###Tekmovanja

Regijsko fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2004/05

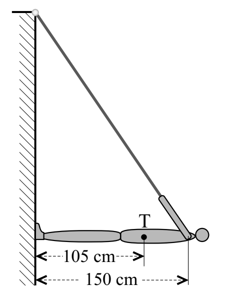
Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Na gornji rob navpične stene je pritrjena lahka neraztegljiva vrv. Z roba stene se začne počasi in enakomerno spuščati plezalec, tako da se z iztegnjenima nogama dotika stene, z iztegnjenima rokama pa se drži vrvi (glej sliko). Plezalec pri spuščanju dela majhne korake po steni, njegovo telo pa je vseskozi izravnano in vodoravno.

   Plezalec ima kvalitetne plezalne čevlje, tako da je koeficient lepenja med čevlji in steno 1,2. Težišče T plezalca je od stene oddaljeno 105 cm, ramena pa 150 cm.

   Do katere navpične razdalje od roba stene se uspe plezalec spustiti, preden mu zdrsne?



2. Večjo kocko ledu s ploščino posamezne ploskve 100 cm^2 ovijemo v tanek izolatorski trak, katerega širina je ravno enaka stranici kocke, in sicer tako, da trak prekrije štiri stranske ploskve kocke. Kocka plava v topli vodi, pri čemer sta neizolirani ploskvi vzporedni z gladino vode. Spodnja ploskev kocke se zaradi stika s toplo vodo tali, tako da se višina kocke enakomerno skrajšuje po 5 mm na minuto.

   a) Koliko milimetrov se zgornja ploskev kocke približa gladini vode vsako minuto?
   b) Koliko pa, če je na zgornji ploskvi utež z maso 20 g?
   c) Koliko prej doseže zgornja ploskev gladino v primeru b) glede na primer a)?

   Gostota vode je 1000 kg/m^3. Ker je led, iz katerega je kocka, enakomerno prepreden z drobnimi zračnimi mehurčki, je njegova povprečna gostota 600 kg/m^3. Izolatorski trak ne prevaja toplote, tako da se kocka tali le na spodnji ploskvi.

3. S tal izstrelimo navpično navzgor svetlobno telo s hitrostjo 34 m/s. Na višini 50 m nad tlemi telo eksplodira in razpade na dva enaka dela. Prvi del začne padati navpično navzdol z nasprotno enako hitrostjo (kot da bi se prožno odbil), drugi del pa nadaljuje svojo pot navpično navzgor.

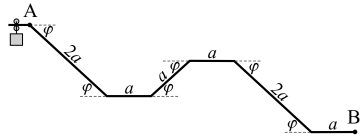
   a) Kolikšno največjo višino nad tlemi doseže drugi del?
   b) Koliko časa mine med trenutkom, ko pade na tla prvi del in trenutkom, ko pade drugi del?

4. V zabaviščnem parku lahko preizkusite svoj pogum v vagonu, vpetem na tračnice (glej sliko), ki potekajo v stranskem risu kot kaže slika. Kot $\varphi = 30°$ in dolžina $a = 20$ m. Koeficient trenja med kolesi vagona in tračnicami je 0,12.

Vagon obravnavaj kot točkasto telo. Prelomi tračnic v določenih točkah so sicer zaobljeni, vendar je dolžina zaobljenih delov zanemarljiva.

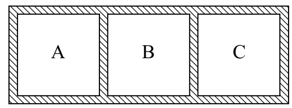
a) Kolikšna mora biti najmanjša začetna hitrost vagona, da pride iz točke A v točko B?

b) Kolikšna je v tem primeru končna hitrost v točki B?



Skupina II

1. V stanovanju so tri enake kvadratne sobe velikosti 4 m × 4 m × 2,5 m (glej sliko). Debelina sten je 15 cm, toplotna prevodnost pa je 0,4 W/m·K. Tla in strop sta zelo dobro toplotno izolirana. Zunanja temperatura je −10 °C. V sobi A vključimo radiator z močjo 2400 W.



   a) S kolikšno močjo morata greti radiatorja v sobah B in C, da bo po dovolj dolgem času v vseh sobah enaka temperatura?

   b) Kolikšne pa so po dovolj dolgem času temperature v posameznih sobah, če vsi trije radiatorji grejejo z enako močjo in sicer vsak z 2400 W?

2. Dva enaka prazna ploščata kondenzatorja vežemo v krog. Na par povezanih plošč nanesemo skupen naboj 1,4 As, na drugi par pa skupen naboj −1,4 As. Nato v enega izmed kondenzatorjev potisnemo plastično ploščico, tako da v celoti zapolni kondenzator. Kolikšen naboj pri tem steče skozi vsako izmed žic, ki povezujeta kondenzatorja?

   Dielektričnost plastike je 6,0. Če kondenzator zapolnimo s snovjo z dielektričnostjo ε, se njegova kapaciteta poveča ε-krat glede na prazen kondenzator.

3. Nova baterija ima gonilno napetost $U_0 = 3{,}0$ V, notranji upor $R_n = 0{,}1\ \Omega$ in kapaciteto (naboj) $Q = 4$ Ah. Če je baterija obremenjena s stalnim bremenom, se gonilna napetost s časom linearno zmanjšuje od začetne vrednosti U_0 do vrednosti $U_1 = 2{,}7$ V, tik preden izteče ves naboj Q. Po tem pade gonilna napetost na nič.

   Notranji upor se s časom ne spreminja. Baterija ima toplotno kapaciteto $C = 80$ J/K.

   a) Po kolikšnem času se baterija izprazni, če nanjo priključimo breme z uporom $R_b = 1{,}0\ \Omega$?

   b) Za koliko se baterija pri tem segreje, če odvajanje toplote od baterije zanemarimo?

4. V homogeno magnetno polje z gostoto $B = 1{,}0$ T postavimo vzporedno s silnicami magnetnega polja tanko naelektreno palico s specifičnim nabojem $\eta = -1{,}0 \cdot 10^{-4}$ As/m. Okrog palice, v ravnini pravokotni na palico, v vakuumu enakomerno kroži proton s kinetično energijo $W = 1{,}00$ MeV (1 eV je $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J).

   a) Na kolikšni oddaljenosti od palice kroži proton?

   b) Ali lahko kroži tudi s kinetično energijo $W' = 0{,}50$ MeV, in če, kolikšen je tedaj polmer kroženja?

   Električno polje dolgega naelektrenega vodnika je pravokotno na vodnik in ima na razdalji r od vodnika velikost:

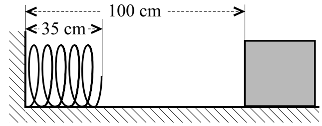
$$E = \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

   Masa protona je $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm, osnovni naboj pa je $e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As.

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

1. Klado ledu z maso 1 kg potisnemo s hitrostjo 0,5 m/s proti 100 cm oddaljeni steni. Na steno je pripeta vzmet s prožnostnim koeficientom 5 N/m in dolžino 35 cm (glej sliko). Trenje med klado in tlemi je zanemarljivo.



   a) Na kolikšno najmanjšo razdalje do stene se približa klada?

   b) Po kolikšnem času po tem, ko smo jo potisnili, potuje klada spet skozi začetno lego?

2. Nova baterija ima gonilno napetost $U_0 = 3{,}0$ V, notranji upor $R_n = 0{,}1\ \Omega$ in kapaciteto (naboj) $Q = 4$ Ah. Če je baterija obremenjena s stalnim bremenom, se gonilna napetost s časom linearno zmanjšuje od začetne vrednosti U_0 do vrednosti $U_1 = 2{,}7$ V, tik preden izteče ves naboj Q. Po tem pade gonilna napetost na nič.

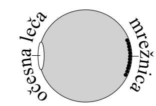
   Notranji upor se s časom ne spreminja. Baterija ima toplotno kapaciteto $C = 80$ J/K.

   a) Po kolikšnem času se baterija izprazni, če nanjo priključimo breme z uporom $R_b = 1{,}0\ \Omega$?

   b) Za koliko se baterija pri tem segreje, če odvajanje toplote od baterije zanemarimo?

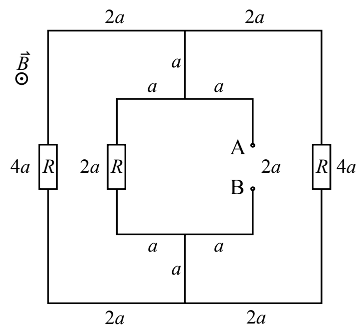
3. Oko si lahko zelo poenostavljeno predstavljamo kot zbiralno lečo, ki na mrežnici ustvari sliko predmeta, ki ga opazujemo (glej sliko). Mrežnica je od leče oddaljena za $b = 20$ mm, goriščna razdalja leče pa se prilagaja tako, da se slika vedno ustvari na mrežnici, ne glede na oddaljenost predmeta, ki ga gledamo. Kratkovidnost je napaka vida, pri kateri oddaljenih predmetov ne vidimo ostro, ker slika ne nastane na mrežnici, ampak pred njo. Razlog za to napako je v tem, da oko ni sposobno goriščne razdalje dovolj povečati. Odpravimo jo lahko z razpršilno korekcijsko kontaktno lečo. Kontaktno lečo položimo na oko, zato lahko razdaljo med kontaktno lečo in očesno lečo zanemarimo. Denimo, da oko zmore ustvariti na mrežnici ostro sliko predmeta, ki je oddaljen manj kot $a = 5$ m. Kolikšno goriščno razdaljo naj ima korekcijska leča, da bo oko lahko ustvarilo na mrežnici ostro sliko zelo oddaljenih predmetov?

   Goriščno razdaljo f sistema leč z goriščnima razdaljama f_1 in f_2, ki sta zelo blizu skupaj, izračunamo po formuli:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

4. Vezje iz žičnatega ogrodja ($a = 10$ cm) in tremi enakimi upori $R = 1\ \Omega$ postavimo v zunanje magnetno polje (glej sliko), ki je pravokotno na ravnino vezja in s časom linearno narašča, tako da v 1 s naraste za 1 mT. Kolikšno moč troši vezje, če na priključka A in B



   a) priključimo ravno žico z zanemarljivo majhnim uporom?

   b) priključimo še en enak upor R?

   Predpostaviš lahko, da je upor žic, iz katerega je sestavljeno ogrodje, zanemarljivo majhen.

Ciril Dominko

Državno fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2004/05

Skupina I

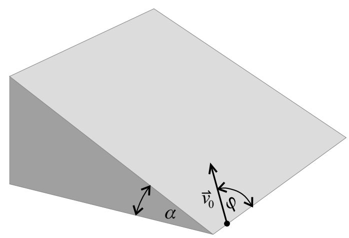
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

1. Kompozicija 6 vagončkov z masami po 300 kg potuje po vodoravnem tiru brez trenja s hitrostjo 20 m/s. Na sredino zadnjega vagončka doskoči superman z maso 100 kg in vodoravno komponento hitrosti 40 m/s v smeri gibanja kompozicije, merjeno glede na tla. Nato odskoči z vodoravno komponento hitrosti 45 m/s glede na tla in pristane na sredini sosednjega vagončka. S skoki nadaljuje do prvega vagončka tako, da ima vsakič za 5 m/s večjo hitrost. Na prvem vagončku končno obmiruje.

   a) Kolikšna je končna hitrost kompozicije?

   b) Kolikšna je razlika med največjo in najmanjšo hitrostjo kompozicije?

2. Z vznožja klanca z naklonskim kotom $\alpha = 30°$ potisnemo po naklonski ploskvi košček ledu s hitrostjo $v_0 = 15$ m/s in pod kotom $\varphi = 60°$ glede na vodoravnico, kot kaže slika. Košček ledu se giblje po klancu brez trenja.

   a) Kako daleč od vznožja se po klancu povzpne košček ledu?

   b) V kolikšni oddaljenosti od začetnega mesta pride košček ledu spet do vznožja klanca?

3. Kolesar naglo zavre, tako da obe kolesi zablokirata. Ker je pred tem s prvim kolesom zapeljal na oljnat madež, zavira le zadnje kolo. Težišče kolesarja tvori z dotikališčema koles s tlemi enakostranični trikotnik.

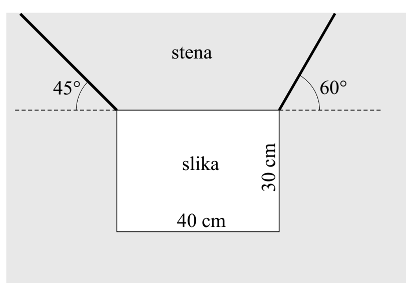
   a) Kolikšen je pojemek, če je koeficient trenja med zadnjim kolesom in tlemi 0,4?

   b) Kolikšen pa je pojemek v primeru, da je na madež zapeljal z zadnjim kolesom in zavira le s prvim kolesom? Koeficient trenja med kolesom in tlemi je enak kot pri a).

   c) Kako pa bi bilo videti zaviranje v primeru b), če bi bil koeficient trenja 0,6?

   Opomba: Če se telo giblje pospešeno, smemo os za računanje navorov postaviti le v težišče.

4. Na steni visi na dveh vrvicah obešena slika, ki jo je fotografiral mladi fotograf. Ker je bila slika na steno obešena postrani, je fotograf zasukal fotoaparat okoli simetrijske osi objektiva, tako da je slika na fotografiji videti, kot da je obešena vodoravno. Fotografija slike na steni, opremljena s podatki, je narisana desno.

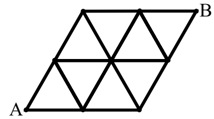
   

   a) Ali je fotograf zasukal fotoaparat v smeri urnega kazalca ali v nasprotni smeri? Ta del naloge lahko rešiš z načrtovanjem.

   b) Za kolikšen kot je mladi fotograf zasukal fotoaparat glede na običajno vodoravno lego, ko je posnel fotografijo?

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.



1. Izračunaj nadomestni upor žičnatega vezja med točkama A in B (glej sliko). Vezje sestavlja šestnajst enakih bakrenih žic s presekom 0,02 mm^2 in z dolžinami po 200 mm. Specifični upor bakra je 0,0175 Ωmm^2/m. V stičiščih so žice v kontaktu.

2. V lepem vremenu lahko spreminjanje tlaka in temperature z višino opišemo z modelom atmosfere, pri katerem se na majhnih višinah tlak zniža za 1 mbar vsakih 8,5 metrov, temperatura pa za 1 K vsakih 100 metrov. Balon napolnimo s helijem, tako da pri tleh ravno še lahko nosi breme 100 kg (koristni tovor z ogrodjem balona). Balon je konstruiran tako, da je tlak v notranjosti ves čas dviganja za 0,1 bara višji od zunanjega. Na tleh je temperatura 20 °C, tlak 1000 mbar, kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol, helija pa 4 kg/kmol. Do kolikšne višine se lahko dvigne pri 95 kg bremenu? Dviganje je dovolj počasno, da smemo privzeti, da je temperatura helija ves čas enaka zunanji temperaturi.

3. Dva enaka ploščata kondenzatorja s kapacitetama po 100 pF vežemo v krog. V prvi kondenzator vstavimo z izolatorskim lakom premazano kovinsko ploščico, tako da je le-ta vzporedna s ploščama kondenzatorja. Debelina kovinske ploščice je enaka tretjini razdalje med ploščama kondenzatorja, njena ploščina pa je enaka ploščini plošče kondenzatorja. Kovinsko ploščico vstavimo tako, da v celoti leži v kondenzatorju. S kovinsko ploščico naredimo dve potezi. Najprej jo prestavimo iz prvega kondenzatorja v drugega, nato pa jo vzamemo iz drugega kondenzatorja. Po prvi potezi leži kovinska ploščica v drugem kondenzatorju v enaki legi, kakor je prej ležala v prvem kondenzatorju. Kolikšna je sprememba naboja (absolutna vrednost) pri vsaki izmed potez na drugem kondenzatorju v naslednjih primerih:

   a) na prvi par povezanih plošč kondenzatorjev nanesemo skupni naboj $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ As, na drugi par pa skupni naboj $-1{,}0 \cdot 10^{-8}$ As,

   b) kondenzatorja sta vzporedno zvezana z enosmernim virom napetosti 100 V,

   c) kondenzatorja sta zaporedno vezana na enosmerni vir napetosti 100 V?

4. Iz treh enakih kovinskih žičk zvarimo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. V dveh prostih krajiščih gugalnico vpnemo, tako da je prosto vrtljiva okoli vodoravne osi, in jo postavimo v notranjost dolge tuljave, katere os je navpična. Eno prosto krajišče gugalnice povežemo z enim prostim krajiščem tuljave, med drugo prosto krajišče gugalnice in drugo prosto krajišče tuljave pa vežemo izvir konstantne napetosti. Gugalnica se od navpične smeri odkloni za kot 20°. Nato napetost na izviru znižamo na polovico.

   a) Kolikšen je po tem ravnovesni odklon gugalnice?

   b) Se bo gugalnica odklonila, če vir konstantne napetosti zamenjamo z virom sinusne izmenične napetosti? Če se, kolikšen je odklon, če je amplituda izmenične napetosti enaka prvotni enosmerni napetosti?

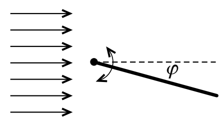
Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Dva transformatorja, ki naj bi bila po navedbah proizvajalca enaka, imata zaradi napake pri proizvodnji na sekundarni strani prvi 1 % več, drugi 1 % manj, na primarni strani pa ima prvi 1 % manj, drugi pa 1 % več ovojev od navedenih. Proizvajalec med drugim navaja sledeče podatke:

število ovojev primarne tuljave 10000, število ovojev sekundarne tuljave 1000, ohmski upor sekundarne tuljave 100 Ω. Primarni tuljavi transformatorjev vežemo vzporedno in priključimo na izmenični vir z efektivno napetostjo 100 V. Kolikšna moč se troši na posamezni sekundarni tuljavi, če sta tudi sekundarni tuljavi vezani vzporedno (napetosti v njih nihata v fazi)?

2. Tanko desko vpnemo na enem robu, tako da se lahko vrti okrog mesta vpetja. Potem postavimo to desko v zračni tok, ki je pravokoten na os vpetja, kot je prikazano na sliki. Masa deske je $m = 10$ kg, širina deske je (dimenzija, vzporedna z osjo) $d = 1$ m, dolžina deske je $l = 2$ m, gostota zraka je $\rho = 1{,}2$ kg/m^3. Hitrost zraka je $v_0 = 20$ m/s.



Silo zračnega toka na ploskev v obliki pravokotnika lahko dovolj natančno opišemo z enačbo:

$$F_v = \pi \rho S v_0^2 \sin\varphi,$$

pri čemer je S ploščina ploskve, φ pa kot, prikazan na sliki. Prijemališče omenjene sile je v težišču ploskve in se ne spreminja z vpadnim kotom; sila je pravokotna na ploskev.

a) Kolikšen je kot φ v ravnovesni legi?

b) S kolikšno frekvenco zaniha deska, če jo *malo* izmaknemo iz ravnovesne lege?

3. V lepem vremenu lahko spreminjanje tlaka in temperature z višino opišemo z modelom adiabatne atmosfere (za del zraka, ki se dvigne, velja enačba adiabate), pri katerem se tlak spreminja z višino z kot $p = p_0\,(1 - z/z_0)^{\kappa/(\kappa-1)}$, pri čemer je p_0 tlak na višini $z = 0$, κ razmerje specifičnih toplot za zrak in $z_0 = 29{,}3$ km. Balon napolnimo s helijem, tako da pri tleh ravno še lahko nosi breme 100 kg (koristni tovor z ogrodjem balona). Balon je konstruiran tako, da je tlak v notranjosti ves čas dviganja za 0,1 bara višji od zunanjega.

Na tleh je temperatura 20 °C, tlak 1000 mbar, kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol, helija 4 kg/kmol, razmerje specifičnih toplot za zrak pa 1,4.

a) Do kolikšne višine se lahko dvigne pri 30 kg bremenu? Dviganje je dovolj počasno, da smemo privzeti, da je temperatura helija ves čas enaka zunanji temperaturi.

b) Kolikšna je na tej višini temperatura zraka?

4. Na mirni vodni površini napravimo interferenčni poskus z zvočnim valovanjem iz dveh točkastih zvočnikov. Zvočnika napajamo iz istega izvira. Prvega postavimo tik nad vodno gladino, drugega pa tik pod vodno gladino, tako da je razdalja med njima dosti manjša od valovne dolžine (tako v vodi kot v zraku). Na vodoravni oddaljenosti $l = 100$ cm in višini $h = 100$ cm nad gladino z mikrofonom merimo interferenco zvočnih valovanj, ki prihajata iz zvočnikov. Za hitrost širjenja zvoka vzemi v zraku 340 m/s in v vodi 1550 m/s.

a) Pod katerimi koti glede na vpadno pravokotnico lahko v zraku zaznamo zvok, ki ga oddaja potopljeni zvočnik?

b) Pri katerih frekvencah izvira opazimo interferenčne maksimume? Izračunaj tri najnižje frekvence.

Napotek: Ugotovi, kako se lomi zvočni žarek, ki v vodi potuje pod zelo velikim kotom glede na vpadno pravokotnico. Upoštevaj še, da se „optična“ pot žarka v sredstvu razlikuje od „optične“ poti žarka v drugem sredstvu za faktor, ki je enak razmerju hitrosti valovanj.

Ciril Dominko

Rešitve nalog z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2004/05

Skupina I

1. *Podatki:* $l = 150$ cm, $l^* = 105$ cm, $k_l = 1{,}2$.

   Z F_l označimo silo lepenja med čevlji in steno, F_p naj bo pravokotna komponenta sile podlage (stene), $F_\perp$ in $F_\|$ pa pravokotna in vzporedna (s steno) komponenta vrvi. Za ravnovesje sil na plezalca v smeri pravokotno na steno velja:

   $$F_p = F_\perp \,.$$

   Navore zapišemo za os v težišču plezalca; pogoj za ravnovesje navorov zahteva

   $$l^* F_l = (l - l^*) F_\| \,.$$

   Če z s označimo navpično razdaljo od roba stene do plezalca, dobimo iz podobnih trikotnikov:

   $$\frac{F_\perp}{F_\|} = \frac{l}{s} \,.$$

   Tik preden zdrsne, velja $F_l = k_l F_p$.

   Iz zgornjih enačb izrazimo sili F_l in F_p z $F_\|$:

   $$\frac{l - l^*}{l^*} F_\| = k_l \frac{l}{s} F_\| \,,$$

   od koder dobimo

   $$s = \frac{k_l l l^*}{l - l^*} = 4{,}2 \text{ m} \,.$$

2. *Podatki:* $v_0 = 5$ mm/min, $\rho_l = 600$ kg/m^3, $\rho_v = 1000$ kg/m^3, $S = 100$ cm^2, $m = 20$ g.

   a) Če s h označimo višino kocke in z x višino dela na gladino vode, zapišemo ravnovesje vzgona in teže kot

   $$S(h - x)\rho_v\, g = S h \rho_l\, g \,.$$

   Od tod izrazimo

   $$x = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} h = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} (h_0 - v_0 t) = x_0 - vt \,,$$

   pri čemer je h_0 začetna višina. Iz zadnje enakosti razberemo

   $$v = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} v_0 = 0{,}4\, v_0 = 2 \text{ mm/min} \,.$$

   b) V tem primeru za ravnovesje velja

   $$S(h - x)\rho_v\, g = S h \rho_l\, g + mg \,,$$

od koder izluščimo

$$x = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} h - \frac{m}{\rho_v S} = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} h_0 - \frac{m}{\rho_v S} - \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} v_0 t = x_0 - \Delta x_0 - vt\,,$$

kar pomeni, da se hitrost ne spremeni, zmanjša se le začetna višina, merjena od gladine.

c) Za razliko časov dobimo

$$\Delta t = \frac{\Delta x_0}{v} = \frac{m}{(\rho_v - \rho_l) S v_0} = 1 \text{ min}\,.$$

3. *Podatki:* $v_0 = 34$ m/s, $h_0 = 50$ m.

a) Hitrost na višini h_0 dobimo iz izreka o ohranitvi kinetične in potencialne energije telesa:

$$\tfrac{1}{2} m v^2 + m g h_0 = \tfrac{1}{2} m v_0^2\,, \quad \text{torej} \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2 g h_0} = 13{,}3 \text{ m/s}\,.$$

V trenutku, ko telo razpade na dva dela z masama po $\frac{1}{2}m$, se ohrani skupna gibalna količina:

$$m v = \tfrac{1}{2} m v_1 + \tfrac{1}{2} m v_2\,, \quad \text{torej} \quad v_2 = 2v - v_1 = 3v = 39{,}8 \text{ m/s}\,.$$

Pri tem smo upoštevali, da je hitrost prvega dela telesa $v_1 = -v$.

Drugi del doseže višino

$$h_2 = h_0 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{9 v_0^2}{2g} - 8 h_0 = 130 \text{ m}\,.$$

b) Čas merimo od trenutka razpada, koordinatno izhodišče postavimo v točko razpada, os usmerimo navzgor. Iz enačb za navpični met z začetno hitrostjo $-v$ sledi za gibanje prvega dela telesa:

$$-v t_1 - \tfrac{1}{2} g t_1^2 = -h_0\,,$$

pri čemer je t_1 čas, ko se prvi del telesa dotakne tal. Smiselna rešitev je

$$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2 g h_0}}{g} = \frac{v_0 - v}{g} = 2{,}11 \text{ s}\,.$$

(Do rezultata pridemo hitreje z ugotovitvijo, da porabi prvi del telesa enak čas za padanje kot telo za dviganje do višine h_0.)

Za lego drugega dela telesa v trenutku padca pa velja

$$3 v t_2 - \tfrac{1}{2} g t_2^2 = -h_0\,,$$

pri čemer smo za začetno hitrost vstavili $3v$. Smiselna rešitev enačbe je

$$t_2 = \frac{3v + \sqrt{9v^2 + 2 g h_0}}{g} = 9{,}23 \text{ s}\,.$$

Razlika časov je

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 7{,}1 \text{ s}.$$

4. *Podatki:* $a = 20$ m, $\varphi = 30°$, $k = 0{,}12$.

   a) Da vagon ravno še pride v točko B, mora imeti v točki na vrhu zadnje strmine (glej sliko pri besedilih nalog) hitrost 0. Sprememba vsote kinetične in potencialne energije je enaka delu trenja na poti do te točke:

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 + mga\sin\varphi = (2a + 3a\cos\varphi)mgk\,,$$

   od koder dobimo za začetno hitrost

$$v_0 = \sqrt{2ga\left((2 + 3\cdot\tfrac{\sqrt{3}}{2})k - \tfrac{1}{2}\right)} = 4{,}5 \text{ m/s}.$$

   b) Za zadnji del poti velja, da je potencialna energija na začetku enaka kinetični energiji na koncu in delu trenja na tej poti:

$$mg\,2a\sin\varphi = \tfrac{1}{2}mv^2 + (a + 2a\cos\varphi)mgk\,,$$

   od koder sledi

$$v = \sqrt{2ga\left(2\cdot\tfrac{1}{2} - (1 + 2\cdot\tfrac{\sqrt{3}}{2})k\right)} = 16{,}2 \text{ m/s}.$$

Skupina II

1. *Podatki:* $d = 15$ cm, $h = 2{,}5$ m, $a = 4$ m, $\lambda = 0{,}4$ W/mK, $P_A = 2400$ W, $T_0 = -10$ °C.

   Zaradi simetrije je toplotni tok, ki ga oddaja radiator C, enak toplotnemu toku, ki ga oddaja radiator A, $P_C = P_A$. Če so temperature v vseh treh sobah enake, skozi notranji steni ne teče toplotni tok. Radiatorja A in C torej oddajata toploto le skozi tri stene s površino po $S = ah$, radiator v B pa skozi dve. Ker so vse stene enake, sledi $P_B = \frac{2}{3}P_A = 1600$ W.

   b) Temperature označimo T_A, T_B, $T_C = T_A$. Iz srednje sobe teče toplotni tok, ki ga oddaja radiator, v sobi A in C, in skozi dve zunanji steni v okolico pri temperaturi T_0:

$$P_B = 2ah\,\frac{\lambda(T_B - T_A)}{d} + 2ah\,\frac{\lambda(T_B - T_0)}{d}\,.$$

   Za sobo A velja, da je tok, ki odteka skozi zunanje stene, enak vsoti toka, ki prihaja iz sobe B, in toka, ki ga oddaja radiator v sobi A:

$$3ah\,\frac{\lambda(T_A - T_0)}{d} = ah\,\frac{\lambda(T_B - T_A)}{d} + P_A\,.$$

   Zaradi preglednejšega računa vpeljemo

$$K = \frac{P_A d}{ah\lambda} = 90 \text{ K}$$

   in enačbi prepišemo v obliko:

$$K = 2(T_B - T_A) + 2(T_B - T_0) = 4T_B - 2T_0 - 2T_A\,,$$

$$K = 3(T_A - T_0) - \ \ (T_B - T_A) = 4T_A - 3T_0 - \ \ T_B\,.$$

Rešitvi sta:

$$T_A = T_0 + \frac{5K}{14} = T_0 + \frac{5P_A d}{14ah\lambda} = 22\ ^\circ\mathrm{C}$$

in

$$T_B = T_0 + \frac{6K}{14} = T_0 + \frac{6P_A d}{14ah\lambda} = 29\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

2. *Podatki:* $e = 1{,}4$ As, $\varepsilon = 6$.

Vsota nabojev na kondenzatorjih se ohranja. Na začetku je bilo na vsaki plošči po pol naboja, $\frac{1}{2}e$. Ko vstavimo dielektrik, se naboja prerazporedita, tako da ostaneta napetosti na kondenzatorjih ($U = e/C$) enaki:

$$\frac{e_1}{C} = \frac{e_2}{\varepsilon C}\,, \quad \text{od koder dobimo} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{1}{\varepsilon}\,.$$

Iz $e_1 + e_2 = e$ sledi

$$e_1 = \frac{e}{1+\varepsilon}\,, \qquad e_2 = \frac{\varepsilon e}{1+\varepsilon}\,.$$

Pretočeni naboj je

$$\Delta e = \tfrac{1}{2}e - e_1 = e_2 - \tfrac{1}{2}e = \frac{(\varepsilon - 1)e}{2(1+\varepsilon)} = \frac{5e}{14} = 0{,}5\ \mathrm{As}\,.$$

3. *Podatki:* $U_0 = 3{,}0$ V, $U_1 = 2{,}7$ V, $Q = 4$ Ah, $R_b = 1{,}0\ \Omega$, $R_n = 0{,}1\ \Omega$, $C = 80$ J/K.

a) Skozi vezje teče tok

$$I = \frac{U_g}{R_b + R_n}\,.$$

Če bi bil tok konstanten, bi veljalo $Q = It$. Ker se tok – tako kot napetost – linearno zmanjšuje od največje do najmanjše vrednosti, lahko za tok in napetost vzamemo kar njuni povprečni vrednosti:

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}_g}{R_b + R_n} = \frac{\frac{1}{2}(U_0 + U_1)}{R_b + R_n}\,.$$

Za čas praznjenja potem sledi

$$t = \frac{Q}{\overline{I}} = \frac{2(R_b + R_n)Q}{(U_0 + U_1)} = 1{,}54\ \mathrm{h} = 93\ \mathrm{min}\,.$$

b) Energija, ki se sprosti na bateriji (na notranjem uporniku), je enaka pretočenemu naboju, pomnoženemu s padcem napetosti na notranjem uporniku:

$$W_n = QU_n = \frac{Q\overline{U}_g R_n}{R_b + R_n}\,.$$

Za napetost vzamemo povprečno vrednost $\overline{U}_g = \frac{1}{2}(U_0 + U_1)$.

Baterija se pri tem segreje za

$$\Delta T = \frac{W_n}{C} = \frac{Q(U_0 + U_1)R_n}{2(R_b + R_n)} = 47\ \mathrm{K}\,.$$

Opomba: Pri zgornjem izrazu za energijo nismo upoštevali, da se pretočeni naboj spreminja s časom. Točen račun, ki pa presega srednješolski nivo, da rezultat:

$$W_n = QU_n = \frac{Q(U_0 + U_1)R_n}{2(R_b + R_n)}\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1}\right)^2\right]\,.$$

V našem primeru bi bil popravek manjši od promila.

4. *Podatki:* $W = 1{,}00$ MeV, $B = 1{,}0$ T, $\eta = -1{,}0 \cdot 10^{-4}$ C/m, $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, $e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $W' = 0{,}50$ MeV

   a) Pri enakomernem kroženju protona je centripetalni pospešek, pomnožen s protonovo maso, enak centripetalni sili, tj. vsoti privlačne elektrostatske sile in magnetne sile, ki pa je lahko privlačna ali odbojna:

$$ma_r = m\,\frac{v^2}{r} = \frac{e_0|\eta|}{2\pi\varepsilon_0 r} \pm e_0 vB\,,$$

   pri čemer smo s $\pm$ upoštevati obe možni smeri magnetne sile. Enačbo pomnožimo z r in dobimo

$$r = \pm\frac{mv^2 - \dfrac{e_0|\eta|}{2\pi\varepsilon_0}}{e_0 vB} = \pm\frac{2W - \dfrac{e_0|\eta|}{2\pi\varepsilon_0}}{e_0 B\sqrt{\dfrac{2W}{m}}}\,,$$

   pri čemer smo izraz mv^2 nadomestili z dvojno energijo protona, $mv^2 = 2W$. Ker je izraz

$$\frac{e_0|\eta|}{2\pi\varepsilon_0} = 1{,}81\ \mathrm{MeV}\,,$$

   v prvem primeru manjši od dvojne kinetične energije, je števec v izrazu za r pozitiven in v izrazu za r moramo upoštevati predznak $+$. Dobimo $r = 1{,}4$ cm.

   b) V tem primeru je števec negativen in upoštevamo predznak $-$:

$$r = \frac{\dfrac{e_0|\eta|}{2\pi\varepsilon_0} - 2W'}{e_0 B\sqrt{\dfrac{2W'}{m}}} = 8{,}1\ \mathrm{cm}\,.$$

Skupina III

1. *Podatki:* $m = 1$ kg, $v = 0{,}5$ m/s, $l_0 = 100$ cm, $k = 5$ N/m, $l = 35$ cm.

   a) Skrček vzmeti najlažje dobimo iz ohranitve vsote kinetične in prožnostne energije. Na koncu ima klada le prožnostno energijo, na začetku pa kinetično, torej velja

$$\tfrac{1}{2}ks^2 = \tfrac{1}{2}mv^2\,, \qquad s = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v = 22\ \mathrm{cm}\,.$$

Klada se približa steni na razdaljo $\Delta s = l - s = 13$ cm.

b) Klada mora dvakrat prepotovati razdaljo $l_0 - l$ s hitrostjo v in zanihati polovico nihaja, za kar porabi čas

$$t = 2\,\frac{l_0 - l}{v} + \pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 4{,}0\ \mathrm{s}\,.$$

2. Glej rešitev II/3.

3. *Podatki:* $b = 20$ mm, $a = 5$ m.

Največja goriščna razdalja, ki jo oko lahko doseže s prilagoditvijo, je tolikšna, da slika predmeta, oddaljenega od leče za razdaljo a, nastane na razdalji b od leče, torej

$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\,.$$

Pred oko postavimo kontaktno lečo z goriščno razdaljo f_k. Skupna goriščna razdalja kontakne leče in leče v očesu je potem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_o} + \frac{1}{f_k}\,.$$

Iz zahteve, da se predmet v neskončnosti ($a' \to \infty$) preslika na mrežnico, tj. na oddaljenost b od leč, sledi

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} \quad \text{ali} \quad \frac{1}{f_o} + \frac{1}{f_k} = \frac{1}{b}\,.$$

Iz primerjave prve in zadnje enačbe takoj zaključimo

$$\frac{1}{f_k} = -\frac{1}{a}\,, \quad \text{od koder sledi} \quad f_k = -a = -5\ \mathrm{m}\,.$$

4. *Podatki:* $a = 10$ cm, $R = 1\ \Omega$, $\Delta B = 1$ mT, $\Delta t = 1$ s.

V zanki, ki objema lik s s ploščino S, se inducira napetost $U_i = S\Delta B/\Delta t$. Pri nalogi lahko vse inducirane napetosti zapišemo kot večkratnike napetosti, ki se inducira v zanki s ploščino a^2:

$$U_0 = \frac{a^2 \Delta B}{\Delta t} = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V} = 10\ \mu\mathrm{V}\,.$$

Tokove v vezju na sliki (glej sliko v besedilu naloge) označimo takole: tok I_1 naj teče navzdol po zveznicah, ki povezujeta notranji kvadrat z zunanjim, I_2 naj teče navzgor skozi upornik v notranjem kvadratu in I_3 navzdol skozi desni upornik. Potem teče skozi levi upornik tok $I_1 + I_3$ navzgor. (Možna je seveda tudi poljubna drugačna označba za tokove, ki zadošča prvemu Kirchhoffovemu izreku.)

a) Inducirana napetost je enaka padcu napetosti na upornikih. Za levo, desno in srednjo zanko velja:

$$\begin{aligned}
6U_0 &= R(I_1 + I_3) - RI_2\,,\\
6U_0 &= RI_3\,,\\
4U_0 &= RI_2\,.
\end{aligned}$$

Dobimo:

$$I_3 = \frac{6U_0}{R} = 60\ \mu\text{A}\,, \qquad I_2 = \frac{4U_0}{R} = 40\ \mu\text{A}\,, \qquad I_3 = \frac{4U_0}{R} = 40\ \mu\text{A}\,.$$

Moč, ki se troši v vezju, je

$$P = R(I_1 + I_3)^2 + R\,I_3^2 + R\,I_2^2 = 1{,}52 \cdot 10^{-8}\ \text{W}\,.$$

b) V tem primeru lahko iz simetrije ugotovimo, da je tok $I_1 = 0$. Za notranjo zanko potem velja $4U_0 = 2RI_2$ in $I_2 = 20\ \mu$A, za zunanjo pa $16U_0 = 2RI_3$ in $I_3 = 80\ \mu$A. Moč, ki se troši, pa je enaka

$$P = 2R\,I_3^2 + 2R\,I_2^2 = 1{,}36 \cdot 10^{-8}\ \text{W}\,.$$

Bojan Golli

Rešitve nalog z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2004/05

Skupina I

1. *Podatki:* $N = 6$, $m_1 = 300$ kg, $m_s = 100$ kg, $v_0 = 20$ m/s, $v_s = 40$ m/s, $\Delta v_s = 5$ m/s.

   a) Ohranja se skupna gibalna količina kompozicije in supermana; na koncu se superman pelje z enako hitrostjo (v_k) kot kompozicija:

$$Nm_1v_0 + m_sv_s = (Nm_1 + m_s)v_k\,, \qquad v_k = \frac{Nm_1v_0 + m_sv_s}{Nm_1 + m_s} = 21{,}0\ \text{m/s}\,.$$

   b) Kompozicija ima najmanjšo hitrost pri zadnjem (petem) odskoku supermana:

$$Nm_1v_{\min} + m_s(v_s + 5\Delta v_s) = (Nm_1 + m_s)v_k\,,$$

   torej

$$v_{\min} = \frac{(Nm_1 + m_s)v_k - m_s(v_s + 5\Delta v_s)}{Nm_1} = v_0 - \frac{5m_s\Delta v_s}{Nm_1} = 18{,}6\ \text{m/s}\,.$$

   Razlika med največjo in najmanjšo hitrostjo je 2,4 m/s.

2. *Podatki:* $\alpha = 30°$, $\varphi = 60°$, $v_0 = 15$ m/s.

   Na klancu deluje na telo (koščék ledu) dinamična komponenta teže, $mg\sin\alpha$, torej se telo giblje enakomerno pospešeno s pospeškom $g\sin\alpha$, ki kaže proti vznožju klanca. Enačbe, ki določajo tir telesa, so enake kot pri poševnem metu, le namesto pospeška prostega pada vzamemo pospešek $a = g\sin\alpha$.

   a) Za največjo oddaljenost od vznožja klanca (višino pri poševnem metu) dobimo

$$h_{\max} = \frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g\sin\alpha} = 17{,}2\ \text{m}\,.$$

b) Domet pa je enak

$$D = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g \sin\alpha} = 39{,}8 \text{ m}\,.$$

3. *Podatki:* $k = 0{,}4$, $k' = 0{,}6$

a) Pri zaviranju delujejo na kolo s kolesarjem teža, mg, pravokotna komponenta podlage v prvem kolesu, F_1, sila trenja na drugo kolo, $F_{\rm tr} = kF_2$, in pravokotna komponenta podlage na drugo kolo, F_2. V vodoravni smeri je gibanje enakomerno pojemajoče s pojemkom a:

$$ma = F_{\rm tr} = kF_2\,.$$

V navpični smeri so sile v ravnovesju:

$$F_1 + F_2 = mg\,.$$

Ker se telo ne prevrača, so v ravnovesju tudi navori glede na os skozi težišče:

$$F_1\,\frac{l}{2} = F_2\,\frac{l}{2} + F_{\rm tr}\,\frac{l\sqrt{3}}{2}\,.$$

Iz druge enačbe izrazimo F_1, vstavimo v tretjo, izrazimo od tu F_2 in vstavimo v prvo. Za pojemek sledi

$$a = \frac{kg}{2 + k\sqrt{3}} = 1{,}46 \text{ m/s}^2\,.$$

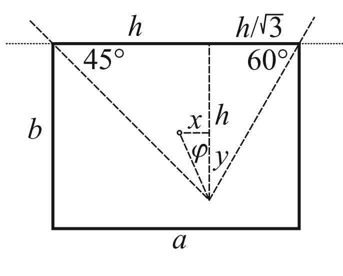
b) V tem primeru velja $F_{\rm tr} = kF_1$ in dobimo

$$a = \frac{kg}{2 - k\sqrt{3}} = 3{,}0 \text{ m/s}^2\,.$$

c) V primeru b) dobimo iz ravnovesja navorov za silo podlage izraz $F_2 = (1-k\sqrt{3})F_1$. Za $k > 1/\sqrt{3} = 0{,}577$ bi bila sila podlage negativna, kar pa ni mogoče, torej te sile ni več. Pogoja za ravnovesje navorov ni mogoče izpolniti; navor trenja je večji od navora podlage in kolesar se prevrne preko prvega kolesa.

4. *Podatki:*

a) Če postavimo os za računanje navorov v presečišče nosilk sil vrvic, je navor teh sil enak nič, zato mora biti tudi v ravnovesju navor teže enak nič. To pomeni, da gre vektor teže skozi to točko. Ker teža določa navpičnico, lahko iz slike takoj sklepamo, da je moral fotoaparat zasukati v smeri urinega kazalca.



b) Iz slike sledi $h + h/\sqrt{3} = a$ in

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{x}{y} = \frac{h - \frac{a}{2}}{h - \frac{b}{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} - \frac{b}{a}(\sqrt{3} + 1)}\,, \quad \varphi = 27{,}4^\circ\,.$$

Skupina II

1. *Podatki:* $l = 2$ dm, $S = 0{,}02$ mm^2, $\zeta = 0{,}0175\ \Omega$mm^2/m.

   Med točkami, ki so enako oddaljene od A (B), je enak potencial, zato med njimi ne teče tok. Vezje lahko zato nadomestimo z vezjem, pri katerem je točka A povezana z dvema vzporedno vezanima upornikoma z uporoma po R, ta dva zaporedno s štirimi vzporedno vezanimi uporniki z upori po R, ti štirje s štirimi vzporedno vezanimi uporniki z upori po R, slednji štirje pa z dvema vzporedno vezanima upornikoma z uporoma po R. Za upor enega upornika velja $R = \zeta l/S = 0{,}175\ \Omega$. Upor nadomestnega vezja je

$$R' = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} = 0{,}263\ \Omega\,.$$

2. *Podatki:* $\Delta p/\Delta h \equiv k = 1$ mbar/8,5 m, $\Delta T/\Delta h = 1$ K/100 m, $m_0 = 100$ kg, $m_1 = 95$ kg, $\Delta p = 0{,}1$ bar, $T_0 = 20$ °C, $p_0 = 1000$ mbar, $M_z = 29$ kg/kmol, $M_{\mathrm{He}} = 4$ kg/kmol.

   V ravnovesju vzgon okoliškega zraka uravnovesi težo balona:

$$\rho_z g V = (m_{\mathrm{He}} + m)g\,,$$

   pri čemer nadomestimo m z m_0 pri tleh, in z m_1 na iskani višini. Gostoto zraka izrazimo iz splošne plinske enačbe kot $\rho_z = pM_z/RT$. Za helij v balonu s prostornino V velja splošna plinska enačba v obliki:

$$p_{\mathrm{He}}V = (p + \Delta p)V = \frac{m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}}RT.$$

   Pogoj za ravnovesje sedaj lahko zapišemo kot

$$\frac{pM_z m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}(p + \Delta p)} = m_{\mathrm{He}} + m.$$

   (Ker je temperatura helija po predpostavki enaka temperaturi okoliškega zraka, se v ravnovesnem pogoju krajša in podatka o spreminjanju temperature z višino ne potrebujemo.)

   Na tleh vstavimo $p = p_0$ in $m = m_0$ in dobimo

$$m_{\mathrm{He}} = \frac{m_0}{\dfrac{p_0 M_z}{(p_0 + \Delta p)M_{\mathrm{He}}} - 1} = 17{,}9\ \mathrm{kg}\,.$$

   Za tlak na višini z ($m = m_1$) dobimo:

$$p = \frac{(m + m_1)\Delta p}{m_{\mathrm{He}}\left(\dfrac{M_z}{M_{\mathrm{He}}} - 1\right) - m_1} = 672\ \mathrm{mbar}\,.$$

Končno iz $p = p_0 - kz$ sledi

$$z = \frac{p_0 - p}{k} = 2800 \text{ m}.$$

3. *Podatki:* $C_0 = 100$ pF, $e_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ As, $U_0 = 100$ V.

   Ko v kondenzator vstavimo izolirano kovinsko ploščico, se zmanjša razmik med ploščama, kapaciteta kondenzatorja pa se poveča na:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{2}{3} d_0} = \frac{3}{2}\, C_0 .$$

a) Ker sta napetosti na kondenzatorjih enaki, se po vstavitvi plošče naboja porazdelita v razmerju kapacitet, $e_1/e_2 = C/C_0 = 3/2$. Iz ohranitve skupnega naboja sledi $e_1 + e_2 = e_0$, od koder dobimo $e_1 = \frac{3}{5} e_0$ in $e_2 = \frac{2}{5} e_0$, in po prestavitvi plošče iz prvega v drugi kondenzator še $e_1' = \frac{2}{5} e_0$ in $e_2' = \frac{3}{5} e_0$. Pretočeni naboj pri prvi potezi je potem

$$\Delta e' = |e_2' - e_2| = \frac{1}{5}\, e_0 = 0{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

Ko iz drugega vzamemo ploščico, ostaneta na obeh kondenzatorjih enaka naboja $e_1{}'' = e_2{}'' = \frac{1}{2} e_0$, torej se je pri tem pretočil naboj

$$\Delta e'' = |e_2'' - e_2'| = \frac{1}{10}\, e_0 = 0{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

b) V tem primeru je sta napetosti na kondenzatorjih ves čas konstantni in enaki U_0. Pri prvi potezi je sprememba naboja

$$\Delta e' = |(C - C_0) U_0| = \tfrac{1}{2} C_0 U_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

pri drugi pa prav toliko,

$$\Delta e'' = |(C_0 - C) U_0| = \tfrac{1}{2} C_0 U_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

c) V tem primeru je naboj na prvem kondenzatorju enak naboju na drugem kondenzatorja; vsota napetosti na kondenzatorjih pa je enaka napetosti vira: $U_0 = e_1/C_1 + e_2/C_2 = e_2(1/C_1 + 1/C_2)$. Na začetku je naboj na drugem kondenzatorju $e_2 = U_0(1/C_0 + 1/C)^{-1} = \frac{3}{5} C_0 U_0$. Po prvi potezi velja $e_2' = U_0\,(1/C + 1/C_0)^{-1} = e_2$, torej se naboj ne spremeni. V drugem primeru pa velja $e_2'' = U_0(1/C_0 + 1/C_0)^{-1} = \frac{1}{2} C_0 U_0$ in

$$\Delta e'' = |e_2'' - e_2'| = \left|\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) C_0 U_0\right| = \frac{1}{10}\, C_0 U_0 = 0{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

4. *Podatki:* $\varphi_0 = 20°$.

a) V ravnovesni legi za odklon velja $\mathrm{tg}\varphi \propto F_m/F_g$. Magnetna sila je sorazmerna z magnetnim poljem in tokom, ki teče skozi vodnik, $F_m \propto IB$. Ker skozi tuljavo teče enak tok I, je magnetno polje premo sorazmerno s tokom, $B \propto I$, torej je sila sorazmerna s kvadratom toka, $F_m \propto I^2$. Če se tok zmanjša za faktor 2, se sila zmanjša za faktor 4, in za toliko tudi tangens kota:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{1}{4}\mathrm{tg}\varphi_0\,, \qquad \varphi = 5{,}2°\,.$$

b) Ko se spremeni smer toka v gugalnici, se hkrati spremeni smer toka v tuljavi in s tem tudi smer magnetnega polja. Sila ohrani prvotno smer, zato je gugalnica odklonjena tudi v tem primeru. *Povprečna* vrednost tangensa odklona je sorazmerna s povprečno vrednostjo kvadrata toka, tako kot pri moči izmeničnega toka, in enaka polovici največjega, torej velja

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\varphi_0\,, \qquad \varphi = 10{,}3°\,.$$

Skupina III

1. *Podatki:* $N_1' = 10100$, $N_2' = 990$, $N_1 = 9900$, $N_2 = 1010$, $R = 100\ \Omega$, $U_0 = 100$ V.

Zaradi različnega števila navojev se med tuljavama pojavi napetost, ki je enaka razliki napetosti na sekundarnih tuljavah:

$$U = \frac{N_2}{N_1}U_0 - \frac{N_2'}{N_1'}U_0 \approx \frac{4U_0}{1000} = 0{,}4\ \mathrm{V}$$

in požene tok skozi tuljavi:

$$I = \frac{U}{2R} = 2\ \mathrm{mA}\,.$$

Na vsaki od tuljav se troši moč

$$P = RI^2 = 0{,}4\ \mathrm{mW}\,.$$

2. *Podatki:* $m = 10$ kg, $d = 1$ m, $l = 2$ m, $\rho = 1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$, $v_0 = 20$ m/s.

a) V ravnovesju navor teže uravnovesi navor sile zračnega toka ($S = ld$):

$$mg\,\tfrac{1}{2}l\cos\varphi_0 = \pi\rho S v_0^2 \sin\varphi_0\,\tfrac{1}{2}l\,, \qquad \mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{mg}{\pi\rho l d v_0^2}\,, \qquad \varphi_0 = 1{,}86°.$$

b) Ko desko izmaknemo iz ravnovesne lege, deluje na desko navor, ki jo suče k ravnovesni legi. Ker so vsi koti, ki se pojavljajo pri nalogi, majhni, lahko sinus in tangens kota nadomestimo s kotom v radianih, za kosinus pa vzamemo kar 1. Dobimo:

$$M = \left(mg\cos\varphi - \pi\rho S v_0^2 \sin\varphi\right)\tfrac{1}{2}l \approx \left(mg - \pi\rho S v_0^2\varphi\right)\tfrac{1}{2}l\,.$$

Težo mg izrazimo iz enačbe za ravnovesje kot $mg = \pi\rho l d v_0^2 \mathrm{tg}\varphi_0 \approx \pi\rho l d v_0^2\varphi_0$ in za navor dobimo

$$M \approx \pi\rho S v_0^2(\varphi_0 - \varphi)\tfrac{1}{2}l = -D(\varphi - \varphi_0)\,.$$

Navor ima torej enako obliko kot pri sučnem nihalu. Frekvenca takšnega nihala je $\omega_0^2 = D/J$. Upoštevamo $J = \frac{1}{3}ml^2$ in dobimo

$$\omega_0^2 = \frac{3\pi\rho d v_0^2}{2m}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}4\ \mathrm{Hz}\,.$$

3. *Podatki:* $m_0 = 100$ kg, $m_1 = 30$ kg, $\Delta p = 0{,}1$ bar, $T_0 = 20$ °C, $p_0 = 1000$ mbar, $M_z = 29$ kg/kmol, $M_{\mathrm{He}} = 4$ kg/kmol, $\kappa = 1{,}4$, $z_0 = 29{,}3$ km.

a) V ravnovesju vzgon okoliškega zraka uravnovesi težo balona:

$$\rho_z g V = (m_{\mathrm{He}} + m)g\,,$$

pri čemer nadomestimo m z m_0 pri tleh in z m_1 na iskani višini. Gostoto zraka izrazimo iz splošne plinske enačbe kot $\rho_z = pM_z/RT$. Za helij v balonu s prostornino V velja splošna plinska enačba v obliki:

$$p_{\mathrm{He}}V = (p + \Delta p)V = \frac{m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}}RT$$

Pogoj za ravnovesje sedaj lahko zapišemo kot

$$\frac{pM_z m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}(p + \Delta p)} = m_{\mathrm{He}} + m.$$

(Ker je temperatura helija po predpostavki enaka temperaturi okoliškega zraka, se v ravnovesnem pogoju krajša in podatka o spreminjanju temperature z višino ne potrebujemo.)

Na tleh vstavimo vstavimo v pogoj za ravnovesje $p = p_0$ in $m = m_0$ in dobimo

$$m_{\mathrm{He}} = \frac{m_0}{\dfrac{p_0 M_z}{(p_0 + \Delta p)M_{\mathrm{He}}} - 1} = 17{,}9\ \mathrm{kg}\,.$$

Za tlak na višini z ($m = m_1$) izrazimo kot

$$p = \frac{(m_{\mathrm{He}} + m_1)\Delta p}{m_{\mathrm{He}}\left(\dfrac{M_z}{M_{\mathrm{He}}} - 1\right) - m_1} = 58{,}5\ \mathrm{mbar}\,.$$

Iz $p = p_0\,(1 - z/z_0)^{\kappa/(\kappa-1)}$ končno sledi

$$z = z_0\left\{1 - \left[\frac{p}{p_0}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right\} = z_0\left\{1 - \left[\frac{\left(\frac{m_{\mathrm{He}}}{m_1}+1\right)\frac{\Delta p}{p_0}}{\frac{m_{\mathrm{He}}}{m_1}\left(\frac{M_z}{M_{\mathrm{He}}}-1\right)-1}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right\} = 16{,}3\ \mathrm{km}\,.$$

b) Iz enačbe za adiabato dobimo

$$\frac{p^{\kappa-1}}{T^{\kappa}} = \frac{p_0^{\kappa-1}}{T_0^{\kappa}}\,, \qquad T = T_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 130\ \mathrm{K}\,.$$

4. *Podatki:* $l = 100$ cm, $h = 100$ cm, $c_z = 340$ m/s, $c_v = 1550$ m/s.

a) Iz vode lahko izhaja valovanje le pod kotom, ki je manjši od kota totalnega odboja $\sin\beta = 1/n = c_z/c_v$, $\beta = 12{,}7^\circ$.

b) Žarek iz zvočnika nad gladino prepotuje do mikrofona pot $s = \sqrt{l^2 + h^2}$; žarek iz zvočnika tik pod vodno gladino pa najprej potuje pod vodo, skoraj vzporedno z gladino, tako da se pri izhodu iz vode lomi pod kotom totalnega odboja β. V zraku prepotuje pot $h/\cos\beta$, njegova pot v vodi pa je $l - h\mathrm{tg}\beta$. Pogoj za ojačanje je izpolnjen, če je razlika „optičnih“ poti enaka večkratniku valovne dolžine:

$$\frac{1}{n}\,(l - h\mathrm{tg}\beta) + \frac{h}{\cos\beta} - \sqrt{l^2 + h^2} = N\lambda\,, \qquad n = \frac{c_v}{c_z} = 4{,}56\,.$$

Za valovno dolžino dobimo naslednje možne rešitve:

$$\lambda = 22\ \mathrm{cm}\,,\ 11\ \mathrm{cm}\,,\ 7{,}3\ \mathrm{cm}$$

in za frekvenco

$$\nu = \frac{c_z}{\lambda} = 1550\ \mathrm{Hz}\,,\ 3100\ \mathrm{Hz}\,,\ 4650\ \mathrm{Hz}\,.$$

Bojan Golli