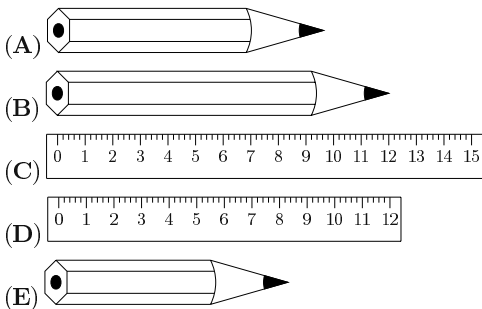


❖❖❖ Tekmovanja

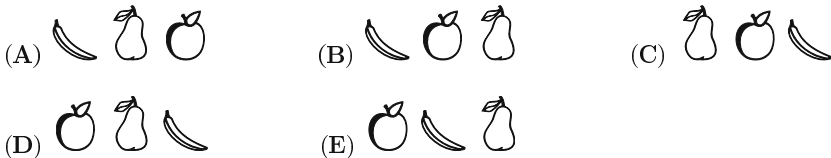
■ Evropski matematični kenguru

Izbor nalog

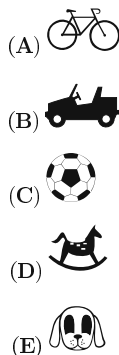
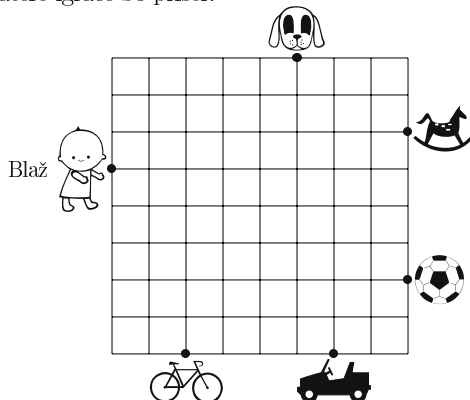
1. Kateri svinčnik je najdaljši?



2. Na kateri sliki je hruška levo od jabolka, banana pa desno od hruške?



3. Blaž se bo premikal po navodilu: $3 \rightarrow 2 \downarrow 1 \leftarrow 1 \downarrow 4 \rightarrow 2 \downarrow$.
Do katere igrice bo prišel?



4. Vida je računala. Pri katerem računu se je zmotila?

(A) $14 + 7 - 12 = 9$

(B) $6 + 17 - 12 = 11$

(C) $7 + 15 - 14 = 8$

(D) $19 + 5 - 14 = 11$

(E) $15 + 6 - 11 = 10$

5. V shrambi je 5 polic. Babica je na vsako polico postavila 3 jabolka. Vnukinja Anja je z 2 najnižjih polic vzela po 2 jabolki. Koliko jabolk je ostalo na policah?

(A) 1

(B) 6

(C) 11

(D) 13

(E) 15

6. Anja je prinesla 16 bonbonov. Polovico bonbonov je dala bratu Tinetu, četrtno pa prijateljici Vidi. Koliko bonbonov je ostalo Anji?

(A) 2

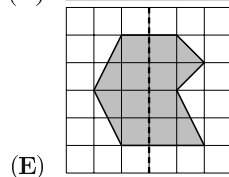
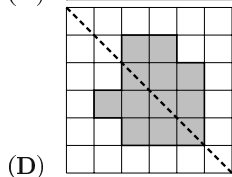
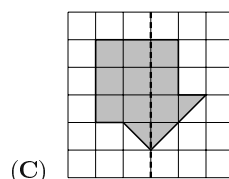
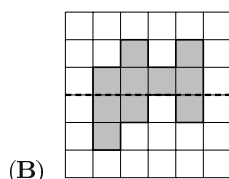
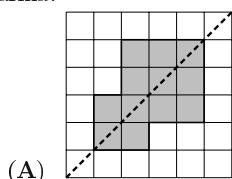
(B) 4

(C) 6

(D) 8

(E) 16

7. Sara je narisala simetričen lik in s črtkano črto označila njegovo simetralo. Katera slika je Sarina?



8. Anja, Branko, Cveta in Domen so tekmovali, kdo bo prvi prišel do šole. Anja je prišla za Cveto, Branko pa za Domnom. Cveta ni prišla prva. Kdo je prišel prvi do šole?

(A) Anja

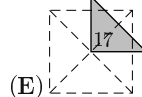
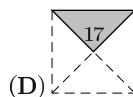
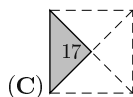
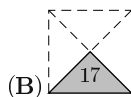
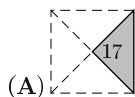
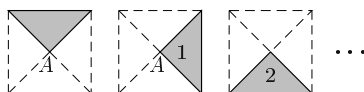
(B) Branko

(C) Cveta

(D) Domen

(E) Nemogoče je določiti.

9. Peter je obračal trikotnik okrog točke A tako, da ga je vsakič obrnil za enak kot (glej sliko). V katerem položaju bo trikotnik po 17 premikih?



10. V rdeči hiši na koncu ulice živijo Barbara, oče, mama, brat, 1 pes, 2 mački, 2 papagaja in 4 ribe. Koliko nog imajo skupaj vsi prebivalci rdeče hiše?

(A) 22

(B) 24

(C) 28

(D) 32

(E) 40

11. Rok je imel 9 kosov papirja. Nekatere kose je razrezal na 3 dele, tako da je na koncu imel skupaj 15 kosov papirja. Koliko kosov papirja je razrezal?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. Osebe, ki se hkrati peljejo v dvigalu, ne smejo tehtati skupaj več kot 150 kg. Najmanj kolikokrat mora peljati dvigalo, da bo v najvišje nadstropje prepeljalo 4 prijatelje, ki tehtajo 60 kg, 80 kg, 80 kg in 80 kg?

- (A) enkrat (B) dvakrat (C) trikrat (D) štirikrat (E) sedemkrat

13. Karte s števili od 1 do 5 so postavljene v vrsto (glej zgornjo sliko). Miha bi jih rad premestil tako, da bi si števila sledila po velikosti od najmanjšega do največjega (glej spodnjo sliko). V 1 potezi lahko prestavi katerikoli 2 karte med sabo. Po najmanj koliko potezih bo Miha uredil karte?

1 3 5 4 2

1 2 3 4 5

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

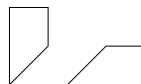
14. V preglednici je 8 kengurujev (glej sliko). Katerikoli kenguru lahko skoči na katerikoli prosto polje. Najmanj koliko kengurujev mora skočiti na neko drugo polje preglednice, da bosta v vsaki vrsti in v vsakem stolpcu natanko 2 kenguruj?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

15. Ko je dreser v cirkusu prvič zažvižgal, so se vse opice postavile v 6 vrst, v vsaki vrsti so bile 4 opice. Ko je dreser zažvižgal drugič, so se vse opice postavile v 8 vrst. Koliko opic je bilo v vsaki vrsti po 2. dreserjevem žvižgu?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. Anja je razrezala kvadratni list papirja na 3 dele. Na desni sliki sta 2 dela. Kateri del papirja manjka?



- (A) (B) (C) (D) (E)

17. V grajski sobi je 5 zabojev, v vsakem zaboju so 3 skrinje, v vsaki skrinji je 10 zlatnikov. Vse skrinje, vsi zaboji in soba so zaklenjeni. Najmanj koliko ključavnic mora graščak Urban odkleniti, da bo prišel do 50 zlatnikov?

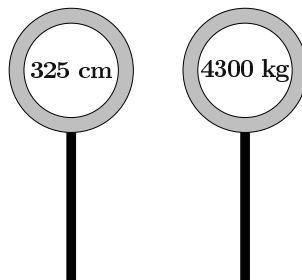
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

18. Vsak izmed 7 kengurujev je oskubil enako število grmičkov. Matej je v zvezek zapisal, koliko grmičkov so oskubili vsi kengurji skupaj, a je Aleš z nalepko pokril eno števko: 3□0. Katera številka je pod nalepko?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

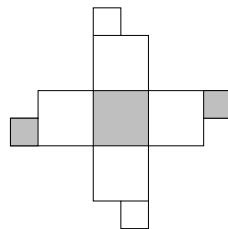
19. Pred mostom stojita 2 prometna znaka. Eden določa, največ koliko so lahko široka vozila, ki smejo prečkati most, drugi pa, največ koliko lahko tehtajo. Katero vozilo sme prečkati most?

- (A) Tovornjak, širok 315 cm, ki tehta 4307 kg.
 (B) Tovornjak, širok 330 cm, ki tehta 4250 kg.
 (C) Tovornjak, širok 325 cm, ki tehta 4400 kg.
 (D) Tovornjak, širok 322 cm, ki tehta 4298 kg.
 (E) Tovornjak, širok 327 cm, ki tehta 4300 kg.



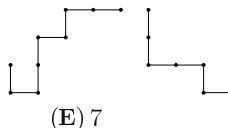
20. Ana je iz papirja izrezala posebno mrežo kocke (glej desno sliko). Katero kocko lahko sestavi?

- (A)  (B)  (C) 
 (D)  (E) 



21. Na mizi sta 2 žici, ki sta sestavljeni iz 8 delov dolžine 1 (glej sliko). Eno izmed žic položimo na drugo, tako da se delno prekrivata. Koliko je največja možna dolžina dela, kjer se žici prekrivata?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6



22. Vesna je naravno število pomnožila s 3 in rezultat napisala na list. Katerega od naštetih števil zagotovo ni napisala?

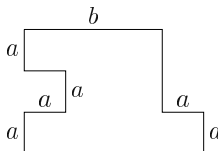
- (A) 103 (B) 105 (C) 204 (D) 444 (E) 987

23. Na šoli ima 50 % učencev kolo. Izmed tistih učencev, ki imajo kolo, jih ima 30 % tudi rolerje. Koliko odstotkov učencev na šoli ima kolo in rolerje?

- (A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 40 (E) 80

24. Lanova soba je nenavadne oblike (glej sliko). Nasprotni zidovi sobe so vzporedni, z a in b so označene dolžine posameznih zidov. Koliko meri površina Lanove sobe?

- (A) $2ab + a(b - a)$ (B) $3a(a + b) - a^2$ (C) $3a^2b$
 (D) $3a(b - a) + a^2$ (E) $3ab$



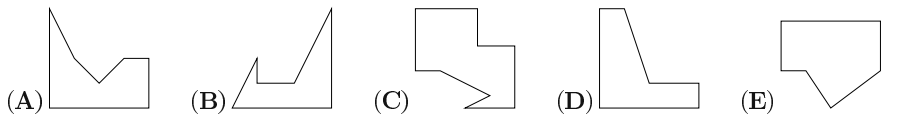
25. Na rojstnodnevni zabavi so se otroci hoteli usesti za mizo. Ko se je na vsak stol usedel 1 otrok, je 1 otrok ostal brez stola. Zato sta se na vsak stol usedla 2 otroka, 1 stol pa je ostal nezaseden. Koliko otrok je bilo na rojstnodnevni zabavi?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

26. Nina je na list napisala trimestno in dvomestno število. Koliko je vsota teh 2 števil, če je njuna razlika 989?

- (A) 1000 (B) 1001 (C) 1009 (D) 1010 (E) 2005

27. Anja je razrezala kvadratni list papirja na 3 dele. Na desni sliki sta 2 dela. Kateri del papirja manjka?



28. Vsaka izmed črk **EGKNRU** predstavlja različno števko. Črka, ki je v abecedi prej, predstavlja manjšo števko od črke, ki je v abecedi kasneje. Katero je največje število, ki ga lahko predstavlja beseda **KENGURU**?

- (A) 3142656 (B) 6475989 (C) 7654321
(D) 7968454 (E) 9876543

29. Za koliko dvomestnih števil velja, da je število s števčkama v drugačnem vrstnem redu več kot trikrat večje od prvotnega števila?

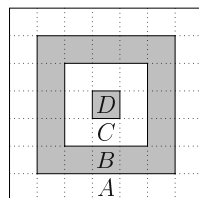
- (A) 6 (B) 10 (C) 15 (D) 22 (E) 33

30. Špela je imela na lanskem tekmovanju Evropski matematični kenguru 50. najboljši rezultat in hkrati 50. najslabši rezultat na šoli. Koliko učencev je lansko leto tekmovalo na njeni šoli?

- (A) 50 (B) 75 (C) 99 (D) 100 (E) 101

31. Lokostrelska tarča je razdeljena na 4 območja (glej sliko). Število točk, ki jih dobi lokostrelec za zadetek v posamezno območje, je obratno sorazmerno s ploščino tega območja. Koliko točk dobi lokostrelec za zadetek v območje *C*, če za zadetek v območje *B* dobi 10 točk?

- (A) 5 (B) 8 (C) 16
(D) 20 (E) 24



32. Jan je napihoval balone, vsake 3 min je napihnil 8 balonov. Koliko balonov je bilo napih-njenih po 2 h, če je vsak 10. balon počil takoj, ko ga je Jan napihnil, drugi pa niso počili?

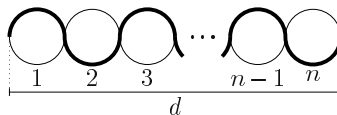
- (A) 160 (B) 216 (C) 240 (D) 288 (E) 320

33. Mizar je dobil naročilo, da naredi skrinjo velikosti 10 cm × 12 cm × 14 cm, vendar je pomotoma izdelal skrinjo velikosti 12 cm × 14 cm × 16 cm. Za koliko odstotkov je bila prostornina izdelane skrinje večja od prostornine naročene skrinje?

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

34. V tekstilni tovarni je na razdalji *d* razporejenih *n* valjev, po katerih je speljano blago (glej sliko). Koliko je dolžina blaga, ki je speljano po valjih?

- (A) dn (B) πdn (C) $2\pi dn$ (D) $\frac{\pi d}{2}$ (E) πd



35. V sodu je bilo 64ℓ vode. Kemik Milan je nadomestil 16ℓ vode s 16ℓ kisline. Počakal je, da sta se voda in kislina zmešali, nato pa nadomestil 16ℓ mešanice s 16ℓ kisline. Ponovno je počakal, da se kislina in mešanica zmešata, in še enkrat nadomestil 16ℓ mešanice s 16ℓ kisline. Koliko litrov vode je bilo na koncu v sodu?

- (A) 16 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 48

36. Koliko štirimestnih deliteljev ima število 102^2 ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

37. Jaka je na trgu čakal Meto 19 min. Ker mu je bilo dolgčas, je štel avtobuse. Avtobus na progi A je peljal mimo trga vsake 3 min, avtobus na progi B pa vsakih 5 min. Jaka je izračunal razliko med številom avtobusov na progi A in številom avtobusov na progi B, ki so peljali mimo trga. Koliko je števil, ki so lahko rezultat Jakovega izračuna?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

38. Koliko števil od 2 do 100 je enakih 3. potenci naravnega števila?

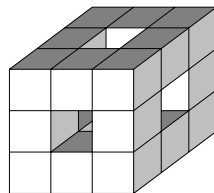
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

39. Katere izmed naštetih števil ne more biti vsota 4 zaporednih naravnih števil?

- (A) 22 (B) 202 (C) 220 (D) 222 (E) 2002

40. Kocka velikosti $3 \times 3 \times 3$ je tehtala 810 g. Skozi kocko smo zvrtili 3 luknje v obliki kvadra velikosti $1 \times 1 \times 3$ (glej sliko). Koliko gramov tehta nastalo telo?

- (A) 540 (B) 570 (C) 600
(D) 630 (E) 660

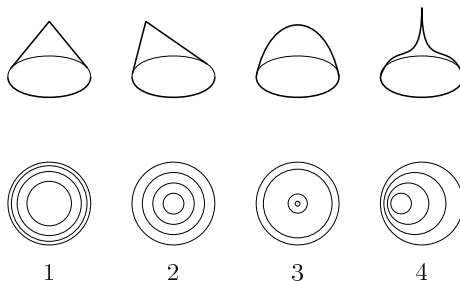


41. Za funkcijo f velja $f(n+1) = 2f(n) - 2002$ za vsako naravno število n in $f(2005) = 2008$. Koliko je $f(2004)$?

- (A) 2004 (B) 2005 (C) 2008 (D) 2010 (E) 2016

42. Stane je imel 4 lesena telesa (glej zgornjo sliko). Na vseh telesih je na višini h narisal črto. Nato je na vseh telesih narisal črte še na višinah $2h$ in $3h$. Če telesa z narisanimi črtami pogledamo od zgoraj, vidimo kroge z različno vrisanimi krožnicami (glej spodnjo sliko). Kateri vrstni red krogov ustreza vrstnemu redu lesenih teles?

- (A) 1, 3, 4, 2 (B) 2, 3, 1, 4 (C) 2, 4, 1, 3
(D) 4, 1, 3, 2 (E) 4, 2, 3, 1

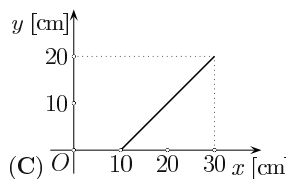
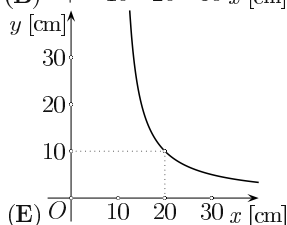
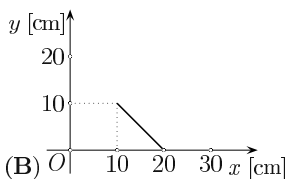
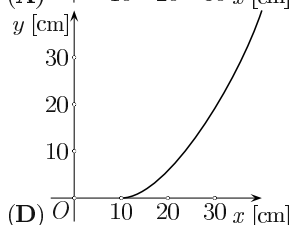
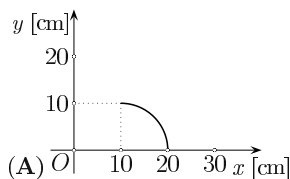
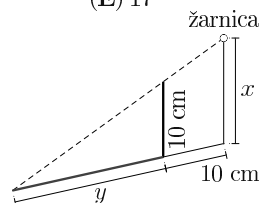


1 2 3 4

43. Katja ima v vreči 17 žogic, ki so oštevilčene s števkami od 1 do 17. Žogice naključno jemlje iz vreče in jih zлага na mizo. Najmanj koliko žogic mora Katja vzeti iz vreče, da bosta na mizi gotovo vsaj 2 žogici, na katerih bosta števili z vsoto 18?

- (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 17

44. Žarnico, ki je na začetku 10 cm nad mizo, navpično dvigamo. Na mizi je pokonci postavljen 10 cm dolg svinčnik, ki je na začetku 10 cm oddaljen od žarnice. Zaradi žarnice je na mizi senca svinčnika. Višina žarnice nad mizo meri x , dolžina sence pa y (glej sliko). Na kateri sliki je narisan graf spremenljivke y v odvisnosti od spremenljivke x ?



45. Tilen vsak drugi dan laže, ostale dni pa govori resnico. Danes je povedal natanko 4 izmed naštetih 5 izjav. Katere izjave danes ni povedal?

- (A) Število mojih prijateljev je praštevilo.
 (B) Imam enako število prijateljev, ki so starejši od mene, in tistih, ki niso starejši.
 (C) Število 288 je deljivo z 12.
 (D) Vedno govorim resnico.
 (E) Trije moji prijatelji so starejši od mene.

■ Tekmovanje za srebrno Stefanovo priznanje

8. razred devetletne osnovne šole

Navodila: Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Vsako nalogo rešuj na svoj list. Na vse liste z rešitvami napiši svojo šifro. Jasno označi, kateri del naloge rešuješ, npr : 2.a) , . . . Iz poteka reševanja mora biti razvidno, kako si prišel do rezultata. Napiši odgovore! Prosimo, da pišeš čitljivo in urejeno. Želimo ti veliko uspeha.

1. Masa Zemlje je $m_Z = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg in prostornina $V_Z = 1,08 \cdot 10^{24}$ dm³.

a) Kolikšna je povprečna gostota Zemlje? [2 točki]

Ob podrobnejšem preučevanju Zemljine notranjosti pa smo našli tele podatke:

globina (km)	prostornina (dm ³)	masa (kg)	ime
0 - 20	$0,0097 \cdot 10^{24}$	$0,024 \cdot 10^{24}$	skorja
20-400	$0,178 \cdot 10^{24}$	$0,600 \cdot 10^{24}$	zgornji plašč
400-2900	$0,717 \cdot 10^{24}$	$3,420 \cdot 10^{24}$	spodnji plašč
2900-5150	$0,167 \cdot 10^{24}$	$1,860 \cdot 10^{24}$	zunanje jedro
5150-6370	$0,0076 \cdot 10^{24}$	$0,096 \cdot 10^{24}$	notranje jedro

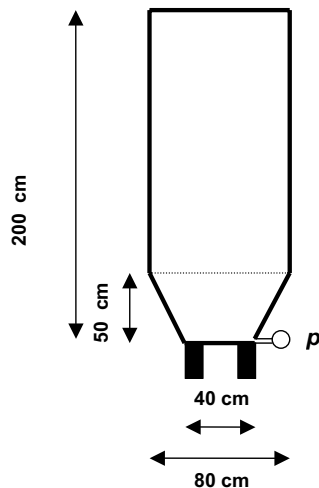
b) Kolikšne so gostote posameznih delov Zemlje? [3 točke]

c) Skiciraj diagram, ki kaže gostoto v odvisnosti od globine. Izračunane gostote postavi na sredino danega intervala, skozi točke nariši premico. [5 točk]

2. V kurilnici imamo cisterno za kurilno olje, ki ima v prerezu obliko, kot kaže slika. Narisani sta širina in višina, dolžina cisterne je 2,5 m. Da bi lahko na hitro ugotovili prostornino olja v cisterni, namestimo na dnu cisterne merilnik tlaka p . Merilnik kaže vrednost nič, ko je cisterna prazna. Gostota kurilnega olja je 800 kg/m^3 . Na merilniku so označene vrednosti 0, 4, 8, 12, 16, 20 in enota **kPa**, mi pa bi radi imeli napisane podatke za prostornino olja v cisterni. Izračunaj, kolikšne bi bile prostornine, ki bi jih morali vpisati na merilnik pri posamezni vrednosti tlaka in rezultat prikaži v tabeli. [10 točk]

Tabelo prepiši na list z rešitvami.

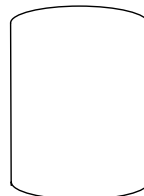
Tlak (kPa)	0	4	8	12	16	20
Prostornina (l)						



3. V gumi osebnega avtomobila je tlak približno 2 bara. S kolesom avtomobila smo zapeljali na list papirja in s svinčnikom zarisali stično ploskev gume z listom, kot kaže slika. Na tej sliki so vse razdalje 5-krat pomanjšane.

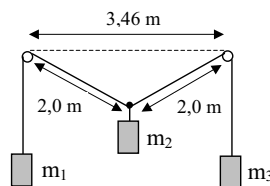
- Z računom približno oceni, kolikšna je masa avtomobila. [7 točk]
- Nariši graf, ki približno prikazuje, kolikšna je plosčina stične ploskve ene gume v odvisnosti od tlaka, če tlak v gumah spreminjamo od 1,0 do 3,0 barov. [3 točke]

Opomba: V tehničnih navodilih avtomobilov je vedno zapisan podatek, koliko je tlak v gumah večji od zračnega tlaka. Torej podatek 2 bara pomeni da je tlak v gumi 3 bare. Vendar pri tej nalogi tega ni potrebno upoštevati – računamo lahko s tlakom, ki je podan v nalogi.



4. Tri enake uteži obesimo, kot kaže slika. Masa posamezne uteži je 1,0 kg. Škripca sta majhna, trenje v škripcih smemo zanemariti. Nalogo lahko rešiš z načrtovanjem.

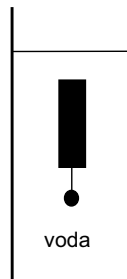
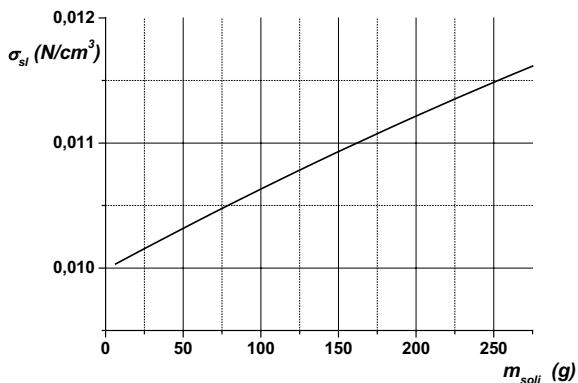
- Nariši vse sile, ki delujejo na vozle, ki je označen s črnim krogcem. Na sliko napiši tudi velikosti sil. [3 točke]
- Kolikšen kot oklepata poševna dela vrvice? [2 točki]
- Nato na srednjo utež obesimo dodatno, četrto utež. Pri tem se leva in desna utež dvigneta za 1,0 m. Kolikšna je teža četrte uteži? [5 točk]



5. Jekleno kroglico z lahko vrvico pritrdimo na lesen kvader in damo v čašo, v kateri je 1 liter vode. Prostornina kvadra je $11,3 \text{ cm}^3$, višina pa 10 cm. Kroglica ima maso 7,8 g in prostornino $1,0 \text{ cm}^3$. Telesi lebdita v vodi, kot kaže slika.

- Kolikšna je sila vzgona na kvader? [2 točki]
- Kolikšna je masa kvadra? [3 točke]
- Koliko gramov soli moramo dodati v vodo, da bo kvader gledal 1,0 cm iz vode? [5 točk]

Specifična teža vode je $0,010 \text{ N/cm}^3$, specifična teža slanice pa je odvisna od vsebnosti soli.



Graf kaže, kolikšna je specifična teža slanice, če je v 1 litru vode raztopljena določena masa soli.

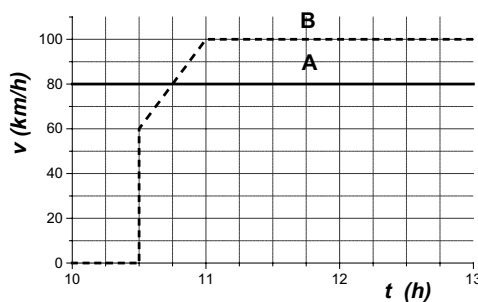
■ Tekmovanje za srebrno Stefanovo priznanje

8. razred osemletne osnovne šole in 9. razred devetletne osnovne šole

Navodila: Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Vsako nalogo rešuj na svoj list. Na vse liste z rešitvami napiši svojo šifro. Jasno označi, kateri del naloge rešuješ, npr.: 2.a), ... Iz poteka reševanja mora biti razvidno, kako si prišel do rezultata. Napiši odgovore! Prosimo, da pišeš čitljivo in urejeno. Želimo ti veliko uspeha.

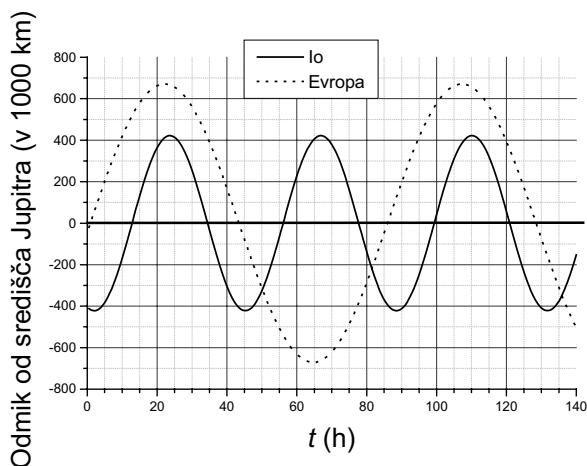
1. Dva avtomobila stojita skupaj v Mariboru. Točno ob 10. uri odpelje avtomobil A, nekoliko kasneje za njim še avtomobil B. Graf prikazuje hitrosti obeh avtomobilov v odvisnosti od časa.

- a) Koliko sta avtomobila oddaljena od Maribora ob 11:00? [3 t]
b) Nariši graf, ki prikazuje razdaljo med avtomobila v odvisnosti od časa od 11:00 do 12:00. [5 t]
c) Kdaj in kje se avtomobila srečata? [2 t]



2. Luni Io in Evropa enakomerno krožita okoli Jupitra. Ker je Zemlja približno v ravnini, ki jo določata krožnici obeh Jupitrovih lun, vidimo z Zemlje to kroženje kot premikanje po daljici na eno in drugo stran. Jupiter je na sredini daljice. Diagram kaže navidezni odmik lun od središča Jupitra po omenjeni daljici, ki je pravokotna na zveznico Zemlja - Jupiter.

- a) Iz diagrama odčitaj dva časa, ko ležijo **Zemlja, Jupiter in Io** na isti premici. [2 t]
b) Iz diagrama odčitaj za **obe** luni polmer krožnice in obhodni čas. [3 t]
c) S kolikšnima hitrostima krožita luni? [2 t]
d) Oцени najdaljši možni čas mrka za Io in za Evropo, če je premer Jupitra 140.000 km. Mrk lune pomeni, da se luna skriva za Jupiterom gledano z Zemlje. [3 t]



3. Metka se igra z balonom, ki je napolnjen s helijem z gostoto $0,16 \text{ g/dm}^3$, gostota zraka pa je $1,2 \text{ g/dm}^3$. Napolnjen balon ima prostornino 25 dm^3 , masa **praznega** balona je 20 g . Metka priveže balon na lahek sukanec, drugi konec sukanca pa drži v roki. Če je brezvetrje, balon miruje, vrvica pa stoji navpično. Od lani veš, da je sila vzgona nasprotno enaka teži izpodrinjenega zraka.

- S kolikšno silo mora Metka vleči sukanec, da balon miruje v zraku. [4 t]
- S kolikšnim pospeškom se začne gibati balon tik potem, ko Metka spusti sukanec? [4 t]
- 6 sekund potem, ko je Metka spustila sukanec, se balon dviga enakomerno s hitrostjo $1,5 \text{ m/s}$. Kolikšna je sila upora zraka na balon? [2 t]

4. Mobilni akumulator ima kapaciteto 720 mAh , v navodilih pa preberemo podatka, da poln akumulator omogoča 240 min pogovora, oziroma 120 ur pripravljenosti. V nadaljevanju predpostavi, da imamo idealen sprejem in idealen akumulator.

- Kolikšen tok poganja akumulator, ko se pogovarjamo in kolikšen, ko je mobilni telefon v stanju pripravljenosti? [3 t]
- Recimo, da se vsako uro čez dan (12 ur) pogovarjamo $6,0 \text{ min}$, ponoči (12 ur) pa se ne pogovarjamo. Koliko **celih** ur bo mobilni telefon uporaben? Čas začnemo meriti zjutraj, ko je akumulator napolnjen. [3 t]
- Koliko **celih** ur pa bo mobilni telefon uporaben, če akumulator napolnimo zvečer in začnemo meriti čas zvečer ob začetku nočnega načina uporabe? [4 t]

5. Na začetku klada s težo 10 N miruje na tleh. Na klado je privezana vrvica. Ob času $t = 0$ začnemo vleči vrvico navpično navzgor s stalno silo $F_v = 12 \text{ N}$. Vrvica pa se ob času $t_1 = 2,0 \text{ s}$ pretrga in od takrat naprej je $F_v = 0$. Težni pospešek lahko zaokrožiš na 10 m/s^2 .

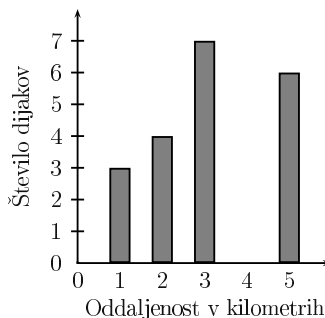
- S kolikšnim pospeškom se klada giblje prvi 2 s ? Kolikšno višino doseže ob $t_1 = 2,0 \text{ s}$ in kolikšna je takrat njena hitrost? [3 t]
- Kolikšno delo je opravila sila F_v ? Kolikšni sta ob $t_1 = 2,0 \text{ s}$ kinetična in potencialna energija? [3 t]
- Na skupni diagram $W=W(h)$ nariši, kako se spreminjata kinetična in potencialna energija v odvisnosti od višine h **do najvišje točke**, ko se klada ustavi. Izhodišče za merjenje višine naj bo na tleh. [4 t]

■ 5. regijsko tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

I. del: kratke naloge

A1. Dijaki drugega letnika so se pogovarjali, koliko kilometrov so njihovi domovi oddaljeni od šole. Ugotovitve so predstavili s stolpčnim diagramom (glej sliko). Koliko kilometrov meri povprečna oddaljenost njihovih domov od šole?

- (A) 2,2 (B) 2,75 (C) 3
(D) 3,1 (E) 4



A2. Babica Magda je ponoči slabo spala. Sredi noči je pogledala na digitalno uro, ki je kazala ure in minute. Števke so po vrsti predstavljale štiri zaporedna naravna števila. Katere števke so si sledile v zaporedju?

- (A) 0123 (B) 1234 (C) 2345 (D) 3456
(E) Nobene izmed navedenih.

A3. Metod je v soboto kupil 15 krofov in zanje plačal 1950 SIT. V ponedeljek je imel s seboj 1600 SIT. Ker so ta dan prodajali krofe s popustom, je za 1600 SIT dobil 15 krofov. Koliko krofov manj bi dobil Metod, če ne bi bilo popusta?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

A4. Knjige so zložene na treh policah v omari. Na najvišji polici je 30 knjig, kar predstavlja tretjino vseh knjig. Na srednji polici je 10 knjig več kot na spodnji. Koliko knjig je na spodnji polici?

- (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40 (E) 60

A5. Kmet Kosec ima travnik kvadratne oblike, dolg 120 m. Travo na njem je kosil s traktorsko kosilnico, ki je imela 1,5 m dolgo rezilo. Najmanj kolikokrat je moral s traktorsko kosilnico prevoziti travnik, da ga je pokosil do polovice?

- (A) 80-krat (B) 70-krat (C) 60-krat (D) 50-krat (E) 40-krat

A6. Katero število moramo prišteti števcu in imenovalcu ulomka $\frac{2}{3}$, da dobimo ulomek, ki ima vrednost $\frac{2}{3}$?

- (A) -2 (B) 0 (C) 4
(D) 13 (E) Tako število ne obstaja.

A7. Bajkalsko jezero v Sibiriji je najgloblje jezero na svetu. Njegova gladina je na nadmorski višini 455 m, njegov najgloblji del pa 1165 m nižje od morske gladine. Kolikšna je največja globina Bajkalskega jezera?

- (A) -710 m (B) 710 m (C) 1165 m
(D) 1620 m (E) Nič izmed navedenega.

A8. Pritlična hiša je razdeljena na 6 enako velikih apartmajev. Vsak apartma ima kopalnico, ki je dolga 3 m in široka 2 m, kar predstavlja točno 20 % površine apartmaja. S katerim računom dobimo površino celotne hiše v kvadratnih metrih?

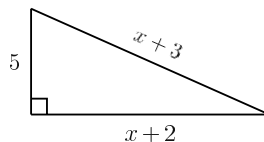
- (A) $6 \cdot \frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$ od 36 (C) $12 \cdot 5$ (D) $12 \cdot \frac{1}{5}$ (E) $30 \cdot 6$

A9. Tine je odčital, da je bilo v merilnem valju 180 ml vode. Ko je v vodo potopil 12 žebličkov, se je gladina vode dvignila. Odčital je 210 ml. Koliko mililitrov meri prostornina enega žeblička?

- (A) 1,5 (B) 1,75 (C) 2 (D) 2,25 (E) 2,5

A10. Gospod Ciklama daje v najem vrt (glej sliko). Označene razsežnosti so v metrih. Koliko kvadratnih metrov meri površina vrta?

- (A) 10 (B) 13 (C) 30 (D) 32,5 (E) 60



■ 5. regijsko tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

II. del: daljše naloge

- B1. V magičnem kvadratu je vsota števil v vsaki vrsti, stolpcu in diagonali enaka. Dani kvadrat dopolni tako, da bo magični in da bo vsota števil v vsaki vrsti, stolpcu in diagonali enaka 1. Vpisuj okrajšane ulomke.

0,25		$\frac{1}{6}$
	$\frac{1}{3}$	

- B2. Maja je izvedela, da v trgovini dobi še eno čokolado, če kupi pet čokolad. Odhitela je v trgovino in nabavila 32 čokolad.

- Koliko čokolad je v resnici plačala?
- Ena tablica čokolade je stala 119 SIT, Maja pa je plačala z bankovcem za 5000 SIT. Koliko tolarjev ji je vrnila prodajalka?

- B3. Jure je zgradil bazen, dolg 5 m, širok 3,5 m in globok 60 cm.

- Ali je 10 000 litrov vode dovolj, da napolni bazen?
- Koliko litrov vode bi steklo čez rob, če bi v bazen spustil 12 m^3 vode?
- Odločil se je, da bo napolnil bazen. Koliko bo plačal, če 500 litrov vode stane 200 tolarjev?

- B4. Po gozdnem požaru so taborniki obnovljali gozd in posadili 960 dreves. Posadili so 5-krat toliko borov kot smrek in 6-krat toliko gabrov kot smrek. Koliko dreves vsake vrste so posadili? Koliko odstotkov posajenih dreves predstavljajo smreke?

■ Rešitve nalog Evropskega matematičnega kenguruja

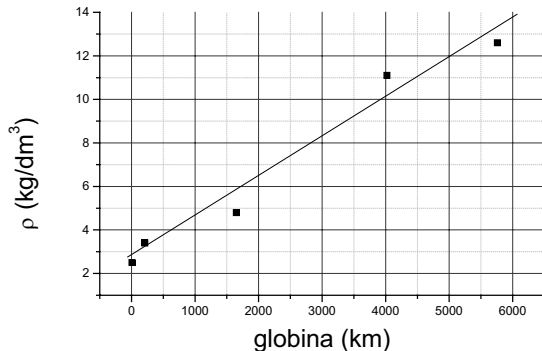
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	C	B	D	C	B	A	D	A	B	C	C	B	B	C
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	C	D	E	C	A	A	E	C	C	A	B	A	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
D	D	E	D	C	D	D	C	C	C	B	C	C	E	C

■ Rešitve nalog tekmovanja za srebrno Stefanovo priznanje

8. razred devetletne osnovne šole

1. a) Povprečna gostota $\rho_p = m_Z/V_Z =$
 $6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg} / 1,08 \cdot 10^{24} \text{ dm}^3 =$
 $5,55 \text{ kg/dm}^3$.

- b) Izračunane gostote so: $\rho_s =$
 $0,024/0,0097 \text{ kg/dm}^3 = 2,5$
 kg/dm^3 , $\rho_{zp} = 0,600/0,178$
 $\text{kg/dm}^3 = 3,4 \text{ kg/dm}^3$, $\rho_{sp} =$
 $3,42/0,717 \text{ kg/dm}^3 = 4,8 \text{ kg/dm}^3$,
 $\rho_{zj} = 1,86/0,167 \text{ kg/dm}^3 = 11,1$
 kg/dm^3 in $\rho_{nj} = 0,096/0,0076$
 $\text{kg/dm}^3 = 12,6 \text{ kg/dm}^3$.



- c) V diagram vnesemo točke:
[tabela 3 točke, diagram 2 točki]

h (km)	10	210	1650	4020	5760
$\rho \text{ (kg/dm}^3\text{)}$	2,5	3,4	4,8	11,1	12,6

2. Če kaže merilnik tlaka 4 kPa, je višina olja v cisterni $h = p/\sigma = 4 \text{ kPa}/8.000 \text{ N} = 0,5 \text{ m}$.

Prostornina olja v cisterni je $V_I = l \cdot S_{\text{trapez}} = 2,5 \text{ m} \cdot ((0,4 \text{ m} + 0,8 \text{ m})/2) \cdot 0,5 \text{ m} = 0,75 \text{ m}^3 =$
750 litrov.

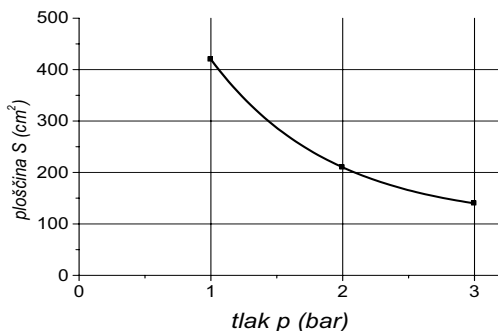
Pri tlaku 8 kPa je višina olja 1 m, torej moramo k 750 l prišteti še prostornino kvadra $V_I =$
 $0,8 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$. Prostornina pri tlaku 8 kPa je torej 1750 l.

Končna rešitev:

Tlak (kPa)	0	4	8	12	16	
Prostornina (l)	0	750	1750	2750	3750	

3. a) Ocenjena ploščina stične ploskve ene gume je $S = 12,5 \text{ cm} \cdot 16,5 \text{ cm} = 210 \text{ cm}^2$, za vse štiri gume 840 cm^2 [3 točke]. Teža avtomobila je nasprotno enaka sili podlage $F_g = p S = 200 \text{ kPa} \cdot 0,084 \text{ m}^2 = 16.800 \text{ N}$ [3 točke], masa avtomobila pa je približno 1700 kg .

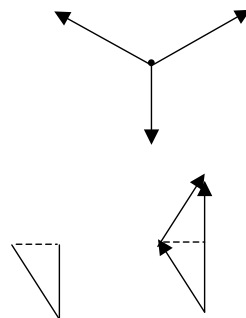
b)



4. a) Glej sliko.

b) Zaradi enakosti sil je kot med poševnima deloma vrvice 120° .

c) Poševna dela vrvice se podaljšata na $3,0 \text{ m}$. Pravokotni trikotnik ima stranici $3,0 \text{ m}$ in $1,73 \text{ m}$, z načrtovanjem lahko določimo tretjo stranico, $a=2,4 \text{ m}$. Z vzporednim prenosom smeri narišemo še trikotnik sil v primernem merilu in odčitamo rezultanto sil: $R=16 \text{ N}$, od koder sledi $F_4 = 16 \text{ N} - 10 \text{ N} = 6 \text{ N}$.



5. a) V vodi je sila vzgona na kvader $F_{vz1} = \sigma_v V_1 = 0,01 \text{ N/cm}^3 \cdot 11,3 \text{ cm}^3 = 0,113 \text{ N}$.

(Indeksi 1 se nanašajo na kvader, indeksi 2 pa na kroglico.)

b) Sila vzgona na kroglico je $F_{vz2} = 0,01 \text{ N}$, teža kroglice pa $F_{g2} = 0,078 \text{ N}$. Telesi mirujeta v vodi, torej mora biti vsota vseh sil nanju enaka nič: $F_{vz1} + F_{vz2} = F_{g1} + F_{g2}$, od koder sledi, da je teža kvadra $F_{g1} = 0,045 \text{ N}$, masa kvadra pa $m_1 = 4,5 \text{ g}$.

c) Teža obeh teles v slanici je še vedno $0,045 \text{ N} + 0,078 \text{ N} = 0,123 \text{ N}$, zato mora biti enaka tudi sila vzgona na obe telesi v slanici: $F_{vz} = (0,9 V_1 + V_2) \cdot \sigma_{slan}$, od koder sledi specifična teža slane $\sigma_{slan} = 0,123 \text{ N} / (10,2 \text{ cm}^3 + 1 \text{ cm}^3) = 0,011 \text{ N/cm}^3$. Iz grafa razberemo, da moramo v vodo dodati približno 160 g soli.

■ Rešitve tekmovanja za srebrno Stefanovo priznanje

8. razred osemletne osnovne šole in 9. razred devetletne osnovne šole

1. a) Oddaljenost avtomobilov od Maribora ob 11:00 :

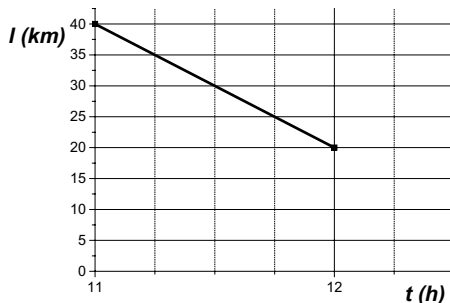
avtomobil A: 80 km,

avtomobil B: $s = v_{\text{srednja}} \cdot t_1 = 80 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 40 \text{ km}$.

- b) Prevožene razdalje

	11:00	12:00
avtomobil A	80 km	160 km
avtomobil B	40 km	140 km

- c) Razdalja med avtomobiloma se enakomerno zmanjšuje. Srečata se ob 13. uri v kraju, ki je 240 km oddaljen od Maribora.



2. a) Io, Jupiter in Zemlja ležijo na isti premici, ko je odmik lune 0. Časi so: 13 ur, 34 ur, 55 ur,... Dovoljena napaka ± 2 uri.
- b) Polmer krožnice je enak največjemu odmiku. Za Io: $r = 420.000 \text{ km}$, $t_0 = 42 \text{ ur}$ in za Evropo: $r = 670.000 \text{ km}$, $t_0 = 86 \text{ ur}$, dovoljena napaka $\pm 20.000 \text{ km}$, pri času ± 2 uri.
- c) $v = 2\pi r / t_0$, za Io sledi $v = 2 \cdot 3.14 \cdot 420.000 \text{ km} / 42 \text{ ur} = 62.800 \text{ km/h}$ in za Evropo $v = 2 \cdot 3.14 \cdot 670.000 \text{ km} / 86 \text{ ur} = 48.900 \text{ km/h}$.
- d) Bolj groba ocena sledi iz diagrama: narišemo dve vodoravnici pri odmikih $+70.000 \text{ km}$ in -70.000 km ter odčitamo časovni interval prehoda krivulje: za Io $t_{\text{mrk}} = 2.5 \text{ ure} \pm 1 \text{ ura}$ in za Evropo $t_{\text{mrk}} = 3 \text{ ure} \pm 1 \text{ ura}$, pri čemer je čas mrka Evrope večji. Časa lahko bolj natančno izračunamo iz hitrosti kroženja: $t_{\text{mrk}} = 2R_{\text{Jupiter}} / v = 140.000 \text{ km} / 62.800 \text{ km/h} = 2,2 \text{ ure}$ za Io in $140.000 \text{ km} / 48.900 \text{ km/h} = 2,9 \text{ ure}$ za Evropo. Obe rešitvi se točkujeta enako.

3. naloga

- Teža balona s helijem je $F_g = 0,24 \text{ N}$, sila vzgona pa $F_{vzg} = 0,30 \text{ N}$ navpično navzgor. Metka mora vleči navpično navzdol s silo $F_M = 0,06 \text{ N}$.
- Balon se začne dvigati navpično navzgor s pospeškom $a = (F_{vzg} - F_g) / m = 0,06 \text{ N} / 24 \text{ g} = 2,5 \text{ m/s}^2$.
- Vsota vseh sil je enaka nič. Namesto Metke sedaj navpično navzdol deluje sila upora zraka $F_u = F_{vzg} - F_g = 0,06 \text{ N}$.

- $I_{pog} = 720 \text{ mAh} / 4 \text{ h} = 180 \text{ mA}$, $I_{prip} = 720 \text{ mAh} / 120 \text{ h} = 6 \text{ mA}$.

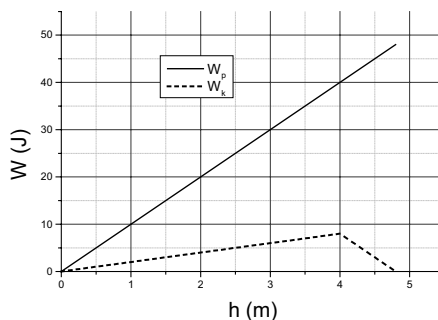
b) Čez dan se akumulator sprazni za $e_d = 12 \cdot 180 \text{ mA} \cdot 0,1 \text{ h} + 12 \cdot 6 \text{ mA} \cdot 0,9 \text{ h} = 216 \text{ mAh} + 65 \text{ mAh} = 281 \text{ mAh}$, ponoči pa za $e_n = 12 \cdot 6 \text{ mA} \cdot 1 \text{ h} = 72 \text{ mAh}$, skupaj v 24 urah za $e_{24} = e_d + e_n = 353 \text{ mAh}$. Po dveh dneh torej za 706 mAh. Za naslednjo uro ostane 14 mAh, kar je premalo. Mobilni bo uporabljen 48 celih ur.

c) Akumulator zadošča za dva dnevna in dva nočna cikla, ostanek je 14 mAh. Ponoči, ko se ne pogovarjamo, zadošča to za 2 dodatni uri, torej bo mobilni uporabljen 50 ur.

- Na klado delujeta sili F_v navzgor in F_g navzdol, maso klade razberemo iz teže, $m = 1,0 \text{ kg}$. Iz $F = ma$ sledi $a = (F_v - F_g) / m = 2,0 \text{ m/s}^2$. Sledi $v_l = at_l = 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 2,0 \text{ s} = 4,0 \text{ m/s}$ in $h_l = at_l^2 / 2 = 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 4,0^2 / 2 = 4,0 \text{ m}$.

b) $A = F_v \cdot h_l = 12 \text{ N} \cdot 4,0 \text{ m} = 48 \text{ J}$. $W_{kl} = mv^2 / 2 = 1,0 \text{ kg} \cdot 16 \text{ m}^2/\text{s}^2 / 2 = 8,0 \text{ J}$ in $W_{pl} = mgh_l = 1,0 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4,0 \text{ m} = 40 \text{ J}$.

c) Od $t_1 = 2,0 \text{ s}$ naprej se kinetična energija manjša in potencialna večja. V najvišji točki je $W_k = 0$ in $W_p = 40 \text{ J} + 8 \text{ J} = 48 \text{ J}$, za kolikor se je zmanjšala W_k , za toliko se je namreč W_p povečala. Najvišjo višino izračunamo iz potencialne energije: $h_2 = W_{p2} / mg = 48 \text{ J} / (1,0 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2) = 4,8 \text{ m}$. [1 t]. Najvišjo višino lahko izračunamo tudi z enačbami za enakomerno pospešeno gibanje.



Diagram

■ Rešitve nalog 5. regijskega tekmovanja v znanju matematike za dijake poklicnih šol

I. del

Naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Odgovor	D	C	C	A	E	C	D	E	E	C

- A1.** S stolpčnega diagrama preberemo, da so domovi 3 dijakov od šole oddaljeni 1 km, domovi 4 dijakov 2 km, domovi 7 dijakov 3 km in domovi 6 dijakov od šole oddaljeni 5 km. Povprečna oddaljenost je $\frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 6 \cdot 5}{20} = 3,1$ km.
- A2.** Odgovor **(A)** ni pravilen, ker 0 ni naravno število. Odgovor **(B)** ni ustrezen, ker 12.34 ni nočni čas. Odgovor **(D)** ni pravilen, ker časa 34.56 ne poznamo. Pravilen je odgovor **(C)**, kar ustreza času 23.45.
- A3.** Ko ni bilo popusta, je 1 krof stal $\frac{1950}{15} = 130$ SIT. S 1600 SIT bi Metod lahko kupil 12 krofov in ostalo bi mu 40 SIT. Če ne bi bilo popusta, bi torej dobil 3 krofe manj.
- A4.** Ker 30 knjig predstavlja tretjino vseh knjig, je vseh knjig 90. Na srednji in spodnji polici je skupaj 60 knjig. Denimo, da je na spodnji polici x knjig. Tedaj jih je na srednji polici $x + 10$. Zapišemo enačbo $x + x + 10 = 60$, ki ima rešitev $x = 25$. Na spodnji polici je 25 knjig.
- A5.** Kmet Kosec prevozi 120 m dolg travnik pri košnji najmanj $120 : 1,5 = 80$ -krat, da ga v celoti pokosi. Travnik prevozi najmanj 40-krat, da ga pokosi do polovice.
- A6.** Števci in imenovalcu ulomka $\frac{2}{5}$ moramo prišteti 4. Tedaj namreč dobimo $\frac{2+4}{5+4} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Rešujemo lahko tudi drugače. Denimo, da števci in imenovalcu ulomka $\frac{2}{5}$ prištejemo število x . Tedaj je $\frac{2+x}{5+x} = \frac{2}{3}$, od koder sledi $6 + 3x = 10 + 2x$ in $x = 4$.
- A7.** Največja globina Bajkalskega jezera je $455 + 1165 = 1620$ m.
- A8.** Površina kopalnice je 6 m^2 , kar predstavlja $20\% = \frac{1}{5}$ površine enega apartmaja. Apartma ima površino $6 \cdot 5 = 30 \text{ m}^2$, 6 apartmajev pa $30 \cdot 6 \text{ m}^2$.
- A9.** Prostornina 12 žebličkov je enaka $210 - 180 = 30$ ml. Prostornina enega žeblička je $30 : 12 = 2,5$ ml.
- A10.** Uporabimo Pitagorov izrek: $(x + 3)^2 = 5^2 + (x + 2)^2$, od koder izračunamo $x = 10$. Površina vrta je enaka ploščini pravokotnega trikotnika s katetama, dolgima 5 m in 12 m, to je: $\frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ m}^2$.

II. del

- B1.** Denimo, da začnemo z zgornjo vrsto; v srednjem polju bo ulomek $1 - (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = 1 - \frac{3+2}{12} = \frac{7}{12}$. V spodnjem levem polju bo $1 - (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = 1 - \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, v spodnjem desnem pa $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) = 1 - \frac{3+4}{12} = \frac{5}{12}$. V srednjem polju levega stolpca bo $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) = 1 - \frac{1+2}{4} = \frac{1}{4}$, v srednjem polju desnega stolpca pa $1 - (\frac{1}{6} + \frac{5}{12}) = 1 - \frac{2+5}{12} = \frac{5}{12}$. V srednjem polju spodnje vrste bo $1 - (\frac{1}{2} + \frac{5}{12}) = 1 - \frac{6+5}{12} = \frac{1}{12}$.

0,25	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$

- B2.** Za vsakih 5 plačanih čokolad je Maja dobila še 1 čokolado. Če bi plačala 25 čokolad, bi jih torej imela 30. Ker je nabavila 32 čokolad, je v resnici plačala 27 čokolad. Za 27 čokolad je plačala $27 \cdot 119 = 3213$ SIT. Prodajalka ji je vrnila $5000 - 3213 = 1787$ SIT.
- B3.** Najbolje, da dolžino, širino in višino bazena izrazimo v decimetrih. Tako je $V = 50 \cdot 35 \cdot 6 = 10\,500 \text{ dm}^3 = 10\,500 \text{ l}$ in torej $10\,000 \text{ l}$ vode ni dovolj, da bi bil bazen poln. Če bi v bazen spustili $12 \text{ m}^3 = 12\,000 \text{ l}$, bi čez rob steklo $12\,000 - 10\,500 = 1\,500 \text{ l}$ vode. Ker 500 l vode stane 200 SIT, izračunamo najprej $10\,500 : 500 = 21$, nato pa ugotovimo, da bo Jure plačal $21 \cdot 200 = 4\,200$ SIT.
- B4.** Število smrek označimo z x . Tedaj je število borov enako $5x$, število gabrov pa $6x$. Zapišemo enačbo $960 = x + 5x + 6x$, katere rešitev je $x = 80$. To pomeni, da so taborniki posadili 80 smrek, 400 borov in 480 gabrov. Posajene smreke predstavljajo $\frac{80}{960} = \frac{1}{12}$ vseh sadik, kar je $\frac{100}{12} = \frac{25}{3} \%$ ali $8,3 \%$ vseh dreves.