Tekmovanja

19. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike

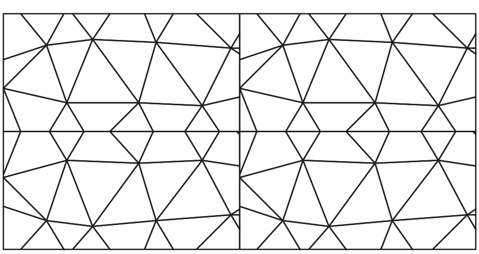
19. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike bo potekalo v soboto, 27. septembra 2008, na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani.

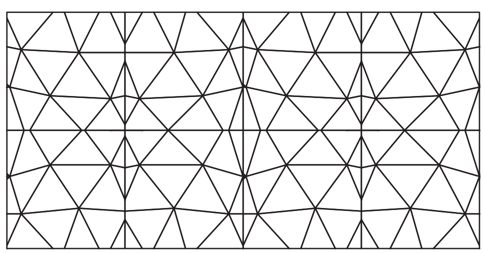
Na tekmovanje se lahko učenci 6., 7., 8. in 9. razreda devetletne OŠ, dijaki in študentje (oz. odrasli) prijavijo na tri načine:

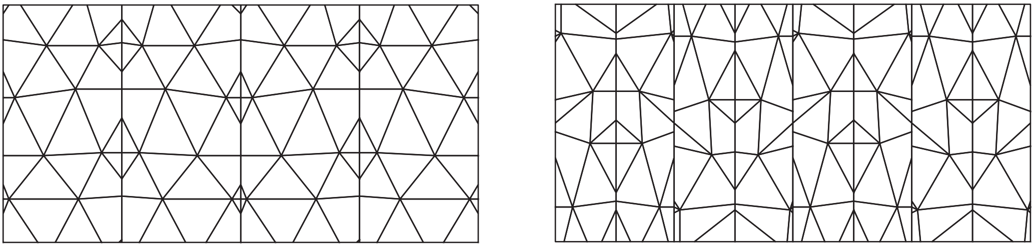
1) *Prek šolskega tekmovanja, ki ga mora izvesti njihova šola do 1. julija 2008*. Naloge za šolsko tekmovanje bodo šole pripravile same in opravile tudi izbor učencev. Vsaka šola lahko prijavi na državno tekmovanje največ enega učenca za vsak razred ali letnik, seznam tekmovalcev naj pošlje na uredništvo revije L&RM do 1. avgusta 2008.
2) Tekmovalci se, tako kot prejšnja leta, lahko prijavijo z reševanjem nalog v reviji L&RM. Rešiti morajo čim več nalog iz rubrike *Tekmujmo v razvedrilni matematiki* iz te številke. Rešitve nalog morajo poslati do 28. avgusta na naslov **Logika d.o.o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik,** s pripisom "**Za tekmovanje**" v navadni (**nepriporočeni**) pošiljki. Poznejših prijav zaradi velikega števila tekmovalcev ne bomo upoštevali. Učenci, študentje in dijaki naj pripišejo razred oziroma letnik, ki ga bodo obiskovali jeseni. Te podatke navedite tudi na zunanjem delu kuverte. Na tekmovanje bodo povabljeni tekmovalci, ki bodo pravilno rešili največ nalog (pri čemer bomo seveda upoštevali starost tekmovalca).
3) Prvih pet tekmovalcev iz vsake skupine na 18. državnem tekmovanju iz razvedrilne matematike se uvrsti na tekmovanje s prijavo in rešitvijo ene same naloge.

Tekmovalci bodo o uvrstitvi na tekmovanje obveščeni po internetu na strani
http://matematika.fe.uni-lj.si/people/izidor/homepage/RM/ do 14. septembra 2008.
Člani tekmovalnih komisij, ki želijo tudi tekmovati, naj to sporočijo do 14. 9. 2008.

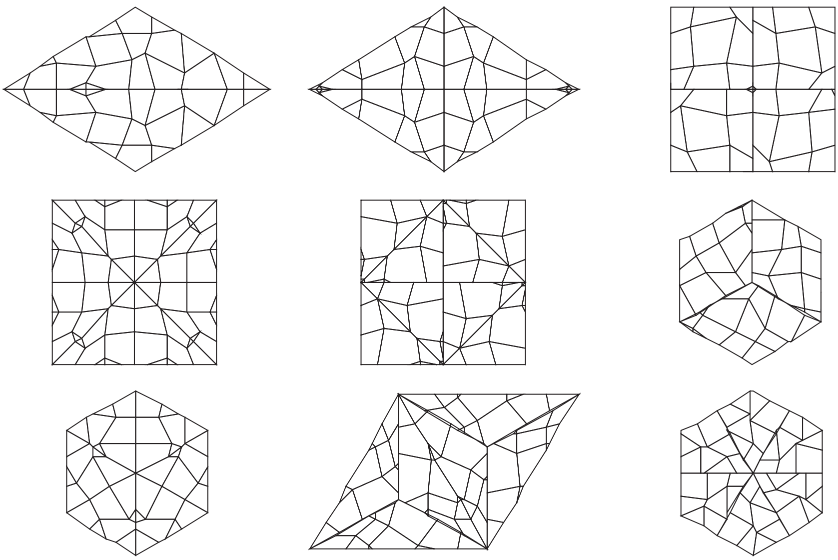
1. Pobarvaj slike v skladu s pripadajočo linearno grupo.



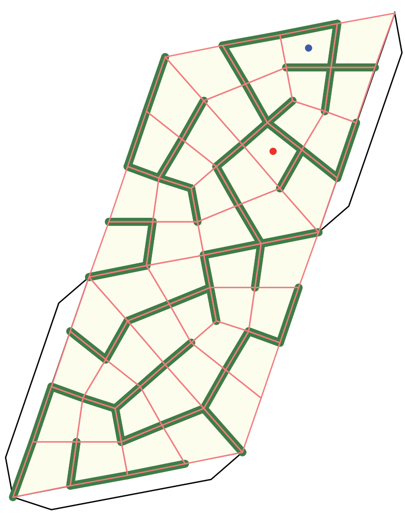


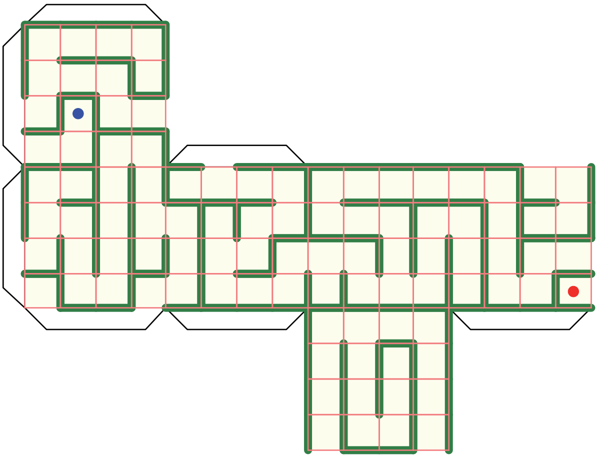


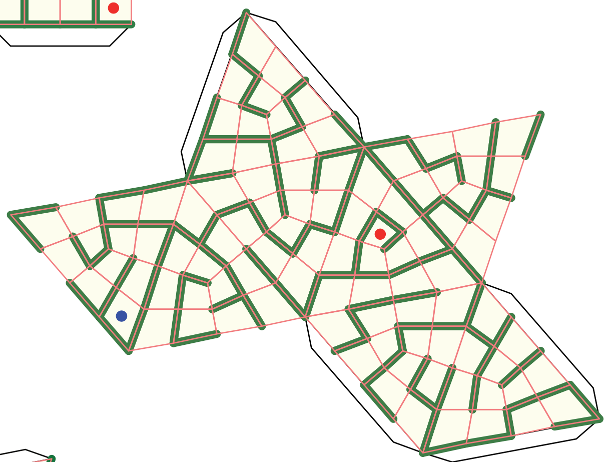
2. Pobarvaj slike v skladu s pripadajočo ravninsko grupo.

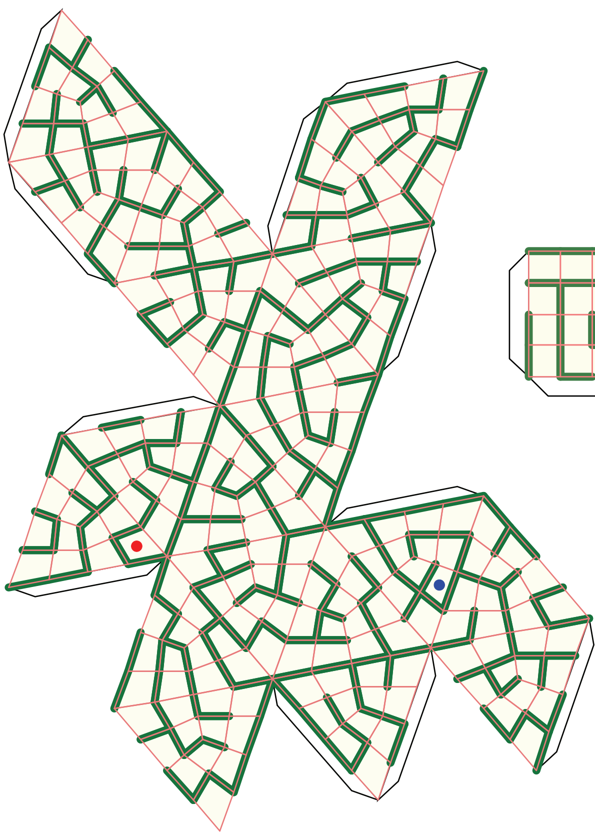


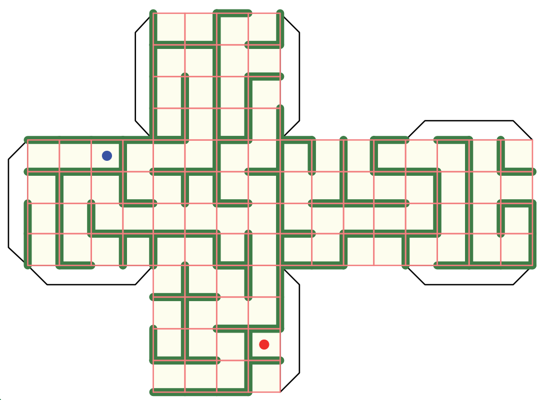
3. Poišči pot med pikama v labirintu.



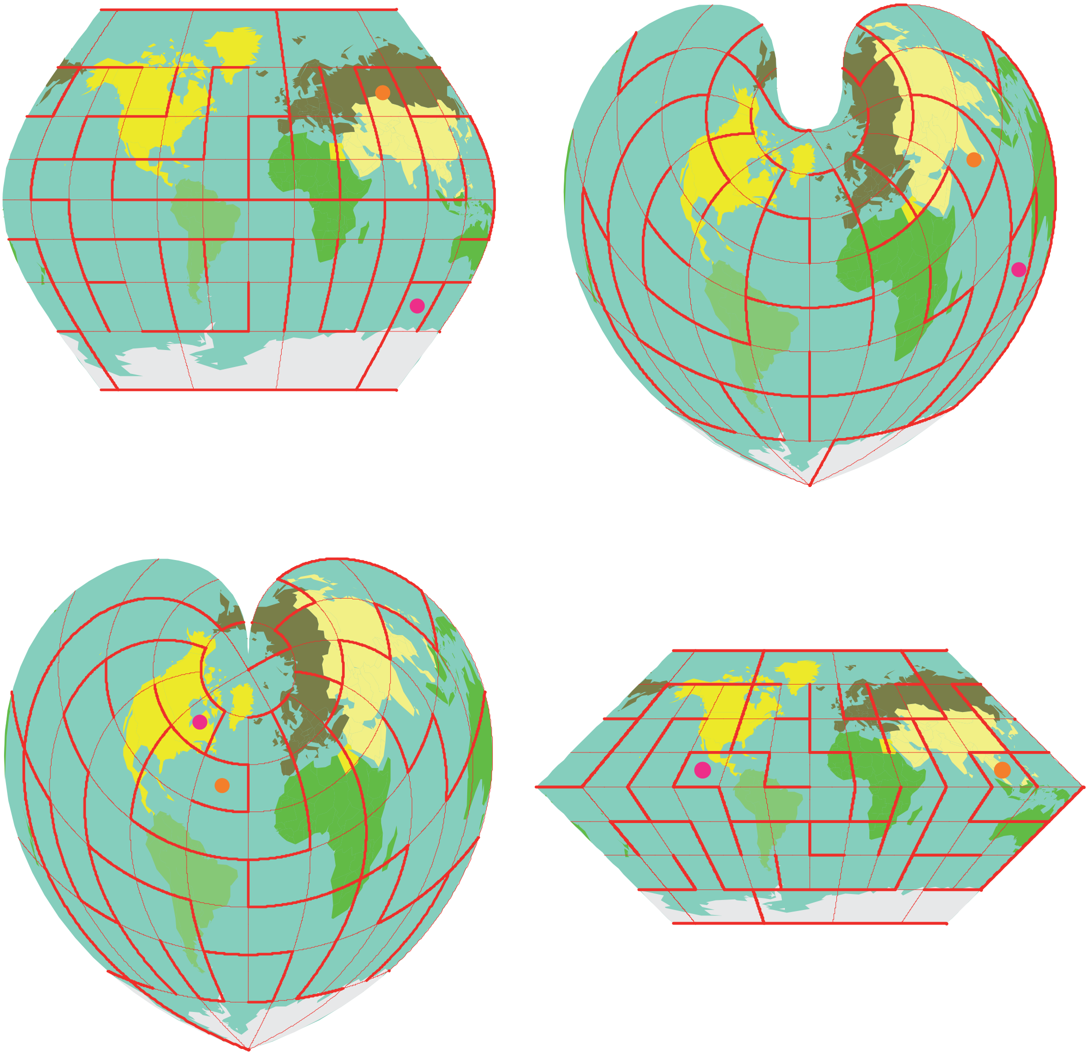




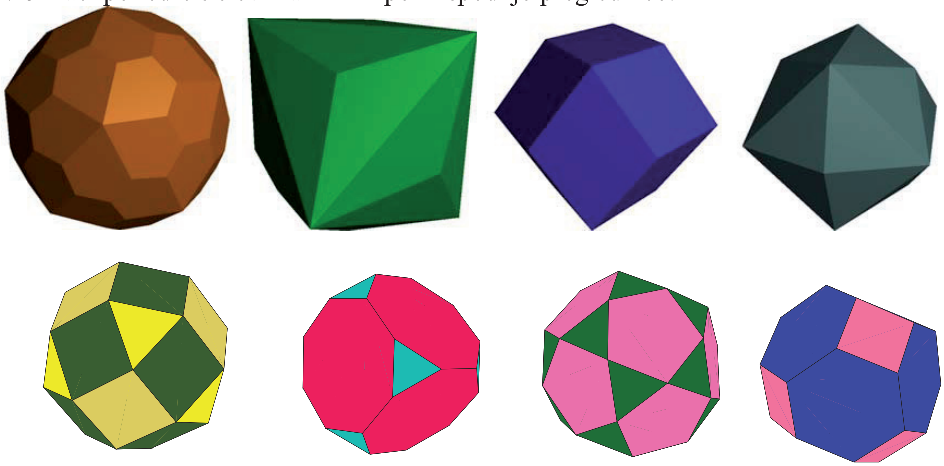




4. Poveži točki na zemljevidu.

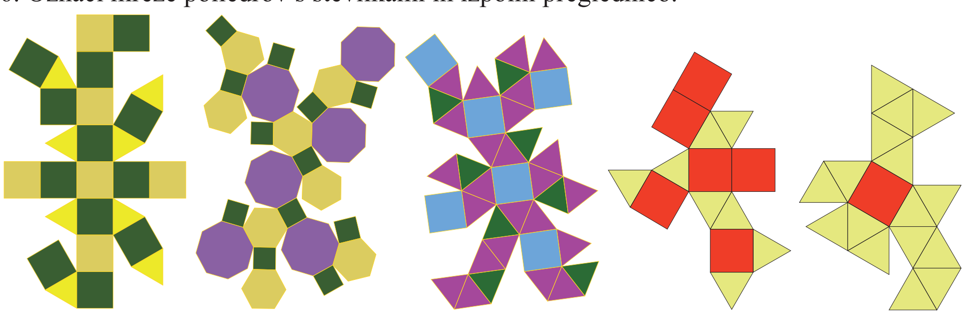


5. Označi poliedre s številkami in izpolni spodnjo preglednico.



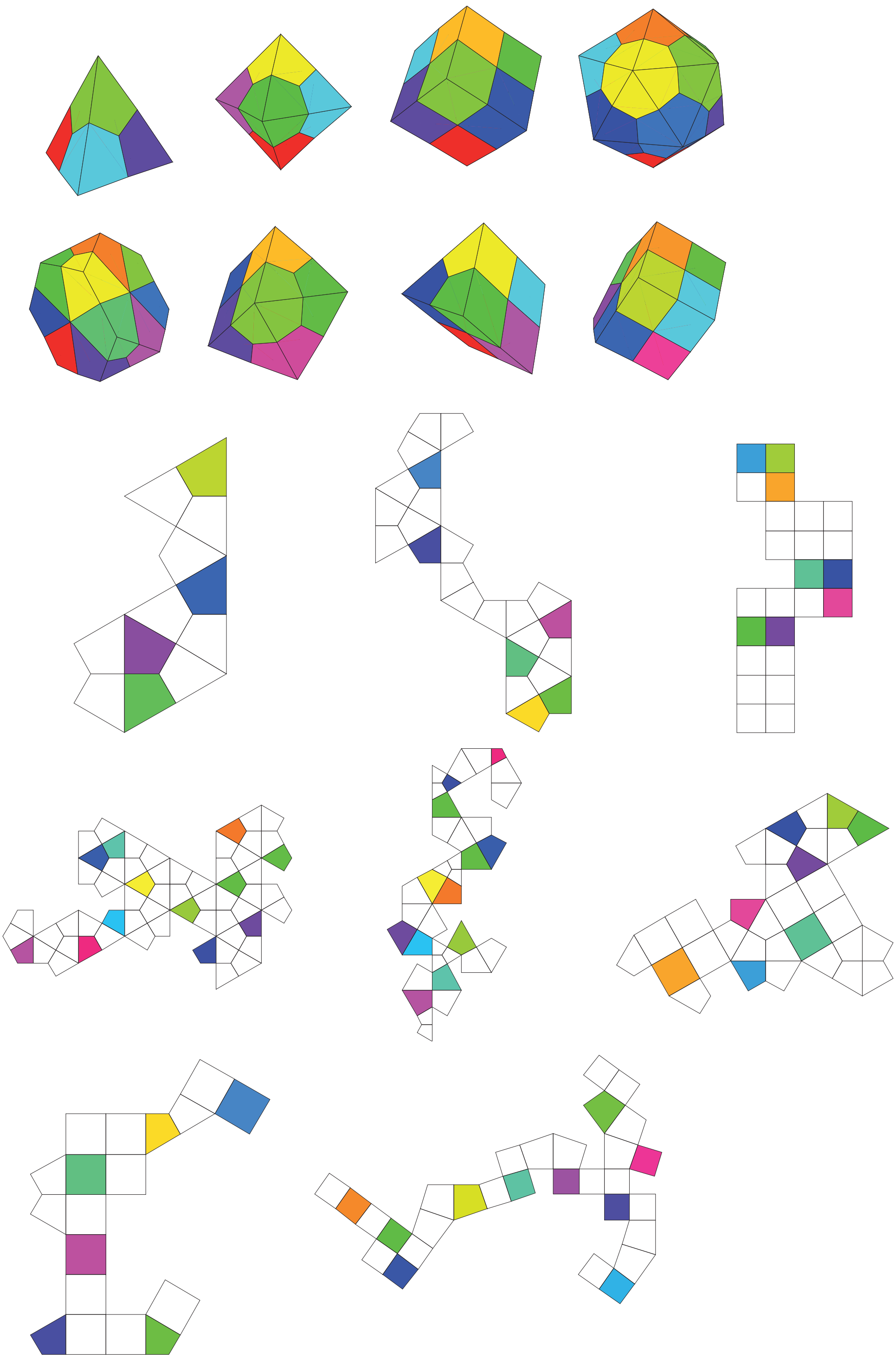
Oznaka	Število mejnih ploskev	Število robov	Število oglišč	Tip rotacijske simetrije
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

6. Označi mreže poliedrov s številkami in izpolni preglednico.



Oznaka	Število mejnih ploskev	Število robov	Število oglišč

7. Dane so delno pobarvane mreže teles. Pobarvaj še preostale dele mejnih ploskev.



8. V 5 x 5 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 5, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh 5 števil.
:

1.

		4		1
	3			
				2
2				

2.

	1			
3				
4			5	
2				

3.

	5			
4			2	3
1				

4.

				2
		4		
2				
1		3		

5.

	1		4	
1				5
				3

6.

		3	2	5
4				
	1			

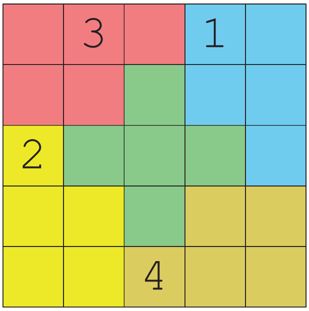
7.

		2		
			3	
			5	
		4		
2				

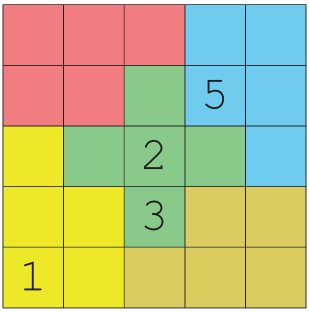
8.

	4			
1				
		5		
5			2	

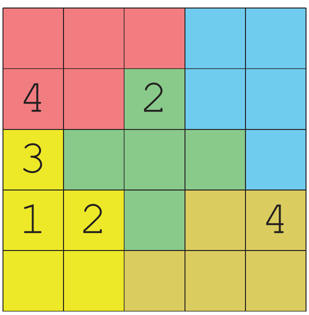
9.



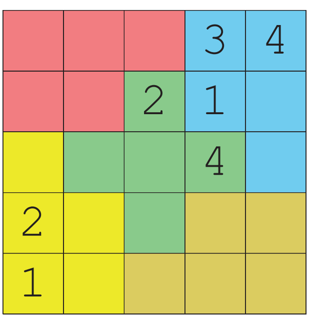
10.



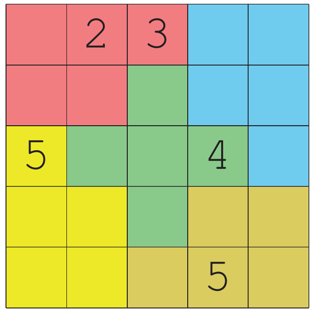
11.



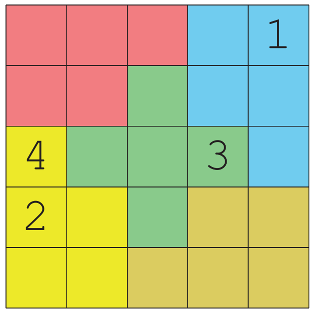
12.



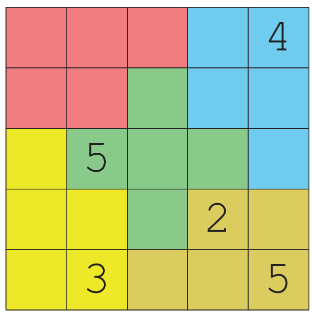
13.



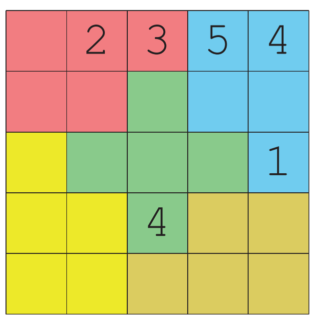
14.



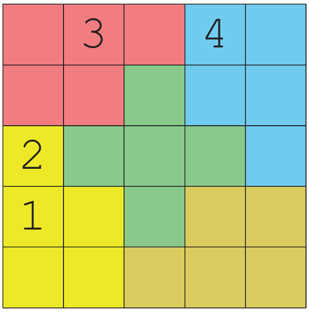
15.



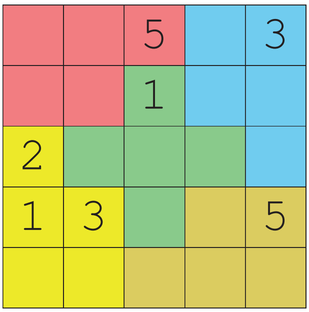
16.



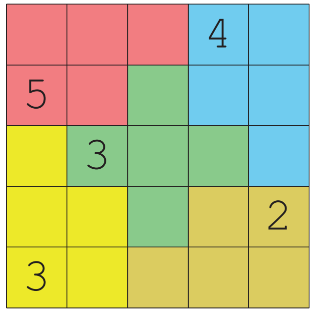
17.



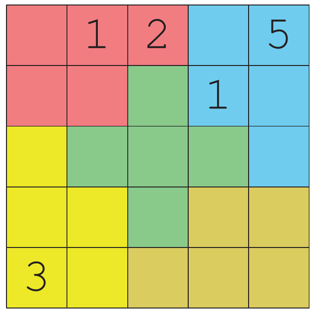
18.



19.

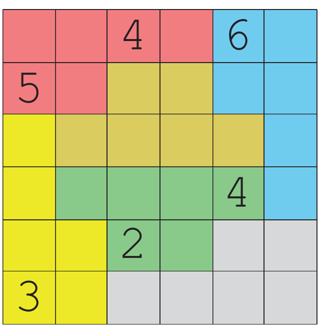


20.

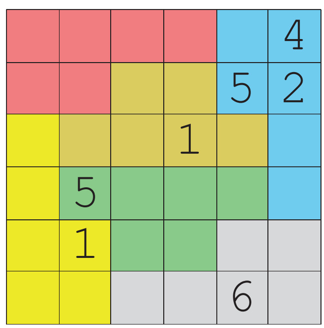


9. V 6 x 6 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 6, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh 6 števil.

1.



2.



3.

	5	2			
6		3			
			2		
3		4			

4.

				5	4
		3			
6			5		
1	5				
3					

5.

		6			
2				4	
1					
3					
			3		

6.

	3	1	2	6	4
			5		
			6		

7.

			1		
	3				
5		4			
			2		
			5		

8.

	2	1	5		
6					
		3			
					5

9.

					3
		1			6
		2		1	
	4				

10.

		6			
1					
		2			
				5	
	4				

11.

	5	6		2	
1		4			
4					

12.

			4		5
2					6
1			5		

13.

			5		
3					
6		5			
4			2		
2					
		4			

14.

				4	
5			6		
2	3				6
6					

15.

	4			6	3
		4			
				3	
5					
1					

16.

				3	
					5
				6	
4					
			1		

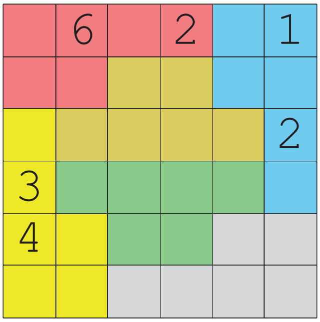
17.

			4		
			2		
		1			
	4				
	3				1
5					

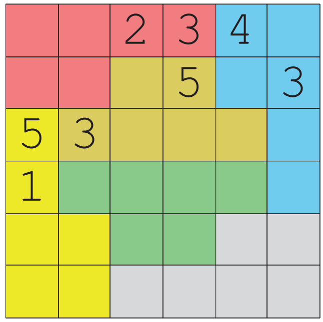
18.

				4	2
			4		
					1
	2				
6			3		

19.



20.



10. V *n* x *n* kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do *n*, tako da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh *n* števil ter, da bodo izpolnjene vse relacije

1.

		4			<	3
			>		>	
	>					

2.

2						4
4			<			
		2			>	
			>		<	

3.

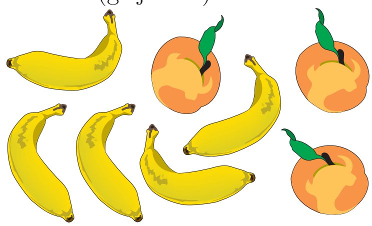
			>		>	
	>		>			
		2				
				2		

4.

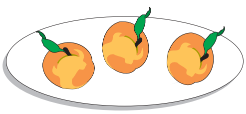
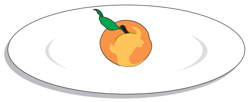
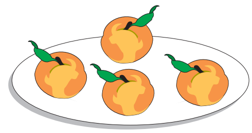
		4		2	<	
3	>					
	<					
					>	1

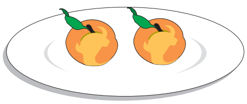
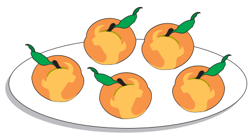
■ 28. Mednarodni matematični kenguru – izbor nalog

1. Gašper ima več banan kot breskev (glej sliko).

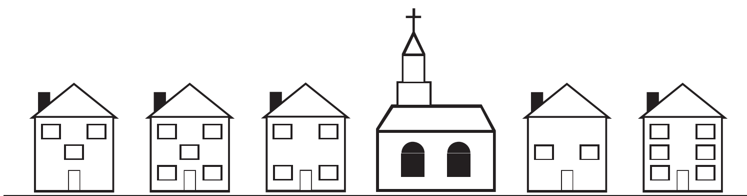


S katerega krožnika naj vzame vse breskve, da jih bo imel toliko kot banan?

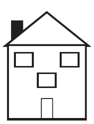
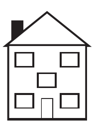
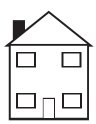
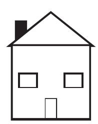
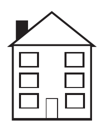
(**A**)  (**B**)  (**C**) 

(**D**)  (**E**) 

2. Maja je narisala nekaj hiš in cerkev (glej sliko).



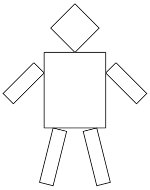
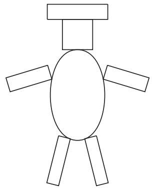
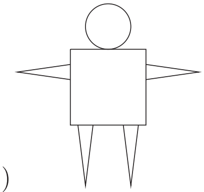
Katera hiša levo od cerkve ima največ oken?

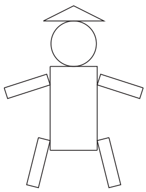
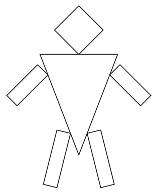
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

3. Na mizi je bilo 5 igrač. Maja je nato na mizo dala 3 igrače, Uroš pa še 4. Ko je Gorazd z mize vzel nekaj igrač, jih je na mizi ostalo še 8. Koliko igrač je Gorazd vzel z mize?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 8 (**D**) 12 (**E**) 20

4. Na kateri sliki ni kvadrata?

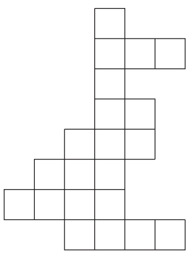
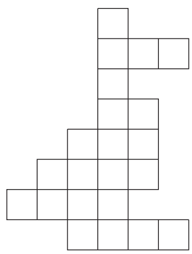
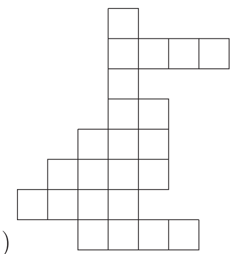
(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 

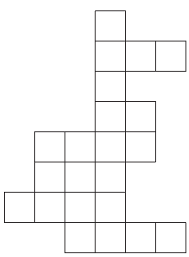
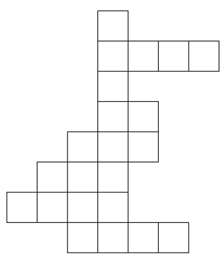
(**D**) 
(**E**) 

5. Ob ravni poti v parku je 5 svetilk, razdalja med zaporednima svetilkama je 8 metrov. Koliko metrov sta oddaljeni prva in zadnja svetilka?

(**A**) 8 (**B**) 32 (**C**) 40 (**D**) 48 (**E**) 64

6. Na kateri sliki je največ majhnih kvadratkov?

(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 

(**D**) 
(**E**) 

7. Koliko je vrednost izraza $4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4$?

(**A**) 32 (**B**) 44 (**C**) 48 (**D**) 56 (**E**) 100

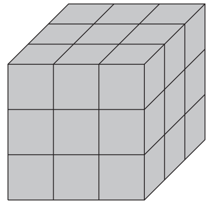
8. Luka se je rodil 1. januarja 2002 in je 1 leto in 1 dan starejši od Jana. Katerega dne se je rodil Jan?

(**A**) 31. decembra 2000 (**B**) 2. januarja 2001 (**C**) 31. decembra 2002
(**D**) 2. januarja 2003 (**E**) 31. decembra 2003

9. Zoran je imel na krožniku 100 špagetov, vsak špaget je bil dolg 20 cm. S špageti je oblikoval najdaljšo možno neprekinjeno ravno črto, tako da sta se sosednja špageta dotikala. Koliko je bila dolga črta, ki jo je s špageti oblikoval Zoran?

(**A**) 2 km (**B**) 20 m (**C**) 200 cm (**D**) 2000 mm (**E**) 20000 cm

10. Jalen je prebarval leseno kocko z robom dolžine 3 dm s sivo barvo, nato pa jo je razžagal na manjše kocke z robom dolžine 1 dm (glej sliko). Koliko manjših kock je imelo natanko 2 mejni ploskvi prebarvani sivo?

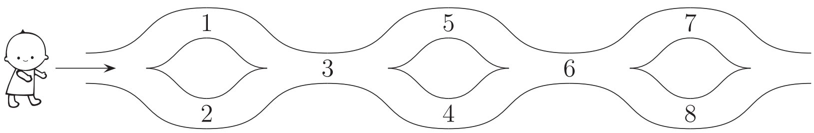


(**A**) 4 (**B**) 6 (**C**) 8
(**D**) 10 (**E**) 12

11. Sedeži na vrtiljaku so po vrsti oštevilčeni s številkami 1, 2, 3, ... Peter se je usedel na sedež s številko 11, ki je bil točno nasproti sedeža s številko 4. Koliko sedežev ima vrtiljak?

(**A**) 13 (**B**) 14 (**C**) 16 (**D**) 17 (**E**) 22

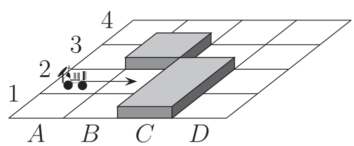
12. V računalniški igrici se deklica Nika premika od leve proti desni in pri tem v košaro nabira številke, ki ležijo na njeni poti (glej sliko).



Katere izmed naslednjih številk so lahko na koncu poti v Nikini košari?

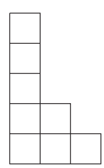
(**A**) 1, 3, 4, 7 in 8 (**B**) 2, 3, 4, 5 in 6 (**C**) 2, 3, 5, 6 in 7
(**D**) 1, 4, 5, 6 in 8 (**E**) 1, 2, 3 in 6

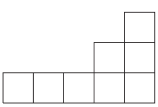
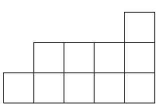
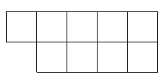
13. Robot na začetku stoji na polju $A2$ in je obrnjen v smeri puščice (glej sliko). Programiran je tako, da se ves čas premika naravnost po belih poljih. Če pride do ovire ali roba tabele, se obrne na desno in nato nadaljuje pot naravnost. Robot se ustavi, če ne more nadaljevati poti naravnost, potem ko se na nekem polju obrne na desno. Na katerem polju se bo ustavil robot?

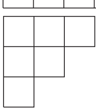
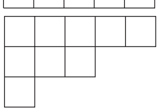


(**A**) $A1$ (**B**) $B2$ (**C**) $D1$ (**D**) $C3$
(**E**) Robot se ne bo ustavil.

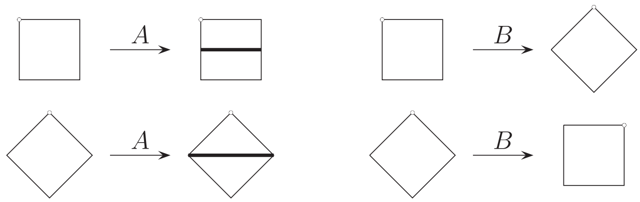
14. Kateri lik s spodnjih slik tvori pravokotnik z likom na desni sliki?

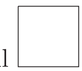


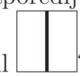
(**A**)  (**B**)  (**C**) 

(**D**)  (**E**) 

15. Tiskar Jože ima 2 vrsti strojev: A in B. Stroj A natiska na papir vodoravno črto, stroj B pa zavrti papir za 45° v smeri urnega kazalca (glej sliko).



Katero izmed naštetih zaporedij strojev je pravo, da bo tiskar Jože v prvi stroj vstavil 

in iz zadnjega stroja dobil ?

(**A**) B, B, A (**B**) A, B, B (**C**) B, A, B (**D**) B, A (**E**) B, A, B, B, B

16. Katero je najmanjše število, ki je večje od števila 2007, a ima enako vsoto števk kot število 2007?

(**A**) 1008 (**B**) 2008 (**C**) 2016 (**D**) 2115 (**E**) 7002

17. Maša je papir v obliki kvadrata z obsegom 20 cm razrezala na 2 pravokotnika. Obseg 1 izmed pravokotnikov meri 16 cm. Koliko centimetrov meri obseg 2. pravokotnika?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

18. Enej je pogledal na svojo digitalno uro, ki je kazala 20:07. Koliko časa je minilo, da so bile na Enejevi uri prvič ponovno te 4 števke v katerem koli vrstnem redu?

(**A**) 4 h 20 min (**B**) 6 h (**C**) 10 h 55 min (**D**) 11 h 13 min (**E**) 24 h

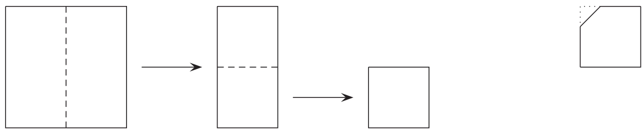
19. Tim ima blagajno, ki se zaklene s ključavnico s trimestno številko. Blagajna se zaklene samo s takimi trimestnimi številkami, v katerih so vse tri števke 1, 3 in 5. Na koliko načinov lahko Tim zaklene blagajno?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

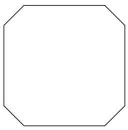
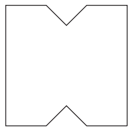
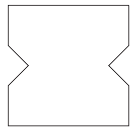
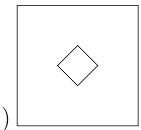
20. Palindrom je število, ki se ne spremeni, če zapišemo njegove števke v obratnem vrstnem redu. Primer palindroma je število 1331. Sara se je z avtom odpeljala na sever Evrope. Na začetku poti je opazila, da je na merilniku prevoženih kilometrov njenega avtomobila palindrom 15951. Koliko kilometrov je prevozila Sara, ko se je na merilniku prvič ponovno pojavil palindrom?

(**A**) 100 (**B**) 110 (**C**) 710 (**D**) 900 (**E**) 1001

21. Dino je 2-krat prepognil papir kvadratne oblike, tako da je ponovno dobil kvadrat (glej sliko).

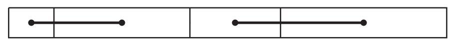


Nato je kvadrat zavrtel, odrezal 1 izmed vogalov in papir ponovno razgrnil. Katerega izmed papirjev na spodnjih slikah ne bi mogel dobiti na tak način?

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**) 

(**E**) Na tak način bi lahko dobil papir s katere koli slike.

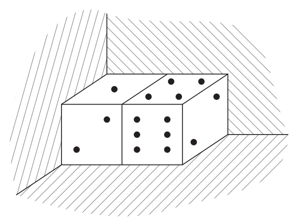
22. Polona je imela papirnati trak dolžine 27 cm. S 3 navpičnimi črtami ga je razdelila na 4 pravokotnike različnih velikosti, nato pa narisala 2 daljici, ki sta povezali središči sosednjih pravokotnikov (glej sliko). Koliko centimetrov meri vsota dolžin teh 2 daljic?



(**A**) 12 (**B**) 13.5 (**C**) 14 (**D**) 14.5

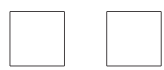
(**E**) Nemogoče je določiti.

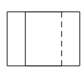
23. Skupno število pik na nasprotnih mejnih ploskvah Klarinih kock je 7. Klara je postavila kocki v kot (glej sliko). Koliko je vseh pik, ki se ne vidijo?



(**A**) 7 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 27 (**E**) 28

24. Bor je iz papirja izrezal 2 kvadrata velikosti 9 cm × 9 cm (glej desno sliko). Kvadrata je položil enega na drugega in dobil pravokotnik velikosti 9 cm × 13 cm (glej spodnjo sliko).

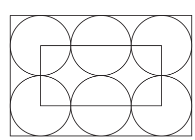




Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina območja, kjer se kvadrata prekrivata?

(**A**) 36 (**B**) 45 (**C**) 54 (**D**) 63 (**E**) 72

25. V pravokotnik je včrtanih 6 enakih krogov, ki se dotikajo pravokotnika in drug drugega (glej sliko). Oglišča manjšega pravokotnika ležijo v središčih 4 krogov, ki se dotikajo 2 stranic večjega pravokotnika. Obseg manjšega pravokotnika je 60 cm. Koliko centimetrov meri obseg večjega pravokotnika?

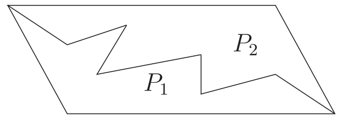


(**A**) 80 (**B**) 100 (**C**) 120 (**D**) 140 (**E**) 160

26. Naj bo x negativno celo število. Kateri izmed zapisanih izrazov ima največjo vrednost?

(**A**) $x+1$ (**B**) $2x$ (**C**) $-2x$ (**D**) $6x+2$ (**E**) $x-2$

27. Sara je nasprotni oglišči paralelograma povezala z različnimi lomljenimi črtami. Tako je paralelogram vsakič razdelila na 2 lika, ki ju je označila s P_1 in P_2 (na sliki je 1 izmed razdelitev). Katera trditev je gotovo pravilna za vse razdelitve?

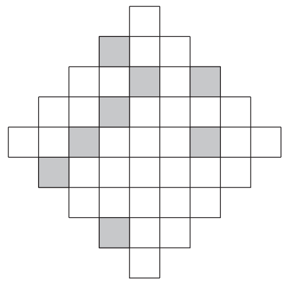


(**A**) P_2 ima večji obseg kot P_1. (**B**) P_2 ima manjši obseg kot P_1.
(**C**) P_2 ima manjšo ploščino kot P_1. (**D**) P_1 in P_2 imata enako ploščino.
(**E**) P_1 in P_2 imata enak obseg.

28. Krištof je star 10 let. Njegova mama Jolanda je 4-krat toliko stara kot Krištof. Koliko let bo stara Jolanda, ko bo Krištof 2-krat toliko star, kot je zdaj?

(**A**) 40 (**B**) 50 (**C**) 60 (**D**) 70 (**E**) 80

29. Najmanj koliko majhnih kvadratkov moramo osenčiti, da bo dobljeni lik imel vsaj 1 simetralo (glej sliko)?



(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4
(**D**) 5 (**E**) 6

30. Jure je v ravnini označil točke $A(2006, 2007)$, $B(2007, 2006)$, $C(-2006, -2007)$, $D(2006, -2007)$ in $E(2007, -2006)$. Katera izmed naslednjih daljic je vzporedna z osjo x?

(**A**) AD (**B**) BE (**C**) BC (**D**) CD (**E**) AB

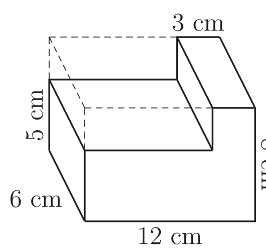
31. Hana je v kvadratni preglednici velikosti $n \times n$ osenčila vse kvadratke velikosti 1×1, ki ležijo na diagonalah preglednice. Hana je skupaj osenčila 9 kvadratkov velikosti 1×1. Koliko je vrednost n?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 8 (**E**) 9

32. Na srečelovu je bilo na vsaki srečki napisano 1 število. Dobitne so bile tiste srečke, na katerih je bilo napisano število z vsaj 5 števkami, od katerih so bile največ 3 števke večje od 2. Maja je imela 5 srečk, na katerih so bila števila 1022, 22222, 102334, 213343 in 3042531. Koliko Majinih srečk je bilo dobitnih?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

33. Matic je od kosa lesa v obliki kvadra odžagal del, ki je prav tako imel obliko kvadra (glej sliko). Za koliko kvadratnih centimetrov se je zmanjšala površina kosa lesa?



(**A**) Za manj kot 52. (**B**) Za 54.
(**C**) Med 54 in 108. (**D**) Za 108.
(**E**) Za več kot 108.

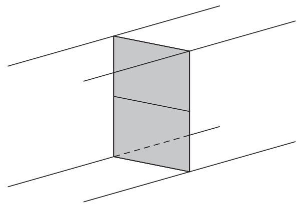
34. Mednarodna organizacija ima 32 članov. Koliko članov bo imela organizacija čez 3 leta, če se bo vsako leto število članov povečalo za 50 % glede na prejšnje leto?

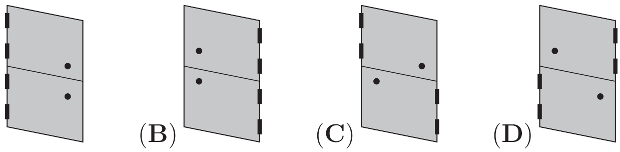
(**A**) 80 (**B**) 96 (**C**) 108 (**D**) 128 (**E**) 182

35. Različne črke predstavljajo različne števke. Koliko je najmanjša možna vrednost izraza $2007 - KAN - GA - ROO$?

(**A**) 100 (**B**) 110 (**C**) 112 (**D**) 119 (**E**) 129

36. Hodnik v hiši strahov ima v prerezu obliko paralelograma, ki ni pravokotnik. Sredi hodnika so nihajna vrata, ki so razdeljena na 2 ločena dela. Na kateri sliki imata oba dela vrat tečaje tako, da se oba dela odpreta?





(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

(**E**) Obeh delov vrat se ne da odpreti v nobenem primeru.

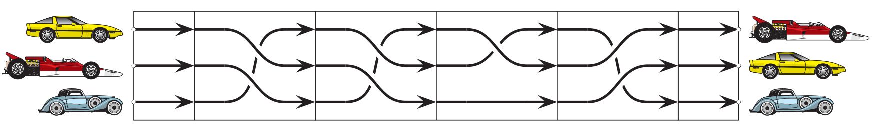
37. Lucijana je napisala zaporedje črk

$$LUCIJANALUCIJANA\dots LUCIJANA,$$

sestavljeno iz 20 besed $LUCIJANA$. Nato je v zaporedju izbrisala vse črke, ki so bile na lihih mestih, in dobila novo zaporedje. Tudi v novem zaporedju je izbrisala vse črke, ki so bile na lihih mestih. Postopek je ponavljala, dokler ni na koncu ostala samo še 1 črka. Katera črka je ostala?

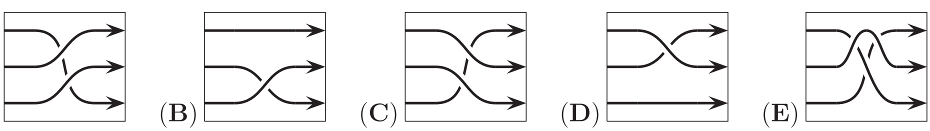
(**A**) L (**B**) C (**C**) I (**D**) J (**E**) A

38. Miha je zgradil dirkalno stezo (glej sliko)



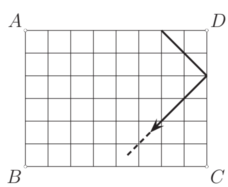
X

Opazil je, da vrstni red avtomobilov na koncu ni enak vrstnemu redu na začetku. S katerim elementom mora Miha zamenjati element X, da bo na koncu dobil enak vrstni red avtomobilov kot na začetku?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**) (**E**)

39. Biljardna krogla se je odbila od roba mize pod kotom 45° (glej sliko). Nato se je kotalila in odbijala od roba mize toliko časa, dokler ni padla v 1 izmed lukenj. V katero?



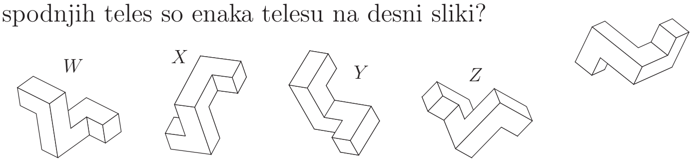
(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D

(**E**) Nemogoče je določiti.

40. Teoretični del vozniškega izpita so opravili vsi tečajniki, ki so pravilno odgovorili na vsaj 80 % vprašanj. Klavdija je na prvih 10 vprašanj na izpitu odgovorila pravilno, na naslednjih 5 vprašanj pa napačno. Na vsa preostala vprašanja je Klavdija odgovorila pravilno in na koncu opravila izpit z natanko 80 % pravilnih odgovorov. Koliko vprašanj je bilo na izpitu?

(**A**) 20 (**B**) 25 (**C**) 30 (**D**) 35 (**E**) 40

41. Katera izmed spodnjih teles so enaka telesu na desni sliki?



(**A**) Samo telesi W in Y. (**B**) Samo telesi X in Z. (**C**) Samo telo Y.
(**D**) Samo telesa W, X in Y. (**E**) Nobeno izmed teles.

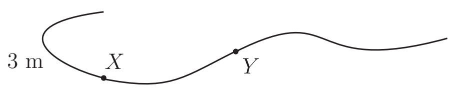
42. Pija je imela 2 enako velika papirnata enakostranična trikotnika. Obema trikotnikoma je z ravnim rezom odrezala 1 izmed oglišč, tako da je dobila 2 enako velika trapeza. Trapeza je položila drug poleg drugega, tako da je nastal paralelogram, katerega obseg je bil za 10 cm večji od obsega prvotnega trikotnika. Koliko centimetrov je meril obseg prvotnega trikotnika?

(**A**) 10 (**B**) 30 (**C**) 40 (**D**) 60
(**E**) Nemogoče je določiti.

43. Učiteljica je preštela, koliko fantov in koliko deklet v razredu nosi očala. Število fantov, ki nosijo očala, je enako številu deklet, ki ne nosijo očal. Katera izmed naslednjih trditev o učencih tega razreda je pravilna?

(**A**) Število deklet je manjše od števila fantov, ki nosijo očala.
(**B**) Število učencev, ki nosijo očala, je manjše od števila deklet, ki ne nosijo očal.
(**C**) Število fantov, ki nosijo očala, je manjše od števila deklet, ki ne nosijo očal.
(**D**) Število deklet je enako številu vseh učencev, ki nosijo očala.
(**E**) Število fantov, ki nosijo očala, je večje od števila deklet, ki ne nosijo očal.

44. Ramzes si je pri določanju pravega kota pomagal z 12 m dolgo vrvjo z 2 vozloma, 1 izmed vozlov je bil v točki X in je bil 3 m oddaljen od 1 izmed koncev vrvi (glej sliko).



Vrv je oblikoval v trikotnik z obsegom 12 m, vozla in staknjeni krajišči vrvi pa so bila oglišča pravokotnega trikotnika s pravim kotom v točki X. Koliko metrov od 2. konca vrvi je bil oddaljen 2. vozel?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 9

45. V neki vasi nobena 2 prebivalca nimata enakega števila las. Nihče tudi nima natanko 2007 las. Janez ima največ las v vasi, število prebivalcev vasi pa je večje od števila las na Janezovi glavi. Največ koliko ljudi živi v vasi?

(**A**) 0 (**B**) 2006 (**C**) 2007 (**D**) 2008 (**E**) 2009

■ 7. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – regijsko tekmovanje

□ Naloge za prvi letnik

I. DEL

A1. Vrednost izraza $3 \cdot (-2)^3 - 2^4 \cdot (5 - 1^2 \cdot 4) \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot (-2) \cdot (-1)^7 - 9 \cdot (-1)^6 \cdot \frac{1}{3} + 1$ je:

(**A**) -20 (**B**) -24 (**C**) 15 (**D**) 10 (**E**) $\frac{1}{6}$

A2. Razlika kvadratov poljubnih dveh zaporednih lihih števil je:

(**A**) deljiva z 8 (**B**) deljiva s 4, a ne z 8 (**C**) deljiva z 2, a ne s 4
(**D**) praštevilo (**E**) deljiva s poljubnim lihim številom

A3. Metka gre v kino vsak drugi dan. Blagajničarka deli brezplačne vstopnice vsak enajsti dan, toda le, če je ta dan nedelja. Metka je dobila brezplačno vstopnico 15. maja. Metka bo istega leta dobila brezplačno vstopnico:

(**A**) 15. oktobra (**B**) 16. oktobra (**C**) 17. oktobra
(**D**) 18. oktobra (**E**) neki dan, različen od navedenih

A4. Sliko števila $\frac{5}{8}$ na številski premici prezrcalimo preko točke, ki ponazarja število $\frac{3}{7}$. Zrcalna slika, ki jo dobimo, predstavlja število:

(**A**) $\frac{45}{56}$ (**B**) $\frac{23}{28}$ (**C**) $\frac{11}{15}$ (**D**) $\frac{13}{56}$ (**E**) $\frac{23}{15}$

A5. Koliko je 5 % od 4 %?

(**A**) 0,2 (**B**) 0,02 (**C**) 0,0002 (**D**) 0,22 (**E**) 0,002

A6. Množico realnih števil, zapisano kot $\big((-3,-1) \cup (2,3\,]\big) \cap [-2,2\,]$, lahko zapišemo v obliki:

(**A**) $[-2,2\,]$ (**B**) $[-2,-1)$ (**C**) $\{2\}$ (**D**) $(-2,1) \cup \{2\}$ (**E**) $(-3,-2)$

II. DEL

B1. Natančno izračunaj vrednost izraza $0{,}3 : \dfrac{0{,}3 - 1\frac{1}{2}}{\sqrt[3]{8} - 1} + 0{,}1\overline{6}$.

B2. Dijak bo varčeval za maturantski izlet, na katerega bo odšel ob koncu četrtega letnika. Ob koncu prvega, drugega in tretjega letnika bo na banko vložil po 100 evrov. Banka mu prihranke letno obrestuje po 3,5 % obrestni meri. Koliko bo moral dijak še doplačati za maturantski izlet, ki bo stal 400 evrov? Rezultat zaokroži na eno decimalno mesto. Zapiši odgovor.

B3. Število n ima obliko $3a2140b$. Določi vse možne pare števk a in b tako, da bo število n deljivo s 6.

B4. Poenostavi izraz $\left(\left(a-b\right)^2\right)^2 - \left(a^2+b^2\right)^2 + 4ab(a-b)^2$.

□ Naloge za drugi letnik

I. DEL

A1. Smerni koeficient linearne funkcije $f(x)=\dfrac{3-\frac{x}{2}}{\frac{4}{5}}$ je enak:

(**A**) 0,7 (**B**) $\frac{15}{4}$ (**C**) $-\frac{1}{2}$ (**D**) $-0{,}625$ (**E**) 3

A2. Premica, dana z enačbo $x+2y-3=0$,

(**A**) seka ordinatno os v točki $A(0,3)$
(**B**) je vzporedna z abscisno osjo
(**C**) je vzporedna z ordinatno osjo
(**D**) je vzporedna s premico $2x+y-4=0$
(**E**) seka abscisno os v točki $B(3,0)$

A3. Natančna vrednost izraza $32^{0,6}-16^{0,75}+1,44^{0,5}$ je:

(**A**) 1,2 (**B**) $2\sqrt{3}$ (**C**) 5 (**D**) -9 (**E**) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

A4. Rešitve enačbe $\left(x^2-8^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=4$ so:

(**A**) $x_{1,2}=\pm 6$ (**B**) $x_{1,2}=\pm\sqrt{6}$ (**C**) $x_{1,2}=\pm 2\sqrt{3}$
(**D**) $x_{1,2}=\pm 2\sqrt{5}$ (**E**) Enačba ni rešljiva

A5. Zunanji koti trikotnika so v razmerju $2:3:4$. Notranji koti tega trikotnika so v razmerju:

(**A**) $5:3:1$ (**B**) $5:4:3$ (**C**) $4:3:2$
(**D**) $5:3:2$ (**E**) drugačnem od navedenih

A6. Koliko stranic ima večkotnik, ki ima 230 diagonal?

(**A**) 15 (**B**) 20 (**C**) 21 (**D**) 23 (**E**) 27

II. DEL

B1. Dani sta funkciji $f(x)=mx-x+2$ in $g(x)=2+2x$.

(a) Določi m tako, da bosta grafa funkcij vzporedna.
(b) Upoštevaj $m=-3$ in izračunaj koordinati presečišča grafov.
(c) Nariši graf funkcije $|g(x)|$.

B2. Dan je pravokotnik $ABCD$, katerega stranica AB je dolga 7 dm. Točka E leži na stranici BC, tako da je $\sphericalangle AEB=43^\circ$ in $\sphericalangle EDC=30^\circ$. Izračunaj dolžino stranice BC na milimeter natančno. Nariši skico.

B3. Poenostavi izraz

$$\sqrt[12]{x\cdot\sqrt{y^{-6}}}\cdot\sqrt[4]{x^3y^{-1}}:\sqrt[6]{x^{\frac{1}{2}}y\cdot\sqrt{y}}=$$

in rezultat zapiši v obliki potence z racionalnim eksponentom.

B4. Točki $A(7,1)$ in $B(0,y)$ sta med seboj oddaljeni $5\sqrt{2}$ enot. Natančno izračunaj ordinato točke B. Zapiši obe rešitvi.

□ Naloge za tretji letnik

I. DEL

A1. Presečišči parabole $y = x^2 - 4x + 5$ in premice $y = -5x + 5$ sta točki

(**A**) $T_1(3,5),\ T_2(0,2)$ (**B**) $T_1(3,2),\ T_2(1,5)$ (**C**) $T_1(5,0),\ T_2(3,2)$

(**D**) $T_1(0,5),\ T_2(-1,10)$ (**E**) različni od navedenih

A2. Parabola $y = ax^2 + c$ poteka skozi točki $A(-1,-3)$ in $B(-2,3)$. Velja:

(**A**) $a = 2,\ c = -5$ (**B**) $a = -2,\ c = 5$ (**C**) $a = 1,\ c = 3$

(**D**) $a = -2,\ c = -5$ (**E**) $a = 0,\ c = -3$

A3. Katera izmed navedenih funkcij je eksponentna?

(**A**) $f(x) = x^2$ (**B**) $f(x) = 3^{x\sqrt{2}}$ (**C**) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$

(**D**) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (**E**) $f(x) = 2^5 + x^2$

A4. Rešitev enačbe $3^{x+2} \cdot 3^{x+3} = 9$ je:

(**A**) $-\frac{3}{2}$ (**B**) $\frac{7}{2}$ (**C**) 1 (**D**) $\frac{3}{2}$ (**E**) -1

A5. Za funkciji $f(x) = 3^{-x}$ in $g(x) = \log(x-4)$ velja:

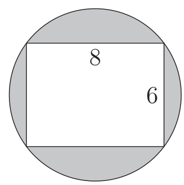
(**A**) $f(2) \cdot g(5) = -6$ (**B**) $f(-1) \cdot g(5) = 3$ (**C**) $f(0) \cdot g(14) = 0$

(**D**) $f(1) \cdot g(\pi^2) > 0$ (**E**) $f(2) \cdot g(4{,}1) > 0$

A6. Ploščina osenčenega dela kroga je

(**A**) 23π (**B**) 48π (**C**) $25\pi - 48$

(**D**) 100π (**E**) $100\pi - 48$



II. DEL

B1. Dan je trikotnik ABC s podatki $a = 4$ cm, $b = 5$ cm in $\gamma = 60°$.

(a) Natančno izračunaj dolžino težiščnice iz oglišča A.

(b) Zapiši razmerje, v katerem višina iz oglišča A deli stranico a.

B2. Določi konstanto n tako, da bo za nek $y \in \mathbb{R}$ točka $A(3, y)$ presečišče grafov funkcij $f(x) = -\frac{1}{3}x + n$ in $g(x) = \log_2(x+1) - 1$.

B3. Dana je funkcija $f(x) = 3^{x-1}$. Za katere realne vrednosti x velja enakost $f(x+1) = f(x) + 6$?

B4. V živalskem vrtu so opice v dveh kletkah. V prvi kletki sta dve opici več kot v drugi. Oskrbnik živalskega vrta je v vsaki kletki opicam razdelil 48 banan. Vsaka opica iz druge kletke je dobila 4 banane več kot vsaka opica iz prve kletke. Koliko opic je v vsaki kletki? Zapiši odgovor.

◻ Naloge za četrti letnik

I. DEL

A1. Kolikšna je največja vrednost funkcije $f(x) = \sin x \cos x$?

(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (**C**) 1 (**D**) $\sqrt{3}$ (**E**) 2

A2. Število različnih rešitev enačbe $x^2 = x^4$ je:

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

A3. Naj bo $p(x)$ poljuben polinom, ki ima štiri ničle, $q(x)$ pa tak polinom, ki ima pet ničel, da so vse ničle obeh polinomov med seboj različne. Kaj je gotovo res?

(**A**) Funkcija $\frac{p(x)}{q(x)}$ ima eno ničlo. (**B**) Funkcija $\frac{q(x)}{p(x)}$ ima štiri ničle.

(**C**) Polinom $p(x) + q(x)$ ima devet ničel. (**D**) Polinom $p(x) - q(x)$ nima ničel.

(**E**) Polinom $p(x)q(x)$ ima devet ničel.

A4. Definicijsko območje funkcije $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^2}{2-x}}$ je:

(**A**) $x \geq 1$ (**B**) $x > 1$ (**C**) $x < 2$

(**D**) $x \leq 2$ (**E**) različno od navedenih

A5. V geometrijskem zaporedju s prvim členom $\sqrt{3}$ in količnikom $\sqrt[10]{3}$ je trinajsti člen enak:

(**A**) $3\sqrt[10]{3^7}$ (**B**) $3\sqrt[5]{3^4}$ (**C**) $3\sqrt[10]{3^4}$ (**D**) $\sqrt[5]{3^3}$ (**E**) $\sqrt[5]{3^7}$

A6. Katero izmed navedenih zaporedij je aritmetično?

(**A**) $\sin 4°,\ \sin 5°,\ \sin 6°$ (**B**) $\cos 4°,\ \cos 5°,\ \cos 6°$ (**C**) $\log n,\ \log n^3,\ \log n^5$

(**D**) $\tan 4°,\ \tan 5°,\ \tan 6°$ (**E**) $\log n,\ \log 3n,\ \log 5n$

II. DEL

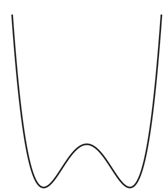
B1. Dana je funkcija $f(x) = \cos(x - \frac{7\pi}{6})$. Izračunaj $f(x_1)$, če je $\cos(x_1) = \frac{-\sqrt{6}}{3}$ in je $\frac{\pi}{2} < x_1 < \pi$. Rezultat naj bo točen, izvedeno naj bo delno korenjenje in racionalizacija imenovalcev.

B2. Seštej

$$1 + \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4 + \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6 + \ldots + \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{38},$$

ne da bi uporabil žepno računalo.

B3. Vika je narisala graf polinoma, Jure pa je izbrisal koordinatni osi. Preriši graf in nariši abscisno os tako, da



(a) bo polinom imel štiri realne ničle lihe stopnje.

(b) bo polinom imel eno ničlo sode stopnje in dve ničli lihe stopnje.

(c) polinom ne bo imel realnih ničel.

B4. Nariši graf funkcije $f(x) = |-x^{-1} + x^{-2}|$. Narisano krivuljo, ki predstavlja graf, posebej označi (npr. z odebeljeno črto ali drugo barvo).

■ Rešitve nalog 28. mednarodnega matematičnega kenguruja – izbor nalog

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	B	D	B	C	C	D	B	E	B	C	C	B	B

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	A	E	B	E	B	D	B	B	C	E	B	B	D

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
C	B	B	C	B	C	E	E	C	B	A	B	D	C	C

■ Rešitve nalog 7. tekmovanja v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol – regijsko tekmovanje

□ Prvi letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	A	B	D	E	B

A1. Poenostavljen izraz je enak $3 \cdot (-8) - 16 \cdot (5-4) \cdot \frac{1}{2} + 10 - \frac{9}{3} + 1$. Po nadaljnjem urejanju dobimo $-24 - 16 \cdot \frac{1}{2} + 10 - 3 + 1 = -24 - 8 + 8 = -24$.

A2. Naj bosta zaporedni lihi števili $2n-1$ in $2n+1$. Tedaj je razlika njunih kvadratov enaka $(4n^2+4n+1) - (4n^2-4n+1) = 8n$. Razlika je deljiva z 8.

A3. Pomagamo si s skupnim večkratnikom $v(2, 11, 7) = 154$, saj Metka hodi v kino vsak drugi dan, brezplačne vstopnice pa delijo vsak 11. dan, če je ta dan nedelja, ki je vsak 7. dan. Ugotovimo, da je 154 dni po 15. maju ravno 16. oktober.

A4. Število $\frac{5}{8}$ je večje od števila $\frac{3}{7}$, zato je preslikano število enako $\frac{3}{7} - (\frac{5}{8} - \frac{3}{7}) = \frac{6}{7} - \frac{5}{8} = \frac{13}{56}$.

A5. Izračunamo $\frac{5}{100} \cdot \frac{4}{100} = \frac{2}{1000} = 0{,}002$.

A6. Najbolje, če si narišemo skico. Z nje razberemo, da je rešitev $[-2, -1)$.

II. DEL

B1. Razlika v števcu ulomka je enaka $-1{,}2$, razlika v imenovalcu pa 1. Nato opravimo deljenje, prvi člen se poenostavi v $-\frac{1}{4}$. Število $0{\cdot}1\overline{6}$ pretvorimo v ulomek $\frac{1}{6}$. Ulomka seštejemo in dobimo rezultat $-\frac{1}{12}$.

B2. Najprej izračunamo privarčevan znesek po prvem letu: $100 \cdot 1{,}035 = 103{,}5$ evra. Temu prištejemo 100 evrov, znesek 203,5 evra pa po drugem letu naraste v banki na $203{,}5 \cdot 1{,}035 = 210{,}6$. Ponovimo postopek še za tretje leto. Privarčevani znesek po tretjem letu je $(210{,}6 + 100) \cdot 1{,}035 = 321{,}5$ evra. Razlika med ceno izleta in privarčevanim zneskom je 78,5 evra.

B3. Upoštevamo kriterija deljivosti z 2 in 3. Ugotovimo, da števka b lahko zavzame vrednosti $0, 2, 4, 6, 8$, saj mora biti število sodo. Za vsako vrednost števke b premislimo, katere vrednosti lahko zavzame števka a, da bo dano število deljivo s 3, torej da bo vsota $10 + a + b$ deljiva s 3. Tako imamo:
– če je $b = 0$, je a lahko 2, 5 ali 8,
– če je $b = 2$, je a lahko 0, 3, 6 ali 9,
– če je $b = 4$, je a lahko 1, 4 ali 7,
– če je $b = 6$, je a lahko 2, 5 ali 8,
– če je $b = 8$, je a lahko 0, 3, 6 ali 9.

B4. Najprej je $\left((a-b)^2\right)^2 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$. Drugi člen je enak $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$, tretji pa $4ab(a^2 - 2ab + b^2)$. Celoten izraz poenostavimo in dobimo $-4a^2b^2$.

□ Drugi letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
D	E	A	D	A	D

A1. Funkcijo zapišemo v obliki $f(x) = \frac{5}{4}(3 - \frac{x}{2}) = -\frac{5}{8}x + \frac{15}{4}$, od koder preberemo smerni koeficient $-\frac{5}{8} = -0{,}625$.

A2. Preverimo, da premica seka abscisno os v točki $B(3,0)$. Drugi ponujeni odgovori ne ustrezajo dani premici.

A3. Izračunamo $32^{0{,}6} - 16^{0{,}75} + 1{,}44^{0{,}5} = 32^{3/5} - 16^{3/4} + 1{,}44^{1/2} = 2^3 - 2^3 + 1{,}2 = 1{,}2$.

A4. Veljati mora $x^2 - 8^{2/3} = 16$, od tod je $x^2 - 4 = 16$ oziroma $x^2 = 20$. To pomeni, da sta rešitvi $x_{1,2} = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$.

A5. Označimo zunanje kote trikotnika z α_1, β_1 in γ_1. Zaradi $\alpha_1 : \beta_1 : \gamma_1 = 2 : 3 : 4$ lahko pišemo $\alpha_1 = 2x$, $\beta_1 = 3x$ in $\gamma_1 = 4x$, nato pa je $2x + 3x + 4x = 360°$, od tod pa $x = 40°$. Imamo torej $\alpha_1 = 80°$, $\beta_1 = 120°$ in $\gamma_1 = 160°$, notranji koti pa so veliki $\alpha = 100°$, $\beta = 60°$ in $\gamma = 20°$. Velikosti notranjih kotov so v razmerju $5 : 3 : 1$.

A6. Število diagonal v n-kotniku je $\frac{n(n-3)}{2}$, zato pišemo $\frac{n(n-3)}{2} = 230$ in dobimo $n^2 - 3n - 460 = 0$, kar lahko zapišemo v obliki $(n-23)(n+20) = 0$. Smiselna rešitev je 23.

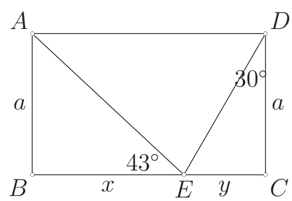
II. DEL

B1. a) Smerna koeficienta premic sta $k_1 = m - 1$ in $k_2 = 2$. Upoštevamo pogoj za vzporednost $k_1 = k_2$ in dobimo enakost $m - 1 = 2$, iz česar izračunamo $m = 3$.

b) Upoštevamo $m = -3$ in dobimo enačbi funkcij $f(x) = -4x + 2$ in $g(x) = 2 + 2x$. Za izračun koordinat presečišča najprej izenačimo desni strani $-4x + 2 = 2 + 2x$ in izrazimo $x = 0$. Ustrezna ordinata presečišča je $y = 2$.

c) Najprej narišemo graf funkcije $g(x)$ z vidnimi odseki $m_0 = -1$ in $n_0 = 2$, nato pa del grafa pod abscisno osjo prezrcalimo čez to os.

B2. Narišemo ustrezno skico. Označimo $a = |AB| = |CD| = 700$ mm, $x = |BE|$ in $y = |EC|$. V pravokotnem trikotniku ABE velja $\tan 43° = \frac{a}{x}$, od tod izračunamo $x \doteq 750{,}66$ mm. V pravokotnem trikotniku DEC velja $\tan 30° = \frac{y}{a}$, od tod izračunamo $y \doteq 404{,}15$ mm. Dolžina stranice BC je enaka vsoti $x + y \doteq 1155$ mm.



B3. Upoštevamo pravilo razširitve faktorjev na skupni korenski eksponent. Poenostavimo prvi faktor $\sqrt[12]{x \cdot \sqrt{y^{-6}}} = \sqrt[24]{x^2y^{-6}}$, nato drugi faktor $\sqrt[4]{x^3y^{-1}} = \sqrt[24]{x^{18}y^{-6}}$ in končno še delitelj $\sqrt[6]{x^{\frac{1}{2}}y \cdot \sqrt{y}} = \sqrt[24]{x^2y^6}$. Izraz uredimo, dobimo $\sqrt[24]{x^{18}y^{-18}}$, kar poenostavimo v $\sqrt[4]{x^3y^{-3}}$. Rezultat zapišemo s potenco: $(\frac{x}{y})^{\frac{3}{4}}$.

B4. Uporabimo formulo za izračun razdalje med točkama $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Vstavimo podatke in dobimo $\sqrt{(0-7)^2 + (y-1)^2} = 5\sqrt{2}$. Po kvadriranju dobimo $49 + y^2 - 2y + 1 = 50$, uredimo v $y^2 - 2y = 0$ in levo stran razstavimo: $y(y-2) = 0$. Dobimo rešitvi $y_1 = 0$ in $y_2 = 2$.

□ Tretji letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
D	A	B	A	D	C

A1. Iz $x^2 - 4x + 5 = -5x + 5$ sledi $x^2 + x = 0$, odtod pa dobimo dve rešitvi $x_1 = 0$ in $x_2 = -1$. Ustrezni ordinati sta $y_1 = 5$ in $y_2 = 10$. Presečišči sta torej $T_1(0, 5)$ in $T_2(-1, 10)$.

A2. Koordinate točk A in B vstavimo v enačbo parabole. Dobimo sistem dveh enačb z dvema neznankama: $-3 = a + c$, $3 = 4a + c$. Sistem rešimo in dobimo rešitev $a = 2$ in $c = -5$.

A3. Vse navedene funkcije, razen funkcije pod (B), so potenčne, funkcija $f(x) = 3^x + \sqrt{2}$ je eksponentna.

A4. Eksponentno enačbo preuredimo v $3^{2x+5} = 3^2$. Upoštevamo enakost eksponentov $2x+5 = 2$, od tod pa dobimo rešitev $x = -\frac{3}{2}$.

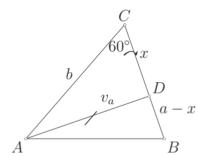
A5. Preverimo, da izmed navedenih trditev velja le $f(1) \cdot g(\pi^2) > 0$.

A6. Osenčen je tisti del kroga s polmerom 5 (polovica diagonale pravokotnika), ki ni pokrit s pravokotnikom. Ploščina osenčenega dela je $5^2\pi - 8 \cdot 6 = 25\pi - 48$.

II. DEL

B1. a) Narišemo skico ter označimo dane podatke a, b, γ in iskano t_a. Razberemo, da lahko uporabimo kosinisni izrek $t_a^2 = (\frac{a}{2})^2 + b^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot b \cdot \cos\gamma$ in izračunamo dolžino težiščnice $t_a = \sqrt{19}$.

b) Na skici označimo v_a in nožišče D. Označimo npr. $|CD| = x$. V pravokotnem trikotniku CAD velja $\cos\gamma = \frac{x}{b}$. Iz te zveze izrazimo $x = b \cdot \cos\gamma$ in izračunamo $x = \frac{5}{2}$. Tako je $|BD| = a - x = \frac{3}{2}$ in imamo razmerje $x : (a - x) = 5 : 3$.



B2. Ker je točka A presečišče grafov obeh funkcij, leži na obeh grafih in ustreza enakosti $y = \log_2(3 + 1) - 1 = 1$. Tako sta znani koordinati točke A: $(3, 1)$. Ker ta točka leži tudi na grafu linearne funkcije, velja enakost $1 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + n$. Iz te enakosti izračunamo vrednost konstante $n = 2$.

B3. Upoštevamo enakost in dobimo enačbo $3^x = 3^{x-1} + 6$, ki jo preuredimo v $3^x - 3^{x-1} = 6$ in izpostavimo skupni faktor $3^{x-1}(3 - 1) = 6$. Od tod je $3^{x-1} = 3$, upoštevamo enakost eksponentov $x - 1 = 1$ in dobimo rešitev $x = 2$.

B4. Naj bo število opic v drugi kletki x in število opic v prvi kletki $x+2$. Oskrbnik vsaki skupini opic razdeli 48 banan. V drugi kletki dobi vsaka opica $\frac{48}{x}$ banan, v prvi kletki pa $\frac{48}{x+2}$ banan. Nastavimo enačbo $\frac{48}{x} = \frac{48}{x+2} + 4$, ki jo preuredimo v kvadratno enačbo $x^2 + 2x - 24 = 0$. Rešitvi enačbe sta $x_1 = -6$ in $x_2 = 4$, a je le $x = 4$ ustrezna. V prvi kletki je 6 opic, v drugi pa so 4 opice.

□ Četrti letnik

I. DEL

A1	A2	A3	A4	A5	A6
A	C	E	C	A	C

A1. Zapišimo $f(x) = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$. Ker doseže funkcija $g(x) = \sin 2x$ največjo vrednost 1, doseže funkcija $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ največjo vrednost $\frac{1}{2}$.

A2. Enačbo preuredimo v $x^4 - x^2 = 0$ in izpostavimo skupni faktor $x^2(x^2 - 1) = 0$. Prva rešitev je $x_1 = 0$, drugi dve pa dobimo iz $x^2 - 1 = 0$ in sta $x_2 = 1$ in $x_3 = -1$. Torej ima enačba tri različne rešitve.

A3. Racionalna funkcija ima toliko ničel, kolikor jih ima polinom v števcu, saj so vse ničle različne, zato trditvi (A) in (B) nista pravilni. Niti trditvi (C) in (D) ne veljata za poljubno izbrane polinome. Trditev (E) velja.

A4. Kvadratni koren je definiran, če je izraz pod korenom nenegativen, torej mora veljati $\frac{(x-1)^2}{2-x} \geq 0$. Števec tega ulomka je nenegativen za vsak realen x, zato o obstoju korena odloča imenovalec. Ta pa ne sme biti enak 0, zato mora veljati $2 - x > 0$, od koder sledi $x < 2$.

A5. Uporabimo formulo za izračun trinajstega člena geometrijskega zaporedja $a_{13} = a_1 \cdot q^{12}$ in vstavimo podatke: $\sqrt{3} \cdot \sqrt[10]{3}^{12}$. Oba faktorja damo pod korenom iste stopnje in dobimo $\sqrt[10]{3^5 \cdot 3^{12}} = \sqrt[10]{3^{10} \cdot 3^7} = 3\sqrt[10]{3^7}$.

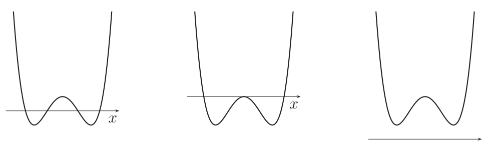
A6. Ugotovimo, da je $\log n^3 - \log n = 3\log n - \log n = 2\log n$ in $\log n^5 - \log n^3 = 5\log n - 3\log n = 2\log n$, torej je zaporedje v primeru (C) aritmetično. Druga zaporedja niso aritmetična.

II. DEL

B1. Zanima nas vrednost funkcije f v točki x_1, to je $f(x_1) = \cos(x_1 - \frac{7\pi}{6})$. Uporabimo adicijski izrek $\cos(x_1 - \frac{7\pi}{6}) = \cos x_1 \cos\frac{7\pi}{6} + \sin x_1 \sin\frac{7\pi}{6}$. Uporabimo prehod na oster kot in izračunamo $\cos\frac{7\pi}{6} = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ in $\sin\frac{7\pi}{6} = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$. Izračunamo še $\sin x_1 = \sqrt{1 - \cos^2 x_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Dobljene podatke uporabimo za izračun $-\frac{\sqrt{6}}{3} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (-\frac{1}{2}) = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$.

B2. Vrsto poenostavimo do oblike $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{19}$. Ugotovimo, da so seštevanci členi geometrijskega zaporedja, torej je to vsota dvajsetčlenega geometrijskega zaporedja. Iz zapisa razberemo $a_1 = 1$, $q = 2$. Uporabimo formulo za vsoto n členov geometrijskega zaporedja $s_n = a_1 \cdot \frac{\cdot q^n - 1}{q-1}$. Vstavimo ustrezne podatke in dobimo $s_{20} = 1 \cdot \frac{2^{20}-1}{2-1} = 2^{20} - 1 = 1\,048\,575$.

B3. Polinom ima štiri realne ničle, če seka abscisno os 4 krat. Polinom ima 1 ničlo sode stopnje, če se abscisne osi 1 krat dotika. (Tedaj ima tudi dve ničli stopnje 1, saj seka graf še 2 krat.) Polinom nima nobene realne ničle, če je ves graf nad osjo x, torej abscisne osi nikjer ne seka.



B4. Zapis funkcije preoblikujemo v $f(x) = \left|\frac{1-x}{x^2}\right|$. Analiziramo racionalno funkcijo $g(x) = \frac{1-x}{x^2}$. Ta ima ničlo prve stopnje v $x = 1$, pol druge stopnje v $x = 0$ in vodoravno asimptoto $y = 0$. Za risanje grafa si lahko pomagamo še z iskanjem nekaj točk na grafu funkcije g, npr. $(2, -\frac{1}{4})$, $(3, -\frac{2}{9})$, $(-1, 2)$ in $(-2, \frac{3}{4})$. Končno narišemo še graf funkcije f: ta se ujema z grafom funkcije g na intervalu $(-\infty, 1]$, na intervalu $(1, \infty)$ pa je simetričen grafu funkcije g glede na abscisno os.