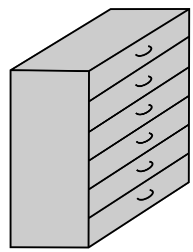
Tekmovanja

Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2003/04

Skupina 1

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.



1. Predalnik s 6 predali ima obliko kvadra (glej sliko). Ogrodje predalnika je votel kvader s težiščem v sredini, polni predali pa so kvadri z enako dolžino kot je globina predalnika in se dajo do konca izvleči. Težišče predala je v njegovi sredini. Masa ogrodja predalnika je 12 kg, masa posameznega polnega predala je 5 kg. Največ koliko predalov lahko do konca izvlečemo, da se omara še ne prevrne?

2. Na lesenem šolskem stolu z naslonjačem pokončno sedi učenec, tako da se z nogami dotika tal. Učenec se med sedenjem želi premakniti s stolom vred nazaj, pri čemer si pomaga samo z nogami. Najmanj kolikšen del svoje teže mora učenec prenesti na noge, da se s stolom vred lahko premakne?

   Koeficient lepenja med stolom in tlemi je 0,15, koeficient lepenja med učenčevimi nogami in tlemi pa 0,30. Teža stola je tako majhna v primerjavi s težo učenca, da jo lahko zanemariš. Med zdrsom se stol vseskozi dotika tal z vsemi štirimi nogami.

3. Na lokvanju sredi ribnika sedi žaba in čaka plen. Ko mimo prileti mušica, žaba izproži svoj jezik tako, da je hitrost težišča jezika 5 m/s glede na žabo. Ker je jezik lepljiv, se mušica prilepi že ob dotiku. Na kolikšni razdalji od žabe so mušice še varne? Skupna masa žabe (z jezikom) in lokvanja je 120 g. Jezik obravnavaj kot telo z maso 20 g in dolžino 20 cm ter s težiščem v sredini. Upor vode zanemari.

4. V sredini sobe s stranicami 300 cm $\times$ 300 cm $\times$ 300 cm z loparjem udarimo prožno žogico, ki je tik nad tlemi, z začetno hitrostjo 72 km/h, pod kotom 15° glede na tla, vzporedno z navpičnima stenama.

   a) Kolikšen bi bil domet žogice na prostem?
   b) Kolikokrat se žogica odbije od sten preden pade na tla?
   c) Kje se žogica dotakne stropa, če je začetna hitrost 2-krat večja?

Skupina 2

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Dve posodi povežemo z bakreno palico z dolžino 20 cm, presekom 10 mm^2 in toplotno prevodnostjo 380 W/mK. Prvo posodo segrevamo z gorilnikom tako, da v njej ves čas vre voda. Druga posoda je v stiku s prvo le preko bakrene palice, sicer je izolirana. V njej je na začetku zmes 20 g vode in 10 g ledu pri 0 °C. Talilna toplota ledu je 336 kJ/kg, specifična toplota vode 4,2 kJ/kgK. Druga posoda tehta 50 g in je iz snovi s specifično toploto 880 J/kgK.

   a) V kolikšnem času se ves led stali?

   b) *Približno* izračunaj, v kolikšnem času po tem, ko se led stali, se voda v drugi posodi segreje na 40 °C?

2. Lesen kvader s stranicami 30 cm $\times$ 30 cm $\times$ 5 cm položimo z največjo ploskvijo v bazen, v katerem je globina vode 6 cm. Na spodnjo ploskev kvadra pritrdimo izolirano tanko kovinsko ploščico z velikostjo 30 cm $\times$ 30 cm, enako ploščico pa še na dno bazena, natančno pod spodnjo ploskev kvadra. Ploščici priključimo na enosmerno napetost. Napetost počasi povečujemo. Pri kolikšni najmanjši napetosti se kvader popolnoma potopi? Masa ploščic je zanemarljiva.

   Gostota lesa je 800 kg/m^3, gostota vode 1000 kg/m^3, influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm in dielektričnost vode $\varepsilon = 81$. [Zaradi dielektričnosti je kapaciteta kondenzatorja ε-krat večja od kapacitete praznega kondenzatorja.]

3. Iz treh enakih kovinskih žičk zvarimo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. V dveh prostih krajiščih gugalnico vpnemo, tako da je prosto vrtljiva okoli vodoravne osi. Med prosti krajišči priključimo izvir konstantne napetosti. V navpičnem homogenem magnetnem polju se gugalnica odkloni za kot 20°.

   Nato vzamemo še četrto žičko, ki je enaka prvim trem. Pritrdimo jo vzporedno tik ob srednjo vodoravno žičko, ki sestavlja gugalnico, in sicer tako, da ima dober stik z drugima žičkama.

   a) Kolikokrat večji tok teče skozi izvir potem, ko pritrdimo četrto žičko, v primerjavi s tokom, ki je tekel, ko je bila gugalnica sestavljena iz treh žičk?

   b) Kolikšen je ravnovesni odklon gugalnice iz štirih žičk?

4. Za obratovanje električnega omrežja je potrebno več elektrarn vezati vzporedno. Ker je izhodna napetost v elektrarnah izmenična, jih je potrebno sinhronizirati, kar pomeni, da morajo napetosti v vseh elektrarnah nihati sočasno. To seveda ne uspe popolnoma.

   Izmenični napetosti z dveh tako vezanih malih elektrarn imata amplitudo $U_0 = 310$ V, notranji upor posamezne elektrarne pa je 1 Ω. V prvi elektrarni se napetost spreminja kot $U_1 = U_0 \cos(\omega t)$, v drugi pa kot $U_2 = U_0 \cos(\omega t + \delta)$, pri čemer je $\delta = 5°$, elektrarni pa nista obremenjeni z zunanjim uporom. Ker se napetosti razlikujeta, teče v tem primeru skozi elektrarni tok. Kolikšno povprečno moč porablja posamezna elektrarna?

[Pri sinusni izmenični napetosti je povprečna moč enaka polovici največje moči. Mogoče boš pri računanju potreboval adicijski izrek:

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.]$$

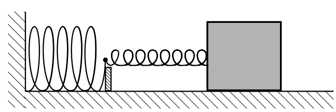
Skupina 3

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

1. Utiriti želimo geostacinarni satelit z maso 100 kg, ki bo ves čas nad krajem, ki ima zemljepisno širino 30°. Satelit torej kroži tako, da os kroženja sovpada z osjo kroženja Zemlje, ravnina kroženja ne gre skozi središče Zemlje, je pa vzporedna z ekvatorialno ravnino. Zato mora imeti satelit raketni motor, ki ves čas deluje nanj z določeno silo v smeri, vzporedni z osjo kroženja. Izračunaj, na kolikšni razdalji od središča Zemlje kroži satelit in kako velika je sila motorja. Zemlja ima maso $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, gravitacijska konstanta pa je $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \ \mathrm{Nm^2/kg^2}$.

2. Enaka naloga kot II/4.

3. Blok z maso 2 kg leži na gladkih tleh in je preko dveh lahkih vzmeti s prožnostnim koeficientom 1000 N/m (večja vzmet) in 500 N/m povezan s steno, kot kaže slika. Sistem lahko nesimetrično niha v vodoravni smeri, saj se večja vzmet zaradi ovire na tleh lahko le krči, ne more pa se raztezati. Ovira pa ne vpliva na manjšo vzmet. Kolikšen je nihajni čas nihala? Na sliki je nihalo prikazano v ravnovesni legi, ko sta obe vzmeti nenapeti.



4. Ko običajno žarnico (na žarilno nitko) priključimo na izvir napetosti, se nitka v njej tako segreje, da seva kot črno telo. Pri napetosti 12 V ima spekter izsevane svetlobe maksimum pri valovni dolžini 520 nm. Kolikšna je ta valovna dolžina, ko napetost na žarnici znižamo na 8,0 V?

   Nitka v žarnici vso prejeto električno moč odda v obliki sevanja. Privzemi, da je upor nitke v obeh primerih enak.

Ciril Dominko

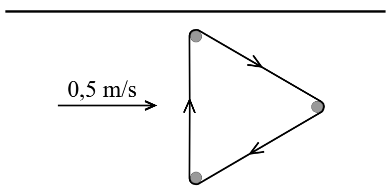
■ Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2003/04

Skupina 1

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Otrok z maso 30 kg sedi na sredini 10 kg težkih in 1 m dolgih sani. Mimo pride sestrica in mu želi odvzeti sanke. Otrok se v strahu s stegnjenimi rokami prime bližnjega droga, tako da sta roki ves čas vodoravni. Koeficient trenja med otrokom in sanmi je 0,1, med sanmi in tlemi pa 0,05. Sestrica vleče sani v vodoravni smeri s konstantno silo 80 N . V kolikšnem času po začetku vlečenja otrok zdrsne s sank, če se ves čas togo drži?

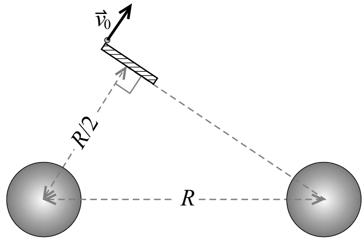
2. Sredi reke, ki teče s hitrostjo 0,5 m/s, so v ogliščih enakostraničnega trikotnika s stranico 10 m postavljeni trije ozki stebrički. Če vemo, da Janezek v mirujoči vodi plava 1,2 m/s, izračunaj, koliko časa najmanj potrebuje, da obide vse tri stebričke in se vrne nazaj na izhodišče. Tok reke (glej tloris na sliki) je pravokoten na "stranico" trikotnika.



3. Nekje v vesolju sta dva enaka planeta. Razdalja med njima je R. Na oddaljenosti $R/2$ od levega planeta miruje ploščad z dolžino 100 m, tako da njena nosilka poteka skozi središče desnega planeta, pravokotnica nanjo pa poteka skozi središče levega planeta, kot kaže slika. Ob odsotnosti desnega planeta bi bil težni pospešek na ploščadi 6 m/s^2. Z levega roba ploščadi vržemo kamen v pravokotni smeri glede na ploščad. Kolikšna je lahko največ začetna hitrost kamna, da pade nazaj na ploščad? Razdalja med planetoma je veliko večja od dolžine ploščadi.

4. Na vodoravni podlagi miruje klada z maso 0,5 kg, ki ima obliko kocke z robom 0,1 m. V smeri skozi središče klade in pravokotno na stransko ploskev izstrelimo v klado kroglo z maso 0,1 kg.

   a) S kolikšno največjo začetno hitrostjo lahko izstrelimo kroglo v klado, da ta ne prebije klade, če je klada togo pričvrščena na tla? Ko se krogla ustavlja v kladi, nanjo deluje zaviralna sila 100 N.



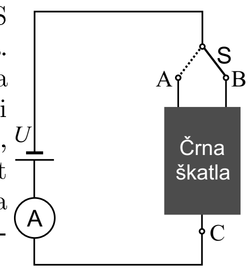
b) S kolikšno največjo začetno hitrostjo pa lahko izstrelimo kroglo v klado, da ta ne prebije klade, če klada brez trenja drsi po podlagi?

c) Kolikšna sila deluje na klado v primeru b) in za koliko se klada premakne med ustavljanjem krogle?

Skupina 2

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. "Črno škatlo" s tremi vhodi A, B, C povežemo preko stikala S in ampermetra na izvir enosmerne napetosti 9 V, kot kaže slika. Skozi ampermeter teče tok 3 A, ko je stikalo v legi A, oziroma 1 A, ko je stikalo v legi B. V "črni škatli" so med seboj povezani trije enaki uporniki (brez dodatnih premostitvenih žic). Ugotovi, kako so vezani uporniki v "črni škatli" ter določi neznano vrednost posameznega upora. Poišči rešitev, kjer je vrednost posameznega upora največja. Notranja upora ampermetra in izvira sta zanemarljiva.



2. V kalorimeter, v katerem je 1 kg vode pri temperaturi 30 °C, vržemo led pri temperaturi 0 °C. Končna temperatura vode je 10 °C. Časovni potek temperature vode je prikazan na grafu.

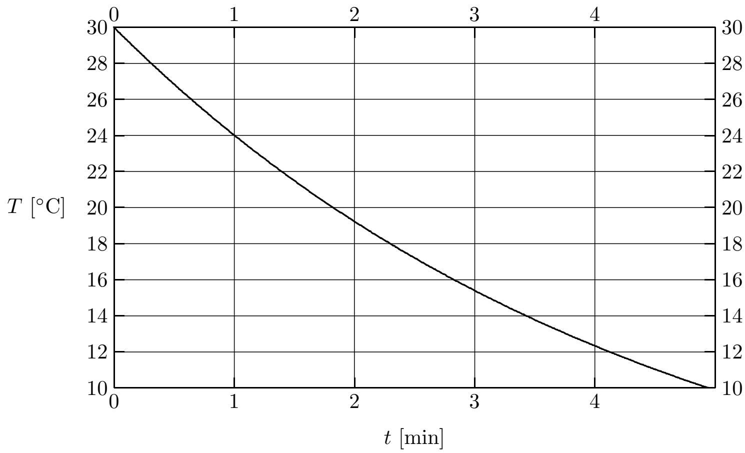
   a) Kolikšna je masa ledu, ki smo ga vrgli v kalorimeter?

   b) Kdaj se stali polovica ledu?

   c) V kalorimeter vstavimo grelec, ki vzdržuje stalno temperaturo vode 30 °C. V kolikšnem času se v tem primeru stali ves led?

   Specifična toplota vode je 4200 J/kgK, talilna toplota ledu 336 kJ/kg. Zanemari toplotno kapaciteto kalorimetra.

   Hitrost taljenja ledu (masa ledu, ki se stali v časovni enoti), je premo sorazmerna z razliko temperatur vode in ledu.



3. Iz dveh razsežnih kovinskih plošč sestavimo ploščati kondenzator in ga priključimo na izvir konstantne napetosti. Nato začnemo v prazen prostor med ploščama postopoma vstavljati enake steklene ploščice, tako da so le-te vzporedne s ploščama kondenzatorja. Debelina vsake ploščice znaša desetino razdalje med ploščama kondenzatorja, ploščina vsake ploščice pa je enaka ploščini ene plošče kondenzatorja. Vsako stekleno ploščico vstavimo tako, da v celoti leži v kondenzatorju. Največ koliko ploščic lahko vstavimo, preden kondenzator prebije, če je bila na začetku električna poljska jakost v kondenzatorju

   a) 21 kV/cm?

   b) 4 kV/cm?

   Zrak prenese največjo poljsko jakost 30 kV/cm, sicer prebije. Dielektričnost stekla je $\varepsilon = 7{,}0$. Delno zapolnjen kondenzator obravnavaj kot dvojico zaporedno vezanih kondenzatorjev. Če prazen kondenzator s kapaciteto C_0 zapolnimo s snovjo z dielektričnostjo ε, se mu kapaciteta poveča na εC_0.

4. Iz treh enakih kovinskih žičk zvarimo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. V dveh prostih krajiščih gugalnico vpnemo, tako da je prosto vrtljiva okoli vodoravne osi. Iz treh dodatnih žičk iz enakega materiala, ki imajo enako dolžino kot prve tri žičke, vendar pa drugačen presek (ploščino prečne ploskve), zvarimo enako gugalnico, kot je prva. Drugo gugalnico v njenih prostih krajiščih vpnemo v krajišči vodoravne žičke prve gugalnice, tako da je druga gugalnica tudi prosto vrtljiva okoli vodoravne osi, stika med obema gugalnicama pa dobro prevajata. Med prosti krajišči prve gugalnice priključimo izvir konstantne napetosti in v navpičnem homogenem magnetnem polju se skupek gugalnic odkloni. Kolikšno mora biti razmerje

med presekoma žičk obeh gugalnic, da bosta, ne glede na napetost izvira, gugalnici ležali v skupni ravnini?

Namig: Navore računaj okoli osi, na kateri leži vodoravna žička prve gugalnice. V tem primeru moraš upoštevati še komponenti sile, ki deluje v prostih krajiščih prve gugalnice in uravnovesi težo gugalnic in magnetno silo na gugalnici.

Maso žičk v drugi gugalnici izrazi z maso žičk m v prvi gugalnici, in upor žice v drugi gugalnici z uporom žice R v prvi gugalnici, oboje pa z razmerjem presekov k.

Skupina 3

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

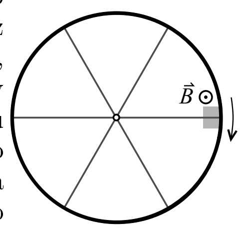
1. V morski globini 50 m se pri temperaturi 8 °C sprosti mehurček zraka s prostornino 4 cm^3 in prične dvigati.

   a) Izračunaj prostornino mehurčka tik pod gladino v dveh primerih: (i) če vzamemo, da je temperatura zraka konstantna, (ii) če pri dviganju zrak ne uspe izmenjati nič toplote z okolico.

   b) Približno izračunaj čas dviganja za oba primera pri vprašanju a).

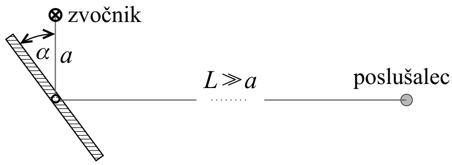
   Razmerje specifičnih toplot za zrak je $\kappa = 1{,}4$, povprečna kilomolska masa za zrak pa je 29 kg/kmol, gostota morske vode je 1,02 kg/dm^3, zunanji zračni tlak 100 kPa. Pri gibanju v vodi s hitrostjo v deluje na mehurček sila upora $F = \frac{1}{2}c_u\rho S v^2$, pri čemer je koeficient $c_u = 0{,}4$, S prečni presek mehurčka in ρ gostota vode. Predpostavljamo, da ima mehurček obliko krogle.

2. Kolo na sliki, vrtljivo brez trenja okoli vodoravne osi, ima 6 enakomerno razmaknjenih jeklenih prečk, ki povezujejo os z obodom. Dolžina prečke je 36 cm, njen prečni presek 1 mm^2, specifični upor jekla 0,1 Ωmm^2/m. Upor oboda in upor ležaja v osi, na katerega so pritrjene prečke, je zanemarljiv. Tik ob obodu postavimo trajen magnet z gostoto magnetnega polja 1 T, tako da zadnjih 6 cm prečke sega v magnetno polje. Širina magnetnega polja je 6 cm. Kolikšen *povprečni* navor je potreben, da se kolo vrti s stalno frekevenco 5 obratov na sekundo?



3. Poslušalec stoji na veliki oddaljenosti od zvočnika. V oddaljenosti a od zvočnika je os, okoli katere je vrtljiva navpična plošča (glej tloris na sliki). Pri katerih kotih α sliši poslušalec najmočnejši zvok z valovno dolžino $\lambda = \frac{a}{2}$? Razdalja do poslušalca L je mnogo večja od a.

4. Na zračni drči mirujeta telesi z masama po 500 g, povezani z vzmetjo s konstanto 2 N/m, tako da se prvo telo dotika stene. Drugo telo potisnemo proti steni za 10 cm in spustimo.



a) Kolikšna je hitrost prvega telesa, ko je hitrost drugega 15 cm/s, in se je prvo telo že odlepilo od stene?

b) Kolikšen je tedaj skrček (raztezek) vzmeti?

c) Kolikšna je amplituda nihanja posameznega telesa za opazovalca, ki se giblje skupaj s težiščem teles?

d) Kolikšna pa je za tega opazovalca amplituda hitrosti posameznega telesa? Iz amplitude hitrosti in amplitude odmika določi še frekvenco nihanja teles.

Ciril Dominko

Rešitve nalog z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2003/04

Skupina 1

1. *Podatki:* $M = 12$ kg, $m = 5$ kg, $N_0 = 6$.

   Navor teže ogrodja predalnika in predalov, ki so zaprti, mora biti večji ali kvečjei enak navoru odprtih predalov. Os za računanje navorov postavimo v rob predaln na strani, na kateri so izvlečeni predali.

$$(M + (N_0 - N)m)g\,\frac{a}{2} \geq Nmg\,\frac{a}{2}\,,$$

   pri čemer smo z a označili dolžino predala (in globino predalnika) in z N štev predalov, ki jih še lahko izvlečemo. Dobimo

$$N \leq \frac{M + N_0 m}{2m} = 4{,}2\,, \qquad \text{torej} \qquad N = 4\,.$$

   Izvlečemo lahko največ štiri predalnike.

2. *Podatki:* $k_s = 0{,}15$, $k_n = 0{,}30$.

   Če s F označimo silo, s katero učenec pritiska z nogama navpično na tla, je F_g – navpična sila, s katero pritiska stol na tla; F_g je teža učenca. V mejnem prime tik preden se stol premakne, je sila lepenja med nogami in tlemi nasprotno ena sili lepenja med stolom in tlemi:

$$Fk_n = (F_g - F)k_s \qquad \text{torej} \qquad F = F_g\,\frac{k_s}{k_n + k_s} = \frac{1}{3}\,F_g\,.$$

   Prenesti mora tretjino svoje teže.

3. *Podatki:* $v_0 = 5$ m/s, $M = 120$ g, $m = 20$ g, $l = 20$ cm.

   Ko žaba sproži jezik, se žaba z lokvanjem a brez jezika začne premikati v naspro smeri gibanja jezika s hitrostjo v, merjeno glede na mirujočega opazovalca. Za je hitrost težišča jezika za toliko manjša, torej $v_0 - v$. Ohranja se skupna giba količina:

$$0 = m(v_0 - v) - (M - m)v \qquad \text{od koder dobimo} \qquad v = \frac{mv_0}{M}\,.$$

   Pot žabe do trenutka, ko je jezik iztegnjen, je

$$s = vt = \frac{mv_0 t}{M} = \frac{l^* m}{M}\,,$$

pri čemer je $l^* = \frac{1}{2}l$ ravno pot, ki jo je prepotovalo težišče jezika glede na žabo. Ko se jezik ustavi, se ustavi tudi žaba, in na koncu zopet vsi mirujejo. Doseg žabinega jezika je manjši za pot s, torej

$$d = l - s = 18{,}3 \text{ cm}\,.$$

Premik žabe z lokvanjem izračunamo hitreje iz dejstva, da se pri sproženju jezika težišče žabe z jezikom in lokvanjem ne premakne, saj je vsota zunanjih sil na žabo enaka 0. Če je s premik žabe brez jezika in $l^* - s$ premik težišča jezika, velja

$$0 = (l^* - s)m - s(M - m)\,, \qquad s = \frac{l^* m}{M}\,,$$

tako kot v prejšnjem primeru.

4. *Podatki:* $a = 3$ m, $v_0 = 72$ km/h, $\varphi = 15°$; $v_0' = 2v_0$

a) Na prostem bi bil domet

$$s = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi = 20{,}4 \text{ m}\,.$$

b) Namesto v sobi si mislimo met na prostem. Prepotovana (vodoravna) razdalja $\frac{1}{2}\,a$, $\frac{3}{2}\,a$, $\frac{5}{2}\,a$, $\ldots = \frac{1}{2}a + (N-1)a$, $N = 1, 2, \ldots$, ustreza zaporednim trkom s stenama. Iz rezultata za domet pri poševnem metu pri a) potem sledi:

$$\tfrac{1}{2}a + (N-1)a = s\,, \qquad N = 1 + \left[\frac{s - \frac{1}{2}a}{a}\right] = [7{,}3] = 7 \text{ krat}\,.$$

Preveriti pa moramo, če se pri tem žogica ni dotaknila stropa; če se je, moramo to pri računu števila odbojev upoštevati.

Za čas dviganja velja $t_1 = v_0 \sin\varphi / g$, za višino, ki jo pri tem doseže pa:

$$h = v_0 \sin\varphi\, t_1 - \tfrac{1}{2}\, g t_1^2 = \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g} = 1{,}37 \text{ m}\,,$$

kar je res manj od višine stropa in račun je pravilen.

c) Če bi imela dvakrat večjo začetno hitrost, bi na prostem poletela štirikrat višje, zato v tem primeru doseže strop. Čas potovanja dobimo iz zveze za višino pri poševnem metu:

$$a = v_0' \sin\varphi\, t_2 - \tfrac{1}{2}\, g\, t_2^2\,.$$

Kvadratna enačba za t_2 ima smiselno rešitev

$$t_2 = \frac{v_0' \sin\varphi - \sqrt{{v_0'}^2 \sin^2\varphi - 2ga}}{g} = 0{,}347 \text{ s}\,.$$

V tem času bi na prostem v vodoravni smeri prepotovala

$$s' = v_0' \cos\varphi\, t_2 = 13{,}4 \text{ m}\,.$$

Torej se od sten odbije

$$N' = 1 + \left[\frac{s' - \frac{1}{2}\,a}{a}\right] = [4{,}97] = 4 \text{ krat}$$

in zadene strop na razdalji

$$l = s' - (N' - \tfrac{1}{2})a = 2{,}9 \text{ m}$$

od stene, od katere se je zadnjič odbila, oziroma 10 cm od stene, od katere se je odbila prvič.

Skupina 2

1. *Podatki:* $l = 20$ cm, $S = 10$ mm^2, $\lambda = 380$ W/mK, $m_v = 20$ g, $m_l = 10$ g, $T_0 = 0$ °C, $T_1 = 100$ °C, $T_2 = 40$ °C, $q_t = 336$ kJ/kg, $c_v = 4{,}2$ kJ/kgK, $c_p = 0{,}88$ kJ/kgK, $m_p = 50$ g.

   a) Toplotni tok, ki teče iz posode z vrelo vodo v posodo z ledom in vodo, je enak

$$P = \lambda S\,\frac{T_1 - T_0}{l} = 1{,}9 \text{ W}\,.$$

   Toplotni tok tali led; prejeta toplota se porabi za taljenje ledu, $Pt = m_l q_t$; od tod:

$$t = \frac{m_l q_t}{P} = \frac{m_l q_t l}{\lambda S\,(T_1 - T_0)} = 1770 \text{ s} = 29{,}5 \text{ min}\,.$$

   b) Temperaturna razlika ni stalna in se s časom zmanjšuje. Zato se zmanjšuje tudi toplotni tok, ki teče po palici. Približno ga lahko izračunamo tako, da vzamemo povprečno temperaturo vode, $T_s = \frac{1}{2}(T_2 + T_0) = 20$ °C. Toplotni tok je potem

$$P' = \lambda S\,\frac{T_1 - T_s}{l} = 1{,}5 \text{ W}\,.$$

   Sedaj se poleg vode (tu upoštevamo tudi vodo, ki je nastala pri taljenju ledu) segreva še posoda. Velja

$$\begin{aligned} t' &= \frac{[(m_v + m_l)c_v + m_p c_p](T_2 - T_0)}{P'} \\ &= \frac{[(m_v + m_l)c_v + m_p c_p](T_2 - T_0)l}{\lambda S\,(T_1 - T_s)} \\ &= 4500 \text{ s} = 75 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}\,. \end{aligned}$$

2. *Podatki:* $a = b = 30$ cm, $c = 5$ cm, $h = 6$ cm, $\rho_l = 800$ kg/m^3, $\rho_v = 1000$ kg/m^3, $\varepsilon = 81$.

Kvader je ravno ves potopljen, ko je spodnja ploskev oddaljena od dna za $d = h - c$. Tedaj električna privlačna sila uravnovesi vzgon, zmanjšan za težo kvadra:

$$eE = \rho_v V g - \rho_l V g = abc(\rho_v - \rho_l)\, g\,.$$

Upoštevamo, da je naboj na plošči zaradi dielektričnosti vode večji za faktor ε v primerjavi z nabojem, ki bi se nabral na praznem kondenzatorju, $e = CU$, $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$; E je električna poljska jakost *ene* plošče in je le polovica električne jakosti v kondenzatorju, torej $E = U/2d$. Ravnovesje torej zahteva

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 abU}{d}\frac{U}{2d} = abc(\rho_v - \rho_l)\, g$$

in od tod

$$U = \sqrt{\frac{2(h-c)^2 c(\rho_v - \rho_l)\, g}{\varepsilon\varepsilon_0}} = 5{,}2 \text{ kV}\,.$$

3. *Podatki:* $\varphi = 20°$

Z l označimo dolžino ene žičke, z m njeno maso, S je prečni presek žičke, ζ njen specifični upor in U napetost, ki jo priključimo na žičke.

a) V prvem primeru teče tok skozi tri enake zaporedno vezane upornike z uporom po $R = \zeta l/S$:

$$I = \frac{U}{3\frac{\zeta l}{S}} = \frac{US}{3\zeta l}\,.$$

V drugem primeru se efektivni presek srednje žičke poveča dvakrat, zato je tok v tem primeru enak

$$I' = \frac{U}{\frac{2\zeta l}{S} + \frac{\zeta l}{2S}} = \frac{2US}{5\zeta l}\,,$$

iskano razmerje pa

$$\frac{I'}{I} = \frac{6}{5} = 1{,}2\,.$$

b) V ravnovesju sta navor magnetne sile in navor teže žičk enaka. K navoru prispeva le magnetna sila na srednjo žičko, ki kaže v vodoravni smeri, pravokotna na žičko. Velja:

$$F_m l \cos\varphi = M_g\,.$$

Magnetna sila je enaka

$$F_m = IlB = \frac{U}{3\frac{\zeta l}{S}}\, lB = \frac{UBS}{3\zeta}\,.$$

Navor teže je sestavljen iz prispevkov treh žičk:

$$M_g = (2\,\tfrac{1}{2}lm + lm)g\sin\varphi\,.$$

Iz enačbe za ravnovesje navorov dobimo:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{F_m l}{(2\,\frac{1}{2}lm + lm)g} = \frac{UBS}{6\zeta mg}\,.$$

V drugem primeru pa po vezju teče tok I', ki smo ga zapisali pri a), in za silo dobimo:

$$F'_m = \frac{2UBS}{5\zeta}\,.$$

Navor teže se poveča:

$$M'_g = (2\,\tfrac{1}{2}lm + 2lm)g\sin\varphi'\,.$$

Iz ravnovesja navorov v tem primeru sledi

$$\mathrm{tg}\varphi' = \frac{F'_m l}{(2\,\frac{1}{2}lm + 2lm)g} = \frac{2UBS}{15\zeta mg}\,.$$

Iz razmerja obeh tangensov končno sledi:

$$\frac{\mathrm{tg}\varphi'}{\mathrm{tg}\varphi} = \frac{12}{15}\,, \qquad \mathrm{tg}\varphi' = \frac{4}{5}\,\mathrm{tg}\varphi\,,$$

$\varphi' = 16°$.

4. *Podatki:* $U_0 = 310$ V, $R_0 = 1\ \Omega$, $\delta = 5°$.

Razlika obeh napetosti požene tok po zaporedno vezanih generatorjih:

$$I = \frac{U_1 - U_2}{2R_0} = \frac{U_0\cos\omega t - U_0\cos(\omega t + \delta)}{2R_0}\,.$$

Iz adicijskega izreka sledi

$$I = -\frac{2U_0}{2R_0}\,\sin(\omega t + \tfrac{1}{2}\delta)\sin(-\tfrac{1}{2}\delta) = \frac{U_0}{R_0}\,\sin\tfrac{1}{2}\delta\sin(\omega t + \tfrac{1}{2}\delta)\,.$$

Notranji upornik generatorja porablja moč:

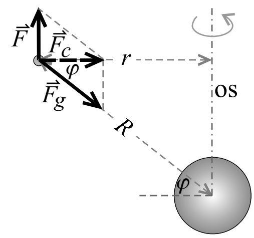
$$P = R_0 I^2 = \frac{U_0^2}{R_0}\,\sin^2\tfrac{1}{2}\delta\sin^2(\omega t + \tfrac{1}{2}\delta)\,.$$

Povprečna moč je polovica največje:

$$\overline{P} = \frac{U_0^2}{2R_0}\sin^2\tfrac{1}{2}\delta = 91\ \mathrm{W}\,.$$

1. *Podatki:* $m = 100$ kg, $\varphi = 30°$, $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

   Sila motorja, F, in gravitacijska sila F_g, se morata sešteti v centripetalno silo, F_c, ki kaže proti središču kroženja. Iz slike razberemo $F_c = F_g \cos\varphi$ in $F = F_g \sin\varphi$. Newtonov zakon za kroženje pove:



$$m\omega^2 r = F_c = F_g \cos\varphi = \frac{GmM}{R^2} \cos\varphi \,.$$

   Velja še $r = R\cos\varphi$ ter $\omega = 2\pi/t_0$, pri čemer je $t_0 = 24$ ur. Za oddaljenost satelita od središča Zemlje dobimo

$$R = \sqrt[3]{\frac{GMt_0^2}{4\pi^2}} = 4{,}2 \cdot 10^7 \text{ m} = 42\,000 \text{ km} \,.$$

   Sila motorja je enaka

$$F = F_g \sin\varphi = \frac{GmM}{R^2} \sin\varphi = m\omega^2 R \sin\varphi = 11{,}2 \text{ N} \,.$$

2. (glej nalogo II/4.)

3. *Podatki:* $m = 2$ kg, $k_1 = 1000$ N/m, $k_2 = 500$ N/m.

   Ko sta vzmeti skrčeni, obe poganjata blok; ko večja vzmet doseže lego, v kateri je nenapeta, pa nihanje poganja le manjša vzmet. Če bi na blok delovala le manjša vzmet, bi blok nihal z nihajnim časom

$$t_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 0{,}40 \text{ s} \,.$$

   Pri nihanju v prvem primeru označimo skrčka vzmeti s_1 in s_2, tako da je skupni skrček $s = s_1 + s_2$ in pospešek

$$a = -\omega^2 s = -\omega^2(s_1 + s_2) \,.$$

   Iz zakona o vzajemnem učinku sledi, da sta obe vzmeti napeti z enako silo $F = k_1 s_1 = k_2 s_2$; sila F tudi poganja nihanje v prvem primeru:

$$-\omega^2(s_1 + s_2) = -k_2 s_2 \,.$$

Izrazimo $s_1 = s_2k_2/k_1$ in dobimo

$$-\omega^2\left(\frac{s_2k_2}{k_1}+s_2\right) = -k_2s_2 \qquad \text{ali} \qquad \omega^2 = \frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}\,.$$

Nihajni čas takšnega nihala bi bil

$$t_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)} = 0{,}49\ \mathrm{s}\,.$$

Ker pa niha pol nihaja v prvem in pol nihaja v drugem načinu, je čas enega nihaja

$$t_0 = \frac{t_1+t_2}{2} = 0{,}44\ \mathrm{s}\,.$$

4. *Podatki:* $U_1 = 12$ V, $U_1 = 8$ V, $\lambda_1 = 520$ nm.

   Električna moč, ki se porablja v žarnici, se v celoti izseva. Iz Stefanovega zakona dobimo:

$$\frac{U_1^2}{R} = S\sigma T_1^4 \qquad \text{in} \qquad \frac{U_2^2}{R} = S\sigma T_2^4\,.$$

   Enačbi delimo in ugotovimo

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{U_1}{U_2}\,.$$

   Iz Wienovega zakona sledi $\lambda_1T_1 = \lambda_2T_2$. Končno dobimo:

$$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = \frac{U_1}{U_2} \qquad \text{ali} \qquad \lambda_2 = \lambda_1\sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = 640\ \mathrm{nm}\,.$$

Rešitve nalog z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2003/04

Skupina 1

1. *Podatki:* $m_o = 30$ kg, $m_s = 10$ kg, $k_t = 0{,}05$, $k_s = 0{,}1$, $l = 1$ m, $F = 80$ N.

   Sani pospešuje sila sestrice, nasprotujeta pa ji sili trenja med sanmi in tlemi ter med sanmi in otrokom. Pospešek sani dobimo iz Newtonovega zakona:

$$m_s a = F - k_t F_p - k_s F_o\,,$$

   pri čemer je F_o teža otroka in F_p sila podlage na sani, ki je nasprotno enaka teži otroka in sani: $F_p = m_o g + m_s g$. Dobimo

$$a = \frac{F - m_o g(k_t + k_s)}{m_s} - g k_t = 3{,}1 \text{ m/s}^2\,.$$

   Do zdrsa prepotuje otrok pot $\frac{1}{2}l$. Iz

$$\tfrac{1}{2}l = \tfrac{1}{2}at^2 \qquad \text{sledi} \qquad t = \sqrt{\frac{l}{a}} = 0{,}57 \text{ s}\,.$$

2. *Podatki:* $a = 10$ m, $v_J = 1{,}2$ m/s, $v_R = 0{,}5$ m/s.

   Janezeva hitrost glede na obalo je vektorska vsota njegove hitrosti glede na reko in hitrosti reke. Glede na obalo mora plavati po zveznicah med količki.

   Po zveznici, ki je pravokotna na reko, mora Janez glede na reko plavati v takšni smeri, da je komponenta njegove hitrosti v smeri toka nasprotno enaka hitrosti reke. Komponenta v smeri prečno na reko je potem

$$v_1 = \sqrt{v_J^2 - v_R^2} = 1{,}09 \text{ m/s}\,,$$

   saj komponenti in velikost hitrosti tvorijo pravokotni trikotnik.

   Med naslednjima dvema količkoma plava glede na reko v smeri pod kotom α glede na zveznico količkov. Pri tem mora biti komponenta njegove hitrosti, pravokotna na smer zveznice, nasprotno enaka komponenti hitrosti reke v tej smeri:

$$v_R \sin 30^\circ = v_J \sin\alpha\,,$$

   komponenti v smeri zveznice pa se seštejeta v

$$v_2 = v_J \cos\alpha + v_R \cos 30^\circ\,.$$

Iz obeh enačb sledi

$$v_2 = \sqrt{v_J^2 - (\tfrac{1}{2}v_R)^2} + v_R \cos 30^\circ = 1{,}61 \text{ m/s}\,.$$

Za plavanje med zadnjima dvema količkoma podobno velja

$$v_3 = \sqrt{v_J^2 - (\tfrac{1}{2}v_R)^2} - v_R \cos 30^\circ = 0{,}74 \text{ m/s}\,.$$

Čas plavanja je

$$t = \frac{a}{\sqrt{v_J^2 - v_R^2}} + \frac{a}{\sqrt{v_J^2 - (\frac{1}{2}v_R)^2} + v_R \cos 30^\circ} + \frac{a}{\sqrt{v_J^2 - (\frac{1}{2}v_R)^2} - v_R \cos 30^\circ} = 29 \text{ s}\,.$$

3. *Podatki:* $l = 100$ m, $g_x = 6$ m/s^2.

   Izhodišče koordinatnega sistema postavimo v levi rob ploščadi; os x postavimo v smeri pravokotno na ploščad, os y pa v smeri desnega planeta. Iz gravitacijskega zakona določimo komponenti gravitacijskega pospeška v izhodišču:

$$g_x = \frac{4GM}{R^2} = 6 \text{ m/s}^2\,, \qquad g_y = \frac{GM}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2} = \frac{g_x}{3} = 2 \text{ m/s}^2\,.$$

   Za dovolj mahne poti lahko privzamemo, da se gravitacijski pospešek s krajem ne spreminja, zato se v obeh smereh kamen giblje enakomerno pospešeno. Za gibanje v smeri x velja

$$v_x = v_0 - g_x t\,, \qquad x = v_0 t - \tfrac{1}{2}g_x t^2$$

   in v smeri y:

$$v_y = g_y t\,, \qquad y = \tfrac{1}{2}g_y t^2\,.$$

   Kamen pade na ploščad, ko je x zopet 0, tj. ob času $t = 2v_0/g_x$. V tem času v smeri y prepotuje pot

$$l = \tfrac{1}{2}\frac{g_y}{g_x}\frac{4v_0^2}{g_x} = \frac{2v_0^2}{3g_x}\,, \qquad v_0 = \sqrt{\frac{3g_x l}{2}} = 30 \text{ m/s}\,.$$

4. *Podatki:* $M = 0{,}5$ kg, $m = 0{,}1$ kg, $l = 10$ cm, $F = 100$ N.

   a) Hitrost v_0 izračunamo iz spremembe kinetične energije, ki je enaka delu sile F na poti l:

$$\tfrac{1}{2}m{v_0'}^2 = A = Fl\,, \qquad v_0' = \sqrt{\frac{2Fl}{m}} = 14{,}1 \text{ m/s}\,.$$

   b) Na koncu se klada z izstrelkom giblje s hitrostjo v; iz ohranitve gibalne količine sledi

$$v = \frac{mv_0}{M+m}\,.$$

Sprememba kinetične energije je enaka delu, ki se porabi za ustavljanje izstrelka v kladi. Delo je enako kot v prejšnjem primeru. Velja

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 - \tfrac{1}{2}(M+m)v^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2\,\frac{M}{M+m} = A$$

in od tod

$$v_0 = \sqrt{\frac{2A}{m}\,\frac{(M+m)}{M}} = v_0'\sqrt{\frac{M+m}{M}} = 15{,}5\ \mathrm{m/s}\,.$$

c) Sila F', ki ustavlja izstrelek, hkrati tudi pospešuje klado. Če z a označimo pospešek izstrelka in z a' pojemek klade, lahko zapišemo

$$a = \frac{F'}{m} = \frac{v_0 - v}{t} = \frac{v_0}{t}\,\frac{M}{M+m}\,, \qquad a' = \frac{F'}{M} = \frac{v}{t} = \frac{v_0}{t}\,\frac{m}{M+m}\,,$$

če je t čas ustavljanja izstrelka. V tem času prepotuje klada pot s, izstrelek pa $s+l$ in velja

$$s = \tfrac{1}{2}a't^2 = \tfrac{1}{2}vt\,, \qquad s + l = v_0 t - \tfrac{1}{2}at^2 = \tfrac{1}{2}(v_0+v)t\,.$$

Enačbi delimo in dobimo

$$\frac{s+l}{s} = \frac{v_0+v}{v} = \frac{M+2m}{m}\,,$$

od koder izluščimo

$$s = \frac{m}{M+m}\,l = \frac{l}{6} = 1{,}7\ \mathrm{cm}\,.$$

Silo najhitreje izrazimo iz enačbe za a':

$$F' = Ma' = \frac{Mv}{t} = \frac{Mv^2}{2s} = \tfrac{1}{2}mv_0^2\,\frac{M^2}{l(M+m)^2}\,,$$

pri čemer smo t izrazili iz zveze $s = \frac{1}{2}vt$, v zadnjem koraku pa v iz ohranitve gibalne količine (glej b)) in s iz zgornje zveze. Upoštevamo še zvezo med A in v_0, ki smo jo izpeljali pri b), in dobimo

$$F' = \frac{A}{l}\,\frac{M}{M+m} = \frac{M}{M+m}\,F = \frac{5F}{6} = 83\ \mathrm{N}\,.$$

Skupina 2

1. *Podatki:* $U = 9$ V, $I_{\mathrm{AC}} = 3$ A, $I_{\mathrm{BC}} = 1$ A.

   Prvi upornik je vezan med A in B, naslednja dva pa vzporedno med A in C. Iz $R_{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2}R = U/I_{\mathrm{AC}} = 3\ \Omega$ dobimo $R = 6\ \Omega$. Upor med B in C je potem $R = 9\ \Omega$, kar je v skladu z vrednostjo izraza U/I_{BC}. (Obstaja še ena rešitev, a pri manjšem $R = 3\ \Omega$.)

2. *Podatki:* $T_0 = 0$ °C, $T_z = 30$ °C, $T_k = 10$ °C, $m_v = 1$ kg, $c_p = 4200$ J/kgK, $q_t = 336$ kJ/kg.

a) Toplota, ki jo voda odda, se porabi za taljenje ledu in segrevanje vode, ki je nastala iz staljenega ledu. Če z m označimo maso ledu, lahko zapišemo:

$$m_v c_p (T_z - T_k) = m(q_t + c_p(T_k - T_0)) \,, \qquad m = \frac{m_v c_p (T_z - T_k)}{q_t + c_p(T_k - T_0)} = 0{,}222 \text{ kg} \,.$$

b) Če s T označimo temperaturo vode, ko se stali polovica ledu, velja

$$m_v c_p (T_z - T) = \tfrac{1}{2} m(q_t + c_p(T - T_0)) \,,$$

od koder

$$T = \frac{m_v c_p T_z + \frac{1}{2} m c_p T_0 - \frac{1}{2} m q_t}{c_p(m_v + \frac{1}{2} m)} = 19 \text{ °C} \,.$$

Iz grafa odčitamo, da je to po 2,05 min.

c) Vodo segreva grelec z močjo P. Količino ledu, ki se stali v času Δt, označimo z Δm. Dovedeno delo v tem času, $A = P\Delta t$, se porabi za taljenje ledu in za segrevanje vode, ki je nastala iz ledu, od tališča, T_0, do temperature vode v kalorimetru, T_z:

$$\Delta m(q_t + c_p(T_z - T_0)) = P \Delta t \,.$$

Od tod izluščimo moč:

$$P = (q_t + c_p(T_z - T_0)) \, \frac{\Delta m}{\Delta t} \,.$$

Ker je hitrost taljenja $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ konstantna, je tudi moč konstantna. Da bo temperatura vode v kalorimetru stalna, mora dovedena moč nadomestiti toplotni tok P_Q, ki ga voda oddaja ledu, $P = P_Q$. Tok P_Q je enak toplotnemu toku, ki ga je voda oddajala v primeru a) in b) pri začetni temperaturi T_z:

$$P_Q = \left. \frac{m_v c_P \Delta T}{\Delta t} \right|_{T = T_z} \,.$$

Izraz $\left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{T=T_z}$ je za majhne Δt kar enak odvodu krivulje (strmini tangente na krivuljo) na grafu $T(t)$ v začetni točki. Narišemo tangento v začetni točki in ugotovimo, da je njena strmino 6,7 K/s. Končno dobimo za čas taljenja

$$t = \frac{m(q_t + c_p(T_z - T_0))}{P} = \frac{m(q_t + c_p(T_z - T_0))}{m_v c_p \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{T=T_z}} = 220 \text{ s} = 3{,}67 \text{ min} \,.$$

3. *Podatki:* $E_p = 30$ kV/cm, $\varepsilon = 7{,}0$, a) $E_0 = 21$ kV/cm, b) $E_0 = 4$ kV/cm.

Napetost na kondezatorju na začetku zapišemo kot $U = E_0 l$. Ko vstavimo v kondenzator ploščo z debelino x, lahko privzamemo, da je kondenzator sestavljen iz dveh zaporedno vezanih kondenzatorjev, prvega z debelino $l-x$, ki je prazen, in drugega z debelino x, ki ga napolnjuje steklo z dielektričnostjo ε. Celotna napetost je vsota napetosti na prvem kondenzatorju, U_1, in napetosti na drugem, U_2. Napetosti sta v obratnem razmerju kapacitet:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{x}}{\dfrac{\varepsilon_0 S}{l-x}}=\frac{(l-x)\varepsilon}{x}\,.$$

Iz zgornje zveze izrazimo U_2 in vstavimo v enačbo $U_1+U_2=U$. Sledi:

$$U_1\left(1+\frac{x}{(l-x)\varepsilon}\right)=U=E_0 l\,.$$

Napetost na praznem delu izrazimo z električno poljsko jakostjo v tem delu kondenzatorja, $U_1=E(l-x)$, in dobimo

$$E=E_0\cdot\frac{1}{1-\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\frac{x}{l}}.$$

Jakost E je monotono rastoča funkcija x, kar pomeni, da lahko pri nekem x pride do preboja v praznem delu. Največja možna jakost v praznem delu je dosežena pri $x=l$, ko znaša $E=\varepsilon E_0$. V primeru b) je največja jakost 28 kV/cm, torej do preboja ne pride niti pri povsem zapolnjenem kondenzatorju. V primeru a) pa nam pogoj $E=E_p=30$ kV/cm da

$$\frac{x}{l}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\left(1-\frac{E_0}{E_p}\right)=0{,}35\,,$$

torej pride do preboja pri vstavljenih štirih steklenih ploščicah.

4. Zapišimo najprej pogoj za ravnovesje navorov na drugo gugalnico. Navore računamo gled na os, ki gre skozi stičišči s prvo. K navoru prispevajo vodoravna magnetna sila na prečko, F_2, in teže treh prečk. Če je gugalnica nagnjena za kot ϑ_2 glede na navpičnico in z a označimo dolžino prečke, velja

$$\left(2m_2 g\,\frac{a}{2}+m_2 g a\right)\sin\vartheta_2-F_2 a\cos\vartheta_2=0\,,$$

od koder sledi

$$\tan\vartheta_2=\frac{F_2}{2m_2 g},$$

Na prvo gugalnico deluje v vodoravni žički še sila druge gugalnice, s komponentama F_2 v vodoravni in $3m_2 g$ v navpični smeri. Os postavimo v krajiščih, kjer je gugalnica vpeta. Velja:

$$\left(2m_1 g\,\frac{a}{2}+(m_1+3m_2)ga\right)\sin\vartheta_1-(F_1+F_2)a\cos\vartheta_1=0\,,$$

kjer je F_1 magnetna sila na vodoravno žičko prve gugalnice. Iz ravnovesja navorov za prvo gugalnico tako dobimo

$$\tan\vartheta_1 = \frac{F_1+F_2}{2m_1g+3m_2g} = \tan\vartheta_2\cdot\frac{1+\frac{F_1}{F_2}}{\frac{3}{2}+\frac{m_1}{m_2}},$$

Naloga sprašuje po pogoju za enakost kotov, ki je izpolnjen, ko je zadnji ulomek enak 1. Upoštevamo še, da je razmerje tokov skozi gugalnici $I_2/I_1 = R_1/(3R_2)$, če je R_1 upor žičke v prvi gugalnici in R_2 v drugi. Sledi

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{I_1}{I_2} = 3\frac{R_2}{R_1} = 3\frac{S_1}{S_2}$$

in

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2}\,.$$

Dobimo

$$1+3\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}+\frac{S_1}{S_2}\,,\qquad \text{od koder sledi}\qquad \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}.$$

Skupina 3

1. *Podatki:* $V_1 = 4\ \mathrm{cm}^3$, $p_0 = 100\ \mathrm{kPa}$, $h = 50\ \mathrm{m}$, $\kappa = 1{,}4$, $\rho_v = 1{,}02\ \mathrm{kg/dm}^3$, $M = 29\ \mathrm{kg/kmol}$, $c_u = 0{,}4$.

   a) Prva sprememba je izotermna in velja

$$V' = V_1\,\frac{p_1}{p_0} = V_1\,\frac{p_0+\rho g h}{p_0} = 6V_1 = 24\ \mathrm{cm}^3\,,$$

   pri čemer je p_1 tlak v globini h, druga pa adiabatna

$$p_0V^\kappa = p_1V_1^\kappa\,,\qquad V = V_1\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1/\kappa} = 6^{1/1{,}4}V_1 = 14{,}4\ \mathrm{cm}^3\,.$$

   b) Ko se mehurček dviga, vzgon uravnovesi težo zraka v mehurčku in silo upora na mehurček

$$\frac{4\pi r^3}{3}\,\rho g = \tfrac{1}{2}\rho c_u\pi r^2v^2 + \frac{4\pi r^3}{3}\,\rho_z g\,.$$

   Ker je gostota zraka mnogo manjša od gostote vode, zadnji člen lahko zanemarimo. Za hitrost dobimo

$$v^2 = \frac{8g}{3c_u}\,r = \frac{8g}{3c_u}\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\,.$$

   Iz začetne prostornine dobimo hitrost na začetku, iz končnih pa končni hitrosti v obeh primerih:

$$v_1 = 0{,}80\ \mathrm{m/s},\qquad v_2' = 1{,}08\ \mathrm{m/s},\qquad v_2 = 0{,}99\ \mathrm{m/s}.$$

Časa dviganja ocenimo iz povprečne hitrosti:

$$t' = \frac{2h}{v_1 + v_2'} = 53 \text{ s}\,, \qquad t = \frac{2h}{v_1 + v_2} = 56 \text{ s}\,.$$

2. *Podatki:* $N = 6$, $r = 36$ cm, $a = 6$ cm, $\zeta = 0{,}1\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$, $S = 1\ \text{mm}^2$, $B = 1$ T, $\nu = 5\ \text{s}^{-1}$.

   Ko gre prečka skozi magnetno polje, se v njej inducira napetost

$$U_i = vaB = 2\pi\nu\left(r - \tfrac{1}{2}a\right)aB = 0{,}622 \text{ V}\,,$$

   pri čemer smo za hitrost stavili hitrost točke na prečki, ki gre skozi sredino magnetnega polja. Inducirani tok steče po prečki in se v osi kolesa razveji na 5 enakih tokov, ki stečejo po prečkah, ki niso v magnetnem polju. Nadomestni upor vezja je

$$R = R_0 + \frac{R_0}{5} = \frac{6R_0}{5}\,, \qquad R_0 = \frac{\zeta r}{S}\,,$$

   inducirani tok pa

$$I_i = \frac{U_i}{R} = 14{,}4 \text{ A}\,.$$

   Na prečko v magnetnem polju deluje navor

$$M = \left(r - \tfrac{1}{2}a\right)F = \left(r - \tfrac{1}{2}a\right)aI_iB = 0{,}285 \text{ Nm}\,,$$

   pri čemer smo za ročico vstavili razdaljo od osi do točke na prečki, ki gre skozi sredino magnetnega polja.

   Pri enem obratu je skupna pot prečk v magnetnem polju enaka $6a$, celotna pot pa $2\pi(r - \frac{1}{2}a)$. Za povprečni navor zato sledi:

$$\overline{M} = \frac{6a}{2\pi\left(r - \frac{1}{2}a\right)}M = \frac{5\nu a^3\left(r - \frac{1}{2}a\right)B^2S}{r\zeta} = 0{,}0495 \text{ Nm}\,.$$

3. *Podatki:* $\lambda = \frac{1}{2}a$.

   Mislimo si lahko, da odbito valovanje prihaja iz navideznega izvira, ki ustreza zrcalni sliki zvočnika na drugi strani plošče. Izvira sta na razdalji $d = 2a\sin\alpha$. Valovanje je ojačeno v smereh, za katere velja

$$d\sin\vartheta = N\lambda\,,$$

   pri čemer ϑ merimo od simetrale izvirov. Za smer do poslušalca velja $\vartheta = \frac{1}{2}\pi - \alpha$. Dobimo

$$2a\sin\alpha\sin(\tfrac{1}{2}\pi - \alpha) = 2a\sin\alpha\cos\alpha = a\sin 2\alpha = \tfrac{1}{2}Na$$

ali

$$\sin 2\alpha = \frac{N}{2},$$

s smiselnimi rešitvami

$$\alpha = 15^\circ \quad \text{in} \quad 75^\circ \quad (N=1), \quad 45^\circ \quad (N=2).$$

4. *Podatki:* $m = 500$ g, $k = 2$ N/m, $s_0 = 10$ cm, $v_2 = 15$ cm/s.

a) Dokler se prvo telo še dotika stene, drugo telo niha z amplitudo s_0 in krožno frekvenco $\omega = \sqrt{k/m} = 2\ \mathrm{s}^{-1}$. Prvo telo se odlepi od stene, ko je sila vzmeti enaka 0, ko je torej raztezek vzmeti enak 0. V tem trenutku je hitrost drugega telesa enaka $v_0 = \omega s_0 = 20$ cm/s, hitrost prvega telesa pa je seveda enaka 0. Po tem se vzmet razteza, zato se hitrost prvega telesa povečuje, drugega pa zmanjšuje. Ker na telesi ne deluje nobena zunanja sila, se ohranja skupna gibalna količina,

$$mv_1 + mv_2 = mv_0, \qquad \text{torej} \qquad v_1 = v_0 - v_2 = 5\ \mathrm{cm/s}.$$

b) Ohranja se še vsota kinetične in prožnostne energije, ki je enaka kinetični energiji, ko je vzmet nenapeta, oziroma prožnostni energiji, ko telesi mirujeta:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}ks^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}ks_0^2.$$

Od tod dobimo raztezek

$$s = \sqrt{\frac{m(v_0^2 - v_1^2 - v_2^2)}{k}} = 6{,}1\ \mathrm{cm}.$$

c) Telesi nihata drugo proti drugemu z enako amplitudo A; največji raztezek (skrček) vzmeti je potem $s_{\mathrm{max}} = 2A$. Ko je raztezek največji, telesi mirujeta glede na težišče, za zunanjega opazovalca pa se gibljeta s hitrostjo težišča:

$$v_1 = v_2 = v^* = \tfrac{1}{2}v_0.$$

Iz ohranitve kinetične in prožnostne energije sledi

$$2\,\tfrac{1}{2}m\left(\tfrac{1}{2}v_0\right)^2 + \tfrac{1}{2}k(2A)^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

in od tod

$$A = \sqrt{\frac{mv_0^2}{8k}} = \frac{v_0}{\sqrt{8}\,\omega} = \frac{s_0}{2\sqrt{2}} = 3{,}53\ \mathrm{cm}.$$

d) Ko vzmet ni obremenjena, sta hitrosti teles za opazovalca v težišču največji: $v_1' = v_A$ in $v_2' = -v_A$. Za zunanjega opazovalca sta ti dve hitrosti $v_1 = v^* + v_A$ in $v_2 = v^* - v_A$. Ker je prožnostna energija sedaj enaka 0, velja

$$\tfrac{1}{2}m\left(\tfrac{1}{2}v_0 + v_A\right)^2 + \tfrac{1}{2}m\left(\tfrac{1}{2}v_0 - v_A\right)^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

in

$$v_A = \frac{v_0}{2} = 10 \text{ cm/s}\,.$$

Frekvenco nihanja dobimo iz razmerja amplitud pri d) in c):

$$\omega' = \frac{v_A}{A} = \sqrt{2}\,\omega = 2{,}83 \text{ s}^{-1}\,, \qquad \nu = 0{,}45 \text{ s}^{-1}\,.$$