

xxx Tekmovanja

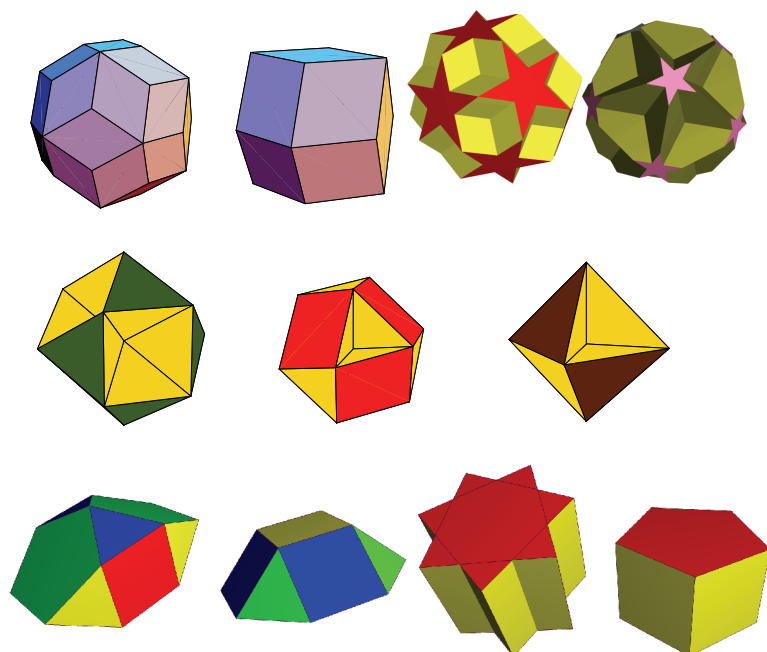
■ Tekmujemo v razvedrilni matematiki

30. 9. bo potekalo 17. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike. Na tekmovanje se lahko učenci 6., 7., 8. in 9. razreda devetletne OŠ, dijaki in študentje (oz. odrasli), bralci Preseka prijavijo takole:

Rešiti morajo čim več nalog iz rubrike *Tekmujemo v razvedrilni matematiki* iz te številke. Rešitve nalog morajo poslati do 28. avgusta na naslov Presek, Jadranska 19., 1000 Ljubljana s pripisom "**Za 17. tekmovanje iz razvedrilne matematike**" v navadni (**nepriporočeni**) pošiljki. Učenci, študentje in dijaki morajo pripisati razred oziroma letnik, ki ga bodo jeseni obiskovali. Te podatke navedite tudi na kuverti. Na tekmovanje bo povabljenih 5 tekmovalcev za vsako skupino. Pri tem bo odločilno število pravih rešitev. V primeru večjega števila prijav pa bo odločal žreb.

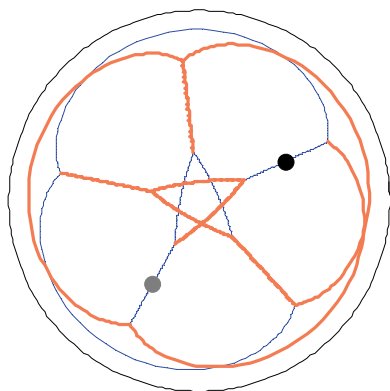
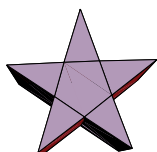
Tekmovalci bodo o uvrstitvi na tekmovanje obveščeni po internetu na strani <http://torina.fe.uni-lj.si/~izidor/RM/> do 14. septembra 2006.

a) Telesom določi tip rotacijske simetrije

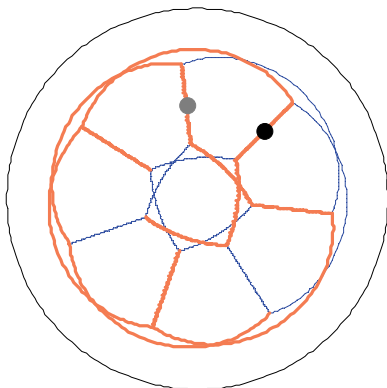
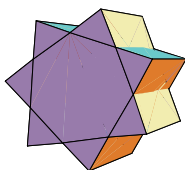


b) »Mejne ploskve« uniformnih poliedrov so pravilni mnogokotniki, vendar pa moramo med te šteti tudi zvezdaste mnogokotnike. Črna in siva pika na labirintu sta projekciji središč dveh mejnih ploskev telesa (v prvem primeru sta to petokraki zvezdi, ki sta osnovni ploskvi telesa). Poišči najkrajšo pot med njima.

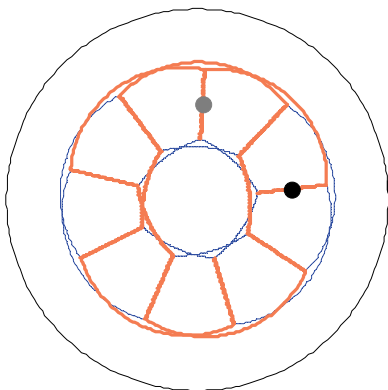
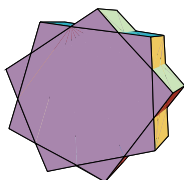
1.



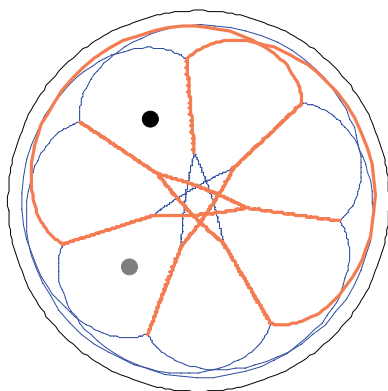
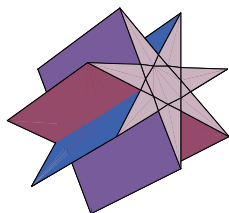
2.



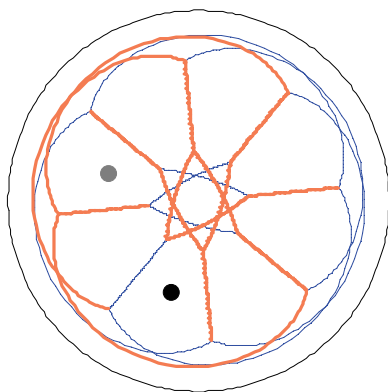
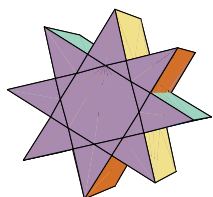
3.



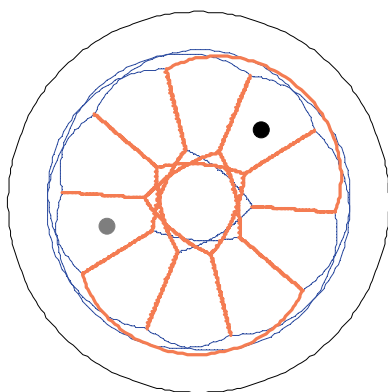
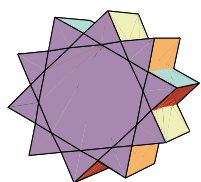
4.



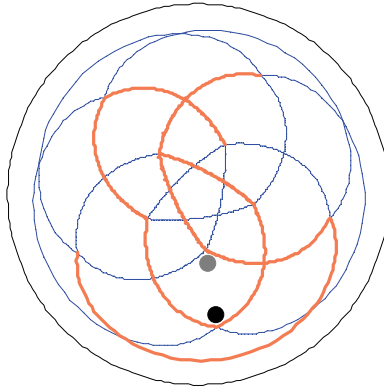
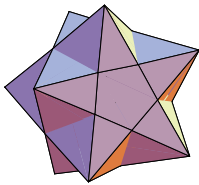
5.



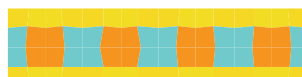
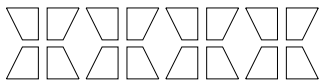
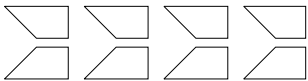
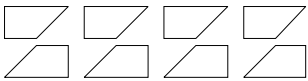
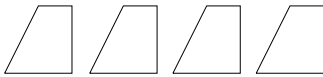
6.



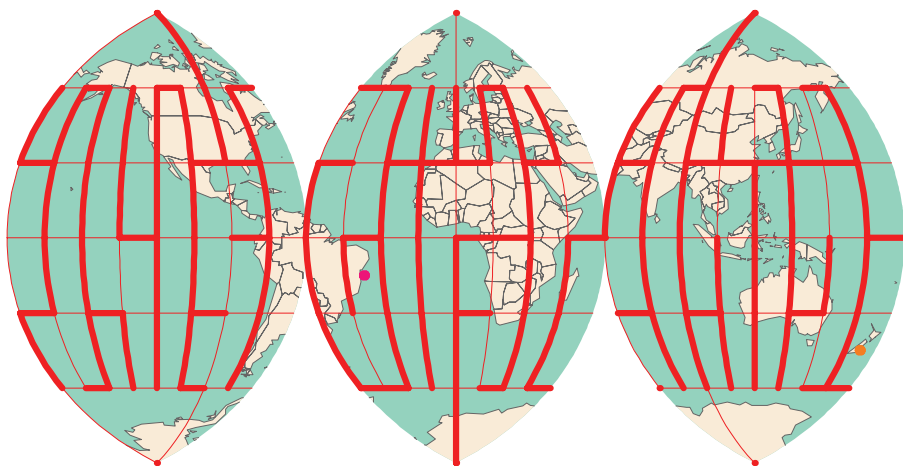
7.



c) S črto poveži vsako sliko iz levega stolpca s tisto sliko iz desnega stolpca, ki ustreza isti grupi.



d) Reši labirint

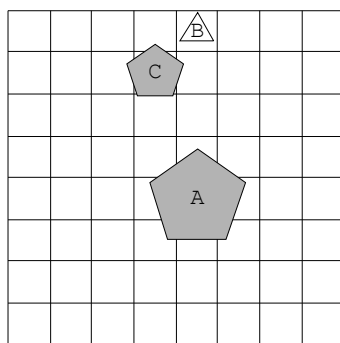


e. Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v 2 svetovih

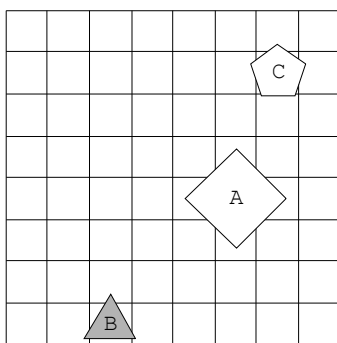
1. Biti bel lik je zadosten pogoj za biti trikotnik.
2. Biti petkotnik je zadosten pogoj za biti lik srednje velikosti.
3. Biti siv lik je zadosten pogoj za biti majhen lik.
4. Biti siv lik je zadosten pogoj za biti petkotnik.
5. Biti bel lik je samo zadosten pogoj za biti velik lik.
6. Biti majhen lik je samo zadosten pogoj za biti petkotnik.
7. Biti petkotnik je samo zadosten pogoj za biti bel lik.
8. Biti velik lik je samo zadosten pogoj za biti bel lik.
9. Biti siv lik je potreben pogoj za biti lik srednje velikosti.
10. Biti kvadrat je potreben pogoj za biti siv lik.
11. Biti petkotnik je potreben pogoj za biti siv lik.
12. Biti kvadrat je potreben pogoj za biti velik lik.
13. Biti trikotnik je samo potreben pogoj za biti bel lik.
14. Biti majhen lik je samo potreben pogoj za biti majhen lik.
15. Biti siv lik je samo potreben pogoj za biti majhen lik.
16. Biti trikotnik je samo potreben pogoj za biti lik srednje velikosti.
17. Biti bel lik je potreben in zadosten pogoj za biti trikotnik.
18. Biti velik lik je potreben in zadosten pogoj za biti kvadrat.
19. Biti trikotnik je potreben in zadosten pogoj za biti kvadrat.
20. Biti kvadrat je potreben in zadosten pogoj za biti velik lik.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				

1. svet



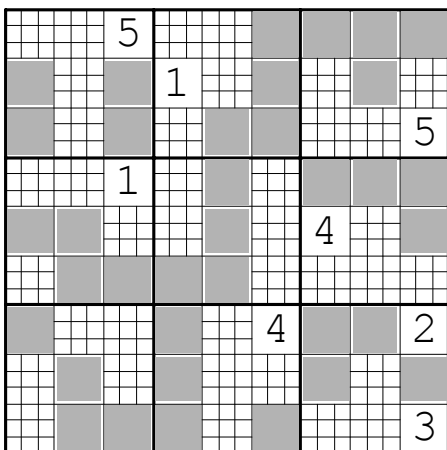
2. svet



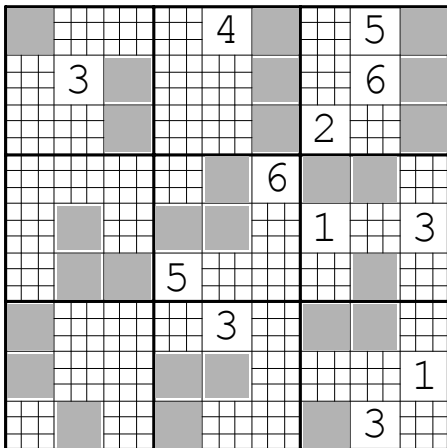
f)

V vsako vrstico, vsak stolpec in vsak kvadrat vpiši različna števila od 1 do 5 pri prvi nalogi, od 1 do 6 v drugi nalogi in od 1 do 7 v tretji in četrti nalogi.

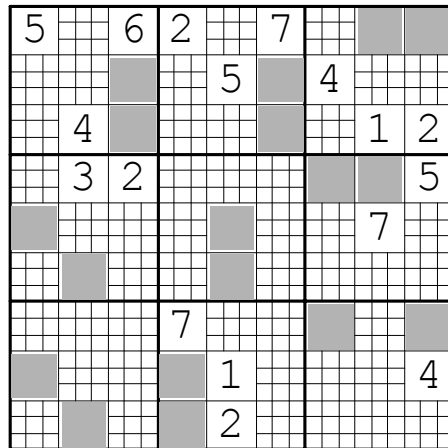
1.



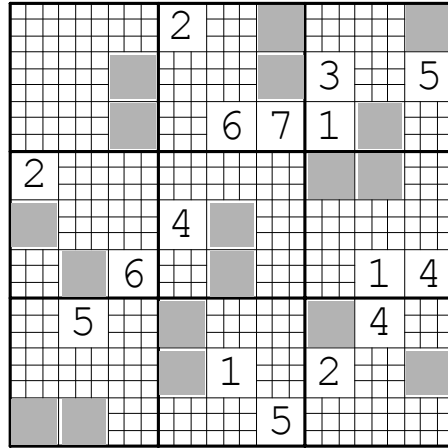
2.



3.



4.



Glede pojmov si oglej spletne strain:
<http://torina.fe.uni-lj.si/~izidor/Delavnica/Delavnica.html>

■ Državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

1. NALOGA

20 avtobusov porabi v pol leta 14.400 litrov nafte.

- a) Za koliko avtobusov bo v naslednjih dveh mesecih zadostovalo 2880 litrov nafte?
- b) Za koliko avtobusov bi v naslednjih dveh mesecih zadostovalo 2880 litrov nafte, če se bo poraba goriva zaradi zimskih voznih razmer povečala za 20 %?
- c) Primerjaj število avtobusov v prvem in drugem primeru v % na dva načina! Odgovor!

2. NALOGA

Španski uvoznik je iz ZDA uvozil 1000 galon kokakole.

Za reševanje uporabi naslednje podatke:

1 galona = 3,7856 litra 1 EUR = 240 SIT 1 USD = 220 SIT

- a) Koliko EUR je plačal za 1 liter te pijače, če stane v ZDA 1 galona kokakole 4 USD?
- b) Španski uvoznik je celotno uvoženo količino (1000 galon) prodal slovenskemu podjetju. Koliko EUR je iztržil, če je 1 liter stal 1,50 EUR in če je moral ob tem plačati 20-odstotni uvozni davek, obenem pa je slovenskemu posredniku plačal 2 promili provizije? Za izračun uporabi podatke iz naloge a.
- c) Slovensko podjetje pa je ugotovilo, da je povpraševanje po kokakoli v sosednji Hrvaški večje od ponudbe, in je sklenilo, da bo polovico količine prodalo hrvaškemu kupcu. Koliko SIT bo iztržilo, če je moralo ob prehodu blaga čez mejo plačati hrvaški državi 10-odstotnocarino, izvozna stimulacija pa je znašala 15 %?

Podatek: 1 HRK = 30 SIT, 1 liter = 10 HRK

3. NALOGA

Za delitev imamo na razpolago 77.000 SIT.

- a) Razdeli 77.000 SIT med štiri osebe tako, da B dobi 5000 SIT več kot A, oseba C 2000 SIT manj kot B, oseba D pa 6000 SIT več kot C.
- b) Koliko odstotkov celotnega zneska dobi oseba B?
- c) Izračunaj absolutno razliko med deleži A in C!

d) Iste štiri osebe si delijo zadetek na lotu v vrednosti 200.000 SIT, in sicer:

- $\frac{1}{4}$ na enake dele;
- ostanek pa premo sorazmerno vplačilom skupnega stavnega listka (A vplača 3000 SIT, B vplača 5000 SIT, C vplača 6000 SIT, D vplača 1000 SIT). Izračunaj, kako si razdelijo nagrado!

4. NALOGA

Prodajalec zahteva za rabljen avto 1.240.000 SIT, kupec pa je zanj pripravljen plačati 1.120.000 SIT.

a) Za koliko odstotkov mora prodajalec znižati svojo ceno, če bo obveljala kupčeva cena?
Odgovor!

b) Za koliko odstotkov se bo povečala kupčeva cena, če bo obveljala prodajalčeva cena?
Odgovor!

c) Kolikšna naj bo kompromisna cena, da bosta oba popustila od svoje zahteve za enak odstotek, in koliko znaša ta odstotek?

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

Maturantski ples. Prava mala groza za starše in njihove denarnice. A na srečo le obstaja nekaj možnosti za omilitev finančnega šoka, pri čemer lahko pomagaš tudi ti. Le kako? Če že ne moreš z lastnimi tolarji staršem pomagati prebroditi hude finančne zadrege, pa prav gotovo znaš izračunati marsikaj, kar bi staršem olajšalo izbiro najbolj gospodarne rešitve.

Denimo, da so številke videti približno takole.

Skupni družinski strošek maturantskega plesa je ocenjen na 400.000,00 SIT.

- a) 8 mesecev pred dogodkom starši vložijo v banko depozit v višini 200.000,00 SIT, ki bo obrestovan z navadnim obrestnim računom po 7,5-odstotni letni obrestni meri. Kolikšna bo končna vrednost vložnega depozita po izteku dobe vezave (8 mesecev) in koliko SIT bo zmanjkalo do predvidene končne višine stroška maturantskega plesa?
- b) Kljub vsem varčevalnim naporom družina tik pred dogodkom ugotovi, da bo potrebno nekje izbrskati še kakšnih 200.000,00 SIT. Rešitev je kot na dlani: banka v sosednji ulici, kjer (po njihovem zatrjevanju seveda) ponujajo najbolj ugodna posojila. Preverimo: izplačano posojilo v višini 200.000,00 SIT bi bilo potrebno odplačati z enkratnim vračilom po 185-ih dneh najema z zneskom 215.000,00 SIT. Le kolikšno obrestno mero si je v tem primeru omislila banka, če je uporabila navadni obrestni račun pri sistemu (K, 365)? (Obrestno mero zaokroži na dve decimali.)
- c) Za koliko odstotkov bi se povečale obresti iz naloge b, če bi začetno vrednost izplačanega posojila povečali za 20.000,00 SIT, čas najema in obrestna mera pa bi ostala nespremenjena?

2. naloga

- a) V banki najamemo posojilo v višini 1.000.000,00 SIT, ki ga bomo odplačali v dveh obrokih. Prvi obrok bo odplačan 5 let po najetu posojila, drugi obrok, ki bo dvakrat večji od prvega, pa tri leta in pol po prvem obroku. Kolikšna bosta obroka, če je obrestovanje dekurzivno z 8,4-odstotno letno obrestno mero pri polletnem pripisu obresti in relativnem obračunu?
- b) Čez koliko časa bi lahko poravnali zgoraj podani začetni dolg 1.000.000,00 SIT z enim samim obrokom, ki bi znašal 1.500.000,00 SIT? Tudi v tem primeru bi bila v računu upoštevana 8,4-odstotna letna dekurzivna obrestna mera pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu.
Izračunani čas izrazi v obliki: število let, število dni. (Izračunano število dni zaokroži navzgor.)
- c) Koliko smo si izposodili pred 5-imi leti, če smo danes vrnili 500.000,00 SIT, čez dve leti pa bomo vrnili še 1.000.000,00 SIT. Obrestovanje je dekurzivno, z obrestno mero 8,4 % p. a. pri letnem pripisu obresti.

3. naloga

Maja in Tone sta si po petih letih srečnega zakona omislila nakup novega, večjega stanovanja. Tako kot običajno, je tudi njima za nakup zmanjkalo nekaj denarja, in najem posojila se v tem trenutku zdi najboljša rešitev. Potrebujeta 40.000,00 EUR. Na izbiro imata dve možnosti, ki sta opisani v naslednjih nalogah:

- a) Posojilo je izplačano v enkratnem znesku 40.000,00 EUR. Odplačilo bi se izvedlo v treh delih, in sicer: 1. obrok po 3,5-ih letih v višini $\frac{1}{4}$ izplačanega posojila, 2. obrok po izteku naslednjih 5-ih let v višini 15.000,00 EUR, zadnji obrok za dokončno odplačilo pa bo odplačan po 14-ih letih od najema posojila. Kolikšen bo zadnji obrok, če jima je banka predpisala enotne anticipativne obrestne pogoje s 4,2-odstotno letno obrestno mero pri polletni kapitalizaciji in konformnem obračunu?
- b) Posojilo je izplačano v dveh delih po 20.000,00 EUR – drugi del posojila 36 mesecev po prvem delu. Odplačilo se bo izvedlo v dveh enakih obrokih – prvi obrok 5 let in drugi obrok 10 let po drugem delu izplačanega posojila. Prvih 8 let bo veljala 4-odstotna letna anticipativna obrestna mera, zadnjih 5 let pa bo obrestna mera za $\frac{1}{4}$ nižja od tiste za prvih osem let. Upoštevana bo letna kapitalizacija. Vprašanje je zelo kratko: kolikšna bosta obroka?
- c) A medtem, ko sta se Maja in Tone odločala med ponudbama, jima je eden od prijateljev namignil, da običajno anticipativni način obrestovanja ni najbolj prijazen do posojilojemalcev in da bi bilo morebiti pametno preveriti posojilne pogoje tudi pri kakšni drugi banki.

Ali ima njun prijatelj prav? (Obkroži pravi odgovor.)

DA

NE

Zelo na kratko obrazloži obkroženi odgovor.

4. naloga

- a) Koliko moramo vlagati na začetku vsakega polletja prvih 5 let, da bomo lahko naslednja 4 leta ob koncu vsakega leta prejeli rento po 1.500,00 EUR. Vseh 9 let bo veljala $p = 3\%$ p. a. pri mesečni kapitalizaciji in relativni obrestni meri.
- b) Rentni sklad znaša 10.000,00 EUR. Iz tega sklada se bo po 2-letnem odlogu izplačalo 20 polletnih postnumerando rent. Kolikšna bo renta, če bodo v računu upoštevani obrestna mera 3,5 % p. a., kvartalni pripis obresti in konformni obračun?
- c) Za koliko odstotkov bi se zmanjšala višina v nalogi b izračunane rente, če bi se denarni sklad zmanjšal za 1.500,00 EUR?

■ Rešitve nalog z državnega tekmovanja iz znanja poslovne matematike v šolskem letu 2004/05

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

1.NALOGA

20 avtobusov porabi v pol leta 14.400 litrov nafte.

a) Za koliko avtobusov bo v naslednjih dveh mesecih zadostovalo 2880 litrov nafte?

20 avtobusov	6 mesecev	14.400 litrov
↑	↓	↑
x avtobusov	2 meseca	2.880 litrov

$$x = \frac{20 * 6 * 2880}{2 * 14400}$$

$$x = 12 \text{ avtobusov}$$

b) Za koliko avtobusov bi v naslednjih dveh mesecih zadostovalo 2880 litrov nafte, če se bo poraba goriva zaradi zimskih voznih razmer povečala za 20 %?

20 avtobusov	6 mesecev	14.400 litrov	100 % poraba
↑	↓	↑	↓
x avtobusov	2 meseca	2.880 litrov	120 % poraba

$$x = \frac{20 * 6 * 2880 * 100}{2 * 14400 * 120}$$

$$x = 10 \text{ avtobusov}$$

c) Primerjaj število avtobusov v prvem in drugem primeru v % na dva načina! Odgovor!

$$1. \quad \frac{12}{10} = 1,2$$

Odgovor: Število avtobusov v nalogi a) je za 20 % večje kot v nalogi b).

$$2. \quad \frac{10}{12} = 0,83$$

Odgovor: Število avtobusov v nalogi b) je za 16,7 % manjše kot v nalogi a).

2.NALOGA

Španski uvoznik je iz ZDA uvozil 1000 galon Coca Cole.

Za reševanje uporabi naslednje podatke:

1 galona = 3,7856 litra 1 EUR = 240 SIT 1 USD = 220 SIT

a) Koliko EUR je plačal za 1 liter te pijače, če stane v ZDA 1 galona Coca Cole 4 USD?

x EUR	1 liter
3,7856 litra	1 galona
1 galona	4 USD
1 USD	220 SIT
240 SIT	1 EUR

$$x = \frac{1 * 220 * 4 * 1 * 1}{240 * 1 * 1 * 3,7856}$$

$$x = 0,97 \text{ EUR / liter}$$

b) Španski uvoznik se je odločil in celotno uvoženo količino (1000 galon) prodal slovenskemu podjetju. Koliko EUR je iztržil, če je 1 liter stal 1,50 EUR in če je moral ob tem plačati 20 % uvozni davek, obenem pa je slovenskemu posredniku plačal 2 promili provizije?

Za izračun uporabi podatke iz naloge a).

x EUR	1000 galon
1 galona	3,7856 litra
1 liter	1,50 EUR
100 EUR	80 EUR
1000 EUR	998 EUR

$$x = \frac{998 * 80 * 1,50 * 3,7856 * 1000}{1000 * 100}$$

$$x = 4.533,63 \text{ EUR}$$

c) Slovensko podjetje pa je ugotovilo, da je povpraševanje po Coca Coli v sosednji Hrvaški večje od ponudbe in je sklenilo, da bo polovico količine prodalo hrvaškemu kupcu. Koliko SIT bo iztržilo, če je moralo ob prehodu blaga čez mejo plačati hrvaški državi 10 % carino, izvozna stimulacija pa je znašala 15 %?

Podatek: 1 HRK = 30 SIT, 1 liter = 10 HRK

x SIT	500 galon
1 galona	3,7856 litra
1 liter	10 HRK
1 HRK	30 SIT
100 SIT	90 SIT
100 SIT	115 SIT

$$x = \frac{115 * 90 * 30 * 10 * 3,7856 * 500}{100 * 100}$$

$$x = 587.714,40 \text{ SIT}$$

3.NALOGA

Za delitev imamo na razpolago 77.000 SIT.

a) Razdeli 77.000 SIT med štiri osebe tako, da B dobi 5000 SIT več kot A, oseba C 2000 SIT manj kot B, oseba D pa 6000 SIT več kot C.

$$\begin{array}{ll} \text{A} & x \\ \text{B} & x + 5000 \\ \text{C} & (x + 5000) - 2000 = x + 3000 \\ \text{D} & (x + 3000) + 6000 = x + 9000 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x + x + 5000 + x + 3000 + x + 9000 &= 77.000 \\ 4x + 17.000 &= 77.000 \\ 4x &= 60.000 \\ x &= 15.000 \end{aligned}$$

A dobi 15.000 SIT
B dobi 20.000 SIT
C dobi 18.000 SIT
D dobi 24.000 SIT

b) Koliko % celotnega zneska dobi oseba B?

$$\frac{20.000}{77.000} * 100 = 25,97 \%$$

c) Izračunaj absolutno razliko med deleži A in C!

$$18.000 - 15.000 = 3000 \text{ SIT}$$

d) Iste štiri osebe si delijo zadetek na lotu v vrednosti 200.000 SIT in sicer:

- $\frac{1}{4}$ na enake dele;
- ostanek pa premo sorazmerno vplačilom skupnega stavnega listka (A vplača 3000 SIT, B vplača 5000 SIT, C vplača 6000 SIT, D vplača 1000 SIT)

Izračunaj kako si razdelijo nagrado!

$$\bullet \quad \frac{1}{4} * 200.000 = 50.000 \text{ SIT}$$

A dobi 12.500 SIT
B dobi 12.500 SIT
C dobi 12.500 SIT
D dobi 12.500 SIT

$$\bullet \quad \text{ostanek} = 200.000 - 50.000 = 150.000 \text{ SIT}$$

$$A : B : C : D = 3 : 5 : 6 : 1$$

$$\begin{aligned} 3x + 5x + 6x + x &= 150.000 \\ 15x &= 150.000 \\ x &= 10.000 \text{ SIT} \end{aligned}$$

A dobi 30.000 SIT
B dobi 50.000 SIT
C dobi 60.000 SIT
D dobi 10.000 SIT

Skupaj: $A \text{ dobi } 12.500 + 30.000 = 42.500 \text{ SIT}$
 $B \text{ dobi } 12.500 + 50.000 = 62.500 \text{ SIT}$
 $C \text{ dobi } 12.500 + 60.000 = 72.500 \text{ SIT}$
 $D \text{ dobi } 12.500 + 10.000 = 22.500 \text{ SIT}$

4.NALOGA

Prodajalec zahteva za rabljen avto 1.240.000 SIT, kupec pa je zanj pripravljen plačati 1.120.000 SIT.

- a) Za koliko % mora prodajalec znižati svojo ceno, če bo obveljala kupčeva cena?
Odgovor!

$$\begin{array}{l|l} x \% & 120.000 \text{ SIT} \\ 1.240.000 \text{ SIT} & 100 \% \end{array}$$

$$X = \frac{100 * 1.120.000}{1.240.000}$$

$$x = 9,68 \%$$

- b) Za koliko % se bo povečala kupčeva cena, če bo obveljala prodajalčeva cena?
Odgovor!

$$\begin{array}{l|l} x \% & 120.000 \text{ SIT} \\ 1.120.000 \text{ SIT} & 100 \% \end{array}$$

$$x = \frac{120.000 * 100}{1.120.000}$$

$$x = 10,71 \%$$

- c) Kolikšna naj bo kompromisna cena, da bosta oba popustila od svoje zahteve za enak odstotek in koliko zanaša ta odstotek?

$$1.120.000 + \frac{1.120.000 * x}{100} = 1.240.000 - \frac{1.240.000 * x}{100}$$

$$\begin{aligned} 1.120.000 x &= 12.000.000 - 1.240.000 x \\ 2.360.000 x &= 12.000.000 \\ x &= 5,084745 \% \end{aligned}$$

kompromisna cena je 1.176.949,15 SIT
Odstotek je 5,08%

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

a) $G^+ = 210.000,00 \text{ SIT}$

razlika = $190.000,00 \text{ SIT}$

b) $p = 14,80 \%$

c) $p^* = 10 \%$

2. naloga

a) 1.obrok = $603.696,08 \text{ SIT}$

2.obrok = $1.207.392,15 \text{ SIT}$

b) $5,0269 \text{ let} \rightarrow 5 \text{ let } 10 \text{ dni}$

c) $G_0 = 902.643,83 \text{ SIT}$

3. naloga

a) $G_n = 38.252,29 \text{ EUR}$

b) obrok = $28.112,11 \text{ EUR}$

c) DA

4. naloga

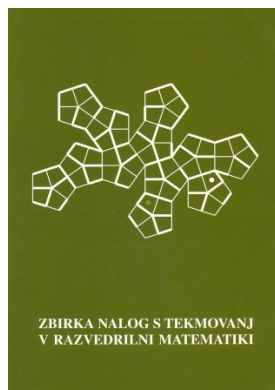
a) $a = 512,48 \text{ EUR}$

b) $a = 638,49 \text{ EUR}$

c) $p^* = 15 \%$

Zbirke nalog s tekmovanj

Letošnjo jesen bodo spet potekala tekmovanja iz razvedrilne matematike in logike. Za lažje poletne priprave na udeležbo in boljšo uvrstitev na tekmovanjih vam ponujamo različne zbirke nalog z rešitvami.



Izidor Hafner s sodelavci:

ZBIRKA NALOG S TEKMOVANJ V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

168 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

2.712,50 SIT
(11,32 EUR)

**Prvih deset državnih tekmovanj
v razvedrilni matematiki
za osnovnošolce in srednješolce
(od leta 1990 do 1999)**

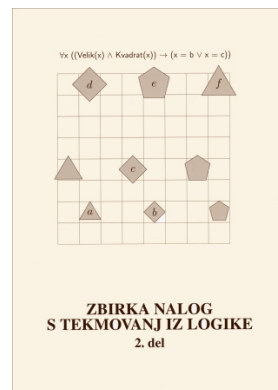
Izidor Hafner s sodelavci:

ZBIRKA NALOG S TEKMOVANJ IZ LOGIKE – 2. del

200 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

3.038 SIT
(12,68 EUR)

**Šolska, izbirna in državna tekmovanja
v logiki
za osnovnošolce in srednješolce
(od leta 1996 do 2000)**



Poleg omenjenih lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih zbirk nalog različnih zahtevnosti za osnovnošolce in srednješolce s tekmovanj v znanju matematike, fizike in računalništva ter drugo dodatno literaturo za pripravo na tekmovanja v razvedrilni matematiki in logiki. Podrobnejše predstavitve najdete na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjige tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/tekmovanja/>

Individualni naročniki revije Presek imajo pri naročilu izdaj DMFA–založništvo 20 % popusta!
Dodatne informacije dobite v uredništvu Preseka po telefonu: (01) 4766 553 ali 4232 460