Tekmovanja

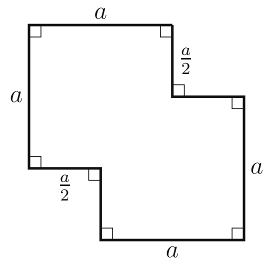
46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1. Kolikšna je vsota vseh praštevilskih deliteljev števila 2010?

(**A**) 10 (**B**) 67 (**C**) 77 (**D**) 78 (**E**) 2010

A2. Obseg lika na sliki meri 24 cm. Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina narisanega lika?



(**A**) 28 (**B**) 24 (**C**) 22 (**D**) 20
(**E**) Nemogoče je določiti.

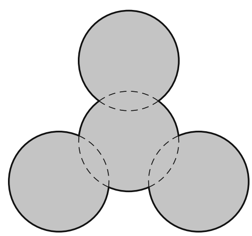
A3. Koliko je štirimestnih naravnih števil, katerih vsota števk je 3?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

A4. Katero število bi bilo tretje v vrsti, če bi števila $2.\overline{125}$, $2.1\overline{25}$, $2.12\overline{5}$, 2.125 in 2.12 uredili po velikosti od najmanjšega do največjega?

(**A**) $2.\overline{125}$ (**B**) $2.1\overline{25}$ (**C**) $2.12\overline{5}$ (**D**) 2.125 (**E**) 2.12

A5. Lik sestavljajo štirje prekrivajoči se krogi. Vsak izmed njih ima ploščino 1 cm^2, ploščina vsakega območja, v katerem se prekrivata po dva kroga, je $\frac{1}{10}$ cm^2. Kolikšno ploščino ima osenčeni lik?



(**A**) 3.5 cm^2 (**B**) 3.7 cm^2 (**C**) 4 cm^2 (**D**) 4.1 cm^2 (**E**) 4.3 cm^2

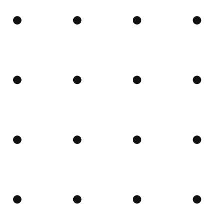
A6. V enakokrakem trikotniku se simetrali notranjih kotov ob osnovnici sekata pod kotom $140°$. Koliko meri notranji kot ob vrhu trikotnika?

(**A**) $40°$ (**B**) $60°$ (**C**) $70°$ (**D**) $80°$ (**E**) $100°$

A7. V enem kilogramu češnjevega paradižnika je vsaj 30 in ne več kot 36 plodov. Najmanj koliko kilogramov tehta 306 plodov?

(**A**) 7 (**B**) 7.5 (**C**) 8 (**D**) 8.5 (**E**) 9

A8. Koliko kvadratov, katerih oglišča so v točkah na sliki, lahko narišemo?



(**A**) 9 (**B**) 10 (**C**) 14 (**D**) 18 (**E**) 20

B1. Izračunaj vrednost danega številskega izraza.

$$\frac{4025}{2} - \frac{0.125 + \frac{7}{8}}{\frac{2}{5} + 1.6} : \left(\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}} - \frac{1}{2} \right) + 1$$

B2. Zmnožek starosti dedka Matjaža in njegovih dveh vnukov, starejšega Nika in mlajšega Otona, je enak 2010. Koliko je star dedek Matjaž in koliko sta stara vnuka, če je dedkova starost praštevilo, vsota starosti vnukov pa 11? Odgovor utemelji.

B3. Daljica BD je višina na stranico AC ostrokotnega trikotnika ABC. Simetrala kota pri oglišču B seka stranico AC v točki M, ki leži med točkama C in D. Daljica MK je višina na stranico BC trikotnika BMC. Kot MBD meri $20°$, kot BMK pa $50°$. Nariši skico in izračunaj notranje kote trikotnika ABC.

8. razred

A1. Koliko je vrednost izraza $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \ldots + (-1)^{2010}$?

(A) -2010 **(B)** -1 **(C)** 0 **(D)** 1 **(E)** 2010

A2. Na številski premici točka A predstavlja število $\frac{1}{2}$, točka B pa število $\frac{5}{4}$. Točke C_1, C_2 in C_3 razdelijo daljico AB na enake dele. Katero je najmanjše izmed števil, ki jih predstavljajo točke C_1, C_2 in C_3?

(A) $\frac{3}{4}$ **(B)** $\frac{8}{9}$ **(C)** $\frac{11}{16}$ **(D)** $\frac{13}{18}$ **(E)** $\frac{19}{36}$

A3. Katero število x je rešitev enačbe $\sqrt{\frac{2010+x}{25}} = 9$?

(A) -10 **(B)** -5 **(C)** 10 **(D)** 15 **(E)** 25

A4. En notranji kot pravokotnega trikotnika meri $60°$, vsota dolžin hipotenuze in krajše katete pa je 21 cm. Koliko centimetrov meri hipotenuza?

(A) 12 **(B)** 13 **(C)** 14 **(D)** 15 **(E)** 16

A5. Iz soda odlivamo tekočino, tako da vsakič odlijemo natančno 20 % trenutne količine tekočine. Najmanj kolikokrat moramo izvesti odlivanje, da bo v sodu ostalo manj kot polovica začetne količine tekočine?

(A) trikrat **(B)** štirikrat **(C)** petkrat **(D)** šestkrat **(E)** sedemkrat

A6. V vsako prazno polje preglednice in namesto oznake x bi radi zapisali po eno naravno število, da bi bili med seboj enaki zmnožki števil v vsaki vrstici, vsakem stolpcu in vsaki diagonali. Koliko različnih števil lahko zapišemo namesto oznake x?

2		
	4	
x		8

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 8

A7. Janez je lani na svoji njivi v obliki pravokotnika pridelal 800 kg krompirja. Koliko krompirja je lani pridelal Tone na sosednji njivi, ki je dvakrat toliko dolga in dvakrat toliko široka kot Janezova njiva, če je imel enak pridelek na površinsko enoto?

(A) 200 kg **(B)** 1000 kg **(C)** 1600 kg **(D)** 2400 kg **(E)** 3200 kg

A8. Ana je za 3 sendviče, 7 skodelic kave in en krof plačala 6.30 EUR. Mitja je za 4 sendviče, 10 skodelic kave in en krof plačal 8.40 EUR. Koliko bi plačal za en sendvič, eno skodelico kave in en krof?

(A) 7.35 EUR **(B)** 4.20 EUR **(C)** 3.25 EUR **(D)** 2.10 EUR **(E)** 2.05 EUR

B1. Septembra je bil fizikalni priročnik za 10 % cenejši od matematičnega. Oktobra so matematični priročnik podražili za 30 %, cena fizikalnega priročnika pa je ostala enaka. Ko so decembra matematični priročnik pocenili za 40 %, fizikalni priročnik pa podražili za 20 %, sta se ceni priročnikov razlikovali za 3 EUR. Za koliko sta se ceni priročnikov razlikovali v septembru?

B2. Simetrala ostrega kota BAD paralelograma $ABCD$ seka nosilko stranice CD v točki M, ki ne leži na stranici CD in je od točke C oddaljena 5 cm. Obseg paralelograma $ABCD$ meri 48 cm. Izračunaj dolžine stranic paralelograma $ABCD$.

B3. Štirje otroci se igrajo s frnikulami. Jan ima 4 frnikule manj, kot je polovica vseh frnikul, Tim ima 6 frnikul več, kot je petina vseh frnikul. Število Žakovih frnikul je enako tretjini števila Janovih frnikul, Maj pa ima eno frnikulo manj kot Žak. Koliko frnikul ima vsak?

9. razred

A1. Ploščina krožnega kolobarja je enaka tretjini ploščine notranjega kroga. Kolikšno je razmerje ploščin zunanjega in notranjega kroga?

(**A**) $1:3$ (**B**) $3:4$ (**C**) $4:3$ (**D**) $1:2$ (**E**) $4:5$

A2. Število 2010 lahko na več načinov zapišemo kot zmnožek treh različnih naravnih števil a, b in c. Kolikšna je največja možna vsota števil a, b in c?

(**A**) 84 (**B**) 335 (**C**) 340 (**D**) 1008 (**E**) 2012

A3. Povprečna starost vseh učiteljic in učiteljev neke šole je 40 let. Povprečna starost učiteljic je 35 let, povprečna starost učiteljev je 50 let. Kolikšno je razmerje med številom učiteljev in številom učiteljic na tej šoli?

(**A**) $1:2$ (**B**) $1:3$ (**C**) $2:3$ (**D**) $2:5$ (**E**) $4:5$

A4. V 12 kg svežih orehov je 25 % vode, ko jih posušimo, pa vsebujejo le še 10 % vode. Koliko tehtajo posušeni orehi?

(**A**) 7.8 kg (**B**) 10 kg (**C**) $10,2$ kg (**D**) $10,8$ kg (**E**) 11 kg

A5. Za neko realno število a velja $a^2 = a + 4$. Kateri izmed navedenih izrazov ima enako vrednost kot izraz a^3?

(**A**) $a+8$ (**B**) $2a+8$ (**C**) $3a+4$ (**D**) $5a+4$ (**E**) $27a+64$

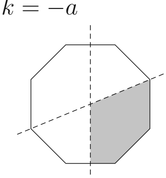
A6. Meta in Klavdija skupaj tehtata toliko kot Tina in Sonja skupaj. Sonja tehta več kot Meta in tudi več kot Tina. Tina in Klavdija skupaj tehtata več kot Meta in Sonja skupaj. Katera trditev je pravilna, če z začetnico imena posameznega dekleta označimo, koliko tehta?

(**A**) $S>T>K>M$ (**B**) $K>S>T>M$ (**C**) $T>K>S>M$
(**D**) $K>T>M>S$ (**E**) $M>T>K>S$

A7. Premico z enačbo $y = x$ prezrcalimo čez premico z enačbo $x = a$. Kolikšen je smerni koeficient dobljene premice?

(**A**) $k=1$ (**B**) $k=-1$ (**C**) $k=0$ (**D**) $k=a$ (**E**) $k=-a$

A8. Črtkani premici sta simetrijski osi pravilnega osemkotnika (glej sliko). Kolikšen del osemkotnika je osenčen?



(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{5}{12}$ (**C**) $\frac{5}{16}$ (**D**) $\frac{7}{24}$ (**E**) $\frac{3}{8}$

B1. Premici s smernima koeficientoma -2 in -1 potekata skozi točko $T(-3,4)$. Prva premica seka abscisno os v točki A, druga pa jo seka v točki B. Izračunaj ploščino trikotnika ABT.

B2. V hotel je prispela skupina gostov. Receptor jih je namestil v nekaj triposteljnih sob in eno dvoposteljno tako, da so bile vse postelje v teh sobah zasedene. Kasneje je receptor ugotovil, da bi lahko vse goste namestil v tri dvoposteljne sobe in nekaj štiriposteljnih sob, tako da bi tudi v tem primeru bile vse postelje v teh sobah zasedene, potreboval pa bi pet sob manj kot v prvem primeru.

Koliko gostov je prispelo v tej skupini?

B3. Poišči vsa štirimestna števila, ki so deljiva s 4 ali s 5 in imajo vsoto števk enako 5.

46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

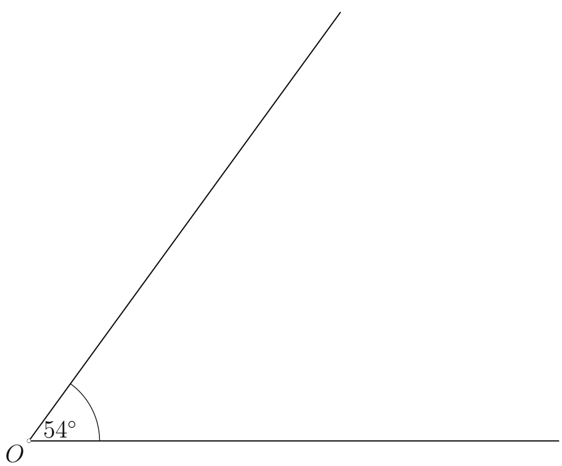
1. Za koliko odstotkov moramo povečati število 16, da bomo dobili 25% števila 80?

2. V štirikotniku $ABCD$ velja $\sphericalangle BAC = 60°$, $\sphericalangle CAD = 20°$, $\sphericalangle DBA = 50°$ in $\sphericalangle CBD = 10°$, točka C pa leži izven trikotnika ABD. Koliko meri kot $\sphericalangle DCA$?

3. Miha se je sladkal s čokoladicami. Ko ga je mama vprašala, koliko čokoladic je pojedel, ji je odgovoril: "Prvi dan sem pojedel polovico vseh čokoladic in še eno čokoladico. Naslednji dan sem pojedel polovico preostalih čokoladic in še dve čokoladici. Tretji dan pa sem pojedel polovico preostalih čokoladic in še pol čokoladice." Mama je pogledala v škatlo s čokoladicami in ugotovila, da je v njej samo še 6 čokoladic. Koliko čokoladic je bilo na začetku?

4. Izračunaj vsoto vseh števk vseh naravnih števil od vključno 1 do vključno 100.

5. Na sliki spodaj je narisan kot, ki meri $54°$. Razdeli ga na 6 enakih delov samo z uporabo šestila in ravnila. Postopek opiši.



8. razred

1. V pravokotniku $ABCD$ velja $|BC| = 2|AB|$. Na stranici AD leži takšna točka E, da velja $|BE| = |AD|$. Izračunaj velikost kota $\sphericalangle CED$.

2. Saša je prvi teden zapravila četrtino mesečne žepnine, drugi teden tretjino mesečne žepnine, tretji teden pa polovico ostanka. Maša pa je prvi teden zapravila eno četrtino žepnine, drugi teden tretjino ostanka, tretji teden pa polovico denarja, ki ji je še ostal. Vsaki je za četrti teden ostalo 10 EUR. Katera izmed njiju je imela višjo žepnino in za koliko?

3. Ploščina trapeza z višino 70 m je 5600 m^2. Ena izmed diagonal razdeli trapez na dva trikotnika tako, da je ploščina enega za 1050 m^2 večja od ploščine drugega. Izračunaj dolžini osnovnic trapeza.

4. Vrtnar opazuje rast sadik dveh različnih vrst fižola. Obe sadiki rasteta enakomerno, vrtnar pa vsak dan izmeri njuno višino in meritve zabeleži. Na listku si je zapisal naslednje podatke: "Vsota višin obeh sadik prvi dan, ko sem jih zasadil, je bila 138 cm. Prva sadika je v dveh dneh zrasla toliko cm, kot druga v sedmih dneh. V desetih dneh je prva sadika pridobila 50 % svoje začetne višine, druga sadika pa le 12 % svoje začetne višine." Koliko sta bili visoki sadiki na dan, ko ju je posadil?

5. Če število 1000 delimo z nekim naravnim številom, je ostanek 8. Če pa število 900 delimo s tem istim številom, dobimo ostanek 1. S katerim številom smo delili števili 1000 in 900? Odgovor utemelji.

---

9. razred

1. Kmet ima dve njivi, katerih površini sta v razmerju $1 : 2$. Na njivah bi rad posadil krompir in koruzo, tako da bi bila površina, kjer bi bil zasajen krompir, enaka površini, kjer bi rastla koruza. Na manjši njivi sta površini, na katerih sta posajena krompir oziroma koruza, v razmerju $2 : 5$. V kakšen razmerju naj bosta površini z ustreznima posevkoma na večji njivi?

2. Reši enačbo:

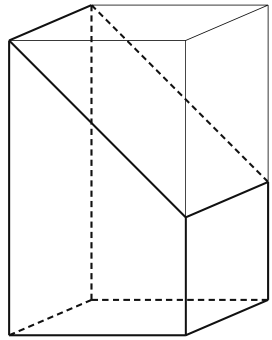
$$\sqrt{\frac{2010+x}{25}} = \sqrt{\frac{(2010^2-25)^2}{2005^2 \cdot 2015^3} \cdot (2005+10)} + \sqrt{10^2-6^2}.$$

3. Simetrala kota pri oglišču D pravokotnika $ABCD$ seka diagonalo AC v točki N. Točka N je od stranice AB oddaljena 1 cm. Točko na stranici BC, ki leži najbliže točki N, označimo z M. Razdalja med M in N je 9 cm. Izračunaj ploščino trapeza $NMCD$.

4. Praznovanja Nininega stotega rojstnega dne se je udeležila tudi njena prijateljica Petra. Spoznali sta se, ko je bila Petra stara 13 let, in takrat je Nina ugotovila, da lahko svojo starost zapiše z istima števkama kot Petra, vendar v obratnem vrstnem redu.

Koliko je bila stara Nina, ko je lahko svojo starost zapisala z istima števkama kot Petra? Poišči vse možnosti.

5. Kvader z robovi $a = 20$ cm, $b = 30$ cm in $c = 50$ cm je postavljen tako, da se dotika podlage z najmanjšo ploskvijo. Presekamo ga z ravnino skozi enega izmed najkrajših robov na zgornji ploskvi tako, da ravnina oklepa z zgornjo ploskvijo kot $45°$ (glej sliko). Izračunaj površino večjega telesa, ki pri tem nastane.



Rešitve nalog 46. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – področno tekmovanje

7. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	A	D	A	B	E	D	E

Utemeljitve:

A1. Ker je $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$, je vsota praštevilskih deliteljev števila 2010 enaka $2+3+5+67 = 77$.

A2. Obseg lika sestavljajo štiri stranice dolžine a in štiri stranice dolžine $\frac{a}{2}$. $24 = 4a + \frac{4a}{2}$, $a = 4$ cm. Ploščina lika je $(\frac{3a}{2})^2 – 2(\frac{a}{2})^2 = 28$ cm^2.

A3. Takih števil je 10: 1002, 1011, 1020, 1101, 1110, 1200, 2001, 2010, 2100, 3000.

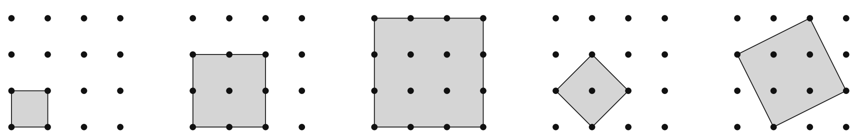
A4. Po velikosti od najmanjšega do največjega si sledijo: 2.12, 2.125, $2.\overline{125}$, $2.1\overline{25}$ in $2.12\overline{5}$. Tretje število je $2.\overline{125}$.

A5. Od ploščine štirih krogov odštejemo ploščine treh presekov: $4 \cdot 1$ cm^2 – $3 \cdot 0.1$ cm^2 $=$ 3.7 cm^2.

A6. Ker meri kot med simetralama $140°$, je polovica kota ob osnovnici $20°$. Kota ob osnovnici merita torej $40°$ in kot ob vrhu enakokrakega trikotnika $100°$.

A7. Najlažji plodovi češnjevega paradižnika tehtajo $\frac{1 \text{ kg}}{36}$, 306 takih plodov pa 8.5 kg.

A8. Narisati je možno 20 kvadratov (glej sliko).

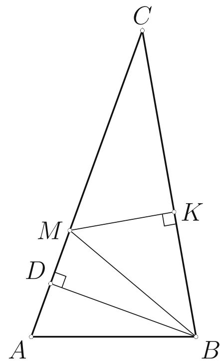


B1. Računajmo

$$\begin{aligned}\frac{4025}{2}-\frac{0.125+\frac{7}{8}}{\frac{2}{5}+1.6}:\left(\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}}-\frac{1}{2}\right)+1 &= \frac{4025}{2}-\frac{\frac{8}{8}}{\frac{10}{5}}:\left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{3}}-\frac{1}{2}\right)+1=\\ &= \frac{4025}{2}-\frac{1}{2}:\frac{1}{7}+1=\\ &= \frac{4025}{2}-\frac{7}{2}+1=2009+1=2010.\end{aligned}$$

B2. Starost dedka Matjaža je lahko le 67 let. Produkt starosti vnukov je torej 30: $30 = 1\cdot 30 = 2\cdot 15 = 3\cdot 10 = 5\cdot 6$. Le v zadnjem primeru je vsota starosti 11. Torej je Oton star 5 let, Nik pa 6 let.

B3. Narišimo skico:



Kot $\sphericalangle MBK$ je eden od ostrih kotov v pravokotnem trikotniku in meri $40°$. Ta kot predstavlja polovico notranjega kota ob oglišču B in $\beta = 80°$. Iz pravokotnega trikotnika BDC lahko izračunamo kot pri oglišču C, $\gamma = 30°$. Še zadnji kot v trikotniku pa potem meri $70°$.

8. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	C	D	C	B	C	E	D

Utemeljitve:

A1. Ker je $(-1)^{2k} = 1$ in $(-1)^{2k-1} = -1$, ima 1005 členov v vsoti vrednost -1, 1005 členov pa vrednost 1. Vsota je 0.

A2. Razliko med številoma $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$ razdelimo na štiri dele in en del prištejemo številu $\frac{1}{2}$. Dobimo $\frac{1}{2}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$.

A3. Ker mora biti $\frac{2010+x}{25} = 81$, je $x = 81\cdot 25 - 2010 = 2025 - 2010 = 15$.

A4. Trikotnik predstavlja polovico enakostraničnega trikotnika, vsota hipotenuze in krajše katete je $c+\frac{c}{2} = 21$ cm, $c = 14$ cm.

A5. Po vsakem odlivanju ostane $80\ \%$ ali 0.8 predhodne vsebine soda. Ker je $0.8^3 = 0.512$, $0.8^4 = 0.4096$, torej moramo odliti iz soda tekočino vsaj štirikrat, da bi je ostalo manj kot pol.

A6. Zmnožki v vseh vrsticah, stolpcih in diagonalah morajo biti 64. Zato lahko izračunamo števila v vseh smereh, kjer že poznamo dve števili od treh:

2		$\frac{16}{x}$
$\frac{32}{x}$	4	
x	$\frac{8}{x}$	8

Na enak način dobimo še preostali števili:

2	$2x$	$\frac{16}{x}$
$\frac{32}{x}$	4	$\frac{x}{2}$
x	$\frac{8}{x}$	8

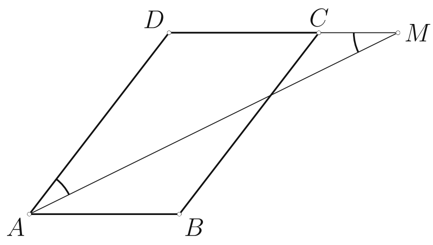
Ker morajo v tabeli nastopati samo naravna števila, mora biti x deljiv z 2 in mora hkrati deliti 8, 16 in 32, iščemo torej sode delitelje števila 8. To pa so 2, 4, 8.

A7. Tonetova njiva je dvakrat toliko dolga in dvakrat toliko široka kot Janezova njiva, zato je površina Tonetove njive štrikrat tolikšna kot površina Janezove njive. Tone je pridelal štirikrat toliko krompirja kot Janez, torej 3200 kg.

A8. Ker 3 sendviči, 7 skodelic kave in krof stane 6.30 EUR ter 4 sendviči, 10 skodelic kave in krof pa 8.40 EUR, moramo za $4 - 3 = 1$ sendvič in $10 - 7 = 3$ skodelice kave, plačati $8.40 - 6.30 = 2.10$ EUR. Torej moramo za 2 sendviča in 6 skodelic kave plačati $2 \cdot 2.10 = 4.20$ EUR. Za $3-2 = 1$ sendvič, $7-6 = 1$ skodelice kave in en krof pa moramo plačati $6.30 - 4.20 = 2.10$ EUR.

B1. Cena matematičnega priročnika septembra naj bo m, cena fizikalnega pa je potem $0.9m$. Oktobra se je matematični priročnik podražil na $1.3m$, decembra pa je znašala njegova cena $0.6 \cdot 1.3m = 0.78m$. Fizikalni priročnik se je decembra podražil na $1.2 \cdot 0.9m = 1.08m$. Tako je bila razlika v ceni $0.3m = 3$ EUR, kar pomeni, da je bila septembrska cena matematičnega priročnika 10 EUR, fizikalnega pa 9 EUR. Razlika je znašala 1 EUR.

B2. Narišimo skico:



Trikotnik AMD je enakokrak, ker je AM simetrala kota ob oglišču A. Potem se stranici razlikujeta za 5 cm. Obseg $2a + 2(a + 5) = 48$ cm, stranica a meri 9.5 cm, b pa 14.5 cm.

B3. Označimo skupno število frnikul z n. Jan ima $\frac{n}{2}–4$ frnikul, Tim $\frac{n}{5}+6$, Žak $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}$ in Maj $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}-1$. Skupaj imajo

$$\left(\frac{n}{2}–4\right)+\left(\frac{n}{5}+6\right)+\left(\frac{n}{6}–\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{n}{6}–\frac{4}{3}-1\right)=\frac{31n–50}{30}$$

frnikul. Ker je $\frac{31n–50}{30}=n$, od tod sledi $31n-50=30n$ oziroma $n=50$. Otroci imajo po vrsti 21, 16, 7 in 6 frnikul.

---

9. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	D	A	B	D	B	B	C

Utemeljitve:

A1. Označimo z R polmer zunanjega kroga, z r pa polmer notranjega kroga. Ploščina kolobarja je enaka $\pi R^2-\pi r^2=\frac{1}{3}\pi r^2$. Torej je $\pi R^2=\frac{4}{3}\pi r^2$, od koder sledi $\pi R^2:\pi r^2=4:3$.

A2. Zapišemo lahko $2010=2\cdot 3\cdot 5\cdot 67$. Največjo vsoto bomo dobili, če vzamemo za dve števili najmanjša možna delitelja (1 in 2), tretje število pa je potem 1005, največja vsota teh treh števil je 1008.

A3. Če imamo m učiteljev in n učiteljic, je njihova povprečna starost $\frac{50m+35n}{m+n}$ in je enaka 40. Dobimo zvezo $10m=5n$, torej je razmerje med številom učiteljev in učiteljic enako $1:2$.

A4. V 12 kg orehov je 75 % ali 9 kg suhe snovi, ki ostane nespremenjena pri sušenju. V posušenih orehih predstavlja to 90 %, torej tehtajo posušeni orehi 10 kg.

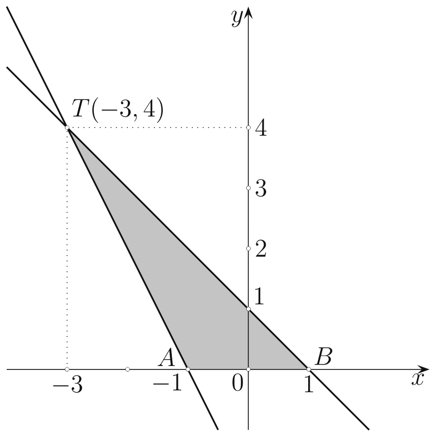
A5. Računajmo $a^3=a\cdot(a+4)=a^2+4a=a+4+4a=5a+4$, torej je pravi odgovor (**D**). Na tem mestu velja opozoriti, da s tem še nismo dokazali, da noben izmed drugih odgovorov ne more veljati. Ampak ker je $a+8=5a+4$ le za $a=1$, $2a+8=5a+4$ le za $a=\frac{4}{3}$, $3a+4=5a+4$ le za $a=0$ in $27a+64=5a+4$ le za $a=-\frac{30}{11}$, nobeno izmed teh števil pa ne zadošča enačbi $a^2=a+4$, je (**D**) res edini pravilni odgovor.

A6. Iz besedila naloge sledi $S>M$ in $S>T$, vemo še: $T+K>M+S$ (1) in $M+K=T+S$ (2). Iz (1), ki ji na obeh straneh dodamo S, sledi $T+K+S>M+S+S$. Če upoštevamo pa še zvezo (2): $M+K+K>M+S+S$ ali $K>S$. Ker je $K>S$, mora biti $M<T$, da bi veljala enakost (2). Vrstni red je torej: $K>S>T>M$.

A7. Premica, ki jo zrcalimo čez vzporednico ordinatni osi, ima smerni koeficient 1, prezrcaljena premica pa -1.

A8. Osemkotnik lahko razdelimo na 16 skladnih enakokrakih trikotnikov, pobarvanih je 5 izmed njih.

B1. Narišimo skico.



Premica s smernim koeficientom -2, ki poteka skozi $T(-3,4)$, ima enačbo $y=-2x–2$ in seka abscisno os v točki $A(-1,0)$. Premica s smernim koeficientom -1 pa ima enačbo $y=-x+1$ in seka abscisno os v točki $B(1,0)$. Daljica AB je stranica trikotnika ABT in meri 2 enoti. Višina na to stranico meri 4 enote, ploščina trikotnika ABT je torej 4 kvadratne enote.

B2. V prvem primeru razporeditve gostov potrebujemo n troposteljnih sob in eno dvoposteljno, gostov pa je potem $3n+2$ v $n+1$ sobah. Ker v drugem primeru potrebujemo 5 sob manj, je skupno število sob $n-4$, tri so dvoposteljne, štiriposteljnih pa je $n–7$. Število gostov v drugem primeru je $6+4(n–7)=4n-22$. Če izenačimo število gostov v obeh primerih, dobimo enačbo: $3n+2=4n-22$. Rešitev enačbe $n=24$, število gostov pa $3\cdot 24+2=74$.

B3. Če naj bo število deljivo s 5, se mora končati z 0 ali 5. Ker je vsota vseh števk enaka 5, zadnja možnost odpade. Število se torej konča z 0, prve tri števke pa dajo vsoto 5. To je možno v petnajstih primerih: 5000, 4100, 4010, 1400, 1040, 3200, 3020, 2300, 2030, 3110, 1310, 1130, 2210, 2120, 1220.

Če želimo, da bo število deljivo s 4, morata biti zadnji dve števki skupaj deljivi s 4, torej 04, 12, 20 ali 40. Takih števil je sedem: 1004, 1040, 1112, 1220, 2012, 2120, 3020.

Izmed vseh navedenih števil so s 4 in s 5 deljiva števila: 1040, 1220, 2120, 3020.

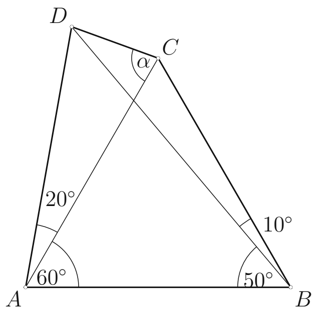
Skupno število štirimestnih števil z vsoto števk 5, ki so deljiva s 4 ali s 5, pa je $15+7-4=18$.

Rešitve nalog 46. tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje – državno tekmovanje

7. razred

1. Ker je 25% od 80 enako 20, moramo 16 povečati za 4. Število 4 predstavlja 25% števila 16, torej moramo 16 povečati za 25%.

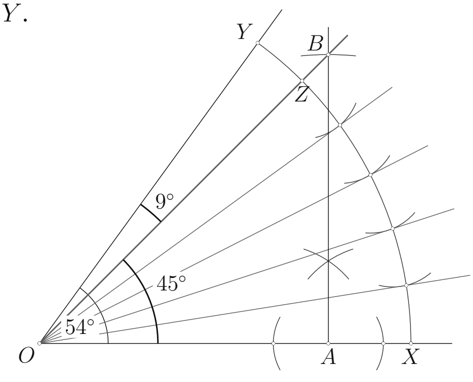
2. Trikotnik ABC je enakostraničen, ker merita kota ob stranici AB oba po $60°$. Zato sta stranici AB in AC enako dolgi. Kot $\sphericalangle ADB$ meri $180° - 20° - 60° - 50° = 50°$, zato je BAD enakokrak trikotnik z osnovnico BD. Zato je $|AB| = |AC| = |AD|$, iz česar sledi še, da je tudi trikotnik DAC enakokrak in sta kota α in $\sphericalangle ADC$ skladna. Dobimo $\alpha = \frac{180°-20°}{2} = 80°$.



3. Na koncu je v škatli 6 čokoladic, tretji dan pa je Miha pojedel polovico in še pol, kar pomeni, da jih je bilo v škatli 13. Drugi dan jih je pojedel polovico in še dve, kar pomeni, da jih je bilo v škatli $(13+2)\cdot 2 = 30$. In podobno je prvi dan pojedel polovico in še eno, torej je bilo na začetku $(30+1)\cdot 2 = 62$ čokoladic.

4. Vsota naravnih števil od 1 do 9 je 45. Ta vsota se pojavi kot seštevek enic v dvomestnih številih še devetkrat, če seštevamo desetice dvomestnih naravnih števil pa dobimo $10\cdot 1 + 10\cdot 2 + \cdots + 10\cdot 9 = 10\cdot 45$. Vsota vseh števk je torej $20\cdot 45 + 1 = 901$. Zadnja 1 pripada številu 100.

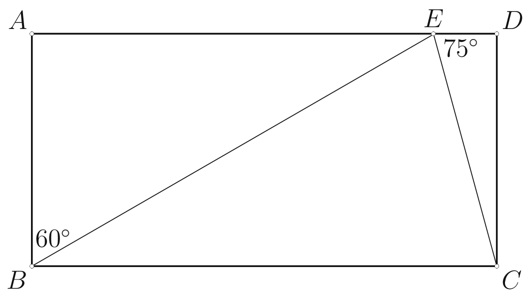
5. Ker je $\frac{1}{6}54° = 9°$, zadošča konstruirati kot $9°$. Narišimo krožni lok $\widehat{XY}$ s središčem O. Izberimo točko A na enem izmed krakov kota in narišimo pravokotnico na ta krak skozi točko A. Konstruiramo tako točko B, da je $|OA| = |AB|$. Torej je $\sphericalangle AOB = 45°$ in $\sphericalangle BOY = 54° - 45° = 9°$. Nazadnje še s pomočjo šestila prenesemo kot $\sphericalangle ZOY = 9°$ na preostanek loka $\widehat{XY}$.



OPOMBA. Trikotnik OXY je enakokrak z vrhom O. Kota ob osnovnici XY merita $\frac{1}{2}(180° - 54°) = 63°$. Torej lahko s šestilom in ravnilom kontruiramo kot $9°$ kot npr. razliko kotov $\sphericalangle XOY$ in $\sphericalangle YXO$.

8. razred

1. V trikotniku ABE je stranica BE dvakrat daljša od AB, zato je ta trikotnik polovica enakostraničnega in je $\sphericalangle ABE = 60°$ ter $\sphericalangle AEB = 30°$. Ker je trikotnik EBC enakokrak, meri kot $\sphericalangle BEC$ ob osnovnici $\frac{180°-30°}{2} = 75°$. Kot $\sphericalangle DEC$, ki ga iščemo, pa potem meri $180° - 75° - 30° = 75°$.



2. Saša prvi teden zapravi četrtino mesečne žepnine $\frac{s}{4}$, drugi teden pa tretjino, torej $\frac{s}{3}$. Skupaj $\frac{s}{4} + \frac{s}{3} = \frac{7s}{12}$, za tretji teden ji ostane $\frac{5s}{12}$, polovica tega zneska je 10 EUR, torej predstavlja 20 EUR $\frac{5}{12}$ Sašine žepnine, kar pomeni, da je ta na začetku znašala 48 EUR.

Maši po prvem tednu ostane $\frac{3}{4}$ žepnine v višini m, drugi teden porabi tretjino ostanka in ima še $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}m = \frac{1}{2}m$. Ker polovica tega zneska znaša 10 EUR, je višina Mašine mesečne žepnine 40 EUR. Saša ima potem za 8 EUR višjo žepnino.

3. Diagonala deli trapez na trikotnika s ploščinama S_1 in S_2, za kateri velja $S_1 = S_2 + 1050$ in $S_1 + S_2 = 5600$, torej je $S_2 = 2275$ m^2 in $S_1 = 3325$ m^2. Ploščina vsakega izmed trikotnikov je polovica produkta osnovnice in višine, ki je enaka višini trapeza. Zaradi $S_2 = \frac{cv}{2}$ sledi $c = 65$ m, in iz $S_1 = \frac{av}{2}$ dobimo $a = 95$ m.

4. Ker rasteta enakomerno, prva sadika na dan pridobi 5 % začetne višine x, v dveh dneh torej zraste za $\frac{x}{10}$. Toliko zraste druga v sedmih dneh, na dan pa $\frac{x}{70}$, v desetih dneh torej $\frac{x}{7}$. Število $\frac{x}{7}$ predstavlja 12% začetne višine te sadike, ki je potem $\frac{100x}{7 \cdot 12} = \frac{25x}{21}$. Če seštejemo začetni dolžini $x + \frac{25x}{21} = \frac{46x}{21}$ in to izenačimo s 138 cm, izvemo, da je prva sadika na začetku v višino merila 63 cm, druga pa 75 cm.

5. Naj bo n naravno število, s katerim smo delili. Velja $1000 = k_1 \cdot n + 8$ in $900 = k_2 \cdot n + 1$, torej število n deli števili $1000 - 8 = 992$ in $900 - 1 = 899$. Praštevilska razcepa obeh števil sta $992 = 2^5 \cdot 31$ in $899 = 29 \cdot 31$. Edini naravni števili, ki delita tako 992 kot 899, sta 1 in 31. Iskano število je 31, saj mora biti večje od ostanka 8.

9. razred

1. Površino manjše njive označimo z x, površina večje pa je potem $2x$. Ker morata biti površini, zasajeni s koruzo in krompirjem, enaki, mora biti krompirju namenjeno $\frac{3x}{2}$ površine. Na manjši njivi je $\frac{2x}{7}$ površine zasajene s krompirjem, kar pomeni, da mora biti na večji njivi še $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{7} = \frac{17x}{14}$ površine krompirja. Glede na celo večjo njivo predstavlja delež krompirja $\frac{17}{28}$. Razmerje med površinama s krompirjem in koruzo pa je $17 : 11$.

2. Računajmo

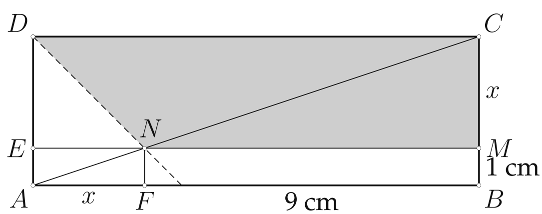
$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{(2010^2-25)^2}{2005^2\cdot 2015^3}}\cdot(2005+10)+\sqrt{10^2-6^2} &= \sqrt{\frac{(2010^2-25)^2}{2005^2\cdot 2015^3}}\cdot 2015+\sqrt{64}= \\
&= \sqrt{\frac{(2010^2-25)^2}{2005^2\cdot 2015^2}}+8= \\
&= \frac{2010^2-25}{2005\cdot 2015}+8= \\
&= \frac{((2010-5)(2010+5)}{2005\cdot 2015}+8= \\
&= 1+8=9.
\end{aligned}$$

Torej je

$$\sqrt{\frac{2010+x}{25}}=9,$$

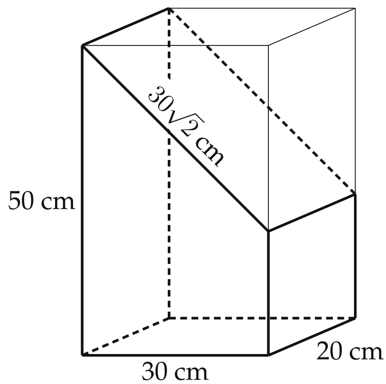
od koder sledi $\frac{2010+x}{25} = 81$. Ker je $2010 + x = 81 \cdot 25$, nazadnje izračunamo $x = 2025 - 2010 = 15$.

3. Z x označimo dolžino daljice MC. Naj bo E točka na stranici AD, ki je najbližja točki N in naj bo F točka na stranici AB, ki je najbližja N. Velja $|DE| = x$. Ker je DN simetrala pravega kota, je tudi $|EN| = x$, s tem pa tudi $|AF| = x$. Pravokotna trikotnika NMC in AFN sta podobna in imata enako razmerje katet. Iz zveze $x : 9 = 1 : x$ sledi $x^2 = 9$ in $x = 3$ cmV trapezu $NMCD$ merita potem osnovnici $|NM| = 9$ cm in $|DC| = 12$ cm. Višina trapeza je $|MC| = 3$ cm. Ploščina trapeza je $\frac{9+12}{2} \cdot 3 = 31.5$ cm^2.



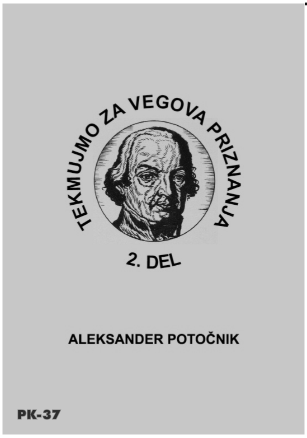
4. Starost Petre lahko zapišemo v desetiškem zapisu $10x + y$, starost Nine pa $10y + x$. Razlika v starosti obeh deklet je $31 - 13 = 18$ let. Iz zveze $10x + y + 18 = 10y + x$ dobimo enačbo $9y = 9x + 18$ ali $y = x + 2$. Starost z obratnim zapisom števk se je ponovila za števila oblike $10x + x + 2 = 11x + 2$, kjer je x eno izmed števil $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Tedaj je bila Nina stara $31, 42, 53, 64, 75, 86$ ali 97 let.

5. Telo, ki ga dobimo z rezanjem, omejuje 6 ploskev. Dve izmed ploskev sta ploskvi prvotnega kvadra s stranicama dolžin 20 cm in 30 cm ter 20 cm in 50 cm. Ravnina prereže eno izmed stranskih ploskev na višini 20 cm in tam dobimo kvadrat. Dve izmed ploskev sta skladna trapeza. Trapeza imata osnovnici dolgi 50 cm in 20 cm, ter višino 30 cm. Zadnja ploskev, ki predstavlja presek kvadra in ravnine, je pravokotnik, katerega ena stranica je dolga 20 cm, drugo pa dobimo s pomočjo Pitagorovega izreka in meri $30\sqrt{2}$ cm. Površina nastalega telesa je $(600+1000+400+2\cdot 1050+600\sqrt{2})$ cm^2 $=$ $(4100+600\sqrt{2})$ cm^2.



Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA – 2. del

Zbirka rešenih nalog s področnih in državnih tekmovanj od 1992 do 1998

80 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 120 novih nalog

296 strani
barvni tisk
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

18,74 EUR

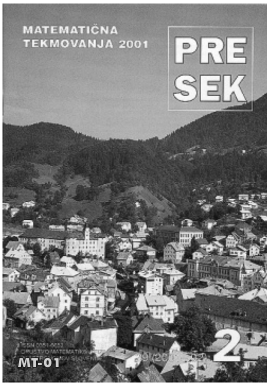
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Tekmovanja v reviji Presek

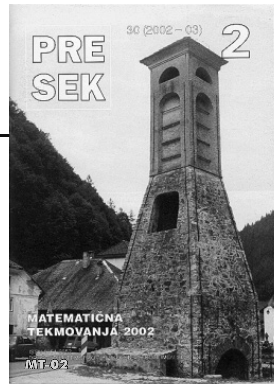
Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

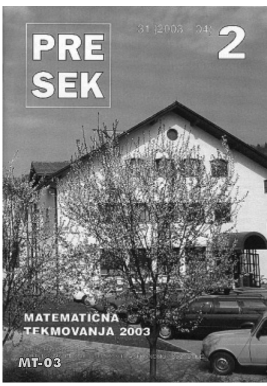
6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.