Tekmovanja

■ Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2006/07

□ Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Ko potujemo iz kraja v kraj, se pogosto zgodi, da najkrajša pot ni tudi najhitrejša. Poglejmo tipično situacijo v Sloveniji. Po medkrajevnih cestah potujemo s povprečno hitrostjo 80 km/h, po avtocestah pa s povprečno hitrostjo 110 km/h. Voznik želi priti do oddaljenega kraja v najkrajšem času. Če vozi po avtocesti, je njegova pot sestavljena iz 30 km dolgega avtocestnega odseka, prevoziti pa mora še skupno dodatnih 12 km po medkrajevnih cestah, da pride do avtoceste in da se z avtoceste pripelje do cilja. Če vozi po medkrajevni cesti, mora prevoziti 30 km.

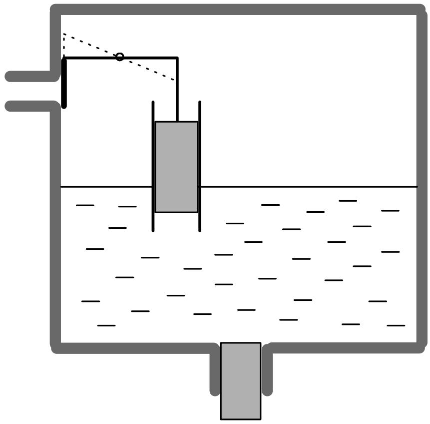
   a) Katero pot naj izbere, da bo hitreje prišel na cilj? Odgovor računsko utemelji!

   Naj bo pri poljubni razdalji med krajema A in B pot po medkrajevni cesti enako dolga kot avtocestni odsek med A in B, vendar je pri slednjem pot daljša še za skupno 12 km medkrajevne ceste, po kateri pridemo iz kraja A do avtoceste in od konca avtoceste do kraja B.

   b) Najmanj kolikšna mora biti dolžina medkrajevne ceste iz kraja A v kraj B, da jo bo voznik hitreje prevozil po avtocesti?

2. Količina vode, ki se natoči v kotliček straniščne školjke po končanem izplakovanju, je regulirana s sistemom plovca in loputice za zapiranje dotoka vode, kakor je prikazano na spodnji sliki. Lega valjastega plovca iz stiropora

prek vzvoda določa lego loputice. Gibanji plovca in loputice sta z vodili omejeni na navpično smer. Ko je prečka vzvoda vodoravna, loputica ravno popolnoma zapre dotok vode. Os vzvoda je skonstruirana tako, da je to tudi skrajna lega vzvoda. Da bi povečali količino vode, ki se po izplakovanju natoči v kotliček, v stiropor plovca zatlačimo majhno kovinsko utež. Oblika plovca se pri tem ne spremeni.



a) Kolikšna mora biti masa uteži, da količino natočene vode povečamo za 1,0 l?

b) Za koliko največ lahko na ta način povečamo količino natočene vode, da bi sistem za reguliranje še deloval?

Kotliček ima obliko kvadra s ploščino osnovne ploskve 300 cm^2 in dovolj veliko višino. Ploščina osnovne ploskve plovca je 30 cm^2, njegova višina pa 10 cm. Gostota stiropora je 30 $\mathrm{kg/m}^3$, gostota vode pa 1000 $\mathrm{kg/m}^3$.

3. Viljem Tell je zaradi svoje nepokorščine Hermanu Gesslerju moral s samostrelom streljati v jabolko na glavi svojega 1,5 m visokega sina Valterja. Ker je bil nezgrešljivi strelec, je to preizkušnjo uspešno opravil. Denimo, da je masa puščice 100 g, masa jabolka pa 200 g. Puščica zadene jabolko v vodoravni smeri s hitrostjo 100 m/s.

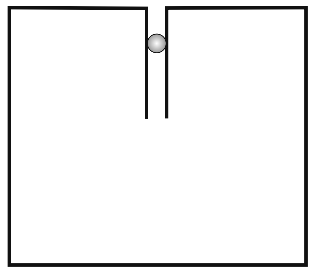
a) Kako daleč za sinom Valterjem pade jabolko s puščico na tla, če puščica zadene jabolko in ostane v njem?

b) Kako daleč za sinom Valterjem pa pade jabolko v primeru, če gre puščica skozi jabolko, a se pri tem zaradi trenja pretvori 100 J kinetične energije v toploto?

□ Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

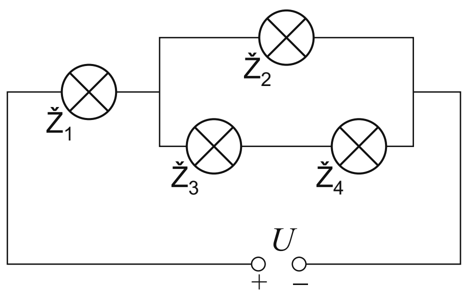
1. Prazen rezervoar s prostornino 100 $\mathrm{dm^3}$ ima na vrhu odprtino, v katero vstavimo stekleno cev s tankimi stenami tako, da se tesno prilega odprtini, kot je prikazano na sliki. Tlak zraka v rezervoarju je enak zunanjemu zračnemu tlaku 1 bar. V stekleno cev spustimo žogico za namizni tenis, ki ima maso 3 g in premer 4 cm, tako da se počasi spušča po cevi. Žogica se tako prilega cevi, da zrak ne more uhajati skozi cev, kljub temu pa se žogica giblje brez trenja.



   a) Določi ravnovesno lego žogice v cevi.

   b) Temperatura okolice soda je 20 °C. Za koliko moramo segreti zrak v rezervoarju, da bo začel uhajati iz soda?

2. V vezju na sliki so 4 enake žarnice. Na vsaki od žarnic piše 1,5 V – 0,15 W. Upor žarnic se spreminja z napetostjo na žarnici tako, da je upor največji, ko teče skozi žarnico največji dovoljeni tok. To je takrat, ko je žarnica priključena na nazivno napetost. Pri manjši napetosti na žarnici je tudi upor žarnice manjši. Napetost na žarnici $Ž_1$ je 1,50 V, tok skozi žarnico $Ž_2$ je 62,0 mA, napetost na žarnici $Ž_3$ je 0,30 V.



   a) Katera žarnica sveti najmočneje? Odgovor kratko utemelji!

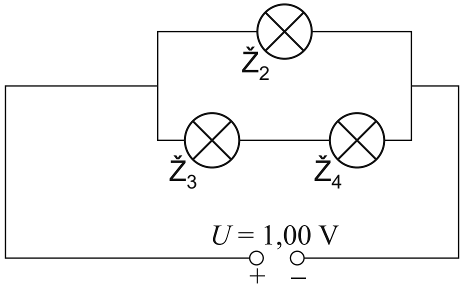
   b) Kolikšna je napetost vira?

   c) Kolikšen je upor žarnice $Ž_2$?

   d) Kolikšen je upor žarnice $Ž_4$?

   e) Oceni, lahko tudi grafično, kolikšen tok teče skozi žarnico, ko je sama priključena na napetost 1,00 V! Upoštevaj, da upor žarnice narašča linearno z napetostjo na žarnici. (Upor je linearna funkcija napetosti).

f) Na podlagi rezultata pri *e*) oceni, s kolikšno močjo sveti vsaka od treh žarnic na spodnji shemi, če jih vežeš na vir napetosti 1,00 V.



3. Z manjšo nenabito kovinsko kroglo z radijem 1 cm na izolirani palčki se dotaknemo velike nabite kovinske krogle z radijem 10 cm. Z manjšo kroglo se nato dotaknemo tretje nenabite kovinske krogle z radijem 5 cm. Na tretji krogli potem izmerimo napetost 90 V in naboj 0,5 nAs. Kolikšna je bila prvotna napetost in kolikšen prvotni naboj na veliki krogli? Upoštevaj, da je kapaciteta krogelnega kondenzatorja premo sorazmerna s polmerom krogle.

□ Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Ura na nihalo deluje tako, da šteje število nihajev fizičnega (težnega) nihala. Z vlakom prevažamo na stranski steni vagona pritrjeno starinsko uro na nihalo iz Maribora v Ljubljano. (Nihalo torej niha v smeri vožnje). Vlak se na poti ustavi še na 9-ih vmesnih postajah. Med postajami potuje s konstantno hitrostjo 90 km/h, pri pospeševanju in zaviranju pa se giblje enakomerno pospešeno s pospeškom (pojemkom) 2 m/s^2.

   a) Za koliko % se spremeni nihajni čas med pospeševanjem?

   b) Za koliko sekund se bosta razlikovala izmerjena časa potovanja med uro, ki je na vlaku, in enako uro, ki v času potovanja teče v stanovanju v Ljubljani?

2. Enaka naloga kot II/2.

3. Vesoljska ladja v obliki votle krogle ima zunanji polmer 15 m in debelino stene 50 cm. Od Sonca je oddaljena za 330 Sončevih polmerov. V notranjosti ladje je posadka vključila grelec z močjo 750 kW.

a) Oceni temperaturno razliko med notranjostjo vesoljske ladje in zunanjim površjem stene, ko se vzpostavi ravnovesje? Toplotna prevodnost sten je 45 W/mK. Upoštevaš lahko, da je debelina sten majhna v primerjavi s polmerom vesoljske ladje. Temperatura zunanjega površja stene je v vseh točkah površja enaka.

b) Kolikšna je ravnovesna temperatura na zunanjem površju vesoljske ladje in kolikšna temperatura je v njeni notranjosti? Vrednost Stefanove konstante je $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$, površje Sonca ima temperaturo 5800 K. Vesoljsko ladjo obravnavaj kot idealno črno telo.

■ Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2006/07

□ Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Pri *enakomerni* vožnji skozi mesto včasih naletimo na zeleni val. Časovni intervali preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih so tako zakasnjeni drug za drugim, da pri vožnji s primerno hitrostjo na vseh semaforjih naletimo na zeleno luč. Na neki cesti so semaforji nanizani v enakomernih presledkih po 800 m, intervala trajanja zelene in rdeče luči pa znašata po 60 s.

   a) Kolikšna mora biti zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih, da bo optimalna hitrost vožnje po tej cesti 60 km/h?

   b) Kolikšna je tedaj optimalna hitrost vožnje po tej cesti v nasprotni smeri?

   c) Kolikšna mora biti zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo na zaporednih semaforjih, da bo optimalna hitrost vožnje enaka v obe smeri? Kolikšna je ta hitrost?

   Optimalna hitrost vožnje je največja hitrost, pri kateri prečkamo vsak semafor z enako zakasnitvijo za trenutkom, ko se je na njem prižgala zelena luč.

2. Vodoravni tiri se končajo z nizkim nasipom. Tik pred nasipom je na tirih voziček z maso 120 kg. Marko rad skače in eksperimentira, zato napravi dva poskusa. Enkrat skoči v vodoravni smeri z nasipa na voziček, drugič pa z vozička na nasip. Vsakič se od podlage odrine s hitrostjo 3 m/s vodoravno v smeri tirov. Markova masa je 60 kg.

   a) S kolikšno hitrostjo se giblje voziček tik po Markovem doskoku na voziček z nasipa?
   b) S kolikšno hitrostjo se giblje voziček proti nasipu tik po Markovem odskoku z mirujočega vozička? S kolikšno hitrostjo se Marko približuje nasipu takoj po odrivu od vozička?

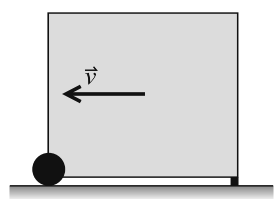
   Razdalja med vozičkom in nasipom je tako majhna, da je Markova hitrost v obeh primerih praktično ves čas vodoravna.

3. Zemlja ima 3,7-krat večji premer od Lune ter 81-krat večjo maso.

   a) Kolikšno je razmerje težnih pospeškov na površju Lune in Zemlje?
   b) Človek skoči na Zemlji tako, da se mu težišče dvigne za 25 cm. Kako visoko bi človek skočil na Luni, če ima tik pred odskokom enako začetno hitrost kot pri svojem poskusu na Zemlji?
   c) Če želi nekdo na Zemlji ali Luni skočiti z mesta v višino čim višje, potem dogajanja ne opišemo najbolje tako, da rečemo, da sta obe začetni hitrosti enaki. Bolj realno je, da se človek v obeh primerih (na Zemlji in na Luni) odrine z enako silo. Pri odrivu človek počepne, potem se s stalno silo odriva do trenutka, ko je povsem zravnan, potem pa se odlepi od tal (navpični met navzgor). Recimo, da se med počepom težišče človeka zniža za 40 cm glede na njegovo težišče, ko je zravnan, in da se na Zemlji med takim skokom dvigne za 25 cm od tal.

      Za koliko se dvigne od tal med skokom na Luni, če se odrine na enak način?

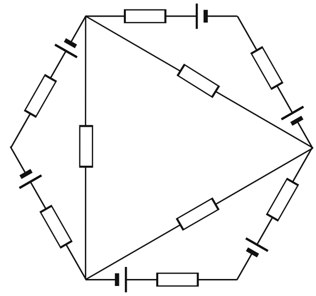
4. Smetnjak v obliki kocke ima na levi strani kolesi, na desni pa majhni podpori, kot kaže slika. Kolesi se vrtita brez trenja, med podporama in podlago pa je koeficient trenja 0,8. Težišče smetnjaka je na sredini.

   Nekdo je hotel smetnjak spraviti na drugo mesto tako, da ga je porinil z neko začetno hitrostjo. S kolikšnim pojemkom se giblje?

◻ Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

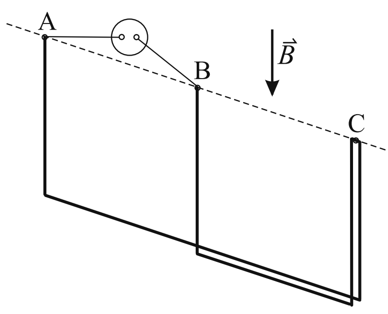


1. Šest baterij z gonilno napetostjo 1,5 V in notranjim uporom 1 Ω (na sliki narisan pri bateriji) povežemo v šestkotnik. Na pare baterij priključimo tri prečne upornike z enakim uporom 1 Ω, kot kaže slika.

   a) Kolikšen tok bi tekel skozi posamezno baterijo, če v vezju na sliki ne bi bilo prečnih upornikov?

   b) Kolikšen tok teče skozi posamezno baterijo in kolikšen skozi prečne upornike, če je vezje tako kot na sliki?

2. Iz bakrene žice s presekom 1,0 mm^2 narežemo pet enakih žičk z dolžino po 10 cm in eno dvakrat daljšo žičko. Iz treh enakih žičk zvarimo prvo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. Iz dveh enakih žičk in ene daljše zvarimo drugo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice pravokotnika, kot kaže slika. V prostih krajiščih A, B in C gugalnici vpnemo, tako da sta vsaka posebej prosto vrtljivi okrog iste vodoravne osi in se v krajišču C dotikata, kot kaže slika. Pri tem poskrbimo, da mesto dotika dobro prevaja električni tok. Med krajišči gugalnic A in B vežemo generator konstantnega toka 0,10 A. Gugalnici sta v navpičnem homogenem magnetnem polju z gostoto 1,2 T.

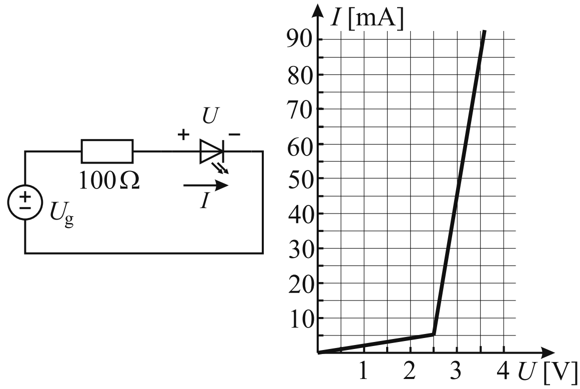


   a) Označi na generatorju pozitivni in negativni pol za primer, da se gugalnici razklonita. Kolikšna magnetna sila deluje na posamezno gugalnico?

   b) Kolikšen je ravnovesni kot med ravninama gugalnic, če je polariteta generatorja taka kot v primeru a)?

Gostota bakra je 8900 kg/m^3. Magnetno silo med gugalnicama zanemari.

3. Slika kaže vezavo napetostnega vira, upornika in svetleče diode ter napetostno-tokovno karakteristiko svetleče diode. Približno določi največjo napetost vira, pri kateri bo temperatura diode še pod 90 °C. Temperatura okolice je 40 °C.



Svetleča dioda oddaja 20 % moči v obliki svetlobe, ostalo pa so toplotne izgube. Predpostavi, da je temperaturna razlika med ohišjem svetleče diode in okolico premo sorazmerna s toplotnim tokom, ki ga dioda oddaja v okolico. Sorazmernostni koeficient je 250 K/W.

4. Dva enaka ploščata kondenzatorja z razmikom med ploščama 1 mm nabijemo na napetost 100 V in odstranimo vir. Negativno nabiti plošči nato povežemo preko upornika za 100 kΩ.

   a) Razmik plošč v prvem kondenzatorju povečamo na 3 mm. Kolikšen tok steče med prvim in drugim kondenzatorjem, ko spojimo še njuni pozitivno nabiti plošči preko upornika za 200 kΩ? Določi smer toka. (Iščemo začetni tok v trenutku, ko plošči povežemo.)
   b) Čez nekaj časa odstranimo upornik za 200 kΩ, nato pa razmik plošč tudi v drugem kondenzatorju povečamo na 3 mm. Kolikšen tok in v kateri smeri steče v trenutku, ko pozitivni plošči ponovno povežemo preko upornika za 200 kΩ? (Negativni plošči sta ves čas poskusa povezani z upornikom za 100 kΩ.)

□ Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

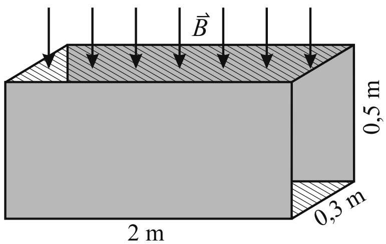
1. Na ploščadi mirujočega tovornega vagona (vagon je brez strehe in sten) sta fant in dekle: fant z zvočnim oddajnikom s frekvenco 200 Hz, dekle pa s sprejemnikom zvoka. Fant teče proti dekletu s hitrostjo 5 m/s, dekle pa proti fantu s hitrostjo 3 m/s. Hitrosti so merjene glede na ploščad.

   a) Za koliko je spremenjena frekvenca, ki jo zaznava sprejemnik?
   b) Vlak s kompozicijo tovornih vagonov vozi s hitrostjo 50 m/s v mirnem ozračju. Fant in dekle ponovita eksperiment, pri čemer teče fant v

smeri vožnje. Za koliko se sedaj spremeni frekvenca zvoka, ki jo zaznava sprejemnik?

Hitrost zvoka v zraku je 340 m/s.

2. Podmornico poganja eksperimentalni elektro-hidrodinamični motor. To je votel kvader, pritrjen na spodnji del trupa. Sprednja in zadnja ploskev na sliki sta prevodni in priključeni na enosmerni generator, spodnja in zgornja ploskev pa sta neprevodni. Skozi levo ali desno stran kvadra (odvisno od smeri vožnje) pa voda vstopa oziroma izstopa. V notranjosti kvadra je močno homogeno magnetno polje z gostoto 10 T, kot kaže slika. Izkoristek takega motorja je odvisen od hitrosti podmornice (ki je po velikosti enaka hitrosti vodnega toka skozi kvader, merjeno glede na kvader).



Zapiši, kako se spreminja izkoristek takega motorja v odvisnosti od hitrosti podmornice. Izračunaj izkoristek za nekaj značilnih hitrosti in približno nariši graf, ki kaže izkoristek v odvisnosti od hitrosti.

Predpostavi, da prevladujejo izgube zaradi ohmskega upora morske vode. Specifični upor morske vode je $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ Ωm, gostota $\rho = 1$ kg/dm^3, čelni presek podmornice znaša $S = 5$ m^2, koeficient upora pa $k = 0{,}3$. Sila upora vode F med gibanjem podmornice s hitrostjo v je $F = kS\rho v^2$.

3. Enaka naloga kot II/3.

4. Dve enaki točkasti telesi z masama po 10 g sta pritrjeni na krajišči lahke vzmeti s prožnostnim koeficientom $k = 1$ N/m, cel sistem pa je položen v tulec zanemarljive mase. Telesi se tulcu tesno prilegata, vendar je trenje med telesoma in tulcem zanemarljivo. Tulec s sistemom je v breztežnem prostoru.

   a) S kolikšno frekvenco nihata telesi, če ju izmaknemo iz ravnovesne lege tako, da se lega masnega središča glede na tulec ne spremeni?
   b) Kolikšna pa je frekvenca, če tulec vrtimo okoli osi, ki je pravokotna na tulec in poteka skozi masno središče sistema, s stalno kotno hitrostjo 10 s^{-1}?

Ciril Dominko

■ Rešitve nalog z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2006/07

□ Skupina I

1. *Podatki:* $v_1 = 80$ km/h, $v_2 = 110$ km/h, $x = 30$ km, $d = 12$ km,

   a) Čas vožnje po medkrajevni cesti je $t_m = x/v_1 = 0,375\,\mathrm{h} = 22{,}5\,\mathrm{min}$, po avtocesti pa $t_a = x/v_2 + d/v_1 = 0,423\,\mathrm{h} = 25{,}4\,\mathrm{min}$. Izbrati mora direktno pot po medkrajevni cesti.

   b) Čas potovanja po avtocesti mora biti krajši od časa potovanja po medkrajevni cesti:

$$\frac{d}{v_1} + \frac{x}{v_2} < \frac{x}{v_1}\,, \qquad \text{od koder sledi} \qquad x > \frac{dv_2}{(v_2 - v_1)} = 44\ \mathrm{km}\,.$$

   Po avtocesti bo prišel hitreje, če bosta kraja po medkrajevni cesti vsaj 44 km narazen.

2. *Podatki:* $\Delta V = 1{,}0$ l, $S = 300$ cm^2, $S_p = 30$ cm^2, $\rho_s = 30$ kg/m^3, $\rho_v = 1000$ kg/m^3, $h = 10$ cm.

   a) Če se količina vode poveča za ΔV, se gladina v kotličku dvigne za

$$h_1 = \frac{\Delta V}{S - S_p} = 3{,}7\ \mathrm{cm}\,.$$

   Da bo plovec ostal v prvotni legi, se mora za toliko potopiti. Teža uteži mora torej biti ravno enaka teži vode, ki jo plovec dodatno izpodrine, ko se potopi za h_1:

$$m_u g = \rho_v S_p h_1\, g\,, \quad \text{torej} \quad m_u = \rho_v S_p h_1 = \frac{\rho_v S_p \Delta V}{S - S_p} = 110\ \mathrm{g}\,.$$

   b) V tem primeru bi bil plovec ves potopljen v vodi. Plovec brez uteži je potopljen za h_0; tedaj je teža plovca enaka teži izpodrinjene vode,

$$\rho_s h S_p g = \rho_v h_0 S_p g\,, \quad \text{torej} \quad h_0 = \frac{\rho_s}{\rho_v}\, h = 3\ \mathrm{mm}\,.$$

   Plovec se lahko dodatno potopi za $h - h_0$, temu pa ustreza

$$\Delta V' = (h - h_0)(S - S_p) = 2{,}6\ \mathrm{l}\,.$$

3. *Podatki:* $h = 1{,}5$ m, $m = 100$ g, $M = 200$ g, $v_0 = 100$ m/s, $Q = 100$ J.

a) Hitrost jabolka in puščice v izračunamo iz ohranitve gibalne količine puščice in jabolka, $mv_0 = (m+M)v$:

$$v = \frac{mv_0}{m+M} = 33 \text{ m/s}\,.$$

V času, ko jabolko s puščico v navpični smeri pade z višine h: $t = \sqrt{2h/g}$, opravi v vodoravni smeri pot

$$s = vt = \frac{mv_0}{m+M}\sqrt{\frac{2h}{g}} = 18 \text{ m}\,.$$

b) V tem primeru poleg ohranitve gibalne količine puščice in jabolka

$$mv_0 = mv_p + Mv_j$$

velja tudi energijski zakon:

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}mv_p^2 + \tfrac{1}{2}Mv_j^2 + Q\,.$$

Iz prve enačbe izrazimo $v_p = v_0 - \frac{M}{m}v_j$, vstavimo v drugo in dobimo

$$\frac{1}{2}\left(\frac{M^2}{m} + M\right)v_j^2 - M\,v_0 v_j + Q = 0\,.$$

Enačbo delimo z m, pomnožimo z 2 in preuredimo

$$\left(\frac{M^2}{m^2} + \frac{M}{m}\right)v_j^2 - 2\,\frac{M}{m}v_0\,v_j + \frac{2Q}{mv_0^2}\,v_0^2 = 0\,.$$

Upoštevamo še $M/m = 2$, vpeljemo $q = Q/mv_0^2 = \frac{1}{10}$ in dobimo kvadratno enačbo v obliki $6v_j^2 - 4v_0v_j + 2qv_0^2 = 0$ z rešitvama

$$v_j = \frac{1 \pm \sqrt{1-3q}}{3}\,v_0 \quad \text{in} \quad v_p = v_0 - 2v_j = \frac{1 \mp 2\sqrt{1-3q}}{3}\,v_0\,.$$

Rešitev za v_p z negativnim predznakom pomeni negativno hitrost puščice po srečanju z jabolkom. V tem primeru bi se puščica od jabolka odbila, kar seveda ni smiselno. Smiselna je torej rešitev s pozitivnim predznakom za hitrost puščice in z negativnim za hitrost jabolka, torej

$$v_j = \frac{1 - \sqrt{1-3q}}{3}\,v_0 = 0{,}054\,v_0 = 5{,}4 \text{ m/s}\,.$$

Podobno kot pri a) dobimo za iskano razdaljo

$$s = v_j t = v_j\sqrt{\frac{2h}{g}} = 3{,}0 \text{ m}\,.$$

1. *Podatki:* $V_0 = 100$ dm^3, $p_0 = 1$ bar, $m = 3$ g, $2r = 4$ cm, $T_0 = 20$ °C.

   a) Če počakamo dovolj dolgo, se temperatura zraka izenači s temperaturo okolice, zato je sprememba izotermna in velja

$$p_0 V_0 = (p_0 + \Delta p)(V_0 - \Delta V)\,.$$

   Spremenita se tlak in prostornina

$$\Delta p = \frac{mg}{\pi r^2}\,, \qquad \Delta V = \pi r^2 h\,,$$

   pri čemer je h razdalja, za kolikor se žogica spusti v cev. Dobimo

$$h = \frac{\Delta p V_0}{\pi r^2 (p_0 + \Delta p)} \approx \frac{mgV_0}{(\pi r^2)^2 p_0} = 19 \text{ mm}\,.$$

   b) V tem primeru poteka sprememba pri konstantnem tlaku in sicer se poveča prostornina od $V_0 - \Delta V$ do V_0 in temperatura od T_0 do $T_0 + \Delta T$:

$$\frac{T_0 + \Delta T}{T_0} = \frac{V_0}{V_0 - \Delta V}\,.$$

   Dobimo

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta V}{V_0 - \Delta V} \approx \frac{\Delta V}{V_0}\,, \qquad \Delta T = \frac{\pi r^2 h T_0}{V_0} = \frac{mg}{\pi r^2\, p_0} T_0 = 0{,}07 \text{ K}\,.$$

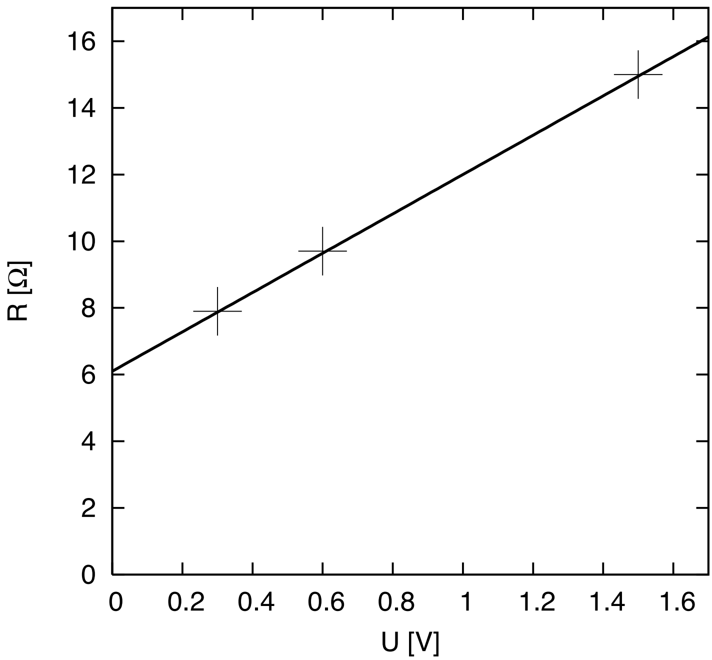
2. a) Žarnica $\check{\mathsf{Z}}_1$, ker skoznjo teče največji tok.

   b) Napetosti na $\check{\mathsf{Z}}_3$ in $\check{\mathsf{Z}}_4$ sta enaki, ker skozi obe žarnici teče enak tok. Napetost vira je potem $1{,}5 \text{ V} + 2 \cdot 0{,}3 \text{ V} = 2{,}1$ V.

   c) Napetost je enaka skupni napetosti na $\check{\mathsf{Z}}_3$ in $\check{\mathsf{Z}}_4$: $2 \cdot 0{,}3$ V, tok 62 mA, torej $R_2 = 9{,}7\ \Omega$.

   d) Napetost je 0,3 V, tok 38 mA, torej $R_3 = R_4 = 7{,}9\ \Omega$.

   e) V graf, ki kaže odvisnost upora žarnice od napetosti na njej, vnesemo vrednosti U in R, ki smo jih izračunali pri c) in d). Skozi točke potegnemo premico in odčitamo vrednost pri $U = 1$ V. Dobimo upor $R = 12{,}0\ \Omega$ in tok 83 mA.



f) Na žarnici Ž$_2$ je napetost $U = 1$ V; pri e) smo za ta primer izračunali tok 83 mA. Na žarnicah Ž$_3$ in Ž$_4$ sta napetosti po 0,5 V. Iz grafa za ta primer dobimo za vsako od žarnic Ž$_3$ in Ž$_4$ upor $R = 9{,}05\ \Omega$. Iz napetosti dobimo še tok $I_3 = 55$ mA. Za moči na posameznih žarnicah končno dobimo: $P_2 = UI_2 = 83$ mW, $P_3 = P_4 = \frac{1}{2}UI_3 = 28$ mW.

3. *Podatki:* $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 1$ cm, $r_3 = 5$ cm, $U_3 = 90$ V, $e_3 = 0{,}5$ nAs.

   Ko se z malo kroglo dotaknemo tretje krogle, steče z male krogle na tretjo naboj e_3, na mali pa ostane naboj e_2'. Napetosti na kroglah se izenačita in naboja sta porazdeljena v razmerju kapacitet krogel:

$$\frac{e_2'}{e_3} = \frac{C_2}{C_3} = \frac{r_2}{r_3}\,.$$

   Prvotni naboj na mali krogli je bil potemtakem enak vsoti obeh nabojev:

$$e_2 = e_2' + e_3 = e_3\left(\frac{r_2}{r_3} + 1\right) = \frac{6e_3}{5} = 0{,}6\ \text{nAs}\,.$$

   Na koncu sta napetosti na obeh kroglah enaki in enaki izmerjeni napetosti, $U_2' = U_3$. Prvotna napetost na mali krogli je bila večja za razmerje prvotnega in končnega naboja,

$$U_2 = \frac{e_2}{e_2'}\,U_2' = \frac{e_3\left(\dfrac{r_2}{r_3}+1\right)}{e_3\left(\dfrac{r_2}{r_3}\right)}\,U_2' = \frac{r_2+r_3}{r_2}\,U_3 = 6U_3 = 540\ \mathrm{V}\,.$$

Z enakim razmislekom kot prej, ugotovimo, da za naboj in napetost na veliki krogli po dotiku z malo kroglo velja:

$$\frac{e_1'}{e_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

in $U_1' = U_2$. Začetni naboj na veliki krogli je bil potem enak

$$e_1 = e_1' + e_2 = e_2\left(\frac{r_1}{r_2}+1\right) = 11e_2 = e_3\left(\frac{r_1}{r_2}+1\right)\left(\frac{r_2}{r_3}+1\right)$$

$$= \frac{66e_3}{5} = 6{,}6\ \mathrm{nAs}\,,$$

napetost pa

$$U_1 = \frac{e_1}{e_1'}\,U_2 = \frac{r_1+r_2}{r_1}\,U_2 = \frac{(r_1+r_2)(r_2+r_3)}{r_1 r_2}\,U_3 = \frac{66}{10}\,U_3 = 594\ \mathrm{V}\,.$$

□ Skupina III

1. *Podatki:* $a = 2\mathrm{m/s}^2$, $v = 90$ km/h, $N = 9$.

   a) Ker se nihalo giblje pospešeno, je v ravnovesni legi nagnjeno v smeri rezultante pospeškov $\vec{g}$ in $-\vec{a}$. Nihalo niha okoli nove ravnovesne lege tako, kot če bi nanj deloval težni pospešek $g' = \sqrt{g^2+a^2}$ v smeri rezultante obeh sil. Iz formule za nihajni čas najpreprostejšega težnega nihala – matematičnega nihala, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, dobimo

   $$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}} = 0{,}990\,.$$

   Nihajni čas se zmanjša za 1,0 %.

   b) Ker je nihajni čas krajši, naredi ura med pospeševanjem v enakem času več nihajev kot nepospešena ura. Torej ura v vlaku prehiteva za

   $$\eta = \frac{T-T_0}{T} = 0{,}010\,.$$

Ura se enako obnaša tudi pri zaviranju.

Čas, ki ga vlak porabi za pospeševanja in zaviranja, je enak

$$t_p = (2N + 2)\,\frac{v}{a} = 250\ \mathrm{s}\,,$$

pri čemer smo poleg N postankov upoštevali še pospeševanje v Mariboru in zaviranje v Ljubljani. V tem času prehiti za

$$\Delta t = \eta t_p = 2{,}5\ \mathrm{s}\,.$$

2. Glej rešitev naloge 3 v skupini II.

3. *Podatki:* $r = 15$ m, $d = 50$ cm, $R/R_S = 330$, $P = 750$ kW, $\lambda = 45$ W/mK, $T_S = 5800$ K.

   a) Za prevajanje skozi steno postaje velja

$$P = \frac{4\pi r^2 \lambda \Delta T}{d}\,,$$

pri čemer smo za r vzeli kar zunanji radij postaje; prav tako bi lahko vzeli tudi ta radij zmanjšan za polovico debeline. Dobimo

$$\Delta T = \frac{Pd}{4\pi r^2\,\lambda} = 3\ \mathrm{K}\,.$$

b) Energijski tok, ki ga postaja izseva na celotni površini zunanjega plašča, je v ravnovesju enak toku, ki ga prejme s Sonca (prečni presek snopa svetlobe, ki vpade na postajo, je πr^2) in toplotni moči grelca:

$$4\pi r^2 \sigma T^4 = \pi r^2 j + P\,.$$

Gostota energijskega toka s Sonca pada s kvadratom razdalje in velja

$$j = \left(\frac{R_S}{R}\right)^2 j_S\,, \qquad j_S = \sigma T_S^4\,,$$

kjer je j_S gostota toka na Sončevem površju. Iz energijske bilance izrazimo:

$$T^4 = T_S^4\,\frac{1}{4}\,\left(\frac{R_S}{R}\right)^2 + \frac{P}{4\pi r^2 \sigma}\,, \qquad T = 292\ \mathrm{K} = 19\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

Notranja temperatura je potem $T + \Delta T = 22^\circ$C.

■ Rešitve nalog z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2006/07

□ Skupina I

1. *Podatki:* $s = 800$ m, $t_0 = 60$ s, $v = 60$ km/h.

   a) V času iskane zakasnitve Δt se moramo pri vožnji z optimalno hitrostjo v premakniti ravno za razdaljo s med zaporednima semaforjema, tako da je $\Delta t = s/v = 48$ s.

   b) Če je Δt zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo v eno smer, je zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo v drugo smer enaka $2t_0 - \Delta t$, kjer je t_0 interval trajanja zelene oziroma rdeče luči. Optimalna hitrost vožnje v nasprotno smer je potem

$$v' = \frac{s}{2t_0 - \Delta t} = 40\,\mathrm{km/h}.$$

   c) Zakasnitev preklapljanja med zeleno in rdečo lučjo mora biti enaka v obe smeri, torej $2t_0 - \Delta t'' = \Delta t''$ in $\Delta t'' = 60$ s. Iskana optimalna hitrost znaša

$$v'' = \frac{s}{\Delta t'} = 48\,\mathrm{km/h}.$$

2. *Podatki:* $m_0 = 60$ kg, $m = 120$ kg, $v_0 = 3$ m/s.

   a) Iz ohranitve skupne gibalne količine Marka in vozička sledi

$$v = v_0 \frac{m_0}{m + m_0} = 1\,\mathrm{m/s}\ ,$$

   kjer je v hitrost vozička po doskoku, m_0 Markova masa in v_0 Markova odrivna hitrost.

   b) V tem primeru je skupna gibalna količina na začetku enaka 0 in velja:

$$m_0 u_0 = m u_1\ , \qquad v_0 = u_0 + u_1\ ,$$

   kjer je u_0 hitrost Marka po odrivu glede na tla in u_1 hitrost vozička takoj po Markovem odrivu. Dobimo

$$u_1 = v = 1\,\mathrm{m/s} \quad \text{stran od nasipa} \quad \text{in}$$

$$u_0 = v_0 - u_1 = 2\,\mathrm{m/s} \quad \text{proti nasipu.}$$

3. *Podatki:* $r_Z/r_L = 3{,}7$, $M_Z/M_L = 81$, $h_Z = 25$ cm, $d_0 = 40$ cm.

a) Za težni pospešek na površju nebesnega telesa velja $g = GM/r^2$. Za razmerje težnih pospeškov na Luni in Zemlji sledi:

$$\frac{g_L}{g_Z} = \frac{M_L}{M_Z}\left(\frac{r_Z}{r_L}\right)^2 = \frac{1}{81}\cdot 3{,}7^2 = 0{,}17\,.$$

b) Upoštevamo, da se v obeh primerih začetna kinetična energija pretvori v potencialno energijo. Ker ima v obeh poskusih človek enako kinetično energijo zaradi enake začetne hitrosti, lahko izenačimo obe potencialni energiji: $mg_Zh_Z = mg_Lh_L$ in dobimo

$$h_L = \frac{g_Z}{g_L}\,h_Z = \frac{1}{0{,}17}\cdot 25\ \text{cm} = 147\ \text{cm}\,.$$

c) Pri odrivanju na Zemlji velja Newtonov zakon v obliki $ma_0 = F - mg_Z$, kjer je F sila odriva. Na poti d_0 dobi hitrost $v_Z = \sqrt{2a_0d_0}$. S to začetno hitrostjo doseže višino

$$h_Z = \frac{v_Z^2}{2g_Z} = \frac{a_0d_0}{g_Z} = \frac{Fd_0}{mg_Z} - d_0\,.$$

Od tod izluščimo odrivno silo:

$$F = \frac{(h_Z + d_0)\,mg_Z}{d_0}\,.$$

Na Luni sta F in d_0 enaki kot na Zemlji. Tedaj velja podobno kot na Zemlji $ma_L = F - mg_L$ in in

$$h_L = \frac{v_L^2}{2g_L} = \frac{a_Ld_0}{g_L} = \frac{Fd_0}{mg_L} - d_0 = h_Z\frac{g_Z}{g_L} + d_0\left[\frac{g_Z}{g_L} - 1\right]\,,$$

pri čemer smo za F vstavili izraz, ki smo ga izpeljali za odriv na Zemlji. Dobimo približno $h_L = 6h_L + 5d_0 = 3{,}5$ m.

4. *Podatki:* $k = 0{,}8$.

Z F_k označimo silo podlage pri kolesih, z F_p navpično komponento sile podlage v podpori, in z F_{tr} silo trenja v podpori. Za sile v navpični smeri velja

$$F_k + F_p = mg\,,$$

v vodoravni pa

$$ma = F_{\text{tr}}\,.$$

Ravnovesje navorov smemo zapisati le za os skozi težišče, saj se smetnjak giblje pospešeno (pojemajoče):

$$F_{\mathrm{tr}}\,\frac{a}{2} + F_p\,\frac{a}{2} = F_k\,\frac{a}{2}\,, \qquad \text{oziroma} \qquad F_{\mathrm{tr}} + F_p = F_k\,.$$

Z upoštevanjem $F_{\mathrm{tr}} = kF_p$ hitro izluščimo

$$F_p = \frac{mg}{2+k}$$

in

$$a = \frac{F_{\mathrm{tr}}}{m} = \frac{k}{2+k}\,g = 2{,}8\ \mathrm{ms}^{-2}\,.$$

□ Skupina II

1. *Podatki:* $U = 1{,}5$ V, $R = 1\ \Omega$.

a) Iz enačbe napetosti v šestkotniku, $6RI - 6U = 0$, sledi tok

$$I = \frac{U}{R} = 1{,}5\ \mathrm{A}\,.$$

b) Nalogo lahko rešujemo na mnogo načinov. Vezje ima glede na izbiro prečnega upornika simetrijo. Zato so napetosti (potenciali) v vseh točkah enakostraničnega trikotnika enake in skozi prečne upornike tok ne teče. Vezje se električno ne spremeni, če prečne upornike odstranimo.

Rezultat je torej enak kot v primeru a).

2. *Podatki:* $l = 10$ cm, $S = 1\ \mathrm{mm}^2$, $I = 0{,}1$ A, $B = 1{,}2$ T, $\rho = 8900\ \mathrm{kg/m}^3$.

a) Pozitivni priključek je pri A, negativni pri B.

Sile v (prvotno) navpičnih stranicah se paroma pokrajšajo in ostane le magnetna sila na vodoravno stranico. Magnetna sila na prvo gugalnico je

$$F_1 = IlB = 1{,}2\cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}\,,$$

in na drugo

$$F_2 = I2lB = 2{,}4\cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}\,.$$

b) Za kvadratno gugalnico ravnovesje navorov zapišemo kot

$$\left(2mg\,\tfrac{1}{2}l + mgl\right)\sin\varphi_1 = IlB\cdot l\cos\varphi_1\,,$$

kjer je m masa krajše žičke, l pa njena dolžina. Z upoštevajem $m = \rho lS$ dobimo

$$\tan\varphi_1 = \frac{B}{2\rho g}\cdot\frac{I}{S}.$$

Za pravokotno gugalnico na podoben način dobimo

$$\left(2mg\,\tfrac{1}{2}l + 2mgl\right)\sin\varphi_2 = 2IlB\cdot l\cos\varphi_2$$

in

$$\tan\varphi_2 = \frac{2B}{3\rho g}\cdot\frac{I}{S}.$$

Ker se gugalnici odklonita v nasprotnih smereh, je kot med njunima ravninama v ravnovesju enak $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 77°$.

3. *Podatki:* $T_1 = 90$ °C, $T_0 = 40$ °C, $K = 250$ K/W, $\eta = 20$ %, $R = 100\ \Omega$.

Toplotni tok (moč) dobimo iz zveze $\Delta T = KP_Q$:

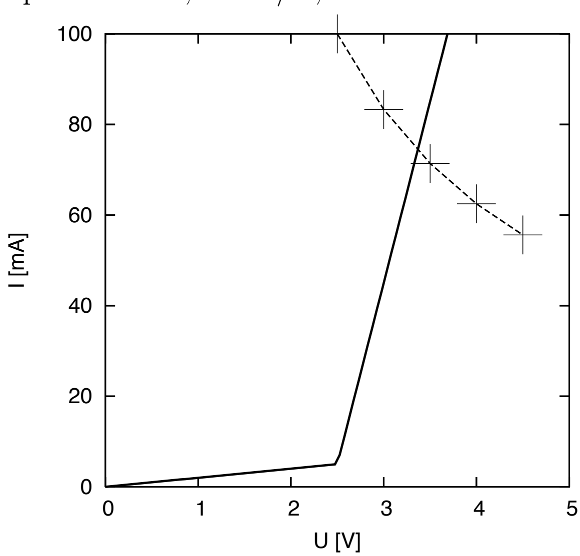
$$P_Q = \frac{K}{\Delta T} = \frac{K}{T_1 - T_0} = 200\ \mathrm{mW}\,,$$

celotno moč, $P = P_Q + P_{\mathrm{svetloba}}$, pa iz podatka za izkoristek:

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{svetloba}}}{P} = \frac{P - P_Q}{P}\,, \qquad P = \frac{P_Q}{1-\eta} = 250\ \mathrm{mW}\,.$$

Celotna moč je enaka produktu toka skozi diodo in napetosti na diodi, $P = U_d I$. Rešitev za napetost in tok dobimo tako, da na grafu $I(U)$ poiščemo tisto točko, pri kateri je produkt napetosti U_d in toka I enak celotni moči, ki se troši na diodi. Nalogo lahko rešimo s poskušanjem, grafično ali analitično.

Grafični postopek nas najhitreje pripelje do cilja. Izračunajmo za nekaj značilnih napetosti na diodi, recimo pri 2,5 V, 3 V, 3,5 V, 4 V, …tokove, pri vodijo do podane moči, $I = P/U$, in vrednosti vnesimo v graf (glej sliko).



Točke povežimo; iskana rešitev za tok in napetost je v presečišču krivulje skozi točke in krivulje (premice), ki podaja karakteristiko diode. Dobimo

$$U_d = 3{,}35\ \mathrm{V} \pm 0{,}05\ \mathrm{V}\,, \qquad I = 74{,}5\ \mathrm{mA} \pm 2{,}0\ \mathrm{mA}\,.$$

Napetost vira je potem

$$U_g = U_d + IR = 10{,}8\ \mathrm{V}\,.$$

4. *Podatki:* $d_1 = d_2 = 1$ mm, $d_1' = d_2' = 3$ mm, $U_1 = U_2 = 100$ V, $R_1 = 100$ kΩ, $R_2 = 200$ kΩ.

a) Ker je kondenzator izoliran, se pri razmikanju plošč naboj na njem ohranja, torej $C_1U_1 = C_1'U_1'$. (Za kapaciteto ploščatega kondenzatorja velja $C = \varepsilon_0 S/d$, v končnih izrazih se ε_0 in S pokrajšata.) Za končno napetost na prvem kondenzatorju torej dobimo

$$U_1' = \frac{C_1}{C_1'}\,U_1 = \frac{d_1'}{d_1}\,U_1 = 300\ \mathrm{V}\,.$$

Ko pozitivni plošči spojimo preko upornika, v krogu steče tok

$$I = \frac{U_1' - U_2}{R_1 + R_2} = 0{,}67\ \mathrm{mA}\,.$$

Tok teče od prvega kondezatorja proti drugemu.

b) Po dovolj dolgem času steče s prvega na drugi kondenzator toliko naboja, da se napetosti na kondenzatorjih izenačita, $U_1'' = U_2'$. Če z e_1'' in e_2' označimo končna naboja in z $e_1 = e_2$ naboja na začetku, velja

$$\frac{e_1''}{C_1'} = \frac{e_2'}{C_2} \qquad \text{in} \qquad e_1'' + e_2' = e_1 + e_2 = 2e_1\,,$$

saj se skupni naboj ohranja. Iz obeh enačb sledi

$$e_1''\left(1 + \frac{C_2}{C_1'}\right) = 2e_1 = 2C_1U_1$$

in

$$U_2' = U_1'' = \frac{e_1''}{C_1'} = \frac{2C_1U_1}{C_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1'}\right)} = \frac{2d_1'}{d_1}\,\frac{1}{\left(1 + \frac{d_1'}{d_1}\right)}\,U_1 = \frac{2d_1'}{d_1 + d_1'}\,U_1 = 150\ \mathrm{V}\,.$$

Končno napetost na drugem kondenzatorju dobimo tako kot pri a):

$$U_2'' = \frac{d_2'}{d_2}\,U_2' = 450\ \mathrm{V}\,.$$

Ko pozitivni plošči spojimo, v krogu steče tok

$$I' = \frac{U_2'' - U_1''}{R_1 + R_2} = 1{,}0 \text{ mA} .$$

Tok teče od drugega kondenzatorja proti prvemu, obratno kot v prvem primeru.

□ Skupina III

1. *Podatki:* $\nu_0 = 200$ Hz, $v_F = 5$ m/s, $v_D = 3$ m/s, $v_0 = 50$ m/s, $c = 340$ m/s.

   a) Zaradi Dopplerjevega efekta je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + \frac{v_D}{c}}{1 - \frac{v_F}{c}} \qquad \text{in} \qquad \nu - \nu_0 = \frac{v_F + v_D}{c - v_F} = 4{,}8 \text{ Hz} .$$

   b) Pomembne so hitrosti glede na sredstvo; glede na zrak se fant giblje s hitrostjo $v_F + v_0$, hitrost dekleta glede na veter pa je $-v_D + v_0$ (s tolikšno hitrostjo se dekle *oddaljuje*). Velja:

$$\nu' = \nu_0 \frac{1 - \frac{-v_D + v_0}{c}}{1 - \frac{v_F + v_0}{c}} \qquad \text{in} \qquad \nu' - \nu_0 = \frac{v_F + v_D}{c - v_F - v_0} = 5{,}6 \text{ Hz} .$$

2. *Podatki:* $a = 2\ m$, $b = 0{,}5$ m, $c = 0{,}3$ m, $k = 0{,}3$, $S = 5$ m^2, $\zeta = 20{\cdot}10^{-3}$ Ωm, $\rho = 1000$ kg/m^3, $B = 10$ T.

   Ko se podmornica giblje s stalno hitrostjo v, sta v ravnovesju magnetna sila in sile upora vode

$$F_m = IcB = F_u = k\rho S v^2 .$$

   Od tod lahko izrazimo električni tok v odvisnosti od hitrosti podmornice

$$I = \frac{k\rho S}{cB} v^2 .$$

   Ohmske izgube motorja znašajo

$$P_Q = RI^2 = \zeta \frac{c}{ab} \left(\frac{k\rho S}{cB} v^2 \right)^2 = \zeta \frac{(k\rho S)^2}{abc} \frac{v^4}{B^2} .$$

   Moč, ki se troši za premagovanje vodnega upora, pa znaša

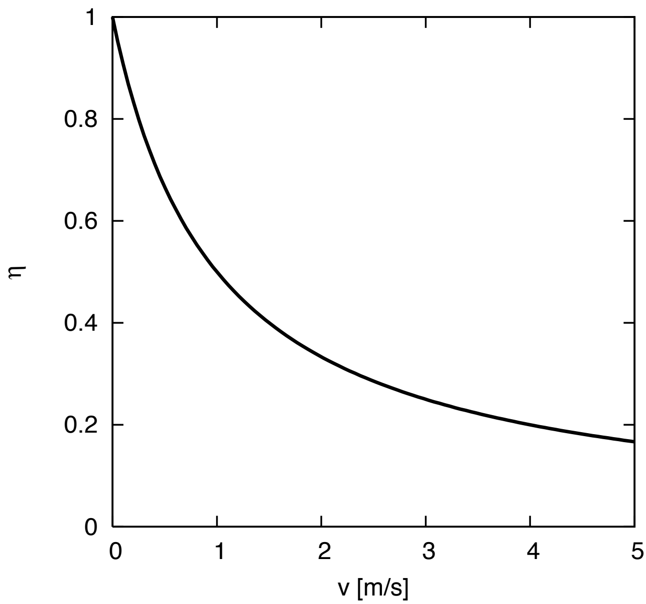
$$P_u = F_u v = k\rho S v^3 .$$

Izkoristek ocenimo kot

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_Q} = \frac{1}{1 + \zeta \dfrac{k\rho S}{abc}\dfrac{v}{B^2}} = \frac{1}{1+\beta v}\,,$$

kjer meri

$$\beta = \frac{\zeta k \rho S}{abcB^2} = 1{,}0\ \mathrm{s/m}\,.$$



3. Glej rešitev tretje naloge v skupini II.

4. *Podatki:* $m = 10$ g, $k = 1$ N/m, $\omega = 10\ \mathrm{s}^{-1}$.

   a) Telesi odmaknemo za x od njune ravnovesne lege, v nasprotnih smereh, tako da ostane težišče pri miru. Vzmet je v tem primeru raztegnjena za $2x$ in Newtonov zakon zapišemo kot $ma = -k\,2x$. Iz $a = -\omega_0^2 x$ takoj sledi

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 14\ \mathrm{s}^{-1}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}3\ \mathrm{s}^{-1}\,.$$

   b) Ravnovesna lega se premakne za x_0. Telo kroži po krožnici z radijem $\frac{1}{2}l + x_0$, če je l dolžina nenapete vzmeti. Iz Newtonovega zakona za kroženje sledi

$$m\omega^2(\tfrac{1}{2}l + x_0) = 2kx_0\,.$$

Pospešek v radialni smeri je sestavljen iz radialnega pospeška zaradi kroženja $a_r = -\omega^2(\frac{1}{2}l+x)$ in pospeška zaradi nihanja, $a_{\rm nih} = -\omega_0^2(x-x_0)$. Newtonov zakon za ta primer torej zapišemo kot

$$m(a_r + a_{\rm nih}) = -2kx\,.$$

Enačbo preuredimo

$$m\omega_0^2(x-x_0) = 2kx - m\omega^2(\tfrac{1}{2}l + x)\,.$$

Iz prve enačbe izrazimo $m\omega^2\frac{1}{2}l = 2kx_0 - m\omega^2 x_0$ in dobimo

$$m\omega_0^2(x-x_0) = 2k(x-x_0) - m\omega^2(x-x_0)\,,$$

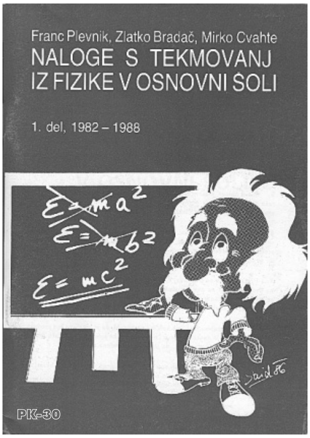
oziroma

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m} - \omega^2} = 10\ \mathrm{s}^{-1}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1{,}6\ \mathrm{s}^{-1}\,.$$

Bojan Golli

Zbirke nalog s tekmovanj

Vsako šolsko leto na šolah potekajo različna tekmovanja v znanju. Za lažjo pripravo vam ponujamo več zbirk tekmovalnih nalog z rešitvami.



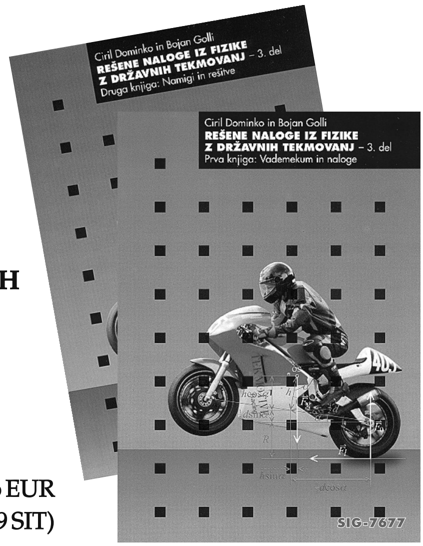
Franc Plevnik, Zlatko Bradač in Mirko Cvahte:

NALOGE S TEKMOVANJ IZ FIZIKE V OSNOVNI ŠOLI

1. del (1982–1988)

80 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

5,01 EUR
(1.200,60 SIT)



Ciril Dominko in Bojan Golli:

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

Prva knjiga: VADEMEKUM IN NALOGE
Druga knjiga: NAMIGI IN REŠITVE

skupaj 424 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

20,86 EUR
(4.998,89 SIT)

Poleg omenjenih dveh lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce in srednješolce s tekmovanj v znanju matematike, fizike, logike in računalništva. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse zbirke tudi naročite s popustom:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.