

ooo Tekmovanja

■ Šolsko tekmovanje iz znanja poslovne matematike za srednje šole za bronasto priznanje

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

Skupina 30-ih delavcev je v 24-ih dneh pri 8-urnem delavniku izkopala jarek dolžine 2300 metrov, širine 90 cm in globine 120 cm.

- a) Koliko je dolg jarek, ki ga je vzporedno kopala skupina 40-tih delavcev 20 dni po 9 ur na dan, ki je širok 100 cm in globok 80 cm?
- b) Koliko delavcev je bilo v drugi delovni skupini, če so delavci delali 20 dni po 9 ur dnevno in so izkopali jarek dolžine 3450 m, širine 100 cm in globine 80 cm, obenem pa so izpolnili delovno normo?
- c) Koliko ur na dan je kopala tretja delovna skupina, če je v tej skupini delalo 40 delavcev 20 dni, izkopali so jarek dolžine 3450 m, širine 100 cm in globine 80 cm, obenem pa so za $\frac{1}{8}$ prekoračili predvideno delovno normo?

2. naloga

Mešamo 26 kg blaga po 103 SIT/kg, 56 kg po 62 SIT/kg in 10 kg po 96 SIT/kg.

- a) Koliko kilogramov po 70 SIT/kg bomo dodali, da bi dobili mešanico po 75 SIT/kg?
- b) Koliko kilogramov mešanice bomo dobili?
- c) Kako bi morali mešati blago po 103 SIT/kg, 62 SIT/kg, 96 SIT/kg in 70 SIT/kg, da bi dobili 201 kg mešanice po 75 SIT/kg, če bi želeli porabiti čim več blaga po 96 SIT/kg? Določi razmerje mešanja in količine posamezne vrste blaga!

3. naloga

V podjetju so iz denarnega sklada v višini 308.000 SIT razdelili nagrade štirim študentom, in sicer:

- a) $\frac{1}{4}$ sklada premo sorazmerno s številom opravljenih izpitov (16, 12, 28, 24 izpitov);
- b) $\frac{1}{2}$ sklada obratno sorazmerno z višino štipendije (15.000, 20.000, 12.000, 30.000 SIT);
- c) ostanek sklada pa tako, da prejme drugi 6.000 SIT več kot prvi, tretji 10 % več kot drugi, četrti pa 10 % manj kot prvi.
- d) Kakšne skupne nagrade so prejeli posamezni študentje?

4. naloga

Cena najema turistične sobe ob morju se je zaradi velikega povpraševanja turistov podražila za 20 % in znaša sedaj 13.000 SIT.

- a) Kolikšna je bila prvotna cena najema sobe?
- b) Konkurenčna turistična agencija je zaradi napovedanega slabega vremena ceno najema 10.000 SIT znižala za 10 %. Že znižano ceno je morala zaradi onesnaženega morja dodatno znižati še za 20 %.
Izračunaj novo ceno najema sobe!
- c) Lanska izvensezonska cena najema sobe je znašala 6.000 SIT. Za koliko odstotkov mora turistična agencija povišati to ceno, da bo sobo lahko oddajala po 8.800 SIT?

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga

V banki smo 1. 2. najeli posojilo v višini 820.000,00 SIT.

- a) Kolikšno bo vračilo posojila dne 30. 11. istega leta, če bo za obračun uporabljen navadni obrestni
- b) Kdaj najkasneje (datum) bi morali poravnati dolg, da končno odplačilo posojila ne bi preseгло 850.000,00 SIT, če bi bil v računu upoštevan čas v dnevih po sistemu (K, 365)?
- c) Kolikšna bi morala biti letna obrestna mera, da bi bile obresti iz računov a in b za 10 % višje? (Izračun izvedi brez uporabe tolarških vrednosti.)

2. naloga

Nekdo je 30. 6. 2000 v banko vložil 450.000,00 SIT, 31. 3. 2003 je vložil še 300.000,00 SIT, 1. 1. 2005 pa je dvignil 150.000,00 SIT. Obrestni pogoji so bili naslednji: do 31. 12. 2002 je veljala 6-odstotna letna obrestna mera pri polletni kapitalizaciji, naslednji dve leti obrestna mera 5,5 % p. a. pri četrtletni kapitalizaciji in do konca obrestna mera 4 % p. a. pri mesečni kapitalizaciji.

- a) Kolikšna bo končna vrednost glavnice na dan 30. 6. 2006, če bo banka ves čas uporabljala dekurzivno obrestovanje in konformno obrestno mero?
- b) Kolikšna bo končna vrednost glavnice na isti dan, če bo banka zadnje leto in pol uporabila dvomesečno kapitalizacijo obresti, celoten obračun pa bo izveden po relativni metodi?
- c) Nadaljevanje naloge b: Ker bo varčevalec ob zaključku varčevanja potreboval 1.000.000,00 SIT, bo v banko 30. 4. letošnjega leta vložil še nek znesek. Kolikšen bo ta znesek, če so obrestni pogoji varčevanja enaki kot v nalogi b?

3. naloga

- a) Po kateri anticipativni letni obrestni meri bi se morala ob polletnem pripisu obresti in relativnem obrestovanju obrestovati glavnica v višini 2000,00 EUR, da bi v 5-ih letih narasla za 40 % od svoje začetne vrednosti? (Izračunano letno obrestno mero zaokroži na dve decimalki.)
- b) V kolikšnem času (čas izrazi v letih in dnevih) bi opisna končna vrednost glavnice iz naloge a narasla na vrednost, ki bi bila 60 % višja od zgoraj podane začetne vrednosti? V računu upoštevaj, da bo v tem podaljšanem času veljala 8-odstotna letna anticipativna obrestna mera, pri mesečnem pripisu in konformnem obrestovanju. (Izračunano število dni zaokroži navzgor.)

4. naloga

Nekdo se je pravkar zaposlil. Ker si želi kupiti avto, se nemudoma odloči za varčevanje. Banka mu pri tem ponudi naslednje možnosti.

- a) Na koncu vsakega leta bo 5 let v banko vlagal po 200.000,00 SIT. Banka bo te vloge obrestovala dekurzivno, obrestno mero 4,5 % p. a. pri celoletni kapitalizaciji obresti. Kolikšna bo končna vrednost vlog v trenutku, ko bo na račun vložena zadnja vloga? (2 točki)
- b) Kolikšna bi bila končna vrednost vlog, ki so opisane v nalogi a, če bi banka v računu upoštevala mesečno kapitalizacijo in relativni obračun? (2 točki)
- c) Na koncu se je varčevalec odločil, da bo 3 leta vlagal prenumerando mesečne vloge. Banka bo v tem primeru vloge obrestovala s 4,8-odstotno letno dekurzivno obrestno mero, pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu. V varčevalni pogodbi je predvideno, da bodo morala vsa privarčevana sredstva po preteku treh let varčevanja še eno leto odležati na računu pri enakih obrestnih pogojih. Bančni izračun je pokazal, da bo končna vrednost vseh periodičnih vlog ob zaključku 4. leta znašala 1.217.679,51 SIT. Kolikšna bo v tem primeru višina periodičnih vlog? (3 točke)

■ 5. držano tekmovanje dijakov poklicnih šol v znanju matematike

I. del: kratke naloge

Navodilo: V nalogah od A1 do A6 izberite črko pred pravilnim odgovorom in jo vpišite v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravilen. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli. Če pustite polje v preglednici prazno, dobite 0 točk.

Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

A1. Na nogometni tekmi kadetov so zmagali domačini. Koliko je možnih rezultatov, če je na tekmi padlo 6 golov?

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

A2. Boštjanova sestra napravi 10 korakov, da pride od vrat do okna v dnevni sobi. Boštjanov korak je 5 cm daljši, zato napravi le 9 korakov. Koliko centimetrov je dolg Boštjanov korak?

- (A) 5 (B) 40 (C) 45
(D) 50 (E) Ni mogoče določiti.

A3. Kvadrat, krog in enakostranični trikotnik imajo enak obseg 36 cm. Kateri izmed teh likov ima največjo ploščino?

- (A) trikotnik
- (B) krog
- (C) kvadrat
- (D) Vsi liki imajo enako ploščino.
- (E) Ni mogoče določiti.

A4. Gospa Abraham je ob svojem 50. rojstnem dnevu ugotovila, da je stara prav toliko, kot njeni trije otroci skupaj. Hčerka je 6 let starejša kot mlajši sin, ki je star pol toliko kot starejši sin. Koliko je stara hčerka?

- (A) 9 let
- (B) 13 let
- (C) 17 let
- (D) 23 let
- (E) Nič izmed navedenega.

A5. Katarina je spekla tri vrste peciva ter skuhalo čaj in kavo, v hladilniku pa ima tudi sok. Največ koliko ljudi bo lahko Katarina različno postregla, če bo vsak dobil en kos peciva in pijačo?

- (A) 6
- (B) 9
- (C) 15
- (D) 18
- (E) Nič izmed navedenega.

A6. Žan je prejšnji teden vsak dan kolesaril. Prvi dan je prevozil 20 km, vsak naslednji dan pa 5 km več kot prejšnji dan. Katera trditev je pravilna?

- (A) Vsak dan je prevozil enako dolgo pot.
- (B) Vsak dan je bila njegova pot za manjši odstotek daljša od poti, ki jo je prevozil dan prej.
- (C) Vsak dan je prevozil krajšo pot kot prejšnji dan.
- (D) Vsak dan je prevozil 25 % daljšo pot kot prejšnji dan.
- (E) Sedmi dan je prevozil 55 km.

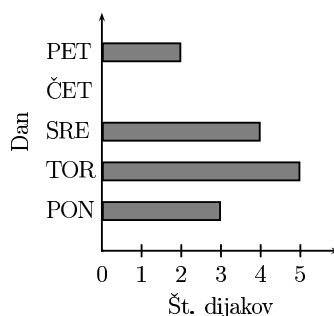
II. del: daljše naloge

Navodilo: Naloge od B1 do B4 drugega dela rešujte na priloženem papirju, kamor vpisujete celotne račune. Vsako nalogo skrbno preberite in odgovorite na zastavljena vprašanja. Rešitev vsake izmed teh nalog bo ocenjena z 0 do 7 točkami.

Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

- B1.** Diagram prikazuje izostanke dijakov v enem tednu. V ponedeljek je manjkala devetina vseh dijakov iz razreda, v sredo pa so manjkala samo dekleta.

- a) Kateri dan so manjkali 4 dijaki?
- b) Kateri dan so bili pri pouku vsi dijaki?
- c) Koliko je vseh dijakov v razredu?
- d) Ali je v petek manjkalo več kot 10 % dijakov?
- e) Koliko deklet je v razredu?



- B2.** Kmet je za paradižnikove sadike plačal 14000 SIT. Gnojenje in škropljenje ga je stalo 35500 SIT. Za obiranje in pakiranje paradižnika v zaboje po 12 kg je plačal 150 SIT za zaboj. Za zaboj paradižnika je dobil 1800 SIT.

- a) Najmanj koliko zabojev paradižnika je moral prodati, da je pokrila stroške?
- b) Skupaj je prodal 840 kg paradižnika. Koliko dobička je imel?

Opomba: Kmet ni davčni zavezanec.

- B3.** Starosti treh bratrancev, Marka, Gregorja in Denisa, so v razmerju 2 : 4 : 7. Skupaj so stari 65 let.

- a) Koliko je star vsak izmed njih?
- b) Čez koliko let bo Denis dvakrat toliko star kot Marko?
- c) Koliko sta bila stara Gregor in Denis, ko se je Marko rodil?

B4. List papirja ima obliko pravokotnika s stranicama, dolgima 12,6 cm in 10 cm.

- Ta list zvijemo v plašč valja tako, da je krajša stranica pravokotnika višina valja. Izračunajte prostornino valja, ki ga določa tako zviti papir, na kubični centimeter natančno.
- Če na vogalih pravokotnika izrežemo kvadrate z dolžino stranice 3 cm, dobimo mrežo škatle brez pokrova. Narišite skico te mreže, določite dolžino robov škatle in izračunajte prostornino te škatle.
- Izračunajte površino najmanjšega pokrova, ki pokrije škatlo.

■ 5. državno tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike

Naloge za 1. letnik

- Dedek in babica sta pripravila lizike, da bi jih razdelila vsem svojim vnukom, ko so ju le-ti obiskali. Če bi dala vsakemu vnuku štiri lizike, bi jima pet lizik ostalo. Če bi želela dati vsakemu vnuku pet lizik, bi jima dve zmanjkali. Izračunajte, koliko vnukov imata dedek in babica ter koliko lizik sta pripravila.
- Natančno izračunajte ploščino kvadrata, katerega nasprotni oglišči sta točki $A(3, -8)$ in $C(3, -2)$.
- Dokažite, da velja enakost:

$$(a^{-2} + b^{-2} + 2(a+b)^{-1} \cdot (a^{-1} + b^{-1})) : \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2 = 1.$$

- Dvomestno število ima desetice za 60 % večje od enic. Če to število delite z vsoto njegovih števk, dobite kvocient 6 in ostanek 7. Izračunajte to število.
- Natančno izračunajte vrednost izraza:

$$\left(-3 + \frac{172 \cdot 3^{4x-2}}{12 \cdot 3^{4x-3}}\right) \left(4,1\bar{6} + 0,5\bar{3} \cdot 1\frac{9}{16}\right)^{-1}.$$

Naloge za 2. letnik

1. Dana je družina premic $x + mx + y - 2m = 0$, $m \in \mathbf{R}$. Katera premica iz te družine gre skozi točko $T(1, 2)$? Zapišite odsekovno obliko njene enačbe in narišite njen graf.
2. Dane so enačbe premic $x - 3y + 1 = 0$, $9x - 2y - 41 = 0$ in $7x + 4y + 7 = 0$. Izračunajte ploščino trikotnika, ki ga določajo te premice.
3. Poenostavite izraz
$$\frac{(1 - (\frac{x}{y})^{-2})x^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}.$$
4. Eden izmed notranjih kotov trikotnika meri toliko kot $\frac{3}{5}$ drugega in kot $\frac{1}{4}$ tretjega kota. Izračunajte, koliko meri vsak notranji kot tega trikotnika.
5. Število 13 zapišite kot vsoto dveh seštevancev tako, da bo vsota kvadratnih korenov teh seštevancev enaka 5.

Naloge za 3. letnik

1. Petra je na balkonu, ki je 8 m nad tlemi, in vrže v zrak žogo. Višino h , na kateri se nahaja žoga od tedaj, ko jo Petra izpusti, do tedaj, ko pade na tla, opisuje formula $h(t) = -1,2t^2 + 2,4t + 9,6$. Pri tem je t čas v sekundah, h pa višina v metrih. Izračunajte, po kolikšnem času pade žoga na tla. Koliko metrov nad tlemi je najvišja točka, ki jo doseže žoga?
2. Mihov akvarij je dolg 65 cm, širok 40 cm in visok 40 cm. Da bi se ohranilo biološko ravnovesje v akvariju, mora vsa količina vode v njem vsako uro trikrat preteči skozi akvarijski filter. Do kolikšne višine lahko Miha napolni akvarij, če ima filter zmogljivost 273 litrov na uro? Koliko je dolga najdaljša palica, ki jo lahko potopi v tako napolnjen akvarij?
3. Rešite enačbo $3x^2 - 6x - 2\log_{\frac{1}{4}} a = 0$ za vrednost parametra $a = 8$.
4. Čokolado prodajajo v škatli, ki ima obliko pravilne tristrane prizme. Osnovni rob škatle je dolg 3 cm, stranski pa 20 cm. Izračunajte, koliko kvadratnih metrov lepenke potrebujemo za 1000 takšnih škatel, če zaradi rezanja in lepjenja porabimo 5 % lepenke več, kot je površina škatle. Rezultat zaokrožite na celo število.
5. Rešite enačbo $\sqrt{3x^3 \sqrt[3]{9x} \sqrt[4]{27-1}} = 9\sqrt[3]{3}$.

Naloge za 4. letnik

1. Kvader ima enako osnovno ploskev kot kocka (ploskvi sta skladni). Kvader je nižji od kocke, njegova višina meri 3,8 m. Vsota prostornin obeh teles je $7,2 \text{ m}^3$. Koliko meri stranica osnovne ploskve teh dveh teles?
2. Dana je funkcija $f(x) = 2 \log\left(\frac{-x-2}{x-2}\right)$. Določite definicijsko območje funkcije.
3. Poenostavite izraz

$$4(1 + \tan^2 x) \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin^2 x} + \frac{\sin^2 2x}{1 - \sin^4 x}.$$

4. Dokažite, da velja $x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1$, če števila a , b in c oblikujejo aritmetično zaporedje, števila x , y in z pa geometrijsko zaporedje.
5. Povprečna vrednost spremenljivke je enaka 2,5. Spremenljivka je zavzela vrednosti 1, 2, 3, 4 in 5 s pripadajočimi frekvencami 5, 4, 3, 2 in x . Izračunajte x .

■ Rešitve nalog šolskega tekmovanja iz znanja poslovne matematike za srednje šole za bronasto priznanje

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

1.NALOGA

Skupina 30-tih delavcev je v 24-ih dneh pri 8 urnem delavniku izkopala jarek dolžine 2300 metrov, širine 90 cm in globine 120 cm.

- a) Koliko je dolg jarek, ki ga je vzporedno kopala skupina 40-tih delavcev 20 dni po 9 ur na dan, ki je širok 100 cm in globok 80 cm?

30 delavcev	24 dni	8 ur	2300 m D	90 cmŠ	120 cmG
↑	↑	↑	↑	↓	↓
40 delavcev	20 dni	9 ur	x mD	100 cmŠ	80 cmG

$$x = \frac{2300 * 40 * 20 * 9 * 90 * 120}{30 * 24 * 8 * 100 * 80}$$

$$x = 3881,25 \text{ m}$$

Odgovor: Jarek je dolg 3881,25 m.

- b) Koliko delavcev je bilo v drugi delovni skupini, če so delavci delali 20 dni po 9 ur dnevno in so izkopali jarek dolžine 3450 m, širine 100 cm in globine 80 cm, obenem pa so izpolnili delovno normo?

30 delavcev	24 dni	8 ur	2300 mD	90 cmŠ	120 cmG
↑	↓	↓	↑	↑	↑
x delavcev	20 dni	9 ur	3450 mD	100 cmŠ	80 cmG

$$x = \frac{30 * 24 * 8 * 3450 * 100 * 80}{20 * 9 * 2300 * 90 * 120}$$

$$x = 35,6 \text{ oz. } 36 \text{ delavcev}$$

Odgovor: V drugi skupini je bilo 36 delavcev.

c) Koliko ur na dan je kopala tretja delovna skupina, če je v tej skupini delalo 40 delavcev 20 dni, izkopali so jarek dolžine 3450 m, širine 100 cm in globine 80 cm, obenem pa so za 1/8 prekoračili predvideno delovno normo?

30 delavcev	24 dni	8 ur	2300 mD	90 cmŠ	120 cmG	100 %
↓	↓	↑	↑	↑	↑	↓
40 delavcev	20 dni	x ur	3450 mD	100 cmŠ	80 cmG	112,5 %

$$x = \frac{8 * 30 * 24 * 2300 * 90 * 120 * 100}{40 * 20 * 3450 * 100 * 80 * 112,5}$$

$$x = 7,1 \text{ ure}$$

Odgovor: Tretja delovna skupina je kopala po 7,1 ure na dan.

2.NALOGA

Mešamo 26 kg blaga po 103 SIT/kg, 56 kg po 62 SIT/kg in 10 kg po 96 SIT/kg.

a) Koliko kilogramov po 70 SIT/kg bomo dodali, da bi dobili mešanico po 75 SIT/kg?

26 kg	po 103 SIT
56 kg	62 SIT
10 kg	96 SIT
x kg	70 SIT

(92 + x)	75 SIT

$$26 * 103 + 56 * 62 + 10 * 96 + 70 * x = (92 + x) * 75$$

$$7110 + 70 * x = 6900 + 75 * x$$

$$210 = 5 * x$$

$$x = 42$$

Odgovor: Dodali smo 42 kg blaga po 70 SIT/kg.

b) Koliko kilogramov mešanice bomo dobili?

Dobili bomo (92 + 42) 134 kg mešanice.

c) Kako bi morali mešati blago po 103 SIT/kg, 62 SIT/kg, 96 SIT/kg in 70 SIT/kg, da bi dobili 201 kg mešanice po 75 SIT/kg, če bi želeli porabiti čim več blaga po 96 SIT/kg?
Določi razmerje mešanja in količine posamezne vrste blaga!

$\left[\begin{array}{c} 103 \\ 96 \\ 70 \\ 62 \end{array} \right] 75$	razmerje mešanja	količina	
	$5x$	$=$	15 kg
	$13x$	$=$	39 kg
	$28x$	$=$	84 kg
	$21x$	$=$	63 kg
$67x = 210$			
$x = 3$			

3.NALOGA

V podjetju so iz denarnega sklada v višini 308.000 SIT razdelili nagrade štirim študentom in sicer:

a) $\frac{1}{4}$ sklada premo sorazmerno s številom opravljenih izpitov (16, 12, 28, 24 izpitov)

$$308.000 * \frac{1}{4} = 77.000$$

$$a : b : c : d = 16 : 12 : 28 : 24 \quad (4 : 3 : 7 : 6)$$

$$20x = 77.000$$

$$x = 3850$$

- A 15.400 SIT
- B 11.550 SIT
- C 26.950 SIT
- D 23.100 SIT

b) $\frac{1}{2}$ sklada obratno sorazmerno z višino štipendije (15.000, 20.000, 12.000, 30.000 SIT)

$$308.000 * \frac{1}{2} = 154.000$$

$$a : b : c : d = 1/15 : 1/20 : 1/12 : 1/30 \quad (4 : 3 : 5 : 2)$$

$$14x = 154.000$$

$$x = 11.000$$

- A 44.000 SIT
- B 33.000 SIT
- C 55.000 SIT
- D 22.000 SIT

c) ostanek sklada pa tako, da prejme drugi 6.000 SIT več kot prvi, tretji 10 % več kot drugi, četrti pa 10 % manj kot prvi.

$$\text{ostanek} = 77.000$$

- A x
 - B $x + 6000$
 - C $(x + 6000) * 1,1 = 1,1x + 6600$
 - D $0,9x$
-

$$4x + 12.600 = 77.000$$

$$4x = 64.400$$

$$x = 16.100$$

- A 16.100 SIT
- B 22.100 SIT
- C 24.310 SIT
- D 14.490 SIT

d) Kakšne skupne nagrade so prejeli posamezni študentje?

skupaj:

- A 75.500 SIT
- B 66.650 SIT
- C 106.260 SIT
- D 59.590 SIT

4.NALOGA

Cena najema turistične sobe ob morju se je zaradi velikega povpraševanja turistov podražila za 20 % in znaša sedaj 13.000 SIT.

a) Kolikšna je bila prvotna cena najema sobe?

$$13.000 \text{ SIT} \dots\dots\dots 120 \%$$

$$x \quad \text{SIT} \dots\dots\dots 100 \%$$

$$X = \frac{13.000 * 100}{120}$$

$$x = 10.833,33 \text{ SIT}$$

b) Konkurenčna turistična agencija je zaradi napovedanega slabega vremena ceno najema 10.000 SIT znižala za 10 %. Že znižano ceno je morala zaradi onesnaženega morja dodatno znižati še za 20 %.

Izračunaj novo ceno najema sobe!

$$\text{nova cena} = 10.000 * 0,9 * 0,8 = 7.200 \text{ SIT}$$

c) Lanska izvensezonska cena najema sobe je znašala 6.000 SIT. Za koliko % mora turistična agencija povišati to ceno, da bo sobo lahko oddajala po 8.800 SIT?

$$\text{razlika} = 8.800 - 6.000 = 2.800$$

$$\text{povišanje} = \frac{2800}{6000} * 100 = 46,7 \%$$

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

1. naloga:

V banki smo 1.2. najeli posojilo v višini 820.000,00 SIT.

- a) Kolikšno bo vračilo posojila dne 30.11. istega leta, če bo za obračun uporabljen navadni obrestni račun in 8 % letna obrestna mera? (Upoštevaj obrestni čas v mesecih.)

$$G^+ = 874.666,67 \text{ SIT}$$

- b) Kdaj najkasneje (datum) bi morali poravnati dolg, da končno odplačilo posojila ne bi preseglo 850.000,00 SIT, če bi bil v računu upoštevan čas v dnevih po sistemu (K, 365)?

$$d = 166,92 \text{ dni} \rightarrow d = 166 \text{ dni}$$

datum vračila posojila: 17.07. istega leta

- c) Kolikšna bi morala biti letna obrestna mera, da bi bile obresti iz računa a in b za 10 % višje? (Izračun izvedi brez uporabe tolarških vrednosti.)

$$p = 8,8 \%$$

2. naloga:

Nekdo je 30.6.2000 v banko vložil 450.000,00 SIT, 31.3.2003 je vložil še 300.000,00 SIT, 1.1.2005 pa je dvignil 150.000,00 SIT. Obrestni pogoji so bili naslednji: do 31.12.2002 je veljala 6 % letna obrestna mera pri polletni kapitalizaciji, naslednji dve leti 5,5 % p.a. obrestna mera pri četrtletni kapitalizaciji in do konca 4 % p.a. obrestna mera pri mesečni kapitalizaciji.

- a) Kolikšna bo končna vrednost glavnice na dan 30.6.2006, če bo banka ves čas uporabljala dekurzivno obrestovanje in konformno obrestno mero?

$$G_n = 804.857,37 \text{ SIT}$$

- b) Kolikšna bo končna vrednost glavnice na isti dan, če bo banka zadnje leto in pol uporabila dvomesečno kapitalizacijo obresti, celoten obračun pa bo izveden po relativni metodi?

$$G_n = 808.947,79 \text{ SIT}$$

- c) Nadaljevanje naloge b: Ker bo varčevalec ob zaključku varčevanja potreboval 1.000.000,00 SIT, bo v banko 30.4. letošnjega leta vložil še nek znesek. Kolikšen bo ta znesek, če so obrestni pogoji varčevanja enaki kot v nalogi b?

$$G^* = 182.369,52 \text{ SIT}$$

3. naloga

- a) Po kateri anticipativni letni obrestni meri bi se morala ob polletnem pripisu obresti in relativnem obrestovanju obrestovati glavnica v višini 2000,00 EUR, da bi v 5-ih letih narasla za 40 % od svoje začetne vrednosti? (Izračunano letno obrestno mero zaokroži na dve decimaliki.)

$$\pi = 6.62 \%$$

- b) V kolikšnem času (čas izrazi v letih in dnevih) bi opisna končna vrednost glavnice iz naloge a narasla na vrednost, ki bi bila 60 % višja od zgoraj podane začetne vrednosti? V računu upoštevaj, da bo v tem podaljšanem času veljala 8 % letna anticipativna obrestna mera, pri mesečnem pripisu in konformnem obrestovanju. (Izračunano število dni zaokroži navzgor.)

$$\text{čas} = 1,601 \text{ let t.j. } 1 \text{ leto } 220 \text{ dni}$$

4. naloga:

Nekdo se je pravkar zaposlil. Ker si želi kupiti avto, se nemudoma odloči za varčevanje. Banka mu pri tem ponudi naslednje možnosti:

- a) Na koncu vsakega leta bo 5 let v banko vlagal po 200.000,00 SIT. Banka bo te vloge obrestovala dekurzivno, s 4,5 % p.a. obrestno mero pri celoletni kapitalizaciji obresti. Kolikšna bo končna vrednost vlog v trenutku, ko bo na račun vložena zadnja vloga?

$$S_n = 1.094.141,95 \text{ SIT}$$

- b) Kolikšna bi bila končna vrednost vlog, ki so opisane v nalogi a, če bi banka v računu upoštevala mesečno kapitalizacijo in relativni obračun?

$$S_n = 1.096.198,43 \text{ SIT}$$

- c) Na koncu se je odločil, da bo 3 leta vlagal prenumerando mesečne vloge. Banka bo v tem primeru vloge obrestovala s 4,8 % letno dekurzivno obrestno mero, pri mesečni kapitalizaciji in konformnem obračunu. V varčevalni pogodbi je predvideno, da bodo morala vsa privarčevana sredstva po preteku treh let varčevanja še eno leto odležati na računu pri enakih obrestnih pogojih. Bančni izračun je pokazal, da bo končna vrednost vseh periodičnih vlog ob zaključku 4. leta znašala 1.217.679,51 SIT. Kolikšna bo v tem primeru višina periodičnih vlog?

$$a = 30.000,00 \text{ SIT}$$

■ Rešitve nalog 5. državnega tekmovanja dijakov poklicnih šol v znanju matematike

I. del: kratke naloge

Naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Odgovor	C	A	B	C	D	E

- A1.** Možni izidi tekme *Domači : Gostje* so: 6 : 0, 5 : 1, 4 : 2. Možni so torej trije rezultati.
- A2.** Dolžino sestrinega koraka označimo z x , dolžino Boštjanovega pa $x + 5$. Za enako razdaljo je Boštjan napravil 9 korakov, njegova sestra pa 9, zato je $9(x + 5) = 10x$, od koder izračunamo $x = 45$. Dolžina sestrinega koraka je 45 cm, Boštjanovega pa 50 cm.
- A3.** Dolžina stranice kvadrata je $a = \frac{36}{4} = 9$ cm, ploščina kvadrata pa 81 cm². Enakostranični trikotnik ima stranico dolgo $a = \frac{36}{3} = 12$ cm in ploščino enako $\frac{144\sqrt{3}}{4} \doteq 62,4$ cm². Polmer kroga je $r = \frac{36}{2\pi}$, ploščina kroga pa $\frac{\pi \cdot 36^2}{2\pi} \doteq 103,2$ cm². Največjo ploščino ima krog.
- A4.** Starost starejšega brata označimo z x . Tedaj je starost mlajšega brata enaka $\frac{x}{2}$, starost hčerke pa $6 + \frac{x}{2}$. Njihova skupna starost je 50 let, zato velja $50 = x + \frac{x}{2} + 6 + \frac{x}{2}$. Od tod sledi $x = 22$ let. Hčerka je stara $6 + \frac{x}{2} = 17$ let.
- A5.** Katarina ima 3 vrste pijače. K vsaki lahko postreže kos peciva, ki ga izbere izmed treh različnih vrst. Torej ima $3 \times 3 = 9$ različnih možnosti.
- A6.** Žan je prvi dan prevozil 20 km, drugi dan 25 km, tretji dan 30 km ... Vsak naslednji dan je prevozil več kilometrov kot prejšnji dan. Drugi dan je prevozil 25 % daljšo pot kot prvi dan, tretji dan je prevozil 20 % daljšo pot kot drugi dan ... Torej je bila njegova pot vsak dan za manjši odstotek daljša od poti, ki jo je prevozil dan prej.

II. del: kratke naloge

- B1.** Z diagrama preberemo, da so 4 dijaki manjkali v sredo. in da v četrtek ni manjkal noben dijak. Ker vemo, da je v ponedeljek manjkala devetina vseh dijakov, z diagrama pa preberemo, da so tedaj manjkali 3 dijaki, je v razredu 27 dijakov. V petek sta manjkala 2 dijaka, kar je manj kot 10 % vseh dijakov. Ker so v sredo manjkala samo dekleta, so v razredu vsaj 4 dekleta, vendar iz tega ne moremo sklepati, koliko jih je v razredu.
- B2.** Zapišemo enačbo $14000 + 35500 + x \cdot 150 = x \cdot 1800$. Rešitev enačbe $x = 30$. Kmet mora prodati vsaj 30 zabojev paradižnika, da pokrije stroške. Pri prodaji $840 : 12 = 70$ zabojev paradižnika so stroški $14000 + 35500 + 70 \cdot 150 = 60000$ SIT, dohodek $70 \cdot 1800 = 126000$ SIT, dobiček pa $126000 - 60000 = 66000$ SIT.
- Nalogo lahko rešimo drugače. Kmet je imel pred obiranjem $14000 + 35500 = 49500$ SIT stroškov. Ker je prodajal zaboj paradižnika po 1800 SIT in je imel za vsak zaboj 150 SIT stroškov, je v resnici prejel 1650 SIT za vsak zaboj. Prodati je moral vsaj $49500 : 1650 = 30$ zabojev, da je pokrila stroške. Pri prodaji 840 kg paradižnika v $840 : 12 = 70$ zabojih, je dobiček prejel le od $70 - 30 = 40$ zabojev, in sicer $1650 \cdot 40 = 66000$ SIT.

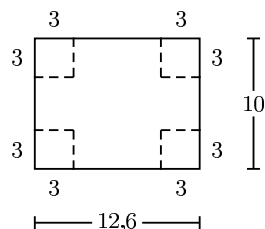
- B3. Upoštevamo razmerje starosti. Markovo starost označimo z $2x$, Gregorjevo s $4x$ in Denisovo s $7x$. Zapišemo enačbo $2x + 4x + 7x = 65$, od koder je $x = 5$. Marko je star 10 let, Gregor 20 let in Denis 35 let.

Denimo, da bo Denis čez y let dvakrat toliko star kot Marko: $35 + y = 2(10 + y)$. Od tod dobimo $y = 15$. Čez 15 let bo Denis dvakrat toliko star kot Marko.

Marko se je rodil pred 10 leti. Tedaj je bil Gregor star 10 let, Denis pa 25 let.

- B4. Višina valja je 10 cm, obseg njegove osnovne ploskve pa 12,6 cm. Iz obsega izrazimo polmer $r = \frac{12,6}{2\pi} = \frac{6,3}{\pi}$ cm. Prostornina valja je $V = \pi r^2 \cdot v = \pi \left(\frac{6,3}{\pi}\right)^2 \cdot 10 = \frac{(6,3)^2}{\pi} \cdot 10 \doteq 126 \text{ cm}^3$. Dolžine robov škatle so 6,6 cm, 4 cm in 3 cm (glej sliko). Prostornina škatle je $6,6 \cdot 4 \cdot 3 = 79,2 \text{ cm}^3$.

Najmanjši pokrov, ki pokrije škatlo, je pravokotnik z dolžinama stranic 6,6 cm in 4 cm. Njegova ploščina je $26,4 \text{ cm}^2$.



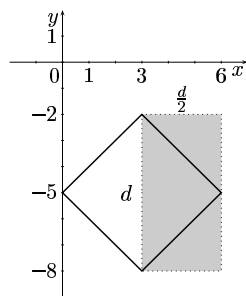
■ Rešitve nalog 5. državnega tekmovanja dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike

1. letnik

1. Naj bo x število vnukov. Ker bi 5 lizik ostalo, če bi vsak vnuk dobil 4, je število vseh lizik enako $4x + 5$. Število lizik je enako tudi $5x - 2$, saj bi 2 liziki zmanjkali, če bi dedek in babica želela dati vsakemu vnuku 5 lizik. To pomeni, da je $4x + 5 = 5x - 2$, od koder izračunamo $x = 7$. Dedek in babica imata 7 vnukov, pripravila pa sta 33 lizik.

2. Nasprotni oglišči sta krajišči diagonale kvadrata. Njeno dolžino izračunamo po obrazcu $d(A, C) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$. Dolžina diagonale meri 6 enot. Med dolžino a stranice in dolžino $d(A, C)$ diagonale kvadrata velja zveza $d^2(A, C) = a^2 + a^2$, od koder izrazimo $a^2 = \frac{d^2(A, C)}{2}$. Izračunamo $a^2 = 18$, kar je tudi ploščina kvadrata.

Do rezultata pridemo hitreje, če opazimo, da imata nasprotni oglišči kvadrata enaki abscisi. Tedaj je razdalja med njima enaka razliki ordinat: $d = -2 - (-8) = 6$. S slike razberemo, da je kvadrat ploščinsko enak pravokotniku s stranicama dolžine d in $\frac{d}{2}$. Ploščina kvadrata je torej enaka $d \cdot \frac{d}{2} = 6 \cdot 3 = 18$.



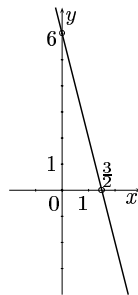
3. V izrazu na levi strani enakosti upoštevamo pomen negativnih eksponentov in ga ustrezno preoblikujemo v $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 2 \cdot \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right) : \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2$. Nato poiščemo skupni imenovalc in množimo $\left(\frac{b^2+a^2}{a^2b^2} + \frac{2(a+b)}{(a+b)ab}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b}\right)^2$. Krajšamo in dobimo $\frac{b^2+a^2+2ab}{a^2b^2} \cdot \left(\frac{ab}{a+b}\right)^2$. Števec razstavimo $\frac{(a+b)^2}{a^2b^2} \cdot \left(\frac{ab}{a+b}\right)^2$, krajšamo in dobimo rezultat 1.

4. Dvomestno število, zapisano v desetiškem zapisu, je oblike $10a+b$. Iz besedila naloge razberemo, da velja $a = 1,6b$ in $10a + b = 6(a + b) + 7$. Rešimo nastali sistem. Rešitev je $a = 8$ in $b = 5$. Iskano število je 85.

5. Če okrajšamo ulomek $\frac{172 \cdot 3^{4a-2}}{12 \cdot 3^{4a-3}}$, dobimo 43. Periodični decimalni števili zapišemo v obliki ulomka $4,1\overline{6} = \frac{25}{6}$ in $0,5\overline{3} = \frac{8}{15}$. Tako je izraz enak $(-3 + 43)(\frac{25}{6} + \frac{8}{15} \cdot \frac{25}{16})^{-1} = 40(\frac{25}{6} + \frac{5}{32})^{-1}$. Vsota ulomkov v oklepaju je enaka 5, kar pomeni da število 40 pomnožimo z $\frac{1}{5}$. Dobimo rezultat 8.

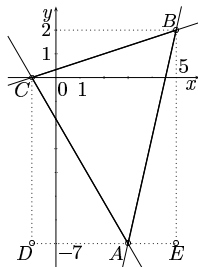
2. letnik

1. Če koordinati točke vstavimo v enačbo družine premic, dobimo $1 + m \cdot 1 + 2 - 2m = 0$, od koder izračunamo $m = 3$. Izračunani m vstavimo v enačbo, pa dobimo enačbo premice $4x + y - 6 = 0$, ki se v odsekovni obliki zapiše: $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$. Narišemo še graf.



2. Najprej izračunamo presečišča posameznih parov premic, ki predstavljajo oglišča trikotnika: $A(3, -7)$, $B(5, 2)$ in $C(-1, 0)$. Nato uporabimo formulo za determinanto za izračun ploščine trikotnika. Ploščina je 25.

Nalogo lahko rešimo drugače. S slike razberemo, da je ploščina trikotnika ABC enaka razliki med ploščino trapeza $DEBC$ in vsoto ploščin pravokotnih trikotnikov DAC in AEB . Ploščina trapeza $DEBC$ je $\frac{9+1}{2} \cdot 6 = 48$, ploščina trikotnika DAC je $\frac{4 \cdot 7}{2} = 14$, ploščina trikotnika AEB pa $\frac{2 \cdot 9}{2} = 9$. Tako je ploščina trikotnika ABC enaka $48 - (14 + 9) = 25$.



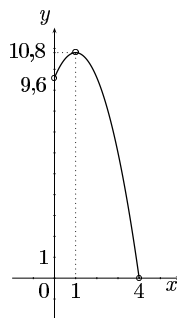
3. Števec poenostavimo in opravimo kvadriranje v imenovalcu: $\frac{(1 - (\frac{y}{x})^2)x^2}{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}$. To preoblikujemo v $\frac{x^2 - y^2 - x^2}{x+y}$. Nato dobimo $\frac{x^2 - y^2}{x+y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x+y}$ in končno $x - y$.

4. Denimo, da je $\alpha = \frac{3}{5}\beta = \frac{1}{4}\gamma$. Tedaj je $\gamma = \frac{12}{5}\beta$. Upoštevamo, da je $\alpha + \beta + \gamma = \frac{3}{5}\beta + \beta + \frac{12}{5}\beta = 180^\circ$. Enačbo množimo s skupnim imenovalcem, uredimo in dobimo rešitev $\beta = 45^\circ$. Ostala kota merita $\alpha = 27^\circ$ in $\gamma = 108^\circ$.

5. Število 13 zapišemo kot vsoto dveh seštevancev, npr. $13 = x + y$. Upoštevamo besedilo naloge: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$. Iz prve zveze izrazimo $y = 13 - x$ in vstavimo v drugo enačbo: $\sqrt{x} + \sqrt{13 - x} = 5$. Enačbo uredimo v $\sqrt{13 - x} = 5 - \sqrt{x}$ in kvadriramo. Dobimo $13 - x = 25 - 10\sqrt{x} + x$, kar preuredimo v $10\sqrt{x} = 2x + 12$. Po deljenju z 2 dobimo $5\sqrt{x} = x + 6$ in ponovno kvadriramo: $25x = x^2 + 12x + 36$. Uredimo v $x^2 - 13x + 36 = 0$, razstavimo $(x - 9)(x - 4) = 0$ in odčitamo rešitvi $x = 9$ in $x = 4$. Iskana seštevanka sta 9 in 4.

3. letnik

1. Graf funkcije $h(t)$ je kvadratna parabola, ki ima teme v točki $T(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a})$. Diskriminanto D izračunamo po formuli $D = b^2 - 4ac = 51,84$. Tako je $h_{max} = -\frac{D}{4a} = 10,8$ m. Ko žoga pade na tla, je njena višina enaka 0 m. Tedaj je $h = 0 = -1,2t^2 + 2,4t + 9,6$. Rešitvi te enačbe sta $t_1 = 4$ in $t_2 = -2$. Smiselna rešitev je $t = 4$ sekunde.

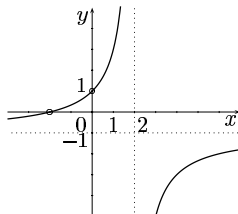


2. Ker filter lahko na uro prečrpa 273 litrov vode, je lahko v akvariju največ $\frac{273}{3} = 91$ litrov. Nato lahko izračunamo, do kolikšne višine lahko Miha napolni akvarij: $v = \frac{V}{ab} = \frac{91}{6,5 \cdot 4} = 3,5$ dm. Najdaljša palica, ki jo lahko položimo v akvarij, je enako dolga kot telesna diagonala kvadra z razsežnostmi 65 cm, 40 cm in 35 cm, to je $\sqrt{65^2 + 40^2 + 35^2} = 84$ cm.
3. Upoštevamo vrednost parametra a : $3x^2 - 6x - 2\log_{\frac{1}{4}} 8 = 0$. To preoblikujemo v $3x^2 - 6x - \log_{\frac{1}{4}} 8^2 = 0$. Ker je $\log_{\frac{1}{4}} 64 = -3$, dobimo enačbo $3x^2 - 6x + 3 = 0$. Iz $3(x-1)^2 = 0$ vidimo, da je njena edina rešitev $x = 1$.
4. Površina škatle je $P = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3av$, kjer je a dolžina osnovnega roba, v pa dolžina stranskega roba pravilne tristrane prizme. Tako je $P = \frac{9\sqrt{3}}{2} + 180$. Za 1000 škatel potrebujemo zaradi rezanja in lepljenja $1,05 \cdot 1000P \doteq 197183,94$ cm², kar je 19,7 m². Zaokrožimo na celo število: 20 m².
5. Uporabimo pravila za računanje s koreni $\sqrt[62]{3x \cdot 3x \cdot 3^{2x} \cdot x \cdot 3^{-3}} = 3^2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$. Nato zapis spremenimo v zapis s potencami z racionalnimi eksponenti in enačbo preuredimo v: $3^{\frac{5x^2-3}{6x}} = 3^{\frac{7}{3}}$. Upoštevamo pravilo za reševanje eksponentnih enačb in enačimo eksponenta: $\frac{5x^2-3}{6x} = \frac{7}{3}$. To enačbo preuredimo v $5x^2 - 14x - 3 = 0$. Rešitvi sta $x_1 = 3$ in $x_2 = -\frac{1}{5}$.

4. letnik

- Obe telesi imata enako osnovno ploskev, to je kvadrat s ploščino a^2 . Iz besedila naloge nastavimo zvezo $a^3 + 3,8a^2 = 7,2$. Decimalna števila zapišemo v obliki okrajšanih ulomkov, nato pa enačbo preuredimo v $5a^3 + 19a^2 - 36 = 0$. Takoj ugotovimo, da 1 in -1 nista rešitvi enačbe, s Hornerjevim algoritmom pa preverimo, da je rešitev $a = -2$. Preostali ničli dobimo z reševanjem ustrezne kvadratne enačbe. Tako imamo rešitve -2 , -3 in $\frac{6}{5}$. Edina smiselna rešitev je $a = 1,2$ m.

- Funkcija je definirana za $\frac{-x-2}{x-2} > 0$. Nastalo racionalno neenačbo rešimo grafično. Poiščemo ničlo $x = -2$ in pol $x = 2$. Na številski premici označimo intervale, kjer je funkcija pozitivna in kjer je negativna. Odčitamo rešitev $(-2, 2)$.



- Vsak člen poenostavimo. Tako je prvi člen enak $4 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{\cos^2 x}{1+\sin^2 x} = \frac{4}{1+\sin^2 x}$. Drugi člen je enak $\frac{4\sin^2 x \cos^2 x}{(1-\sin^2 x)(1+\sin^2 x)} \cdot \frac{4\sin^2 x}{1+\sin^2 x}$. Ko ju seštejemo, dobimo $\frac{4(1+\sin^2 x)}{1+\sin^2 x} = 4$.
- Ugotovimo, da za aritmetično zaporedje velja $b = \frac{a+c}{2}$, za geometrijsko pa $y = \sqrt{xz}$. Uporabimo prejšnji zvezi v dani levi strani enačbe, pa imamo $x^{\frac{a+c}{2}-c} \cdot (\sqrt{xz})^{c-a} \cdot z^{a-\frac{a+c}{2}}$. Kvadratni koren zapišemo v obliki potence: $x^{\frac{a+c}{2}-c} \cdot (xz)^{\frac{c-a}{2}} \cdot z^{a-\frac{a+c}{2}}$. Upoštevamo pravila za množenje potenc in dobimo $x^0 \cdot z^0 = 1$.
- Povprečno vrednost spremenljivke izračunamo po formuli $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r f_i y_i$. Če upoštevamo dane podatke, imamo $2,5 = \frac{5+8+9+8+5x}{5+4+3+2+x}$, kar preuredimo v $2,5(x+14) = 5x+30$. Rešitev je $x = 2$.