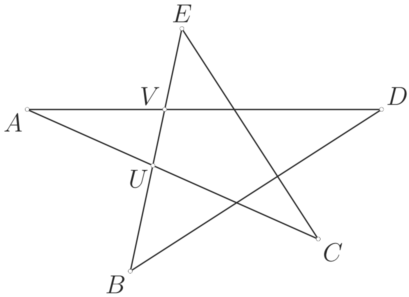
A8. Število mora biti deljivo s 5 in z 9. Zadnja števka mora biti 0, ostale števke pa morajo dati vsoto 9. Najmanj števk bo potrebno, če vzamemo štiri dvojke in eno enico. Najmanjše tako število je torej 122220 in ima 6 števk.

B1. Računajmo:

$$\frac{0.8 : \frac{6}{5} + \left(2\frac{1}{3} - 2.3\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} - 0.6\right)}{2 + \frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3} + \left(\frac{7}{3} - \frac{23}{10}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)}{\frac{30}{15} + \frac{9}{15} - \frac{20}{15}} =$$

$$= \frac{\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6} + \frac{70-69}{30}\cdot 1 - \frac{10-9}{15}}{\frac{19}{15}} = \frac{\frac{20+1-2}{30}}{\frac{19}{15}} = \frac{\frac{19}{30}}{\frac{19}{15}} = \frac{1}{2}$$

B2. Trikotnik AUV je enakokrak in kota $\sphericalangle VUA$ in $\sphericalangle AVU$ merita $\frac{180^\circ-24^\circ}{2} = 78^\circ$. Kot $\sphericalangle CUE$ meri $180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$. Iskana kota $\sphericalangle ACE$ in $\sphericalangle BEC$ s tem kotom tvorita trikotnik in njuna vsota meri 78°.



B3. Če ima vlak 15 vagonov, ostane 27 sedežev nezasedenih. Če pa bi bilo vagonov 14, bi četrtina vagona potnikov ostalo brez sedeža. Torej je bilo v petnajstem vagonu zasedenih četrtina sedežev, 27 sedežev pa predstavlja $\frac{3}{4}$ vagona. V enem vagonu je tako 36 sedežev, vseh potnikov pa je bilo $15 \cdot 36 - 27 = 513$.

8. razred

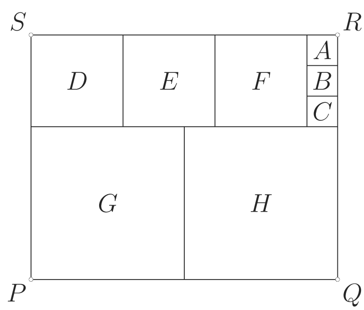
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A	E	B	B	C	E	C	D

Utemeljitve:

A1. Najmanjše domestno celo število je -99, največje enomestno celo število pa 9. Njun produkt je$-99 \cdot 9 = -891$.

A2. Nina prehodi pot dolžine $350\ k$, kjer je k število njenih korakov. Miha ima korak dolg $1.4\ k$, zato za celo pot porabi $350\ k : 1.4\ k = 250$ korakov.

A3. Najmanjši kvadrati (A, B, C) imajo stranico dolgo 0.5 cm. Stranica kvadratov D, E in F meri 1.5 cm, stranici kvadratov G in H pa 2.5 cm. Dimenziji pravokotnika sta 5 cm in 4 cm, ploščina pa meri 20 cm^2.



A4. Neokrajšani so ulomki, ki imajo v števcu kakšnega od deliteljev števila 2012, razen 1. Ustrezni števci so: 2, 4, 503, 1006 in 2012, torej je 5 takih ulomkov.

A5. Ker je $-11 < \frac{13-8x}{-3} < 11$, sledi $33 > 13 - 8x > -33$ in od tod $20 > -8x > -46$. Torej mora biti $-2.5 < x < 5.75$. Med -2.5 in 5.75 leži 8 celih števil.

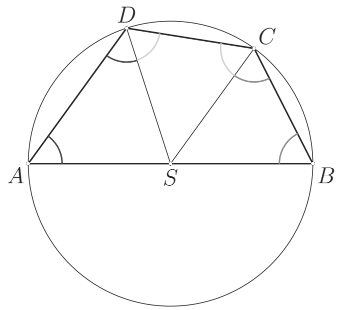
A6. Računajmo: $2^{2012} - 2^{2011} = 2^{2011}(2-1) = 2^{2011}$.

A7. Računajmo: $\frac{2^3 \cdot 16 \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{128} \cdot 2^5 : 2} = \frac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 3\sqrt{2}}{2^3\sqrt{2} \cdot 2^4} = \frac{2^7 \cdot 3\sqrt{2}}{2^7\sqrt{2}} = 3$.

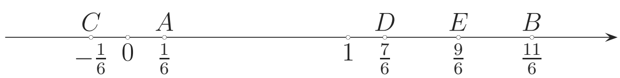
A8. Vsak od petih prijateljev prispeva 3 EUR za kritje Tinetovega dela računa, kar pomeni, da je bil strošek za eno osebo 15 EUR. Skupaj je znašal račun $6 \cdot 15 = 90$ EUR.

B1. Tekač po določenem številu krogov ugotovi, da je pretekel $24\ \%$ dnevne razdalje, en krog kasneje pa je pretekel $100\ \% - 68\ \% = 32\ \%$ dnevne razdalje. En pretečen krog torej pomeni $8\ \%$ dnevne razdalje, ki jo preteče tekač. 400 m predstavlja $8\ \%$, 50 m torej $1\ \%$, celotna dnevna razdalja tekača pa znaša 5000 m ali 5 km.

B2. V štirikotniku narišemo polmere do vseh oglišč. Tako nastanejo trije enakokraki trikotniki. V trikotniku ASD merita dva kota $54°$, kot z vrhom v središču S pa $72°$. Njegov sokot $\sphericalangle BSD$ potem meri $108°$. Trikotnika BCS in CDS sta skladna (ujemata se v vseh treh stranicah), torej sta skladna tudi kota $\sphericalangle BSC$ ter $\sphericalangle CSD$ in merita $54°$.Trikotnik BCS je enakokrak, zato sta kota $\sphericalangle CBS$ in $\sphericalangle SCB$ skladna in skupaj s kotom $\sphericalangle BSC = 54°$ merita $180°$. Od tod vidimo, da kot ob oglišču B meri $63°$.



B3. Točka C predstavlja $-\frac{1}{6}$, torej predstavlja A število $\frac{1}{6}$. Sledi $|CB| - |AB| = |CA| = \frac{1}{3}$ in $\frac{3}{2}|CD| - \frac{5}{4}|CD| = \frac{1}{4}|CD| = \frac{1}{3}$, $|CD| = \frac{4}{3}$. Točka D predstavlja število $-\frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{7}{6}$. $|CB| = 1.5 \cdot |CD| = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$. Točka B predstavlja število $-\frac{1}{6} + 2 = \frac{11}{6}$. Točka E pa predstavlja aritmetično sredino $\frac{7}{6}$ in $\frac{11}{6}$, $\frac{\frac{7}{6}+\frac{11}{6}}{2} = \frac{3}{2}$.



9. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	A	B	E	D	D	B	C

Utemeljitve:

A1. Računajmo $\frac{\frac{1}{3}+\sqrt{0.04}}{2} = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{2} = \frac{\frac{8}{15}}{2} = \frac{4}{15}$.

A2. Pravokotnik predstavlja $\frac{4}{3}$ ploščine enega kvadrata, ta potem znaša $\frac{192}{\frac{4}{3}} = 144\ \text{cm}^2$. Stranica kvadrata meri 12 cm in obseg 48 cm.

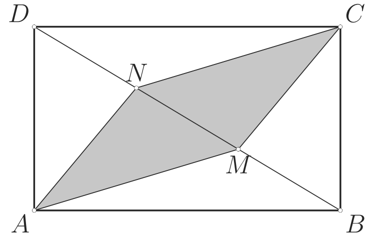
A3. V množici prvih 1000 naravnih števil je 500 sodih, vsako pa je za ena večje od predhodnega lihega števila. Razlika je torej 500.

A4. Števila si po velikosti sledijo: $|a| > a^2 > \frac{a}{2} > a > \frac{1}{a}$.

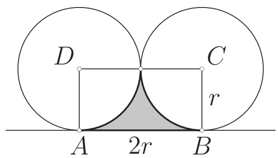
A5. Če označimo očetovo starost $10a + b$, je razlika njegove in sinove starosti $10b + a$, torej mora biti sinova starost $9a$–$9b$ in je zato deljiva z 9. Med ponujenimi rešitvami je tako samo število 18.

A6. Koti v trikotniku merijo $30°$, $60°$ in $90°$. Ta trikotnik je polovica enakostraničnega s stranicami: $\frac{a}{2}$, a in $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Razmerje stranic je $1 : 2 : \sqrt{3}$.

A7. Ker je $|MN| = \frac{1}{3}|BD|$, je ploščina trikotnika NMC enaka tretjini ploščine trikotnika DBC. Torej je tudi ploščina paralelograma $AMNC$ enaka tretjini ploščine pravokotnika ABC oz. 5 cm^2.



A8. Ploščino osenčenega lika dobimo, če od ploščine pravokotnika $ABCD$ (z dimenzijama $2r$ in r) na sliki odštejemo polovico ploščine kroga s polmerom r, torej $\frac{r^2(4-\pi)}{2}$.



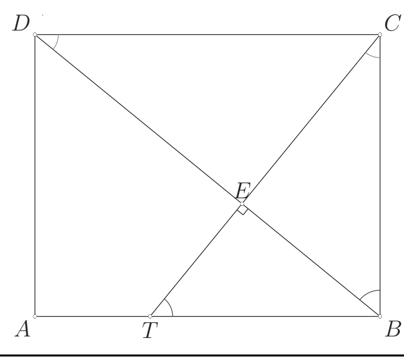
B1. Iz $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ sledi $a = \frac{5b}{3}$. Podobno lahko z b zapišemo tudi c, torej $c = \frac{9b}{4}$. Računajmo $a+b = b+\frac{5b}{3} = \frac{8b}{3}$ in $c-b = \frac{9b}{4}-b = \frac{5b}{4}$. Razmerje števil $(a+b) : (c-b) = \frac{8b}{3} : \frac{5b}{4} = 32 : 15$.

2. način Ker je $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ in $\frac{b}{c} = \frac{4}{9}$, sledi

$$\frac{a+b}{c-b} = \frac{\frac{a+b}{b}}{\frac{c-b}{b}} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{c}{b}-1} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{15}.$$

B2. Na šoli je na obeh tekmovanjih tekmovalo $16\% \cdot 775 = 124$ učencev. Na tekmovanju iz fizike se je pomerilo x, na matematičnem pa potem $2x$ učencev. Ker jih je na obeh tekmovanjih sodelovalo 32, je $124 = x + 2x - 32$. Rešitev te enačbe je $x = 52$, na matematičnem tekmovanju so torej sodelovali 104 učenci. Če odštejemo 32 tistih, ki so tekmovali še na fiziki, dobimo število 72.

B3. Narišimo skico. Trikotnika TBC in BCD sta podobna, ker imata skladne kote. Razmerje katet v podobnih trikotnikih je $|TB| : |BC| = |BC| : |CD|$, od koder sledi in $|BC|^2 = |TB| \cdot |CD|$. Ker je $|AB| = |CD| = 9$ cm in $|TB| = 6$ cm, je $|BC|^2 = 54$ in $|AD| = |BC| = 3\sqrt{6}$ cm.



Rešitve nalog 48. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

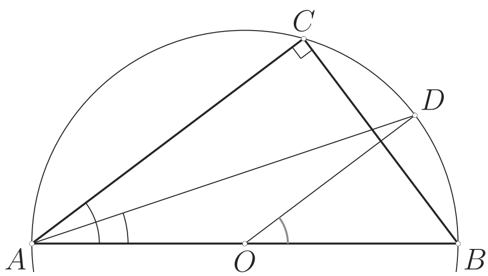
7. razred

1. Če je število deljivo z 9, je vsota njegovih števk deljiva z 9. Vsota števk števila $72xy1$ je $10 + x + y$, kar pomeni, da mora biti $x + y = 8$ ali $x + y = 17$. Ker sta x in y različni števki, dobimo v prvem primeru števila: 72081, 72171, 72261, 72351, 72531, 72621, 72711 in 72801, v drugem pa števili: 72891 in 72981.

2. Največ kovancev bo Peter potreboval, če bo plačal s po enim z vrednostjo 31, 19 in 3 enot, preostanek pa s kovanci z vrednostjo ene denarne enote. Teh bo potem: $1239 - 31 - 19 - 3 = 1186$. V tem primeru bo Peter potreboval 1189 kovancev.

Najmanj kovancev potrebuje v primeru, če bo vzel največ tistih z največjo nominalno vrednostjo. Ker mora porabiti po vsaj en kovanec vsake vrednosti, bo za plačilo $31 + 19 + 3 + 1 = 54$ enot porabil 4 kovance. Torej mora preostalih $1239 - 54 = 1185$ enot plačati s čim manj kovanci. Ker je $1185 = 38 \cdot 31 + 7$, potrebuje več kot 38 kovancev. Pokažimo, da 39 kovancev zadošča. Če uporabi 38 kovancev po 31 enot, preostalih 7 enot ne more plačati z enim kovancem. Če pa uporabi 37 kovancev po 31 enot, lahko preostalih $1185 - 37 \cdot 31 = 38$ enot plača z dvema kovancema po 19 enot. Torej mora uporabiti vsaj $4 + 39 = 43$ kovancev,

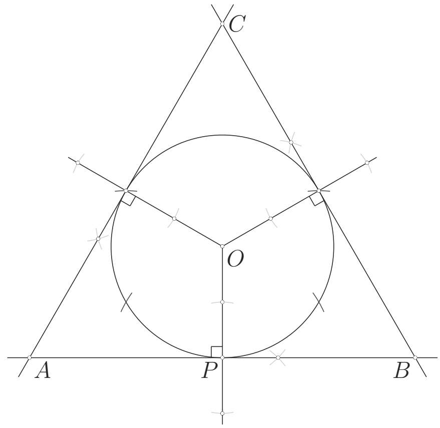
3. Ker O leži na razpolovišču hipotenuze, je trikotnik AOD enakokrak z dvema polmeroma za kraka. Kot ob osnovnici trikotnika OAD meri polovico kota BAC, torej $18.5°$. Kot ob vrhu O pa potem $180° - 2 \cdot 18.5° = 143°$. Iskani kot je njegov sokot in meri $37°$.



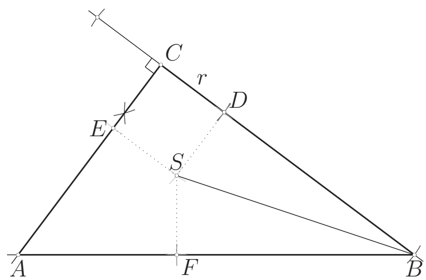
4. Recimo, da so pred znižanjem prodali x izdelkov. Izkupiček je bil tako $48x$. Po znižanju se je število prodanih izdelkov povečalo za pol in so prodali $\frac{3x}{2}$ izdelkov. Izkupiček pa se je povečal za $\frac{1}{4}$ in je znašal $48x + \frac{1}{4} \cdot 48x = \frac{5}{4} \cdot 48x = 60x$. Novo ceno dobimo, če nov izkupiček delimo s številom prodanih izdelkov $\frac{60x}{\frac{3x}{2}} = 40$ EUR.

Opomba: Ker je se število prodanih izdelkov povečalo, je $\frac{3x}{2} > x$, kar pomeni, da je $x > 0$. Torej je v gornji enačbi res dovoljeno deliti z $\frac{3x}{2}$.

5. a) V enakostraničnem trikotniku dotikališča stranic razdelijo včrtano krožnico na tri enake dele. Načrtamo krožnco s polmerom 2 cm in jo s tremi točkami razdelimo na enake dele. V vsaki od dobljenih točk konstruiramo tangento na krožnico. Presečišča tangent so oglišča trikotnika.



b) Če v pravokotnem trikotniku narišemo polmere od središča do vseh dotikališč, dobimo kvadrat s stranico r in še dva štirikotnika, ki ju sestavljata skladna trikotnika. Najprej torej načrtamo pravi kot pri oglišču C in kvadrat, ki nam da središče včrtanega kroga. Odmerimo stranico BC in dobimo oglišče B. Točko D, ki predstavlja oglišče kvadrata, sedaj prezrcalimo čez daljico BS in dobimo točko F – dotikališče krožnice in hipotenuze. Daljico BF še podaljšamo, da seka drugi krak pravega kota in dobimo oglišče A.



8. razred

1. Računajmo:

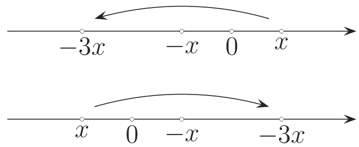
$$\left(\sqrt{3}^2 + \sqrt{392}\cdot \frac{\sqrt{13^2+12^2}\cdot(2^2+2^1-2^0)\cdot\sqrt{1\frac{9}{16}}}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{\frac{1}{\sqrt{256}}} =$$

$$= \left(3+\sqrt{196\cdot 2}\cdot\frac{\sqrt{169+144}\cdot(4+2-1)\cdot\sqrt{\frac{25}{16}}}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{8}\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{\frac{1}{16}} =$$

$$= \left(3+14\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{313}\cdot 5\cdot\frac{5}{4}}{-\left(\frac{1}{8}-1\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\frac{1}{4} = \left(3+14\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{313}\cdot 5\cdot\frac{5}{4}}{\frac{7}{8}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot 4 =$$

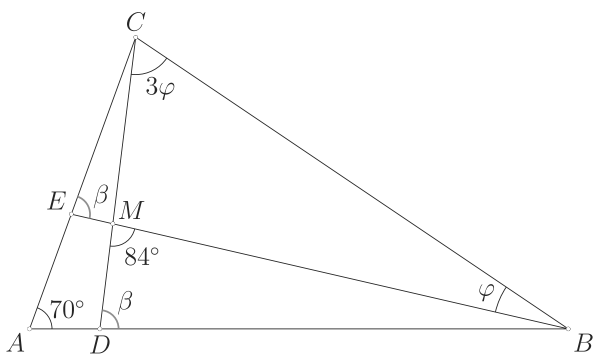
$$= \left(3+\frac{14\sqrt{2}\cdot\sqrt{313}\cdot 5\cdot 5\cdot 8}{7\cdot 4\cdot\sqrt{2}}\right)\cdot 4 = (3+100\sqrt{313})\cdot 4 = 12+400\sqrt{313}.$$

2. Če število prezrcalimo preko njegove nasprotne vrednosti, se pomnoži z -3. Ko postopek izvršimo štirikrat, iz a_1 dobimo a_5. Tako velja $a_5 = a_1 \cdot (-3)^4$. Torej je $-97\frac{1}{5} = 81a_1$ in $a_1 = -\frac{6}{5}$.



3. Na tekmo se lahko pelje največ 6 tekmovalcev, saj je največja razlika med dvema zaporednima prašteviloma med 2 in 54 enaka 6. Tekmovalca ne moreta biti dva, ker bi bila vsota števil njunih sedežev liha. V primeru treh tekmovalcev je vsota treh zaporednih števil $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 54$ in je potem $n = 17$. Trije sedeži bi bili označeni s števili 17, 18, 19, kar ni ustrezna rešitev, saj sta 17 in 19 praštevili. V primeru, da bi se peljali na tekmo štirje tekmovalci, bi bila vsota zaporednih naravnih števil na sedežih $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6$. Tako bi bilo $4n = 48$ in $n = 12$. Tekmovalci bi sedeli na sedežih 12, 13, 14, 15, kar ustreza pogoju, saj je samo 13 praštevilo. V primeru petih tekmovalcev je vsota števil na sedežih enaka $5n + 10$ in je deljiva s 5, zato ne more biti 54. V zadnjem možnem primeru dobimo vsoto $6n+15 = 54$ in $6n = 39$, ta enačba nima rešitve v naravnih številih. Edina možna rešitev je, da se na tekmo peljejo 4 tekmovalci.

4. Kot $\sphericalangle DMB = 84°$ je zunanji kot trikotnika BCM. Označimo $\varphi = \sphericalangle CBE$. Potem je $\varphi + 3\varphi = 84°$ in $\varphi = 21°$. V štirikotniku $ADME$ sta notranja kota pri A in M enaka $70°$ in $96°$ (sokot $\sphericalangle DMB$), kota pri D in E pa sta skladna, saj sta sokota skladnima kotoma $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BEC = \beta$. Vsak od njiju meri potem $\frac{1}{2}(360° - 70° - 96°) = 97°$. Torej $\beta = 180° - 97° = 83°$. Kota $\sphericalangle EBA$ in $\sphericalangle ACD$ sta tudi skladna, zato lahko izračunamo $\sphericalangle MBD = 180° - 83° - 84° = 13°$. Notranji kot trikotnika ABC z vrhom v B meri $\varphi + 13° = 34°$, notranji kot z vrhom v C pa $3\varphi + 13° = 76°$. Koti v trikotniku ABC so $70°$, $34°$ in $76°$.



5. Aleš plača $\frac{1}{2}$ kupnine. Aleš, Cene in Drago so plačali skupaj trikrat toliko kot Bojan, torej je Bojan plačal $\frac{1}{4}$ kupnine. Aleš, Bojan in Drago so plačali skupaj štirikrat toliko kot Cene, torej je Cene plačal $\frac{1}{5}$ kupnine. Skupni delež Aleša, Bojana in Ceneta je $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$. Za Draga ostane $\frac{1}{20}$ kupnine. 2000 EUR je $\frac{1}{20}$ cene gozda, gozd pa zato stane 40000 EUR.

9. razred

1. Računajmo:

$$\left(\sqrt{4375}\cdot\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\cdot\sqrt{(169-144)\cdot 3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\sqrt{21}+2^1+2^0\right):\sqrt[4]{\frac{1}{256}}=$$

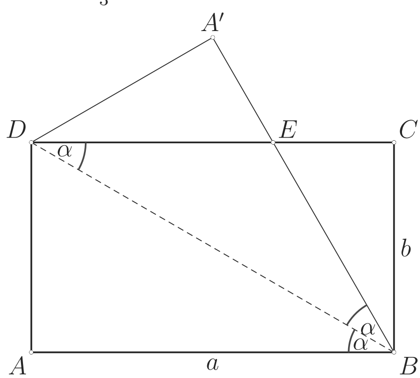
$$=\left(\sqrt{625\cdot 7}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{6}+\frac{1}{3}\right)\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{-\left(\frac{1}{8}-1\right)}\cdot\sqrt{21}+3\right):\frac{1}{4}=$$

$$=\left(25\sqrt{7}\cdot\frac{\frac{5+2\sqrt{6}}{6}\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{\frac{7}{8}}\cdot\sqrt{7\cdot 3}+3\right)\cdot 4=$$

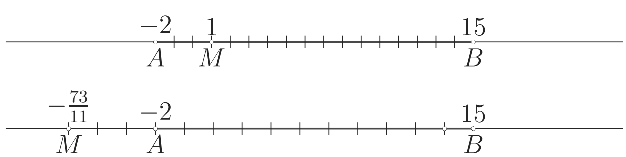
$$=\left(\frac{25\sqrt{7}\cdot(5+2\sqrt{6})\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})\cdot 8\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{7\cdot 6}+3\right)\cdot 4=$$

$$=\left(\frac{25\cdot 7\cdot(25-4\cdot 6)\cdot 5\cdot 3\cdot 8}{7\cdot 6}+3\right)\cdot 4=(500+3)\cdot 4=2012$$

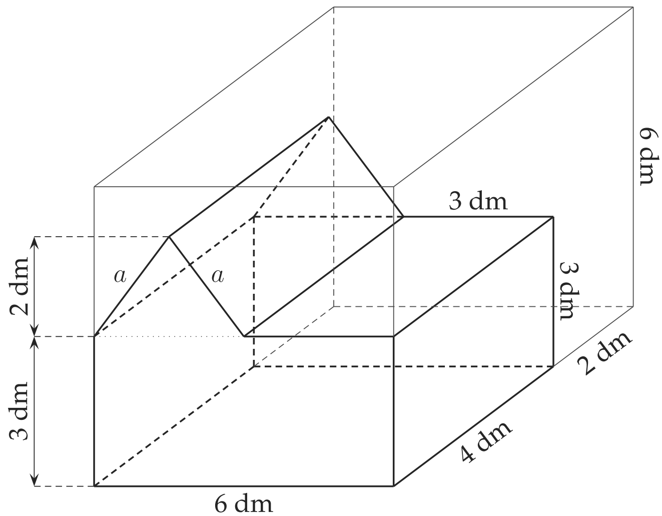
2. Ploščina pravokotnika $ABCD$ je enaka ab, ploščina trikotnika BCE pa $\frac{ab}{6}=\frac{|EC|\cdot b}{2}$, torej je $|EC|=\frac{a}{3}=\frac{8}{3}$ cm. Kota $\sphericalangle DBA$ in $\sphericalangle BDC$ sta skladna, saj imata vzporedne krake (izmenična kota), prav tako je s tema kotoma (na sliki označena z α) skladen kot $\sphericalangle EBD$ in potemtakem je trikotnik DBE enakokrak. Zato je $|BE|=|DE|=\frac{2a}{3}=\frac{16}{3}$ cm. Torej je $|BE|=2|EC|$ in trikotnik CEB je polovica enakostraničnega trikotnika. Sledi $\sphericalangle CBE=30^\circ$. Torej je $\sphericalangle DBA=30^\circ$ in je tudi trikotnik ABD polovica enakostraničnega trikotnika z višino $a=8$ cm. Če označimo $d=|BD|$, mora zato veljati $8=\frac{d\sqrt{3}}{2}$, kar nam da $d=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.



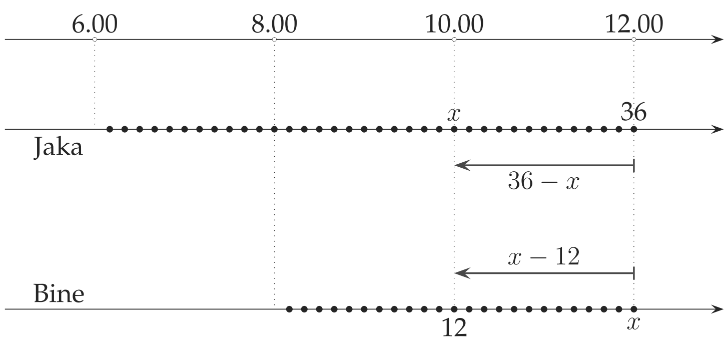
3. Točka M lahko leži na številski premici med točkama A in B, ali pa levo od A. V prvem primeru razdaljo med A in B (17 enot) razdelimo na $|AM|+|MB|=3k+14k=17k=17$. Zato je $k=1$ in $|AM|=3$. Koordinata točke M je 1, $M(1)$. Če točka M leži levo od točke A, je $|BM|=|AB|+|AM|=17+3k=14k$. Zato je $k=\frac{17}{11}$ in $|AM|=4\frac{7}{11}$. Koordinata točke $M(-6\frac{7}{11})$.



4. Kocka s stranico 6 dm ima prostornino 216 dm^3. Zagozdo sestavljata kvader (6 dm, 4 dm in 3 dm) s prostornino 72 dm^3 in tristrana prizma, ki ima za osnovno ploskev enakokrak trikotnik z osnovnico 3 dm in višino na osnovnico 2 dm. Višina tristrane prizme je 4 dm in njena prostornina meri $3 \cdot 2 \cdot \frac{4}{2} = 12$ dm^3. Prostornina zagozde je torej 84 dm^3, kar predstavlja $\frac{84}{216} = \frac{7}{18}$ kocke, delež odpadka je potem $\frac{11}{18}$. Zagozda je prizma z osnovno ploskvijo iz pravokotnika in enakokrakega trikotnika s skupno ploščino $6 \cdot 3 + \frac{3 \cdot 2}{2} = 21$ dm^2 in višino 4 dm. Obseg osnovne ploskve je $6 + 3 + 3 + 2a + 3$ cm, a dobimo s pomočjo Pitagorovega izreka in meri $\frac{5}{2}$ cm. Obseg osnovne ploskve je torej 20 cm. Površina prizme pa $2 \cdot 21 + 20 \cdot 4 = 122$ dm$^2 = 1.22$ m^2. Ker za 1 m^2 porabimo 0.1 l barve, ga za premaz skupno potrebujemo 0.122 l.



5. Jaka je imel ob 12.00 posajenih 36 dreves, Bine pa x. Pred nekaj časa je imel Jaka x posajenih dreves, Bine pa $\frac{36}{3} = 12$. Ker sta v vmesnem času posadila vsak enako število dreves, lahko zapišemo enačbo: $36 - x = x - 12$. Rešitev te enačbe $x = 24$, torej je imel Bine ob 12.00 posajenih 24 dreves. Ker je za vsakega porabil 10 minut, je skupaj delal 240 minut ali štiri ure in je moral začeti s sajenjem ob 8.00.



Rešitve nalog 31. tekmovanja iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

A1	A2	A3	A4	A5
D	A	D	B	A

A1 Pretvorba enot:

(A) $1\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{1000\ \text{g}}{1000\ \text{cm}^3} = 1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ **(B)** $0{,}1\ \frac{\text{dag}}{\text{cm}^3} = 0{,}1\ \frac{10\ \text{g}}{\text{cm}^3} = 1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(C) $\frac{1}{1000}\ \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = \frac{1\ \text{g}}{1000\ \text{mm}^3} = 1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ **(D)** $10\ \frac{\text{dag}}{\text{dm}^3} = 10\ \frac{10\ \text{g}}{1000\ \text{cm}^3} = 0{,}1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

A2 5 čevljev + 5 palcev = 5 čevljev + $\frac{5}{12}$ čevlja = 5,42 čevlja = 1,71 m.

A3 Sile merimo v N, specifično težo $\sigma = \frac{F_g}{V}$ merimo v $\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$, tlak $p = \frac{F}{S}$ merimo v $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, prožnostni koeficient vzmeti $k = \frac{F}{x}$ merimo v $\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

A4 Ker telo miruje, so sile v ravnovesju, primera (A) in (D) temu pogoju ne zadostita. Ena od sil, ki na telo delujejo, je teža, ki ni pravokotna na klanec (primer C), ampak kaže navpično navzdol – na sliki (B). Preostali dve sili (lepenje in pravokotna sila podlage) bi lahko prikazali tudi kot eno samo silo podlage, ki bi imela velikost enako teži, smer pa ravno obratno.

A5 Tlak v posodah ob dnu posod je vsota zračnega tlaka, ki je povsod enak, in hidrostatičnega tlaka tekočine, ki je odvisen le od višine stolpca tekočine v posodi. Stolpec tekočine je najvišji v posodi (A).

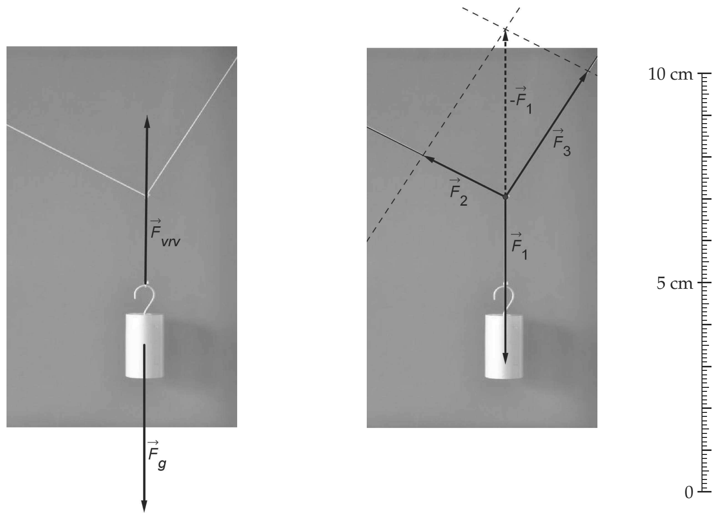
B1 (a) Štirje litri slane vode imajo maso $m_1 = \rho_1 \cdot V_1 = 1,16\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 4\ \text{dm}^3 = 4,64\ \text{kg}$.

(b) Dva litra destilirane vode imata maso m_2 = 2 kg. Masa mešanice je vsota $m = m_1 + m_2 = 6,64$ kg. Prostornina mešanice je $V = 5,93$ dm^3 (podano), torej je gostota mešanice

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6,64\ \text{kg}}{5,93\ \text{dm}^3} = 1,12\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}.$$

B2 Zapis sile brez vektorskega znaka pomeni samo velikost sile. Sile rišemo v merilu, kjer pomeni 1 cm silo 10 N. Sile, narisane v teh rešitvah, ustrezajo testnemu merilu ob robu.

(a) Teža 40 N je ponazorjena s 4 cm dolgo usmerjeno daljico, ki prijemlje v težišču uteži. Sila vrvice je po velikosti enaka teži, po smeri je teži nasprotna, prijemlje na kavlju uteži v vozlu, kot je narisano. Sprejemljivo je tudi prijemališče, kjer je kavelj pritrjen na utež. Potem ta sila ni sila vrvice na utež, ampak sila kavlja na utež – poimenovanje.



(b) Sila $\vec{F}_1$, s katero vleče vozel navzdol vrvica, na kateri visi utež, je 40 N (po velikosti je enaka teži uteži). Sili $\vec{F}_2$ in $\vec{F}_3$ določimo grafično. Ker vozel miruje, je vsota sil nanj enaka nič, torej je vsota sil $\vec{F}_2$ in $\vec{F}_3$ nasprotno enaka sili $\vec{F}_1$. Silo $-\vec{F}_1$ razstavimo na komponenti, ki sta vzporedni vrvicama 2 in 3, $F_2 = 22\ \mathrm{N} \pm 1\ \mathrm{N}$ in $F_3 = 36\ \mathrm{N} \pm 1\ \mathrm{N}$.

(c) Vse tri vrvice so napete z enako velikimi silami tedaj, ko so postavljene simetrično in so koti med njimi enaki 120°. Tedaj so vse sile enake 40 N. Vrvica, na kateri visi utež, je navpična.

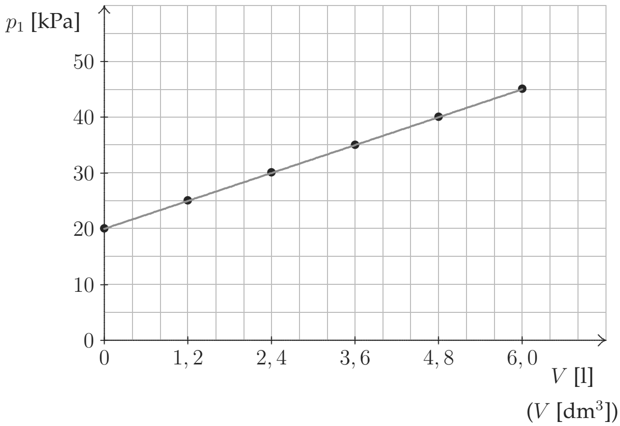
B3 (a) Skupna masa mizice in praznega lonca je 2,8 kg + 2 kg = 4,8 kg. Ker je lonec na sredini mizice, so sile, s katerimi pritiskajo noge mizice na podstavke, ti na podlago, podlaga pa nazaj na podstavke, vse enake $\frac{48\ \mathrm{N}}{4} = 12\ \mathrm{N}$.

(b) Sile so vse enake, ploščine podstavkov pa ne, zato so različni tudi tlaki (normalnega zračnega tlaka izrecno ni treba upoštevati). Velja $p_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{12\ \mathrm{N}}{6\ \mathrm{cm}^2} = 20\ \mathrm{kPa}$ in $p_{2,3,4} = \frac{F}{S_{2,3,4}} = \frac{12\ \mathrm{N}}{4\ \mathrm{cm}^2} = 30\ \mathrm{kPa}$.

(c) V lonec po korakih natakamo vodo, pri vsakem koraku dolijemo 1,2 litra vode. Skupna sila, s katero pritiska podlaga na vse štiri podstavke, se pri vsakem koraku poveča za 12 N, sila na posamezen podstavek pa za četrtino skupne sile, torej za $\Delta F = \Delta F_1 = \Delta F_{2,3,4} = 3\ \mathrm{N}$. Pod podstavki se po korakih povečuje tudi tlak; $\Delta p_1 = \frac{\Delta F}{S_1} = \frac{3\ \mathrm{N}}{6\ \mathrm{cm}^2} = 5\ \mathrm{kPa}$ in $\Delta p_{2,3,4} = \frac{\Delta F}{S_{2,3,4}} = \frac{3\ \mathrm{N}}{4\ \mathrm{cm}^2} = 7,5\ \mathrm{kPa}$.

V [l]	F_1 [N]	$F_{2,3,4}$ [N]	p_1 [kPa]	$p_{2,3,4}$ [kPa]
0	12	12	20	30
1,2	15	15	25	37,5
2,4	18	18	30	45
3,6	21	21	35	52,5
4,8	24	24	40	60
6,0	27	27	45	67,5

(d) Graf, ki kaže, kako je tlak pod prvim podstavkom odvisen od prostornine vode v posodi



9. razred

A1	A2	A3	A4	A5
D	B	B	C	D

A1 Svetlobna hitrost, c.

A2 Najvišja dnevna temperatura je $T = 273$ K – 8 K + 17 K = 282 K.

A3 Fotografija kaže Lunin mrk. Najverjetnejša napaka je zamenjava s fotografijo zadnjega krajca. Razlika je v tem, da je pri zadnjem krajcu vidna polovica osvetljenega dela Lune. Tudi sicer je ukrivljenost notranjega roba sence na fotografiji manjša kot je ukrivljenost notranjega roba sence, ko zadnji krajec prehaja v mlaj. Pred mlajem so vidna tudi osvetljena območja v bližini Luninih polov.

A4 $12\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{min}} = 0{,}12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} = \frac{12\,\mathrm{cm}}{60\,\mathrm{s}} = 0{,}2\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}} = 0{,}12\,\frac{60\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{min}} = 7{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 0{,}0072\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

A5 Ker so višine klancev enake in ker se voziček po vsakem od klancev giblje brez trenja, se pri vožnji po vseh klancih od vrha do dna potencialna energija vozička spremeni enako. Potencialna energija se pretvori v kinetično energijo. Ker voziček na vrhu klancev miruje, ima na dnu klanca v vseh primerih enako kinetično energijo in tudi enako hitrost.

B1 (a) Ob predpostavki enakomerno pospešenega ustavljanja je povprečna hitrost med ustavljanjem $\bar{v} = \frac{1}{2}\,(v_k + v_z) = \frac{1}{2}\,v_z = 58{,}5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 16{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Čas ustavljanja je $t_u = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{220\,\mathrm{m{\cdot}s}}{16{,}25\,\mathrm{m}} = 13{,}54\,\mathrm{s} \pm 0,04$ s. Povprečni pojemek pri ustavljanju je $\bar{a} = \frac{\Delta v}{t_u} = \frac{v_z}{t_u} = \frac{32{,}5\,\mathrm{m}}{13{,}54\,\mathrm{s}} = (-)\,2{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \pm 0,01\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

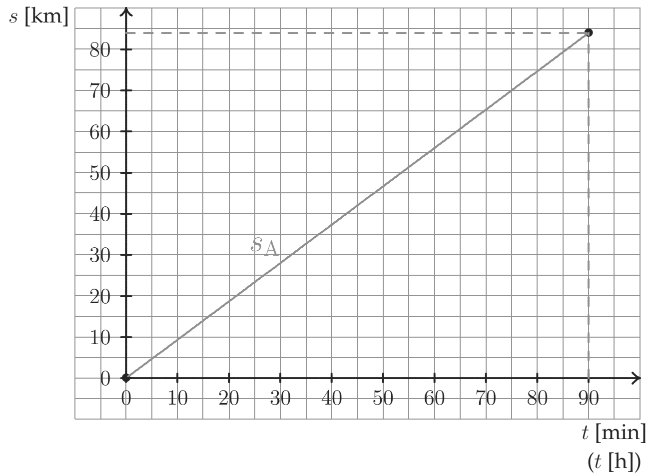
(b) Masa hidroplana $m = m_{\mathrm{trup}} + 2 \cdot m_{\mathrm{plovec}} = 2500$ kg. Povprečna zaviralna sila je $\bar{F} = m \cdot \bar{a} = 6000$ N (± 25 N).

(c) Hidroplan miruje na gladini jezera, ker so sile nanj v ravnovesju. Njegovo težo uravnovesi vzgon. Masa hidroplana je $m = m_{\text{trup}} + 2 \cdot m_{\text{plovec}}$ = 2500 kg, teža hidroplana je 25000 N, torej je tudi sila vzgona 25000 N. Vzgon je enak teži izpodrinjene tekočine (vode), kar pomeni, da hidroplan izpodriva 2500 kg vode, ki ima prostornino 2500 litrov.

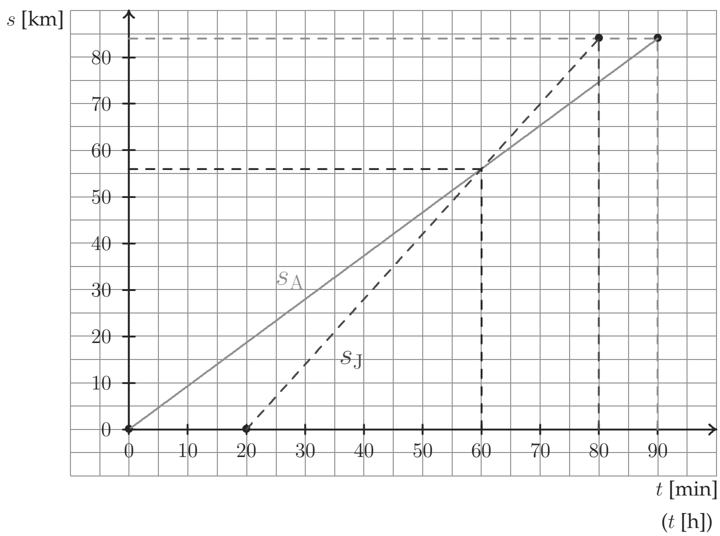
B2 (a) Hitrost motorista Aleša $v_{\text{A}} = 51\ \frac{\text{čevelj}}{\text{s}} = 51 \cdot 0,305\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 56{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

(b) Čas Aleševega potovanja $t_{\text{A}} = \frac{s}{v_{\text{A}}} = \frac{84\ \text{km}\cdot\text{h}}{56\ \text{km}} = 1{,}5\ \text{h} = 90\ \text{min}$.

(c)



(d) Janez potuje iz Ljubljane do Kozine 1 uro, $t_{\text{J}} = \frac{s}{v_{\text{J}}} = \frac{84\ \text{km}\cdot\text{h}}{84\ \text{km}} = 1\ \text{h}$.

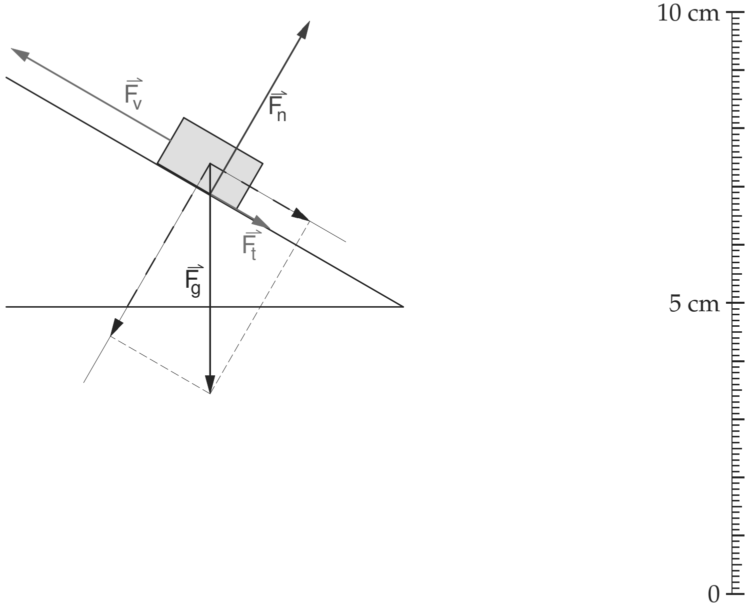


Janez je prehitel Aleša 60 minut (± 3 minute) zatem, ko je Aleš odpeljal iz Ljubljane, in 40 minut (± 3 minute) zatem, ko je iz Ljubljane odpeljal sam. V tistem trenutku sta bila od Ljubljane oddaljena 56 km (± 2 km).

(e) Janez je čakal 10 minut, kar preberemo iz grafa.

B3 Zapis sile brez vektorskega znaka pomeni samo velikost sile. Sile rišemo v merilu, kjer pomeni 1 cm silo 100 N. Sile, narisane v teh rešitvah, ustrezajo testnemu merilu ob robu.

(a) Med gibanjem po klancu navzgor delujejo na zaboj štiri sile: teža $\vec{F_g}$ navpično navzdol, trenje $\vec{F_t}$ vzporedno s podlago in v nasprotni smeri gibanja, pravokotna sila podlage $\vec{F_n}$ ter vlečna sila $\vec{F_v}$ vzporedno s podlago in po klancu navzgor. Vlečna sila uravnovesi trenje in dinamično komponento teže, velja $F_v = F_{g,\mathrm{din}} + F_t$. Pravokotna sila podlage uravnovesi statično komponento teže, $F_n = F_{g,\mathrm{stat}}$.



Velikosti sil so $F_g = 400$ N, $F_{g,\mathrm{din}}$ = 200 N ± 10 N, $F_{g,\mathrm{stat}} = F_n$ = 350 N ±10 N in $F_v =$ 320 N ±10 N.

(b) Klanec je pri kotu 30° visok pol toliko, kot je dolg, kar lahko ugotovimo z risanjem višine klanca in primerjanjem višine in dolžine klanca na sliki. Če odmerimo na klancu 5 cm od dna klanca in narišemo tja višino od vodoravne podlage, meri višina 2,5 cm. Če je klanec dolg 20 m, je visok 10 m.

(c) Vlečna sila F_v je po velikosti enaka vsoti trenja in dinamične komponente teže ter je enaka 320 N ±10 N. Na poti $s =$ 20 m opravi delo $A_v = F_v \cdot s$ = 6400 J ±200 J.

(d) Sprememba potencialne energije zaboja je $\Delta W_p = F_g \cdot \Delta h$, kjer je Δh sprememba nadmorske višine, v tem primeru $\Delta h =$ 10 m in $\Delta W_p = 4000$ J.

(e) Med enakomernim gibanjem se kinetična energija ne spremeni.