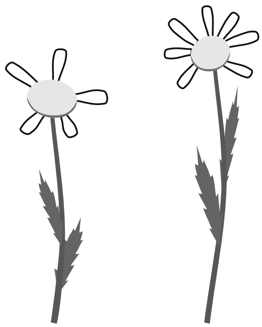
Tekmovanja

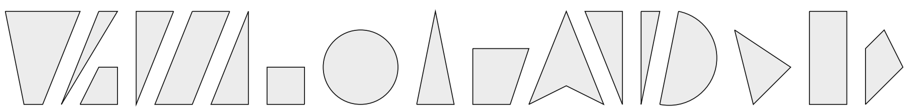
Mednarodni matematični kenguru 2008 – izbor nalog

1. Meta je 3 marjeticam odtrgala nekaj cvetnih listov (glej sliko). Najmanj koliko cvetnih listov mora še odtrgati, da bodo imele vse 3 marjetice enako število cvetnih listov?



(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 7

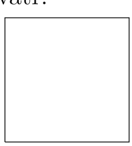
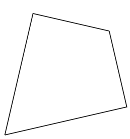
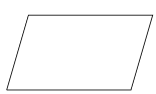
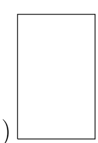
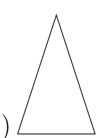
2. Jure je izrezal nekaj likov iz papirja in jih postavil v vrsto.



Koliko trikotnikov je postavil desno od kroga?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

3. Marko ima 4 palice, 2 sta enako dolgi, 2 pa pol krajši. Katerega lika iz teh palic ne more oblikovati?

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

4. Neja je za rojstni dan dobila 8 slikanic, Samo pa 4 slikanice. Koliko slikanic mora dati Neja Samu, da bosta oba imela enako število slikanic?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 6 (**E**) 8

© 2008 DMFA Slovenije, Komisija za tekmovanje Mednarodni matematični kenguru

5. Hana je imela ploščice, s katerimi je lahko oblikovala različne račune. Potem ko je oblikovala pravilen račun, je Blaž eno ploščico obrnil.

5		−	1	7	=	3	7

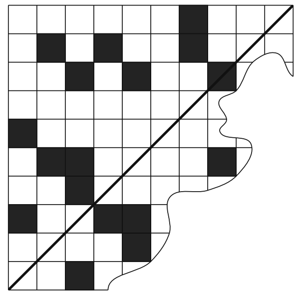
Kaj je zapisano na obrnjeni ploščici?

(**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 7 (**E**) 9

6. Žiga, Jure, Alja, Peter in Zala so merili dolžino dvorišča. Žiga je naštel 29 korakov, Jure 33 korakov, Alja 32 korakov, Peter 37 korakov in Zala 34 korakov. Kdo je delal najdaljše korake?

(**A**) Alja (**B**) Jure (**C**) Peter (**D**) Zala (**E**) Žiga

7. Žan je na karirast papir narisal odebeljeno črto, ki je predstavljala simetralo (glej sliko). Nato je pobarval nekaj kvadratkov, da je nastala simetrična figura. Andrej je del papirja odtrgal. Koliko kvadratkov je bilo pobarvanih na odtrganem delu papirja?

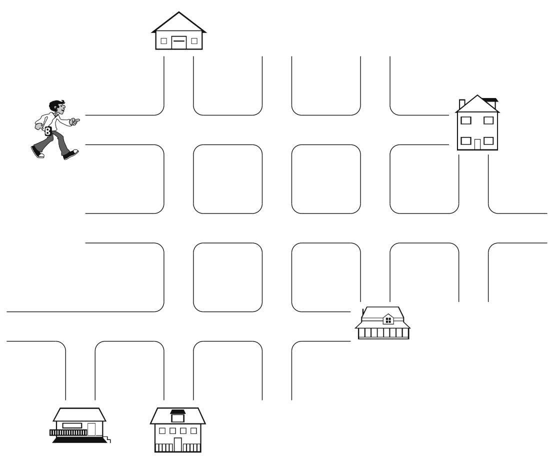


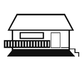
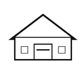
(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 11

8. Teta Fani je imela v denarnici nekaj denarja. Ves denar bi porabila, če bi kupila 6 kg pomaranč ali 7 kg limon ali 8 kg banan ali 5 kg kivija ali 9 kg mandarin. Katero sadje je bilo najcenejše?

(**A**) pomaranče (**B**) limone (**C**) banane
(**D**) kivi (**E**) mandarine

9. Borut se je napotil na obisk k Mihu. Skozi prvi 2 križišči je šel naravnost, nato je v 3. in 4. križišču zavil desno, na 5. križišču levo, na 6. križišču desno in na naslednjem levo. Pot ga je nato vodila naravnost do Mihove hiše. V kateri hiši stanuje Miha?

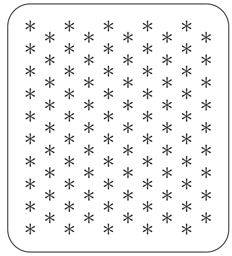


(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

10. Tajda je imela 37 zgoščenk. Njena prijateljica Klavdija ji je rekla: “Če mi daš 10 svojih zgoščenk, bova obe imeli enako število zgoščenk.” Koliko zgoščenk je imela Klavdija?

(**A**) 10 (**B**) 17 (**C**) 22 (**D**) 27 (**E**) 32

11. Koliko zvezd je Anže narisal na list papirja (glej sliko)?



(**A**) 85 (**B**) 90 (**C**) 95
(**D**) 100 (**E**) 105

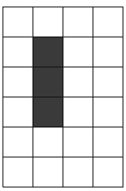
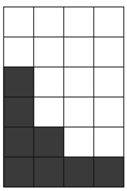
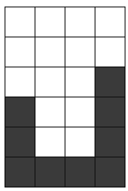
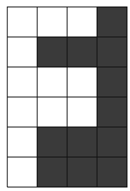
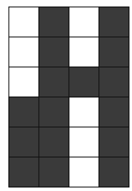
12. Nika pripravi v 1 dnevu 3 obroke hrane. Koliko obrokov hrane pripravi Nika v 1 tednu?

(**A**) 7 (**B**) 18 (**C**) 21 (**D**) 28 (**E**) 37

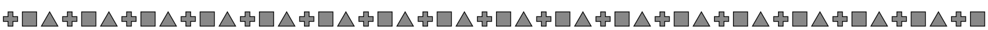
13. Matic je višji od Anžeta in nižji od Tilna. Lan je višji od Luka in nižji od Matica. Kdo je najvišji?

(**A**) Anže (**B**) Lan (**C**) Luka (**D**) Matic (**E**) Tilen

14. Evgen je na enako velikih listih belega karirastega papirja pobarval nekaj kvadratkov. Na katerem listu je pobarvana $\frac{1}{3}$ kvadratkov?

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

15. Kateri izmed likov se pojavi največkrat v zaporedju na sliki?

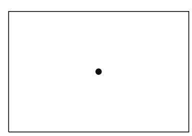


(**A**) Samo ✚. (**B**) Samo ■. (**C**) Samo ▲. (**D**) ■ in ✚.
(**E**) Vsi liki se pojavijo enako mnogokrat.

16. S katerim izrazom moramo nadomestiti $\heartsuit$, da bo račun $\heartsuit \cdot \heartsuit = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ pravilen?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) $2 \cdot 3$ (**D**) $2 \cdot 2$ (**E**) $3 \cdot 3$

17. Erik je na list papirja narisal točko (glej sliko). Nato je narisal 4 ravne črte, ki so vse šle skozi narisano točko in so se začele in končale na robu papirja. Na koliko delov so te črte razdelile list papirja?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 8 (**E**) 12

18. Sara je v 2 preglednicah množenja pravilno napisala zmnožke števil iz 1. vrstice in 1. stolpca (glej sliko). Vid je v 2. preglednici izbrisal števila, s katerimi je množila, in 1 kvadratek pobarval sivo. Katero število bi moralo biti v sivem polju?

$\cdot$	4	3
5	20	15
7	28	21

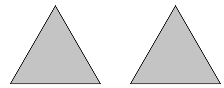
$\cdot$		
	35	63
	30	

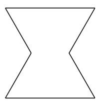
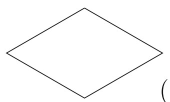
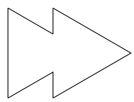
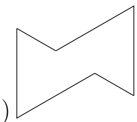
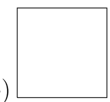
(**A**) 36 (**B**) 42 (**C**) 54 (**D**) 56 (**E**) 65

19. Uroš in Vojko sta se dogovorila, da se bosta obmetavala s snežnimi kepami, zato si je Uroš pred obmetavanjem pripravil nekaj kep. Med obmetavanjem je naredil še 17 kep, 21 kep pa je vrgel. Na koncu je Urošu ostalo 15 kep. Koliko kep je Uroš pripravil pred obmetavanjem?

(**A**) 18 (**B**) 19 (**C**) 23 (**D**) 33 (**E**) 53

20. Lara je iz kartona izrezala 2 enaka enakostranična trikotnika (glej sliko). Nato je postavila trikotnika na papir in ju obrisala. Katerega obrisa ni mogla dobiti?

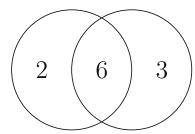


(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

21. Pavle je opazil, da se vsako zimo zredi za 5 kg, vsako poletje pa shujša le 4 kg. Pomladi in jeseni se ne redi in ne hujša. Pomladi leta 2008 je tehtal 100 kg. Koliko kilogramov je Pavle tehtal jeseni leta 2004?

(**A**) 92 (**B**) 93 (**C**) 94 (**D**) 96 (**E**) 98

22. Lokostrelska tarča je razdeljena na 3 območja, zadetek v različno območje prinese strelcu različno število točk (glej sliko). Če puščica zgreši tarčo, lokostrelec ne dobi nobene točke. Koliko različnih rezultatov lahko doseže lokostrelec, ki dvakrat ustreli proti tarči?

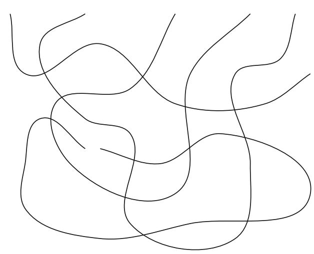


(**A**) 4 (**B**) 6 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

23. V hiši živijo inženir, zdravnik in glasbenik. Njihova imena so Jernej, Matej in Tadej (ne nujno v tem vrstnem redu). Zdravnik je najmlajši in nima ne brata in ne sestre. Tadej je starejši od inženirja in je poročen z Jernejevo sestro. Kaj je kdo po poklicu?

(**A**) Jernej je inženir, Matej je zdravnik, Tadej je glasbenik.
(**B**) Jernej je zdravnik, Matej je glasbenik, Tadej je inženir.
(**C**) Jernej je zdravnik, Matej je inženir, Tadej je glasbenik.
(**D**) Jernej je glasbenik, Matej je inženir, Tadej je zdravnik.
(**E**) Jernej je inženir, Matej je glasbenik, Tadej je zdravnik.

24. Nejc je na mizo položil nekaj vrvic (glej sliko). Koliko vrvic je na mizi?



(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

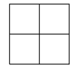
25. S katerim izmed naštetih simbolov moramo nadomestiti ♣, da bo račun $1 + 1♣1 - 2 = 100$ pravilen?

(**A**) $+$ (**B**) $-$ (**C**) $\cdot$ (**D**) 0 (**E**) 1

26. V živalskem vrtu 6 kengurujev poje 6 vreč trave v 6 min. Koliko kengurujev bi pojedlo 100 vreč trave v 100 min?

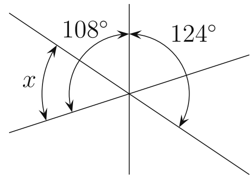
(**A**) 6 (**B**) 10 (**C**) 60 (**D**) 100 (**E**) 600

27. V preglednico velikosti 2×2 bi radi napisali števila 2, 3 in 4 ter še eno število (glej sliko). Želeli bi, da bi bila vsota števil v 1. vrstici enaka 9, vsota števil v 2. vrstici pa 6. Katero število bi morali napisati v preglednico poleg števil 2, 3 in 4?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

28. Tri premice se sekajo v isti točki (glej sliko). Koliko stopinj meri kot x?

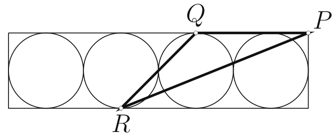


(**A**) 52 (**B**) 53 (**C**) 54 (**D**) 55 (**E**) 56

29. Kocka velikosti $11 \times 11 \times 11$ je sestavljena iz 11^3 enotskih kock. Največ koliko enotskih kock lahko vidimo iz iste točke?

(**A**) 328 (**B**) 329 (**C**) 330 (**D**) 331 (**E**) 332

30. V pravokotnik so včrtane 4 krožnice s polmerom 6 cm, točka P je oglišče pravokotnika, točki Q in R pa dotikališči krožnic in pravokotnika (glej sliko). Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina trikotnika PQR?



(**A**) 27 (**B**) 45 (**C**) 54
(**D**) 108 (**E**) 180

31. Maja in Miha sta se odpravila na vrh gore. Na začetku poti je bila tabla, na kateri je pisalo, da je do vrha 2 h in 55 min enakomerne hoje. Hoditi sta začela točno ob 12.00. Ob 13.00 sta prišla do klopce in se odločila, da bosta malicala. Ob klopci je bila tabla, na kateri je pisalo, da je do vrha gore še 1 h in 15 min. Potem ko sta v $\frac{1}{4}$ h pojedla malico, sta nadaljevala vzpon z isto hitrostjo kot na začetku in se do vrha nista več ustavljala. Koliko je bila ura, ko sta Maja in Miha prispela na vrh gore?

(**A**) 14.00 (**B**) 14.30 (**C**) 14.55 (**D**) 15.10 (**E**) 15.20

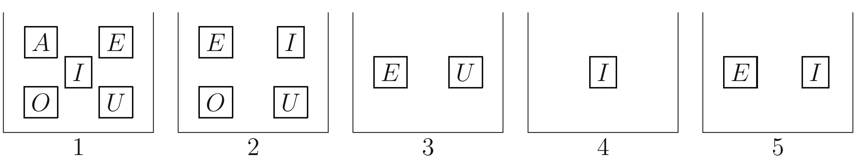
32. Koliko izmed zapisanih računov

$$2-(-4), \qquad (-3)(-3), \qquad 2-8, \qquad 0-(-6), \qquad (-12):(-2)$$

ima rezultat različen od 6?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 4 (**E**) 5

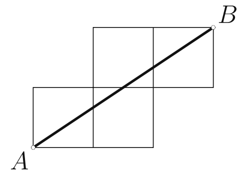
33. V vsaki izmed 5 škatel je bilo nekaj kart, označenih s črkami A, E, I, O in U (glej sliko).



Potem ko je Petra vzela iz škatel toliko kart, da je v vsaki škatli ostala samo še 1 karta, so bile v različnih škatlah karte z različnimi črkami. Katera črka je bila na karti, ki je ostala v 2. škatli?

(**A**) A (**B**) E (**C**) I (**D**) O (**E**) U

34. Stranice 4 kvadratov so dolge 1 cm (glej sliko). Koliko centimetrov je dolga daljica AB?

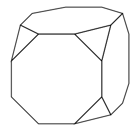


(**A**) $\sqrt{5}$ (**B**) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (**C**) $\sqrt{13}$
(**D**) 4 (**E**) 5

35. Najmanj koliko črk je potrebno odstraniti iz besede **KVADRAT**, da si bodo preostale črke sledile v naraščajočem abecednem redu?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

36. Nik je leseni kocki odžagal vsa oglišča (glej sliko). Koliko robov ima nastalo telo?



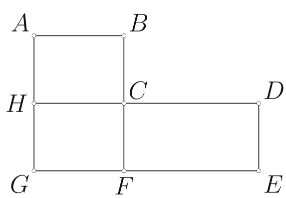
(**A**) 26 (**B**) 30 (**C**) 36
(**D**) 40 (**E**) 48

37. Stari televizijski sprejemniki imajo vodoravno in navpično stranico v razmerju 4 : 3, novi televizijski sprejemniki pa v razmerju 16 : 9. Lovro bi si rad ogledal film, ki je bil posnet tako, da zapolni celoten zaslon novega televizijskega sprejemnika, na starem pa del zaslona ni izkoriščen (glej sliko).

Kolikšen del zaslona starega televizijskega sprejemnika ni izkoriščen?

(**A**) $\frac{1}{6}$ (**B**) $\frac{1}{5}$ (**C**) $\frac{1}{4}$ (**D**) $\frac{1}{3}$
(**E**) Odvisno od velikosti zaslona.

38. Na načrtu mestnega prometa so označene ulice in postajališča (glej sliko). Avtobus številka 1 vozi po progi C–D–E–F–G–H–C, ki je dolga 17 km, avtobus številka 2 vozi po progi A–B–C–F–G–H–A, ki je dolga 12 km, avtobus številka 3 vozi po progi A–B–C–D–E–F–G–H–A, ki je dolga 20 km, avtobus številka 4 pa vozi po progi C–F–G–H–C. Koliko kilometrov je dolga proga avtobusa številka 4?



(**A**) 5 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15

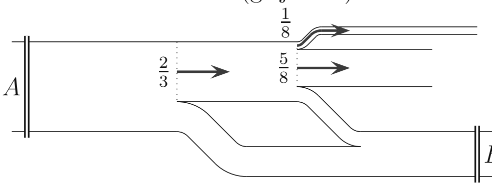
39. Naj bo $y \neq 0$ in $x+y=0$. Koliko je vrednost izraza $\dfrac{x^{2008}}{y^{2008}}$?

(**A**) -1 (**B**) 0 (**C**) 1 (**D**) 2^{2008} (**E**) $\frac{x}{y}$

40. Koliko je takih praštevil p, da je tudi p^4+1 praštevilo?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3
(**E**) Neskončno mnogo.

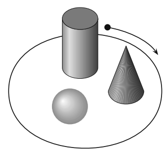
41. Reka, ki teče pod mostom A, se čez nekaj časa razdeli v 2 rokava. Po 1. rokavu teče $\frac{2}{3}$ vode, po 2. rokavu preostala voda. Nekoliko niže se večji rokav razdeli na 3 rokave, po 1. rokavu teče $\frac{1}{8}$, po 2. rokavu $\frac{5}{8}$ in po 3. rokavu preostala voda večjega rokava. 3. rokav se še nekoliko niže ponovno združi z enim od rokavov reke (glej sliko).

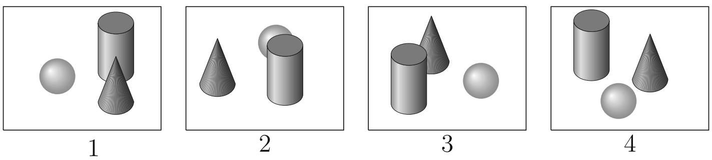


Kolikšen del vode, ki teče pod mostom A, teče pod mostom B?

(**A**) $\frac{2}{9}$ (**B**) $\frac{1}{4}$ (**C**) $\frac{5}{4}$ (**D**) $\frac{1}{3}$ (**E**) $\frac{1}{2}$

42. Nuša je na mizo postavila 3 telesa: valj, stožec in kroglo. Nato je šla v smeri urnega kazalca okrog mize od točke, označene s piko (glej sliko). Ko je hodila okrog mize, je naredila 4 fotografije.





Po kakšnem vrstnem redu so nastale fotografije?

(**A**) 2, 4, 3, 1 (**B**) 4, 2, 1, 3 (**C**) 2, 1, 4, 3 (**D**) 2, 1, 3, 4 (**E**) 3, 2, 1, 4

43. Matej je na 7 listkov napisal števila -5, 0, 1, 3, 4, 5 in 9. Nato je 6 listkov razporedil v 3 pare, tako da so bile vsote števil pri vseh parih enake. Katero število je bilo na preostalem listku?

(**A**) -5 (**B**) 0 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

44. Števec in imenovalec nekega ulomka sta negativni števili, števec je za 1 večji od imenovalca. Katera izjava o tem ulomku je pravilna?

(**A**) Ta ulomek je število, ki je manjše od -1.

(**B**) Ta ulomek je število, ki je večje od -1 in manjše od 0.

(**C**) Ta ulomek je število, ki je večje od 0 in manjše od 1.

(**D**) Ta ulomek je število, ki je večje od 1.

(**E**) Nemogoče je določiti, ali je ta ulomek pozitivno ali negativno število.

45. Število $3^{32} - 1$ ima natanko 2 delitelja, ki sta večja od 75 in manjša od 85. Koliko je zmnožek teh 2 deliteljev?

(**A**) 5852 (**B**) 6560 (**C**) 6804 (**D**) 6888 (**E**) 6972

Matematični kenguru

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

2002–2004

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 160 novih nalog

208 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

10,99 EUR

MEDNARODNI MATEMATIČNI KENGURU

2005–2008

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 120 novih nalog

296 strani
barvni tisk
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

18,74 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

© 2008 DMFA Slovenije, Komisija za popularizacijo matematike v osnovni šoli

■ 44. državno tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

□ 7. razred

1. Izračunaj:

$$\left(1 : \frac{0.2 - 0.05}{0.8 - 0.65}\right) : \left(\left(2 - 0.2 \cdot \frac{10}{3}\right) : \frac{4}{3} - \left(1 + \frac{1}{2008}\right) : \frac{2009}{2007}\right)$$

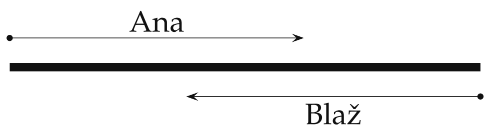
2. Naravno število x ima natanko 16 deliteljev. Deljivo je z 8 in z enim od števil 3 ali 5. Največji skupni delitelj števila x in števila 130 je 26. Poišči število x.

3. Razred je izbiral najbolj priljubljeno knjigo. Štiriintrideset učencev je glasovalo za tri knjige, vsak učenec je oddal po en glas. Anže, ki ga takrat ni bilo v šoli, je hotel ugotoviti, koliko glasov je dobila vsaka knjiga. Sošolec Marko mu je povedal:

- knjige so dobile različno število glasov;
- knjiga *Harry Potter*, za katero je glasovalo največ učencev, je dobila manj kot 19 glasov;
- knjiga *Grozni Gašper* je dobila dva glasova več kot knjiga *Pet prijateljev*.

Ker Anže še vedno ni mogel ugotoviti števila glasov, je Marka vprašal, ali je bilo število glasov za knjigo *Pet prijateljev* sodo. Po Markovem odgovoru je lahko natančno določil, koliko glasov je dobila vsaka knjiga. Koliko otrok je glasovalo za posamezno knjigo?

4. Ana in Blaž barvata babičino ograjo. Ana barva stran, ki je obrnjena proti hiši, Blaž pa drugo stran ograje, ki je obrnjena proti cesti. Začneta vsak na svojem koncu. Ana dopoldne prebarva $\frac{3}{7}$ svoje strani ograje, popoldne pa še $\frac{1}{4}$ preostanka svoje strani, Blaž pa v celem dnevu prebarva $\frac{4}{5}$ svoje strani ograje. Na koncu dneva je 15.6 m ograje pobarvanih z obeh strani. Kako dolga je ograja?



5. V trikotniku ABC točka D razpolavlja stranico BC. Kot CAB meri $45°$, kot ABC pa $30°$. Koliko meri kot ADC? Odgovor utemelji!

□ 8. razred

1. Izračunaj vrednost izraza:

$$\sqrt{-\frac{-(-\frac{1}{2})^4 + (-1.5)^2 \cdot (1\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{(\frac{9}{16})^3}}{\left|-2 + |-2-5| - 11\right| \cdot (-\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{2})} \cdot \frac{1}{65}}$$

2. V dveh majhnih zabojih so jabolka vrst Jonagold in Zlati delišes. V prvem zaboju, kjer je 12 kg jabolk, je 25 % jabolk vrste Jonagold. V drugem zaboju, kjer je 28 kg jabolk, pa je 80 % jabolk vrste Zlati delišes. Vsa jabolka iz majhnih zabojev stresemo v velik zaboj. Koliko odstotkov jabolk vrste Jonagold je v velikem zaboju?

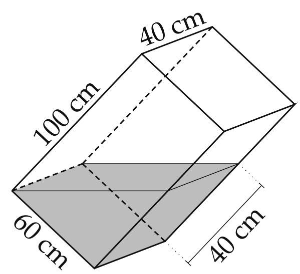
3. Alja, Jana, Sonja in Tina se tehtajo. Najprej stopijo na tehtnico Alja, Jana in Sonja, tehtnica pokaže 156 kg. Alja, Jana in Tina skupaj tehtajo 164 kg, Alja, Sonja in Tina pa natanko 160 kg. Na koncu se stehtajo še Jana, Sonja in Tina in imajo skupaj 168 kg. Koliko tehta vsaka od njih posebej?

4. Višini paralelograma merita $v_a = 4$ cm in $v_b = 6$ cm, obseg pa 60 cm. Izračunaj ploščino paralelograma.

5. Za koliko trojic različnih celih števil $x < y < z$ velja: $x \cdot y \cdot z = 24$?

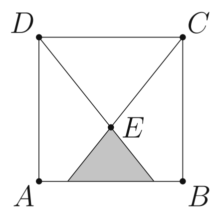
□ 9. razred

1. V steklenem zaprtem kvadru je voda (glej sliko). Za koliko bi se razlikovali višini vode, če bi enkrat kvader postavili na ploskev $40\ \mathrm{cm} \times 60$ cm, drugič pa na ploskev $60\ \mathrm{cm} \times 100$ cm?



2. Študent med počitnicami služi denar z obiranjem jabolk. Njegov dnevni zaslužek je linearno odvisen od količine nabranih jabolk. Prvi dan nabere 30 kilogramov jabolk in prejme zato 8 evrov. Drugi dan za obranih 60 kilogramov zasluži 11 evrov. Zapiši linearno funkcijo, ki bo količini obranih jabolk v kilogramih priredila plačilo za delo v evrih. Koliko kilogramov jabolk bi moral obrati, da bi v enem dnevu zaslužil 20 evrov?

3. V kvadrat $ABCD$ s stranico 16 cm vrišemo enakokraki trikotnik CDE z osnovnico CD in s krakom dolžine $2\sqrt{41}$ cm, kot kaže slika. Kraka trikotnika CDE podaljšamo do nasprotne stranice kvadrata. Izračunaj ploščino osenčenega trikotnika.

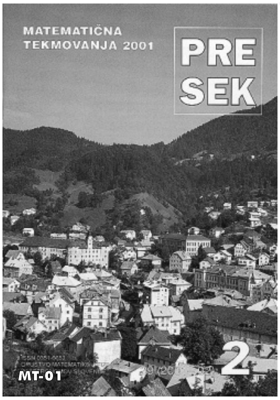


4. Določi števki a in b tako, da bo najmanjši skupni večkratnik trimestnega števila $3ab$ in števila 84 enak 1260.

5. Naj bo $x = 2008 \cdot \underbrace{111\ldots1}_{2008\ \text{števk}}$. Izračunaj vsoto vseh števk števila x.

Tekmovanja v reviji Presek

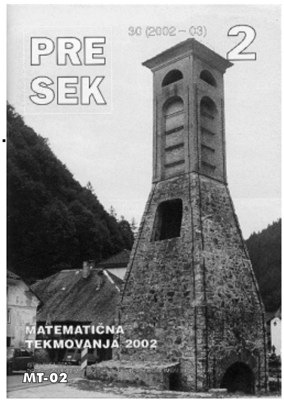
Za lažjo pripravo na matematična tekmovanja so pred leti izšle rešene tekmovalne naloge tudi v tematskih številkah revije Presek.



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2001

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

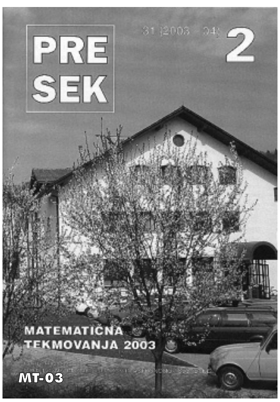
6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2002

64 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR



MATEMATIČNA TEKMOVANJA 2003

72 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

6,26 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.

■ 8. področno tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

□ 1. letnik

A1. Enačba $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 6$:

(**A**) ima rešitev $x = 1$ (**B**) nima rešitve (**C**) ima rešitev $x = 2$
(**D**) ima neskončno rešitev (**E**) ima rešitev $x = 0$

A2. Naj bo $a = -2$ in $b = -1$. Vrednost izraza $(a - (-b) - a^2 - b)^{-1}$:

(**A**) je enaka -6 (**B**) ni definirana (**C**) je enaka $-\frac{1}{6}$
(**D**) je enaka $\frac{1}{6}$ (**E**) je enaka 6

A3. Natančna vrednost izraza $|6 - 2\pi|$ je:

(**A**) $\frac{2}{7}$ (**B**) $0{,}28$ (**C**) $6 - 2\pi$
(**D**) $6 + 2\pi$ (**E**) $2\pi - 6$

A4. Dana sta izraza $A = x^2 + 7x + 12$ in $B = x^2 + 4x$. Katera trditev je pravilna?

(**A**) $D(A, B) = 1$ (**B**) $v(A, B) = (x+3)(x+4)$ (**C**) $B + 4 = (x-2)^2$
(**D**) $A - 20 = (x-8)(x+1)$ (**E**) $A - B$ je deljiv s konstantnim polinomom $q = 3$

A5. Za katera cela števila ima izraz $-3(a-3) - (-4a)$ vrednost vsaj 5?

(**A**) $a < 5$ (**B**) $a \geq -4$ (**C**) $a < -5$
(**D**) $a < -4$ (**E**) nič od navedenega

A6. Koliko je $2(1 - \frac{1}{2}) + 3(1 - \frac{1}{3}) + \cdots + 10(1 - \frac{1}{10})$?

(**A**) 45 (**B**) 49 (**C**) 50 (**D**) 54 (**E**) 55

B1. Poenostavi izraz $(1 - (\frac{x+4}{6})^{-1}) : (1 - \frac{2x-10}{x^2+x-12})$.

B2. Natančno izračunaj $(\sqrt{33} + 2\sqrt{3})(\sqrt{33} - 2\sqrt{3}) - 5 \cdot \frac{(4-\sqrt{5})^2}{\sqrt{25}} + \sqrt{320}$. Dobljeni rezultat delno koreni.

B3. Cena izdelka se je trikrat zapored povečala za 5%. Koliko odstotna je skupna podražitev? Rezultat naj bo zaokrožen na dve decimalni mesti. Za koliko odstotkov, zaokroženo na eno decimalno mesto, moramo znižati končno ceno izdelka, da dobimo prvotno ceno?

B4. V tabeli je prikazano število uvrstitev tekmovalcev na prva tri mesta na tekmovanju v sezoni $2006/07$. Tekmovalci so na posamezni tekmi za osvojeno prvo, drugo oziroma tretje mesto dobili različno število točk. Skupno število doseženih točk posameznega tekmovalca v tej sezoni vidimo v zadnjem stolpcu tabele.

Tekmovalec	Število uvrstitev na:			Skupno število doseženih točk
	1. mesto	2. mesto	3. mesto	
Aljaž	2	1	5	28
Branko	4	1	2	36
Cene	0	6	2	28
Darko	1	3	2	?

Izračunajte število točk, ki jih tekmovalec dobi za osvojena prva tri mesta, in število točk, ki jih je dosegel Darko.

© 2008 DMFA Slovenije, Komisija za tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

□ 2. letnik

A1. Kje v koordinatnem sistemu leži točka $T(1-\sqrt{3}, \pi-2)$?

(**A**) v koordinatnem izhodišču (**B**) v prvem kvadrantu
(**C**) v drugem kvadrantu (**D**) v tretjem kvadrantu
(**E**) v četrtem kvadrantu

A2. Linearna funkcija $f(x)=-(3k-1)x+4$ je padajoča, če je:

(**A**) $k<\frac{1}{3}$ (**B**) $k=\frac{1}{3}$ (**C**) $k>\frac{1}{3}$
(**D**) $k>3$ (**E**) nič od navedenega

A3. Soba ima na načrtu širino 18 mm. Kolikšna je dejanska širina sobe, če je načrt sobe narisan v merilu $1:200$?

(**A**) $3{,}6$ cm (**B**) $1{,}8$ m (**C**) 9 dm (**D**) $3{,}6$ m (**E**) 360 mm

A4. Katera od izjav je napačna?

(**A**) V vsakem trikotniku je težiščnica pravokotna na eno izmed stranic.
(**B**) Romb je enakostranični paralelogram.
(**C**) Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360 stopinj.
(**D**) Trikotnik ima tri notranje kote.
(**E**) Težiščnice vsakega trikotnika se sekajo v eni točki.

A5. Vsota števil $\frac{2}{\sqrt{5}}$ in $\frac{1}{\sqrt{7}}$ je enaka:

(**A**) $\frac{19\sqrt{5}}{35}$ (**B**) $\frac{3}{\sqrt{12}}$ (**C**) $\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}{35}$
(**D**) $\frac{14\sqrt{5}+5\sqrt{7}}{35}$ (**E**) $\frac{2\sqrt{35}+\sqrt{5}}{35}$

A6. Dan je izraz $\frac{(\sqrt{x})^3}{x^{\frac{1}{2}}}-(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{1}{3}}})^3$. Za $x>0$ je vrednost izraza:

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) -1
(**D**) 2 (**E**) nič od navedenega

B1. Dana je premica z enačbo $-2x-5y=10$. Izračunaj koordinate točke, v kateri dana premica seka simetralo lihih kvadrantov. Obe premici nariši v isti kordinatni sistem.

B2. Dana je funkcija $f(x)=(3a-1)x+2b-1$. Določi parametra a in b tako, da bo ničla funkcije -1 in začetna vrednost 5. Kolikšna je ploščina trikotnika, ki ga graf te funkcije oklepa s koordinatnima osema?

B3. Velikost enega izmed notranjih kotov konveksnega šestkotnika je $120°$. Velikosti ostalih pet kotov so v razmerju $3:4:5:6:7$. Izračunaj velikosti vseh notranjih kotov in zapiši število diagonal tega šestkotnika.

B4. Reši enačbo $2\cdot\sqrt{x+2}-2=-\sqrt{3x-2}$.

□ 3. letnik

A1. Vse rešitve neenačbe $x>\frac{x^2}{2}$ ležijo na intervalu:

(**A**) $(0,1)$ (**B**) $[0,1]$ (**C**) $(0,2)$ (**D**) $(\frac{1}{2},2)$ (**E**) $[\frac{1}{2},1]$

A2. Dana je funkcija $f(x) = x(6-x)$. Funkcija ima:

(**A**) najmanjšo vrednost pri $x = 6$ (**B**) največjo vrednost pri $x = 2$
(**C**) vodilni koeficient 1 (**D**) ničlo $x = -6$
(**E**) zalogo vrednosti $Z_f = (-\infty, 9]$

A3. Kolikšen kot oklepata kraka krožnega izseka, ki pokriva 35% celotne ploščine kroga?

(**A**) $35°$ (**B**) $63°$ (**C**) $35\pi°$
(**D**) $126°$ (**E**) nič od navedenega

A4. Naj bo O število oglišč m-strane piramide, R število robov te piramide in P število njenih mejnih ploskev. Vrednost izraza $O + P - R$ je:

(**A**) m (**B**) 2 (**C**) $m-1$ (**D**) $2m$ (**E**) 5

A5. Rešitvi enačbe $2^{x^2-3x-1} = 0{,}125$ sta:

(**A**) $x_1 = 1, x_2 = 2$ (**B**) $x_1 = x_2 = 1$ (**C**) $x_1 = x_2 = 2$
(**D**) $x_1 = -1, x_2 = 2$ (**E**) $x_1 = -1, x_2 = -2$

A6. Rešitev enačbe $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 0$ je:

(**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) $\log_8 x$ (**E**) ni rešitve

B1. Če bi se grafično računalo podražilo za toliko odstotkov, kolikor znaša njegova sedanja cena v evrih, bi morali za 12 računal plačati 1287 evrov. Kolikšna je sedanja cena enega računala?

B2. Kovinsko kocko s prostornino $288\ \text{cm}^3$ pretalimo v kvader, katerega dolžine stranic so v razmerju $6:3:2$. Koliko so dolge stranice kvadra in kolikšna je površina kvadra?

B3. Dana je funkcija $f(x) = (\frac{1}{3})^{1-x} - 1$.

(a) Koliko ničel ima funkcija?

(b) Kje graf seka ordinatno os?

(c) Nariši graf funkcije.

B4. Kvadratna funkcija ima teme v presečišču premic z enačbama $x - 2y = 0$ in $x + y + 3 = 0$, njen graf pa poteka skozi točko $A(0, -3)$. Zapiši to funkcijo.

□ 4. letnik

A1. Primerjaj ostra kota α in β po velikosti, če je $\tan\alpha = 1$ in $\cot\beta = 1{,}1$.

(**A**) Kota sta skladna. (**B**) Kot α je večji.
(**C**) Kot β je za $1°$ manjši od α. (**D**) Kot β je večji.
(**E**) Brez računala ne moremo ugotoviti, kateri je večji.

A2. V katerem primeru zaloga vrednosti ne ustreza dani funkciji?

(**A**) $Z_f = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ za $f(x) = \cos x$; če je $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$
(**B**) $Z_f = \mathbb{R}^-$ za $f(x) = -2x - 4$, če je $x > -2$
(**C**) $Z_f = \mathbb{R}$, za $f(x) = x^2 + 3$, če je $D_f = \mathbb{R}$
(**D**) $Z_f = (0, \infty)$ za $f(x) = 2^x$, če je $x \in \mathbb{R}$
(**E**) $Z_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ za $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, če je $0 < x \leq 1$

A3. Zapis $f(x) = \sqrt{2} \cdot 2 - 2^{-x}$ predstavlja:

(**A**) linearno funkcijo (**B**) polinom (**C**) racionalno funkcijo

(**D**) logaritemsko funkcijo (**E**) nič od navedenega

A4. Premica, dana z enačbo $\frac{x}{2} - 2y = -1$, seka graf polinoma $p(x) = x^3 - 4x^2 + a_0$ pri $x = 2$. Prosti člen polinoma ima vrednost:

(**A**) 12 (**B**) 6 (**C**) 1 (**D**) 0 (**E**) 9

A5. Splošni člen zaporedja $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{17}; \ldots$ je lahko:

(**A**) $a_n = \frac{1}{2^{2n-2}+1}$ (**B**) $a_n = \frac{1}{2^{2n}+1}$ (**C**) $a_n = \frac{1}{2^{2n-1}-1}$

(**D**) $a_n = \frac{1}{4^{n-2}+1}$ (**E**) $a_n = \frac{1}{4^{n-1}+1}$

A6. Kolikšna je vsota vseh pozitivnih sodih števil, ki so manjša od 10^5?

(**A**) $\frac{10^5}{2}$ (**B**) $2 \cdot 10^5$ (**C**) 5000 (**D**) 5001000 (**E**) 2499950000

B1. Poenostavi izraz $\frac{\sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha} - 2 \tan \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.

B2. Izračunaj vrednost parametra a tako, da bo polinom $p(x) = x^4 + ax^3 + 6x^2 + bx - 2$ deljiv s polinomom $q(x) = (x+2)(x-1)$.

B3. Bolniku so vbrizgali zdravilo in nato merili koncentracijo zdravila v bolnikovi krvi. Po t urah od vbrizganja je bila koncentracija zdravila (v miligramih na liter) enaka $c(t) = \frac{4t}{t^2+3}$.

(a) Nariši graf funkcije $c(t)$.

(b) Čez koliko časa pade koncentracija pod $0{,}2$ miligrama na liter?

B4. Leta 1991 je znašal dobiček podjetja 1000000 evrov. Vsako naslednje leto je dobiček naraščal tako, da je presegel dobiček predhodnega leta za določen konstantni znesek evrov. Skupni dobiček podjetja od začetka 1991 do konca leta 2000 je znašal 19900000 evrov. Koliko evrov je znašal dobiček v letu 1995?

■ 8. državno tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

□ 1. letnik

1. Janez je porabil $\frac{3}{5}$ denarja, ki ga je imel, nato še $\frac{5}{9}$ ostanka ter še $\frac{3}{8}$ novega ostanka. Ostalo mu je 80 evrov. Koliko denarja je imel na začetku?

2. Poenostavi izraz $x^{(x+1)^2} \cdot \left(x^{x-1}\right)^{x+1} : \frac{x^{x^2}}{x^{-2x}}$ in nato izračunaj vrednost izraza za $x = \sqrt{2}$.

3. Sedem delavcev naredi zaključni omet na hiši pri 8 urnem delavniku v 15 delovnih dneh. Koliko delavcev potrebujemo, če bi morala hiša imeti zaključni omet končan v sedmih delovnih dneh in ob tem delavnik podaljšan na 12 ur?

4. Od poljubno izbranega trimestnega števila odštejemo število, ki ima števke v obratnem vrstnem redu. Pokaži, da je razlika vedno deljiva z 11.

5. Za katero vrednost realnega števila a je $1+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{a}}}=0$?

□ 2. letnik

1. Dana je družina linearnih funkcij: $f(x)=mx+rx-2m+r+1$. Poišči vrednosti parametrov m in r tako, da bo graf izbrane linearne funkcije vzporeden premici $y=-x$ in bo potekal skozi točko $T(0,3)$.

2. Ploščina trikotnika ABC z oglišči $A(-1,-6)$, $B(1,0)$, $C(3,-3)$ je 9. Izračunaj dolžino težiščnice na stranico b in razdaljo med nožiščem višine na stranico b in razpoloviščem stranice b.

3. Razpolovišče stranice CD kvadrata $ABCD$ je označeno z E. Na daljico AE narišemo pravokotnico skozi oglišče B. Ta pravokotnica seka daljico AE v točki F. Dokaži, da so dolžine stranic trikotnika BEF v razmerju $3:4:5$. Narišite skico.

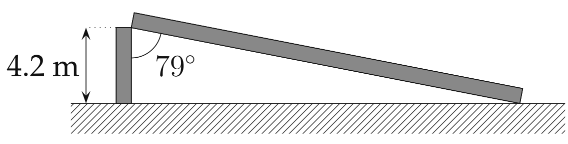
4. Marko je postavil kola navpično na vodoravna tla tako, da je eden segal 1 m v višino, drugi pa 2 m v višino. Od vrha vsakega kola do točke, kjer je bil drugi kol zabit v vodoravna tla, je napel vrv. Na kateri višini od tal sta se vrvi križali?

5. Izrazi $(A-B)^{-1}$ z x, če je $A=\dfrac{3x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-2x^{-\frac{1}{3}}}$ in $B=\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{1}{3}}}$.
Izraz poenostavi.

□ 3. letnik

1. Dolžini osnovnic enakokrakega trapeza sta v razmerju $7:3$, krak pa je za 2 cm daljši od višine. Izračunaj ploščino trapeza, če je daljša osnovnica dolga 21 cm. Nariši skico.

2. Drog se je prelomil na višini 4.2 m od tal pod kotom 79° (glej sliko).



Kolikšna je bila višina droga preden se je prelomil? Koliko dm^3 lesa vsebuje spodnji del droga do preloma, če je premer droga enak 60 cm?

3. Rešitvi enačbe $\dfrac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ sta dolžini katet pravokotnega trikotnika. Izračunaj polmer kroga, ki je temu trikotniku očrtan.

4. Dana je funkcija $f(x) = a + bc^x$. Določi realna števila a, b, c, če je $f(0) = 5$, $f(1) = 14$ in $f(2) = 50$.

5. S tanko palico neznane dolžine želimo ugotoviti prav tako neznani širino in višino vrat. Če položimo palico vodoravno ob vratih, je ta za 2 laketa daljša od širine vrat. Če palico postavimo navpično, je za 1 laket daljša od višine vrat. Palica se natanko prilega odprtini vrat, če jo postavimo diagonalno med vrata. Izračunaj širino in višino vrat ter dolžino palice.

□ 4. letnik

1. V nekem podjetju je zaposlenih 150 ljudi. Direktor prejema mesečno plačo 12000 evrov, trije ožji sodelavci 5000 evrov, 12 najslabše plačanih delavcev dobi 500 evrov, preostali delavci zaslužijo bodisi 1500 bodisi polovico tega zneska. Koliko zaposlenih zasluži mesečno 1500 evrov in koliko polovico manj, če je povprečna mesečna plača 1010 evrov?

2. V produktu potenc $5^{-2} \cdot 5^{-4} \cdot 5^{-8} \cdot \ldots \cdot 5^{-x}$, kjer eksponenti tvorijo geometrijsko zaporedje, določi x tako, da bo $5^{-2} \cdot 5^{-4} \cdot 5^{-8} \cdot \ldots \cdot 5^{-x} = 5^{-16382}$.

3. Med funkcijami $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+8}{(x+c)^2}$ izberi tisto, ki ima definicijsko območje
$D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$, ničlo 2 in asimptoto $y = 0$.

4. Izračunaj $\sin 2x$, če je $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$.

5. Vsota prvih petih členov aritmetičnega zaporedja je enaka 50, razlika med petim in drugim členom pa je 9. Izračunaj, kateri člen je sedemkrat tolikšen kot prvi.

■ Rešitve nalog mednarodnega matematičnega kenguruja 2008

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	C	A	B	C	E	C	E	C	B	C	C	E	B	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	C	B	E	A	D	A	B	D	A	C	A	D	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
A	C	D	C	C	C	C	C	C	B	E	C	E	C	B

■ Rešitve nalog z 44. državnega tekmovanja iz matematike za Vegovo priznanje

□ 7. razred

1. Računajmo

$$\Big(\overbrace{1:\frac{0.2-0.05}{0.8-0.65}}^{=1\cdot\frac{0.15}{0.15}=1}\Big):\Big(\Big(\overbrace{2-0.2\cdot\frac{10}{3}}^{=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}}\Big):\frac{4}{3}-\Big(\overbrace{1+\frac{1}{2008}}^{=\frac{2009}{2008}}\Big):\frac{2009}{2007}\Big)=$$

$$=\ 1:\left(\frac{4}{3}:\frac{4}{3}-\frac{2009}{2008}:\frac{2009}{2007}\right)=1:\left(1-\frac{2007}{2008}\right)=1:\frac{1}{2008}=2008.$$

2. Ker je $130 = 2\cdot 5\cdot 13$, največji skupni delitelj števila x in 130 pa je $26 = 2\cdot 13$, mora biti število x deljivo z 2 in s 13, ne pa tudi s 5. Po predpostavki je število x deljivo z 8 in z enim izmed števil 3 ali 5, torej je število x deljivo z $2^3\cdot 3\cdot 13$. Ker ima število $312 = 2^3\cdot 3\cdot 13$ natanko 16 deliteljev ($1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 13, 24, 26, 39, 52, 78, 104, 156, 312$), je to iskano število. (Vsak njegov večkratnik bi namreč imel več deliteljev.)

   Iskano število je torej 312.

3. Zmagovalna knjiga je dobila vsaj 13 glasov, saj bi v nasprotnem primeru vse knjige skupaj dobile največ $12 + 11 + 10 = 33$ glasov. Števili glasov za knjigi *Grozni Gašper* in *Pet prijateljev* se razlikujeta za 2, zato je njuno skupno število sodo.

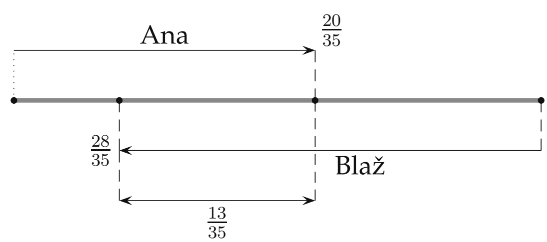
   Ker je glasovalo 34 učencev in je knjiga *Harry Potter* prejela vsaj 13 in največ 18 glasov, jih je prejela 14, 16 ali 18. Možne razporeditve glasov so torej: 14, 11, 9; 16, 10, 8 ali 18, 9, 7.

   Razporeditve glasov so take, da je pri dveh izmed njih število glasov za tretjeuvrščeno knjigo sodo, pri eni pa liho.

   Da bi Anže iz Markovega odgovora sklepal, katera rešitev je prava, mu je moral Marko odgovoriti, da ima tretjeuvrščena knjiga sodo število glasov.

   Torej je knjiga *Harry Potter* dobila 16 glasov, *Grozni Gašper* 10 in *Pet prijateljev* 8 glasov.

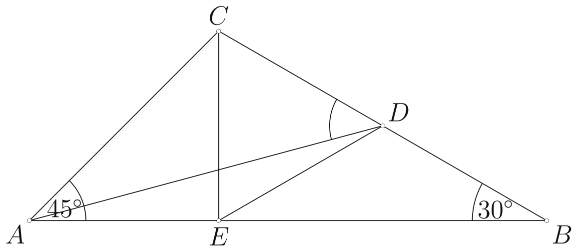
4. Narišimo skico:



   Ko Ana prebarva $\frac{3}{7}$ poti in še četrtino preostanka, prebarva $\frac{3}{7}+\frac{1}{4}\cdot(1-\frac{3}{7})=\frac{4}{7}=\frac{20}{35}$ ograje. Blaž prebarva $\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$ ograje. Del ograje, ki je prebarvan z obeh strani hkrati, meri $\frac{20}{35}+\frac{28}{35}-1=\frac{13}{35}$ cele ograje. Cela ograja je dolga $15.6\cdot\frac{35}{13}=42$ metrov.

© 2008 DMFA Slovenije, Komisija za popularizacijo matematike v osnovni šoli

5. Narišimo skico:



Naj bo E nožišče višine na AB v trikotniku ABC. Trikotnik AEC je pravokoten in enakokrak, saj je $\sphericalangle ACE = 90° - \sphericalangle EAC = 45°$. Torej je $|AE| = |EC|$.

Trikotnik CEB je pravokoten in ker D razpolavlja njegovo hipotenuzo BC, velja: $|DC| = |DB| = |DE|$. Ker pa je trikotnik EBC polovica enakostraničnega trikotnika (uporabimo: $\sphericalangle CBE = 30°$), je $|EC| = \frac{1}{2}|BC| = |DE|$.

Sledi $|EC| = |DE| = |DC|$, trikotnik CED je enakostraničen in $\sphericalangle EDC = 60°$.

Ker je $|AE| = |EC| = |ED|$, je trikotnik AED enakokrak in njegov notranji kot pri vrhu E meri $\sphericalangle AEC + \sphericalangle CED = 90° + 60° = 150°$. Kot $\sphericalangle ADE$ pri osnovnici AD je potem $\frac{1}{2}(180° - \sphericalangle AED) = 15°$ in $\sphericalangle ADC = \sphericalangle EDC - \sphericalangle ADE = 60° - 15° = 45°$.

□ 8. razred

1. Izračunajmo posamezne dele izraza:

$$-(-\frac{1}{2})^4 = -\frac{1}{16},$$
$$(-1.5)^2 \cdot (1\frac{1}{2})^{-1} = \frac{3}{2},$$
$$\sqrt{(\frac{9}{16})^3} = \frac{27}{64},$$
$$\Big|-2 + |-2-5| - 11\Big| = 6,$$
$$-\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{2} = -\frac{2}{3}.$$

Vrednost števca je $-\frac{1}{16} + \frac{3}{2} - \frac{27}{64} = \frac{65}{64}$, vrednost imenovalca pa $6 \cdot (-\frac{2}{3}) = -4$.

Vrednost izraza pod korenom je $-\frac{\frac{65}{64}}{-4} \cdot \frac{1}{65} = \frac{1}{256}$. Vrednost izraza je $\sqrt{\frac{1}{256}} = \frac{1}{16}$.

$$\sqrt{-\frac{-(-\frac{1}{2})^4 + (-1.5)^2 \cdot (1\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{(\frac{9}{16})^3}}{\Big|-2 + |-2-5| - 11\Big| \cdot (-\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{2})} \cdot \frac{1}{65}}$$

2. V prvem zaboju je 25 % od 12 kg $= 3$ kg jabolk vrste Jonagold. Ker je v drugem zaboju 80 % jabolk vrste Zlati delišes, je 20 % jabolk vrste Jonagold. V drugem zaboju je 20 % od 28 kg $= 5.6$ kg jabolk vrste Jonagold. Če stresemo jabolka skupaj, dobimo

8.6 kg jabolk vrste Jonagold, vseh skupaj pa je 40 kg. Sledi $\frac{8.6}{40} = 0.215$. V mešanici je 21.5 % jabolk Jonagold.

3. Vsako od deklet se je stehtalo trikrat. Če seštejemo vse rezultate, dobimo trikratno skupno težo, torej 648 kg, njihova skupna teža je $\frac{648}{3} = 216$ kg. Težo vsakega dekleta posebej dobimo, če od skupne odštejemo težo ostalih treh. Rešitev: Alja ima 48 kg, Jana 56 kg, Sonja 52 kg in Tina 60 kg.

4. Iz formule za izračun obsega paralelograma dobimo vsoto obeh stranic $a + b = 30$. Iz formul za ploščino pa zvezo: $a \cdot v_a = b \cdot v_b$ ali $4a = 6b$. $4a = 6(30 - a)$, iz česar sledi $a = 18$ cm in $b = 12$ cm. Ploščina tako meri $a \cdot v_a = 72$ cm^2.

5. Če zapišemo 24 kot produkt prafaktorjev, dobimo $2^3 \cdot 3$. Ugotovimo, da lahko 24 na štiri različne načine zapišemo kot produkt treh različnih naravnih števil: $1 \cdot 2 \cdot 12$, $1 \cdot 3 \cdot 8$, $1 \cdot 4 \cdot 6$, $2 \cdot 3 \cdot 4$. Ker opazujemo produkte celih števil, dobimo enako vrednost, če spremenimo predznak dvema izmed faktorjev. Ker so faktorji različni, za vsako rešitev v naravnih številih dobimo zraven še tri v množici celih števil in takih trojic je skupaj 16.

Število 24 lahko zapišemo tudi kot produkt treh (pozitivnih) faktorjev, od katerih sta dva enaka: $1 \cdot 1 \cdot 24$ ali $2 \cdot 2 \cdot 6$. Za vsakega od teh produktov pa dobimo še dve rešitvi v celih številih, in sicer: $(-1) \cdot 1 \cdot (-24)$ in $(-2) \cdot 2 \cdot (-6)$. Vseh rešitev skupaj je 18.

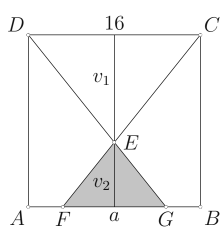
□ 9. razred

1. Voda zaseda polovico prostornine kvadra z robovi 40 cm, 40 cm, 60 cm. Prostornina vode je torej 48000 cm^3. Če postavimo kvader na ploskev 40×60, voda zavzame obliko kvadra z robovi 40 cm, 60 cm, x cm. Ker gre za enaki prostornini, je višina vode $x = 20$ cm. Če postavimo kvader na ploskev 60×100, voda zavzame obliko kvadra z robovi 60 cm, 100 cm, y cm. Višina vode je $y = 8$ cm. Razlika višin je 12 cm.

2. Iskano linearno funkcijo zapišimo kot $f(x) = kx + n$. Če upoštevamo, da je $f(30) = 8$ in $f(60) = 11$, dobimo sistem z rešitvama $k = 0.1$ in $n = 5$, torej $f(x) = 0.1x + 5$.

   Da bi v enem dnevu zaslužil 20 evrov, mora veljati $20 = 0.1x + 5$, kar pomeni, da bi moral študent v enem dnevu obrati 150 kg jabolk.

3. Narišimo skico:



Višina enakokrakega trikotnika CDE meri $v_1 = \sqrt{164 - 64} = 10$ cm, višina enakokrakega trikotnika FGE pa $v_2 = 16 - 10 = 6$ cm. Naj bo a osnovnica trikotnika FGE. Iz podobnosti trikotnikov FGE in CDE dobimo razmerje: $\frac{a}{16} = \frac{6}{10}$, torej je $a = 9.6$ cm in ploščina meri $\frac{a \cdot v_2}{2} = 28.8$ cm^2.

4. Razcepimo števili $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ in $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$. Iskano trimestno število mora biti zagotovo deljivo s 5 in z 9. Zadnja števka b je potemtakem enaka 0 ali 5. Če hočemo, da bo vsota števk deljiva z 9, pa sta ustrezni rešitvi $a = 6$, $b = 0$ in $a = 1$, $b = 5$. Število 360 pa je deljivo z 2^3, torej najmanjši skupni večkratnik 360 in 84 ni 1260. Zato je edina ustrezna rešitev 315.

5. Izračunajmo produkt $2008 \cdot \overbrace{111\ldots1}^{2008 \text{ števk}}$ po pravilu pisnega množenja.

$$
\begin{array}{cccccccccccccccc}
2 & 0 & 0 & 8 & & & & & & & & & & & & \\
 & 2 & 0 & 0 & 8 & & & & & & & & & & & \\
 & & 2 & 0 & 0 & 8 & & & & & & & & & & \\
 & & & 2 & 0 & 0 & 8 & & & & & & & & & \\
 & & & & 2 & 0 & 0 & 8 & & & & & & & & \\
 & & & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\
 & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 8 & & & & \\
 & & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 8 & & & \\
 & & & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 8 & & \\
 & & & & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 8 & \\
 & & & & & & & & & & & & 2 & 0 & 0 & 8 \\
\hline
2 & 2 & 3 & 1 & 1 & & & \ldots & & & 1 & 1 & 0 & 8 & 8 & 8
\end{array}
$$

V tej tabeli je 2008 vrstic, torej ima produkt $2008+3 = 2011$ števk. V zapisu tega števila imamo dve števki 2 in eno števko 3 na začetku, števko 0 in tri števke 8 na koncu, vmes pa $2011 - 7 = 2004$ enic. Vsota števk je $2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2004 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 8 = 2035$.

■ Rešitve nalog z 8. področnega tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

□ 1. letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	C	E	E	B	A

A1. Levo stran enačbe kvadriramo, nato enačbo lahko preuredimo v $9 = 6$, kar pomeni, da enačba nima rešitve.

A2. Namesto a in b vstavimo vrednosti. Dobimo $(-2-1-4+1)^{-1} = -\frac{1}{6}$.

A3. Vrednost izraza $6 - 2\pi$ je negativna, njena absolutna vrednost je enaka $2\pi - 6$.

A4. Ker lahko zapišemo $A = (x+3)(x+4)$ in $B = x(x+4)$, uvidimo, da ne odgovor **A** ne odgovor **B** nista pravilna. Hitro se lahko prepričamo, da ni pravilen niti odgovor **D** niti odgovor **E**. Pravilen je odgovor **C**.

A5. Upoštevamo pomen izraza "vsaj" in zapišemo neenačbo $-3a+9+4a \geq 5$. Rešitev je $a \geq -4$.

A6. Odpravimo vse oklepaje in dobimo vsoto $1+2+3+4+\cdots+9$. Števila seštejemo in dobimo rezultat 45.

II. DEL

B1. Upoštevamo, da je $(\frac{x+4}{6})^{-1} = \frac{6}{x+4}$ in izračunamo $1-(\frac{x+4}{6})^{-1} = \frac{x+4-6}{x+4} = \frac{x-2}{x+4}$. Delitelj $1-\frac{2x-10}{x^2+x-12}$ zapišemo v obliki $\frac{x^2+x-12-2x+10}{x^2+x-12} = \frac{x^2-x-2}{x^2+x-12}$. Deljenje ulomkov zapišemo kot množenje z obratno vrednostjo delitelja: $\frac{x-2}{x+4} \cdot \frac{x^2+x-12}{x^2-x-2}$. Drugi ulomek razcepimo $\frac{(x+4)(x-3)}{(x-2)(x+1)}$. Nato ulomka okrajšamo in dobimo $\frac{x-3}{x+1}$.

B2. V prvem zmnožku odpravimo oklepaje, izraz poenostavimo in dobimo vrednost 21. V drugem členu izraza je $\sqrt{25}=5$, opravimo krajšanje in dobimo $(4-\sqrt{5})^2$. Dvočlenik $(4-\sqrt{5})^2$ kvadriramo in dobimo rezultat $21-8\sqrt{5}$. Delno korenimo tretji člen $\sqrt{320}=8\sqrt{5}$. Izračunamo razliko prvih dveh členov, prištejemo tretji člen in dobimo rezultat $16\sqrt{5}$.

B3. Za izračuna skupne podražitve uporabimo zaporedoma procentni (sklepni) račun. Po prvi podražitvi je cena izdelka $1{,}05x$, po drugi podražitvi je cena $105\ \%$ od $1{,}05x$, kar je $1{,}05^2x$. Po tretji podražitvi je cena $1{,}05^3x$, kar je $1{,}157625x$. Od nove cene odštejemo prvotno ceno x, spremenimo v procente in dobimo podražitev $15{,}76\ \%$. Izračunamo, da je prvotna cena $86{,}4\%$ končne cene. Razlika je $13{,}6\%$.

B4. Uvedemo neznanke x, y, z, ki pomenijo število točk za doseženo prvo, drugo in tretje mesto. Nato s pomočjo podane tabele nastavimo sistem treh enačb s tremi neznankami. Rešimo sistem in dobimo rešitev: $x=7, y=4, z=2$. Darko ima $x+3y+2z$ točk, vstavimo rešitve sistema in dobimo, da je Darko dosegel 23 točk.

□ 2. letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
C	C	D	A	D	A

A2. Upoštevamo, da je smerni koeficient negativen: $-(3k-1)<0$. Rešimo neenačbo in dobimo, da je $k>\frac{1}{3}$.

A3. Če je na načrtu, narisanem v merilu $1:200$, širina sobe enaka 18 mm, je v resnici 200-krat večja, to je 3600 mm = 3,6 m.

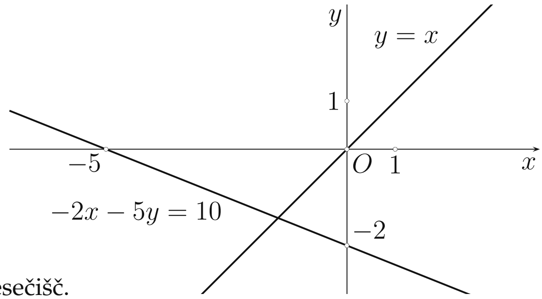
A5. Racionaliziramo imenovalca obeh ulomkov: $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ in $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$. Seštejemo ulomka $\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{14\sqrt{5}+5\sqrt{7}}{35}$.

A6. Korene zapišemo kot potence z racionalnimi eksponenti in dobimo $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^2}{x}$. Upoštevamo deljenje potenc z enakima osnovama $x^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} - x = x - x = 0$.

II. DEL

B1. Premici narišemo v koordinatni sistem, kjer sta presečišči z osema vidni. Upoštevamo enačbo simetrale lihih kvadrantov $y=x$.

Zapišemo enačbo za presečišče premic.
Izračunamo x in zapišemo koordinate presečišč.



B2. Upoštevamo, da velja $f(-1) = 0$ in dobimo $-(3a-1)+2b-1 = 0$. Upoštevamo še $f(0) = 5$. Dobimo $2b-1 = 5$. Rešimo nastali sistem. Dobimo rešitvi $a = 2$ in $b = 3$. Ploščino trikotnika izračunamo z uporabo formule za ploščino pravokotnega trikotnika $S = \frac{5}{2}$.

B3. Upoštevamo, da je vsota notranjih kotov 6-kotnika $4 \cdot 180°$. Upoštevamo tudi dano razmerje ter zapišemo enačbo $120° + 3t + 4t + 5t + 6t + 7t = 4 \cdot 180°$. Izračunamo $t = 24°$. Nato izračunamo notranje kote $72°, 96°, 120°, 120°, 144°, 168°$. Izračunamo še število diagonal, teh je 9.

B4. Enačbo kvadriramo $4(x+2) - 8\sqrt{x+2} + 4 = 3x - 2$. Enačbo uredimo $8\sqrt{x+2} = x + 14$. Dobljeno enačbo kvadriramo in uredimo $x^2 - 36x + 68 = 0$. Rešimo kvadratno enačbo, ki ima rešitvi $x_1 = 34$ in $x_2 = 2$. Naredimo preiskus in ugotovimo, da rešitvi ne ustrezata dani enačbi.

□ 3. letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
C	E	D	B	A	C

A1. Neenačbo uredimo $x^2 - 2x < 0$. Rešimo enačbo $x^2 - 2x = 0$. Rešitvi sta $x_1 = 0,\ x_2 = 2$. Vse rešitve neeneačbe ležijo na intervalu $(0, 2)$.

A3. 35% od $360° = 126°$.

A4. Ugotovimo, da velja $O = m + 1, R = 2m$ in $P = m + 1$. Tako je $O + P - R = 2$.

A5. Če število $0{,}125$ zapišemo v obliki 2^{-3}, dobimo enačbo $2^{x^2-3x-1} = 2^{-3}$. Enačimo eksponenta $x^2 - 3x - 1 = -3$ in dobljeno enačbo uredimo: $x^2 - 3x + 2 = 0$. Rešitvi sta $x_1 = 1, x_2 = 2$.

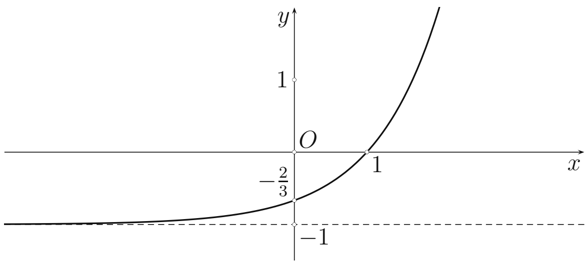
A6. Upoštevamo definicijo logaritma. Tako je $\log_2(\log_2 x) = 1$ in $\log_2 x = 2$ ter $x = 4$.

II. DEL

B1. Zapišemo enačbo $12(x + \frac{x}{100} \cdot x) = 1287$. Enačbo preuredimo v $x^2 + 100x - 10725 = 0$. Uporabimo obrazec za reševanje kvadratnih enačb. Dobimo rešitvi $x_1 = -165, x_2 = 65$. Ovržemo negativno rešitev. Cena grafičnega računala je 65 evrov.

B2. Ugotovimo, da sta prostornini kocke in kvadra enaki. Upoštevamo to enakost in zapišemo $V = abc = 6t \cdot 3t \cdot 2t = 288$. Izračunamo vrednost parametra $t = 2$ in nato še dolžine stranic kvadra 12 cm, 6 cm in 4 cm. Izračunamo še površino kvadra $P = 288$ cm^2.

B3.



a) Funkcija ima ničlo pri $y = 0$, zato funkcijo enačimo z 0. Dobimo eksponentno enačbo $(\frac{1}{3})^{1-x} - 1 = 0$. Rešimo eksponentno enačbo. Dobimo rešitev $x = 1$. Funkcija ima torej eno ničlo.

b) Izračunamo $f(0)$, s čemer dobimo presečišče grafa z ordinatno osjo $P_y(0, -\frac{2}{3})$.

c) Uporabimo ugotovitvi $P_x(1,0)$ in $P_y(0, -\frac{2}{3})$. Upoštevamo vodoravno asimptoto $y = -1$ in narišemo graf.

B4. Rešimo sistem dveh linearnih enačb in dobimo $x = -2, y = -1$, kar sta koordinati temena. Uporabimo temensko obliko zapisa kvadratne funkcije $y = a(x-p)^2 + q$. Vstavimo podatke in izračunamo vodilni koeficient $a = -\frac{1}{2}$. Zapišemo enačbo kvadratne funkcije v temenski obliki $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$.

□ 4. letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	C	E	E	D	E

A1. Uporabimo zvezo $\tan\beta = \frac{1}{\cot\beta}$. Tako izračunamo, da je $\tan\beta = 0,\bar{9}0$ in ugotovimo, da je $\tan\alpha > \tan\beta$. Ker je funkcija tangens naraščajoča, je tudi kot α večji od kotaβ.

A2. Skiciramo graf funkcije $f(x) = x^2 + 3$ in iz grafa odčitamo zalogo vrednosti $Z_f = [3, \infty)$, kar ne ustreza zapisu $Z_f = \mathcal{R}$.

A3. Dan zapis funkcije ne predstavlja linearne funkcije, ker vsebuje člen 2^{-x}. Trditvi A in B nista pravilni. Tudi C ni pravilna, ker 2^{-x} ne predstavlja polinoma, ampak eksponentno funkcijo.Trditev D odpade, ker predpis ne vsebuje logaritemske funkcije. Tako je pravilen odgovor E.

A4. V enačbo premice vstavimo $x = 2$ in dobimo $1 - 2y = -1$ in iz tega $y = 1$. Upoštevamo, da je točka (2,1) presečišče dane premice in polinoma, zato vstavimo $x = 2$ in $y = 1$ v zapis polinoma. Dobimo enačbo $1 = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + a_0$. Iz te enačbe izračunamo $a_0 = 9$.

A5. Će vstavimo $n = 1$ v posamezne zapise, dobimo po vrsti $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_1 = \frac{1}{5}$, $a_1 = 1$, $a_1 = \frac{4}{5}$ in $a_1 = \frac{1}{2}$. Pravilen je odgovor **D**, saj se vrednosti ujemajo tudi za $n = 2$, $n = 3$ in $n = 4$.

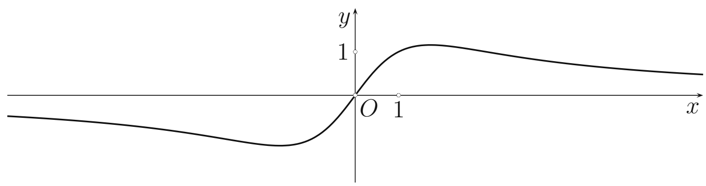
A6. Prvi člen vsote je 2 in zadnji člen je 99998. Zaporedje je aritmetično z diferenco 2.Vseh členov zaporedja je 49999. Uporabimo obrazec za vsoto prvih členov aritmetičnega zaporedja in dobimo vsoto 2499950000.

II. DEL

B1. $\tan\alpha$ in $\sin 2\alpha$ zapišemo s kotnima funkcijama $\sin\alpha$ in $\cos\alpha$. Prvi ulomek krajšamo. Poiščemo skupni imenovalec $\frac{2\sin\alpha\cos\alpha-2\sin\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$. V števcu izpostavimo $2\sin\alpha$, izraz $1-\sin^2\alpha$ nadomestimo s $\cos^2\alpha$ in ulomek okrajšamo. Dobimo $\sin 2\alpha$.

B2. 1. način: V shemi Hornerjevega algoritma zapišemo koeficiente polinoma p. Nato zaporedoma izvedemo deljenji polinoma p z linearnima polinomoma $x+2$ in $x-1$. Dobljena ostanka enačimo z 0. Rešimo sistem dveh enačb z dvema neznankama in zapišemo rešitev.
2. način: Polinom p delimo s polinomom q in upoštevamo, da se deljenje izide, če je ostanek enak nič: $r(x)=(3a+b-11)x+16-2a=0$. Zapišemo sistem $3a+b-11=0, 16-2a=0$. Rešitev sistema je $a=8$.
3. način: Polinom p zapišemo kot zmnožek polinomov $q(x)$ in $k(x)$, torej $p(x)=q(x)\cdot k(x)$, pri tem je $k(x)=x^2+cx+d$. Ob upoštevanju enakosti polinomov zapišemo enakost koeficientov (sistem enačb) $a=c+1, 6=c+d-2, b=d-2c, -2=-2d$. Iz sistema enačb izračunamo vrednost parametra a.

B3. **a)** Graf odvisnosti $c(t)$ narišemo v koordinatem sistemu z abcisno osjo t (čas v urah) in ordinatno osjo c (koncentracija v mg/liter). Zapišemo značilnosti grafa funkcije $c(t)$: ničlo, vodoravno asimptoto, obnašanje $c(t)$ daleč od koordinatnega izhodišča in po potrebi tabeliramo. Narišemo približen graf.



b) Z reševanjem neenačbe $\frac{4t}{t^2+3}>0,2$ dobimo rešitev drugega dela naloge. Upoštevamo, da koncentracija zdravila v času t_1 narašča, po času t_2 pa pade na predpisano vrednost $0,2$ mg/liter.

B4. Gre za aritmetično zaporedje z znanim prvim členom $a_1=1000000$ in vsoto prvih desetih členov $S_{10}=19900000$. Iz obrazca za $S_{10}=\frac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$ izračunamo diferenco zaporedja $d=220000$. Dobiček v letu 1995 je peti člen tega zaporedja, $a_5=a_1+4d=1880000$.

■ Rešitve nalog z 8. državnega tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

□ 1. letnik

1. Naj bo x prvotni znesek. Izračunamo delež denarja, ki ga ima Janez po prvem izdatku, to je $\frac{2}{5}x$. Nato izračunamo nov delež denarja, ki ga ima Janez po drugem izdatku, to je $\frac{8}{45}x$. Po tretjem izdatku ima Janez še $\frac{1}{9}x$ denarja. Nastavimo enačbo $\frac{1}{9}x=80$. Izračunamo iskani znasek 720 evrov.

2. V izrazu $x^{(x+1)^2}=x^{x^2+2x+1}$ uporabimo kvadriranje dvočlenika v eksponentu. V potenci $(x^{x-1})^{x+1}$ uporabimo pravilo za potenciranje potenc, tako dobimo $(x^{x-1})^{x+1}=x^{x^2-1}$. Ulomek odpravimo z upoštevanjem pravila za deljenje potenc. Upoštevamo pravila za računanje s potencami in izraz skrčimo do x^{x^2}. Vstavimo $\sqrt{2}$ in izračunamo vrednost izraza.

3. Nastavimo sklepni račun in ugotovimo, da gre za obratno sorazmerje. Zapišemo enačbo $7 \cdot 8 \cdot 15 = x \cdot 12 \cdot 7$ in jo rešimo.

4. Obe števili zapišemo z desetiškim mestnim zapisom in ju odštejemo. Izpostavimo skupni faktor in iz razstavljene oblike ugotovimo, da je izraz deljiv z 11.

5. Poenostavimo verižni ulomek do oblike $\frac{10a+3}{7a+2}$. Ta je enak nič, če je števec enak 0. Tako je $10a + 3 = 0$ oziroma $a = -\frac{3}{10}$.

□ 2. letnik

1. Odčitamo smerni koeficient družine premic $f(x)$. Ker sta premici vzporedni, enačimo smerna koeficienta družine premic in simetrale sodih kvadrantov $m + r = -1$. Točka T je presečišče premice z ordinatno osjo, zato iz družine funkcij $f(x)$ odčitamo začetno vrednost. Zapišemo enačbo $-2m + r + 1 = 3$. Rešimo dobljeni sistem. Rešitvi sta $m = -1$ in $r = 0$.

2. Izračunamo koordinati razpolovišča stranice AC, ki je $R(\frac{-1+3}{2}, \frac{-3-6}{2})$. Izračunamo $t_b = d(B, R) = \frac{9}{2}$. Izračunamo dolžino stranice $b = d(A, C) = 5$. Uporabimo obrazec $S = \frac{b \cdot v_b}{2}$ in dobimo $v_b = \frac{18}{5}$. Upoštevamo zvezo $t_b^2 = v_b^2 + x^2$, pri čemer je x iskana razdalja. Ta meri $x = \frac{27}{10}$.

3. Ugotovimo, da je trikotnik AED podoben trikotniku BAF. Iz podobnosti izračunamo dolžino stranice $|BF| = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Nato s pomočjo Pitagorovega izreka izračunamo dolžino stranice $|EF| = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$. Zapišemo še razmerje dolžin stranic $|EB| : |BF| : |EF| = 5 : 4 : 3$.

4. Ob narisani skici ugotovimo podobnost trikotnikov. Zapišemo razmerji, npr: $h : 2 = y : x$ in $h : 1 = (x - y) : x$. Izračunamo $h = \frac{2}{3}$ m, kar je višina, na kateri se sekata vrvici.
Vrvici se sekata $\frac{2}{3}$ m nad tlemi .

5. Poenostavimo izraz A, tako da ulomek razširimo z $x^{\frac{1}{3}}$. Dobimo $A = \frac{3}{x-2}$. Izraz B pa razširimo z $x^{-\frac{1}{3}}$. Dobimo $B = \frac{1}{x-1}$. Izračunamo razliko $A - B = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{(x-2)(x-1)}$. Zapišemo še $(A - B)^{-1} = \frac{(x-2)(x-1)}{2x-1}$.

□ 3. letnik

1. Iz razmerja dolžin osnovnic $7 : 3 = 21 : x$ dobimo dolžino krajše osnovnice, ki meri 9 cm. Za izračun višine uporabimo Pitagorov izrek $v^2 = b^2 - (\frac{a-c}{2})^2$. Upoštevamo, da je $b = v+2$, vstavimo v Pitagorov izrek in izračunamo dolžino višine, ki je 8 cm. Ploščina trapeza je 120 cm^2.

2. Uporabimo kotno funkcijo $\cos 79° = \frac{4,2}{y}$ in izračunamo dolžino odlomljenega dela droga $y = 22$ m. Izračunamo višino droga pred prelomom, ki je $v = 4,2+22 = 26,2$ m. Ugotovimo, da je polmer droga $r = 3$ dm. Izračunamo prostornino dela droga, ki je $V = \pi \cdot 9 \cdot 42 = 1187,5$ dm^3.

3. Enačbo množimo z $\log(5-x)$, antilogaritmiramo in uredimo v kvadratno $15x^2 - 75x + 90 = 0$. Rešitvi kvadratne enačbe sta $x_1 = 2,\ x_2 = 3$. Rešitvi enačbe sta dolžini katet pravokotnega trikotnika. Izračunamo dolžino hipotenuze. Polovična vrednost dolžine hipotenuze je enaka polmeru R temu trikotniku očrtanega kroga.

4. Vstavimo dane podatke $f(0) = 5, f(1) = 14$ in $f(2) = 50$ v predpis funkcije $f(x)$. Dobimo sistem enačb $5 = a+b,\ 14 = a+bc,\ 50 = a+bc^2$. Uporabimo zamenjalni način reševanja in dobimo rešitvi za c: $c_1 = 4$ in $c_2 = 1$. Rešitev c_2 odpade zaradi nedefiniranosti ulomka $\frac{9}{c-1}$. Izračunamo preostale vrednosti $a = 2,\ b = 3$ ter zapišemo predpis funkcije $f(x) = 2+3\cdot 4^x$.

5. Označimo dolžino palice z d, širino vrat z x in višino vrat z y. Veljajo zveze $x = d-2$, $y = d-1$ in $x^2+y^2 = d^2$. Reševanje sistema treh enačb s tremi naznankami privede do enačbe $d^2-6d+5 = 0$ in rešitev $d_1 = 1$ in $d_2 = 5$. Rešitev $d = 1$ ne ustreza. Iz $d = 5$ pa sledita še rešitvi $x = 3$ in $y = 4$.

□ 4. letnik

1. Naj bo x število zaposlenih, ki zaslužijo 1500 in y število zaposlenih, ki zaslužijo 750 evrov. apišemo enačbi $1+3+12+x+y = 1500$ in $\frac{12000+3\cdot 5000+12\cdot 500+x\cdot 1500+y\cdot 750}{150} = 1010$. Enačbi uredimo in dobimo sistem $x+y = 134, 2x+y = 158$. Sistem rešimo in dobimo rešitvi $x = 24, y = 110$. Zapišemo odgovor: 24 delavcev zasluži 1500 evrov, polovico manj pa 110 delavcev.

2. Zapišemo vsoto členov geometrijskega zaporedja $-2+(-4)+(-8)+\ldots+(-x) = -16382$, od koder odčitamo prvi člen, količnik in $x = a_n$. Uporabimo obrazec za vsoto prvih členov geometrijskega zaporedja $s_n = a_1 \cdot \frac{k^n-1}{k-1}$. Vstavimo podatke in izračunamo, da je $n = 13$. Uporabimo zvezo, da je $-x = a_{13} = a_1 \cdot k^{12} = -8192$.

3. Iz definicijskega območja razberemo, da je pol $x = 1$, zato zapišemo enačbo $(1+c)^2 = 0$. Izračunamo $c = -1$. Iz enačbe asimptote razberemo, da je stopnja števca manjša od stopnje imanovalca, zato je $a = 0$. Upoštevamo, da je število 2 ničla unkcije: $a\cdot 0+2b+8 = 0$, od koder izračunamo $b = -4$. Funkcija je $f(x) = \frac{-4x+8}{(x+1)^2}$.

4. Zapišemo zvezo za $\sin 2x = 2\sin x\cos x$ in $(\sin x-\cos x)^2 = \sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x$, kamor vstavimo $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$. Dobimo enačbo $(\frac{1}{2})^2 = 1-2\sin x\cos x$. Izračunamo $2\sin x\cos x = \frac{3}{4} = \sin 2x$.

5. Uporabimo obrazec za vsoto prvih petih členov aritmetičnega zaporedja $s_5 = \frac{5}{2}(2a_1+4d)$. Upoštevamo, da je $a_5 - a_2 = 9$ oziroma $a_1+4d-a_1-d = 9$. Izračunamo diferenco $d = 3$. Diferenco vstavimo v obrazec za vsoto $\frac{5}{2}(2a_1+4d) = 50$ in izračunamo $a_1 = 4$. Zapišemo zvezo $a_n = 7a_1 = 28$. Uporabimo znane podatke in izračunamo, da je deveti člen sedemkrat tolikšen kot prvi.

Knjižnica Sigma

Tudi v Knjižnici Sigma je izšlo že veliko zbirk tekmovalnih nalog za srednješolce. Omenimo dve novejši izdaji: ponatis fizikalnih in nove matematične naloge.

Ciril Dominko in Bojan Golli:

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

Prva knjiga: **Vademekum in naloge**
Druga knjiga: **Namigi in rešitve**

skupaj 424 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

29,99 EUR

Matjaž Željko:

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: Izbirna in državna tekmovanja 1997–2006

172 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava 14,99 EUR

Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce, srednješolce in študente s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.