

Tekmovanja

Razpis 21. državnega tekmovanja v razvedrilni matematiki

Tekmovanje bo v soboto, 25. septembra 2010, na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani.

Na tekmovanje se lahko učenci 6., 7., 8. in 9. razreda devetletne OŠ, dijaki in študentje (oz. odrasli) prijavijo na tri načine:

1) Prek šolskega tekmovanja, ki ga mora izvesti njihova šola do 5. septembra 2010. Naloge za šolsko tekmovanje bodo šole pripravile same in opravile tudi izbor učencev. Vsaka šola lahko prijavi na državno tekmovanje največ enega učenca za vsak razred ali letnik, seznam tekmovalcev naj pošlje na uredništvo revije L&RM do 10. septembra 2010.

2) Tekmovalci se tako kot prejšnja leta lahko prijavijo z reševanjem nalog v reviji L&RM. Rešiti morajo čim več nalog iz rubrike Tekmujmo v razvedrilni matematiki iz te številke. Rešitve nalog morajo poslati do 28. avgusta na naslov Logika d.o.o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik, s pripisom „Za tekmovanje“ v navadni (nepriporočeni) pošiljki. Poznejših prijav zaradi velikega števila tekmovalcev ne bomo upoštevali. Učenci, študentje in dijaki naj pripišejo razred oziroma letnik, ki ga bodo obiskovali jeseni. Te podatke navedite tudi na zunanjem delu kuverte. Na tekmovanje bodo povabljeni tekmovalci, ki bodo pravilno rešili največ nalog (pri čemer bomo seveda upoštevali starost tekmovalca).

3) Prvih pet tekmovalcev iz vsake skupine na 20. državnem tekmovanju iz razvedrilne matematike se uvrsti na tekmovanje s prijavo in rešitvijo ene same naloge. Seznam uvrščenih tekmovalcev bo objavljen na medmrežju na strani <http://matematika.fe.uni-lj.si/people/izidor/homepage/RM/> do 14. septembra 2010.

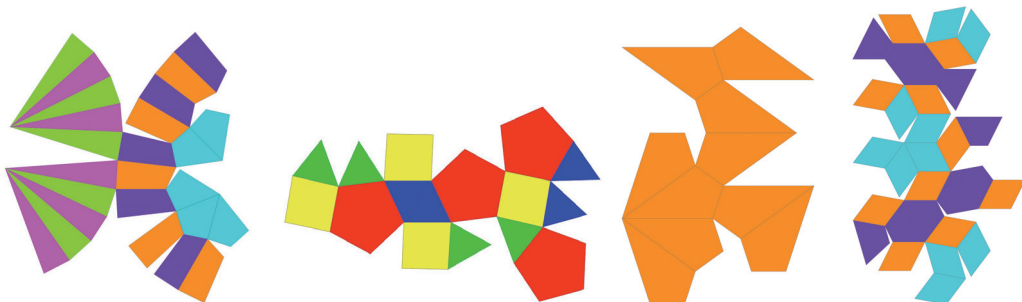
Člani tekmovalnih komisij, ki želijo tudi tekmovati, naj to sporočijo do 14.9.2010.

Obvezno: na tekmovanje prinesite škarje z okroglo konico in lepilni trak (selotejp).

Tekmujmo v razvedrilni matematiki

1. Mreže

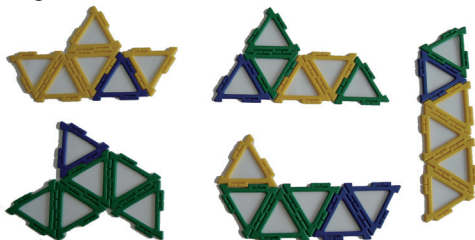
Dane so štiri mreže poliedrov. Označi jih s števkami in izpolni preglednico.



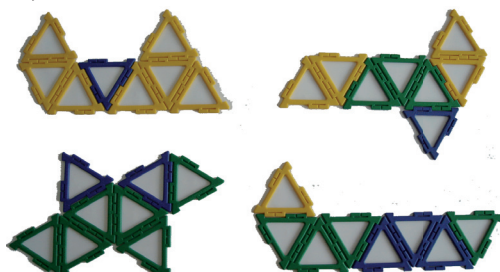
Oznaka	Število mejnih ploskev	Število robov	Število oglišč
1			
2			
3			
4			

2.

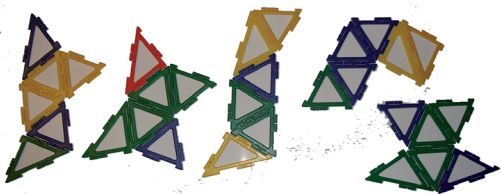
a) Iz katerih mrež lahko sestaviš dvojno trikotno piramido?



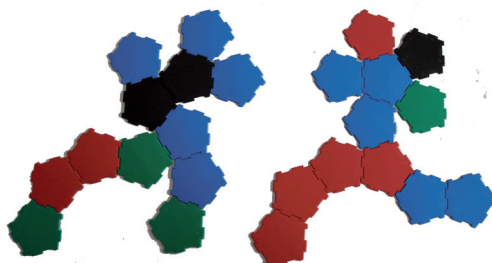
c) Iz katerih mrež lahko sestaviš osmerek?



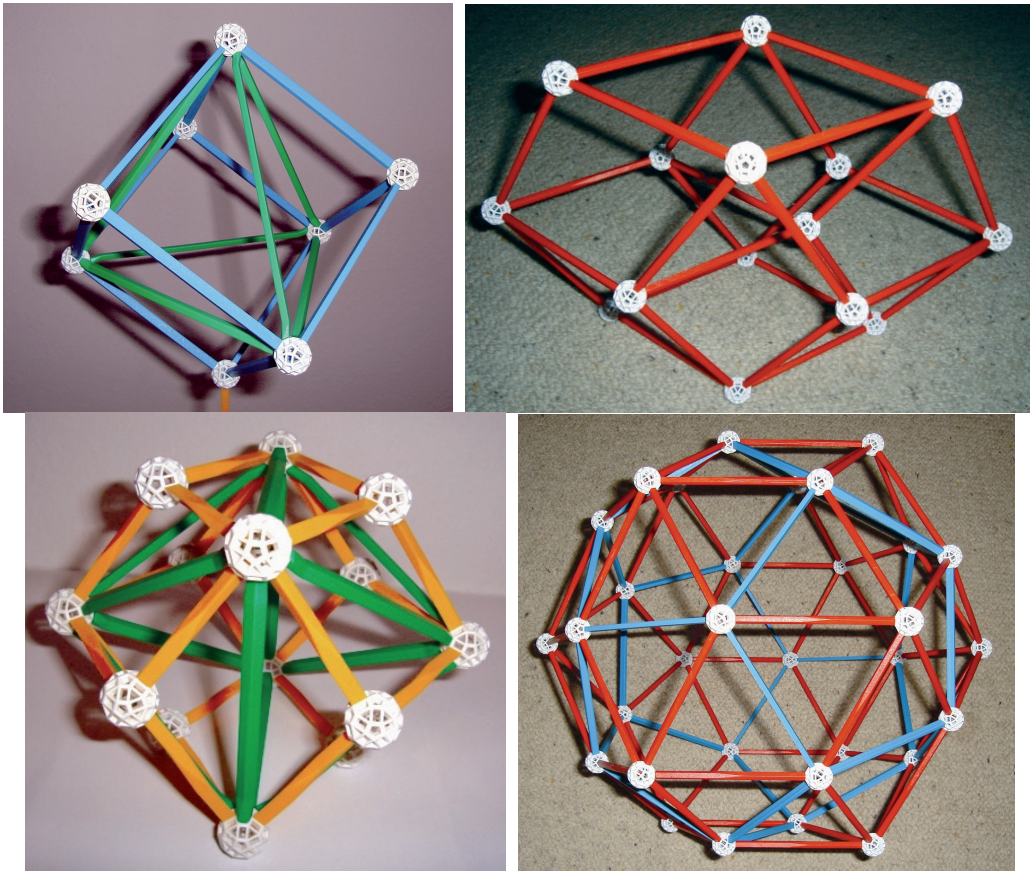
b) Iz katerih mrež lahko sestaviš kvadratno piramido?



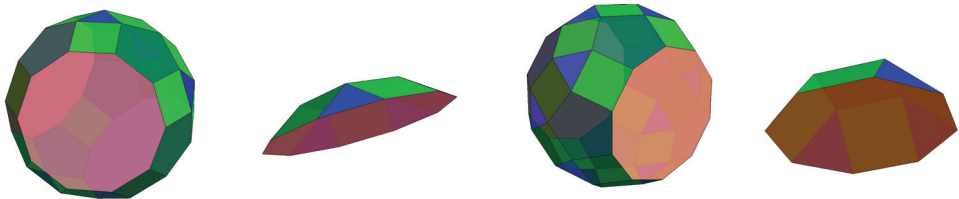
d) Iz katerih mrež lahko sestaviš dvanajsterec?



3. Koliko palic in koliko krogel potrebujemo za izdelavo naslednjih kompozicij teles: kocka z včrtanim četvercem, rombski dvanajsterec 2. vrste, rombski dvanajsterec z včrtanim osmercem, trideseterec z včrtanim dvanajstercem?



4. Označi poliedre (trikrat zmanjšani okrnjeni dvajseterčev dvanajsterec, petkotna kupola, vzporedno dvakrat zmanjšani okrnjeni dvajseterčev dvanajsterec, kvadratna kupola) s števkami in izpolni spodnjo preglednico.



Oznaka	Število mejnih ploskev	Število robov	Število oglišč	Tip rotacijske simetrije
1				
2				
3				
4				

5. Koliko ploščic (okvirov) posamezne oblike potrebujemo za izdelavo naslednjih teles?

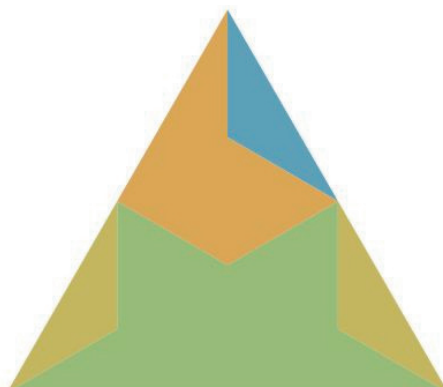
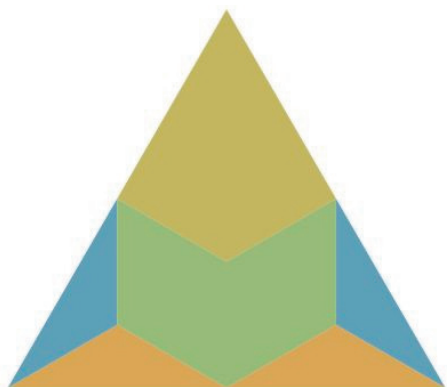


	Št. trikotnikov	Št. kvadratov	Št. petkotnikov	Št. šestkotnikov	Št. rombov
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

6. Razreži like

a) Razreži trikotnik, tako da dobiš dva šestkotnika.

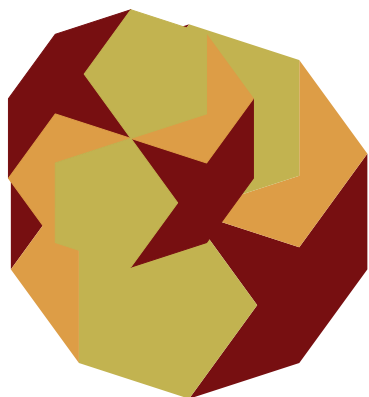
b) Razreži trikotnik, tako da dobiš heksagram.



c) Razreži trikotnik v heksagram.



d) Razreži desetkotnik v dva petkotnika in dva pentagrama.



e) Razreži osemkotnik v dva.



f) Razreži pet kvadratov v enega.



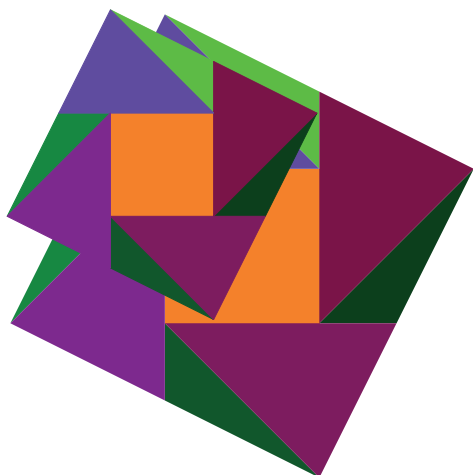
g) Razreži križ v kvadrat.



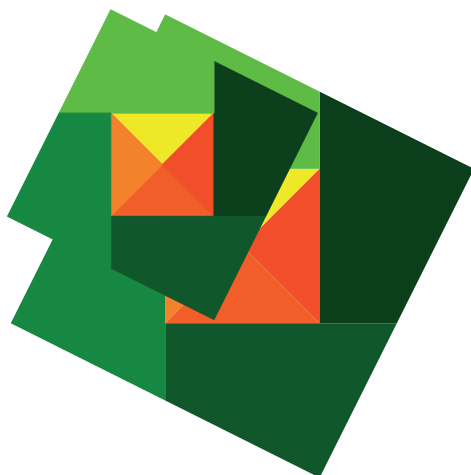
h) Razreži kvadrat v dva.



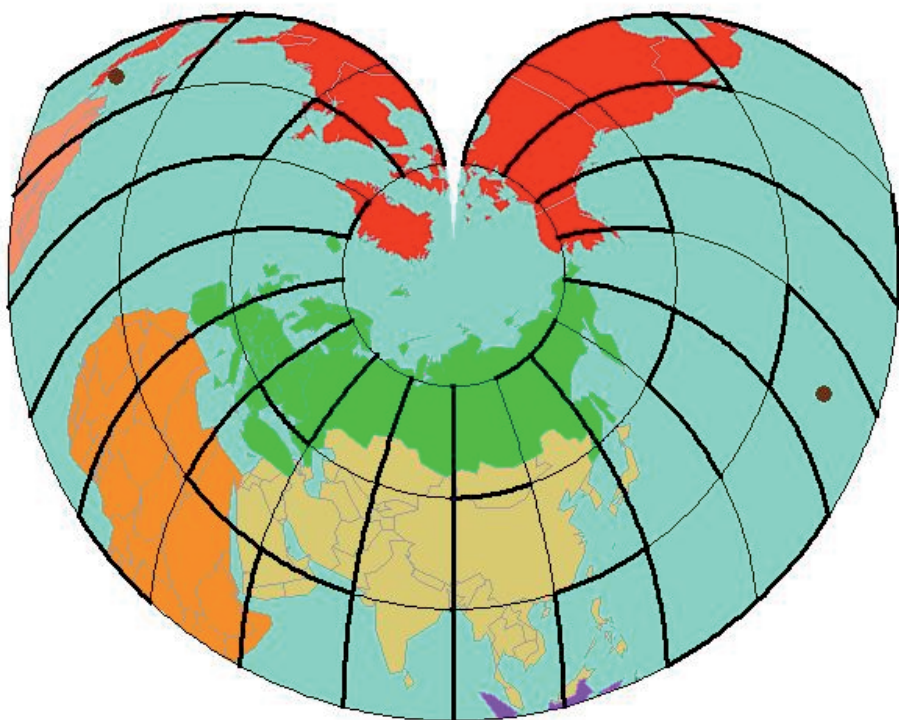
i) Razreži kvadrat v tri.

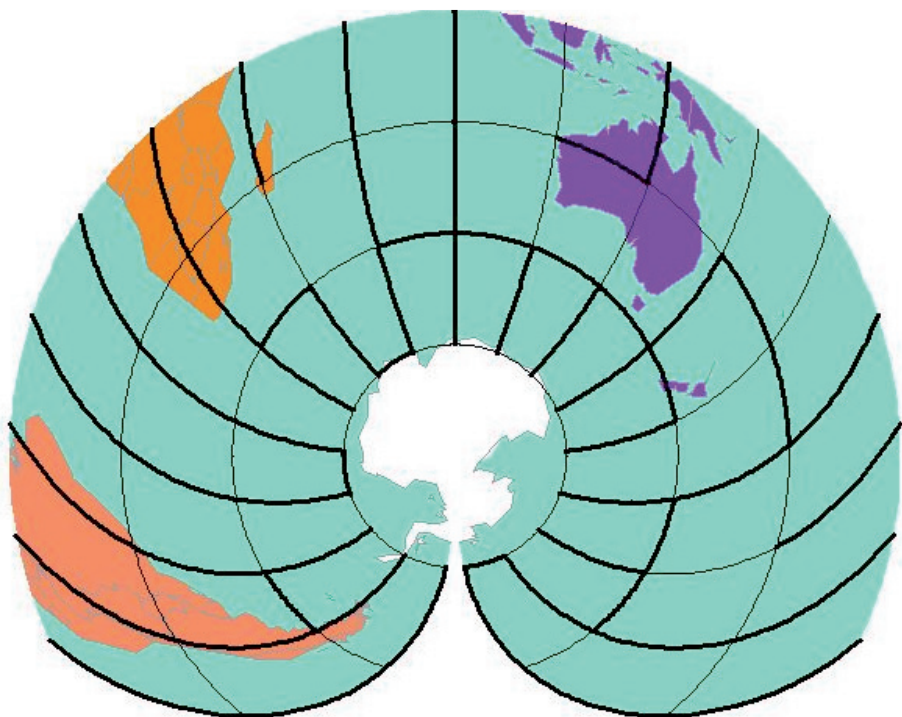


j) Razreži kvadrat v tri.



7. Poveži piki na zemeljskem labirintu.





8. Reši barvne sudokuje.

a)

	2	4	3

e)

	5			
	4			
		1		3

i)

		1			6
	4	2			
	1				3
	5				
				4	
				1	

b)

			4
	2		3

f)

3					5
1		4			
2	6			4	
4				5	1
		6			

j)

		3			4
5					
			1	3	
1					
		4			2
6		5			

c)

	2	1	4	5

g)

		5			6
3		1			
1			2	3	
	2				5
					3
				5	

k)

			6		5
				3	
	1		4		
		3	2		4
	6		5		

d)

	5	2	4	3

h)

	1			6	4
	6				1
			3		
	3				
1					6
		2			

l)

	4	2	6	3	
		1		2	
	5		4		
					3
					5
1					

9. Reši križne vsote

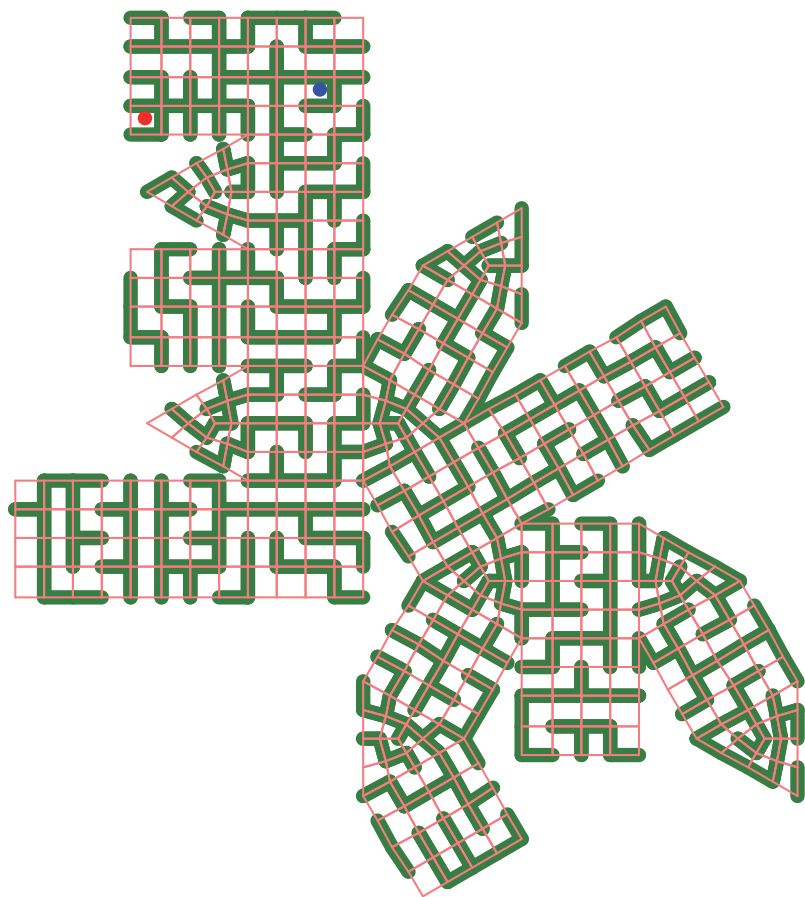
a)

	12	7			
6			17		
21				19	
		15			8
			8		
			13		

b)

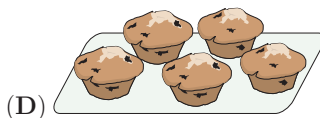
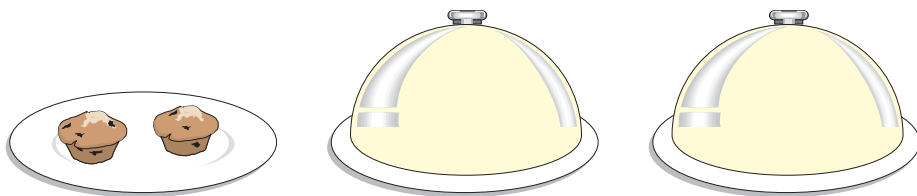
	16	24		21	14
12			11		
15			16		
	6				5
	18				
12	7				
			9		

10. Poišči pot med pikama v labirintu.



Mednarodni matematični kenguru 2009 – izbor nalog

1. Tanja je na vsakega izmed 3 krožnikov položila enako število kolačkov in 2 krožnika pokrila (glej sliko). Tanjin brat Gal je nato vse kolačke z 2 krožnikov preložil na prazen pladenj. Na kateri sliki je pladenj, potem ko je Gal nanj preložil kolačke?



2. Bor je na praznovanju rojstnega dneva torto razrezal na 16 kosov. Potem ko je vsak otrok dobil 1 kos torte, so ostali 3 kosi. Koliko otrok je bilo na praznovanju Borovega rojstnega dneva?

(A) 1

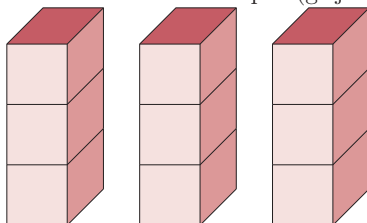
(B) 3

(C) 8

(D) 13

(E) 16

3. Ana je z 9 kockami oblikovala 3 enako visoke stolpce (glej sliko).



Meta je stolpce podrla in z 9 kockami oblikovala 3 različno visoke stolpce. Za najnižjega je uporabila 2 kocki. Koliko kock je Meta uporabila za najvišji stolpec?

(A) 2

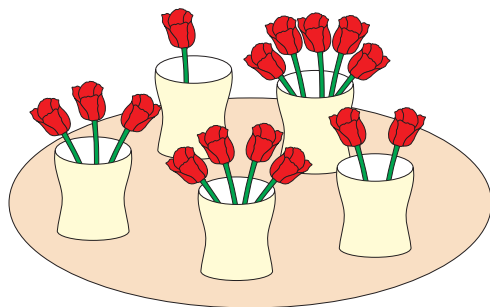
(B) 3

(C) 4

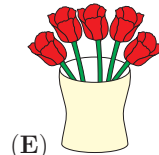
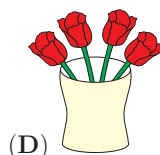
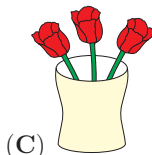
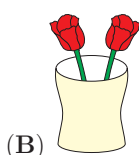
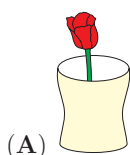
(D) 5

(E) 9

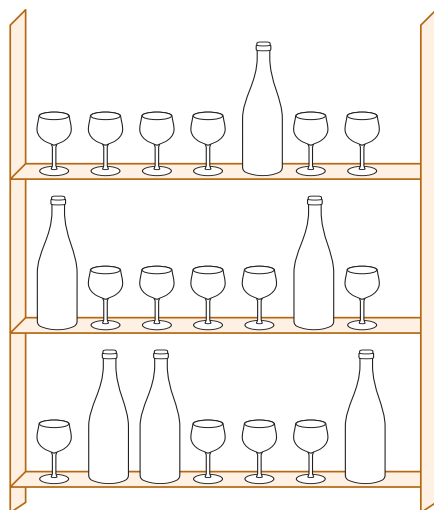
4. Naomi in Klara sta nabrali nekaj tulipanov. Klarina mama jima je pripravila 5 vaz. Naomi je svojih 10 tulipanov razporedila v 4 vaze, Klara pa je vse svoje tulipane dala v preostalo vazo (glej sliko).



V katero vazo je dala svoje tulipane Klara?



5. Babica Berta je postavila kozarce in steklenice na 3 police v shrambi (glej sliko). Katera trditev je pravilna?



- (A) Vseh steklenic skupaj je toliko kot kozarcev na zgornji polici.
- (B) Vseh steklenic skupaj je toliko kot kozarcev na srednji polici.
- (C) Vseh steklenic skupaj je več kot vseh kozarcev skupaj.
- (D) Na spodnji polici je steklenic toliko kot kozarcev.
- (E) Na srednji polici je steklenic toliko kot kozarcev.

6. V sobi sta 2 mački in nekaj psov. Število mačjih tačk je enako številu pasjih ušes. Koliko psov je v sobi?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

7. Pri katerem računu je rezultat drugačen kot pri ostalih 4 računih?

- (A) $66 - 40 + 11 =$ (B) $27 + 20 - 10 =$ (C) $9 + 17 + 11 =$
 (D) $29 + 20 - 11 =$ (E) $100 - 33 - 30 =$

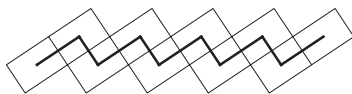
8. Ajda, Maja in Neja so vrgle vsaka svojo kocko. Na 3 kockah je skupaj padlo 5 pik. Največ koliko pik je lahko padlo na 1 kocki?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Mama je kupila 16 mandarin. Karel jih je pojedel polovico, Eva je pojedla 2 mandarin, Doroteja pa preostale mandarine. Koliko mandarin je pojedla Doroteja?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

10. Tone je na svojem vrtu naredil potko iz 10 plošč velikosti $4 \text{ dm} \times 6 \text{ dm}$ in nato narisal črno črto, ki povezuje središča plošč (glej sliko). Koliko decimetrov je dolga črna črta, ki jo je narisal Tone?

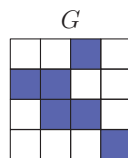
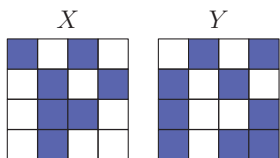


- (A) 24 (B) 40 (C) 46 (D) 50 (E) 56

11. Film *Modri žabec Gabi* traja brez oglasov 90 min. S predvajanjem so začeli ob 17.10. Med filmom sta bila 2 oglasa, prvi je bil dolg 8 min, drugi pa 5 min. Ob kateri uri se je končalo predvajanje filma?

- (A) 18.13 (B) 18.27 (C) 18.47 (D) 18.53 (E) 19.13

12. Figuri X in Y sta prijateljici (glej levo sliko).



Katera figura je prijateljica figure G (glej desno sliko)?

- (A) (B) (C) (D) (E)

13. Koliko naravnih števil je večjih od $\frac{2009}{1000}$ in manjših od $\frac{2009}{100}$?

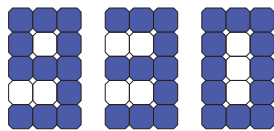
- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) Več kot 18.

14. Veverice Kristina, Martina in Valentina so skupaj nabrale 7 orehov. Nobena ni nabrala toliko orehov kot katerakoli druga. Vsaka je nabrala vsaj 1 oreh. Kristina je nabrala najmanj orehov, Martina pa največ. Koliko orehov je nabrala Valentina?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) Nemogoče je določiti.

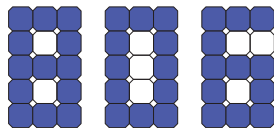
15. Na zaslonu je izpisano število 930 (glej zgornjo sliko). Skupaj najmanj koliko ugasnjenih lučk se mora prižgati in koliko prižganih lučk se mora ugasniti, da dobimo število 806 (glej spodnjo sliko)?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

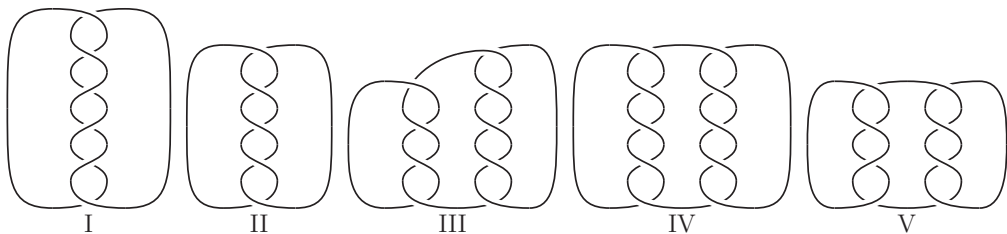


16. V pravokotniku je 1. stranica dolga 8 cm, dolžina 2. stranice pa je enaka $\frac{1}{2}$ dolžine 1. stranice. Koliko centimetrov je dolga stranica kvadrata, katerega obseg je enak obsegu tega pravokotnika?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 24



17. Vse krivulje na slikah I, II, III, IV in V so sklenjene. Na katerih slikah je več kot 1 sklenjena krivulja?



- (A) Na slikah I, III, IV in V. (B) Na slikah III, IV in V. (C) Na slikah I, III in V.
(D) Na vseh slikah. (E) Le na slikah I in III.

18. Čez reko, ki je široka 120 m, je pravokotno na breg postavljen most. Ko je Jernej prehodil $\frac{1}{4}$ dolžine mosta, je bil točno nad levim bregom reke. Ko je prišel točno nad desni breg reke, pa je imel pred sabo še $\frac{1}{4}$ dolžine mosta. Koliko metrov je dolg most?

- (A) 150 (B) 180 (C) 210 (D) 240 (E) 270

19. V deželi Nogalija imajo vsi moški levo nogo za 2 številki večjo od desne noge, vse ženske pa imajo levo nogo za 1 številko večjo od desne noge. Čevlje prodajajo v parih iste velikosti. Moški in ženske nosijo iste modele čevljev. Da bi prihranili denar, je skupina oseb skupaj kupila več parov čevljev. Potem ko so vsi obuli čevlje, ki so bili prave velikosti za obe nogi, sta ostala natanko 2 čevlja, prvi številke 36 in drugi številke 45. Najmanj koliko oseb se je odločilo skupaj kupiti čevlje?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

20. V šopku so rdeča, modra, rumena in bela roža. Čebelica Maša se je odločila, da bo obiskala vsako rožo v šopku natanko 1-krat. Najprej bo obiskala rdečo rožo. Bele rože ne bo obiskala takoj zatem, ko bo obiskala rumeno rožo. Na koliko načinov lahko čebelica Maša obišče vse rože v šopku?

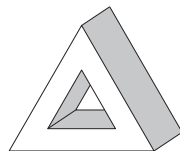
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

21. Ob 6.15 je duh v začaranem gradu izginil. Zmešana ura, ki je takrat kazala točen čas, je začela teči s pravo hitrostjo v napačno smer. Duh se je ponovno prikazal ob 19.30. Koliko je kazala zmešana ura v trenutku, ko se je duh ponovno prikazal?

- (A) 17.00 (B) 17.45 (C) 18.30 (D) 19.00 (E) 19.15

22. Koliko mejnih ploskev ima tristrana prizma z luknjo v obliki tristrane prizme (glej sliko)?

- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 12



23. Bojan raznaša časopis na Dolgi ulici. Časopis dostavlja vsem hišam z liho številko od vključno hiše s številko 15 do vključno hiše s številko 53. Koliko hišam Bojan dostavlja časopis?

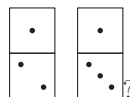
- (A) 19 (B) 20 (C) 27 (D) 38 (E) 53

24. Peter je od svoje čokolade najprej odlomil vrstico s 5 koščki in jo dal bratu, nato pa je od preostale čokolade odlomil stolpec s 7 koščki in ga dal sestri (glej sliko). Koliko koščkov je imela Petrova čokolada na začetku?

- (A) 28 (B) 32 (C) 35 (D) 40 (E) 54



25. Katere izmed naslednjih figur ne moremo oblikovati z dominama



- (A) (B) (C) (D) (E)

26. Denis je imel 8 kart, oštevilčenih od 1 do 8, ter rumeno in zeleno škatlo. V rumeno škatlo je dal 3 karte, v zeleno škatlo pa preostalih 5 kart. Ugotovil je, da je vsota števil na kartah v obeh škatlah enaka. Kaj je zagotovo res?

- (A) Na 3 kartah v zeleni škatli so liha števila.
 (B) Na 4 kartah v zeleni škatli so soda števila.
 (C) Karta s številko 1 ni v zeleni škatli.
 (D) Karta s številko 2 je v zeleni škatli.
 (E) Karta s številko 5 je v zeleni škatli.

27. Nik je izmeril velikosti vseh 6 notranjih kotov v 2 trikotnikih. 1 trikotnik je bil ostrokoten, 1 trikotnik pa topokoten. Zapomnil si je, da so velikosti 4 izmed izmerjenih kotov enake 120° , 80° , 55° in 10° . Koliko stopinj meri najmanjši kot v ostrokotnem trikotniku?

- (A) 5 (B) 10 (C) 45
(D) 55 (E) Nemogoče je določiti.

28. Aleksander je napisal naravno število n in rekel:

“5 deli n .

11 deli n .

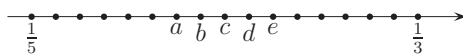
55 deli n .

10 je več kot n .”

Aleksander je povedal 2 resnični in 2 neresnični trditvi. Koliko je n ?

- (A) 1 (B) 5 (C) 10 (D) 11 (E) 55

29. Na številski premici sta označeni števili $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{5}$ (glej sliko). Na katerem mestu na številski premici je število $\frac{1}{4}$?



- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

30. Najmanj koliko točk moramo odstraniti s figure iz točk (glej sliko), da ne bodo izmed preostalih točk nobene 3 točke ležale na isti premici?

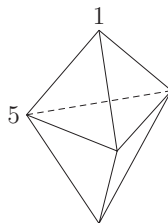


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

31. Na maratonu je sodelovalo 2009 tekmovalcev. Tekmovalcev, ki jih je prehitel Iztok, je bilo 3-krat toliko kot tekmovalcev, ki so prehiteli Iztoka. Katero mesto je na maratonu dosegel Iztok?

- (A) 500. (B) 501. (C) 503. (D) 1503. (E) 1507.

32. Telo ima 6 mejnih ploskev, vse mejne ploskve so trikotniki (glej sliko). Vsakemu oglišču priredimo število, vsaki mejni ploskvi pa nato tisto število, ki je vsota števil, prirejenih ogliščem te mejne ploskve. Vsa števila, ki pripadajo mejnim ploskvam telesa, so enaka. Dvema izmed oglišč priredimo števili 1 in 5 (glej sliko). Koliko je vsota 5 števil, ki so prirejena ogliščem telesa?

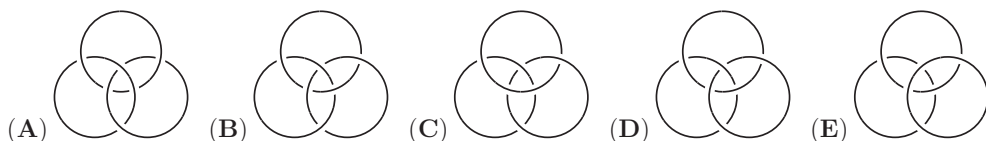


- (A) 9 (B) 12 (C) 17 (D) 18 (E) 24

33. Lenart je napisal zaporedje števil, pri katerem je bilo vsako število od 3. števila dalje enako vsoti predhodnih 2 števil v zaporedju. 4. število v zaporedju je bilo število 6, 6. število v zaporedju pa število 15. Katero je bilo 7. število v Lenartovem zaporedju?

- (A) 9 (B) 16 (C) 21 (D) 22 (E) 24

34. Boromejski obroči imajo lastnost, da jih ne moremo ločiti, ne da bi enega izmed njih razklenili. Če pa kateregakoli izmed obročev odstranimo, preostala 2 obroča nista več prepletena. Na kateri sliki so narisani Boromejski obroči?



35. Da dvigalo ne bi bilo preobremenjeno, se v njem lahko pelje največ 12 odraslih ali največ 20 otrok. Največ koliko otrok se lahko pelje v dvigalu skupaj z 9 odraslimi?

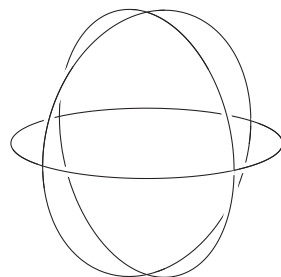
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

36. Karmen bi rada v vsako polje preglednice napisala 1 izmed črk A , B , C in D tako, da na sosednjih poljih preglednice ne bi bili enaki črki. Polji sta sosednji, če imata skupno stranico ali oglišče. Karmen je nekaj črk že napisala (glej sliko). Katero črko lahko Karmen napiše v osenčeno polje?

A	B			
C	D			
		B		
B				

- (A) Katerokoli izmed črk A in B . (B) Samo črko C .
 (C) Samo črko D . (D) Katerokoli izmed črk C in D .
 (E) Katerokoli izmed črk A , B , C in D

37. Monika je na prosojno kroglo narisala 3 krožnice, ki se sekajo pod pravim kotom (glej sliko). Pikapolonica je priletela na 1 izmed presečišč in se začela premikati po krožnicah: po $\frac{1}{4}$ krožnice se premakne do naslednjega presečišča, se tam obrne za 90° v desno, nato se premakne po $\frac{1}{4}$ krožnice do naslednjega presečišča, se tam obrne za 90° v levo, nato se premakne po $\frac{1}{4}$ krožnice do naslednjega presečišča in se ponovno obrne v desno in tako naprej. Koliko četrtnin krožnice mora prelezeti pikapolonica, da se prvič vrne v začetno točko?



- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

38. Vsak izmed znakov ,  in $\triangle$ predstavlja število, na robu preglednice velikosti 3×3 pa so zapisane vsote števil, ki jih predstavljajo znaki v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu (glej sliko). Koliko je $\text{red square} + \text{white square} - \triangle$?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6
 (D) 7 (E) 8

			11
		$\triangle$	8
	$\triangle$		8
10	8	9	

39. Koliko je takih naravnih števil n , da je število $n^2 + n$ praštevilo?

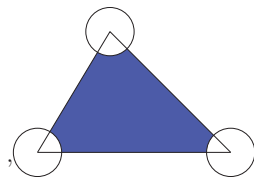
- (A) 0 (B) 1 (C) 2
 (D) Več kot 2, a končno mnogo.
 (E) Neskončno mnogo.

40. Ines, Janja in Klavdija so šle v restavracijo. Vsaka je naročila kozarec pomarančnega soka, 2 porciji sladoleda in 3 čokoladne kolačke (cene v restavraciji so zapisane v evrih na 2 decimalni mesti natančno). Koliko evrov je lahko znašal račun, ki so ga dekleta poravnala v restavraciji?

- (A) 35.20 (B) 36.20 (C) 37.20 (D) 38.20 (E) 39.20

41. Ploščina trikotnika je 80 m^2 , polmeri krožnic s središči v ogliščih trikotnika pa so dolgi 2 m (glej sliko). Koliko kvadratnih metrov meri ploščina osenčenega območja?

- (A) 76 (B) $80 - 2\pi$ (C) $40 - 4\pi$
(D) $80 - \pi$ (E) 78π



42. V enačbi $\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$ različne črke predstavljajo različne številke, enake črke pa predstavljajo enake številke. Koliko različnih vrednosti ima lahko zmnožek $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$?

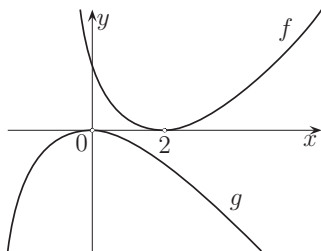
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

43. Karel ima na farmi 2009 kengurujev različnih višin. Vsak izmed kengurujev je svetel ali temen. Karel je ugotovil, da je natanko 1 svetel kenguru višji od natanko 8 temnih kengurujev, natanko 1 svetel kenguru je višji od natanko 9 temnih kengurujev, natanko 1 svetel kenguru je višji od natanko 10 temnih kengurujev in tako dalje do natanko 1 svetlega kenguruja, ki je višji od vseh temnih kengurujev. Najnižji svetel kenguru je višji od natanko 8 kengurujev. Koliko svetlih kengurujev ima Karel?

- (A) 1000 (B) 1001 (C) 1002 (D) 1003
(E) Nemogoče je določiti.

44. Neža je narisala grafa realnih funkcij f in g (glej sliko). V kakšni relaciji sta funkciji f in g ?

- (A) $g(x) = -f(-x - 2)$
(B) $g(x) = f(x + 2)$
(C) $g(x - 2) = -f(x)$
(D) $g(-x + 2) = -f(-x + 2)$
(E) $g(2 - x) = -f(x)$



45. Nika je na list papirja napisala vse delitelje števila N razen 1 in N . Opazila je, da je največje napisano število 45-krat tolikšno kot najmanjše. Koliko naravnih števil ima to lastnost?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Več kot 3.

7. tekmovanje v znanju poslovne matematike za srednje šole – šolsko tekmovanje

I. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

Tiskarna natisne na 5 strojih 100.000 izvodov časopisa s 30 stranmi, če delajo po 6 ur/dan.

- a) Koliko izvodov časnika bodo lahko natisnili v enakem času, če k rednim 30 stranem dodajo še prilogo z 10 stranmi, na voljo imajo 1 stroj več, delali bi 7 ur/dan, pogostost okvar pa se je zmanjšala za 15 %.
- b) Koliko strojev bi potrebovali, če bi naklado časopisa povečali za 10 %, število strani bi ostalo enako, delali bi 8 ur/dan, pogostost okvar pa bi se povečala za petino.

2. naloga

Avstrijski izvoznik je izvozil v ZDA 3 at blaga po 1,30 EUR za kg.

1 at = 907,185 kg 1 EUR = 1,3978 USD

- a) Koliko USD je pri tem iztržil, če nima stroškov?
- b) Koliko USD bo iztržil, če je moral plačati še stroške zavarovanja v višini 5,5 % in provizijo posredniku v višini 2 % (oboje od prodajne cene)
- c) Ameriški uvoznik je po prevzemu pošiljke blago prepakiral v zabojčke po 10 lb. Koliko zabojčkov je potreboval, če je moral upoštevati, da se je med transportom razsulo 1,5 % blaga? 1 lb = 0,4536 kg

3. naloga

- a) Koliko gramov bakra moramo dodati 50 gramom zlate zlitine s čistino 600 in 35 gramom čistega zlata, da bo zlitina imela čistino 720?
- b) Koliko karatna je tako dobljena zlitina?
- c) V kakšnem razmerju pa bi mešali baker, 18 karatno zlato in čisto zlato, da bi dobili 20 karatno zlato?

4. naloga

Trije partnerji so v letu 2008 ustvarili 500.000 EUR dobička. Eno četrtino dobička so namenili za investicije, med sabo so si razdelili dvakrat toliko dobička kot ga je ostalo nerazporejenega.

- a) Koliko dobička je bilo namenjenega investicijam, koliko dobička so si razdelili med sabo in koliko ga je ostalo nerazporejenega?
- b) Predpostavimo, da so si med sabo razdelili 275.000 EUR dobička, in sicer po naslednjih kriterijih: premo sorazmerno opravljenim uram in hkrati obratno sorazmerno bolniškim odsotnostim.
Prvi je opravil 2000 ur, drugi 2100 tretji pa 2240 ur. Prvi partner je bil odsoten 20 ur, drugi 15 tretji pa 14 ur. Kolikšen znesek dobička je dobil posamezen partner?

II. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

- a) Jani je s počitniškim delom zaslužil 1.050 EUR. Čez 8 mesecev (1. 4. naslednje leto) si namerava kupiti rabljen avto. Celoten zaslužek je vložil na svoj račun pri banki, ki bo vlogo obrestovala navadno po 1,9 % letni obrestni meri. Koliko bo Jani privarčeval na račun te vloge?
- b) Lani, na dan 1. 4. je Jani že vložil v banko 300 EUR, ki jih je dobil za rojstni dan, tako da se bo ta vloga do 1. 4. naslednjega leta obrestovala dve leti. Jani je izračunal, da bo znesek narasel na 315,45 EUR. Po kakšni obrestni meri je banka obrestovala ta znesek?
- c) Denimo, da bo Jani s tema dvema vlogama skupaj privarčeval do 1. 4. naslednjega leta 1.378,75 EUR. Njegov prijatelj naj bi mu glede na dogovor takrat prodal svoj avto za 2.000 EUR. Jani namerava takrat najeti navadno obrestovano posojilo, ki ga bo banki vrnil po 6 mesecih v enkratnem znesku. Banka uporablja za taka posojila 4 % letno obrestno mero. Na kateri znesek naj se glasi posojilna pogodba, da bo 1. 4. naslednje leto Jani lahko kupil želeni avto? Kolikšno bo vračilo posojila po izteku posojilne dobe?

2. naloga

Dvojčka, Peter in Miha imata bogate starše. Za 18. rojstni dan sta dobila vsak po 8.000 EUR.

- a) Ker ima Peter že vezano vlogo na banki, ki bo na koncu vezave čez 420 dni znašala 5.000 EUR, je tudi tokrat vložil 8.000 EUR na bančni račun za 420 dni, po 4,2 % p.a. obrestni meri, dnevni kapitalizaciji z relativno obrestno mero in dekurzivnim obračunom. Ob koncu vezave namerava ves denar porabiti za nakup osebnega avtomobila. Koliko gotovine bo imel? Gre za zaporedni neprestopni leti.
- b) Miha se je odločil, da bo 8.000 EUR vezal v isti banki kot Peter, dokler ne naraste na 9.000 EUR in si bo potem opremil stanovanje. Za daljše vezave od 2 let banka nudi 5,5 % p.a. obrestno mero in konformno prilagajanje. Koliko časa bo denar vezan (leta in dnevi)?
- c) Čez nekaj časa sta ugotovila, da druga, prav tako zanesljiva banka, nudi za večje depozite od 10.000 EUR, vezane nad 12 mesecev, zelo ugodno obrestno mero, mesečno kapitalizacijo, relativno prilagajanje in dekurzivni obračun. Za 14 mesečno vezavo 16.000 EUR bi prejela 1.117,35 EUR obresti. Kolikšna je letna obrestna mera?

3. naloga

- a) Peter je najel posojilo 3.000 EUR. V treh letih so obresti narasle na 800 EUR. Banka uporablja obrestnoobrestni račun, letno kapitalizacijo in anticipativni način obrestovanja. Kolikšna je letna anticipativna obrestna mera in kolikšna je ekvivalentna letna dekurzivna obrestna mera? Rezultat zaokroži na 4 decimalna mesta.
- b) Prijatelj Jože je tudi najel posojilo 3.000 EUR v banki s 7,5 % p.a. anticipativno obrestno meri in letno kapitalizacijo. Kolikšne obresti je moral plačati v treh letih?
- c) V kolikšnem času narastejo obresti pri Jožetovem posojilu na 800 EUR? Kdo je ravnal bolj gospodarno?

4. naloga

- a) Kmet Jošt namerava čez 3 leta kupiti nov traktor. Na računu ima trenutno 22.000 EUR, ki jih bo vezal pri banki po 4,36 % letni obrestni meri, mesečna kapitalizacija, konformni obračun. Poleg tega bo tri leta v začetku vsakega polletja na račun pri banki vložil po 3.000 EUR. Banka bo te vloge obrestovala po 4,06 % letni obrestni meri in polletni kapitalizaciji pri konformnem obračunu. Koliko bo Jošt lahko dvignil konec tretjega leta?
- b) Konkurenčna banka mu za periodično varčevanje v polletnem znesku nad 3.000 EUR ponuja za 10 % višjo letno obrestno mero od obrestne mere 4,06 % pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu.

Koliko naj Jošt vложи v začetku vsakega polletja, da bo lahko čez tri leta kupil traktor John Deere, ki stane 46.500 EUR, če se odloči za polletno vlaganje pri drugi banki in vezano vlogo 22.000 EUR pri prvi banki, s katero bo v treh letih pridobil 3.004,89 EUR obresti?

Rešitve nalog mednarodnega matematičnega kenguruja 2009 – izbor nalog

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	D	C	E	A	C	D	B	B	C	D	E	D	B	B
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	D	A	D	A	D	B	D	E	D	C	B	A	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
C	C	E	B	C	D	A	C	B	C	B	A	B	C	C

Rešitve nalog s 7. tekmovanja v znanju poslovne matematike za srednje šole – šolsko tekmovanje (nižja stopnja zahtevnosti)

1. Tiskarna natisne na 5 strojih 100.000 izvodov časopisa s 30 stranmi, če delajo po 6 ur/dan.
- a) Koliko izvodov časnika bodo lahko natisnili v enakem času, če k rednim 30 stranem dodajo še prilogo z 10 stranmi, na voljo imajo 1 stroj več, delali bi 7 ur/dan, pogostost okvar pa se je zmanjšala za 15 %.

$$x = \frac{100000 * 6 * 30 * 7 * 1}{5 * 40 * 6 * 0,85} = 123529,41$$

- b) Koliko strojev bi potrebovali, če bi naklado časopisa povečali za 10 %, število strani bi ostalo enako, delali bi 8 ur/dan, pogostost okvar pa bi se povečala za petino.

$$x = \frac{5 * 110000 * 30 * 6 * 1,2}{100000 * 30 * 8 * 1} = 4,95$$

2. Avstrijski izvoznik je izvozil v ZDA 3 at blaga po 1.30 EUR za kg.

1 at = 907.185 kg 1 EUR = 1,3978 USD

a) Koliko USD je pri tem iztržil, če nima stroškov?

X usd	3 at
1 at	907,185 kg
1 kg	1,30 EUR
1 eur	1,3978 USD

$$X = \frac{3 \cdot 907.185 \cdot 1,30 \cdot 1.3978}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 4945.42 \text{ usd}$$

b) Koliko USD bo iztržil, če je moral plačati še stroške zavarovanja v višini 5,5 % in provizijo posredniku v višini 2 % (oboje od prodajne cene)

x USD (s stroški)	3 at
1 at	907,185 kg
1 kg	1,30 EUR
1 eur	1,3978 USD
1000 USD	974,5 USD (s str)

$$X = \frac{3 \cdot 907.185 \cdot 1,30 \cdot 1.3978 \cdot 974.5}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1000} = 4819,31 \text{ usd}$$

c) Ameriški uvoznik je po prevzemu pošiljke blago prepakiral v zabojčke po 10 lb. Koliko zabojčkov je potreboval, če je moral upoštevati, da se je med transportom razsulo 1,5 % blaga?

1 lb = 0,4536 kg

X zabojčkov	3 at
1 at	907,185 kg
0.4536 kg	1 lb
10 lb	1 zabojček
100	98,5 zab

$$X = \frac{3 \cdot 907.185 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 98,5}{1 \cdot 0.4536 \cdot 10 \cdot 100} = 591$$

3.

a) Koliko gramov bakra moramo dodati 50 gramom zlate zlitine s čistino 600 in 35 gramom čistega zlata, da bo zlitina imela čistino 720?

$$x \cdot 0 + 50 \cdot 600 + 35 \cdot 1000 = 720(x + 85)$$

$$x = 5,28g$$

b) Koliko karatna je tako dobljena zlitina?

100024 karatov

720x karatov

$$X = 17,28$$

- c) V kakšnem razmerju pa bi mešali baker, 18 karatno zlato in čisto zlato, da bi dobili 20 karatno zlato?

0	4	2
18	4	2
24	20	11
	2+20	

2 : 2: 11

4. Trije partnerji so v letu 2008 ustvarili 500.000 EUR dobička. Eno četrtno dobička so namenili za investicije, med sabo so si razdelili dvakrat toliko dobička kot ga je ostalo nerazporejenega.

- a) Koliko dobička je bilo namenjenega investicijam, koliko dobička so si razdelili med sabo in koliko ga je ostalo nerazporejenega?

Investicije : $\frac{1}{4} * 500.000 = 125.000$

Nerazporejeno : $x = 125.000$

Razdelili: $2x = 250.000$

$$125.000 + x + 2x = 500.000$$

$$x = 125.000$$

- b) Predpostavimo, da so si med sabo razdelili 275.000 EUR dobička, in sicer po naslednjih kriterijih: premo sorazmerno opravljenim uram in hkrati obratno sorazmerno bolniškim odsotnostim.

Prvi je opravil 2000 ur, drugi 2100 tretji pa 2240 ur. Prvi partner je bil odsoten 20 ur, drugi 15 tretji pa 14 ur. Kolikšen znesek dobička je dobil posamezen partner?

A	2000	20	$5x = 68.750$
B	2100	15	$7x = 96.250$
C	2240	14	$\frac{8x}{20} = 110.000$
			$20x = 275.000$
			$x = 13.750$

$$\frac{2000}{20} : \frac{2100}{15} : \frac{2240}{14} = 100 : 140 : 160 = 5 : 7 : 8$$

Rešitve nalog s 7. tekmovanja v znanju poslovne matematike za srednje šole – šolsko tekmovanje (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga, navadni obrestni račun

- a) Jani je s počitniškim delom zaslužil 1.050 EUR. Čez 8 mesecev (1. 4. nasl. leto) si namerava kupiti rabljen avto. Celoten zaslužek je vložil na svoj račun pri banki, ki bo vlogo obrestovala navadno po 1,9 % letni obrestni meri. Koliko bo Jani privarčeval na račun te vloge?

$$\frac{1050 \cdot 8 \cdot 1,9}{1200} = 13,30 \text{ EUR}$$

$$G_n = 1063,30 \text{ EUR}$$

b) Lani na dan 1. 4. je Jani že vložil v banko 300 EUR, ki jih je dobil za rojstni dan, tako da se bo ta vloga do 1. 4. nasl. obrestovala dve leti. Jani je izračunal, da bo znesek narasel na 315,45 EUR. Po kakšni obrestni meri je banka obrestovala ta znesek?

$$\frac{15,45 \cdot 100}{2 \cdot 300} = 2,575\%$$

c) Denimo, da bo Jani s tema dvema vlogama skupaj privarčeval do 1. 4. naslednjega leta 1.378,75 EUR. Njegov prijatelj naj bi mu glede na dogovor takrat prodal svoj avto za 2.000 EUR. Jani namerava takrat najeti anticipativno navadno obrestovano posojilo, ki ga bo banki vrnil po 6 mesecih v enkratnem znesku. Banka uporablja za taka posojila 4 % letno obrestno mero. Na kateri znesek naj se glasi posojilna pogodba, da bo 1. 4. naslednje leto Jani lahko kupil želeni avto?

$$G = 621,25 \text{ EUR}$$

$$x - \frac{x \cdot 6 \cdot 4}{1200} = 621,25$$

...
(ali po formuli)

$$x = 633,93 \text{ EUR}$$

2. naloga, obrestnoobrestni račun, dekurzivno

Dvojčka, Peter in Miha imata bogate starše. Za 18. rojstni dan sta dobila vsak po 8000 EUR.

a) Ker ima Peter že vezano vlogo na banki, ki bo na koncu vezave čez 420 dni znašala 5000 EUR, je tudi tokrat vložil 8000 EUR na bančni račun za 420 dni, po 4,2 % p.a. obrestni meri, dnevni kapitalizaciji z relativno obrestno mero in dekurzivnim obračunom. Ob koncu vezave namerava ves denar porabiti za nakup osebnega avtomobila. Koliko gotovine bo imel? Gre za zaporedni neprestopni leti.

$$G_0 = 8000 \text{ EUR}$$

$$n = 420 \text{ dni}$$

$$p = 4,2 \% \text{ p.a.}$$

$$G_n = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{36500}\right)^n = 8000 \cdot \left(1 + \frac{4,2}{36500}\right)^{420} = 8396,10$$

$$\text{Peter bo imel skupaj } 8396,10 \text{ EUR} + 5000 \text{ EUR} = \mathbf{13396,10 \text{ EUR}}$$

b) Miha se je odločil, da bo 8000 EUR vezal v isti banki kot Peter, dokler ne naraste na 9000 EUR in si bo potem opremil stanovanje. Za daljše vezave od 2 let banka nudi 5,5 % p.a. obrestno mero in konformno prilagajanje. Koliko časa bo denar vezan (leta in dnevi)?
 $G_0 = 8000 \text{ EUR}$

$$G_n = 9000 \text{ EUR}$$

$$p = 5,5 \% \text{ p.a.}$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{G_n}{G_0}\right) \cdot 365}{\log r} = \frac{\log\left(\frac{9000}{8000}\right) \cdot 365}{\log 1,055} \quad \mathbf{n = 803 \text{ dni} = 2 \text{ leti in } 73 \text{ dni}}$$

Denar mora biti vezan **2 leti in 73 dni**.

c) Čez nekaj časa sta ugotovila, da druga prav tako zanesljiva banka nudi za večje depozite od 10000 EUR, vezane nad 12 mesecev zelo ugodno obrestno mero, mesečno kapitalizacijo, relativno prilagajanje in dekurzivni obračun. Za 14 mesečno vezavo 16000 EUR bi prejela 1117,35 EUR obresti. Kolikšna je letna obrestna mera?

$$G_0 = 16000 \text{ EUR}$$

$$G_n = 17117,35 \text{ EUR}$$

$$n = 14 \text{ mesecev}$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}} - 1 \right) \cdot 1200 = \left(\sqrt[14]{\frac{17117,35}{16000}} - 1 \right) \cdot 1200 \quad \mathbf{p = 5,8 \%}$$

Letna obrestna mera je **5,8 %**.

3. naloga, anticipativno obrestovanje

a) Peter je najel posojilo 3.000 EUR. V treh letih so obresti narasle na 800 EUR. Banka uporablja obrestnoobrestni račun, letno kapitalizacijo in anticipativni način obrestovanja. Kolikšna je letna anticipativna obrestna mera in kolikšna je ekvivalentna letna dekurzivna obrestna mera? Rezultat zaokroži na 4 decimalna mesta.

$$G_0 = 3000 \text{ EUR}$$

$$o = 800 \text{ EUR}$$

$$n = 3 \text{ leta}$$

$$\rho = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}} = \sqrt[3]{\frac{3800}{3000}} = 1,081983856$$

$$\pi = 100 \cdot \frac{\rho - 1}{\rho} \quad \mathbf{\pi = 7,5771 \%}$$

$$r = 1,081983856 \quad \mathbf{p = 8,1984\%} \quad \text{ali} \quad p = \frac{100\pi}{100 - \pi}$$

Letna anticipativna obrestna mera znaša **7,5771 %** in ekvivalentna dekurzivna **8,1984 %**.

b) Prijatelj Jože je tudi najel posojilo 3000 EUR v banki s 7,5 % p.a. anticipativno obrestno meri in letno kapitalizacijo. Kolikšne obresti je moral plačati v treh letih?

$$G_0 = 3000 \text{ EUR}$$

$$\pi = 7,5 \%$$

$$n = 3 \text{ leta}$$

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n = 3000 \cdot \left(\frac{100}{100 - 7,5} \right)^3$$

$$\mathbf{G_n = 3790,50 \text{ EUR} \quad o = 790,50 \text{ EUR}}$$

Plačati je moral **790,50 EUR** obresti.

c) V kolikšnem času narastejo obresti pri Jožetovem posojilu na 800 EUR? Kdo je ravnal bolj gospodarno?

$G_0 = 3000$ EUR

$G_1 = 3800$ EUR

$\pi = 7,5 \%$

$$n = \frac{\log\left(\frac{G_n}{G_0}\right)}{\log \rho} = \frac{\log\left(\frac{3800}{3000}\right)}{\log\left(\frac{100}{100 - 7,5}\right)}$$

$n = 3,0321$ let = 3 leta in 12 dni

Čas je **3 leta in 12 dni**. Jože je ravnal bolj gospodarno.

4. naloga, vloge

a) Kmet Jošt namerava čez 3 leta kupiti nov traktor. Na računu ima trenutno 22.000 EUR, ki jih bo vezal pri banki po 4,36 % letni obrestni meri, mesečna kapitalizacija, konformni obračun. Poleg tega bo tri leta v začetku vsakega polletja na račun pri banki vložil po 3.000 EUR. Banka bo te vloge obrestovala po 4,06 % letni obrestni meri in polletni kapitalizaciji pri konformnem obračunu. Koliko bo Jošt lahko dvignil konec tretjega leta?

$$22000 * \sqrt[12]{1,0436^{36}} = 25004,89 \text{ EUR}$$

$$S_n = 3000 * 1,020098035 * \frac{1,020098035^6 - 1}{1,020098035 - 1} = 19309,45 \text{ EUR}$$

Skupaj: 44314,34 EUR

b) Konkurenčna banka mu za periodično varčevanje v polletnem znesku nad 3.000 EUR ponuja za 10 % višjo letno obrestno mero od obrestne mere 4,06 % pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu.

Koliko naj Jošt vloži v začetku vsakega polletja, da bo lahko čez tri leta kupil traktor John Deere, ki stane 46.500 EUR, če se odloči za polletno vlaganje pri drugi banki in vezano vlogo 22.000 EUR pri prvi banki, s katero bo v treh letih pridobil 3.004,89 EUR obresti?

$p = 4,466 \%$

$S_n = 21495,11$ EUR

$$a = \frac{21495,11 * (1,0036476^6 - 1)}{1,0036476 * (1,0036476^6 - 1)} = 3316,50 \text{ EUR}$$

Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA – 2. del

Zbirka rešenih nalog s področnih in državnih tekmovanj od 1992 do 1998

80 strani
format 14×20 cm
mehka vezava
6,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU 2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanja
+ dodanih še 120 novih nalog
296 strani
barvni tisk
format $16,5 \times 23,5$ cm
mehka vezava
18,74 EUR



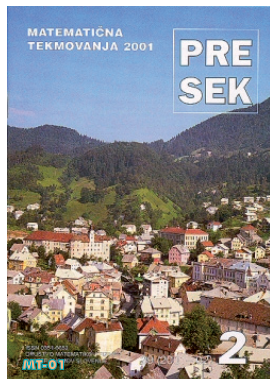
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Tekmovanja v reviji Presek

Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.

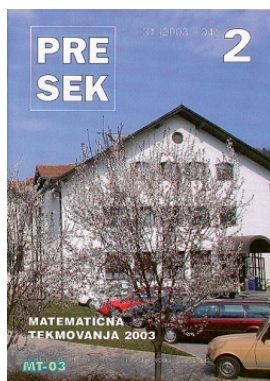


MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
6,26 EUR

MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
6,26 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitev so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Knjižnica Sigma

Tudi v Knjižnici Sigma je izšlo že veliko zbirk tekmovalnih nalog za srednješolce. Naj tu omenimo samo dve novejši izdaji fizikalnih in matematičnih nalog.



Ciril Dominko in Bojan Golli:

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

Prva knjiga: **Vademekum in naloge**
Druga knjiga: **Namigi in rešitve**

skupaj 424 strani
format $16,5 \times 23,5$ cm
mehka vezava
29,99 EUR

Matjaž Željko:

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: **Izbirna in državna tekmovanja 1997–2006**

172 strani
format 14×20 cm
mehka vezava

14,99 EUR



Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.