

Tekmovanja

1. tekmovanje v znanju astronomije – šolsko tekmovanje

7., 8. in 9. razred

Sklop A

A1 V kateri smeri se vrti Zemlja?

- A** Od vzhoda proti zahodu.
- B** Od severa proti jugu.
- C** Od zahoda proti vzhodu.
- D** Od juga proti severu.

A2 Kdaj je Sonce v naših krajih najdlje nad obzorjem?

- A** Ob poletnem Sončevem obratu (solsticiju).
- B** Ob zimskem Sončevem obratu (solsticiju).
- C** Ob jesenskem enakonočju (ekvinokcijo).
- D** Ob spomladanskem enakonočju (ekvinokcijo).

A3 Najsvetlejša zvezda na nočnem nebu je:

- A** Severnica
- B** Sirij
- C** Jupiter
- D** Vega

A4 V katerem ozvezdju je Severnica?

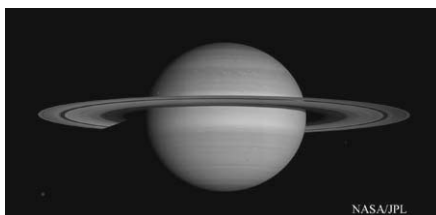
- A** Veliki medved
- B** Andromeda
- C** Mali medved
- D** Orion

A5 Reflektorski teleskop ima za objektiv:

- A** zrcalo
- B** leče
- C** sijalko
- D** žarnico

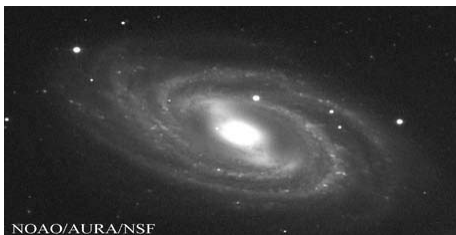
A6 Kateri planet je na sliki desno?

- A** Uran
- B** Saturn
- C** Neptun
- D** Jupiter



A7 Kaj je na sliki desno?

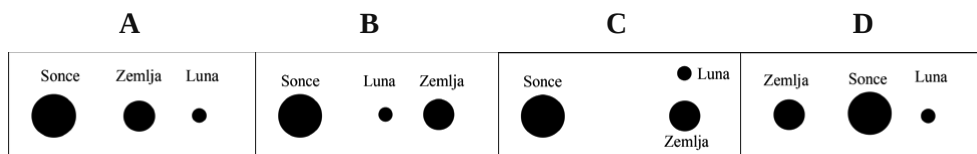
- A meglica
- B kroglasta kopica
- C galaksija
- D Saturn



A8 Kateri od naštetih planetov je najmanjši?

- A Venera
- B Mars
- C Neptun
- D Merkur

A9 Na Zemlji je viden Lunin mrk. Katera razporeditev Sonca, Zemlje in Lune je v tem primeru prava? Velikosti in razdalje na slikah niso v pravem merilu.



A10 Katero od naštetih ozvezdij je bližje severnemu nebesnemu polu? Pomagaj si s priloženo zvezdno karto.

- A Kasiopeja
- B Oven
- C Vodnar
- D Orion

Sklop B

B1 S priloženo zvezdno karto ugotovi, kdaj vzide zvezda Sirij 1. decembra. Čas vzida določi z natančnostjo 5 minut.

.....

B2 Točki na nebesni krogli, ki je navpično nad opazovalcem, pravimo nadglavišče ali:

.....

B3 Astronomi oddaljenost Lune merijo s pulzom laserske svetlobe, ki ga proti njej pošljejo skozi teleskop. Svetloba se odbije od posebnih zrcal, ki so jih astronauti postavili na Luni, in se vrne v teleskop. Astronomi izmerijo čas med trenutkom, ko laserski pulz zapusti teleskop in trenutkom, ko s teleskopom zaznajo vrnjeni pulz. Kolikšna je razdalja med teleskopom in zrcali na Luni, če so astronomi ugotovili, da je bil čas med oddajo pulza in sprejetjem odboja 2,5 sekunde? Za hitrost svetlobe vzemi vrednost 300 000 km/s.

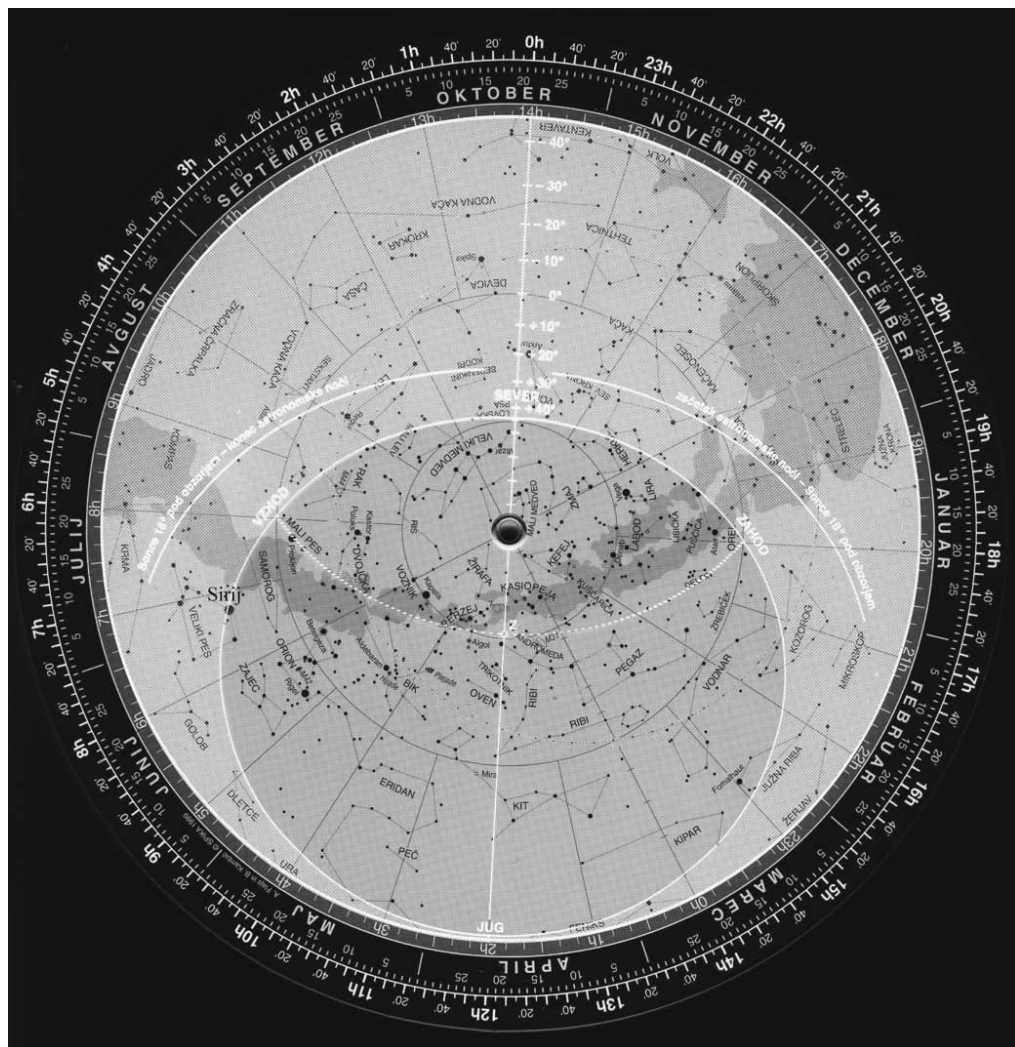
B4 Kolikšno pot naredi Zemlja, ko v enem letu enkrat obkroži Sonce?

Kolikšna je pri tem gibanju povprečna hitrost Zemlje, izražena v enotah km/s?

Privzemi, da se Zemlja okoli Sonca giblje po krožnici s polmerom 150 milijonov kilometrov.

B5 Mornar izmeri, da je Severnica 20° nad obzorjem. Na kateri zemljepisni širini se nahaja ladja z mornarjem, če predpostaviš, da je Severnica zelo blizu severnega nebesnega pola? Nariši tudi skico Zemlje, označi ekvator, zemljepisno širino ladje in višino Severnice nad obzorjem.

Priloga – zvezdna karta



Lastnik avtorskih pravic vrtljive zvezdne karte (Bojan Kambič) dovoljuje DMFA ponatis karte za potrebe tekmovanja iz znanja astronomije.

Nekatere fizikalne konstante, enačbe in drugi podatki

hitrost svetlobe v vakuumu	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
svetlobno leto	$1 \text{ sv. l.} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$
astronomska enota	$1 \text{ a. e.} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$
splošna plinska konstanta	$R = 8314 \text{ J/kmol K}$
gravitacijska konstanta	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
tlak	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$
Celzijeva in Kelvinova temperaturna skala	$0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}; -273^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$

Vrstno število in atomska masa nekaterih elementov

5	6	7	8
B	C	N	O
bor	ogljik	dušik	kisik
10	12	14	16

gostota $\rho = m/V$

plinska enačba $pV = mRT/M$

gravitacijski zakon $F_g = G m_1 m_2 / r^2$

centripetalni pospešek $a_c = \omega^2 r$

enačba tanke leče $1/f = 1/a + 1/b$

povečava daljnogleda $P = f_{ob}/f_{ok}$

1. tekmovanje v znanju astronomije – šolsko tekmovanje

Srednje šole/vsi letniki

Sklop A

A1 Kaj je Veliki voz?

- A galaksija B asterizem C ozvezdje D meglica

A2 Zakaj ni ob vsaki polni Luni tudi Lunin mrk?

- A Ker ob polni Luni Lunin mrk sploh ni mogoč.
B Ker je tir Lune okoli Zemlje nagnjen glede na ekliptiko.
C Ker je Lunin mrk mogoč le ob mlaju.
D Ker je Luna tedaj predaleč od Zemlje.

A3 Zamisli si, da stojiš na Zemljinem severnem polu. Katero svetlo zvezdo bi videl blizu zenita?

- A Sirij B Betelgezo C Severnico D Deneb

A4 Katero vesoljsko telo ne sodi zraven?

- A Evropa
B Ganimed
C Io
D Titan

A5 Kaj je na sliki desno?

- A planetarna meglica
B kroglasta kopica
C galaksija
D Saturn



A6 Kje v Osončju je glavni pas asteroidov?

- A Med Zemljino in Marsovo orbito.
B Med Jupitrovo in Saturnovo orbito.
C Med Marsovo in Jupitrovo orbito.
D Med Merkurjevo in Venerino orbito.

Sklop B

B1 S priloženo zvezdno karto ugotovi, kdaj vzide zvezda Sirij 1. decembra. Čas vzida določi z natančnostjo 5 minut.

.....

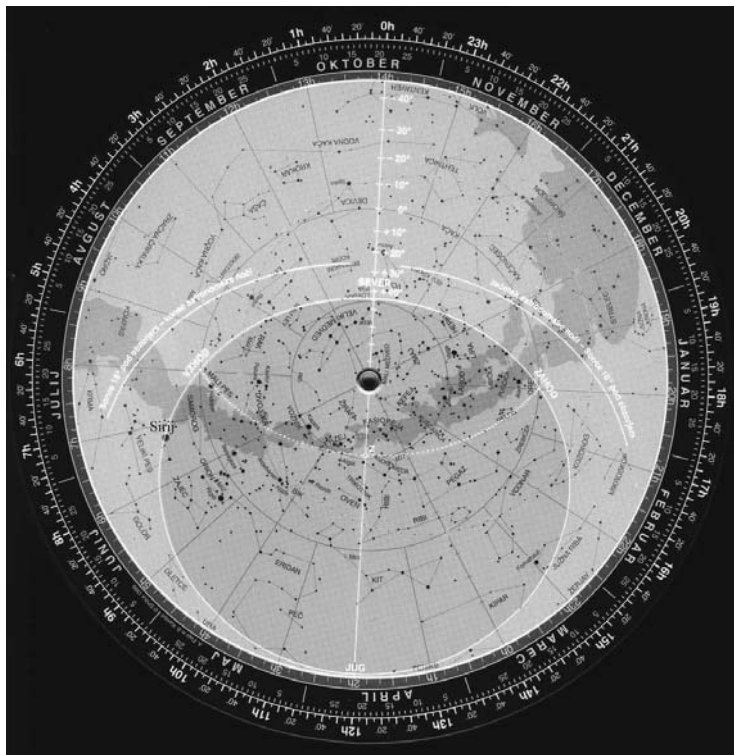
B2 Izračunaj oddaljenost Merkurja od Sonca v astronomskih enotah, če veš, da je njegova največja navidezna kotna oddaljenost od Sonca gledano z Zemlje (največja elongacija) 21° . Zemlja je od Sonca oddaljena eno astronomsko enoto. Nariši skico!

B3 Kolikšna bi bila masa Sonca v primerjavi z njegovo dejansko maso, če bi Zemlja okoli njega krožila z enako tirno hitrostjo, kot jo ima na obstoječi orbiti, le da bi bila od njega dvakrat dlje, kot je trenutno? Predpostavi, da se Zemlja giblje po krožnici.

B4 Izračunaj gostoto Venerine atmosfere blizu površja tega planeta, če ima tam atmosfera temperaturo 462°C in tlak 93 barov. Predpostavi, da je atmosfera sestavljena le iz ogljikovega dioksida (CO_2).

B5 Kolikšna mora biti goriščna razdalja objektiva teleskopa, da bo v njegovem gorišču premer slike polne Lune 24 mm? Navidezni premer Lunine ploskvice na nebu je $0,5^\circ$. Skiciraj!

Priloga – zvezdna karta



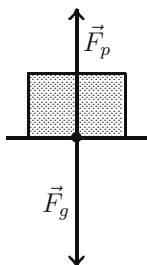
Lastnik avtorskih pravic vrtljive zvezdne karte (Bojan Kambič) dovoljuje DMFA ponatis karte za potrebe tekmovanja iz znanja astronomije.

Tekmovanje iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

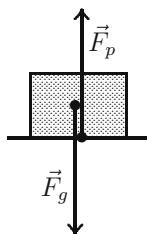
8. razred

A1 Na kateri sliki sta teža in sila podlage narisani pravilno?

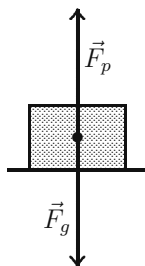
(A)



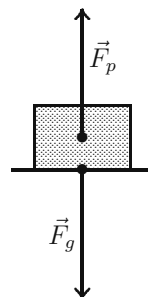
(B)



(C)



(D)



A2 V katerem merilu sta narisani sili v nalogi **A1**, če je masa klade 4 kg?

(A) 1 cm pomeni 2 N.

(B) 1 cm pomeni 4 N.

(C) 1 cm pomeni 20 N.

(D) 1 cm pomeni 40 N.

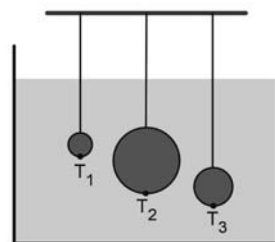
A3 Tri na vrvicah viseče kroglice so potopljene v posodo z vodo, kot kaže slika. Katera trditev je pravilna?

(A) Tlak v točkah T_1 , T_2 in T_3 je enak, ker so vse kroglice potopljene v vodo.

(B) V točki T_1 je tlak največji, ker je prva kroglica najmanjša ter je pod in nad njo največ vode.

(C) V točki T_2 je tlak največji, ker ima srednja kroglica največjo površino in nanjo pritiska največ vode.

(D) V točki T_3 je tlak največji, ker je točka T_3 najgloblje.



A4 Litrsko mleko v kvadrasti embalaži leži na ploskvi s površino $1,62 \text{ dm}^2$ in povzroča pod sabo dodaten tlak $0,642 \text{ kPa}$. Obrnemo ga na ploskev, veliko $0,54 \text{ dm}^2$. Kolikšen dodaten tlak povzroča pod sabo?

(A) 214 Pa.

(B) 642 Pa.

(C) 1,926 kPa.

(D) 5,78 kPa.

A5 Zrno peska z domačega dvorišča ima maso $0,0032 \text{ g}$. Ta masa **ni** enaka masi

(A) $0,0000032 \text{ kg}$.

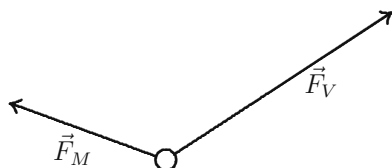
(B) $0,000032 \text{ dag}$.

(C) $3,2 \text{ mg}$.

(D) $3200 \mu\text{g}$.

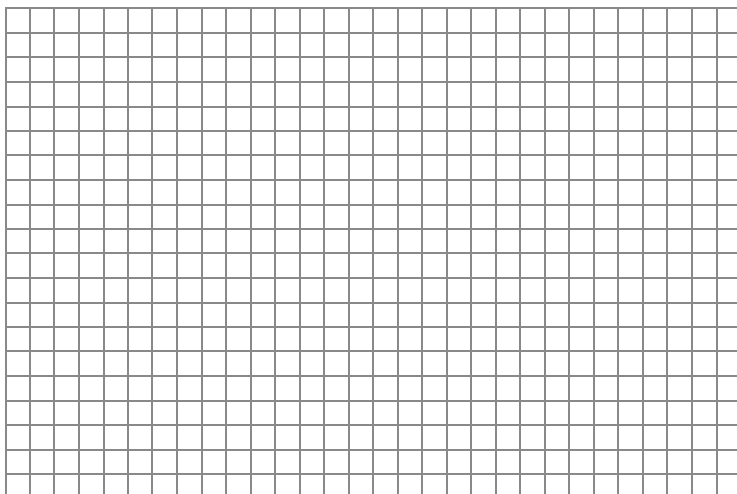
B1 Na vodoravni podlagi je stojalo za obleke na kolescih, ki se vrtijo v vse smeri (kot kolesca pri nakupovalnih vozičkih). Vanja vleče stojalo v vodoravni smeri s silo $\vec{F}_V$, Miha pa ga vleče v vodoravni smeri s silo $\vec{F}_M$, kot kaže slika.

- S kolikšno silo vleče stojalo Vanja in s kolikšno silo ga vleče Miha, če sta sili narisani v merilu, v katerem 1 cm pomeni silo 2 N? **Sili in stojalo so narisani v tlorisu.**
- Stojalo potiska tudi Jure v vodoravni smeri s tako silo, da se stojalo giblje premo enakomerno. Na spodnjo sliko nariši v istem merilu silo Jureta. S kolikšno silo potiska Jure? Sila trenja je zanemarljivo majhna.

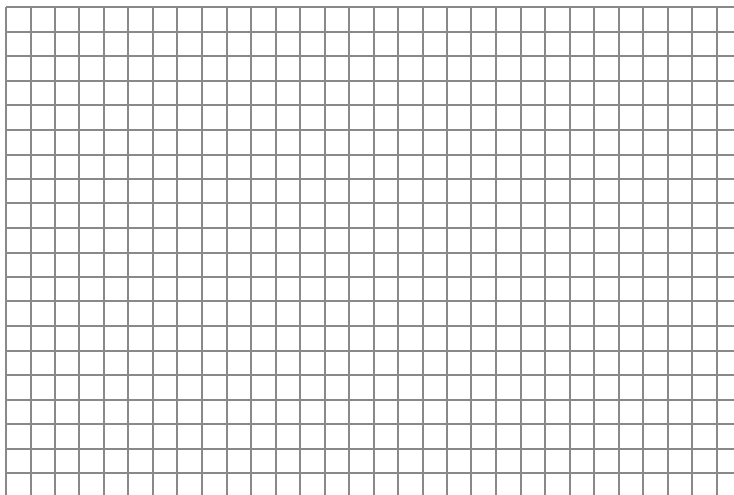


B2 V posodo, ki je na začetku prazna, kaplja voda. Dno posode ima obliko kvadrata s ploščino 10 cm^2 , stene posode so navpične in visoke 8 cm. Vsako sekundo vanjo kapne 5 kapljic. Povprečna prostornina kapljice je $0,2 \text{ cm}^3$.

- Koliko kapljic se natoči v posodo v eni minuti?
- Kako visoko je gladina vode v posodi po prvi minuti?
- Nariši graf, ki kaže, kako se višina gladine vode v posodi spreminja s časom v prvih dveh minutah. Kdaj je posoda polna?



- (d) Voda, ki se nabira v posodi, povzroča na dnu posode dodaten tlak. Nariši graf, ki kaže, kako se dodaten tlak na dnu posode spreminja s časom v prvih dveh minutah.



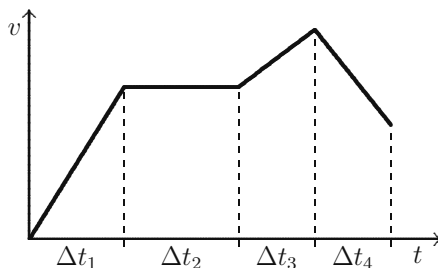
B3 Pred leti so v Ljubljani odprli zunanje košarkarsko igrišče, narejeno iz podplatov starih športnih copat. Gumijaste podplate copat so zmleli, jim dodali zane-marljivo malo lepila in napravili podlago, ki je debela toliko, kot so v povprečju debeli podplati copat. Igrišče je dolgo 28 m in široko 15 m.

- (a) Kolikšna je površina takšnega igrišča?
- (b) Koliko copat so potrebovali za izgradnjo podlage, če znaša povprečna ploščina podplata enega copata 2 dm^2 ?
- (c) Koliko ljudi je prispevalo športne copate, če je vsak prinesel **en par** copat?
- (d) Izrabljene copate so se odločili prispevati tudi v košarkarskem klubu. Moštvo ima 15 igralcev, vsak od njih v eni sezoni zamenja povprečno 8 parov copat. V kolikšnem času bi oni sami zbrali dovolj copat za podlago enega igrišča?
- (e) V kolikšnem času bi zbrali dovolj copat, če bi jih zbiral vseh dvanajst klubov, ki igrajo v ligi? Predpostavi, da je v vsakem klubu enako število igralcev (15) in da vsi v eni sezoni zamenjajo enako število copat (8).

9. razred

A1 Graf prikazuje, kako se hitrost spreminja s časom pri premem gibanju kolesarja. V katerem intervalu je rezultanta sil na kolesarja enaka nič?

- (A) Δt_1 (B) Δt_2
(C) Δt_3 (D) Δt_4



A2 Žogica ima na Zemlji približno 6-krat tolikšno težo kot na Luni. Če žogico vržemo z zemeljskega površja navpično navzgor, doseže višino 3 m. Do kolikšne višine leti, če jo vržemo z enako začetno hitrostjo navpično navzgor z Luninega površja?

- (A) 3 m (B) 6 m (C) 9 m (D) 18 m

A3 Avtomobil vozi skozi naselje s hitrostjo 40 km/h, na avtocesti pa s hitrostjo 120 km/h. Kolikšna je kinetična energija avtomobila na avtocesti glede na njegovo kinetično energijo v naselju?

- (A) enaka (B) 3-krat tolikšna
(C) 6-krat tolikšna (D) 9-krat tolikšna

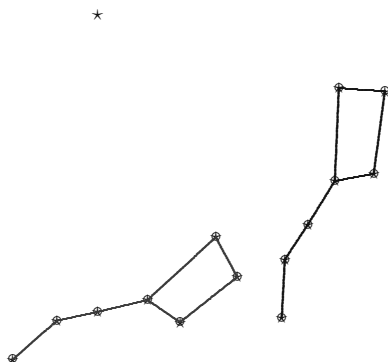
A4 Zmešamo 1 dl vode s temperaturo 18 °C in 2 dl vode s temperaturo 90 °C. Kolikšna je temperatura mešanice?

- (A) 42 °C (B) 54 °C (C) 66 °C (D) 72 °C

A5 Senzor, občutljiv na dotik, se aktivira, če nanj deluje sila 0,005 N. Ta sila **ni** enaka

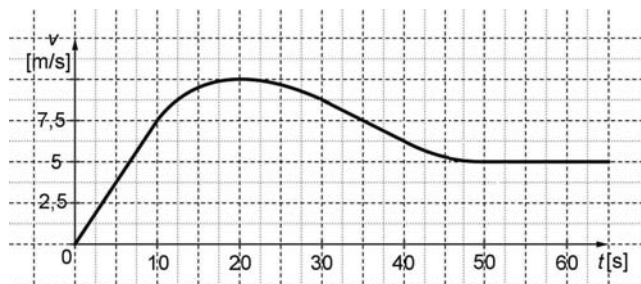
- (A) $0,005 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$ (B) $0,005 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ (C) $5 \frac{\text{J}}{\text{km}}$ (D) 50 Pa cm²

B1 Miha neko noč več ur opazuje zvezde. Nariše si sliko, ki kaže lego dela nekega ozvezdja ob dveh različnih urah.



- (a) Kako se imenuje narisana skupina zvezd?
- (b) Na sliki je narisana tudi zvezda, okoli katere se nebo navidezno vrti. Zapiši zraven te zvezde njeno ime.
- (c) Na sliki označi smer navideznega vrtenja zvezd.
- (d) Za kolikšen kot se ozvezdja na nebu zavrtijo v šestih urah?
- (e) Koliko časa je minilo med trenutkoma, ko je Miha narisal obe legi?

B2 Jani kolesari po ravni cesti. Njegova hitrost se s časom spreminja, kot kaže graf $v(t)$.



- (a) Kako imenujemo gibanje, ki je prikazano na grafu do desete sekunde?
- (b) Kolikšen je Janijev pospešek v prvih desetih sekundah?
- (c) V katerem časovnem intervalu se Jani giblje pospešeno in je pospešek pozitiven?
- (d) V katerem časovnem intervalu se Jani giblje pojemajoče in je pospešek negativen, je pojemek?
- (e) Kolikšno pot prevozi Jani v zadnjih desetih sekundah prve minute?
- (f) V katerem časovnem intervalu se Jani giblje z največjim pojemkom (se mu hitrost najhitreje manjša) in kolikšen je največji Janijev pojemek?
- (g) Razberi iz grafa, ali je pot, ki jo Jani prevozi v prvi minuti, daljša ali krajša od 450 m. Odgovor na kratko utemelji.

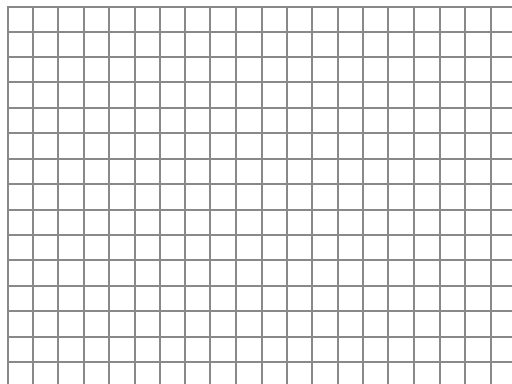
B3 Kroгло z maso 0,1 kg izstrelimo ob času $t = 0$ navpično navzgor. V nekem trenutku t_1 je kroglja 25 m nad tlemi, leti navzgor in ima 20 J kinetične energije. Zračni upor lahko zanemarimo.

- (a) Kolikšna je hitrost krogle v trenutku t_1 ?
- (b) Do katere največje višine leti kroglja?
- (c) Kolikšna je hitrost krogle ob izstrelitvi?

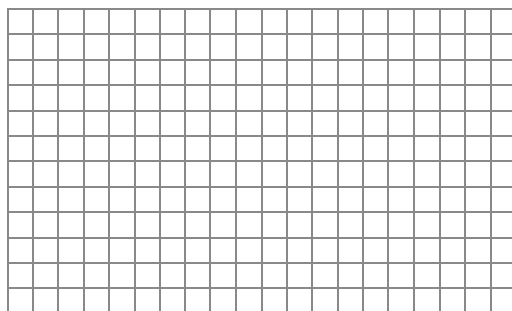
(d) Kolikšen je čas t_1 , ko je krogla 25 m nad tlemi in leti navzgor?

(e) Kdaj pade krogla na tla?

(f) Nariši graf, ki kaže, kako se hitrost krogle spreminja s časom od trenutka, ko jo izstrelimo navzgor, do trenutka, ko pade na tla.



(g) Nariši graf, ki kaže, kako je v istem časovnem intervalu celotna mehanska energija krogle odvisna od časa. Mehanska energija krogle je vsota njene kinetične in potencialne energije.



Tekmovanje iz znanja poslovne matematike za srednje šole za bronasto priznanje – šolsko tekmovanje

I. skupina

1. naloga

8 turističnih bark enake zmogljivosti prepelje v avgustu (31 dni) 16000 gostov, če opravijo po 8 voženj dnevno. V septembru (30 dni) nameravajo narediti 6 voženj dnevno in prepeljati 18000 gostov

a) Koliko bark bo potrebnih v septembru?

b) Kakšna bi morala biti zasedenost (napolnjenost) bark v septembru glede na zasedenost (napolnjenost) v avgustu, da bi v septembru zadoščalo 12 bark? Upoštevaj izhodiščne podatke.

2. naloga

Ameriški izvoznik nafte in naftnih derivatov je angleškemu uvozniku prodal 4000 sodčkov (bbl) surove nafte po ceni 82,00 USD/bbl.

- a) Preračunaj dano ceno v GBP/gl. Pri preračunu upoštevaj: 1 bbl = 159 litrov, 1 EUR = 0,8763 GBP, 1 gl = 4,5464 litrov, 1 EUR = 1,4135 USD.
- b) Angleškega trgovca bremeni še 2.400,00 USD stroškov zavarovanja prevoza 4000 sodčkov nafte. Izračunaj ceno v GBP/liter upoštevaje stroške zavarovanja in načrtovani 2 % dobiček, ki se obračuna na ceno sodčka, v katero smo pred tem vračunali strošek zavarovanja.

3. naloga

Razdeli 9 ton 8 centov in 90 kg žita med 6 mlinov tako, da:

- a) mlin A dobi $\frac{3}{36}$ celotne količine žita,
mlin B dobi $\frac{5}{45}$ celotne količine žita,
mlin C dobi $\frac{1}{18}$ celotne količine žita,
Koliko žita dobi posamezni mlin?
- b) Ostanek žita razdeli med zadnje 3 mline tako, da vsak naslednji mlin dobi 540 kg žita manj kot prejšnji. Koliko žita dobijo mlinci D, E, F?

4. naloga

- a) Pomešati želimo 250 kg blaga po 15 d. e. in 100 kg po 20 d. e. . Koliko in kakšno (cena) blago moramo dodati, da dobimo 600 kg mešanice po 18 d. e.
- b) Koliko blaga po 20, 15, 22 in 25 d. e. bi morali mešati, da bi dobili 440 kg blaga po 18 d.e.?
- c) V kakšnem razmerju bi mešali blago po 20,15 in 25 d. e, da bi mešanico prodajali po 22 d.e.?

II. skupina

1. naloga

- a) V banki smo vezali glavnico 6.500,00 EUR za 15 mesecev. Banka obrestuje vloge po 3,2-odstotni letni obrestni meri. Koliko obresti prejmemo in kolikšna je končna glavnica po preteku 15-mesečne vezave, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način obračunavanja obresti?
- b) V banki bomo za 6 mesecev vezali še drug znesek 5.100,00 EUR, tako da bo datum izteka vezave isti kot v nalogi a. Glavnica se bo v 6 mesecih povečala na 5.179,00 EUR. Kolikšna je obrestna mera pri tej vezavi, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način?
- c) Privarčevani denar bomo porabili za obnovo hiše. Potrebovali pa bomo še dodatni kredit. Z banko smo se dogovorili za kredit, ki ga moramo vrniti v enkratnem znesku 3.500,00 EUR čez 12 mesecev. Kolikšna je višina najetega kredita, če je letna obrestna mera 7,2 % in banka uporablja dekurzivni način obračunavanja obresti?

2. naloga

- a) Družina Novak je vezala v banki vlogo 18.000,00 EUR za 600 dni. Kolikšna bo vrednost vloge ob koncu varčevanja? Banka uporablja obrestnoobrestni račun, dnevno kapitalizacijo z relativno obrestno mero in dekurzivni način. Letna obrestna mera je 4 %.
- b) Za koliko časa (leta in dnevi) bi morala družina vezati glavnico 18.000,00 EUR, da bi narasla na 20.000,00 EUR, na banki, ki uporablja obrestnoobrestni račun in dnevno kapitalizacijo s konformno obrestno mero? Letna obrestna mera je 3,8 %.
- c) Recimo, da je družina vezala vlogo 18.000,00 EUR za 24 mesecev in privarčevala v tem času 19.400,00 EUR. Kolikšna je letna obrestna mera in kolikšna je mesečna relativna obrestna mera, če banka uporablja mesečno kapitalizacijo, relativno obrestno mero in dekurzivni način? Mesečno obrestno mero izračunaj na 6 decimalnih mest!

3. naloga

- a) Najeli smo posojilo 6.000,00 EUR. V štirih letih so obresti narasle na 1.020,00 EUR. Banka uporablja obrestnoobrestni račun, letno kapitalizacijo in anticipativni način obrestovanja. Kolikšna je letna anticipativna obrestna mera in kolikšna je ekvivalentna letna dekurzivna obrestna mera? Rezultat zaokroži na 4 decimalna mesta.
- b) Najeli smo še eno posojilo v višini 5.000,00 EUR v banki s 7,8 % p.a. anticipativno obrestno mero in letno kapitalizacijo. Kolikšne obresti moramo plačati v štirih letih?
- c) V kolikšnem času (leta in dnevi) narastejo obresti pri posojilu 5.000,00 EUR na 1.000,00 EUR, z obrestno mero 7,8 % p.a., anticipativnim obračunom in letno kapitalizacijo?

4. naloga

- a) Martin je dobil prvo redno službo. Načrtuje, da bo od svoje plače vsak začetek meseca vložil na račun 150,00 EUR. Koliko bo privarčeval v štirih letih in pol, če banka uporablja obrestno obrestovanje ter 2,4-odstotno letno obrestno mero pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu?
- b) Njegova sestra Ana je v službi že dlje časa. Trenutno ima na računu pri banki 3.000,00 EUR, ki jih bo danes vezala (pri banki, ki uporablja obrestno obrestovanje) za štiri leta in pol po 4,3-odstotni letni obrestni meri, polletni kapitalizaciji in konformnem obračunu. Poleg tega bo od danes dalje ob koncu vsakega četrtertletja vložila na varčevalni račun 230,00 EUR. Kolikšen bo skupni privarčevani znesek po 4 letih in pol, če veljajo za periodično vlaganje enaki obrestni pogoji kot pri Martinu?

Rešitve nalog 1. tekmovanja iz znanja astronomije – šolsko tekmovanje

7., 8. in 9. razred

Sklop A

- A1** Zemlja se vrti od zahoda proti vzhodu.
- A2** V naših krajih je Sonce najdlje nad obzorjem ob poletnem solsticiju.
- A3** Najsvetlejša zvezda na nočnem nebu je Sirij.
- A4** Severnica je v ozvezdju Mali medved.
- A5** Reflektor je teleskop, ki ima za objektiv zrcalo.
- A6** Na sliki je planet Saturn.
- A7** Na sliki je galaksija.
- A8** Med naštetimi planeti je najmanjši Merkur.
- A9** Pravilno razporeditev prikazuje slika A, saj mora biti ob Luninem mrku Zemlja med Soncem in Luno.
- A10** Med naštetimi ozvezdji je severnemu nebesnemu polu najbližje Kasiopeja.

Sklop B

B1 Pravilen odgovor je 21 ur in 20 minut. Ker je zahtevana natančnost ± 5 minut, sta pravilna odgovora tudi 21 ur in 25 minut ter 21 ur in 15 minut.

B2 Pravilen odgovor je **ZENIT**

B3 Laserski pulz potuje od teleskopa do Lune in nazaj, zato je razdalja med teleskopom in zrcali na Luni l enaka polovici poti pulza. Pulz potuje s svetlobno hitrostjo c in čas t ter naredi pot

$$2l = c \cdot t.$$

Iz tega sledi:

$$l = c \cdot \frac{t}{2} = 300\,000 \text{ km/s} \cdot 1,25 \text{ s} = 375\,000 \text{ km}.$$

Razdalja med teleskopom in zrcali na Luni je torej 375 000 km.

B4 Če privzamemo, da se Zemlja okoli Sonca giblje po krožnici s polmerom $r = 150\,000\,000 \text{ km}$, potem je njena pot s v enem letu kar obseg kroga:

$$s = 2\pi r = 942\,500\,000 \text{ km} \approx 9,4 \cdot 10^8 \text{ km}.$$

Povprečno hitrost Zemlje $\bar{v}$ pri kroženju okoli Sonca dobimo, če izračunano pot s delimo s časom enega obhoda Zemlje t :

$$t = 365,25 \text{ dneva} = 31\,557\,600 \text{ s}.$$

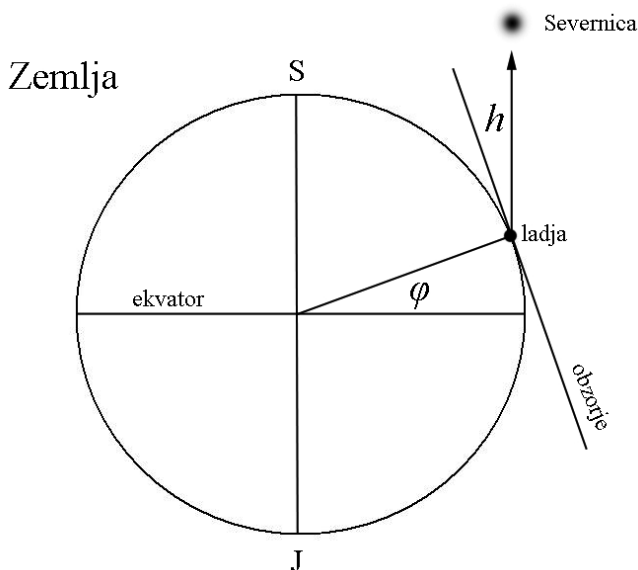
Dobimo:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{t} = \frac{942\,500\,000 \text{ km}}{31\,557\,600 \text{ s}} = 29,9 \text{ km/s}.$$

B5 Zemljepisna širina φ kaknega kraja je po definiciji enaka višini nebesnega pola. Ker naloga predpostavlja, da je odklon Severnice od severnega nebesnega pola zanemarljivo majhen, je zemljepisna širina ladje enaka višini Severnice nad obzorjem, torej:

$$\varphi = 20^\circ.$$

To izhaja tudi iz slike spodaj. Obzorje je tangentno na površje Zemlje in pravokotno na polmer Zemlje. Zemljepisna širina je enaka kotu φ med središčem Zemlje in izbrano točko na površju. Zemljina os leži v smeri sever-jug, v isti smeri pa je tudi zveznica ladja-Severnica. Zaradi tega je kot h med obzorjem in Severnico (t. i. višina nebesnega telesa) enak zemljepisni širini φ .



Rešitve nalog 1. tekmovanja iz znanja astronomije – šolsko tekmovanje

Srednje šole/vsi letniki

Sklop A

A1 Veliki voz je asterizem, kar pomeni, da ni pravo ozvezdje, temveč le del ozvezdja Veliki medved.

A2 Ob vsaki polni Luni ni Luninega mrka, ker je tir Lune okoli Zemlje nagnjen glede na ekliptiko, zato ob vsaki polni Luni ta ne pride v Zemljino senco.

A3 Na severnem polu bi v bližini zenita videli Severnico, ker se ta nahaja v bližini severnega nebesnega pola, nebesni pol pa je tam v zenitu.

A4 Naštete so tri velike Jupitrove lune, med katere ne sodi Titan, ki je največja Saturnova luna.

A5 Na sliki je planetarna meglica.

A6 Glavni pas asteroidov je med Marsovo in Jupitrovo orbito.

Sklop B

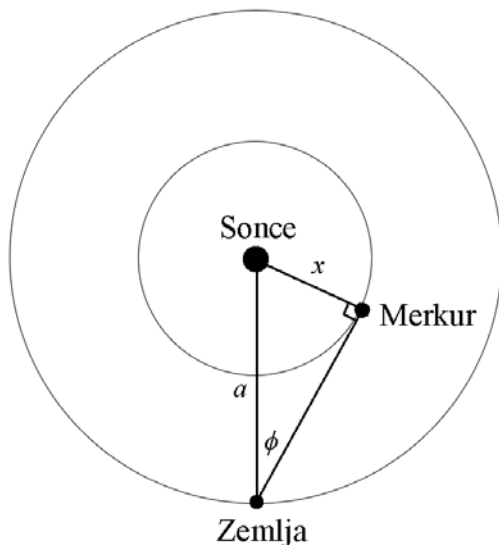
B1 Pravičen odgovor je 21 ur in 20 minut. Ker je zahtevana natančnost ± 5 minut, sta pravilna odgovora tudi 21 ur in 25 minut ter 21 ur in 15 minut.

B2 Ko je Merkur v največji elongaciji, so Zemlja, Sonce in Merkur v ogliščih pravokotnega trikotnika, pri čemer sta pravokotni zveznici Sonce-Merkur in Zemlja-Merkur (glej sliko). Velja:

$$\sin \phi = x/a,$$

kjer je x razdalja med Soncem in Merkurjem, a pa oddaljenost Zemlje od Sonca.

$$x = a \sin \phi = 1 \text{ a. e.} \cdot \sin 21^\circ = 0,36 \text{ a. e.} = 53,8 \cdot 10^6 \text{ km.}$$



B3 Tirno hitrost v vesoljskega telesa z zanemarljivo majhno maso m (planet), ki kroži okoli masivnega telesa z maso M (zvezda), izrazimo iz gravitacijskega zakona in centripetalne sile:

$$\frac{GmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r},$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

kjer je G gravitacijska konstanta in r oddaljenost med telesi. V obeh primerih iz naloge je hitrost Zemlje v enaka, le da je v prvem primeru oddaljenost med Zemljo in Soncem r_Z in masa zvezde M dejanska masa Sonca m_S . V drugem primeru pa je oddaljenost Zemlje $2r_Z$ in m_x iskana masa namišljenega Sonca. Zapišemo:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_S}{r_Z}},$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm_x}{2r_Z}}.$$

Enačbi izenačimo

$$\sqrt{\frac{Gm_S}{r_Z}} = \sqrt{\frac{Gm_x}{2r_Z}}$$

in dobimo $m_x = 2m_S$.

Masa namišljenega Sonca, okoli katerega Zemlja kroži z enako tirno hitrostjo, a na dvakrat večji oddaljenosti, je dvakrat večja kot masa pravega Sonca.

G4 Za Venerino atmosfero velja plinska enačba

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

kjer je p tlak, V prostornina, m masa, R splošna plinska enačba, T temperatura in M molska masa plina.

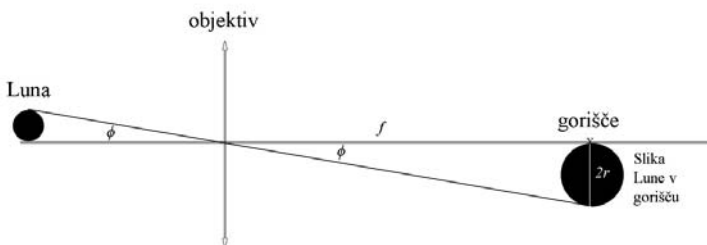
Gostoto ρ dobimo tako, da plinsko enačbo delimo z V , saj je $\rho = m/V$. Za gostoto dobimo:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Količine moramo izraziti v osnovnih enotah, torej tlak v pascalih in temperaturo v kelvinih. Molekulska masa CO_2 : $M = 44 \text{ kg/kmol}$. Za gostoto Venerine atmosfere dobimo:

$$\rho = \frac{9,3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 44 \text{ kg/kmol}}{8314 \text{ J/kmol K} \cdot 735 \text{ K}} = 67 \text{ kg/m}^3.$$

G5 Narišemo skico objektiv daljnogleda. Luno narišemo na optični osi in potegnemo žarek od vrha Lune skozi središče objektiv. Slika Lune nastane v gorišču objektiv, ker je Luna v neskončnosti. Vidimo, da je zorni kot ϕ , pod katerim je vidna Luna na nebu, enak kotu med optično osjo in žarkom skozi središče objektiv.



Središče leče, gorišče in vrh slike Lune so oglišča pravokotnega trikotnika, za katerega velja:

Rešitve nalog tekmovanja iz fizike za bronasto Stefanovo priznanje – šolsko tekmovanje

8. razred

Sklop A

A1	A2	A3	A4	A5
B	C	D	C	B

Sklop B

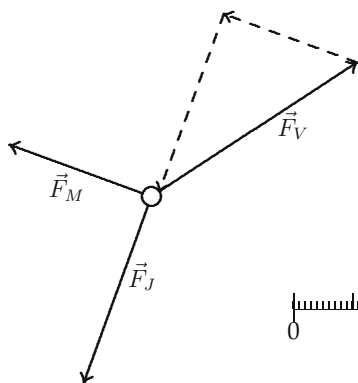
B1 (a) $F_V = 8 \text{ N} \pm 0,3 \text{ N}$

$F_M = 4,8 \text{ N} \pm 0,3 \text{ N}$

- (b) Pravilno vektorsko seštevanje sil Vanje in Miha in določitev sile Jureta kot obrat rezultante sil Vanje in Miha

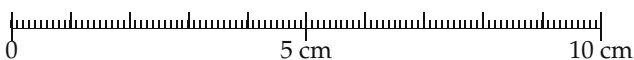
Prenos prijemališča sile Jureta na stojalo

Pravilna določitev velikosti sile Jureta $F_J = 6,4 \text{ N} \pm 0,4 \text{ N}$



V primeru, da se je pri tiskanju pol merilo preveč spremenilo, tekmovalci kljub pravilnemu načinu reševanja ne dobijo pričakovanega rezultata. Pri popravljanju nalog, kjer je merilo pomembno, upoštevamo spremenjeno merilo.

Testno merilo:



- B2 (a) Sklepanje: vsako sekundo kane v posodo 5 kapljic, v eni minuti pa $60 \cdot 5 = 300$ kapljic.

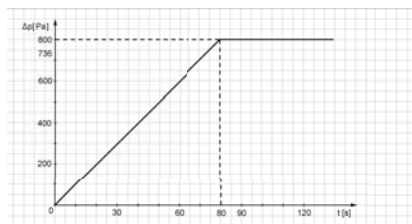
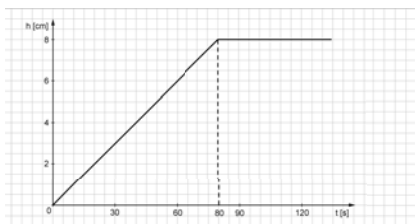
- (b) Sklepanje: prostornina ene kapljice je $0,2 \text{ cm}^3$, prostornina 300 kapljic, ki se naberejo v eni minuti, pa $V = 300 \cdot 0,2 \text{ cm}^3 = 60 \text{ cm}^3$. Velja $V = S \cdot h$ in ker $S = 10 \text{ cm}^2$ je $h = 6 \text{ cm}$.

- (c) Za označene osi (količine in enote)

Za pravilno strmino grafa v prvem delu (do časa 80 sekund)

Za pravilno narisan vodoravni del grafa (ugotovitev, da se višina gladine ne spreminja več, ko je posoda polna)

Posoda je polna v 80 sekundah (ko višina gladine doseže 8 cm)



- (d) Za označene osi (količine in enote)

Za pravilno strmino grafa v prvem delu (do časa 80 sekund)

Za pravilno narisane vodoravni del grafa (ugotovitev, da se tlak ob dnu posode ne spreminja več, ko se višina gladine ne spreminja več ker je posoda polna)

- B3** (a) $S = 28 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} = 420 \text{ m}^2$.
 (b) Število copat = $N_0 = S/S_1 = 420 \text{ m}^2/2 \text{ dm}^2 = 21\,000$.
 (c) Število ljudi = število parov copat = $21\,000/2 = 10\,500$.
 (d) Število parov copat enega moštva v enem letu = $15 \cdot 8 = 120$; potrebno število parov copat zberejo v t_1 v letih = $10\,500/120 = 87,5$ let = 87 let in 6 mesecev.
 (e) Dvanajst moštev zbere potrebno število copat v dvanajstini časa t_1 , $t_1/12 = 7,3$ let.

9. razred

Sklop A

A1	A2	A3	A4	A5
B	D	D	C	B

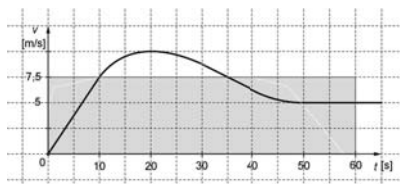
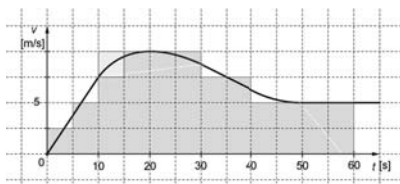
Sklop B

- B1** (a) Veliki voz (štejemo za pravilno tudi Veliki Medved ali Ursa Major) .
 (b) Severnica.
 (c) Zvezde se na nebu navidezno vrtijo okoli Severnice v smeri, ki je nasprotna smeri urinega kazalca. Za jasno označeno smer vrtenja okoli Severnice
 (d) V 6 urah se zvezde zavrtijo za 90° .
 (e) Določena zvezda (katerakoli) se zavrti za $45^\circ \pm 2^\circ$, kar ustreza 3 uram ± 10 minut.

Če tekmovalec pravilno izmeri kot in narobe izračuna čas, ali narobe izmeri kot in iz napačnega kota na pravi način izračuna čas (ki je sicer napačen zaradi napačnih vhodnih podatkov) .

- B2** (a) (Premo) enakomerno pospešeno. Da je premo, piše v nalogi, iz grafa pa ugotovijo, da se hitrost spreminja enakomerno. Pravilen odgovor je tudi, če tekmovalec ne omeni premega gibanja, a zapiše, da je enakomerno pospešeno.
 (b) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7,5 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s}^2$
 Za nepravilno razbrana Δv ali Δt , pa potem prav izračunano razmerje
 (c) Od $t = 0$ do $t = 20 \text{ s}$; v tem intervalu hitrost narašča
 (d) Od $t = 20 \text{ s}$ do $t = 50 \text{ s}$; v tem intervalu se hitrost zmanjšuje
 (e) Pot v zadnjih desetih sekundah prve minute = $5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 50 \text{ m}$.
 (f) Z največjim pojemkom se Jani giblje tedaj, ko se mu hitrost najhitreje zmanjšuje. To je v intervalu okoli $t = 35 \text{ s}$, med $t = 30 \text{ s}$ in $t = 40 \text{ s}$. Za pravilen odgovor se šteje, če tekmovalec pravilno ugotovi približno območje največjega pojemka okoli 35. sekunde (ali tudi samo $t = 35 \text{ s}$).
 Izračun največjega pojemka (s toleranco): $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2,5 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -0,25 \text{ m/s}^2 (\pm 0,05 \text{ m/s}^2)$.
 Za pravilno rešitev se šteje tudi zapisana absolutna vrednost največjega pojemka, torej $0,25 \text{ m/s}^2$.
 (g) Pot, ki jo Jani prevozi v prvi minuti, je **manjša** od 450 m.

Utemeljitev: tekmovalec prešteje kvadratke pod krivuljo v območju od $t = 0$ do $t = 60$ s; vsak kvadrataek predstavlja prevoženih 12,5 m ($= 5 \text{ s} \cdot 2,5 \text{ m/s}$), kvadratkov je 32 (+ 1), torej je prevožena pot približno $32 (+1) \cdot 12,5 \text{ m} = 400 \text{ m} (+ 12,5 \text{ m})$.



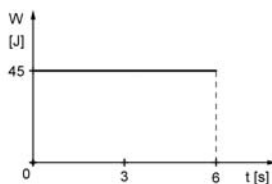
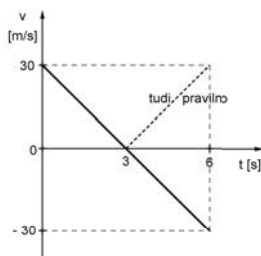
Druga možnost je, da izračuna, s kolikšno povprečno hitrostjo bi moral Jani voziti v prvi minuti, da bi prevozil 450 m: $\bar{v} = \frac{450 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 7,5 \text{ m/s}$. Ploščina pod krivuljo $v(t)$ je očitno manjša od ploščine pod vodoravnico $v = 7,5 \text{ m/s}$.

- B3** (a) $W_k = 20 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = 20 \text{ m/s}$.
 (b) $W_k + W_p = 45 \text{ J} = F_g \cdot h_{max} \Rightarrow h_{max} = 45 \text{ m}$
 (c) $W_{k,0} = 45 \text{ J} = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2W_{k,0}}{m}} = 30 \text{ m/s}$.
 (d) Od začetne hitrosti 30 m/s se s pojemkom g hitrost zmanjša na 20 m/s v času $t_1 = 1 \text{ s}$ (**1 točka**)
 (e) Ob času $t = 6 \text{ s}$.

Če tekmovalec ugotovi le čas, ko je krogla v najvišji legi ($t = 3 \text{ s}$).

- (f) Za pravilno označene količine in enote

Za pravi graf (za pravi graf se šteje tudi, če je hitrost v vsem časovnem območju od $t = 0$ do $t = 6 \text{ s}$ narisana kot pozitivna).



- (g) Za pravilno označene količine in enote

Za pravi graf (pravilno in konstantno vrednost mehanske energije, 45 J) .

Rešitve nalog tekmovanja iz znanja poslovne matematike za srednje šole za bronasto priznanje – šolsko tekmovanje

I. skupina

1. naloga

8 turističnih bark enake zmogljivosti prepelje v avgustu (31 dni) 16000 gostov, če opravijo po 8 voženj dnevno. V septembru (30 dni) nameravajo narediti 6 voženj dnevno in prepeljati 18000 gostov

a) Koliko bark bo potrebnih v septembru?

A: $\uparrow 8 \text{ b} \dots\dots\dots \downarrow 31 \text{ d} \dots\dots\dots \uparrow 16000 \text{ g} \dots\dots\dots \downarrow 8 \text{ h / d}$
 S: $\downarrow x \text{ b} \dots\dots\dots \downarrow 30 \text{ d} \dots\dots\dots \uparrow 18000 \text{ g} \dots\dots\dots \downarrow 6 \text{ h / d}$

$$X = \frac{8 \bullet 31 \bullet 18000 \bullet 8}{30 \bullet 16000 \bullet 6} = 12,4 \text{ bark} = 13 \text{ bark}$$

Odg.: Potrebni bo 13 bark.

b) Kakšna bi morala biti zasedenost (napolnjenost) bark v septembru glede na zasedenost (napolnjenost) v avgustu, da bi v septembru zadoščalo 12 bark? Upoštevaj izhodiščne podatke.

A: $\downarrow 8 \text{ b} \dots\dots\dots \downarrow 31 \text{ d} \dots\dots\dots \uparrow 16000 \text{ g} \dots\dots\dots \downarrow 8 \text{ h / d} \dots\dots\dots \uparrow 100 \%$
 S: $\downarrow 12 \text{ b} \dots\dots\dots \downarrow 30 \text{ d} \dots\dots\dots \uparrow 18000 \text{ g} \dots\dots\dots \downarrow 6 \text{ h / d} \dots\dots\dots \uparrow x \%$

$$X = \frac{100 \bullet 8 \bullet 31 \bullet 18000 \bullet 8}{12 \bullet 30 \bullet 16000 \bullet 6} = 103,33 \%$$

Odg.: Zasedenost bark v septembru bi morala biti 103,33 % glede na zasedenost bark v avgustu.

2. naloga

Ameriški izvoznik nafte in naftnih derivatov je angleškemu uvozniku prodal 4000 sodčkov (bbl) surove nafte po ceni 82,00 USD / bbl.

a) Preračunaj dano ceno v GBP/gl. Pri preračunu upoštevaj: 1 bbl = 159 litrov, 1 EUR = 0,8763 GBP, 1 gl = 4,5464 l, 1 EUR = 1,4135 USD.

X GBP	1 gl
1 gl	4,5464 l
159 litrov	1 bbl
1 bbl	82 USD
1,4135 USD	1 EUR
1 EUR	0,8763 GBP

$$X = 1,4536 \text{ GBP / gl}$$

Odg.: Cena je 1,45 GBP/gl.

- b) Angleškega trgovca bremeni še 2.400,00 USD stroškov zavarovanja prevoza 4000 sodčkov nafte. Izračunaj ceno v GBP / l upoštevaje stroške zavarovanja in načrtovani 2 % dobiček, ki se obračuna na ceno sodčka, v katero smo pred tem vračunali strošek zavarovanja.

$$2.400 \text{ USD} : 4000 \text{ bbl} = 0,6 \text{ USD} / \text{bbl}$$

$$82 \text{ USD} / \text{bbl} + 0,6 \text{ USD str. zav.} / \text{bbl} = 82,6 \text{ USD} / \text{bbl}$$

X GBP	1 liter
159 l	1 bbl
1bbl	82,6 USD
1,4135 USD	1 EUR
1 EUR	0,8763 GBP
100 GBP	102 GBP

$$X = 0,3285 \text{ GBP} / \text{l}$$

Odg.: Cena upoštevaje stroške zavarovanja in načrtovani dobiček znaša 0,33 GBP/l.

3. naloga

Razdeli 9 ton 8 centov in 90 kg žita med 6 mlinov tako, da:

- a) Mlin A dobi $\frac{3}{36}$ celotne količine žita

Mlin B dobi $\frac{5}{45}$ celotne količine žita

Mlin C dobi $\frac{1}{18}$ celotne količine žita

Koliko žita dobi posamezni mlin?

$$\text{A dobi } \frac{3}{36} \text{ od } 9890 \text{ kg} = 824,17 \text{ kg}$$

$$\text{B dobi } \frac{5}{45} \text{ od } 9890 \text{ kg} = 1098,89 \text{ kg}$$

$$\text{C dobi } \frac{1}{18} \text{ od } 9890 \text{ kg} = 549,44 \text{ kg}$$

- b) Ostanek žita razdeli med zadnje 3 mline tako, da vsak naslednji mlin dobi 540 kg žita manj kot prejšnji. Koliko žita dobijo mlinci D, E, F?

Dx

Ex – 540 kg

Fx – 1080 kg

$$\text{Ostanek} : 9890 - 2472,50 = 7417,5 \text{ kg}$$

$$3x - 1620 = 7417,5 \text{ kg}$$

$$3x = 9037,5 \text{ kg}$$

$$X = 3012,5 \text{ kg}$$

$$D \dots\dots x = 3012,5 \text{ kg}$$

$$E \dots\dots x - 540 \text{ kg} = 2472,5 \text{ kg}$$

$$F \dots\dots x - 1080 \text{ kg} = 1932,5 \text{ kg}$$

4. naloga

- a) Pomešati želimo 250 kg blaga po 15 d.e., 100 kg po 20 d.e. . Koliko in kakšno (cena) blago moramo dodati, da dobimo 600 kg mešanice po 18.d.e.

$$\text{količina: } 600 - 250 - 100 = 250 \text{ kg}$$

$$15 \cdot 250 + 100 \cdot 20 + 250 \cdot x = 600 \cdot 18$$

$$X = 20,2 \text{ d.e.}$$

Odg.: Dodati moramo 250 kg blaga po 20,2 d.e.

- b) Koliko blaga po 20, 15, 22 in 25 d.e. bi morali mešati, da bi dobili 440g blaga po 18 d.e.?

$$\begin{array}{ccc} 15 & 2+4+7 & 13x = 260 \end{array}$$

18

$$\begin{array}{ccc} 20 & 3 & 3x = 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 22 & 3 & 3x = 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 25 & 3 & \underline{3x} = 60 \\ & & 22x = 440 \\ & & x = 20 \end{array}$$

- c) V kakšnem razmerju bi mešali blago po 20,15 in 25 d.e, da bi mešanico prodajali po 22 d.e.?

$$\begin{array}{ccc} 15 & 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 20 & 3 & 3:3:9 = 1:1:3 \end{array}$$

22

$$\begin{array}{ccc} 25 & 2 + 7 & \end{array}$$

II. skupina

1. naloga

- a) V banki smo vezali glavnico 6.500,00 EUR za 15 mesecev. Banka obrestuje vloge po 3,2-odstotni letni obrestni meri. Koliko obresti prejmemo in kolikšna je končna glavnica po preteku 15 mesečne vezave, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način obračunavanja obresti?

$$o = \frac{G \cdot p \cdot n}{1200} = \frac{6500 \cdot 3,1 \cdot 15}{1200} = 260 \quad G^+ = 6500 + 260 = 6760$$

Prejmemo 260,00 EUR obresti. Končna glavnica je 6.760 EUR.

- b) V banki bomo za 6 mesecev vezali še drug znesek 5.100,00 EUR, tako da bo datum izteka vezave isti kot v nalogi a. Glavnica se bo v 6 mesecih povečala na 5.179,00 EUR. Kolikšna je obrestna mera pri tej vezavi, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način?

$$p = \frac{1200 \cdot o}{G \cdot n} = \frac{1200 \cdot 79}{5100 \cdot 6} = 3,10 \%$$

Obrestna mera znaša 3,10 %.

- c) Privarčevan denar bomo porabili za obnovo hiše. Potrebovali pa bomo še dodatni kredit. Z banko smo se dogovorili za kredit, ki ga moramo vrniti v enkratnem znesku 3.500,00 EUR čez 12 mesecev. Kolikšna je višina najetega kredita, če je letna obrestna mera 7,2 % in banka uporablja dekurzivni način obračunavanja obresti?

$$G = \frac{G^+ \cdot 1200}{1200 + p \cdot n} = \frac{3500 \cdot 1200}{1200 + 7,2 \cdot 12} = 3264,93$$

Najamemo 3.264,93 EUR kredita.

2. naloga

- a) Družina Novak je vezala v banki vlogo 18.000,00 EUR za 600 dni. Kolikšna bo vrednost vloge ob koncu varčevanja? Banka uporablja obrestnoobrestni račun, dnevno kapitalizacijo z relativno obrestno mero in dekurzivni način. Letna obrestna mera je 4 %.

$$r_M = 1 + \frac{p}{100 \cdot M} \quad G_n = G_0 \cdot r^n = 18000 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{36500}\right)^{600} = 19223,27$$

Družina Novak bo imela na računu 19.223,27 EUR.

- b) Za koliko časa (leta in dnevi) bi morala družina vezati glavnico 18.000,00 EUR, da bi narasla na 20.000,00 EUR, na banki, ki uporablja obrestnoobrestni račun in dnevno kapitalizacijo s konformno obrestno mero. Letna obrestna mera je 3,8 %?

$$n = \frac{\log\left(\frac{G_n}{G_0}\right) \cdot 365}{\log r} = \frac{\log\left(\frac{20000}{18000}\right) \cdot 365}{\log 1,038} = 1031,12425$$

Vezava bi morala trajati 2 leti in 302 dni.

- c) Recimo, da je družina vezala vlogo 18.000,00 EUR za 24 mesecev in privarčevala v tem času 19.400,00 EUR. Kolikšna je letna obrestna mera in kolikšna je mesečna relativna obrestna mera, če banka uporablja mesečno kapitalizacijo, relativno obrestno mero in dekurzivni način? Mesečno obrestno mero izračunaj na 6 decimalnih mest!

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{G_n}{G}} - 1\right) \cdot 1200 = \left(\sqrt[24]{\frac{19400}{18000}} - 1\right) \cdot 1200 = 3,75$$

Letna obrestna mera je 3,75 %, mesečna pa 0,312576 %

3. naloga

- a) Najeli smo posojilo 6.000,00 EUR. V štirih letih so obresti narasle na 1.020,00 EUR. Banka uporablja obrestnoobrestni račun, letno kapitalizacijo in anticipativni način obrestovanja. Kolikšna je letna anticipativna obrestna mera in kolikšna je ekvivalentna letna dekurzivna obrestna mera? Rezultat zaokroži na 4 decimalna mesta.

$$\rho = \sqrt[4]{\frac{G_n}{G_o}} = \sqrt[4]{\frac{7020}{6000}} = 1,040031 \quad \pi = 100 \cdot \frac{\rho - 1}{\rho} = 3,8491 \quad p = (r - 1) \cdot 100 = 4,0031$$

Anticipativna obrestna mera znaša 3,8491 %, ekvivalentna dekurzivna pa 4,0031 %.

- b) Najeli smo še eno posojilo v višini 5.000,00 EUR v banki s 7,8 % p.a. anticipativno obrestno meri in letno kapitalizacijo. Kolikšne obresti moramo plačati v štirih letih?

$$G_n = G_o \cdot \rho^n = 5000 \cdot \left(\frac{100}{100 - 7,8}\right)^4 = 6919,05$$

Plačati smo morali 1919,05 EUR obresti.

- c) V kolikšnem času (leta in dnevi) narastejo obresti pri posojilu 5.000,00 EUR na 1.000,00 EUR, z obrestno mero 7,8 % p.a., anticipativnim obračunom in letno kapitalizacijo? (2 t)

$$n = \frac{\log\left(\frac{G_n}{G_o}\right)}{\log \rho} = \frac{\log\left(\frac{6000}{5000}\right)}{\log\left(\frac{100}{100 - 7,8}\right)} = 2,24506$$

Obresti narastejo na 1000 EUR v 2 letih in 90 dneh.

4. naloga

- a) Martin je dobil prvo redno službo. Načrtuje, da bo od svoje plače vsak začetek meseca vložil na račun 150,00 EUR. Koliko bo privarčeval v štirih letih in pol, če banka uporablja obrestno obrestovanje, 2,4 % letno obrestno mero pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu?

$$S_n = 150 * 1,001978332 * \frac{1,001978332^{54} - 1}{1,001978332 - 1} = 8.556,48 \text{ EUR}$$

- b) Njegova sestra Ana je v službi že dlje časa. Trenutno ima na računu pri banki 3.000,00 EUR, ki jih bo danes vezala (pri banki, ki uporablja obrestno obrestovanje) za štiri leta in pol po 4,3 % letni obrestni meri, polletni kapitalizaciji in konformnem obračunu. Poleg tega bo od danes dalje ob koncu vsakega četrtertletja vložila na varčevalni račun 230,00 EUR. Kolikšen bo skupni privarčevani znesek po 4 letih in pol, če veljajo za periodično vlaganje enaki obrestni pogoji kot pri Martinu?

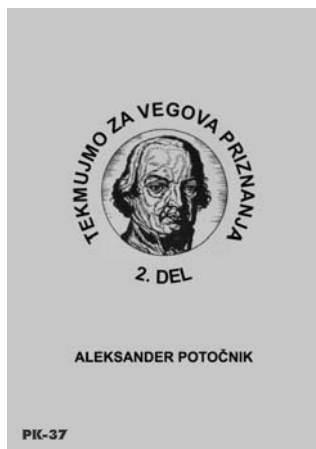
$$G_n = 3000 * \sqrt[2]{1,043^9} = 3.625,77 \text{ EU}$$

$$S_n = 230 * \frac{1,001978332^{54} - 1}{1,001978332^3 - 1} = 4.356,05 \text{ EUR}$$

Privarčevano skupaj = 7.981,82 EUR

Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA – 2. del

Zbirka rešenih nalog s področnih in državnih tekmovanj od 1992 do 1998

80 strani
format 14×20 cm
mehka vezava
6,99 EUR

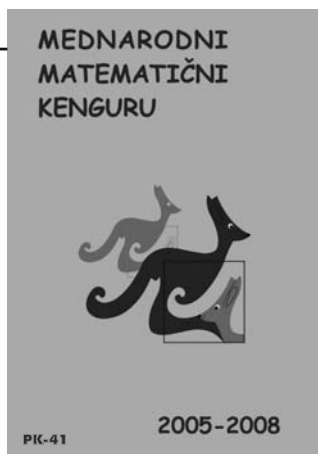
MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanja
+ dodanih še 120 novih nalog

296 strani
barvni tisk
format $16,5 \times 23,5$ cm
mehka vezava

18,74 EUR



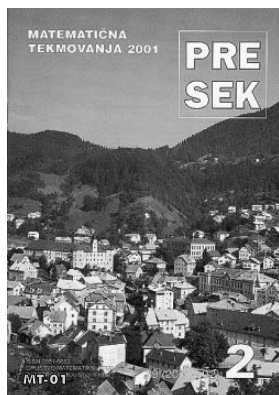
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Tekmovanja v reviji Presek

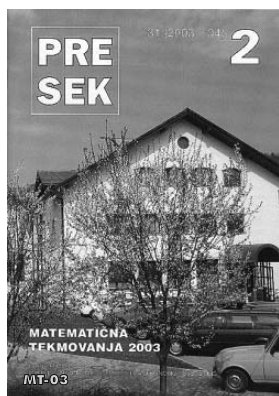
Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

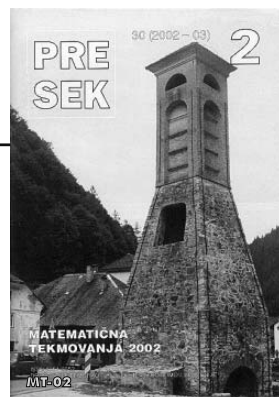
6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.