PRILOGA K REVIJI **PRESEK**, LETNIK 37 (2009/2010) ŠTEVILKA **4**

Tekmovanja

9. tekmovanje za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike – področno tekmovanje

1. letnik

A1. Danes sta Marka obiskali Maša in Zala. Maša obišče Marka vsakih 60 dni, Zala pa vsakih 72 dni. Čez koliko dni bosta Maša in Zala naslednjič na isti dan obiskali Marka?

(**A**) 360 (**B**) 365 (**C**) 4320 (**D**) 132 (**E**) 72

A2. Naj bo $a < b < 0$. Katera izmed naslednjih izrazov ima pozitivno vrednost?

(**A**) $-5a^3b^2(a-b)$ (**B**) $5a^3b^2(b-a)$ (**C**) $(a+b)^3$
(**D**) $2a^3b^2(a-b)^2$ (**E**) $-2a^3b^2(a-b)^2$

A3. Izraz $3x^3y^3 + 12x^2y^3 - 63xy^3$ je enak:

(**A**) $3xy^3(x+7)(x-3)$ (**B**) $3xy^3(x-7)(x+3)$ (**C**) $3y(x+7)(x-3)$
(**D**) $-48x^4y^3$ (**E**) $15x^5y^6 - 63xy^3$

A4. Marko je prebral $\frac{2}{3}$ knjige, Ana $\frac{7}{11}$, Peter $\frac{5}{6}$, Tomaž $\frac{20}{33}$ in Tanja $\frac{1}{2}$ knjige. Kdo je prebral največji delež knjige?

(**A**) Marko (**B**) Ana (**C**) Peter
(**D**) Tomaž (**E**) Tanja

A5. Naj bo $a = -2$ in $b = -1$. Vrednost izraza $\frac{a^{-2}-b^{-2}}{1-\frac{a^{-1}}{b^{-1}}}$ je:

(**A**) 1.5 (**B**) 0.5 (**C**) 0 (**D**) -1.5
(**E**) Vrednosti izraza ni možno izračunati.

A6. Rešitvi enačbe $|2x-2| = x+5$ sta

(**A**) $x=1$ in $x=-7$ (**B**) $x=-1$ in $x=7$ (**C**) $x=0$ in $x=2$
(**D**) $x=-1$ in $x=-7$ (**E**) $x=1$ in $x=7$

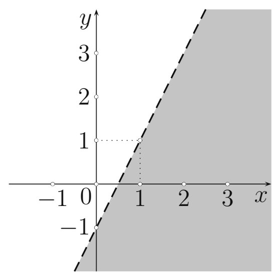
B1. Preračunljivi Jaka se je lotil prenove stanovanja ter najel pleskarja in keramičarja. Po končanem delu je ugotovil, da bo račun visok, zato se je skušal dogovoriti za popust pri obeh mojstrih.
Če bi se pleskar strinjal z $10\ \%$ popusta in keramičar z $20\ \%$ popusta, bi prihranil 62.4 evra. Če pa bi se dogovoril s pleskarjem za $20\ \%$ popusta in keramičarjem za $10\ \%$ popusta, bi prihranil 69 evrov.
Kolikšen je skupni račun pleskarja in keramičarja brez popustov?

B2. Izračunaj $|2\cdot 1\frac{1}{3} - 2| - 2\sqrt{3} + 2\cdot \left||3\cdot 5^{-1} - 1.2| - 0.\bar{4}\right| + \sqrt{2}\cdot\sqrt{6}$.

B3. Pri deljenju nekega števila s 13 dobimo ostanek 3, pri deljenju z 12 pa ostanek 11 in isti količnik kot pri deljenju s 13. Izračunaj to število. Zapiši odgovor.

B4. Naj bo a realno število, $a \neq 0$, $a \neq -1$. Poenostavi izraz $\frac{a-\frac{1}{a}}{a+2+\frac{1}{a}}$.

2. letnik



A1. Katera neenačba opisuje narisano polravnino na sliki?

(**A**) $y < 2x + 1$ (**B**) $y < 2x - 1$ (**C**) $y < -2x - 1$
(**D**) $y < 2x + 2$ (**E**) $y < x - 1$

A2. Za katera realna števila v je z enačbo $\frac{x}{3} + \frac{y}{-v} = 1$ podana padajoča linearna funkcija?

(**A**) $v > 0$ (**B**) $v = 3$ (**C**) $v < 0$
(**D**) Za vsa realna števila v.
(**E**) Nemogoče je določiti.

A3. Vzporednici, ki sta med seboj oddaljeni 6 cm, seka tretja premica pod kotom $60°$. Koliko je dolg odsek sekajoče premice med vzporednicama?

(**A**) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm (**B**) 3 cm (**C**) 6 cm (**D**) $12\sqrt{3}$ cm (**E**) $4\sqrt{3}$ cm

A4. V trikotniku ABC je notranji kot pri oglišču B enak $\frac{3}{4}$ pravega kota, zunanji kot pri oglišču A pa je enak $145°$. Katera trditev je pravilna?

(**A**) Trikotnik ABC je pravokoten. (**B**) Trikotnik ABC je ostrokoten.
(**C**) Trikotnik ABC je topokoten. (**D**) Trikotnik ABC je enakokrak.
(**E**) Trikotnik z navedenimi podatki ne obstaja.

A5. Kateri račun je pravilen?

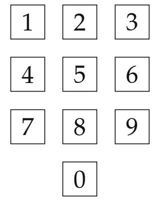
(**A**) $\sqrt{11} - \sqrt{5} = \sqrt{6}$ (**B**) $\sqrt{11}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{55}$ (**C**) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5$
(**D**) $\sqrt{25 + 9} = 8$ (**E**) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}^2 = 6$

A6. Vrednost izraza $(2\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{2}})^{20}$ je:

(**A**) $2^{20}\cdot\sqrt{2}$ (**B**) 2^{30} (**C**) $2^{10}\cdot\sqrt{2^{10}}$ (**D**) 2^{10} (**E**) $\sqrt{2}^{40}$

B1. Poišči koordinate točke A na simetrali lihih kvadrantov, ki je od točke $B(-5,-1)$ oddaljena $2\sqrt{2}$ enot.

B2. Tipke na telefonski številčnici so razporejene tako, kot kaže slika. Razdalja med središčema poljubnih sosednjih tipk je enaka 2 cm. Koliko centimetrov je dolga najkrajša črta, ki jo zarišemo s prstom, če vtipkamo številko 02954310 in vedno pritisnemo točno na sredino tipke?



B3. Izračunaj vrednost izraza

$$\left(16^{\frac{1}{8}}+\left(27^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\cdot\left(2^{0,5}-\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}\right),$$

ne da bi uporabil žepno računalo.

B4. Če premico, dano z enačbo $x+3y+3=0$, prezrcalimo preko abscisne osi, dobimo premico, katere enačba je $y=kx+n$. Nariši skico in izračunaj vsoto $k+n$.

3. letnik

A1. Katera izmed navedenih funkcij ni kvadratna?

(A) $f(x)=x^2-5x+2$ **(B)** $f(x)=(x+3)(x-5)-x^2$ **(C)** $f(x)=(2x-1)x-x^2$
(D) $f(x)=-x^2+4$ **(E)** $f(x)=-3(x+2)^2-7$

A2. Katero izmed navedenih števil je rešitev enačbe $\sqrt{3}x^2+2x=\sqrt{3}$?

(A) $\sqrt{3}$ **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(C)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** 3 **(E)** $3\sqrt{3}$

A3. Dolžine stranic trikotnika merijo 5 cm, 12 cm in 13 cm. Koliko meri kot nasproti najdaljše stranice tega trikotnika?

(A) $150°$ **(B)** $135°$ **(C)** $120°$ **(D)** $90°$ **(E)** $60°$

A4. Površina enakostraničnega valja je 150π cm². Ploščina njegovega osnega preseka je:

(A) 40 cm² **(B)** 50 cm² **(C)** 75 cm² **(D)** 80 cm² **(E)** 100 cm²

A5. Katera izmed navedenih točk leži na grafu eksponentne funkcije, dane s predpisom $f(x)=-2\cdot 2^{5x-1}+4$?

(A) $A(-3,0)$ **(B)** $B(-3,6)$ **(C)** $C(-\frac{1}{5},3\frac{1}{2})$ **(D)** $D(1,28)$
(E) Nobena od navedenih točk ne leži na tem grafu.

A6. Rešitev enačbe $5^x=15$ je:

(A) $x=3$ **(B)** $x=\log 3$ **(C)** $x=\log_5 15$
(D) $x=\log_{15} 5$ **(E)** $x=\log_5 3$

B1. Določi definicijsko območje funkcije $f(x)=\sqrt{2x^2+3x-5}$.

B2. Osnovna ploskev pokončne prizme je romb, katerega diagonali sta dolgi 16 cm in 12 cm, diagonala stranske ploskve pa je dolga 15 cm.

Natančno izračunaj prostornino in površino te prizme.

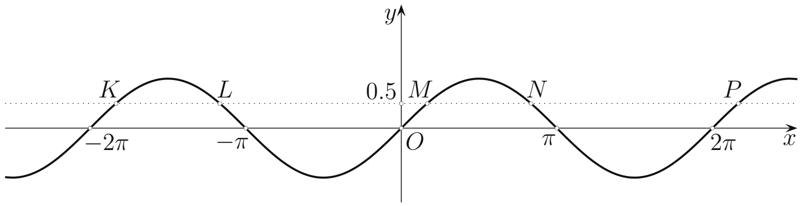
B3. Reši enačbo $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \sqrt[4]{4^x} \cdot 0.25^x = (-2)^4 \cdot 4^{x+3}$.

B4. Reši enačbo $\log_4(x-2) - \log_4(x+1) = 2$.

---

4. letnik

A1. Abscise narisanih točk K, L, M, N in P na sliki:



so rešitve enačbe:

(**A**) $2\sin x - 1 = 0$ (**B**) $2\sin x + 1 = 0$ (**C**) $2\cos x - 1 = 0$

(**D**) $2\cos x + 1 = 0$ (**E**) nič od navedenega

A2. Katera trditev ni pravilna?

(**A**) $270° = \frac{3\pi}{2}$ radianov (**B**) $\sin 105° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (**C**) $\sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(**D**) Sinus in kosinus sta periodični funkciji s periodo 2π.

(**E**) Tangens kota je razmerje med kosinusom in sinusom istega kota.

A3. Za katero naravno število n in realno število a je $p(x) = (3x^2-2)^n \cdot (3x^2 - 5x + a)$ polinom stopnje 14 s prostim členom -64?

(**A**) $n = 6$ in $a = -1$ (**B**) $n = 6$ in $a = 1$ (**C**) $n = 1$ in $a = -6$ (**D**) $n = 1$ in $a = 0$

(**E**) Taki dve števili n in a ne obstajata.

A4. Podana je racionalna funkcija s predpisom $f(x) = x - \frac{x+2}{x}$. Njeni ničli sta:

(**A**) 0 in -2 (**B**) 1 in -2 (**C**) 2 in -1 (**D**) 1 in 2

(**E**) Ta racionalna funkcija nima dveh ničel.

A5. Dani sta zaporedji $a_n = \frac{1}{n}$ ter $b_n = 2n$, $n \in \mathbb{N}$. Katero izmed navedenih zaporedij vsebuje člen z vrednostjo 0?

(**A**) a_n (**B**) b_n (**C**) $a_n + b_n$ (**D**) $2a_n - b_n$ (**E**) $a_n - 3b_n$

A6. Kolikšen je prvi člen geometrijskega zaporedja, če je njegov količnik enak $\frac{1}{2}$, petdeseti člen pa 2^{-49}?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 8

(**E**) Nič od navedenega.

B1. Dana je funkcija $f(x) = -2\sin 2x$.

(a) Natančno izračunaj $f(\frac{\pi}{4})$ in $f(120^\circ)$.

(b) Poenostavi izraz $(\frac{f(x)}{-2\cos x})^2 + 4\cos^2 x$.

B2. Določi vrednost parametrov a in b, tako da bo število 1 ničla racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + (a-2)x + b}{x^2 + (b+2)x - a},$$

$\sqrt{2}$ pa njen pol.

B3. Jan ima 6 bombonov več kot Žan. Kvadrat števila Janovih bombonov je za 36 za večji od kuba števila Žanovih bombonov. Koliko bombonov ima vsak izmed njiju? Poišči vse možnosti.

B4. Janez je v začetku leta vložil v banko 1000 EUR. Banka daje za hranilne vloge 10 % obresti na leto. Janez v prihodnjih letih ne bo več vlagal v banko, niti ne bo dvigoval denarja iz nje. Izračunaj, koliko denarja bo imel Janez v banki po preteku 2 let. Najmanj koliko let bo moral varčevati, da bo imel 1780 EUR?

---

9. tekmovanje za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike – državno tekmovanje

1. letnik

1. Če Živa podari sestrici Zarji pet jabolk manj, kot je polovica vseh, ki jih ima, in bratu Jakobu tretjino preostanka, ji ostane šest jabolk več, kot je sedmina vseh, ki jih je imela na začetku. Koliko jabolk dobi Jakob?

2. Poenostavi izraz $\left(\dfrac{2^x + 2^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{2^x - 2^{-x}}{2}\right)^2$.

3. Za katero število a je rešitev neenačbe $\frac{x}{4} - \frac{2(1-x)}{3} < a + \frac{3x}{2}$ vsak x z intervala $(-8, \infty)$?

4. Brez uporabe žepnega računala izračunaj vrednost izraza

$$(-5)\left(-\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{5}\right)^0\right)^{-3} + 5^{-2} \cdot (2{,}4\overline{3} : 10^{-1} + 2 \cdot 3^{-1}).$$

5. Konj in mula stopata drug poleg drugega s tovorom na hrbtu. Mula pravi: "Če bi preložila eno vrečo s tvojega na moj hrbet, bi moj tovor tehtal dvakrat toliko kot tvoje. Če pa bi z mojega na tvoj hrbet preložila eno vrečo, bi najina tovora tehtala enako." Koliko vreč je prenašal konj in koliko mula? Vse vreče tehtajo enako. Nalogo reši računsko.

2. letnik

1. Za štirikotnik $ABCD$ velja: točka A ima koordinati $(-2,-3)$, točka B ima koordinati $(1,-5)$, točka C je zrcalna slika točke $E(-6,1)$ pri zrcaljenju preko koordinatnega izhodišča, abscisa točke D je rešitev enačbe $t^2-6t+9=0$, ordinata te točke pa je nasprotna vrednost polovične vsote ordinat točk A in B. Nariši skico in izračunaj dolžini diagonal štirikotnika $ABCD$.

2. Natančno izračunaj vrednost izraza $\sqrt{\sqrt{x}+1}-\sqrt{\sqrt{x}-1}$ za $x = 2{,}\overline{7}$. Rezultat zapiši s koreni.

3. V paralelogramu $ABCD$ je notranji kot α ostri, stranica BC meri $4{,}5$ cm. Na stranici AB leži točka G tako, da velja $|AG| : |GB| = 2 : 3$. Nosilka daljice CG seka nosilko daljice AD v točki P. Izračunaj dolžino daljice AP. Nariši skico.

4. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točko $A(1,3)$ in s koordinatnima osema tvori enakokraki trikotnik. Zapiši vse rešitve.

5. Tetiva kroga ima dolžino a in je od središča kroga oddaljena $\frac{a}{2}$. Izrazi polmer kroga z a in izračunaj velikost ostrega in topega obodnega kota nad tetivo. Nariši skico.

3. letnik

1. Določi parameter m tako, da se bo graf kvadratne funkcije $f(x) = x^2 + mx + 3$ dotikal premice $y = 2$. Poišči vse rešitve.

2. Dijaki so šli na ogled razstave in so morali za avtobusni prevoz plačati 120 EUR. Ker so trije dijaki zboleli, je moral vsak izmed preostalih dijakov za prevoz doplačati 2 EUR. Koliko dijakov se je prijavilo na ogled razstave?

3. Izračunaj na eno decimalno mesto natančno, koliko kubičnih metrov zraka je pod šotorom v obliki piramide, ki ga sestavljajo štiri šotorska krila v obliki enakokrakih trikotnikov z osnovnico dolžine 24 dm in krakom dolžine 21 dm. Osnovna ploskev te piramide je kvadrat. Nariši skico.

4. Pravokotni trapez ima osnovnici dolgi 10 cm in 2 cm ter ploščino 90 cm^2. Zavrtimo ga okrog daljše osnovnice. Natančno izračunaj površino in prostornino nastalega telesa.

5. Poišči celoštevilsko rešitev enačbe
$$\sqrt{3^x\sqrt[3]{9^x\sqrt[x]{27^{-1}}}} = 9\cdot\sqrt[3]{3}.$$

4. letnik

1. Poenostavi izraz $\dfrac{1-\cos^4 x}{\sin^4 x} - 2\tan^{-2} x$.

2. Polinom $p(x) = x + 3$ je skupni delitelj polinomov $r(x) = 2x^3 + 11x^2 + ax + b$ in $s(x) = x^3 - 14x^2 - 3ax$. Izračunaj a in b ter ničle polinoma r.

3. Dana je funkcija $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{4}$. Zapiši interval na realni osi, na katerem leži graf funkcije $f(x)$ nad grafom funkcije $g(x) = 1$.

4. V brezzračnem prostoru pade vsako telo pri prostem padu v prvi sekundi približno $4{,}9$ m globoko, v vsaki naslednji sekundi pa $9{,}8$ m več kot v prejšnji.

   (a) Koliko metrov pade telo pri prostem padu v brezzračnem prostoru v 20. sekundi?

   (b) Koliko metrov pade to telo v 20 sekundah?

5. V podjetju je 22 delavcev, ki imajo vsi enako plačo. V tem podjetju sta zaposlena še dva svetovalca, ki imata medsebojno enaki plači. Povprečna plača je 775 evrov. Naslednji mesec bodo zaposlili še enega svetovalca, ki bo imel enako plačo kot že oba zaposlena svetovalca. Povprečna plača se bo tako povečala na 852 evrov. Izračunaj in zapiši plačo delavca in plačo svetovalca.

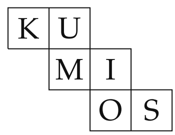
---

9. tekmovanje za dijake srednjih poklicnih šol v znanju matematike

A1. Katero izmed naslednjih števil je negativno?

(**A**) $(-1)^{200}$ (**B**) $-\dfrac{(-2)^3}{2}$ (**C**) $-(-3)^{12}$ (**D**) $(-1-1)^{10}$ (**E**) $-(-3)$

A2. Iz mreže na desni sliki oblikujemo kocko. Katera črka je napisana na mejni ploskvi, ki leži nasproti mejne ploskve, na kateri je napisana črka S?



(**A**) K (**B**) U (**C**) M (**D**) I (**E**) O

A3. Septembra lani so Združene države Amerike za pomoč svojemu gospodarstvu namenile 700 milijard dolarjev finančne pomoči. Če bi ta denar razdelili med 2 milijona Slovencev, bi vsak prejel

(**A**) $350\,000$ \$ (**B**) $35\,000$ \$ (**C**) $3\,500$ \$ (**D**) 350 \$ (**E**) 35 \$

A4. Vrh hriba in dolino povezujejo 4 poti. Na koliko načinov se lahko povzpnemo na hrib in z njega spustimo, če se lahko vrnemo po isti poti?

(**A**) 4 (**B**) 8 (**C**) 12 (**D**) 16
(**E**) Nič od navedenega.

A5. Urar je izdelal nenavadno uro. Minutni kazalec se vrti kot na običajni uri, urni kazalec pa v nasprotni smeri. Pri testiranju je postavil kazalca v izhodiščni položaj (ura kaže 12.00). Koliko meri manjši kot med kazalcema po treh urah in dvajsetih minutah?

(**A**) 140° (**B**) 150° (**C**) 165° (**D**) 175° (**E**) 220°

A6. Obzidje starega gradu je visoko 1.9 m in ima 2.5 m dolgo senco. Koliko je visok grajski stolp, ki ima ob istem času 41.5 m dolgo senco?

(**A**) 54.60 m (**B**) 40.70 m (**C**) 31.54 m (**D**) 20.10 m (**E**) 10.80 m

A7. Zaloga vode zadošča 60 dni za 84-glavo čredo ovac. Za koliko dni bi zadoščala ta zaloga vode, če bi čredo zmanjšali za 21 ovac?

(**A**) 70 dni (**B**) 75 dni (**C**) 80 dni (**D**) 120 dni (**E**) 240 dni

A8. Pri servisiranju osebnega avtomobila je treba zamenjati olje vsakih $7\,500$ km, zračni filter vsakih $15\,000$ km, svečke vsakih $25\,000$ km, zavorno tekočino vsakih $30\,000$ km. Po koliko prevoženih kilometrih bo prvič potrebno na servisu hkrati zamenjati olje, zračni filter, svečke in zavorno tekočino?

(**A**) 60 000 (**B**) 90 000 (**C**) 120 000 (**D**) 150 000 (**E**) 300 000

A9. V ravnini ležijo premica p ter premici k in h, ki sta nanjo pravokotni. Katera izmed navedenih trditev ne more biti resnična?

(**A**) $k \parallel h$ (**B**) $k \perp h$ (**C**) $k \perp p$

(**D**) Premici h in p se sekata. (**E**) Premici k in h nimata skupne točke.

A10. Velikosti notranjih kotov nekega trikotnika, merjene v stopinjah, so $x - 20°$, $2x - 40°$ in $5x$. Koliko je x?

(**A**) $30°$ (**B**) $40°$ (**C**) $50°$ (**D**) $100°$ (**E**) $180°$

B1. Jan je pripravil 30 litrov pijače iz sadnega sirupa in vode v razmerju $1 : 7$. Pijačo je nalil v posodo v obliki valja z notranjim premerom 32 cm in višino 48 cm.

A Koliko sadnega sirupa in koliko vode je potreboval za pijačo?

B Kolikšna je prostornina posode?

C Koliko centimetrov je bila gladina natočene pijače pod zgornjim robom posode?

B2. Dijaki Gregor, Matej in Miran so popravljali pisno oceno pri matematiki. V spodnji tabeli so prikazani rezultati prvega in ponavljalnega testa.

	Prvi test		Ponavljalni test	
Dijak	dosežene točke	možne točke	dosežene točke	možne točke
Gregor	24	60	32	40
Matej	35	70	54	60
Miran	27	90	45	50

A Za vsakega dijaka izračunaj odstotek doseženih točk prvega in ponavljalnega testa. Pri katerem dijaku je razlika odstotkov doseženih točk največja?

B Končni rezultat je enak vsoti $\frac{1}{4}$ doseženega odstotka točk iz prvega testa in $\frac{3}{4}$ doseženega odstotka točk iz ponavljalnega testa.

Kolikšne ocene so dosegli dijaki (glej kriterij na desni)?

Končni rezultat	Ocena
$0 - 50$	1
$51 - 60$	2
$61 - 75$	3
$76 - 90$	4
$91 - 100$	5

B3. Trgovina s športno opremo ima privlačno ponudbo: ob nakupu treh izdelkov vsakemu kupcu pripada popust v vrednosti najcenejšega izdelka. Jakob želi kupiti pulover, ki stane 30 evrov, hlače, ki stanejo 50 evrov, in smučarsko čelado, ki stane 20 evrov.

A Koliko bo Jakob skupaj plačal za nakup puloverja, hlač in smučarske čelade? Koliko odstotkov znaša njegov prihranek glede na skupno prodajno ceno teh treh izdelkov?

B Zapiši primer nakupa, ko bi bil odstotek popusta največji. Kolikšen bi bil v tem primeru odstotek prihranka glede na skupno prodajno ceno teh treh izdelkov?

B4. Soboslikar je prepleskal steno, ki ima obliko enakokrakega trikotnika z osnovnico, dolgo 32 dm, in krakoma, dolgima 2 m. Z modro barvo je prepleskal $25\,\%$ stene, ostali del stene pa z belo barvo. Koliko kvadratnih metrov stene je prepleskal z modro barvo?

Rešitve nalog z 9. tekmovanja za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike — področno tekmovanje

1. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	E	A	C	D	B

A1. Določimo najmanjši skupni večkratnik števil 60 in 72, ki je 360.

A2. Ker je $a < b$, je $a - b < 0$ in $b - a > 0$. Zato je $-2a^3b^2(a-b)^2$ edini izraz, ki ima pozitivno vrednost.

A3. Izpostavimo skupni faktor $3xy^3$ in uporabimo Vietovo pravilo, tako dobimo $3xy^3(x+7)(x-3)$.

A4. Velja $\frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{7}{11} > \frac{20}{33} > \frac{1}{2}$, zato je največ prebral Peter.

A5. Vstavimo vrednosti v izraz in izračunamo vrednost ulomka. Dobimo

$$\frac{(-2)^{-2} - (-1)^{-2}}{1 - \frac{(-2)^{-1}}{(-1)^{-1}}} = \frac{\frac{1}{4} - 1}{1 - \frac{1}{2}} = -1.5.$$

A6. Upoštevamo, da je $2x - 2 = x + 5$ ali $2x - 2 = -x - 5$. Enačbi rešimo in dobimo rešitvi $x = 7$ in $x = -1$.

B1. Glede na besedilo naloge nastavimo sistem dveh enačb z dvema neznankama:

$$0.1x + 0.2y = 62,4 \text{ in } 0.2x + 0.1y = 69,$$

pri čemer z x označimo ceno pleskarja in z y ceno keramičarja. Rešimo nastali sistem enačb in izračunamo, da je $x = 252$ EUR in $y = 186$ EUR. Skupni račun znaša $252 + 186 = 438$ EUR. Zapišemo odgovor.

B2. Izračunamo vrednost izraza v 1. absolutni vrednosti $|2 \cdot \frac{4}{3} - 2| = \frac{2}{3}$. Izračunamo še izraz v drugi absolutni vrednosti $||3 \cdot 5^{-1} - 1.2| - 0.\bar{4}| = \frac{7}{45}$. Združimo $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12}$, delno korenimo in dobimo $2\sqrt{3}$. Izraz poenostavimo in izračunamo vrednost $\frac{44}{45}$.

B3. Naj bo a iskano število. Po besedilu nastavimo zvezo $a = 13 \cdot k + 3$ in $a = 12 \cdot k + 11$. Nastavimo enakost $13 \cdot k + 3 = 12 \cdot k + 11$. Uredimo in izračunamo $k = 8$ in vrednost števila $a = 107$.

B4. Števec uredimo z razširitvijo na skupni imenovalec $a - \frac{1}{a} = \frac{a^2-1}{a}$. Uredimo tudi imenovalec $a + 2 + \frac{1}{a} = \frac{a^2+2a+1a}{a} = \frac{(a+1)^2}{a}$. Dvojni ulomek preoblikujemo v enojnega $\frac{a^2-1}{a} \cdot \frac{a}{(a+1)^2}$. Števec razstavimo $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$, ulomek okrajšamo in dobimo $\frac{a-1}{a+1}$.

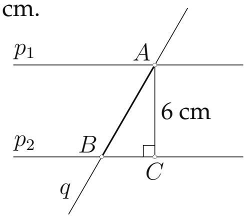
2. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	C	E	B	B	D

A1. Premica, ki razdeli ravnino na dve polravnini, poteka skozi točki $(1, 1)$ in $(0, -1)$. Enačba premice je tako $y = 2x - 1$, zato je enačba narisane polravnine $y < 2x - 1$.

A2. Premico zapišemo v eksplicitni obliki $y = \frac{v}{3}x - v$. Da bo premica graf padajoče linearne funkcije mora biti v negativno število.

A3. Uporabimo kotne funkcije v pravokotnem trikotniku ABC. Torej je $\sin 60° = \frac{|AC|}{|AB|}$, od koder izrazimo $|AC| = \frac{6}{\sin 60°} = 4\sqrt{3}$ cm.



A4. Izračunamo velikosti notranjih kotov $\alpha = 35°$, $\beta = 67.5°$ in $\gamma = 77.5°$. Trikotnik ABC je ostrokoten, a ni enakokrak.

A5. Pravilen je le račun $\sqrt{11} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{55}$.

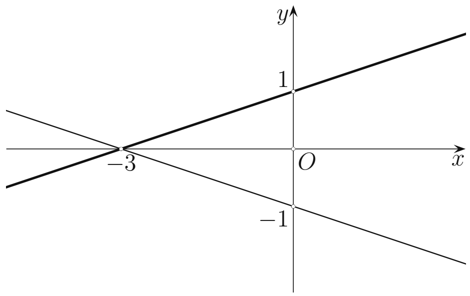
A6. Racionaliziramo ulomek $\frac{2}{\sqrt{2}}$. Izračunamo razliko $2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ ter $(\sqrt{2})^{20} = 2^{10}$.

B1. Ugotovimo, da sta abscisa in ordinata iskane točke enaki. Uporabimo obrazec za izračun razdalje med točkama A in B. Nastavimo enačbo $\sqrt{(x+5)^2 + (x+1)^2} = 2\sqrt{2}$. Enačbo kvadriramo $x^2 + 10x + 25 + x^2 + 2x + 10 = 8$ in poenostavimo $x^2 + 6x + 9 = 0$. Rešitev enačbe je $x = -3$. Zapišemo koordinate točke $A(-3, -3)$.

B2. Izračunamo dolžino med zaporedno pritisnjenimi tipkami:
$0 \to 2 : d_1 = 6$ cm
$2 \to 9 : d_2 = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm
$9 \to 5 : d_3 = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ cm
$5 \to 4 : d_4 = 2$ cm
$4 \to 3 : d_5 = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm
$3 \to 1 : d_6 = 4$ cm
$1 \to 0 : d_7 = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ cm.
Najkrajša pot meri $12 + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$ cm.

B3. Poenostavimo vsakega od izrazov $16^{\frac{1}{8}} = \sqrt{2}, (27^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{1}{2}} = 3, (\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}} = 3, 2^{0.5} = \sqrt{2}$. Celoten izraz zapišemo $(2^{\frac{1}{2}} + 3)(2^{\frac{1}{2}} - 3)$, odpravimo oklepaje in dobimo $(2^{\frac{1}{2}})^2 - 3^2 = -7$.

B4. Narišemo premico $x + 3y + 3 = 0$ in jo prezrcalimo preko abscisne osi. Ugotovimo, da na prezrcaljeni premici ležita točki $(-3, 0)$ in $(0, 1)$. Uporabimo segmentno ali eksplicitno obliko enačbe premice. Določimo oziroma izračunamo k in n prezrcaljene premice. Seštevek $k + n = \frac{4}{3}$.



3. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	B	D	E	C	C

A1. Drugi primer je linearna funkcija in je edina, ki ni kvadratna.

A2. Enačbo uredimo $\sqrt{3}x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$. Uporabimo obrazec $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ter izračunamo rešitvi $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ in $-\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$.

A3. Uporabimo kosinusni izrek za izračun največjega kota, ki leži nasproti najdaljše stranice ali pa prepoznamo Pitagorejsko trojico $13^2 = 5^2 + 12^2$. Tako največji kot meri $90°$.

A4. Uporabimo formulo za površino velja $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$. Upoštevamo, da za enakostranični valj velja $v = 2r$ ter vstavimo v $P = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r$. Vstavimo podatek za površino in dobimo $150\pi = 6\pi r^2$. Izračunamo, da je $r = 5$ cm. Izračunamo osni presek valja $2r \cdot v = 2r \cdot 2r = 100$ cm^2.

A5. Preverimo, da je C edina izmed zapisanih točk, ki leži na grafu.

A6. Upoštevamo definicijo logaritma in izrazimo $x = \log_5 15$.

B1. Kvadratni koren je definiran za nenegativne vrednosti, torej velja $2x^2 + 3x - 5 \geq 0$. Zapišemo kvadratno enačbo $2x^2 + 3x - 5 = 0$. Izračunamo ničli $x_1 = 1$ in $x_2 = -\frac{5}{2}$. Upoštevamo, kje na realni osi je kvadratna funkcija pozitivna oziroma enaka nič in zapišemo definicijsko območje $D_f = (-\infty, -\frac{5}{2}] \cup [1, \infty)$.

B2. Z uporabo Pitagorovega izreka izračunamo rob romba $a = \sqrt{(\frac{e}{2})^2 + (\frac{f}{2})^2}$. Izračunamo še višino prizme $v = \sqrt{d^2 - a^2} = 5\sqrt{5}$ cm. Podatke vstavimo v formulo za površino prizme $P = e \cdot f + 4a \cdot v = (192 + 200\sqrt{5})$ cm^2. Podatke vstavimo še v formulo za prostornino prizme $V = \frac{e \cdot f}{2} \cdot v = 480\sqrt{5}$ cm^3.

B3. Potence zapišemo z enako osnovo 2, tako dobimo enačbo $2^x \cdot (2^2)^{\frac{x}{4}} \cdot 2^{-2x} = 2^4 \cdot 2^{2(x+3)}$. Upoštevamo pravila za računanje s potencami in dobimo enačbo $2^{\frac{x}{2} - x} = 2^{2x+10}$. Upoštevamo, da velja $\frac{x}{2} - x = 2x + 10$. Nastalo enačbo rešimo in dobimo rešitev $x = -4$.

B4. Upoštevamo razliko logaritmov in zapišemo $\log_4 \frac{x-2}{x+1} = 2$. Uporabimo definicijo logaritma in dobimo enačbo $4^2 = \frac{x-2}{x+1}$. Odpravimo ulomek $16x + 16 = x - 2$, enačbo uredimo in dobimo rešitev $x = -\frac{6}{5}$. Preverimo ustreznost rešitve ter ugotovimo, da enačba nima rešitve.

4. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	E	A	C	D	E

A1. Ugotovimo, da je na sliki graf funkcije $f(x) = \sin x$. Ordinate narisanih točk K, L, M, N, P na sliki so enake $\frac{1}{2}$, zato so njihove abscise rešitve enačbe $\sin x = \frac{1}{2}$ oziroma $2\sin x - 1 = 0$.

A2. Za preverjanje pravilnosti odgovora (**B**) uporabimo adicijski izrek $\sin(60° + 45°) = \sin 60° \cdot \cos 45° + \sin 45° \cdot \cos 60° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. Tudi v (**C**) uporabimo adicijski izrek $\sin(60° - 45°) = \sin 60° \cdot \cos 45° - \sin 45° \cdot \cos 60° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ in ugotovimo pravilnost zapisa. Nepravilen odgovor je (**E**), saj je tangens kota razmerje med sinusom in kosinusom istega kota.

A3. Pomnožimo prva člena faktorjev $(3x^2)^n \cdot 3x^2 = 3^{n+1} \cdot x^{2n+2}$. Upoštevamo stopnjo polinoma in zapišemo enakost $2n + 2 = 14$. Rešitev je $n = 6$. Upoštevamo še prosti člen in zapišemo $(-2)^n \cdot a = (-2)^6 a = 64$. Izračunamo rešitev $a = -1$. Ustreza odgovor (**A**).

A4. Uredimo zapis za racionalno funkcijo $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x}$. Ničli sta rešitvi enačbe $x^2 - x - 2 = 0$, torej $x_1 = 2$ in $x_2 = -1$.

A5. Preverimo ustreznost koordinat zapisanih točk.

A6. Splošni členi zapisanih zaporedij so $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = 2n$, $a_n + b_n = \frac{2n^2+1}{n}$, $2a_n - b_n = \frac{2-2n^2}{n}$ in $a_n - 3b_n = \frac{1-6n^2}{n}$. Zato vidimo, da le zaporedje $2a_n - b_n$ vsebuje člen z vrednostjo 0.

B1. **a)** Izračunamo vrednosti kotnih funkcij za kota $\frac{\pi}{4}$ in $120°$. Pri drugem kotu upoštevamo še prehod na oster kot.

b) Vstavimo funkcijski predpis za $f(x) = -2\sin 2x$, poenostavimo ulomek do oblike $2\sin x$ in ga kvadriramo. Upoštevamo zvezo med funkcijama $\sin x$ in $\cos x$ ($\sin^2 x + \cos^2 x = 1$) in dobimo rezultat 4.

B2. Upoštevamo, da je število 1 ničla racionalne funkcije in določimo enačbo $1+1+(a-2)+b = 0$. Upoštevamo tudi, da je $-\sqrt{2}$ pol racionalne funkcije in nastavimo enačbo $2-\sqrt{2}(b+2)-a = 0$. Obe enačbi poenostavimo $a+b = 0$ in $-a-\sqrt{2}b = 2\sqrt{2}-2$ ter rešimo sistem enačb. Rešitvi sta $b = -2, a = 2$.

B3. Označimo število Žanovih bonbonov z x, Janovih pa z y. Upoštevamo besedilo naloge in zapišemo $y = x + 6$ ter zapišemo enačbo $(x + 6)^2 = x^3 + 36$. Enačbo poenostavimo $x^3 - x^2 - 12x = 0$. Rešitve so $x_1 = -3$, $x_2 = 4$ in $x_3 = 0$. Negativna rešitev ne ustreza. Ker ima Jan 6 bonbonov več kot Žan, imamo dve možni rešitvi:
Če ima Žan 4 bonbone, jih ima Jan 10. Če pa je Žan brez bonbonov, jih ima Jan 6.

B4. Zapišemo obrazec za izračun glavnice po n letih obrestnega obrestovanja. Izračunamo glavnico po dveh letih obrestnega obrestovanja z začetno glavnico 1000 EUR in obrestno mero $p = 10\%$. Izračunamo 1210 EUR. Nato izračunamo še čas, ki je potreben za privarčevani znesek 1780 EUR.

Matematični kenguru

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

2002–2004

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 160 novih nalog

208 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

10,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 120 novih nalog

296 strani
barvni tisk
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

18,74 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Rešitve nalog z 9. tekmovanja za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike — državno tekmovanje

1. letnik

1. Naj ima Živa n jabolk. Zarji podari $\frac{n}{2}-5$, Jakobu $\frac{n-(\frac{n}{2}-5)}{3}$. Ker ji ostane $\frac{n}{7}+6$, dobimo enačbo $n-(\frac{n}{2}-5)-\frac{n-(\frac{n}{2}-5)}{3}=\frac{n}{7}+6$. Rešitev enačbe je $n=14$. Jakob dobi 4 jabolka.

2. Prvi ulomek kvadriramo $\frac{2^{2x}+2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}+2^{-2x}}{4}$, prav tako tudi drugi $\frac{2^{2x}-2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}+2^{-2x}}{4}$. Ulomka odštejemo in dobimo $\frac{4\cdot 2^x\cdot 2^{-x}}{4}=1$.

   V izrazu nastopa razlika kvadratov, zato ga lahko razcepimo kot

$$\left(\frac{2^x+2^{-x}}{2}+\frac{2^x-2^{-x}}{2}\right)\left(\frac{2^x+2^{-x}}{2}-\frac{2^x-2^{-x}}{2}\right).$$

   V prvem oklepaju dobimo $\frac{2\cdot 2^x}{2}=2^x$, v drugem pa $\frac{2\cdot 2^{-x}}{2}=2^{-x}$. Vrednost izraza je zato $2^x\cdot 2^{-x}=1$.

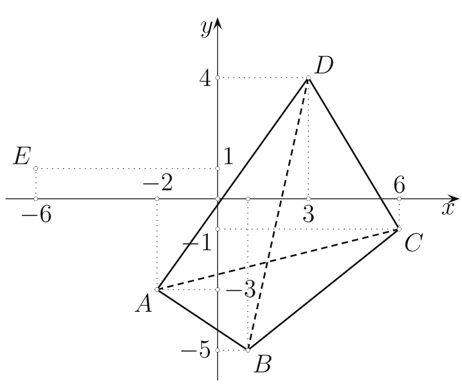
3. Neenačbo pomnožimo z 12 in dobimo $3x-8(1-x)<12a+18x$. Odpravimo oklepaj in uredimo $-7x<12a+18x$. Izrazimo $x>-\frac{12a+8}{7}$. Upoštevamo dani interval, torej $x>-8$. Primerjamo obe rešitvi in ugotovimo, da je $-\frac{12a+8}{7}=-8$. Iz te enakosti izračunamo $a=4$.

4. Upoštevamo, da je $(\frac{1}{2}+\frac{7}{5})^0=1$. Periodično decimalno število zapišemo z okrajšanim ulomkom $2,4\overline{3}=\frac{73}{30}$. Izračunamo $-5\cdot(-1)^{-3}=5$, zapišemo $5^{-2}=\frac{1}{25}$. Izračunamo $2,4\overline{3}:10^{-1}+2\cdot 3^{-1}=\frac{73}{30}\cdot 10+\frac{2}{3}=\frac{75}{3}$. Okrajšamo $\frac{1}{25}\cdot\frac{75}{3}=1$ in izračunamo vrednost izraza 6.

5. Naj bo k število vreč konja in m število vreč mule. Če konj da muli eno vrečo, ima konj $k+1$ vreč, mula pa $m+1$ in velja $m+1=2(k-1)$. Če pa mula da konju eno vrečo, ima mula $m-1$ vreč in velja $m-1=k+1$. Rešimo nastali sistem enačb in dobimo rešitev $k=5$ in $m=7$. Konj je prenašal 5 vreč, mula pa 7.

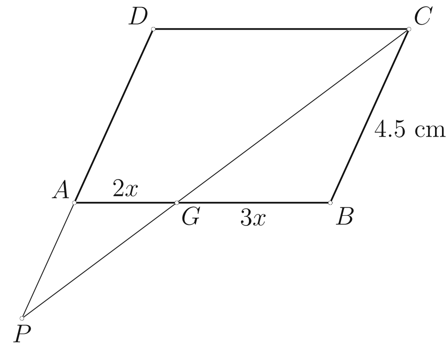
2. letnik

1. Prezrcalimo točko $E(-6,1)$ preko kordinatnega izhodišča in dobimo točko $C(6,-1)$. Rešimo enačbo $t^2-6t+9=0$ in izračunamo absciso točke D, ki je enaka 3. Ordinata točke D je $-\frac{(-3-5)}{2}=4$. Z uporabo formule za izračun razdalje med točkama izračunamo dolžini obeh diagonal in sicer $d(A,C)=\sqrt{82+22}=\sqrt{68}$ ter $?d(B,D)=\sqrt{22+92}=\sqrt{85}$.

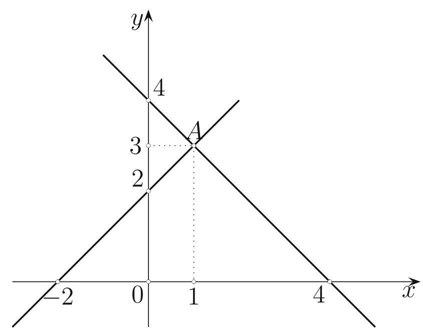


2. Število $2,\overline{7}$ zapišemo v obliki ulomka, ki ga vstavimo v izraz $\sqrt{\sqrt{\frac{25}{9}}+1}-\sqrt{\sqrt{\frac{25}{9}}-1}$. Poenostavimo $\sqrt{\frac{5}{3}+1}-\sqrt{\frac{5}{3}-1}=\sqrt{\frac{8}{3}}-\sqrt{\frac{2}{3}}$. Delno korenimo $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Dobimo $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ter nato še racionaliziramo. Rezultat je $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

3. Narišemo ustrezno skico. Ugotovimo, da sta si trikotnika AGP in GBC podobna. Izrazimo dolžini $|AG|=2x$ ter $|GB|=3x$. Upoštevamo, da je kvocient istoležnih stranic konstanten: $|AG|:|GB|=|AP|:|BC|$, izrazimo in izračunamo $|AP|=\frac{|BC|\cdot|AG|}{|GB|}=\frac{4{,}5\cdot 2x}{3x}=3$.

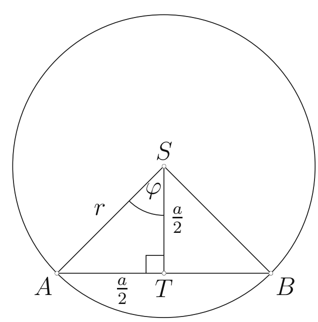


4. Ugotovimo, da sta odseka, ki ju iskana premica odreže na koordinatnih oseh, enaka. Zapišemo $k_1=1$ oz $k_2=-1$. Upoštevamo še točko A v zapisu iskane premice in zapišemo njeni enačbi $y=x+2$ ter $y=-x+4$.



Izračunamo $n=4$ ter zapišemo enačbo $y=-x+4$. Uporabimo še zvezo $m=-n$ in izračunamo $n=2$ ter zapišemo enačbo $y=x+2$.

5. Z uporabo Pitagorovega izreka v trikotniku ATS izrazimo $r^2=(\frac{a}{2})^2+(\frac{a}{2})^2=\frac{a^2}{2}$. Nato korenimo ter racionaliziramo $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Ker je ATS enakokrak pravokotni trikotnik, zato je $\varphi=45°$. (Kot lahko izračunamo tudi z uporabo kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku ATS in sicer: $\tan\varphi=\frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}}=1$.) Izračunamo središčni kot $\varphi=45°$. Nato izračunamo še oba obodna kota. Ostri obodni kot nad tetivo AB meri $45°$, topi pa $135°$.

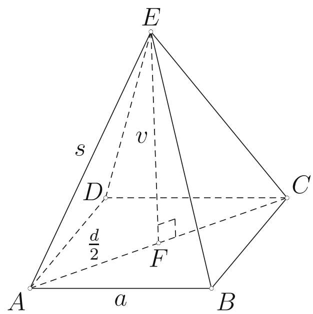


3. letnik

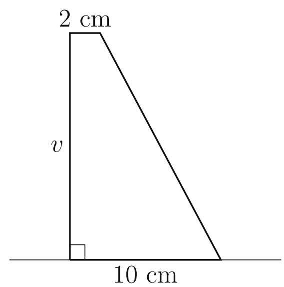
1. Ugotovimo, da teme kvadratne funkcije leži na premici $y = 2$, torej $q = 2$. Uporabimo formulo za D in q, v katero vstavimo podatke $2 = -\frac{m^2-12}{4}$, odpravimo ulomek ter dobimo $m^2 - 4 = 0$. Rešitvi nastale enačbe sta $m_1 = 2$ in $m_2 = -2$.

2. Po besedilu zapišemo enačbi $n \cdot c = 120$ in $(n-3)(c+2) = 120$. Rešimo nastali sistem enačb. Dobimo kvadratno enačbo $c^2 + 2c - 80 = 0$. Upoštevamo pozitivno rešitev $c = 8$ in izračunamo $n = 15$.

3. Ker je osnovna ploskev piramide kvadrat, so njegove stranice dolge 24 dm. (Če bi namreč bile dolge 21 dm, iz trikotnikov ne bi morali oblikovati piramide.) Izračunamo dolžino diagonale osnovne ploskve piramide; $|AC| = d = a\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ dm. S pomočjo pravokotnega trikotnika AFE s Pitagorovim izrekom izračunamo višino šotora z enačbo; $v^2 = s^2 - (\frac{d}{2})^2$. Vstavimo podatke, korenimo in izračunamo približek $v = 1{,}237$m. Podatke vstavimo v formulo za izračun prostornine pokončne štiristrane piramide $V = \frac{a^2 v}{3}$. Izračunamo $V = 2,4\text{m}^3$.



4. Iz obrazca za ploščino trapeza izračunamo višino trapeza $v = \frac{2 \cdot S}{a+c} = 15$cm. Izračunamo še višino stožca $v_s = a - c = 8$cm. Ugotovimo, da je $v_v = c$ in da sta polmera valja in stožca enaka višini trapeza. Izračunamo prostornino sastavljenega telesa $V = V_s + V_v = \pi r^2 (v_v + \frac{v_s}{3}) = 1050\pi\text{cm}^3$. Izračunamo površino sestavljenega telesa $P = S + S_{pl_v} + S_{pl_s} = \pi(r^2 + 2rv_v + r_s) = 540\pi\text{cm}^2$



5. Enačbo zapišemo v obliki produkta potenc, množimo potence z istimi osnovami $3^{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{1}{2x}} = 3^{2+\frac{1}{3}}$. Enačimo eksponente in dobimo enačbo $5x^2 - 14x - 3 = 0$. Rešitvi enačbe sta $x_1 = 3$ in $x_2 = -\frac{1}{5}$. Izberemo celoštevilsko rešitev $x = 3$.

4. letnik

1. V števcu prvega ulomka uporabimo obrazec za razliko kvadratov in zapišemo produkt $(1 - \cos^2 x)(1 + \cos^2 x)$. Upoštevamo naslednji zvezi: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ in $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$. Prvi ulomek krajšamo s $\sin^2 x$ ter potenciramo drugi ulomek z eksponentom -2. Ulomka seštejemo in dobimo $\frac{1-\cos^2 x}{\sin^2 x}$. V števcu ponovno upoštevamo zvezo $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$, zato je rezultat 1.

2. Uporabimo Hornerjev algoritem za oba polinoma, kjer upoštevamo, da je -3 ničla obeh polinomov. Dobimo enačbi $-3a + b + 45 = 0$ in $9a - 153 = 0$. Rešitev sistema nam da rešitvi $a = 17$ in $b = 6$. Upoštevamo obe rešitvi in rešimo kvadratno enačbo $2x^2 + 5x + 2 = 0$. Dobimo še preostali rešitvi $x_2 = -2$ in $x_3 = -\frac{1}{2}$.

3. Zapis racionalne funkcije uredimo. Zapišemo racionalno neenačbo $\frac{5-x}{4x-4} > 1$. Preoblikujemo neenačbo v zapis $\frac{9-5x}{4x-4} > 0$. Izračunamo ničle števca in imenovalca ter določimo njihove stopnje. Določimo predznake ulomka na posameznih intervalih ter zapišemo rešitve neenačbe.

4. Iz besedila naloge razberemo prvi člen $a_1 = 4,9$ in diferenco zaporedja $d = 9,8$. Po obrazcu za splošno člen aritmetičnega zaporedja izračunamo 20. člen $a_{20} = a_1 + 19d = 191,1$m. Uporabimo obrazec za vsoto prvih n členov aritmetičnega zaporedja $S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 1960$m.

5. Upoštevamo obrazec za povprečje - aritmetično sredino $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2}{N}$ in dobimo $\frac{22 \cdot a + 2 \cdot b}{24} = 775$ in $\frac{2 \cdot a + 3 \cdot b}{25} = 852$. Odpravimo imenovalca v obeh enačbah in dobimo sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama: $22a + 2b = 18600$ in $22a + 3b = 21300$. Enačbi odštejemo in dobimo $b = 2700$, vstavimo v eno od enačb in dobimo $a = 600$.

Rešitve nalog z 9. tekmovanja za dijake srednjih poklicnih šol v znanju matematike

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	A	D	A	C	C	D	B	A

A1 Ker je $(-3)^{12} = 3^{12} > 0$, je $-(-3)^{12} < 0$. Ostala števila so pozitivna.

A2 Ploskev s črko M je edina ploskev v mreži kocke, ki s ploskvijo s črko S ne more imeti skupnega roba oziroma oglišča, zato sta ploskvi nasprotni.

A3 Če delimo $700 \cdot 10^9$ \$ z $2 \cdot 10^6$, dobimo $350 \cdot 10^3 = 350\,000$ \$.

A4 Vseh možnosti je po osnovnem izreku kombinatorike $4 \cdot 4 = 16$.

A5 Urni kazalec opiše pozitivni kot $90° + \frac{1}{3} \cdot 30° = 100°$, minutni kazalec pa negativni kot $120°$. Manjši kot med kazalcema je $360° - (100° + 120°) = 140°$.

A6 Označimo višino stolpa z x. Iz sorazmerja

$$\frac{1.9\,\text{m}}{2.5\,\text{m}} = \frac{x}{41.5\,\text{m}}$$

tedaj sledi $x = 31.54$ m.

A7 V okrnjeni čredi je 63 živali. Zaradi obratnega sorazmerja sledi

$$60 \cdot 84 = 63 \cdot n,$$

kjer je n število dni. Za 63 živali bo voda zadoščala za 80 dni.

A8 Najmanjši skupni večkratnik števil 7500, 15000, 25000 in 30000 je 150000.

A9 Premici k in h sta vzporedni, kar sta pravokotni na p.

A10 Vsota notranjih kotov v trikotniku je $180°$. Iz enačbe

$$(x - 20°) + (2x - 40°) + 5x = 180°$$

sledi $x = 30°$.

B1. **A** Iz razmerja $1:7$ zapišemo enačbo $8x = 30$. Sorazmernostni koeficient je $x = 3.75$.

B Uporabimo formulo za prostornino valja

$V = \pi r^2 v \doteq 3.14 \cdot 1.6^2 \cdot 4.8 = 38.6\ \ell = 386$ dℓ

C Pijača seže do višine

$v_1 = \dfrac{V_1}{\pi r^2} \doteq \dfrac{30}{3.14 \cdot 1.6^2} \doteq 3.73\,dm \doteq 37\,cm$

Gladina natočene pijače je približno

$v - v_1 = 48\,cm - 37\,cm = 11\,cm$ pod robom posode

B2. **A** Odstotki doseženih točk so:

Dijak	prvi test	ponavljalni test
Gregor	$\frac{24}{60} = 0,4 = 40\%$	$\frac{32}{40} = 0,8 = 80\%$
Matej	$\frac{35}{70} = 0,5 = 50\%$	$\frac{54}{60} = 0,9 = 90\%$
Miran	$\frac{27}{90} = 0,3 = 30\%$	$\frac{45}{50} = 0,9 = 90\%$

Razlika je največja pri Miranu.

B Ocene dijakov so:

Dijak	Ocena	
Gregor	$0,25 \cdot 0,4 + 0,75 \cdot 0,8 = 0,70 = 70\%$	3
Matej	$0,25 \cdot 0,5 + 0,75 \cdot 0,9 = 0,80 = 80\%$	4
Miran	$0,25 \cdot 0,3 + 0,75 \cdot 0,9 = 0,75 = 75\%$	3

Ocene dijakov so Gregor - 3, Matej - 4, Miran - 3.

B3. **A** Jakob je za nakup plačal 80 EUR.

Njegov prihranek znaša 20 EUR, kar je 20%.

B Recimo, da izdelki stanejo a, b in c evrov, kjer je $a \leq b \leq c$. Potek za prihranek velja $\frac{a}{a+b+c} \leq \frac{a}{a+a+a} = \frac{1}{3}$. Enakost velja, le če je $a = b = c$.
Če bi izbrali 3 cenovno enakovredne izdelke, bi bil prihranek v odstotkih največji.

Prihranek je približno 33.3%.

B4. Višina trikotnika: $v = \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{144} = 12\,dm$

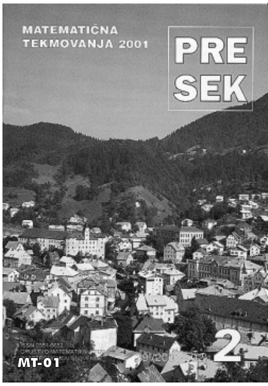
Ploščina trikotnika: $S = \frac{32 \cdot 12}{2} = 192\,dm^2$

Površina modrega dela: $192 \cdot 0.25 = 48\,dm^2$

Odgovor: Z modro barvo je prepleskal 0.48 m^2.

Tekmovanja v reviji Presek

Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

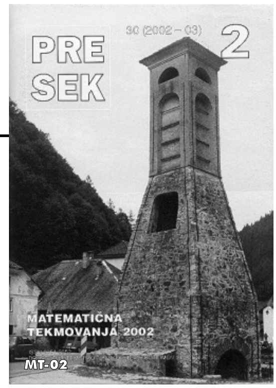
64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

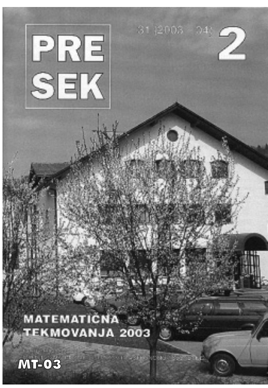
6,26 EUR

MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR





MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

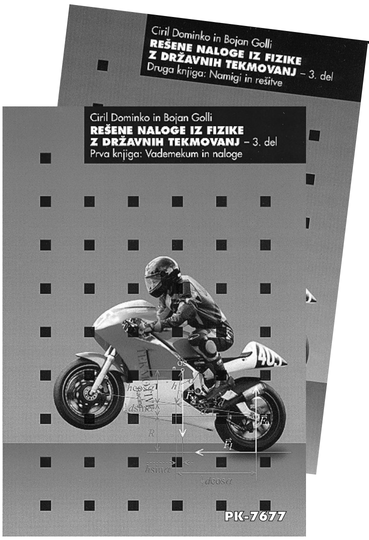
Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

Knjižnica Sigma

Tudi v Knjižnici Sigma je izšlo že veliko zbirk tekmovalnih nalog za srednješolce. Naj tu omenimo samo dve novejši izdaji fizikalnih in matematičnih nalog.



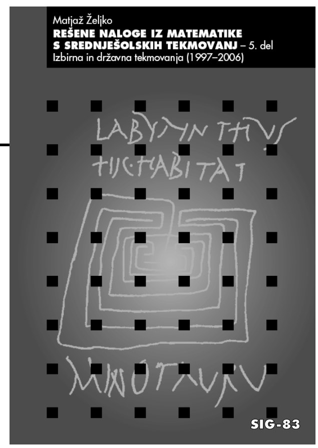
Ciril Dominko in Bojan Golli:

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

Prva knjiga: **Vademekum in naloge**
Druga knjiga: **Namigi in rešitve**

skupaj 424 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

29,99 EUR



Matjaž Željko:

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: Izbirna in državna tekmovanja 1997–2006

172 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava 14,99 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike, astronomije in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.