Tekmovanja

11. področno tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Naloge za prvi letnik

A1 Za koliko $\%$ se spremeni vrednost nekega ulomka, katerega števec povečamo za 5%, imenovalec pa za 20%

(**A**) poveča za 25% (**B**) zmanjša za $12,5\%$ (**C**) ostane enak
(**D**) zmanjša za 25% (**E**) se poveča za $12,5\%$

A2 S katerim najmanjšim naravnim številom moramo množiti $2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{15} \cdot 6^3$, da dobimo popoln kvadrat?

(**A**) 60 (**B**) 15 (**C**) 5 (**D**) 2 (**E**) 3

A3 Za katere vrednosti naravnega števila n je vrednost izraza $\frac{n}{60}$ med $\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{5}$?

(**A**) 10 (**B**) 11 (**C**) 12 (**D**) 1 (**E**) 14

A4 Naj bo $a < -2$ in $b > -1$. Katera izmed naslednjih izjav je pravilna za vsak $a, b \in \mathbb{Z}$?

(**A**) $ab \leq 0$ (**B**) $a + b > 0$ (**C**) $ab > 0$ (**D**) $a = b$ (**E**) $a - b > 0$

A5 Kvadrat lihega naravnega števila povečamo za 3. To število je deljivo:

(**A**) s 4 (**B**) s 5 (**C**) s 4 in s 5 (**D**) samo z 1
(**E**) ni takega števila

A6 Če je $3ax + b = c$, potem je x enak:

(**A**) $c - b + 3a$ (**B**) $c + b - 3a$ (**C**) $\frac{c+b}{3a}$ (**D**) $\frac{b-c}{3a}$
(**E**) nič od navedenega

B1 Izračunaj število, za katerega velja: če mu prištejemo obratno vrednost in dobljeno vsoto delimo z njegovo nasprotno vrednostjo, dobimo vrednost $-1,04$.

B2 Poišči največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik izrazov: $24x^4 - 24x^3 + 6x^2$, $64x^3 - 8, 48x^2 - 12$.

B3 Poenostavi izraza $(x + 2)^2 - (x - 2)(x + 2) - 4x^2 + \frac{2}{x}$ in natančno izračunaj vrednost izraza za $x = \sqrt{2}$. Rezultat racionaliziraj.

B4 Če bi vsi učenci v razredu sedeli vsak v svoji klopi, bi bilo 11 klopi premalo. Če pa bi vsaki klopi sedela po dva učenca, bi bilo 5 klopi preveč. Koliko je klopi in koliko učencev je v razredu?

Naloge za drugi letnik

A1 Določi vrednost parametra m tako, da bo graf funkcije $f(x) = (2m+3)x - (1-2m)$ sekal abscisno os pri 3.

(**A**) $m = 3$ (**B**) $m = 2$ (**C**) $m = 1$ (**D**) $m = -1$ (**E**) $m = 0$

A2 Ena od stranic enakostraničnega trikotnika leži vzdolž osi x. Koliko je produkt smernih koeficientov nosilk tega trikotnika?

(**A**) 0 (**B**) -3 (**C**) 3 (**D**) $2\sqrt{3}$ (**E**) $-2\sqrt{3}$

A3 Koliko meri kot α, če je vsota njegovega komplementarnega in suplementarnega kota enaka 4α?

(**A**) $15°$ (**B**) $30°$ (**C**) $45°$ (**D**) $60°$ (**E**) $25°$

A4 Ploščini dveh podobnih trikotnikov sta v razmerju $4 : 9$. Ena izmed stranic manjšega trikotnika meri 6 cm. Enakoležna stranica v večjem trikotniku meri:

(**A**) 9 cm (**B**) $13,5$ cm (**C**) 4 cm (**D**) 12 cm
(**E**) nič od navedenega

A5 Izraz $(((a^{x+y})^{x-y})^{x^2+y^2})^{x^4+y^4}$ lahko zapišemo tudi v obliki:

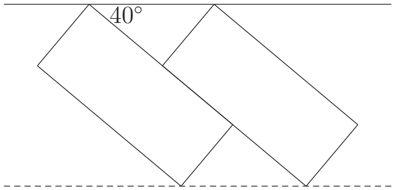
(**A**) $a^{x^{16}-y^{16}}$ (**B**) $a^{x^6-y^6}$ (**C**) a (**D**) $x^8 - y^8$ (**E**) $a^{x^8-y^8}$

A6 Natančna vrednost izraza $\sqrt[6]{0,125^{-0,\overline{6}}}$ je:

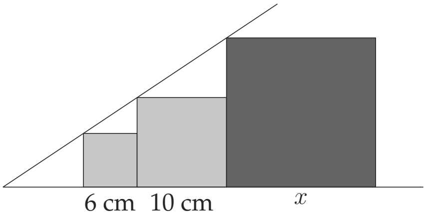
(**A**) $\sqrt[3]{2}$ (**B**) $\sqrt{2}$ (**C**) $\sqrt[3]{5}$ (**D**) $\sqrt[6]{2}$ (**E**) $\sqrt[6]{5}$

B1 Za pogovore z mobilnim telefonom Jana uporablja paket, ki se odlikuje po enotni ceni klicev v vsa omrežja v Sloveniji. Tako je mesečni račun za njene pogovore z mobilnim telefonom odvisen od mesečne naročnine in števila minut njenih odhodnih klicev. V mesecu septembru je imela 75 minut odhodnih klicev. Račun je znašal $15,45$ evra. V mesecu oktobru je za 113 minut plačala $20,01$ evra. Kolikšna je cena mesečne naročnine in cena minute pogovora?

B2 Prvošolka Nina se je igrala z dominami. Domine so bile pravokotne oblike širine 3 cm in dolžine 7 cm. Zložila jih je ob rob mize kot kaže slika. Daljša stranica domine oklepa z robom mize kot $40°$. Koliko je skrajno zunanje oglišče domine oddaljeno od roba mize? Rezultat naj bo na milimeter natančen.



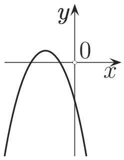
B3 V kotu so včrtani trije kvadrati (glej sliko). Natančno izračunaj stranico x tretjega kvadrata.

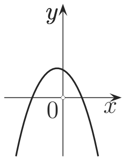


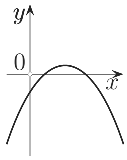
B4 Poenostavite izraz $3^{2n-1} \cdot 4^{n+1} + 9^{n+1} \cdot 2^{2n-1} + 6^{2n-1}$ in ga zapiši v obliki potence z osnovo 6.

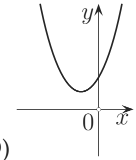
Naloge za tretji letnik

A1 Kateri izmed grafov na slikah je lahko graf funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$, kjer so a, b in c negativna realna števila?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) nič od navedenega

A2 Množica realnih števil k, za katera je funkcija $f(x) = x^2 - (k-1)x + 1$ pozitivna za vsak $x \in \mathbb{R}$, je:

(A) $(-\infty, -1)$ **(B)** $(-2, 2)$ **(C)** $[-1, 3)$ **(D)** $(-1, 3)$ **(E)** $(-1, 3]$

A3 Kolikokrat moramo prepogniti list papirja, da bo zloženka imela 512 listov?

(A) petkrat **(B)** sedemkrat **(C)** devetkrat **(D)** desetkrat
(E) nič od navedenega

A4 Graf funkcije $f(x) = \log_3(x + c) + 2$ poteka skozi točko $A(5, 4)$. Število c je:

(A) 4 **(B)** 3 **(C)** -1 **(D)** 0
(E) nič od navedenega

A5 Pravokotni trikotnik ima ploščino $24\,\mathrm{cm}^2$, stranice trikotnika so v razmerju $0,24 : 0,32 : 0,4$. Obseg tega trikotnika je:

(A) 12 cm **(B)** 16 cm **(C)** 20 cm **(D)** 24 cm **(E)** 25 cm

A6 Stranico kocke a zmanjšamo za 50%. Kolikšen je volumen nove, zmanjšane kocke, v primerjavi s prvotnim?

(A) 50% prvotnega volumna **(B)** 25% prvotnega volumna
(C) $12,5\%$ prvotnega volumna **(D)** $6,25\%$ prvotnega volumna
(E) $7,5\%$ prvotnega volumna

B1 Natančno reši enačbo $2\ln(\sqrt{x}) - \ln(1-x) = 2$.

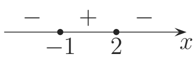
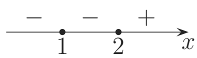
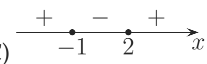
B2 Janez je postavil ograjo vrta pravokotne oblike, ki je ograjen s treh strani. Dolžina ograje je 60 m, ploščina tega pravokotnega vrta pa $352\ \mathrm{m}^2$. Koliko merita stranici vrta, če je $a > b$?

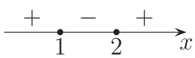
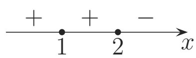
B3 Hlod v obliki valja obžagamo do največjega možnega bruna s presekom kvadrata. Koliko odstotkov je odpadkov?

B4 Dani sta enačbi funkcij $f(x) = \frac{-2}{x^2}$ in $g(x) = ax^2 + 1$, $a \in \mathbb{R}$. V koordinatni sistem nariši graf funkcije $g(x) = ax^2 + 1$ za $a = -1$ in natančno izračunaj presečišče funkcije $f(x)$ z $g(x)$.

Naloge za četrti letnik

A1 Na kateri sliki je prikazan potek predznaka polinoma $p(x) = -x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 4x + 8$?

(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 

(**D**) 
(**E**) 

A2 Asimptota funkcije $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, kjer je $q(x) = 1 + 2x - 3x^2$ in $p(x) = x^2 - 4$, ima enačbo:

(**A**) $y = 0$ (**B**) $y = 1$ (**C**) $y = -\frac{1}{3}$ (**D**) $y = -3$ (**E**) $y = 3$

A3 Katere od navedenih vrednosti funkcija $f(x) = \cos x$ ne zavzame?

(**A**) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (**B**) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (**C**) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ (**D**) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$ (**E**) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

A4 Premica odreže na ordinatni osi odsek -5, s pozitivno smerjo abscisne osi oklepa kot $45°$. Njena enačba je:

(**A**) $x = -5$ (**B**) $y = -x - 5$ (**C**) $y = x - 5$ (**D**) $y = -5x$
(**E**) nič od navedenega

A5 Dano je zaporedje
$a_1 = \sqrt{5}$
$a_2 = \sqrt{5\sqrt{5}}$
$a_3 = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}$
$a_4 = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}$.
Peti člen tega zaporedja je enak:

(**A**) $5^{\frac{1}{32}}$ (**B**) $\sqrt[32]{5^{31}}$ (**C**) $5 \cdot \sqrt[32]{5}$ (**D**) $5^5\sqrt{5}$ (**E**) $5^{\frac{32}{31}}$

A6 Če seštejemo prvih 12 večkratnikov nekega števila, dobimo vsoto 1014. To so večkratniki števila:

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 13

B1 Dani sta funkciji $p(x) = x^3 + 2x - 3$ in $f(x) = -2x - 3$. Nariši grafa obeh funkcij v isti koordinatni sistem in določi njuno presečišče.

B2 Reši neenačbo $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \geq 1 - \frac{x}{x^2-4}$.

B3 Pokaži, da velja $\left((\frac{1+\cos x}{\sin x})^2 + 1\right) : \frac{\cos x + 1}{\sin^2 x} = 2$.

B4 Za kopanje vodnjaka plačamo za prvi meter izkopa 60 evrov, za vsak naslednji meter pa po 6 evrov več. Izračunaj, kolikšna je globina vodnjaka, če plačamo za izkop 870 evrov. Koliko plačamo za zadnji meter izkopa vodnjaka?

11. državno tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Naloge za prvi letnik

1. Brata Anže in Uroš imata skupno 312 evrov. Če bi Anže dal Urošu $4~\%$ svojega zneska, bi imel Uroš 4-krat tolikšen znesek kot Anže. Izračunaj zneska, ki ga imata Anže in Uroš.

2. Poenostavi izraz $\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-1\right):\left(\frac{x^3}{y^3}+\frac{y^3}{x^3}\right)$ ter izračunaj njegovo natančno vrednost za $x=\sqrt{33}$ in $y=\sqrt{77}$.

3. Vsota števk trimestnega števila je 18. Prva števka je enaka osmini števila, ki ga tvorita ostali dve števki, zadnja pa je enaka osmini števila, ki ga tvorita prvi dve števki. Izračunaj to število.

4. Izračunaj, za katere vrednosti x je vrednost izraza $2(x-1)^2+4$ vsaj toliko, kot je vrednost izraza $(x-1)(x+2)+x(x-3)$.

5. Janez, Marjeta in Tine so zbirali stari papir, za kar so dobili denarno nagrado. Prvotno naj bi bila nagrada razdeljena v razmerju $7:6:5$. Kasneje so dogovor spremenili in so nagrado razdelili v razmerju $6:5:4$.

   a) Katera od obeh delitev je za Tineta ugodnejša? Odgovor utemelji.

   b) Janez je dobil pri drugi delitvi 120 evrov več kot Marjeta. Koliko evrov je dobil vsak izmed njih?

Naloge za drugi letnik

1. Zapiši enačbo premice, ki je vzporedna premici $y=3-\frac{x}{2}$ in s koordinatnimi osmi tvori trikotnik s ploščino 49.

2. Ob poplavi nam je voda zalila sobo v kleti, zato smo vključili vodno črpalko, ki prečrpa 180 litrov vode na minuto. Soba je dolga$3{,}7$ m, široka $2{,}3$ m, višina vode v sobi pa je bila $1,2$ m.

   a) Zapiši, kako se je količina vode v sobi ob prečrpavanju spreminjala, kot funkcijo časa.

   b) Zapiši, v kolikšnem času je bila iz sobe izčrpana vsa voda. Rezultat naj bo v minutah in sekundah.

3. Pošči točko $T(x,y)$ na abscisni osi, ki je enako oddaljena od točk $A(1,4)$ in $B(7,2)$ ter natančno izračunaj dolžino višine trikotnika ATB na stranico AB.

4. Okrajšaj ulomek $\dfrac{a^{2x+2}+a^{2x+1}-16a^{2x}-16a^{2x-1}}{a^{2x+1}+5a^{2x}+4a^{2x-1}}$.

5. Poenostavi $\left((\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-\left(\dfrac{\sqrt{x}^3-\sqrt{y}^3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\right)(\sqrt{xy})^{-1}$.

Naloge za tretji letnik

1. Minko in Binko se pripravljata na atletsko tekmovanje, zato trenirata na zemljišču oblike paralelograma z oglišči $ABCD$ s podatki $S = 28\sqrt{3}$ km^2, $\beta = 120°$, $a + b = 15$ km. Minko mora preteči razdaljo med točkama A in C, Binko pa med točkama B in D. Za koliko km je Minkova pot daljša?

2. Dve kmetici sta prinesli na tržnico skupaj 100 jajc. Imeli sta različno število jajc, vendar sta zanje dobili enako vsoto denarja. Prva je rekla drugi: "Če bi jaz imela tvoja jajca, bi zanje dobila 15 evrov."Druga ji je odgovorila: "Če bi jaz prodajala tvoja jajca, bi dobila zanje $6\frac{2}{3}$ evrov."Koliko jajc je imela vsaka?

3. Pravilna štiristrana prizma ima površino 2520 cm^2. Če bi bila ta prizma za 3 cm nižja, bi bila njena površina enaka 2304 cm^2. Kolikšna bi bila tedaj njena prostornina?

4. Reši enačbo $\frac{1}{3}\log(271 + 3^{\sqrt{2x}}) = 2 - \log 10$. Rezultat naj bo natančen in racionaliziran.

5. Ali je vsota kvadratov treh zaporednih celih števil lahko enaka kvadratu kakšnega celega števila? Odgovor utemelji.

Naloge za četrti letnik

1. Zapiši enačbo premice, ki gre skozi negativno ničlo polinoma $p(x) = -x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x$ in presečišče njegovega grafa z navpičnico, ki je oddaljena od ordinatne osi dve enoti v levo.

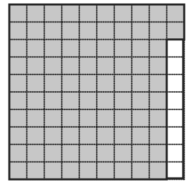
2. V funkciji $f(x) = \dfrac{x^2 + a}{x^2 + b}$ je konstanta a enaka abscisi, b pa ordinati točke M, v kateri doseže funkcija $g(x) = 2x^2 + 12x + 19$ najmanjšo vrednost. Določi konstanti a in b ter nariši graf funkcije $f(x)$.

3. Premica $3x - y - 6 = 0$ je tangenta krožnice, katere središče je v točki $C(6, 2)$. Izračunaj polmer te krožnice. Rezultat naj bo točen.

4. Podjetje AMBICIOZNI je naredilo načrt proizvodnje za leto 2011 in nekaj naslednjih let. Načrtujejo, da bo proizvodnja vsako naslednje leto dvakrat tolikšna kot predhodno leto. Proizvodnja v zadnjem letu načrtovalnega obdobja bo 320 ton, skupna proizvodnja v teh letih pa bo znašala 630 ton. Kolikšna bo proizvodnja leta 2011? Koliko let vnaprej načrtujejo?

5. Vsota členov aritmetičnega zaporedja brez zadnjega člena je 77, vsota členov istega zaporedja brez prvega člena pa je 119. Vsota prvega in zadnjega člena je 14. Določi prvi člen, diferenco in število členov.

11. področno tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol



A1 Kateri ulomek prikazuje osenčeni del slike?

(**A**) $\frac{2}{25}$ (**B**) $\frac{4}{5}$ (**C**) $\frac{23}{25}$ (**D**) $\frac{46}{5}$ (**E**) $\frac{92}{1}$

A2 Vaditelj smučanja računa 22,50 EUR za 45 minut vadbe. To je enako kot:

(**A**) 30 EUR za 1 uro (**B**) 0,40 EUR za 1 min
(**C**) 26 EUR za 50 min (**D**) 4,50 EUR za 10 min
(**E**) 45 EUR za 2 uri

A3 Slovenija ima približno 2 milijona prebivalcev. Če bi vsak dal 1 cent za dobrodelne namene, bi zbrali približno:

(**A**) 20 EUR (**B**) 200 EUR (**C**) 2000 EUR (**D**) 20000 EUR (**E**) 200000 EUR

A4 V šestmestenem številu $\square 36230$ je prva števka zakrita. Če šestmestno število zaokrožimo na stotisočice, dobimo 100000. Katera števka je zakrita?

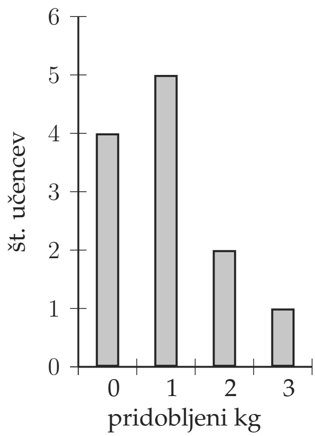
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 9

A5 Ravna cev je prislonjena ob navpično steno do višine 9 m. Zgornji konec cevi zdrsne za 1 m navzdol, tako da je spodnji konec cevi od stene oddaljen 6 m. Kako dolga je cev?

(**A**) 8 m (**B**) 8,5 m (**C**) 9 m (**D**) 9,5 m (**E**) 10 m

A6 Histogram prikazuje, koliko kg mišične mase so fantje pridobili v enem šolskem letu pri rednem obiskovanju fitnesa. Koliko fantov je pridobilo vsaj 2 kg mišične mase?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 11



A7 Na koliko načinov je mogoče plačati račun, ki znaša 5 evrov, s kovanci po 1 evro in 2 evra?

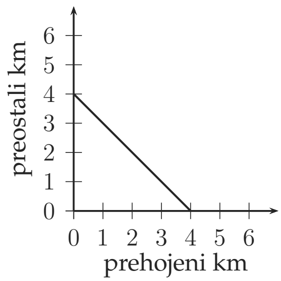
(**A**) 1 način (**B**) 2 načina
(**C**) 3 načine (**D**) 4 načine
(**E**) 5 načinov

A8 Janez želi zložiti jabolka v zabojčke tako, da bo v vsakem enako število jabolk. Koliko jabolk ima lahko Janez, če jih lahko zloži v 3 ali v 5 zabojčkov?

(**A**) 35 (**B**) 40 (**C**) 45 (**D**) 50 (**E**) 55

A9 Koliko km je Janezu preostalo za prehoditi, ko je prehodil 1 km (glej sliko)?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4



A10 Koliko od naslednjih trditev je pravilnih?

$20\ \%$ od $40 = 8$ $\quad 2^3 = 8 \quad 3^2 - 1^2 = 8$

$7 - 3 \cdot 2 = 8 \quad 2 \cdot (6-4)^2 = 8$

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

B1 Štirje dijaki so zbirali staro železo.
"Jaz sem zbral 120 kg," je rekel Niko.
"Jaz pa četrtino manj kot ti," je povedal Tone.
"Zanimivo, jaz sem zbral četrtino več kot ti," je rekel Niku tretji dijak, Tine.
"Po mojem računu smo vsi štirje zbrali štirikrat več starega železa kot Niko," je ugotovil četrti, Gregor.
"Koliko pa si zbral ti?" so prijatelji vrašali Gregorja.
"Glede na to, kar smo do sedaj povedali o količini zbranega železa, si prav lahko izračunate, koliko sem ga zbral sam," je odgovoril Gregor.
Koliko starega železa je zbral Gregor?

B2 Točke $A(-4,-2)$, $B(2,-2)$ in $C(2,6)$ so oglišča trikotnika ABC.

A Trikotnik ABC narišite v koordinatni sistem.

B Izračunajte obseg trikotnika ABC.

C Izračunajte ploščino trikotnika ABC.

D Trikotniku ABC očrtajte krožnico.

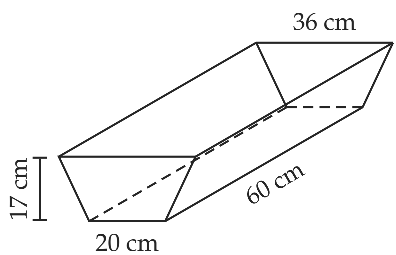
B3 Unča zlata (31 g) je bila v letu 2010 vredna v povprečju 1200 USD.

A Koliko evrov je leta 2010 stala unča zlata, če je 1 EUR bil vreden 1,3 USD?

B Koliko USD bi stala kocka iz zlata z robom 2 dm, če je gostota zlata 19,32 $\frac{g}{cm^3}$?

C Za koliko % je narasla cena zlata na svetovnem trgu od leta 2007 do leta 2010, če je bila cena zlata leta 2007 v povprečju 660 USD za unčo?

B4 Posoda, v kateri gojimo sadike, je izdelana iz lesa in pokrita s steklom (glej sliko). Debeline desk in stekla pri računanju ne upoštevamo.



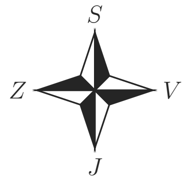
A Kolikšna je površina zgornje steklene ploskve?

B Za koliko dm^2 je površina spodnjega lesenega dna manjša od ploščine steklenega pokrova?

C Koliko litrov zemlje potrebujemo, da bomo posodo napolnili do polovice njene višine?

11. državno tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

A1 Jana se odpravi iz šole z rolerji. Najprej rola 3 km proti zahodu, nato 1 km proti jugu, 3 km proti vzhodu in 1 km proti jugu. Kako daleč in v katero smer se mora odpraviti, da pride po najkrajši poti nazaj v šolo?



(**A**) 2 km proti severu (**B**) 2 km proti jugu (**C**) 2 m proti vzhodu
(**D**) 2 km proti zahodu (**E**) Ni mogoče določiti.

A2 V kinu so v zadnji vrsti še trije prosti sedeži. Na koliko različnih načinov se lahko posedejo trije prijatelji?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

A3 Katera enačba lahko predstavlja odvisnost med spremenljivkama x in y v tabeli?

x	y
1	1,5
2	3
3	4,5
4	6

(**A**) $y = x + 0{,}5$ (**B**) $y = 2x - 0{,}5$ (**C**) $y = 0{,}5x + 1$
(**D**) $y = 1{,}5x$ (**E**) $y = x^2 + 0{,}5$

A4 Na planetu Vegas računajo z znaki. Pravila za računske operacije so enaka kot v Sloveniji. Učitelj je napisal na tablo izraz $(\exists + \bigcup)^2$. Kateri rezultat je pravilen?

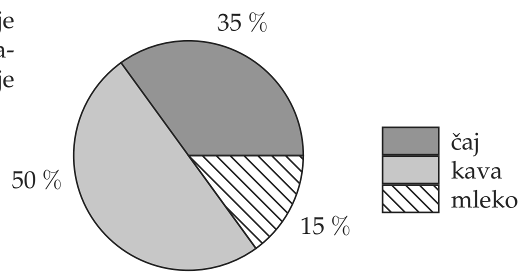
(**A**) $\exists^2 + \bigcup^2$ (**B**) $\exists^2 - \bigcup^2$ (**C**) $\exists^2 + 2\exists\bigcup - \bigcup^2$
(**D**) $\exists^2 + 2\exists\bigcup + \bigcup^2$ (**E**) $\exists^2 - 2\exists\bigcup + \bigcup^2$

A5 Pri gorskem kolesu smo izbrali tako prestavo, da velja: veliko zobato kolo se zavrti šestkrat, ko se malo zavrti petnajstkrat. Kolikokrat se mora zavrteti veliko zobato kolo, da se malo zavrti 100-krat?

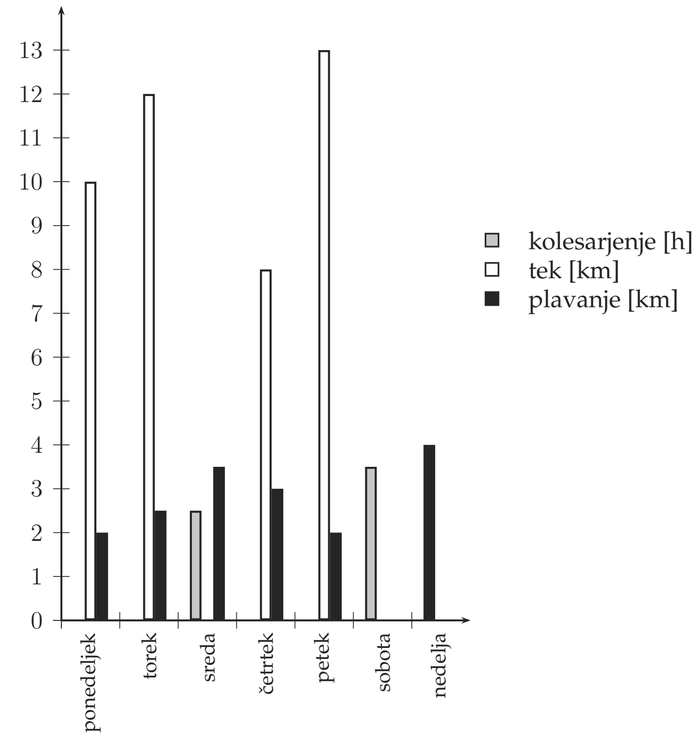
(**A**) 30 (**B**) 35 (**C**) 40 (**D**) 45 (**E**) 50

A6 V raziskavi o najljubši jutranji pijači je sodelovalo 60 ljudi. Frekvenčni kolač prikazuje izsledke raziskave: Koliko več ljudi pije čaj kot mleko?

(**A**) 9 (**B**) 12 (**C**) 15
(**D**) 21 (**E**) 35



B1 Matej trenira triatlon. Spodnji grafikon prikazuje njegov tedenski trening.



A Koliko km je Matej v prikazanem času pretekel in koliko preplaval?

B Koliko km je prekolesaril, če je kolesaril s povprečno hitrostjo 25 $\frac{km}{h}$?

C Izračunajte povprečni čas treninga na dan. Upoštevajte, da Matej preteče 1 km v povprečju v 4,5 min, v 13 min pa preplava 750 m. Rezultate zaokrožite na minuto natančno.

B2 V trgovini imajo tri akvarije v obliki kvadrov, vse z enako prostornino. Nekatere notranje mere akvarijev prikazuje tabela.

	dolžina	širina	višina
1. akvarij	$4\ dm$	$6\ dm$	$0,5\ m$
2. akvarij	$2\ dm$	$10\ dm$	
3. akvarij			

A Največ koliko litrov vode lahko nalijemo v vsak akvarij?

B Kolikšna je notranja višina 2. akvarija?

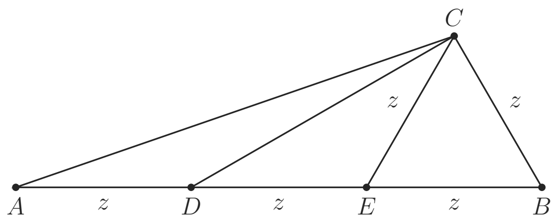
C Tretji akvarij ima obliko kocke. Na milimeter natančno določite zunanjo dolžino dna akvarija, če je steklo debelo 6 mm!

D V prvem akvariju so 75 % prostornine napolnili z vodo. Do katere višine sega voda v akvariju?

E Na največ koliko različnih načinov lahko vse tri akvarije razstavijo v vrsto na polico, če je akvarij v obliki kocke na prvem mestu z leve ali z desne?

F Če prazen akvarij polnimo s petimi enakimi izviri, se napolni v 1,2 minute. V kolikem času se bo prazen akvarij napolnil, če ga polnimo le z dvema izviroma?

B3 Dan je trikotnik $\triangle ABC$ (glej sliko), pri čemer je $z = 4$ cm.



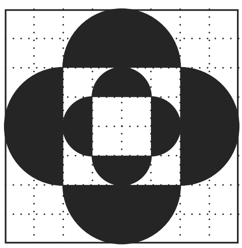
A Koliko je vseh trikotnikov na sliki?

B Kako se glede na dolžine stranic imenuje trikotnik $\triangle EBC$?

C Kako se glede na dolžine stranic imenuje trikotnik $\triangle DEC$?

D Izračunajte ploščino trikotnika $\triangle ABC$! Rezultat zaokrožite na cm^2 natančno.

B4 Vrtnarji bodo v središču mesta uredili gredico rož. Gredica je kvadratne oblike s stranico dolžine 4 metre. Odločili so se, da se bodo poigrali z zasaditvijo tulipanov. Na osenčeni del bodo zasadili čebulice rdečih tulipanov, na neosenčeni del pa čebulice belih tulipanov (glej sliko).



A Izračunajte ploščino osenčenega in ploščino neosenčenega dela gredice na cm^2 natančno.

B V vrtnariji pakirajo čebulice tulipanov v večje in manjše vrečke. V večji vrečki po ceni 13 EUR je 10 čebulic rdečih in 20 čebulic belih tulipanov. Cena manjše vrečke je 3 EUR, v njej pa je 5 čebulic rdečih in 3 čebulice belih tulipanov. Kolikšna je cena posamezne čebulice rdečega tulipana in kolikšna posamezne čebulice belega tulipana?

C Kako dolga bi bila nova povečana kvadratna gredica, če bi vrtnarji za en korak nadaljevali narisan vzorec?

Rešitve nalog 11. področnega tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Naloge za prvi letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	B	B	A	A	E

A1. Naj bo prvotni ulomek $\frac{a}{b}$. Če povečamo števec za 5% in imenovalec za 20%, potem je novi ulomek $\frac{1{,}05a}{1{,}2b}$, kar je $0,875$ od $\frac{a}{b}$. Torej se novi ulomek zmanjša za $12,5\%$.

A2. Poenostavimo $6^3 = (2 \cdot 3)^3$. Tako dobimo $2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15}$. Da dobimo popoln kvadrat, moramo pomnožiti s $3 \cdot 5$, torej s 15.

A3. Ulomka $\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{5}$ razširimo na skupni imenovalec. Dobimo $\frac{10}{60}$ in $\frac{12}{60}$. Ulomek, ki je med njima je $\frac{11}{60}$. Tako je iskano naravno število 11.

A4. Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativen, produkt negativnega števila in števila 0 je 0, tako velja trditev A.

A5. Naj bo liho število $2n-1$. Kvadrat tega števila je $4n^2-4n+1$. Temu številu prištejemo 3 in dobimo $4n^2-4n+1+3$, izpostavimo 4 in dobimo $4(n^2-n+1)$. Dobljeno število je večkratnik števila 4. Torej je število deljivo s 4.

A6. Enačbo uredimo $3ax = c-b$, delimo s $3a$ in dobimo rešitev $x = \frac{c-b}{3a}$.

B1. Zapišemo enačbo $\frac{x+\frac{1}{x}}{-x} = -1,04$. Upoštevamo, da je $-1,04 = -\frac{26}{25}$. Vstavimo in preoblikujemo enačbo v npr. $x + \frac{1}{x} = \frac{26}{25}x$. Enačbo poenostavimo do oblike: $x^2 - 25 = 0$, razstavimo in dobimo rešitvi 5 in -5.

B2. Posamezne izraze razstavimo: $24x^4 - 24x^3 + 6x^2 = 6x^2(4x^2-4x+1) = 6x^2(2x-1)^2$,
$64x^3 - 8 = 8(2x-1)(4x^2+2x+1)$ in
$48x^2 - 12 = 12(4x^2-1) = 12(2x-1)(2x+1)$. Ugotovimo, da je največji skupni delitelj $D = 2(2x-1)$ in najmanjši skupni večkratnik $v = 24x^2(2x-1)^2(2x+1)(4x^2+2x+1)$.

B3. Kvadriramo $(x+2)^2 = x^2+4x+4$. Uredimo drugi člen izraza $(x-2)(x+2) = x^2-4$. Upoštevamo negativni predznak pred drugim členom in dobimo $x^2+4x+4-x^2+4-4x^2+\frac{2}{x}$. Uredimo $-4x^2+8+4x+\frac{2}{x}$. Vstavimo $x = \sqrt{2}$, dobimo $-4\sqrt{2}^2+8+4\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}$. Racionaliziramo zadnji člen $\frac{2\sqrt{2}}{2}$. Dobimo rezultat $5\sqrt{2}$.

B4. Označimo število učencev z x in število klopi z y. Po besedilu naloge zapišemo enačbi $x = y+11$ in $\frac{x}{2} = y-5$. Rešimo sistem $x = y+11, x = 2y-10$. Rešitev sistema je $x = 32$ in $y = 21$. V razredu je torej 21 klopi in 32 učencev.

Naloge za drugi letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
D	A	C	A	E	A

A1. Pogoj, da bo graf sekal x os pri $x = 3$, je $0 = (2m + 3) \cdot 3 - (1 - 2m)$. V enačbi odpravimo oklepaje $0 = 6m + 9 - 1 + 2m$, jo uredimo $0 = 8m + 8$. Izračunamo, da je $m = -1$.

A2. Smerni koeficient premice, ki je vzporedna z abscisno osjo je $k = 0$. Torej je produkt vseh treh smernih koeficientov enak 0.

A3. Komplementarni kot kota α je $90° - \alpha$. Suplementarni kot kota α pa je $180° - \alpha$. Vsota teh dveh kotov je $90° - \alpha + 180° - \alpha$. Seštejemo $270° - 2\alpha$ in enačimo s 4α. Dobimo enačbo $4\alpha = 270° - 2\alpha$. Enačba ima rešitev $\alpha = 45°$.

A4. Iz razmerja ploščin podobnih trikotnikov, $S_1 : S_2 = 4 : 9$ razberemo razmerje istoležnih stranic teh dveh trikotnikov $a_1 : a_2 = 2 : 3$. Upoštevamo dolžino stranice manjšega trikotnika in jo uporabimo v sorazmerju $6 : a_2 = 2 : 3$. Razrešimo sorazmerje $2 \cdot a_2 = 6 \cdot 3$. Izrazimo $a_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$. Stranica trikotnika je dolga 9 cm.

A5. Izraz $(((a^{x+y})^{x-y})^{x^2+y^2})^{x^4+y^4}$ poenostavimo. Začnemo v notranjem oklepaju, kjer upoštevamo produkt vsote in razlike $((a^{x^2-y^2})^{x^2+y^2})^{x^4+y^4}$. Postopek ponovimo, saj tudi v naslednjem koraku uporabimo produkt vsote in razlike $(a^{x^4-y^4})^{x^4+y^4}$. Tudi v zadnjem koraku upoštevamo prejšnje pravilo in dobimo $a^{x^8-y^8}$.

A6. Periodično decimalno število $0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Decimalno število $0,125$ zapišemo z okrajšanim ulomkom $\frac{1}{8}$. Tako lahko izraz $\sqrt[6]{0,125^{-0,\overline{6}}}$ zapišemo $((\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{6}}$. Ulomek $\frac{1}{8}$ zapišemo s potenco in upoštevamo negativni eksponent. Dobimo $((2^3)^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{6}}$, eksponente pomnožimo oziroma pred tem ustrezno okrajšamo, tako dobimo $2^{\frac{1}{3}}$, kar je $\sqrt[3]{2}$.

B1. I. način
Ugotovimo, da je račun za telefon enak vrednosti linearne funkcije $f(x) = k \cdot x + n$, pri čemer je k cena minute pogovora, x naj pomeni število minut pogovora in n pomeni mesečno naročnino. Podani imamo dve vrednosti te funkcije: $f(75) = 15,45$ in $f(113) = 20,01$. Izračunamo $k = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{20,01-15,45}{113-75} = \frac{4,56}{38} = 0,12$. Upoštevamo $f(x_2) - f(x_1) = k \cdot (x_2 - x_1)$ ter vstavimo ustrezne podatke. Dobimo $f(x) = 0,12 \cdot x + 6,45$. n lahko izračunamo iz zveze $f(x) = l \cdot x + n$. Vstavimo podatke iz $f(75) = 15,45$ in dobi,o $15,45 = 0,12 \cdot 75$. Izračunamo $n = 6,45$. Torej minuta pogovora stane $0,12$ evra in mesečna naročnina $6,45$ evra.

II. način
Sklepamo: V mesecu oktobru je Jana govorila 38 minut več in plačala $4,56$ evrov več. Torej 1 minuta pogovora stane $4,56 : 38 = 0,12$ evra. Upoštevamo še računa za september, pa dobimo mesečno naročnino $6,45$ evra.

B2. Iskana oddaljenost je dolžina daljice RM. Iz slike razberemo, da je: $|RM| = |RA| + |AM|$, kot $MDA = 50°$, kot $RBA = 40°$. Upoštevamo $\sin 50° = \frac{|MA|}{|AD|}$, iz česar izrazimo $|MA| = |AD| \cdot \sin 50°$. Izračunamo $|MA| = 2,298$ cm. Uporabimo še $\sin 40° = \frac{|RA|}{|BA|}$. Izrazimo $|RA| = |BA| \cdot \sin 40° = 4,5$ cm. Izračunamo še $|RM| = 2,298 + 4,5 = 6,8$ cm. .

B3. Skico dopolnimo s točkami A, B, C, D in E ter ugotovimo, da sta trikotnika ABC in CDE podobna. Zapišemo ustrezno razmerje istoležnih stranic $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|CD|}{|DE|}$. Vstavimo $\frac{6}{4} = \frac{10}{x-10}$ in izračunamo $6x - 60 = 40$, torej je $x = \frac{50}{3}$.

B4. Izraz pretvorimo na potence z enako osnovo $3^{2n-1} \cdot (2^2)^{n+1} + (3^2)^{n+1} \cdot 2^{2n-1} + (3 \cdot 2)^{2n-1}$, uredimo $3^{2n-1} \cdot 2^{2(n+1)} + 3^{2(n+1)} \cdot 2^{2n-1} + 3^{2n-1} \cdot 2^{2n-1}$. Izpostavimo skupni faktor $3^{2n-1} \cdot 2^{n+1}$ in dobimo $3^{2n-1} \cdot 2^{n+1}(2^3 + 3^3 + 1) = 6^{2n-1} \cdot 36$. Število 36 zapišemo s potenco 6^2 in uredimo $6^{2n-1} \cdot 6^2 = 6^{2n+1}$.

Naloge za tretji letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	D	C	A	D	C

A1. Če je $a < 0$, je graf kvadratne funkcije - parabola konkavna(v temenu ima maksimum). Če je $c < 0$, grafa seka os y na negativni polosi. Ker je $b < 0$, je abscisa temena $p = -\frac{b}{2a}$ negativna. Velja slika A.

A2. Zapisana kvadratna funkcija je pozitivna, če je $D < 0$. Veljati mora $(k-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0$, torej $k^2 - 2k - 3 < 0$. Rešimo neneačbo, tako da poiščemo rešitvi enačbe $k^2 - 2k - 3 = 0$, razstavimo $(k-3)(k+1) = 0$, odčitamo $k_1 = -1$ in $k_2 = 3$. Preverimo predznake na številski premici in dobimo rešitev D.

A3. Razmišljamo: ko list prepognemo enkrat, dobimo 2 lista, ob dveh prepogibih dobimo $4 = 2^2$ liste, ob treh $8 = 2^3$ listov,ob n prepogibih 2^n listov. Zloženka mora imeti v n prepogibih 512 listov, torej $2^n = 512$. Zapišemo s potencami z enakimi osnovami $2^n = 2^9$. n = 9 List moramo prepogniti devetkrat.

A4. Vstavimo točko $A(5,2)$ in dobimo $2 = \log_3(5+c) + 2$. Upoštevamo definicijo logaritma $3^2 = 5 + c$. Izračunamo $c = 4$.

A5. Upoštevamo, da je $a = 0,24x, b = 0,32x$ in $c = 0,4x$. Ploščina trikotnika je $\frac{a \cdot b}{2} = 24$. Vstavimo $0,24x \cdot 0,32x = 48$, iz česar izračunamo $x = 5$. Izračunamo $a = 6$ cm,$b = 8$ cm in $c = 10$ cm, obseg je torej 24 cm.

A6. Volumen pomanjšane kocke V_1 izrazimo s prvotnim volumnom $V = a^3$. Tako velja $V_1 = (\frac{a}{2})^3 = \frac{1}{8}V = 12,5\%V$.

B1. Z uporabo pravil za računanje z logaritmi preoblikujemo dano logaritemsko enačbo v $\ln(\frac{x}{1-x}) = 2$. Iz definicije logaritma izhaja $\frac{x}{1-x} = e^2$. Odpravimo ulomke in iz dobljene enačbe izrazimo x.

B2. Iz podanih podatkov zapišemo zvezi $2a + b = 60$ in $a \cdot b = 352$. Rešimo nastali sistem dveh enačb z dvema neznankama. Upoštevamo $a > b$ in izberemo ustrezno rešitev $a = 22$ in $b = 16$.

B3. Sklepamo, da je diagonala kvadrata enaka premeru kroga. Torej $r = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tako velja $a = r\sqrt{2}$. Razmerje prostornin kvadra in valja je $\frac{V_k}{V_v} = \frac{a^2 v}{\pi r^2 v}$. Upoštevamo, da imata telesi enaki višini in ulomek okrajšamo. Upoštevamo še $a = r\sqrt{2}$, kar vstavimo v okrajšani ulomek. Dobimo $\frac{(r\sqrt{2})^2}{\pi r^2} = \frac{2}{\pi} = 0,637$. Tako velja $V_k = 0,637V_v$. Torej predstavlja volumen kvadra $63,7\%$ volumna valja. Odpade torej $36,3\%$ ostružkov.

B4. Zapišemo funkcijo $g(x) = -x^2 + 1$. Predpisa obeh funkcij enačimo $\frac{-2}{x^2} = -x^2 + 1$. Odpravimo ulomek $x^4 - x^2 - 2 = 0$ in enačbo uredimo $x^4 - x^2 - 2 = 0$. Enačbo razstavimo po Vietovem pravilu $(x^2 - 2)(x^2 + 1) = 0$. $(x^2 - 2)$ razstavimo na $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$. Odčitamo abscisi presečišča $x_1 = \sqrt{2}$ in $x_2 = -\sqrt{2}$.

Naloge za četrti letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	C	A	A	B	E

A1. Polinom ima dve realni ničli $x_1 = -1$ in $x_2 = 2$, obe sta lihi. Določimo predznake na intervalih, ki jih omejujeta ničli. Pravilna rešitev je A.

A2. Racionalna funkcija ima predpis $f(x) = \frac{x^2-4}{1+2x-3x^2}$. Stopnji števca in imenovalca sta enaki, zato je asimptota enaka količniku vodilnih koeficientov in je $y = -\frac{1}{3}$.

A3. Zaloga vrednosti za dano funkcijo je $[-1, 1]$. Preverimo vrednosti pri ponujenih rešitvah in ugotovimo, da vrednost pri A presega vrednost 1.

A4. Odsek na ordinatni osi pomeni, da je $n = -5$. Naklonski kot premice je $\tan\alpha = k$, torej je $k = \tan 45°$, kar pomeni, da je $k = 1$. Enačba premice je torej $y = x - 5$.

A5. Peti člen ima zapis $a_5 = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}$, kar lahko zapišemo $\sqrt[32]{5^{16}\cdot 5^8\cdot 5^4\cdot 5^2\cdot 5}$. Skrčimo potence v korenu $\sqrt[32]{5^{31}}$ ter zapišemo s potenco $5^{\frac{31}{32}}$.

A6. Sklepamo, da sta a_1 in d enaka, ker govorimo o večkratniku istega števila. Uporabimo obrazec za vsoto $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-)d)$. Vstavimo $1014 = \frac{12}{2}(2\cdot d + 11d)$ iz česar izračunamo $d = 13$.

B1. Za polinom $p(x) = x^3 + 2x - 3$ določimo ničlo in jo preverimo po Hornerju. Količnik, ki ga razberemo iz Hornerja je $x^2 + x + 3$. Diskriminanta tega je negativna, kar pomeni, da ima polinom eno realno ničlo, ki je $x = 1$. Izračunamo začetno vrednost oziroma presečišče z ordinatno osjo $(0, -3)$. Upoštevamo predznake in narišemo graf. Graf linearne funkcije narišemo z upoštevanjem dveh točk, npr. začetne vrednosti $(0, -3)$ in še ene poljubne točke. Odčitamo presečišče, ki je $(0, -3)$.

B2. Neenačbo uredimo tako, da neenačimo z 0. Dobimo $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} - 1 + \frac{x}{x^2-4} \geq 0$. Poiščemo skupni imenovalec, ki je $x^2 - 4$. Razširimo števce ter neenačbo ustrezno uredimo $\frac{x+2+x-2-x^2+4+x}{(x-2)(x+2)} \geq 0$. Skrčimo števec $\frac{-x^2+3x+4}{(x-2)(x+2)} \geq 0$. Določimo ničli iz $-x^2 + 3x + 4 = 0$, ter pola. Ničli sta $x_1 = 4$ in $x_2 = 1$, pola sta $x_1 = 2, x_2 = -2$. Uredimo predznake in odčitamo rešitev $x \in (-2, 1] \cup (2, 4]$.

B3. Kvadriramo ulomek $\frac{1+\cos x}{\sin x}$ in dobimo $\frac{1+2\cos x+\cos^2 x}{\sin^2 x}$. Določimo skupni imenovalec $\frac{1+2\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}{\sin^2 x}$. V števcu seštejemo $\frac{2+2\cos x}{\sin^2 x}$. V števcu izpostavimo skupni faktor in deljenje spremenimo v množenje $\frac{2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\cdot\frac{\sin^2 x}{\cos x+1}$. Ulomka okrajšamo in dobimo 2.

B4. Uporabimo obrazec $s_n = \frac{n}{2}(2a_1+(n-)d)$ in dobimo $870 = \frac{n}{2}(120+(n-1)6)$. Enačbo uredimo, krajšamo s 3 in dobimo $n^2+19n-290 = 0$. Enačbo razstavimo $(n-10)(n+29) = 0$. Ustrezna rešitev enačbe je $n = 10$, kar pomeni, da je globina vodnjaka 10 m. Izračunamo še deseti člen aritmetičnega zaporedja za znesek zadnjega metra izkopa $a_{10} = a_1 + 9d$ in dobimo $a_{10} = 60 + 54 = 114$. Za zadnji meter izkopa plačamo 114 evrov.

Rešitve nalog 11. državnega tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Naloge za prvi letnik

1. Upoštevamo, da imata brata skupaj $x+y=312$ evrov. Iz besedila naloge zapišemo enačbo $(x-\frac{4}{100}x)\cdot 4 = y+\frac{4}{100}x$. V enačbi odpravimo oklepaje $4x-\frac{4}{25}x = 312-x+\frac{1}{25}$ in jo uredimo $96x+24x = 7800$. Izračunamo $x = 65$. Nato izračunamo še $y = 247$. Zapišemo odgovor: Anže je imel 65 evrov, Uroš pa 247 evrov.

2. Uredimo izraza v okepajih oziroma razširimo ulomke na skupna imenovalca: prvi oklepaj $\frac{x^4+y^4-x^2y^2}{x^2y^2}$ in drugi oklepaj $\frac{x^6+y^6}{x^3y^3}$. Preoblikujemo izraz iz deljenja v množenje. Uporabimo obrazec za vsoto kubov in razstavimo drugi imenovelec $x^6+y^6 = (x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$. Okrajšamo ulomka ter v poenosavljen izraz $\frac{xy}{x^2+y^2}$ vstavimo vrednosti za x in y. Delno korenimo števec $\sqrt{33\cdot 77} = 11\sqrt{21}$, okrajšamo ulomek in dobimo rezultat $\frac{\sqrt{21}}{10}$.

3. Števke označimo npr. z a, b, c. Po besedilu naloge zapišemo prvo zvezo $a+b+c = 18$, drugo $a = \frac{1}{8}(10b+c)$ in tretjo $c = \frac{1}{8}(10a+b)$. Enačbe uredimo in dobimo sistem treh enačb s tremi neznankami:
$a+b+c = 18,$
$8a-10b-c = 0,$
$-10a-b+8c = 0.$
Rešitve sistema so $a = 6, b = 4$ in $c = 8$. Iskano število je 648.

4. Nastavimo neenakost $2(x-1)^2+4 \geq (x-1)(x+2)+x(x-3)$. Odpravimo oklepaje $2(x^2-2x+1)+4 \geq x^2+x-2+x^2-3x$ in neenakost uredimo $2x^2-4x+2+4 \geq 2x^2-2x-2$. Upoštevamo pravila za računanje z neenakostmi in dobimo $-2x \geq -8$. Delimo z -2 in dobimo $x \leq 4$.

5. Sklepamo, da je skupna nagrada x prvotno sestavljena iz 18 delov, druga delitev pa iz 15 delov. Prvotno dobi Janez $\frac{7}{18}x$, Marjeta $\frac{6}{18}x$ in Tine $\frac{5}{18}x$. Po drugi delitvi dobi Janez $\frac{6}{15}x$, Marjeta $\frac{5}{15}x$ in Tine $\frac{4}{15}x$. Števila uredimo po velikosti, npr. razširimo na skupni imenovalec: prva delitev $\frac{35}{90}x, \frac{30}{90}x, \frac{25}{90}x$ in druga delitev $\frac{36}{90}x, \frac{30}{90}x, \frac{24}{90}x$. Ugotovimo, da Tine dobi več pri prvi delitvi. Za drugi del naloge nastavimo zvezo $\frac{36}{90}x = \frac{30}{90}x+120$. Rešitev enačbe je $x = 1800$ evrov. Janez bobi 720 evrov, Marjeta 600 evrov, Tune pa 480 evrov.

Naloge za drugi letnik

1. Vzporedne premice imajo enak smerni koeficient $k = -\frac{1}{2}$ Če uporabimo odsekovno obliko enačbe premice $\frac{x}{m}+\frac{y}{n} = 1$, je ploščina enaka $S = \frac{|m\cdot n|}{2}$. Iz odsekovne oblike preoblikujemo v eksplicitno in dobimo $y = -\frac{n}{m}x+n$. Torej je $k = -\frac{n}{m} = -\frac{1}{2}$ in $m = 2n$. Upoštevamo ploščino $S = \frac{|m\cdot n|}{2}$ in dobimo $49 = n^2$. Imamo dve možnosti: $n = 7, m = 14$ ali $n = -7, m = -14$. Obstajata dve takšni premici:$\frac{x}{14}+\frac{y}{7} = 1$ in $\frac{x}{-14}+\frac{y}{-7} = 1$.

2. Izračunamo količino vode v kleti $V = 3,7\cdot 2,3\cdot 1,2 = 10,212\ \mathrm{m}^3 = 10212\ \mathrm{dm}^3$. Količino vode zapišemo kot funkcijo časa $f(t) = 10212-180t$. Vsa voda bo izčrpana, ko bo vrednost funkcije $f(t) = 0$. Rešimo enačbo $10212-180t = 0$. Dobimo $t = 56,73$ minut, kar je 56 minut in 44 sekund.

3. Ker je točka $T(x, y)$ enako oddaljena od točk A in B, zapišemo enakost $d(A, T) = d(B, T)$. Razdaljo med točkama izračunamo po formuli $d(A, T) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Točka T leži na abscisni osi, zato je $T(x, 0)$. Enačimo $\sqrt{(x-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{(x-7)^2 + (0-2)^2}$. Enačbo kvadriramo in poenostavimo $12x = 36$. Iz tega dobimo $x = 3$. Točka T ima torej koordinati $T(3, 0)$. Ker je $\triangle ABT$ enakokraki trikotnik, višina razpolavlja osnovnico in je zato višina enaka razdalji med točkama S in T, pri čemer je S razpolovišče stranice AB. Koordinati razpolovišča sta $S(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$. Torej je točka $S(\frac{1+7}{2}, \frac{4+2}{2})$ enaka $(4, 3)$. Razdalja $d(S, T) = \sqrt{10}$.

4. Izpostavimo skupni faktor v števcu $a^{2x-1}(a^3+a^2-16a-16)$ in v imenovalcu $a^{2x-1}(a^2+5a+4)$. Izpostavljena faktorja a^{2x-1} lahko krajšamo. Števec razstavimo z izpostavljanjem skupnega faktorja $a^2(a+1) - 16(a+1) = (a+1)(a^2-16) = (a+1)(a+4)(a-4)$. V imenovalcu razstavimo po Vietovem pravilu $(a+1)(a+4)$. Ulomek okrajšamo in dobimo $a - 4$.

5. Kvadriramo $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{xy} + y$ ter razstavimo števec ulomka $\frac{\sqrt{x}^3-\sqrt{y}^3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x+\sqrt{xy}+y)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$. Ulomek krajšamo in dobimo $x + \sqrt{xy} + y$. Poenostavimo oklepaj $x+2\sqrt{xy}+y-(x+\sqrt{xy}+y) = \sqrt{xy}$. Uredimo zapis $(\sqrt{xy})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{xy}}$. Dobimo $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$, okrajšamo in dobimo 1.

Naloge za tretji letnik

1. V obrazec za ploščino paralelograma $S = a \cdot b \cdot \sin\alpha$ vstavimo podatke $28\sqrt{3} = a(15-a)\sin 60^\circ$ uredimo enačbo $a^2 - 15a + 56 = 0$ in jo rešimo. Dobimo rešitvi $a = 7$ km in $b = 8$ km. Uporabimo kosinusni izrek za izračun dolžin diagonal: $e^2 = a^2+b^2-2ab\cos\beta$ in $f^2 = a^2+b^2-2ab\cos\alpha$. Izračunamo dolžini obeh diagonal $e = 13$ km in $f = 7,5$ km. Minkova pot je torej daljša za približno $5,5$ km.

2. Če je prva kmetica imela x jajc, potem jih je imela druga $100-x$. Če bi prva kmetica imela $100-x$ jajc, bi dobila zanje 15 evrov. Torej je prodajala svoja jajca po $\frac{15}{(100-x)}$. Če bi druga kmetica imela x jajc, bi dobila zanje $6\frac{2}{3}$ evra. Torej je prodajala svoja jajca po $6\frac{2}{3} : x = \frac{20}{3x}$. Prva kmetica je dobila za svoja jajca $\frac{x \cdot 15}{(100-x)} = \frac{15x}{(100-x)}$, druga pa $(100-x) \cdot \frac{20}{3x} = \frac{20(100-x)}{3x}$. Glede na to, da sta obe dobili enako vsoto denarja, lahko zapišemo enačbo $\frac{15x}{(100-x)} = \frac{20(100-x)}{3x}$. Ko enačbo uredimo, dobimo kvadratno enačbo $x^2 + 160x - 8000 = 0$, ki ima dve rešitvi, in sicer $x_1 = 40$ in $x_2 = -200$. Ker je negativni x v našem primeru nesmiseln, je rešitev naloge, da je prva kmetica imela 40, druga pa 60 jajc.

3. Pravilna štiristrana prizma ima za osnovno ploskev kvadrat s ploščino $S = a^2$ in obsegom $o = 4a$. Ker je pravilna prizma hkrati pokončna, se njena površina izračuna $P = 2S + o \cdot v$. Razlika površin v obeh primerih je potem $P - P_2 = 2S + o \cdot v - (2S + o \cdot v_2) = o \cdot v - o \cdot v_2 = o(v - v_2)$. Vstavimo dane podatke in dobimo $2520 - 2304 = 4a \cdot 3$, oziroma $216 = 12a$ in $a = 18$ cm. Če sedaj to vstavimo v obrazec za površino ene izmed prizem (npr. prvotno), dobimo $P = 2a^2 + 4a \cdot v$ in $2520 = 2 \cdot 18^2 + 4 \cdot 18 \cdot v$. Iz tega izračunamo, da je višina prvotne prizme 26 cm, višina druge pa 23 cm. Upoštevamo obrazec za izračun prostornine prizme $V = S \cdot v = 18^2 \cdot 23 = 7452$ cm^3.

4. Uporabimo pravila in definicijo logaritmov $\log 10 = 1$, zato je desna stran enačbe enaka 1, dobimo enačbo $\frac{1}{3}\log(271 + 3^{\sqrt{2x}}) = 1$. Enačbo množimo s 3 ali uporabimo pravilo za logari-

tem potence ter dobimo $\log(271+3^{\sqrt{2}x})=3$ ali $\log(271+3^{\sqrt{2}x})^{\frac{1}{3}}=1$. Uporabimo definicijo logaritma in po urejanju dobimo $271+3^{\sqrt{2}x}=10^3$. Poračunamo desno stran in preoblikujemo enačbo in dobimo $3^{\sqrt{2}x}=729$. Dobljeno eksponentno enačbo uredimo $3^{\sqrt{2}x}=3^6$. Enačimo eksponenta $\sqrt{2}x=6$. Izrazimo $x=\frac{6}{\sqrt{2}}$, rezultat racionaliziramo $x=3\sqrt{2}$.

5. Zapišemo tri zaporedna cela števila $x, x+1, x+2$. Zapišemo vsoto njihovih kvadratov $x^2+(x+1)^2+(x+2)^2$, kvadriramo $x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4$, seštejemo $3x^2+6x+5$. Izračunamo diskriminanto $D=b^2-4ac=-24$. Zaključimo, da ne obstaja nobeno realno število, ki bi ustrezalo temu pogoju, saj je $D<0$.

Naloge za četrti letnik

1. Nastavimo enačbo $-x^4+2x^3+x^2-2x=0$, izpostavimo skupni faktor $-x(x^3-2x^2-x+2)=0$, nato razstavimo še štiričlenik in dobimo $-x(x-2)(x-1)(x+1)=0$. Negativna ničla je $x=-1$. Ugotovimo, da je navpičnica, ki je dve enoti oddaljena od ordinatne osi levo, premica $x=-2$. Izračunamo še presečišča grafa polinoma s to premico $x=-2$, tako da izračunamo $p(-2)=-24$. Imamo dve točki iskane premice, ki sta $(-1,0)$ in $(-2,-24)$. Izračunamo $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\frac{-24}{-2+1}=24$. V $y=kx+n$ vstavimo eno izmed točk npr. $(-1,0)$ ter dobimo $y=24x+24$.

2. Upoštevamo, da je a abscisa, b pa ordinata temena kvadratne funkcije. Izračunamo $a=-\frac{b}{2a}=-3$ in $b=-\frac{D}{4a}=1$. Zapišemo funkcijo $f(x)=\frac{x^2-3}{x^2+1}$. Določimo ničli $x_1=\sqrt{3}$ in $x_2=-\sqrt{3}$, polov ni, asimptota $y=1$ in začetna vrednost $(0,-3)$. Upoštevamo predznake in narišemo graf.

3. Poenostavimo enačbo premice do $y=3x-6$. Zapišemo smerni koeficient $k=3$ in upoštevamo, da je tangenta pravokotna na polmer, kar pomeni, da je smerni koeficient nosilke polmera $k=-\frac{1}{3}$. Upoštevamo, da nosilka polmera poteka skozi središče krožnice $C(6,2)$ in določimo enačbo premice, ki je $y=-\frac{x}{3}+4$. Dotikališče tangente in krožnice je presečišče premic $y=3x-6$ in $y=-\frac{x}{3}+4$. Zapišemo enačbo $3x-6=-\frac{x}{3}+4$. Izračunamo $P(3,3)$. Polmer je razdalja med središčem in dotikališčem tangente na krožnico. Uporabimo obrazec za razdaljo med točkama $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$, vstavimo ustrezne koordinate in izračunamo $r=\sqrt{10}$.

4. Z a_1 označimo količino proizvodnje leta 2010 in z a_n količino proizvodnje v zadnjem načrtovanem letu in s s_n celotno predvideno količino proizvodnje v načrtovanem obdobju. Ker je proizvodnja vsako naslednje leto dvakrat tolikšna kot predhodno leto, je $q=2$. Potem je $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$, zato je $320=a_1\cdot 2^{n-1}$. Velja tudi $s_n=\frac{a_1(2^n-1)}{2-1}$, zato je $630=a_1\cdot(2^n-1)$. Iz prve enačbe izrazimo $a_1=\frac{320}{2^{n-1}}$ in vstavimo v drugo enačbo $630=\frac{320}{2^{n-1}}\cdot(2^{n-1})$. Odpravimo ulomek $2^{n-1}\cdot 630=320\cdot(2^n-1)$, uredimo enačbo $630\cdot 2^{n-1}-320\cdot 2^n=-320$. Izpostavimo skupni faktor $2^{n-1}(320\cdot 2-630)=320$, uredimo $2^{n-1}\cdot 10=320$, delimo z 10. Dobimo $2^{n-1}=32$, kar lahko zapišemo $2^{n-1}=2^5$. Izračunamo $n=6$. Izračunamo še $a_1=10$. Količina proizvodnje v letu 2010 je $a_1=10$ ton. Načrt proizvodnje bodo uresničili čez 6 let.

5. Ugotovimo, da je razlika med prvo vsoto in drugo vsoto razlika med a_n in a_1, ki je 42. Nastavimo sistem enačb $a_n-a_1=42, a_n+a_1=14$ in ga rešimo. Dobimo rešitev $a_n=28$ in $a_1=-14$. Izračunamo vsoto $s_n=119+a_1=105$. Uporabimo obrazec za vsoto $s_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$ in izračunamo $n=15$. Uporabimo še zvezo za $a_n=a_1+(n-1)d$ in izračunamo $d=3$.

Rešitve nalog 11. področnega tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
C	A	D	B	E	B	C	C	D	D

A1 Od skupno 100 kvadratkov je osenčenih 92, kar pomeni $\frac{92}{100} = \frac{23}{25}$.

A2 22,50 EUR za 45 min pomeni 0,50 EUR na minuto. Za $1\ h = 60$ min pa je znesek $60 \cdot 0,50$ EUR $= 30$ EUR.

A3 1 cent = 0,01 EUR, zato znaša skupen znesek $2000000 \cdot 0,01$ EUR $= 20000$ EUR.

A4 To velja za števko 1, saj je 136230, zaokroženo na stotisočice, enako 100000.

A5 Uporabimo Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku, kjer je x iskana dolžina ravne cevi. Tako je $x^2 = 6^2 + 8^2$, od tod pa dobimo, da je $x = 10$ m.

A6 Iz histograma odčitamo, da so štirje fantje svojo maso ohranili, petim fantom se je le-ta povečala za 1 kg, dvema za 2 kg in enemu za 3 kg. Vsaj 2 kg so tako pridobili trije fantje.

A7 Račun je mogoče plačati na tri načine:

- s petimi kovanci za 1 EUR,
- z dvema kovancema za 2 EUR in enim za 1 EUR,
- z enim kovancem za 2 EUR in treni kovanci za 1 EUR.

A8 Imamo 45 jabolk, saj je 45 edino število od danih števil, ki je deljivo s 3 in s 5.

A9 Z grafa lahko odčitamo, da Janezu potem, ko prehodi 1 km, ostane še 3 km poti.

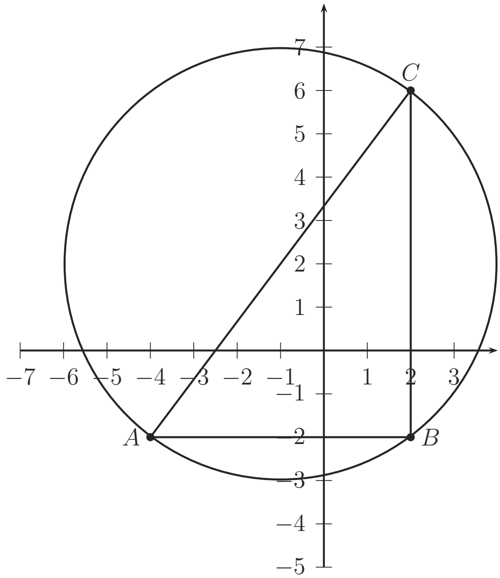
A10 Pravilne so 4 trditve, saj velja:

- $20\ \%$ od $40 = 8$ je pravilno, ker je $0,20 \cdot 40 = 8$,
- $2^3 = 8$ je pravilno, ker je $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$,
- $3^2 - 1^2 = 8$ je pravilno, ker je $3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$,
- $7 - 3 \cdot 2 = 8$ ni pravilno, ker je $7 - 3 \cdot 2 = 7 - 6 = 1$,
- $2 \cdot (6-4)^2 = 8$ je pravilno, ker je $2 \cdot (6-4)^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$.

B1 Niko je zbral 120 kg starega železa.
Tone je zbral $120 - \frac{1}{4}$ od $120 = 120 - 30 = 90$ kg starega železa.
Tine je zbral $120 + \frac{1}{4}$ od $120 = 120 + 30 = 150$ kg starega železa.
Gregor je zbral $x = 120$ kg, kar izračunamo iz enačbe $120 + 90 + 150 + x = 4 \cdot 120$.

B2 Točke $A(-4,-2)$, $B(2,-2)$ in $C(2,6)$ narišemo v pravokotni koordinatni sistem in jih povežemo v pravokotni trikotnik $\triangle ABC$ s pravim kotom pri oglišču C.

Dolžini katet sta $|AB| = 6\ e$ in $|BC| = 8\ e$, dolžino hipotenuze $|AC|$ pa dobimo s pomočjo Pitagorovega izreka: $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$. Torej je $|AC|^2 = (6\ e)^2 + (8\ e)^2$, od tod pa dobimo, da je $|AC| = 10\,e$. Obseg $\triangle ABC$ je $|AB| + |BC| + |AC| = 6\,e + 8\,e + 10\,e = 24\,e$. Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ je $p_{\triangle ABC} = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24\,e^2$. Pravokotnemu trikotniku očrtana krožnica ima središče v razpolovišču hipotenuze, polmer pa je enak polovici hipotenuze.



B3 Leta 2010 je unča zlata (31 g) stala $1200 : 1,3 = 923$ EUR. Prostornina kocke z robom 2 dm je 8 dm^3. Ker je gostota zlata $19,32\ \frac{g}{cm^3} = 19,32\ \frac{kg}{dm^3}$, je masa takšne kocke $m = \rho \cdot V = 19,32\ \frac{kg}{dm^3} \cdot 8\ dm^3 = 154,56\ kg$. Cena takšne količine zlata je $\frac{154{,}56\ kg \cdot 1200\ \$}{0{,}031\ kg} = 5982967,74\ \$ \approx 5982968\ \$$. Razmerje med ceno zlata leta 2010 in ceno zlata leta 2007 je $\frac{1200\ \$}{660\ \$} = 1,82$, kar pomeni, da je cena zlata narasla za $82\ \%$.

B4 Ploščina zgornjega pravokotnika (steklene ploskve) je $60\ cm \cdot 36\ cm = 2160\ cm^2$. Ploščina spodnjega pravokotnika (lesenega dna) je $60\ cm \cdot 20\ cm = 1200\ cm^2$. Razlika med obema ploščinama je $2160\ cm^2 - 1200\ cm^2 = 960\ cm^2 = 9,6\ dm^2$. Da bi izračunali, koliko litrov zemlje potrebujemo, da posodo napolnimo do polovice njene višine, moramo izračunati prostornino prizme z višino $v_p = 60\ cm$, ki ima za osnovno ploskev trapez z osnovnicama $a = 20\ cm$ in $c = 28\ cm$ ter višino $v_t = 8,5\ cm$: $V = \frac{(a+c)\cdot v_t}{2} \cdot v_p = \frac{(20+28)\cdot 8{,}5}{2} \cdot 60 = 12240\ cm^3 = 12,24\ dm^3 = 12,24\ l$.

Rešitve nalog 11. državnega tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	E	D	D	C	B

A1 V mreži si narišemo začetno točko. Iz te točke 3 enote levo, 1 enoto dol, 3 enote desno in 1 enoto dol v končno točko. Iz končne v začetno točko pridemo za 2 enoti gor oz. 2 km severno.

A2 Prvi prijatelj izbira med 3 sedeži, drugi med dvema in tretjemu ostane še en sedež. Torej $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ možnosti.

A3 Vse točke iz tabele: $(1, 1.5)$, $(2, 3)$, $(3, 4.5)$ in $(4, 6)$ pripadajo le premici $y = 1.5x$.

A4 Izraz $(\exists + \bigcup)^2$ kvadriramo po pravilu $(\exists + \bigcup)^2 = \exists^2 + 2\exists\bigcup + \bigcup^2$.

A5 Frekvenci vrtenja velikega in malega kolesa sta v premem sorazmerju. Koeficient za malo kolo je $\frac{100}{15} = \frac{20}{3}$, zato je frekvenca vrtenja velikega kolesa $6 \cdot \frac{20}{3} = 40$.

A6 Čaj pije 35 $\%$ od $60 = 21$ ljudi. Mleko pije 15 $\%$ od $60 = 9$ ljudi. 12 ljudi več pije čaj kot mleko.

B1 Matejev trening tekanja in plavanja prikazuje tabela:

	PON	TOR	SRE	ČET	PET	SOB	NED	Skupaj
tek[km]	10	12	0	8	13	0	0	43 km
plavanje[km]	2	2.5	3.5	3	2	0	4	17 km

Kolesaril je v sredo 2.5 h in v soboto 3.5 h, to je 6 h v prikazanem tednu. Prekolesaril je pot $s = \bar{v} \cdot t = 25\ \frac{km}{h} \cdot 6\ h = 150\ km$.
Čas, ki ga je Matej porabil za tek: $\frac{43\ km}{1\ km} \cdot 4.5\ min = 193.5\ min \approx 194\ min$.
Čas, ki ga je Matej porabil za plavanje: $\frac{17\ km}{0.75\ km} \cdot 13\ min \approx 295\ min$.
Kolesaril je $6\ h = 360\ min$.
Povprečni čas treninga na dan $\bar{t} = \frac{194\ min + 295\ min + 360\ min}{7} \approx 121\ min$.

B2 Vsak akvarij drži $V = 4\ dm \cdot 6\ dm \cdot 5\ dm = 120\ l$. Prostornina drugega akvarija je 120 dm^3.
Iz enačbe $120\ dm^3 = 2\ dm \cdot 10\ dm \cdot v$ izračunamo višino $v = 6\ dm$.
Iz enačbe za prostornino kocke $120\ dm^3 = a^3$ izračunamo notranji rob $a = 4.93\ dm$. Upoštevamo debelino stekla 6 mm, pa je zunanji rob akvarija $4.93\ dm + 2 \cdot 0.06\ dm = 5.05\ dm$.
75 $\%$ vode od $120\ l = 90\ l$. Iz enačbe za prostornino akvarija $90\ l = 4\ dm \cdot 6\ dm \cdot v$ izračunamo višino akvarija $v = 3.75\ dm$.
Če je kockast akvarij na prvem mestu z leve, se ostala dva lahko razvrščata na 2 načina. Če je kockast akvarij na prvem mestu z desne, to pomeni še dva različna načina. Skupaj se lahko razvrstijo na 4 različne načine.
Če polnijo akvarij z enim izvirom, se polni $1{,}2\ min \cdot 5 = 6\ min$. Ko ga polnimo z dvema izviroma, pa je čas dvakrat krajši, to je 3 min.

B3 Na sliki je 6 trikotnikov: $\triangle ABC$, $\triangle AEC$, $\triangle DBC$, $\triangle ADC$, $\triangle DEC$, $\triangle EBC$. Trikotnik $\triangle EBC$ je enakokrak in enakostranični, trikotnik $\triangle DEC$ pa enakokraki. Ploščino trikotnika $\triangle ABC$ izračunamo po formuli $S_\triangle = \frac{\bar{AB} \cdot v_{\triangle ABC}}{2}$, kjer je $\bar{AB} = 3z = 12\ cm$ in $v_{\triangle ABC} = v_{\triangle EBC} = \frac{z\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\ cm$. Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ je $S_{\triangle ABC} = \frac{\bar{AB} \cdot v_{\triangle ABC}}{2} = \frac{12\ cm \cdot 2\sqrt{3}\ cm}{2} = 12\sqrt{3}\ cm^2 \approx 21\ cm^2$.

B4 Osenčeni del gredice lahko sestavimo v dva kroga s polmerom 0,5 m in dva kroga s polmerom 1 m. Ploščina osenčenega dela, ki so ga zasadili s čebulicami rdečih tulipanov, je enaka vsoti ploščin dveh večjih in dveh manjših krogov: $S = 2\pi(0.5\ m)^2 + 2\pi(1\ m)^2 = 7.85\ m^2$. Celotna gredica je kvadratne oblike s ploščino $(4\ m)^2 = 16\ m^2$. Ploščina neosenčenega dela gredice, zasajenega s čebulicami belih tulipanov, je $16\ m^2 - 7.85\ m^2 = 8.15\ m^2$.
Z x označimo ceno čebulice za rdeč, z y pa za beli tulipan. Po besedilu nastavimo sistem enačb:

$$10x + 20y = 13$$

$$5x + 3y = 3$$

Od tod izračunamo, da je $x = 0.3$ EUR in $y = 0.5$ EUR.
Če bi vrtnarji nadaljevali narisani vzorec za 1 korak, bi bila gredica dolga 8 m.

Matematični kenguru

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju.
Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

2002–2004

več kot 500 nalog s tekmovanj

+ dodanih še 160 novih nalog

208 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

10,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

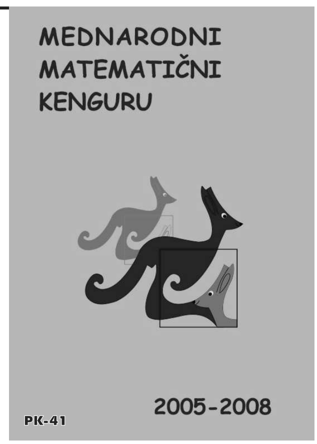
2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanj

+ dodanih še 120 novih nalog

296 strani
barvni tisk
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

18,74 EUR



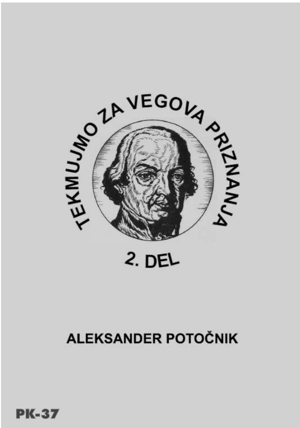
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvu 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju.
Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



Aleksander Potočnik:

TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA – 2. del

Zbirka rešenih nalog s področnih in državnih tekmovanj od 1992 do 1998

80 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,99 EUR

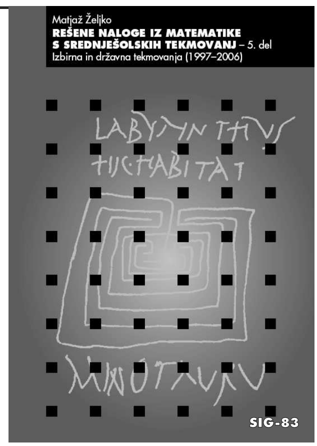
Matjaž Željko:

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: Izbirna in državna tekmovanja 1997–2006

172 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

21,24 EUR



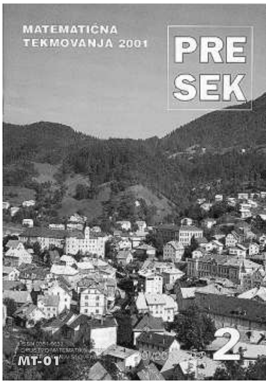
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvu 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Tekmovanja v reviji Presek

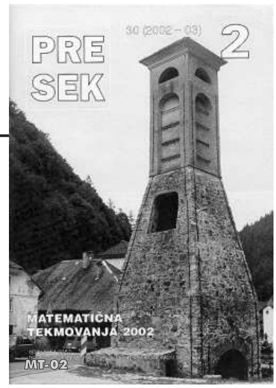
Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvu 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.