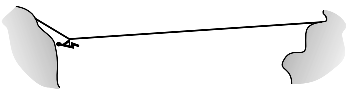
Tekmovanja

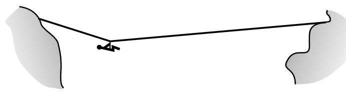
■ 28. tekmovanje za srebrno Stefanovo priznanje

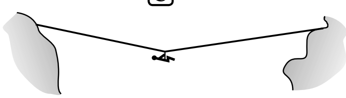
□ 8.razred

□ sklop A

A1 Gorski reševalec prečka prepad prek viseče vrvi. Katera slika prikazuje mesto reševalca, ko je vrv napeta z največjo silo?

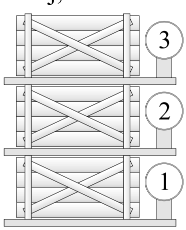
A


B


C


D
Napetost vrvi ni odvisna od mesta gorskega reševalca.

A2 Tri enake tehtnice in tri enake zaboje postavimo, kot kaže slika. Masa vsake tehtnice je 2 kg. Koliko tehta en zaboj, če tehtnica številka 2 kaže 120 N?

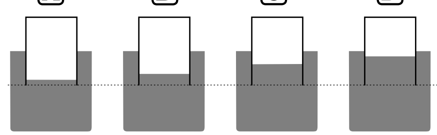


- A 10 kg
- B 12 kg
- C 5 kg
- D 2 kg

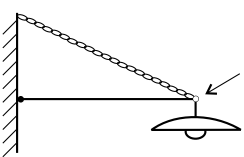
A3 Leseno kocko z robom 1 dm potopimo v laneno olje, da jo površinsko zaščitimo. Ko kocko izpustimo, priplava na površje. Ena tretjina prostornine kocke je **nad** gladino. Kolikšna je gostota kocke?

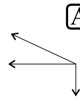
- A $300\ \frac{kg}{m^3}$
- B $600\ \frac{kg}{m^3}$
- C $1200\ \frac{kg}{m^3}$
- D $1500\ \frac{kg}{m^3}$

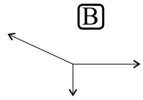
A4 Narobe obrnjen kozarec potiskamo pravokotno navzdol v posode z neznanimi kapljevinami. Spodnji rob kozarca je vselej enako globoko. Na kateri sliki je kapljevina z največjo gostoto?

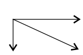
A B C D


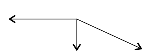
A5 Na sliki je prikazana svetilka, pritrjena na hišo z drogom in verigo. Na kateri sliki so pravilno prikazane sile na točko, označeno s puščico?



A


B


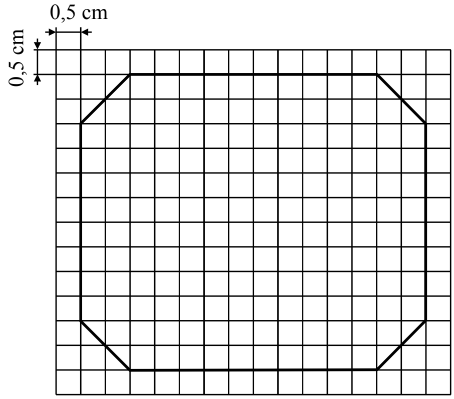
C


D


□ sklop B

B1 Na sliki je obris dna steklene posode, ki je visoka 16 cm. Masa posode je 250 g. Posodo damo na mizo in vanjo nalijemo 0,45 litra etilnega alkohola.

a) Izračunaj ploščino dna posode.



b) Kolikšen je tlak pod posodo zaradi teže posode in alkohola v njej?

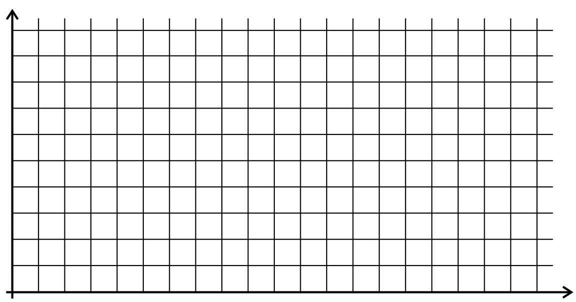
c) Kako visoko v posodi sega alkohol?

d) V posodo počasi spuščamo železen kvader z maso 150 g. Kvader je obešen na vzmetni tehtnici. Koliko kaže vzmetna tehtnica, ko je kvader do polovice potopljen, in koliko, ko je potopljen v celoti?

B2 Na vodoravni podlagi miruje lesen kvader s težo 5 N. Nanj postavljamo uteži z maso 400 g. Po vsakem dodajanju z vrvico počasi in enakomerno povlečemo kvader z utežmi. Kvader vlečemo vzporedno s podlago. Vrvica se bo raztrgala pri obremenitvi 6 N.

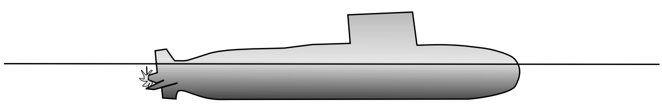
a) Določi, pri katerem številu dodanih uteži se bo vrvica strgala. Sila trenja med podlago in lesenim kvadrom znaša 20 % teže.

b) Nariši graf, ki prikazuje odvisnost sile trenja od števila uteži na lesenem kvadru.



B3 Podmornica z maso 160 ton plava na površju tako, da sta dve tretjini prostornine potopljeni. Gostota slane vode je v približku enaka gostoti sladke vode.

a) Na sliko nariši sile, ki delujejo na podmornico, in jih poimenuj. Sil ni treba risati v merilu.



b) Določi velikost sil.

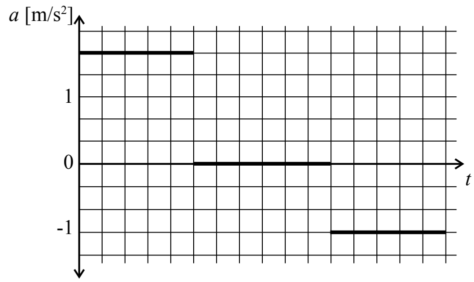
c) Kolikšno maso vode je treba načrpati v rezervoarje podmornice, da se podmornica v celoti potopi?

d) Kaj se zgodi, če pomotoma načrpajo več vode? Odgovor utemelji.

□ 9.razred

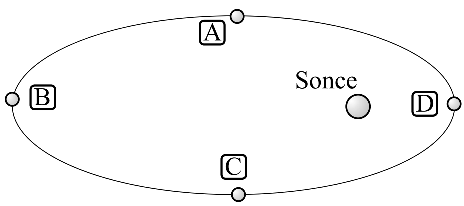
□ sklop A

A1 Narisan je graf *a(t)* gibanja nekega telesa. Kako si sledijo vrste gibanj, ki jih prikazuje graf?

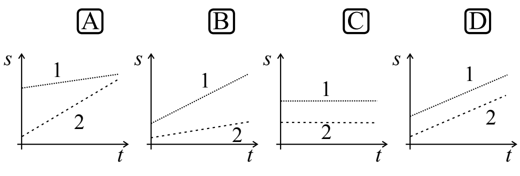


- A Pospešeno, enakomerno, pojemajoče.
- B Pojemajoče, pospešeno, enakomerno.
- C Enakomerno, mirovanje, enakomerno.
- D Pospešeno, mirovanje, pojemajoče.

A2 Na sliki je prikazana tirnica kometa okoli sonca. V kateri legi je hitrost kometa največja?



A3 Po atletski stezi tečeta dva atleta v isto smer. Drugi atlet teče hitreje kot prvi. Katera slika pravilno prikazuje grafa *s(t)* obeh atletov?



A4 Enota za merjenje potencialne energije je:

- A $\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$
- B $\frac{1}{\text{s}}$
- C $\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$
- D $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3\,\text{s}^2}$

A5 Vlak dolžine 80 m zapelje čez 80 m dolg most s hitrostjo 80 km/h. Koliko časa je most zaradi vlaka dodatno obremenjen?

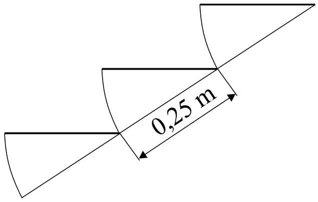
- A 12 min
- B 72 s
- C 7,2 s
- D 3,6 s

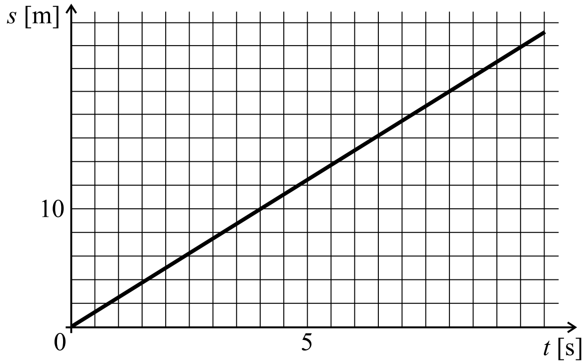
□ sklop B

B1 V veleblagovnici so tekoče stopnice. Graf kaže gibanje nakupovalca od vznožja do vrha stopnic. Nakupovalec glede na stopnice miruje. Količina *s* predstavlja prepotovano razdaljo nakupovalca.

a) Kako dolge so stopnice in koliko časa potrebuje nakupovalec do vrha stopnic?

b) S kolikšno hitrostjo se gibljejo stopnice?





c) Enemu nakupovalcu se mudi, zato do vrha stopnic sam prehodi 20 stopnic, od katerih je vsaka dolga 0,25 m (glej sliko). Koliko časa s tem prihrani?

d) Enako dolge stopnice, ki vodijo v naslednje nadstropje, so pokvarjene. Koliko časa bo nakupovalec hodil do vrha, če hodi z enako hitrostjo kot prej?

B2 Borut stoji na robu pečine, 20 m nad morjem. S te višine spusti železno kroglo z maso 2 kg. Zračnega upora ni treba upoštevati.

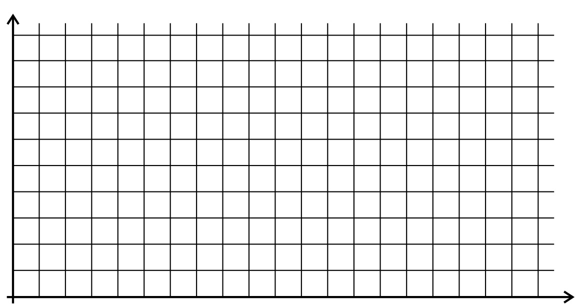
a) Kolikšno hitrost ima krogla tik, preden pade v morje?

b) Kaj velja za vsoto kinetične in potencialne energije med padanjem?

c) Izpolni tabelo tako, da zapišeš W_k in W_p za vsake pol sekunde padanja. Potencialna energija na gladini morja je enaka 0 J.

čas [s]	kinetična energija [J]	potencialna energija [J]
0		
	25	
		300
	225	

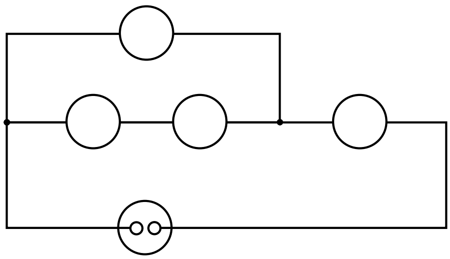
d) Nariši graf odvisnosti potencialne energije med padanjem od časa padanja. Nariši tudi graf odvisnosti kinetične energije med padanjem od časa padanja. Oba grafa nariši v isto mrežo.



B3 V električni krog so povezane štiri žarnice in baterija. Skozi vsako izmed žarnic teče tok, zapisan v tabeli.

žarnica	tok [A]
$Ž_1$	0,25
$Ž_2$	0,25
$Ž_3$	0,5
$Ž_4$	0,75

a) V sliko vriši pravilno razporeditev žarnic. Žarnice označi s črkami $Ž_1$, $Ž_2$, $Ž_3$, $Ž_4$.



b) V sliko vriši ampermeter, tako da bo meril tok skozi celotno vezje.

c) V kolikšnem času se bo baterija izpraznila, če je bila na začetku polna? Na bateriji je zapisano, da je v njej shranjen naboj 625 mAh.

d) Koliko naboja v tem času steče skozi žarnico $Ž_3$?

e) Katere žarnice svetijo, ko pregori žarnica $Ž_2$?

f) V električno vezje na sliki nariši dodatni vodnik tako, da bodo zopet svetile vse žarnice razen $Ž_2$, ki je pregorela.

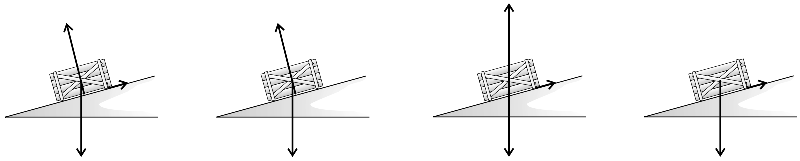
■ 28. tekmovanje za zlato Stefanovo priznanje

□ 8.razred

□ sklop A

A1 Na klancu miruje zaboj. Na kateri sliki so pravilno narisane sile nanj?

A B C D



A2 Kateri gostoti sta enako veliki?

A $1\,\frac{kg}{m^3}$ in $1\,\frac{g}{mm^3}$

B $1\,\frac{g}{dm^3}$ in $1000\,\frac{kg}{dm^3}$

C $1\,\frac{dag}{mm^3}$ in $10\,\frac{kg}{cm^3}$

D $1\,\frac{t}{m^3}$ in $0{,}001\,\frac{kg}{dm^3}$

A3 Tlak na globini 20 m je približno 3 bare. Kolikšen je tlak na globini 40 m in 60 m pod vodno gladino?

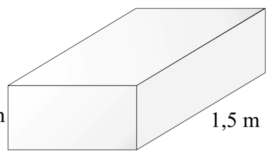
- A 6 barov, 9 barov
- B 5 barov, 7 barov
- C 4 bare, 6 barov
- D 4 bare, 8 barov

A4 Dva delavca prenašata vreče cementa. Prvi vreče nosi po stopnicah, drugi pa jih dviguje s škripcem. Drugi delavec dvigne eno vrečo v polovico krajšem času kakor prvi. Kolikšno delo opravi prvi delavec pri prenašanju ene vreče v primerjavi z drugim?

- A Oba opravita enako dela.
- B Prvi opravi več dela, saj je vrečo nosil daljši čas.
- C Drugi opravi več dela, saj je vrečo dvignil v krajšem času.
- D Noben izmed delavcev pri dvigovanju vreče ne opravi dela.

□ sklop B

B1 V stari Grčiji so za gradnjo utrdbe na rečnem bregu uporabljali kamnite kvadre (glej sliko).



a) Koliko tehta en kvader, če ga izdelajo iz apnenca?

b) Iz kamnoloma kvadre na gradbišče prepeljejo s splavi, ki so narejeni iz 10 m^3 smrekovega lesa. Izračunaj, koliko kvadrov hkrati lahko peljejo na enem splavu.

c) Iz splava kvadre povlečejo po 100 m dolgem klancu do gradbišča, ki je 10 m nad pristaniščem. Kvadre vlečejo po okroglih palicah, da je trenje zanemarljivo. Koliko delavcev potrebujejo, če lahko vsak vleče s silo 500 N?

d) Med gradnjo so klanec zamenjali s škripčevjem. Najmanj koliko gibljivih škripcev sestavlja takšno škripčevje, če kvadre dviguje enako število delavcev kot prej, ko so kvadre vlekli?

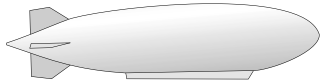
B2 Nemški Zeppelin Hindenburg, največja letalna naprava v zgodovini, je bil napolnjen s 200.000 m^3 vodika z gostoto 0,09 kg/m^3. Brez vodika in tovora je tehtal 130 ton.

a) Koliko je tehtal Hindenburg, napolnjen z vodikom, a brez tovora?

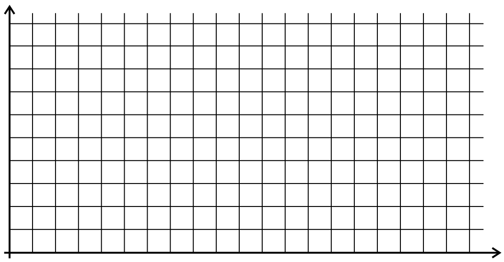
b) Kolikšna sila vzgona je delovala na Hindenburg, če je gostota zraka 1,3 kg/m^3?

c) Koliko kilogramov tovora je lahko Hindenburg največ dvignil?

d) Nariši in označi vse sile na Hindenburg. Sile riši v merilu.



e) Pri postanku so poln Hindenburg privezali k tlom. V eni uri so ga enakomerno izpraznili. Nariši graf spreminjanja sile v vrvi med praznjenjem tovora v odvisnosti od časa.



□ sklop C, eksperimentalni nalogi

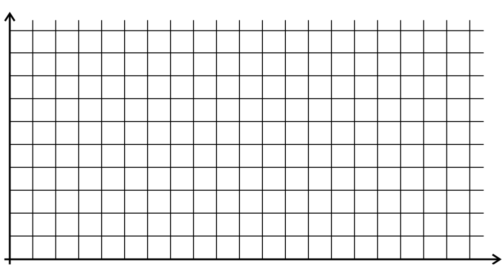
C1

a) Izmeri silo vzgona na delno in v celoti potopljen kvader iz umetne mase. Kvader postopoma potapljaj v vodo do označene globine ¼ kvadra, ½ kvadra, ¾ kvadra in cel kvader in izmeri njegovo navidezno težo. Izračunaj prostornine posameznih potopljenih delov. Izračunaj tudi prostornine potopljenih delov kvadra. Rezultate vseh meritev in izračunov zapiši v spodnjo tabelo. Pozoren bodi na enote in oznake fizikalnih količin.

Pripomočki
- kvader iz umetne mase
- posoda z vodo
- vzmetna tehtnica
- merilo (ravnilo)

Potopljen delež	Navidezna teža [N]	Sila vzgona [N]	Prostornina izpodrinjene vode

b) Nariši graf odvisnosti sile vzgona od prostornine potopljenega dela kvadra.



c) Kakšna je odvisnost med silo vzgona na kvader in prostornino potopljenega dela kvadra?

d) S pomočjo grafa določi, kolikšna bi bila sila vzgona na 15 cm visok kvader iz enake umetne snovi z enako osnovno ploskvijo, kot jo ima kvader, s katerim si izvedel poskus.

e) Določi gostoto umetne snovi, iz katere je kvader.

f) V isti koordinatni sistem skiciraj graf, ki bi ga dobil, če bi namesto v vodo kvader potapljal v alkohol z gostoto 0,800 g/cm^3. Napiši legendo in komentar.

g) V isti koordinatni sistem skiciraj graf, ki bi ga dobil, če bi namesto kvadra iz umetne snovi v vodo potapljal kvader iz aluminija z gostoto 2700 kg/m^3 in enakih dimenzij, kot jih ima kvader, s katerim si izvedel poskus. Napiši legendo in komentar.

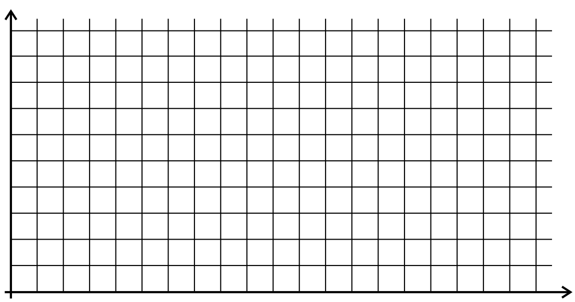
C2 S priloženimi utežmi umeri eno izmed vzmeti.

a) Nariši tabelo in vanjo zapiši rezultate meritev, ki so bile potrebne za umerjanje.

Pripomočki

- 2 mehki vzmeti
- 3 enake uteži z znano maso
- stojalo
- prečna palčka
- vez za povezovanje uteži
- merilo

b) Nariši graf odvisnosti raztezka vzmeti od teže uteži.



c) Iz grafa določi, za koliko se dodatno raztegne vzmet, če se obremenitev poveča za 1 N.

d) Vzmeti poveži vzporedno, kot kaže slika. Ponovno umeri tako sestavljeno vzmet.

e) V isti koordinatni sistem nariši umeritveno krivuljo za tako sestavljeno vzmet.

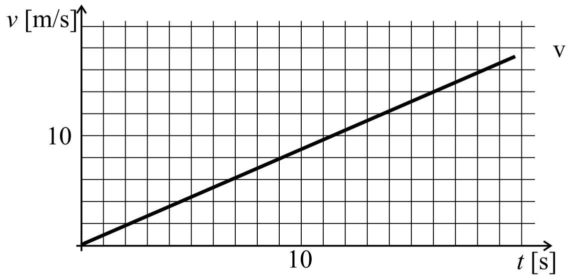
f) Iz grafa določi, za koliko se dodatno raztegne vzmet, če se obremenitev poveča za 1 N.

g) Kolikšen bi bil raztezek, če bi tri vzmeti povezal vzporedno in nanje obesil utež za 2 N?

□ 9.razred

□ sklop A

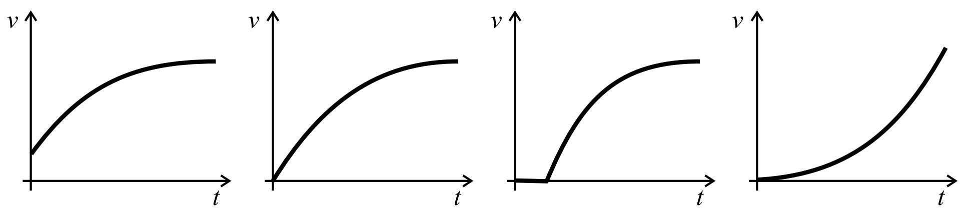
A1 Na grafu je prikazano gibanje motorista. Kolikšno pot opravi prvih 16 s?



[A] 350 m
[B] 224 m
[C] 112 m
[D] 75 m

A2 Na grafih je prikazano, kako so se spreminjale hitrosti štirih tekačev od štarterjevega strela naprej. Kateri tekač je štartal prezgodaj?

[A] [B] [C] [D]

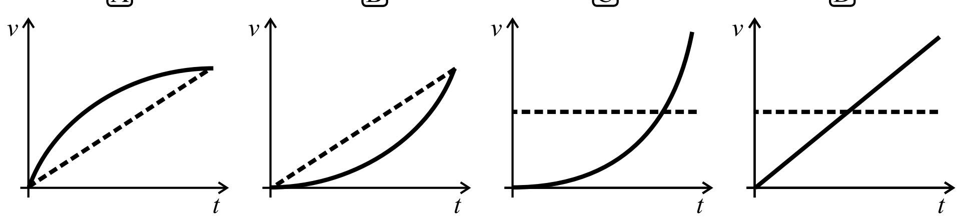


A3 Žogo vržemo v zrak in jo zopet ujamemo. Kolikšna je sprememba potencialne energije med dvigovanjem v primerjavi s spremembo potencialne energije med padanjem?

[A] Med padanjem je sprememba potencialne energije večja kakor med dvigovanjem.
[B] Spremembi sta enaki.
[C] Med padanjem je sprememba potencialne energije manjša kakor med dvigovanjem.
[D] Spremembi sta nasprotno enaki.

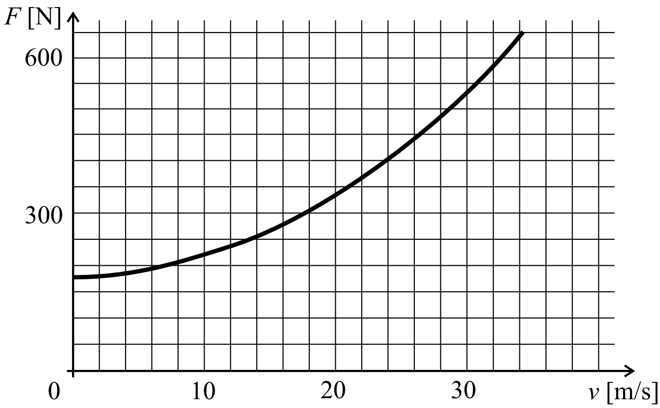
A4 Na grafih hitrosti v odvisnosti od časa sta prikazani gibanji dveh avtomobilov. Na katerem grafu je povprečna hitrost obeh avtomobilov enaka?

[A] [B] [C] [D]



□ sklop B

B1 Ko avtomobilski motor porabi 1 liter bencina, odda 5,25 MJ mehanskega dela. Masa avtomobila je 1000 kg. Skupno silo upora in trenja kaže graf *F(v)*.



a) Izračunaj porabo goriva avtomobila pri hitrosti 10 m/s, če vozi po vodoravni cesti.

b) Izračunaj porabo goriva avtomobila pri hitrosti 25 m/s, če vozi po vodoravni cesti.

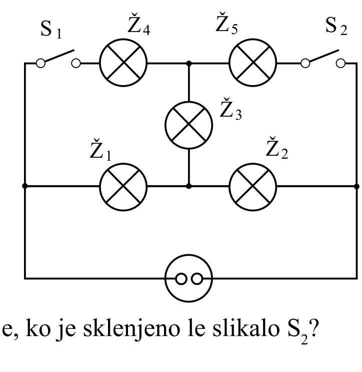
c) Avtomobil se prične vzpenjati po klancu, ki se vsakih 100 m dolžine dvigne za 3 m. Za koliko se poveča poraba goriva? Predpostavi, da se skupna sila trenja in upora na klancu ne spremeni.

d) Avtomobil vozi z ugasnjenim motorjem po klancu navzdol. Za koliko najmanj se mora cesta spustiti na vsakih 100 m dolžine, da vozi z nespremenjeno hitrostjo?

B2 V vezje vežemo 5 enakih žarnic, 2 stikali in napetostni vir, kot kaže slika.

a) Katere žarnice svetijo, ko sta obe stikali sklenjeni?

b) Stikalo S_1 razklenemo, stikalo S_2 ostane sklenjeno. Katere žarnice sedaj svetijo?



c) Katera žarnica sveti najmočneje in katera najšibkeje, ko je sklenjeno le slikalo S_2?

d) Izpolni tabelo za tretjo žarnico ($Ž_3$).

Stikalo S_1	Stikalo S_2	Žarnica $Ž_3$ (sveti/ne sveti)
razklenjeno	razklenjeno	
razklenjeno	sklenjeno	
sklenjeno	razklenjeno	
sklenjeno	sklenjeno	

□ sklop C, eksperimentalni nalogi

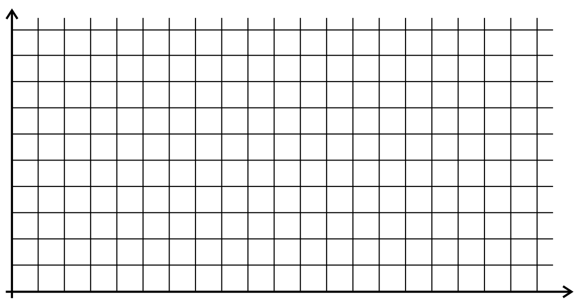
C1 Plastenka ima več odprtin, ki so zaprte s trajnoelastičnim kitom. Če odprtine niso zaprte, jih zamaši. Na zgornjem delu plastenke je narisana črta. Nalij vodo do označene črte.

a) Odmaši eno odprtino in izmeri čas, ki je potreben, da iz plastenke iztečjo 3 dl vode. Po koncu meritve zapri odprtino in vodo dotoči do označene črte.

Pripomočki
- plastenka z luknjami
- ravnilo
- štoparica
- vrč z vodo
- banjica
- merilna posoda
- trajnoelastični kit
- papir za brisanje

b) Meritev ponovi za vsako odprtino posebej in rezultate meritev zapisuj v tabelo.

c) Nariši graf, ki prikazuje, kako je čas iztekanja odvisen od višine odprtine (merjeno od dna plastenke navzgor), iz katere izteka voda.



d) Pri merjenju si nekatere okoliščine (lastnosti) spreminjal, nekatere okoliščine pa so bile enake. Opiši postopek, s katerim si ugotovil, kako je čas iztekanja odvisen od višine odprtine, tako, da bo tvoj opis vseboval tudi naslednje informacije: katere okoliščine si načrtovano spreminjal, katere si nadzoroval in kaj si meril.

e) Uporabi energijski zakon in razloži, zakaj je odvisnost takšna.

C2 Na voljo imaš univerzalni merilnik, žice, baterijo in 4 upornike, označene z različnimi barvami. Vsakemu izmed njih določi moč, ki se na njem sprošča, ko je priključen na baterijo. Univerzalni merilnik lahko uporabiš kot ampermeter in kot voltmeter.

Pripomočki
- univerzalni merilnik
- baterija
- 4 uporniki (bel, zelen, moder, rumen)
- 3 priključne žice

a) Nariši shemo električnega vezja, ki ga moraš sestaviti, da izmeriš napetost na uporniku.

b) Nariši shemo električnega vezja, ki ga moraš sestaviti, da izmeriš tok skozi upornik.

Opozorili

V merilniku je varovalka, ki lahko pri napačni vezavi pregori. Če se to zgodi, z meritvami ne boš mogel nadaljevati.

Kadar ne meriš, pazi, da električni krog ni sklenjen in se baterija po nepotrebnem ne prazni.

c) Izmeri električne napetosti na upornikih in električne tokove skozi njih ter meritve zapiši v tabelo. Ne pozabi na enote. Izračunaj vrednosti moči, ki se sproščajo na upornikih, in rezultate zapiši v tabelo.

Barva upornika	U	I	P	U/I
bela				
zelena				
modra				
rumena				

d) Izračunaj razmerje U/I in ga vpiši v zadnji stolpec. To razmerje v fiziki imenujemo upor upornika.

7. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol, državno tekmovanje

1. letnik

1. Poišči tri števila, za katera velja: vsota prvih dveh je enaka tretjemu, dvakratnik tretjega števila je za tri večji od prvega, dvakratnik vsote prvih dveh števil pa je za pet večji od tretjega števila.

2. Skrči izraz $\dfrac{1+9a^{-1}+20a^{-2}}{1+8a^{-1}+16a^{-2}} \cdot (a^2+4a) \cdot (1-25a^{-2})^{-1}$.

3. V nekem podjetju so izdelovali igrače. Dobili so naročilo, ki bi ga 20 delavcev opravilo v 90 dneh. Ker je bil čas poletnih počitnic in dopustov, je prvih 40 dni delalo 10 delavcev. Tedaj so ugotovili, da z delom zamujajo, zato so takoj zaposlili še 40 delavcev. Koliko dni so potrebovali, da so izpolnili naročilo? Za koliko dni so zamudili oziroma prehiteli rok 90 dni?

4. Poišči ulomek z imenovalcem 20, katerega vrednost je med $-\frac{5}{13}$ in $-\frac{4}{13}$.

5. Ko so prodajalko vprašali, koliko šopkov vijolic ima v košari, je rekla: "Če jemljem iz košare po 2 šopka, mi 1 ostane. Tudi če jemljem po 3 ali pa po 4 šopke, mi 1 ostane. Če jemljem po 7 šopkov, mi ne ostane nobeden. Zagotovo vem, da jih je manj kot 100." Koliko šopkov vijolic je imela prodajalka v košari?

□ 2. letnik

1. Kateta a pravokotnega trikotnika je dvakrat toliko dolga kot kateta b. Izračunaj velikost večjega ostrega kota na stotinko stopinje natančno. Zapiši razmerje dolžin stranic trikotnika.

2. Za katere vrednosti parametra a je funkcija $f(x) = a(x+1) + 2(x-3)$ naraščajoča, njen graf pa seka ordinatno os pod koordinatnim izhodiščem?

3. Pokaži:

   a) vrednost izraza $\sqrt{9} \cdot \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{4}$ je naravno število,

   b) za vsako naravno število x je število $64^{-1} \cdot 8^{2x+4} - 24 \cdot 64^{x} + 4 \cdot 32^{x} \cdot 2^{x+3}$ deljivo s številom $\sqrt{9} \cdot \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{4}$.

4. Premica, dana z enačbo $2ax + 4y - 6 = 0$, omejuje s koordinatnima osema trikotnik s ploščino $4{,}5$. Koliko je lahko a?

5. Stranica AD trapeza $ABCD$ je pravokotna na osnovnici AB in CD. Dolžine stranic tega trapeza so: $|AB| = 2$ cm, $|CD| = 8$ cm in $|AD| = 10$ cm. Izračunaj oddaljenost presečišča diagonal S od osnovnice AB.

□ 3. letnik

1. Predpis $r(t) = 14e^{0{,}014t}$ pove, koliko milijonov rib neke vrste bi bilo v severnem morju po t letih od začetka načrtnega gojenja.

   a) Koliko milijonov rib bi bilo po 5 letih od začetka gojenja?

   b) Po koliko letih bi število rib preseglo 40 miljonov? Rezultat zaokroži na celo število let.

2. Reši enačbo $\log_3(\log_2 x + 12) + 2 = 4$ in rešitev zapiši v obliki ulomka.

3. Naj bo $m \neq 0$. Kolikšna je najmanjša vrednost funkcije

$$f(x) = \frac{1+m^2}{m^2}x^2 - 2 \cdot \frac{1+m^2}{m}x - 1.$$

   Zapiši odgovor.

4. V valjasti posodi z notranjim premerom 24 cm je voda. Gladina vode je 5 cm od gornjega roba posode. Kaja želi potopiti kvader z dolžino 16 cm, širino 12 cm in višino 12 cm v vodo, ne da bi kaj vode odteklo iz posode. Ali lahko to napravi? Odgovor utemelji.

5. Realna števila a, b in c, za katera je $1 < a < b < c$ in $c - b \neq 1$, so dolžine stranic trikotnika in zadoščajo pogoju $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$. Pokaži, da je trikotnik pravokoten.

   NAMIG: Uporabi prehod k novi osnovi.

□ 4. letnik

1. Poenostavi izraz $(\sin 2x\ - 2\cos x)\dfrac{\tan x}{1-\sin^2 x}\cdot(1+\sin x)$.

2. Dokaži, da je polinom $p(x)=(x-2)^{100}+(x-1)^{50}-1$ deljiv s polinomom $g(x)=x^2-3x+2$.

3. Za katere vrednosti spremenljivke x je vrednost funkcije

$$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{x+2}-\frac{1}{x}\right)$$

negativna?

4. Tomi je z neke višine spustil gumijasto žogico na trdo podlago. Po vsakem odboju je dosegla $\frac{3}{4}$ prejšnje višine. Žogica se je od tal odbila štirikrat. V trenutku, ko je padla petič na tla, jo je sosedov Jani zaplenil. S kolikšne višine je Tomi spustil žogico, če je ta naredila 653 cm dolgo pot? Zapiši odgovor.

5. Tina je pet let zaporedoma v začetku leta vložila 500 evrov na banko, ki letno kapitalizira po $5\ \%$ obrestni meri. Koliko let po zadnji vlogi bo imela 4500 evrov?

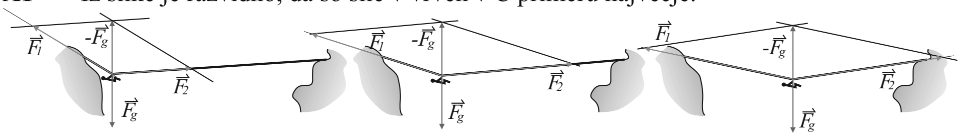
■ Rešitve nalog 28. tekmovanja za srebrno Stefanovo priznanje

□ 8.razred

□ sklop A

A1	A2	A3	A4	A5
C	C	B	D	B

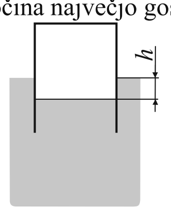
A1 Iz slike je razvidno, da so sile v vrveh v C primeru največje.



A2 Ker tehtnica kaže 120 N, je na njej postavljeno breme z maso 12 kg. Masa tehtnice številka 3 je 2 kg. Torej je masa dveh zabojev 10 kg, iz tega sledi, da je masa enega zaboja 5 kg.

A3 Ker je dve tretjini kocke potopljene, pomeni da je prostornina izpodrinjenega olja dve tretjini prostornine kocke. Sila teže kocke in sila teže izpodrinjenega olja sta enaki, to pomeni, da bo gostota kocke dve tretjini gostote olja, torej 600 kg/m^3.

A4 Ker tekočina miruje, morata biti v ravnini gladine v kozarcu in izven njega tlaka enaka. Slike iz naloge kažejo, da je največji tlak zraka v kozarcu D, ker se je tam zrak med potapljanjem najbolj stisnil. Ta tlak je enak vsoti zunanjega tlaka in tlaka tekočine v tej globini (p_0 + σh). Ker je največji tlak (posoda D) povzročen pri tekočini z najmanjšo razliko gladin, mora imeti ta tekočina največjo gostoto.

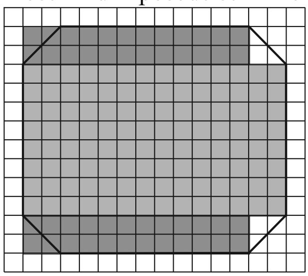


A5 Ker luč miruje, pomeni da so sile nanjo v ravnovesju. Samo na sliki B so narisane sile v ravnovesju.

□ sklop B

B1

a) Ploščina dna posode se lahko izračuna kot vsota na sliki označenih pravokotnikov



$S{=}2S_{rdeč}\; S = 2\cdot S_{rdeč} + S_{\text{mod}\,er} = 2\cdot 1\,\text{cm}\cdot 6\,\text{cm} + 4\,\text{cm}\cdot 7\,\text{cm} = 40\,\text{cm}^2$

b) Najprej izračunamo težo alkohola

$$F_g = \sigma\cdot V = 8\frac{\text{N}}{\text{dm}^3}\cdot 0{,}45\,\text{dm}^3 = 3{,}6\,\text{N}$$

in ji prištejemo težo posode

$$F_g = F_{g\,\text{posode}} + F_{g\,\text{alkohola}} = 3{,}6\,\text{N} + 2{,}5\,\text{N} = 6{,}1\,\text{N}$$

Silo teže uporabimo za izračun tlaka pod posodo

$$p = \frac{F}{S} = \frac{6{,}1\,\text{N}}{0{,}004\,\text{m}^2} = 1525\,\text{Pa}$$

c) Višino, do katere sega alkohol izračunamo iz volumna alkohola:

$$V = S\cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{0{,}45\,\text{dm}^3}{0{,}4\,\text{dm}^2} = 1{,}125\,\text{dm} = 11{,}2\,\text{cm}$$

d) Ko železen kvader ni potopljen, vzmetna tehtnica kaže težo kvadra (1,5 N). Ko je kvader v potopljen, kaže razliko med silo teže in vzgonom. Vzgon je nasprotno enak sili teže izpodrinjene tekočine. Če želimo izračunati silo teže izpodrinjene tekočine, moramo izračunati prostornino kvadra.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}15\,\text{kg}}{7{,}8\,\text{kg}}\cdot \text{dm}^3 = 0{,}019\,\text{dm}^3$$

Ko je kvader v celoti potopljen izpodrine toliko alkohola, kolikor je njegova prostornina.

$$F_v = \sigma\cdot V = \frac{9\,\text{N}\cdot 0{,}019\,\text{dm}^3}{\text{dm}^3} = 0{,}173\,\text{N}$$

Torej kaže vzmetna tehtnica $F = 1{,}5\,\text{N} - 0{,}17\,\text{N} = 1{,}33\,\text{N}$

Če je kvader do polovice svoje prostornine potopljen, potem izpodrine za polovico svoje prostornine alkohola. Torej je tudi sila vzgona polovico manjša kakor tedaj, ko je v celoti potopljen.

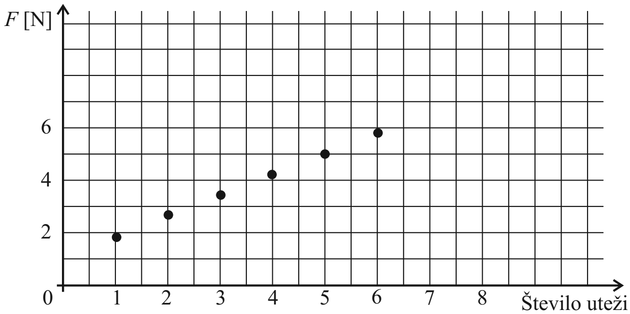
$$F_v = \frac{1}{2}0{,}173\,\text{N} = 0{,}086\,\text{N}$$

Torej kaže vzmetna tehtnica $F = 1{,}5\,\text{N} - 0{,}086\,\text{N} = 1{,}414\,\text{N}$

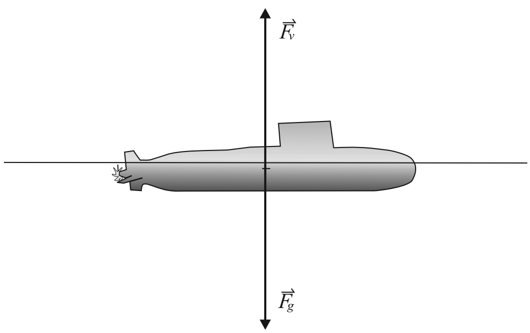
B2 a) Vrvica se bo strgala, ko bo sila trenja dosegla oziroma presegla 6 N. Ker je sila trenja 20 % sile teže kvadra z utežmi, se bo to zgodilo, ko bo teža kvadra z utežmi 30 N.

Ker je teža kvadra 5 N mora biti teža uteži vsaj 25 N. Ker je teža ene uteži 4 N, se bo vrvica strgala, ko na klado postavimo sedem uteži.

b)



B3 a)



F_v … sila vzgona
F_g … sila teže podmornice

b) Če je masa podmornice 160 ton, potem je njena sila teže približno 1600 kN. Ker podmornica miruje so sile nanjo v ravnovesju, torej mora biti sila vzgona nasprotno enaka teži in je 1600 kN.

c) Ker je podmornica potopljena do dveh tretjin, je njena teža enaka dvema tretjinama vzgona, ko bi bila v celoti potopljena. Zato je potrebno načrpati še 80 ton vode.

2/3 ……. 1600 kN
1/3 ……. x

$$x = \frac{1600\,\text{kN}}{2} = 800\,\text{kN}$$

Torej morajo načrpati 80 ton vode.

d) Podmornica se bo pričela potapljati.
Ker je podmornica v celoti potopljena, sila vzgona nanjo ne narašča več. S tem, ko črpajo vodo v podmornico, se njena teža povečuje. Sile na podmornico niso več v ravnovesju, zato prične toniti.

□ 9. razred

□ sklop A

A1	A2	A3	A4	A5
A	D	A	A	C

A1 Iz grafa je očitno, da je pri prvem gibanju pospešek pozitiven, pri drugem je enak nič in pri tretjem je negativen. To pomeni, da je prvo gibanje pospešeno, drugo enakomerno in tretje pojemajoče.

A2 Hitrost kometa je največja, ko je njegova oddaljenost od sonca najmanjša, torej na sliki D.

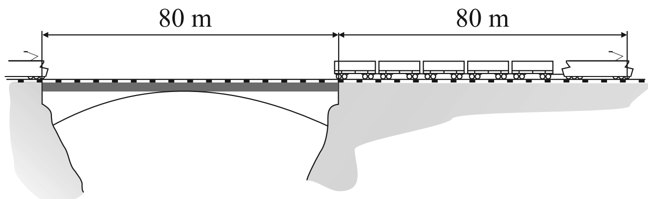
A3 Hitrost telesa predstavlja naklon premice v narisanih grafih. Ker teče drugi atlet hitreje od prvega, mora biti tudi naklon druge premice večji od naklona prve.

A4 Potencialno energijo merimo v J.

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Nm} = 1\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\mathrm{m} = 1\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

A5 Most je obremenjen zaradi vlaka od trenutka ko lokomotiva zapelje na most, pa do trenutka, ko ga zadnji vagon zapusti. Iz spodnje slike je razvidno, da je razdalja, ki jo med tema dvema dogodkoma vlak prepelje enaka 160 m. Hitrost vlaka je 80 km/h kar pomeni 22,2 m/s.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{160\,\mathrm{m}}{22{,}2\,\mathrm{m}}\cdot\mathrm{s} = 7{,}2\,\mathrm{s}$$



□ sklop B

B1 a) Iz grafa odčitamo
s=25 m
t=10 s

b) $v = \frac{s}{t} = \frac{25\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{s}} = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Pri reševanju vprašanj c) in d) je možnih več različnih poti. Ena izmed njih je:

c) Ker je vsaka stopnica dolga 0,25 m je do vrha 100 stopnic. Nakupovalec, ki se mu mudi, jih sam prehodi 20, torej je ne vrhu stopnic v trenutku, ko so ostali nakupovalci prepotovali razdaljo 80 stopnic.
100 stopnic ………… 10 s
80 stopnic ………… x s

$$x = \frac{10\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{stopnic}}{100\,\mathrm{stopnic}} = 8\,\mathrm{s}$$

Torej prihrani 2 s

d) Nakupovalec je prehodil 20 stopnic v času 8 sekund. Torej bo 100 stopnic prehodil v pet krat daljšem času.
t = 40 s

B2 a)

$$t=\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 20\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m}}\cdot \mathrm{s}^2}=2\ \mathrm{s}$$

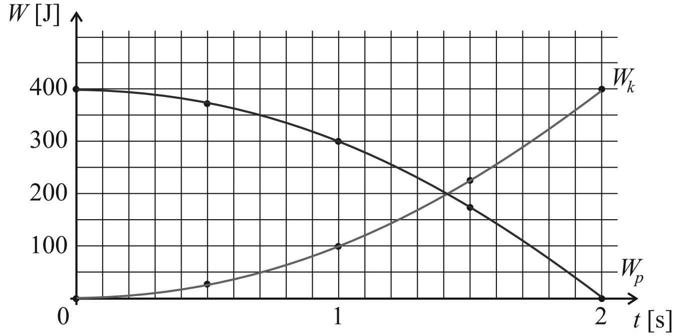
$$v=g\cdot t=\frac{10\ \mathrm{m}\cdot 2\ \mathrm{s}}{\mathrm{s}^2}=20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Vsota kinetične in potencialne energije se med padanjem ne spreminja.

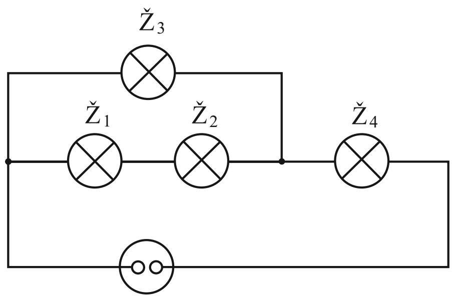
c)

čas [s]	Kinetična energija [J]	Potencialna energija [J]
0	0	400
0,5	25	375
1	100	300
1,5	225	175
2	400	0

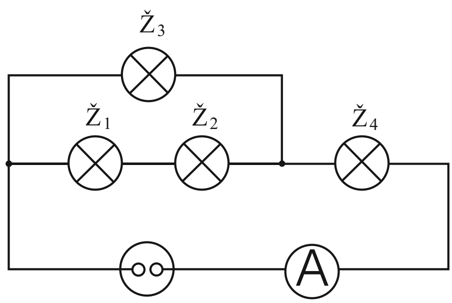
d)



B3 a)



b)



c) Tok skozi celotno vezje je enak toku skozi žarnico $Ž_4$ in je 0,75 A.

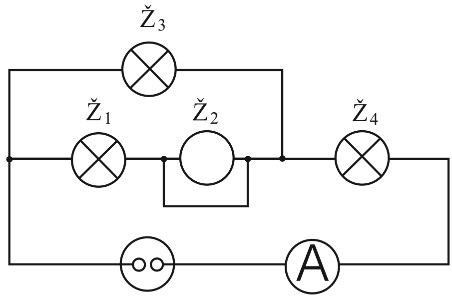
$$I = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{I} = \frac{625\ \text{mAh}}{0{,}75\ \text{A}} = \frac{0{,}625\ \text{Ah}}{0{,}75\ \text{A}} = 0{,}83\ \text{h} = 50\ \text{min}$$

d) Skozi žarnico $Ž_3$ teče tok 0,5 A.

$$I = \frac{e}{t} \Rightarrow e = I \cdot t = 0{,}5\ \text{A} \cdot 3000\ \text{s} = 1500\ \text{As}$$

e) Ko pregori žarnica $Ž_2$ bo na tem mestu krog pretrgan, zato ne more svetiti žarnica $Ž_1$. Torej svetita žarnici $Ž_3$ in $Ž_4$, ki sta še vedno vezani na vir napetosti.

f)



■ Rešitve nalog 28. tekmovanja za zlato Stefanovo priznanje

□ 8.razred

□ sklop A

A1	A2	A3	A4
A	C	B	A

□ sklop B

B1 a) $V = a \cdot b \cdot c = 0{,}75\ \text{m}^3$

$$m = \rho \cdot V = \frac{2700\ \text{kg} \cdot 0{,}75\ \text{m}^3}{\text{m}^3} = 2025\ \text{kg}$$

b) Ker ima smrekov les pol manjšo gostoto kot voda, je do polovice potopljen. Torej lahko nanj naložimo še enkrat tolikšno breme, kot sam tehta.

$$m = \rho \cdot V = \frac{500\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m}^3}{\text{m}^3} = 5000\ \text{kg}\ .$$

Zato lahko na enem splavu peljejo največ 2 kvadra

c) Delo, ki bi ga opravili, če bi kvadre dvigovali brez klanca je enako $A = F_g \cdot h = 202{,}5\ \text{kJ}$

Delo ki ga delavci opravijo, ko kvadre vlečejo po klancu je enako kot, če bi jih dvigovali. Torej jih morajo vleči s silo

$$F = \frac{A}{s} = 2025\ \text{N}$$

Ker vsak delavec lahko vleče s silo 500 N, potrebujejo 5 delavcev.

d) Dvigniti morajo breme s težo 20250 N. Delavci lahko dvigujejo s silo 2500 N. Vsak gibljiv škripec vlečno silo razpolovi. Silo 20250 N moramo štirikrat razdeliti, da dobimo silo, ki je manjša od 2500 N. Zato potrebujemo štiri gibljive škripce.

B2

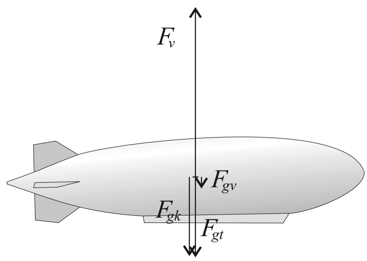
a) Masa praznega Hindenburga je sestavljena iz mase ogrodja in mase plina v njem. Masa plina je $m = \rho \cdot V = 18000\,\text{kg}$. Torej tehta ogrodje skupaj s plinom 148 ton.

b) Hindenburg izpodrine 200000 m^3. Zato nanj deluje sila vzgona

$$F = \sigma \cdot V = \frac{14\,\text{N} \cdot 200000\,\text{m}^3}{\text{m}^3} = 2800\,\text{kN}$$

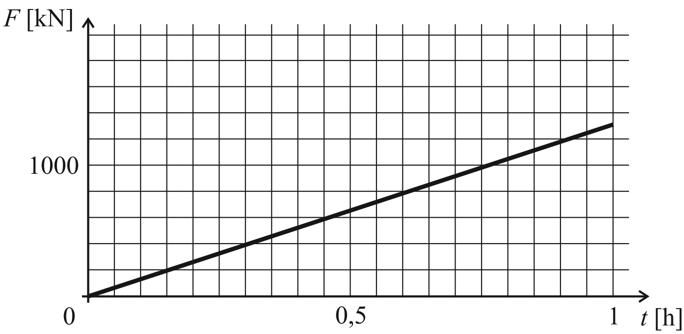
c) $F_{tovora} = F_v - F_g = 2800\,\text{kN} - 1480\,\text{kN} = 1320\,\text{kN}$. Torej lahko dvigne 132 ton tovora.

d)



F_v=sila vzgona
F_{gk}=sila teže konstrukcije
F_{gt}=sila teže tovora
F_{gv}=sila teže vodika

e)



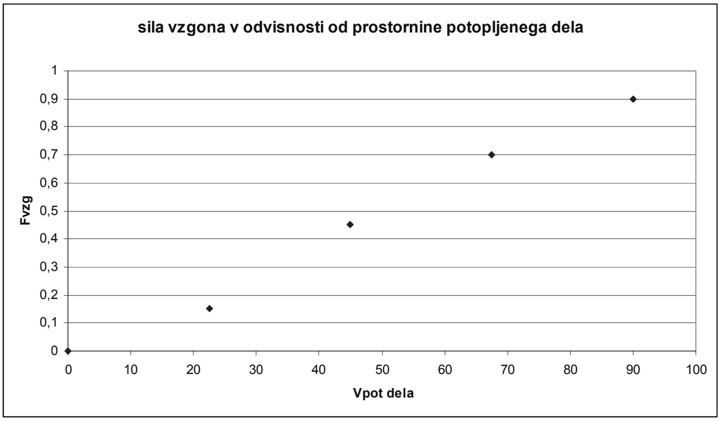
□ sklop C, eksperimentalni nalogi

C1 a)

Potopljeni del	Navidezna teža [N]	V pot. dela [cm^3]	Fvzg [N]
0	1,1	0	0
1/4	0,95	22,5	0,15
1/2	0,65	45	0,45
3/4	0,4	67,5	0,70
1	0,2	90	0,90

Vzgona lahko določajo na dva načina: Iz teže izpodrinjene tekočine, ki je enaka $\sigma V_{\text{pot. dela}}$
Ali pa iz razlike med težo telesa in navidezno težo v vodi.

b)



c) Odvisnost je premo sorazmerna. Čim večja kot je prostornina potopljenega dela telesa, tem večji je vzgon.

d) Več možnosti reševanja: sklepni račun, iz premice (npr.: učenec podaljša premico in pri prostornini 135 cm^3 odčita vrednost vzgona).
Upoštevamo vrednosti okrog 1,35 N.

e) Gostota umetne mase: Več možnosti za izračun.
Iz vzgona:

$$F_{vzg} = \sigma V \Rightarrow \sigma = F_{vzg}/V = 0{,}9\,N/0{,}09\,dm^3 = 10\ N/dm^3 \Rightarrow \rho = 1\,kg/dm^3$$

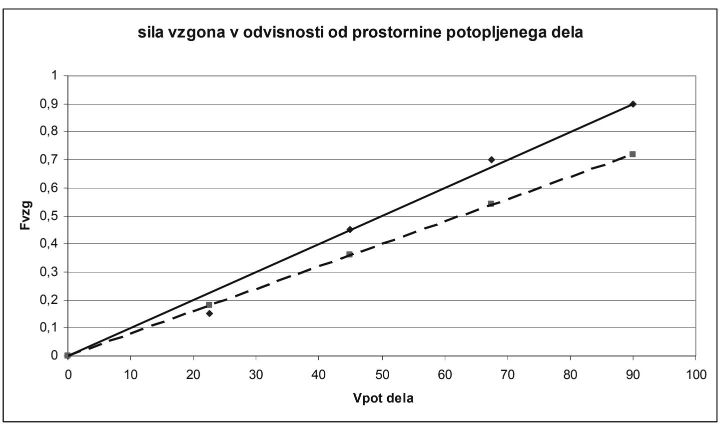
Ali iz enačbe za specifično težo

$$\sigma = F_g/V = 1{,}1\,N/90\,cm^3 = 0{,}012\ N/cm^3 = 12{,}2\ N/dm^3 \Rightarrow \rho = 1{,}2\ kg/dm^3$$

Ali iz enačbe za gostoto

$$\rho = m/V = 0{,}11\,kg/0{,}09\,dm^3 = 1{,}22\ kg/dm^3$$

f)



Legenda: črtkana črta je graf vzgona na kvader v alkoholu.
Komentar: ker je gostota alkohola manjša od gostote vode je vzgon v alkoholu tudi manjši.... ali nekaj podobnega. Koeficient premice je specifična teža, ki je v povezavi z gostoto.

g) Graf je enak prvotnemu grafu, saj vzgon ni odvisen od gosotote snovi, ki jo potapljamo. Glede na to, da je prostornina aluminijastega kvadra enaka, je tudi vzgon enak.

C2 a) Umerjanje vzmeti.

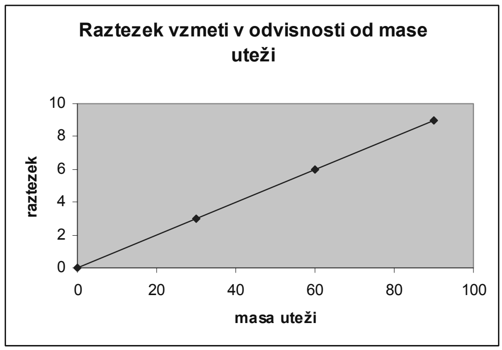
Razteg vzmeti v odvisnosti od mase uteži: m je masa uteži, l je dolžina vzmeti.

l[cm]	m[g]
5	0
8	30
11	60
14	90

Raztezek vzmeti v odvisnosti od mase uteži:

m[g]	x[cm]
0	0
30	3
60	6
90	9

b) Graf raztezka vzmeti v odvisnosti od obremenitve.



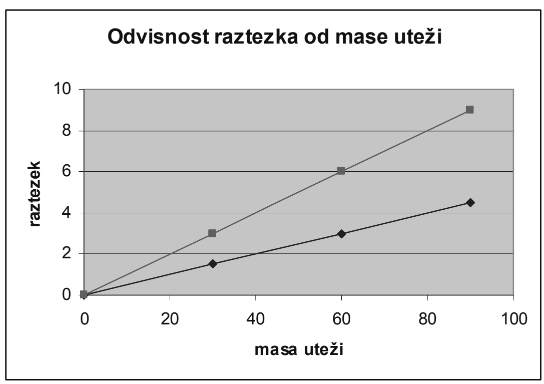
c) Podaljšamo premico in odčitamo raztezek pri obremenitvi 100g. Iz grafa razberemo, da bi bil dodatni raztezek 10cm.

Dolžina vzmeti v odvisnosti od mase uteži

l[cm]	m[g]
5	0
6,5	30
8	60
9,5	90

d)

m[g]	x1[cm]
0	0
30	1,5
60	3
90	4,5



Vzmet se dodatno raztegne za 5 cm.

e) Raztezek bi bil 3,3 cm (10/3 cm).

□ 9.razred

□ sklop A

A1	A2	A3	A4
C	A	D	D

□ sklop B

B1

a) Iz grafa odčitana sila trenja in upora pri hitrosti 10 m/s je 220 N. Delo, ki ga opravi avto za premagovanje sile trenja in upora na razdalji 100 km je
$A = F \cdot s = 220\ \mathrm{N} \cdot 100000\ \mathrm{m} = 22\ \mathrm{MJ}$.

Potrebno delo prejme avtomobil iz $V = \frac{22\ \mathrm{MJ}}{5{,}25\ \mathrm{MJ}} \mathrm{l} = 4{,}2\ \mathrm{l}$

b) Sila trenja in upora pri hitrosti sta 430 N.
$A = F \cdot s = 430\ \mathrm{N} \cdot 100000\ \mathrm{m} = 43\ \mathrm{MJ}$.

Potrebno delo prejme avtomobil iz $V = \frac{43\ \mathrm{MJ}}{5{,}25\ \mathrm{MJ}} \mathrm{l} = 8{,}2\ \mathrm{l}$

c) Zato, ker se prične avto vzpenjati, se mu povečuje potencialna energija. Sprememba potencialne energije je enaka dodatnemu delu, ki ga mora motor opraviti. Če se vsakih 100 m dolžine avtomobil povzpne za 3 m, se bo v 100 km povzpel za 3000 m. Za to bo moral motor opraviti dodatnih $A = m \cdot g \cdot h = \frac{1000\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \mathrm{m} \cdot 3000\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 30\ \mathrm{MJ}$ dela in bo za to porabil dodatnih

$V = \frac{30\ \mathrm{MJ}}{5{,}25\ \mathrm{MJ}} \mathrm{l} = 5{,}7\ \mathrm{l}$ bencina

d) Pri gibanju avtomobila navzdol mora biti delo, ki ga opravlja avtomobil pri premagovanju sile trenja in upora ravno tolikšno kot sprememba potencialne energije. Ker nas zanima za koliko najmanj se mora cesta spustiti, odčitamo iz grafa najmanjšo silo trenja in upora, 180 N.

$$\Delta W_p = A$$

$$m \cdot g \cdot \Delta h = F \cdot s$$

$$\Delta h = \frac{F \cdot s}{m \cdot g} = \frac{180\ \mathrm{N} \cdot 100\ \mathrm{m}}{1000\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}8\ \mathrm{m}$$

B2

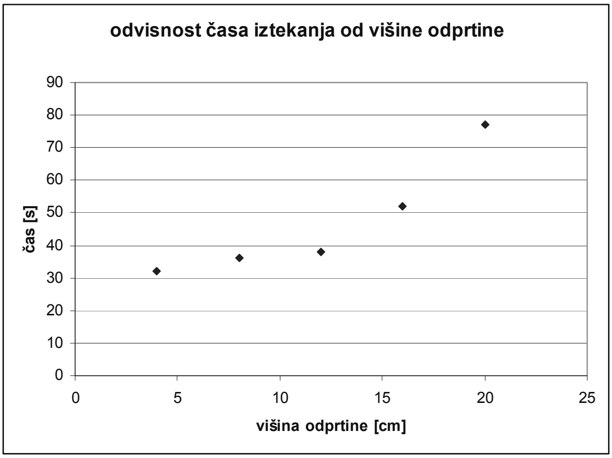
a) Žarnice $Ž_1$, $Ž_2$, $Ž_4$, $Ž_5$.
b) Žarnice $Ž_1$, $Ž_2$, $Ž_3$, $Ž_5$.
c) Najmočneje sveti žarnica $Ž_1$, najšibkeje pa žarnici $Ž_3$ in $Ž_5$.
d)

Stikalo S_1	Stikalo S_2	Žarnica $Ž_3$ (sveti/ne sveti)
razklenjeno	razklenjeno	ne sveti
razklenjeno	sklenjeno	sveti
sklenjeno	razklenjeno	sveti
sklenjeno	sklenjeno	ne sveti

C1 a) Tabela časa iztekanja tekočine v odvisnosti od višine odprtine.

h [cm]	t [s]
20	77
16	52
12	38
8	36
4	32

b) Graf časa iztekanja v odvisnosti od višine odprtine.



c) Na začetku vsake meritve mora biti gladina vode vedno do (enake) označene višine, vse odprtine so zaprte. Izmerim višino odprtine glede na dno posode, iz katere bo iztekala voda. Ko odprem odprtino, začnem meriti čas. Ko se v posodo nateče 3 dl vode, štoparico izklopim in zapišem rezultate meritve. Zaprem vse odprtine in natočim vodo do označene črte.

d) Čim nižje je odprtina, tem večja je sprememba potencialne energije za vodo, ki izteka. Hitrost iztekajoče vode, je zato večja in čas iztekanja manjši.
Možna je tudi razlaga z razliko tlakov na obeh straneh odprtine.

C2

Barva upornika	U [V]	I [A]	P [W]	U/I [V/A]
Bela	4,21	0,192	0,808	21,9
Zelena	4,55	0,010	0,0455	455
Modra	4,6	0,0023	0,6106	2000
Rumena	4,6	0,000285	0,0013	16140

Vrednost upora na upornikih naj bi bila okrog:
bel-22 Ω, zelen-470 Ω, moder 2 k Ω, rumen 16 k Ω.

Rešitve nalog 7. tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol, državno tekmovanje

1. letnik

1. Iskana števila a, b in c zapišemo v ustreznih medsebojnih odnosih: $a+b=c$, $a+3=2c$ in $c+5=2(a+b)$. Rešimo sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami. Dobimo rešitev $a=7$, $b=-2$ in $c=5$.

2. Potence z negativnim celim eksponentom v prvem faktorju zapišemo v obliki ulomka. V števcu in imenovalcu dvojnega ulomka poiščemo skupni imenovalec. V števcu dobimo $\frac{a^2+9a+20}{a^2}$, v imenovalcu pa $\frac{a^2+8a+16}{a^2}$. Odpravimo dvojni ulomek, števec razstavimo na $(a+4)(a+5)$ in imenovalec na $(a+4)^2$. Drugi faktor razstavimo na $a(a+4)$. Zadnji (tretji) faktor poenostavimo $(1-\frac{25}{a^2})^{-1}=\frac{a^2}{a^2-25}$ in imenovalec razstavimo $\frac{a^2}{(a+5)(a-5)}$. Ulomke okrajšamo in dobimo $\frac{a^3}{a-5}$.

3. S sklepnim računom izračunamo, koliko časa bi delo opravilo 10 delavcev: $x=\frac{20\cdot 90}{10}=180$ dni. Preostanek dela je še za 140 dni $(180-40=140)$. Preostanek dela bo opravilo 50 delavcev $(10+40)$. S sklepnim računom izračunamo, da bodo delo dokončali v 28 dneh. Tako je bilo celotno delo opravljeno v 68 dneh $(40+28=68)$, rok so prehiteli za 22 dni.

4. Iskani ulomek zapišemo $\frac{x}{20}$. Po besedilu naloge zapišemo sistem linearnih neenačb $\frac{x}{20}<-\frac{4}{13}$ in $-\frac{5}{13}<\frac{x}{20}$. Neenačbi rešimo z odpravo imenovalcev. Dobimo rešitvi $x<-6\frac{2}{13}$ in $x>-7\frac{9}{13}$. Iščemo celo število, ki leži v preseku obeh rešitev linearnih neenačb. Iskano celo število je -7. Iskani ulomek je $-\frac{7}{20}$.

5. Naj bo x število šopkov vijolic. Uporabimo osnovni izrek o deljenju in zapišemo $x=2k+1=3s+1=4t+1=7n$. Iščemo najmanjši skupni večkratnik števil 2, 3 in 4. Iskani večkratnik je 12. Večkratnikom števila 12 prištejemo 1. Možne vrednosti so 13, 25, 37, 49, 61, 73, 85 in 97. Ugotovimo, da je le 49 večkratnik števila 7.

2. letnik

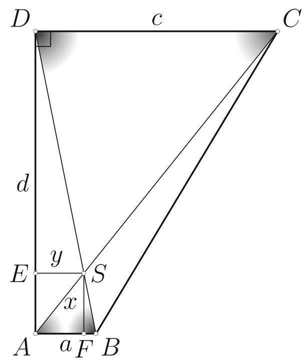
1. Dolžini katet zapišemo kot $a=2x$ in $b=x$. Razmerje zapišemo z uporabo kotne funkcije $\tan\alpha=\frac{2x}{x}=2$. Izračunamo kot $\alpha=63,43^\circ$. Uporabimo Pitagorov izrek za izračun hipotenuze $c=\sqrt{5}x$. Zapišemo razmerje $a:b:c=2:1:\sqrt{5}$.

2. Zapis dane funkcije uredimo $f(x)=(a+2)x+a-6$. Upoštevamo, da je funkcija naraščajoča, če velja $k>0$. Iz tega izhaja, da velja $a+2>0$. Rešitev je $a>-2$. Funkcija seka ordinatno os pod izhodiščem, če je $f(0)<0$. Iz tega sledi, da je $a-6<0$, ter rešitev $a<6$. Ustrezna rešitev je $a\in(-2,6)$.

3. Izraz $A = 64^{-1} \cdot 8^{2x+4} - 24 \cdot 64^x + 4 \cdot 32^x \cdot 2^{x+3}$ poenostavimo do oblike $72 \cdot 2^{6x}$, vrednost izraza $B = \sqrt{9} \cdot \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{4}$ pa je enaka 6. Preverimo, ali velja $6 \mid 72 \cdot 2^{6x}$. Ker število 72 lahko zapišemo kot $12 \cdot 6$, pomeni, da izraz B deli izraz A.

4. Enačbo premice zapišemo v odsekovni obliki $\frac{x}{\frac{3}{a}} + \frac{y}{\frac{3}{2}} = 1$. Odčitamo odseka na koordinatnih oseh $m = \frac{3}{a}$ in $n = \frac{3}{2}$. Ploščina pravokotnega trikotnika je $|\frac{m \cdot n}{2}| = 4{,}5$. Vstavimo ustrezne podatke $|\frac{\frac{3}{a} \cdot \frac{3}{2}}{2}| = 4,5$. Iz tega izračunamo parameter $a = \pm\frac{1}{2}$.

5. Narišemo ustrezno skico trapeza, kjer je $a = 2$, $c = 8$ in $d = 10$. Na skici označimo presečišče diagonal z S, razdaljo presečišča od stranice a z x in razdaljo od stranice d z y. Iz podobnih trikotnikov $\triangle AES \approx \triangle ADC$ in $\triangle FBS \approx \triangle ABD$ izrazimo razmerje npr. $y : c = x : d$ in $(a - y) : a = x : d$. Torej je $y : 8 = x : 10$ in $(2 - y) : 2 = x : 10$. Iz tega izračunamo oddaljenost od presečišča diagonal $x = 2$ cm.



◻ 3. letnik

1. V funkcijski predpis vstavimo vrednost spremenljivke $t = 5$. Izračunamo $r(5) = 14e^{0{,}014 \cdot 5} \doteq 15$. Torej bo čez pet let 15 miljonov rib. Vprašamo se še, pri katerem času t bo vrednost r enaka 40. Zapišemo enakost $14 \cdot e^{0{,}014 \cdot t} = 40$. Enačbo logaritmiramo in v dobljeni enakosti $\ln e^{0{,}014t} = \ln \frac{40}{14}$ upoštevamo, da je logaritem potence enak zmnožku eksponenta potence in logaritma osnove. Zapišemo $0{,}014t \ln e = \ln \frac{40}{14} = \ln \frac{20}{7}$. Enakost poenostavimo $0{,}014t = \ln \frac{20}{7}$. Od tod izrazimo iskano količino $t = \frac{\ln \frac{20}{7}}{0{,}014} \doteq 74{,}99$, kar (navzgor) zaokrožimo na celo število let, torej na 75. Ugotovimo, da bo čez 75 let 40 miljonov rib.

2. Enačbo najprej uredimo $\log_3(\log_2 x + 12) = 2$. Upoštevamo definicijo logaritma in zapišemo $3^2 = \log_2 x + 12$. Enačbo ponovno uredimo in dobimo $\log_2 x = -3$. Rešimo $2^{-3} = x$. Rešitev je $x = \frac{1}{8}$.

3. Iz zapisa kvadratne funkcije razberemo, da so koeficienti $a = \frac{1+m^2}{m^2}$, $b = -2 \cdot \frac{1+m^2}{m}$ in $c = -1$. Ugotovimo, da moramo izračunati ordinato temena $q = -\frac{D}{4a}$. Izračunana ordinata je enaka $q = -2 - m^2$.

4. Prostornina kvadra je $V_k = 16 \cdot 12 \cdot 12 = 2304$ cm^3. Če bi kvader potopili v vodo, bi se gladina vode dvignila za v in bi veljalo $V_k = \pi r^2 v$, od koder izračunamo $v \doteq 5{,}09$ cm. Ker je gladina vode v valjasti posodi le 5 cm pod zgornjim robom, bi nekaj vode odteklo.

5. Uporabimo prehod k novi osnovi in zapišemo logaritme z isto osnovo $\frac{\log a}{\log(b+c)} + \frac{\log a}{\log(c-b)}) = \frac{\log a^2}{\log(c+b)} \cdot \frac{\log a}{\log(c-b)}$. Enačbo lahko delimo z $\log a$, nato množimo s skupnim imenovalcem, da odpravimo ulomke. Dobimo $\log(c+b) + \log(c-b) = \log a^2$. Uredimo $\log(c^2 - b^2) = \log a^2$.

Enačbo še antilogaritmiramo, tako dobimo $c^2 - b^2 = a^2$ oziroma $c^2 = a^2 + b^2$. Trikotnik je pravokoten.

□ 4. letnik

1. Uporabimo zvezo za $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$ in nato iz prvega faktorja izpostavimo skupni faktor $2\sin x(\sin x + 1)$. Uredimo drugi faktor $\frac{\tan x}{1-\sin^2 x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{(1-\sin x)(1+\sin x)}$. Izraz krajšamo in dobimo $-2\sin x$.

2. Najprej funkcijski predpis $g(x)$ razstavimo: $g(x) = (x-2)(x-1)$. Ničli polinoma $g(x)$ sta $x_1 = 2$ in $x_2 = 1$. Izračunamo vrednost $p(2)$ in $p(1)$. Ugotovimo, da sta to ničli polinoma $p(x)$. Ker sta 2 in 1 ničli obeh danih polinomov, velja trditev, da $g(x)$ deli $p(x)$.

3. Osnova logaritma je $\frac{1}{2}$, $0 < \frac{1}{2} < 1$, zato so vrednosti funkcije $f(x)$ negativne za $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x} > 1$. Neenačbo preoblikujemo in uredimo $\frac{-3x-2}{x(x+2)} > 0$. Skiciramo graf funkcije $g(x) = \frac{-3x-2}{x(x+2)}$ – ničla je $x = -\frac{2}{3}$, pola pa $x_1 = 0$, $x_2 = -2$. Končno odčitamo, za katere x je pozitivna. Rešitev je $x \in (-\infty, -2) \cup (-\frac{2}{3}, 0)$.

4. Pot žogice od višine spusta do tal naj bo x. Po prvem odboju od tal je žogica dosegla $\frac{3}{4}x$ prvotne višine, prav toliko pri spustu s te višine. Po drugem odboju je žogica dosegla $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x) = \frac{9}{16}x$ prve višine, prav toliko pri spustu. Po tretjem odboju in spustu je skupaj napravila pot $\frac{27}{64}x \cdot 2$. Po četrtem odboju in spustu je žogica napravila $\frac{81}{256}x \cdot 2$ dolgo pot. Tako je dolžina skupne poti žogice $x + 2x(\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256}) = 653$. Enačbo uredimo $653 = \frac{653}{128}x$ in izračunamo $x = 128$ cm.

5. Uporabimo formulo $G = \frac{a(1{,}05^5-1)}{1{,}05-1} \cdot 1{,}05^n$. Vstavimo podatke, uredimo enačbo $1{,}05^n = 1{,}63$ in izračunamo $n = 10$ let.

Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

1996–2001

več kot 900 nalog s tekmovanja

+ dodane naloge z dijaških šolskih tekmovanj v matematiki 1993–1995

264 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

15,99 EUR

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU

2002–2004

več kot 500 nalog s tekmovanja

+ dodanih še 160 novih nalog

208 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava 10,99 EUR

Poleg omenjenih dveh lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce in srednješolce s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.