presek 6
IX
1981–82

PAVLE ZAJC

TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA

Zbirka rešenih nalog iz matematike za učence petih in šestih razredov osnovnih šol SR Slovenije

LIST ZA MLADE
MATEMATIKE
FIZIKE
ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS

V S E B I N A

Z A U V O D

V Sloveniji stopamo že v drugo desetletje tekmovanj iz matematike za učence višjih razredov osnovnih šol, ki preizkušajo svoje znanje za pridobitev VEGOVIH PRIZNANJ: bronasta, srebrna in zlata.

Če si pripravljen izpopolnjevati svoje znanje, pobrskaj po nalogah, ki jih imaš pred seboj. Rešitve nalog naj ti bodo le v oporo za preverjanje samostojnega dela. Zagotovo boš vesel, če boš sam prišel do pravilnega rezultata ali našel izvirnejšo in preprostejšo pot do rešitve.

Torej, ne prepisuj slepo rešitev, ker tako zagotovo ne bo uspeha. Če boš v zadregi, se posvetuj z učiteljem mentorjem.

Veliko uspeha ti želijo avtorji.

Organizatorjem šolskih tekmovanj priporočamo, da uspešnim tekmovalcem podeljujejo bronasta Vegova priznanja (glej sliko na III. strani ovitka). Ta lahko dobite s popustom, ki velja za vse društvene publikacije, pri Komisiji za tisk DMFA SRS, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, pp 6, po 8.- din.

P R E S E K O V A K N J I Ž N I C A ; 11. - Pavle Zajc s sodelavci: Bojan Mohar, Mirko Dobovišek, Franci Forstnerič, TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA : Zbirka rešenih nalog iz matematike za učence petih in šestih razredov osnovnih šol SR Slovenije. - Jezikovni Pregled Ivanka Šircelj, slike Slavko Lesnjak, rokopis sta natipkali Metka Žitnik in Dragica Kobe. - Urednik Ciril Velkovrh. - Odogovrni urednik Andrej Kmet. - Natisnila Tiskarna ČGP "Delo" v nakladi 20 000 izvodov. - Subvencionirali RSS in ISS.

A.

NALOGE ZA UČENCE V. IN VI. RAZREDA

1. Kolikokrat se pojavi cifra 2 v zapisu vseh naravnih števil od 1 do 999?
2. Sestavi matematični izraz, ki vsebuje štiri sedmice in ima rezultat enak ena. Pri zapisu lahko uporabiš operacije seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja. Ali znaš sestaviti podobne izraze, ki dajo vrednost 2, 3, ..., 9?
3. Med dana števila zapiši računske znake (+, -, ·, :) tako, da bo rezultat 1, 10 in 100. Vrstnega reda števil ne smeš zamenjati.

   1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 1
   1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 10
   1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 100
4. Dokaži, da množice števil {1, 2, 3, 4, 5, 6} ne moremo razbiti v dve skupini tako, da bodo vsote števil v obeh skupinah enake! Ali dano množico lahko razbijemo na tri skupine z enako vsoto?
5. Naravna števila od 1 do 30 razdeli v pet skupin z istim številom elementov tako, da bodo vsote števil v vseh skupinah enake.
6. Namesto črke a vstavi ustrezno cifro tako, da bo $2a3 + 3a2 = 625$
7. Katero število je v zaporedju lihih števil (1, 3, 5, 7, ...) na 90. mestu?
8. Vsota cifer štirimestnega števila je 22. Njegova trikratna vrednost je štirimestno število, ki se končuje s 55. Katero je to število?
9. Vsota treh naravnih števil je 110. Določi ta števila, če veš, da je tretje število 7-krat manjše od prvega, drugo pa 3-krat večje od tretjega!
10. Izberi si dve naravni števili, a in b $(a > b)$. Najprej števili seštej, nato pa od vsote odštej razliko teh izbranih števil. Primerjaj rezultat s številom b! Kakšna je zveza med njima? Ugotovi, zakaj ta zveza velja za poljubni števili a in b!
11. Vsota dveh števil je 38, njuna razlika pa 16. Kateri števili sta to?
12. Pri deljenju nekega števila s 13 dobimo ostanek 3, pri deljenju z 12 pa ostanek 11 in isti količnik kot pri prvem deljenju. Določi to število!
13. Izračunaj vsoto deliteljev števil 6 in 144! Upoštevaj tudi to, da vsako število deli samo sebe!
14. Poišči šest zaporednih naravnih števil, katerih vsota je 1275!
15. Če nekemu številu prištejemo 121, dobimo isti rezultat, kot če to število pomnožimo z 12. Poišči to število!
16. Dani sta množici

   $A = \{x;\ x = 4k - 3,\ k \in N \text{ in } k \le 7\}$ in
   $B = \{x;\ x = 3k - 2,\ k \in N \text{ in } k < 7\}$ Določi $A \cap B$.

17. Reši enačbi:

a) $1101001_2 = x_5$
b) $30303_5 = x_2$

18. V vsaki od dolnjih enačb enake črke označujejo enake, različne črke pa različne cifre števil, ki jih je treba poiskati. V enačbah pika pomeni znak za množenje.

a) $\overline{aac} + \overline{cca} = 1554$
b) $\overline{ac} \cdot \overline{aca} = \overline{acac}$
c) $5 \cdot \overline{abc} = \overline{dad}$
č) $\overline{abcd} \cdot 9 = \overline{dcba}$

19. S katero cifro se končuje razlika
1.2.3. .... .18.19 - 1.3.5. .... .17.19

20. Vsota števil a in b je 495. Število a se končuje z ničlo. Če to ničlo prečrtamo, dobimo število b. Določi obe števili!

21. Poišči štiri zaporedna parna števila, katerih vsota je enaka 4052!

22. Koliko je šestmestnih števil, katerih vsota cifer je enaka 3?

23. Produkt dveh števil je 3600. Če se en faktor poveča za 12, drugi faktor pa se ne spremeni, dobimo produkt 4500. Določi obe števili!

24. Poišči števili, katerih vsota je enaka 729 in je prvo število osemkrat večje od drugega!

25. Iz cifer 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in 9 sestavi pet dvomestnih števil tako, da bo njihov produkt čim večji. Vsako cifro upoštevaj le enkrat.

26. S katerim najmanjšim naravnim številom moramo pomnožiti število 2520, da dobimo kvadrat naravnega števila?

27. a in b sta cifri števila $x = \overline{3a2b}$. Kolikšna sta a in b, če je število x deljivo s 3 in 5? Poišči vse možnosti!

28. S koliko ničlami se končuje produkt 1.2.3.4.5. .... .97.98.99?

29. Koliko je naravnih števil, manjših od 1000, ki niso deljiva ne s 3 in ne s 5?

30. Pokaži, da je vsota vseh naravnih števil od 1 do 90 deljiva s 7!

31. Na koliko možnih načinov lahko postavimo oklepaje v izrazu

a) 3 : 3 : 3 : 3
b) 2 : 2 : 2 : 2 : 2

Katere vrednosti imajo izrazi ob različnih postavitvah oklepajev?

32. Koliko je tromestnih števil, ki imajo isto vrednost, če jih beremo z leve na desno ali obratno?

33. Koliko je neparnih trimestnih števil, ki so deljiva s 5?

34. S katero cifro se konča število 2^{200}? Odgovor utemelji!

35. V številu $\overline{a5b}$ zamenjaj a in b s takima ciframa, da bo deljivo s 6 ($a \neq b$). Poišči vse možnosti!

36. Koliko je naravnih števil, manjših od 1000, ki niso deljiva ne s 5 in ne s 7?

37. a) Določi najmanjše naravno število, večje od ena, ki pri deljenju z vsakim od števil 4, 5, 6, 7, 8, 9 in 10 da ostanek ena.
b) Poišči vsaj še dve števili, ki imata tako lastnost!

38. Kateri od naslednjih dveh ulomkov je večji: 314/777 ali 314314/777777?

39. Dana sta ulomka 35/396 in 28/297. Poišči najmanjše naravno število tako, da bo količnik tega števila z obema od danih ulomkov naravno število!

40. Kolikokrat je vrednost izraza $0{,}6 : \dfrac{1\frac{1}{2} + 0{,}5 : 2\frac{1}{2} - 0{,}25}{15 - 0{,}5}$ manjša od 48?

41. Izračunaj: $1\frac{7}{20} : 2{,}7 + 2{,}7 : 1{,}35 \cdot (0{,}4 : 2\frac{1}{2}) \cdot (4{,}2 - 1\frac{1}{40})$

42. Po velikosti razvrsti ulomke:
a) a/b, d/b, e/b in c/b, če je $a > d > c > e$ in $b > 0$
b) $1/a$, $1/b$, $1/c$ in $1/d$, če je $a > d > c > b$

43. a, b in k so naravna števila. Če je $k > 1$, primerjaj po velikosti ulomke:
a) a/b in $a.k/b$
b) a/b in $a/(b.k)$
c) a/b in $(a:k)/b$
d) a/b in $a/(b:k)$
e) $a.k/b$ in $a/(b.k)$
f) $(a:k)/b$ in $a/(b.k)$
g) $(a.k)/(b.k)$ in a/b

44. Dan je ulomek $(a-1)/a$, kjer je a naravno število. Kaj se dogaja z ulomkom, če število a večamo? Ali je lahko vrednost danega ulomka enaka 1 ali večja od 1?

45. a in b naj bosta naravni števili in $a < b$. Primerjaj po velikosti ulomka: a) a/b in $(a - 1)/(b - 1)$ b) a/b in $(a + 1)/(b + 1)$

46. Izračunaj:
a) $\dfrac{0{,}01^2 \,.\, 0{,}2}{0{,}002 : 0{,}1^2}$ b) $\dfrac{1{,}5 : 0{,}003}{(3{,}05 - 2{,}65) \,.\, 4 : 0{,}2}$

47. a) Produkt $0{,}04 \,.\, 0{,}006$ je napisan v obliki $a \,.\, 1/10^6$. Poišči število a!
b) Reši enačbo: $a \,.\, 1/10^5 = 0{,}2 \,.\, 0{,}008$

48. Vsota treh števil je $15\frac{41}{45}$. Prvo število je $4\frac{1}{3}$, drugo je za $1\frac{8}{15}$ večje od prvega. Katero je tretje število?

49. Vsota polovice, petine in osmine nekega števila je 66. Katero je to število?

50. Če neko število povečaš za petino, dobiš 30. Katero število je to?

51. Reši enačbe:
a) $x + (0{,}25 + \frac{1}{3}) \cdot \frac{6}{7} = 10$
b) $8\frac{3}{4} - y = 5{,}75$
c) $z - \frac{4}{5} : 2{,}5 = \frac{17}{25}$
d) $2.u + \frac{3}{4} \cdot u = \frac{55}{4}$
e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 12$
f) $(3{,}25 - 1\frac{1}{4}).z = (1{,}375 - \frac{3}{8})$

52. Poišči množici rešitev-parov naravnih števil za naslednji dve enačbi:
a) $1/x + 1/y = 1/2$ b) $x + y = 6$

53. Reši enačbe: a) $x + 1/4 > 2 + 1/4$ b) $4 - x > 4 - 1/2$
c) $9/8 + x < 9/8 + 1/2$

54. Vsota števca in imenovalca nekega ulomka je 220. Po okrajšanju dobimo ulomek 7/13. Določi ulomek pred krajšanjem!

55. Ulomku 3/7 povečamo števec in imenovalec za isto število. Količnik danega in dobljenega ulomka je 1/2. Določi število, ki smo ga prišteli števcu in imenovalcu!

56. Pri kateri vrednosti spremenljivke x ima izraz $16/(4x + 5)$ vrednost 2?

57. Za kakšne vrednosti spremenljivke x je ulomek $1/(2x + 1/2)$
a) enak 1, b) večji od 1, c) manjši od 1

58. Določi množico rešitev enačbe $(2x - 5/6) \cdot (0{,}01 - x) = 0$

59. Katero vrednost mora imeti število t, da bo izraz $(7 : 5/6 - t/5) \cdot 0{,}6$ enak nič?

60. Dokaži naslednjo trditev: če je n naravno število, potem je $n(n - 1)/2$ celo število.

61. Določi naravno število n tako, da bo $n \cdot (n + 1) \cdot (2n + 1) = 84$

62. Na ribolovu je prvi ribič ujel pet rib, drugi pa tri. Kasnejši pojedini se je pridružil popotnik, ki je bil pripravljen plačati jima svoj obrok rib. Ribiča sta spečene ribe razdelila na tri enake dele in neznanec jima je za svoj del odštel 8 dinarjev. Kako sta si ribiča pravično razdelila denar?

63. V dveh košarah je enako število jabolk. Če iz obeh košar vzamemo skupaj 33 jabolk, ostane v prvi 31, v drugi pa 22 jabolk. Koliko jabolk smo vzeli iz prve košare?

64. Ko so Aleša vprašali, koliko let ima, je odgovoril: "Sem trikrat mlajši od očeta in trikrat starejši od sestre Brede." Breda pa še doda: "Jaz in oče imava skupaj 50 let." Koliko je star oče?

65. Marko, Nada in Olga so si razdelili 7548 din. Marko dobi 222 din manj kot Nada, Olga pa dobi toliko kot Marko in Nada skupaj. Koliko denarja dobi vsak?

66. Lev poje ovco sam v dveh urah, volk sam v treh in pes sam v šestih urah. V kolikem času bodo pojedli ovco skupaj?

67. V delovni organizaciji je zaposlenih petkrat več moških kot žensk. Izračunaj, koliko je vseh zaposlenih, če je moških za 640 več od žensk!

68. Na treh policah je skupaj 180 knjig. Na drugi polici je trikrat več knjig kot na prvi in na tretji polici je dvakrat več knjig kot na drugi. Koliko knjig je na posameznih policah?

69. Na 7 velikih tovornjakov in na 3 manjše naložimo skupaj $36\frac{1}{2}$ t tovora.
Na vsakem manjšem tovornjaku je dvakrat manj tovora kot na velikem. Kolikšen je tovor na manjšem in kolikšen na velikem tovornjaku?

70. V tovarni sadnih sokov so pretočili 205 litrov soka v 500 večjih in manjših steklenic. Število manjših steklenic je za 100 večje od števila večjih. Večje steklenice držijo po $0{,}5\ell$. Koliko držijo manjše steklenice in koliko je steklenic vsake vrste?

71. Volumen kosa ledu je za 1/15 večji od volumna vode, iz katere je nastal. Koliko litrov vode dobimo iz kvadra ledu z robovi 75cm, 24cm in 18cm?

72. Na $743\frac{2}{3}$cm dolgem obodu kolesa so zobje. Vsak zob je širok $3\frac{5}{6}$cm, presledek med dvema zobema pa je $4\frac{1}{4}$cm. Koliko zob ima kolo?

73. Če stočimo iz polnega zbiralnika 2/3 vode in še 2/3 ostanka, ostane v zbiralniku 84ℓ. Koliko litrov drži zbiralnik?

74. Nakdo je porabil 3/5 denarja, ki ga je imel, nato še 5/9 ostanka ter še 3/8 novega ostanka. Ostalo mu je 80 din. Koliko denarja je imel na začetku?

75. V dveh garažah je 110 strojev, v prvi jih je $1\frac{1}{2}$ - krat več kot v drugi. Koliko strojev je v vsaki garaži?

76. Pri nakupu avtomobila sodelujejo trije člani družine. Prvi prispeva 20% kupne cene, drugi 2/5 cene, tretji pa 26000 din. Koliko plača vsak izmed njih?

77. V stanovanjskem bloku stanujejo štiri družine. Prva ima 3 člane, druga pet, ostali dve družini pa po štiri. Kako si bodo - sorazmerno s številom družinskih članov - razdelili stroške za vodo v višini 5504 din? Izrazi deleže posameznih družin v procentih!

78. Ceno blaga so znižali za 10%. Za koliko procentov bi morali novo ceno zvišati, da bi bila spet enaka kot poprej?

79. Od dveh števil je drugo za 25% večje od prvega. Za koliko procentov je prvo število manjše od drugega?

80. Če zmanjšamo število za 70%, dobljeni ostanek pa za 20%, dobimo 63. Katero število smo imeli na začetku?

81. Vsota dveh števil je 120. Določi ju, če je 40% prvega števila enako šestdesetim procentom drugega!

82. Za koliko procentov se spremeni vrednost ulomka, če števec zmanjšamo za 10%, imenovalec pa povečamo za 10%.

83. Za koliko procentov moramo povečati število 48, da dobimo 80% števila 75?

84. Za 25% povečana dolžina pravokotnega igrišča meri 12,5m, za 10% povečana širina pa 8,8m. Izračunaj dolžini stranic pravokotnega igrišča in izrazi povečanje njegove ploščine v procentih!

85. Sveža goba vsebuje 90% vode, suha pa 12%.
a) Koliko kg suhih gob dobimo iz 10 kg svežih?
b) Koliko kg svežih gob moramo posušiti, da dobimo 10 kg suhih?

86. Dani sta števili a in b. Število a povečamo za 10%, b pa zmanjšamo za 10%. Za koliko procentov se pri tem spremeni njun produkt?

87. Za koliko % se mora povečati višina trikotnika, da se njegova ploščina poveča za 25%. Pri povečanju višine ostane dolžina osnovnice nespremenjena.

88. Za koliko % se poveča površina kocke, če rob kocke povečamo za 10%?

89. Dolžino kvadrata povečamo za 25%, širino za tretjino, višino pa zmanjšamo za 10%. Za koliko procentov se spremeni prostornina tega kvadra?

90. Bazen polnijo tri cevi. Prva cev ga napolni sama v 8 urah, druga v 10 in tretja v 20 urah. Koliko % bazena se napolni, če vsako od cevi odpremo za dve uri?

91. Izračunaj kote trikotnika, če meri prvi kot $\frac{2}{5}$ drugega in hkrati četrtino tretjega kota!

92. Iz točke, ki leži v notranjosti topega kota α, sta narisani dve pravokotnici na kraka. Pravokotnici oklepata kot, ki meri $\frac{2}{3}$ kota α. Koliko meri kot α?

93. Kolikšen kot oklepata simetrali ostrih kotov v pravokotnem trikotniku?

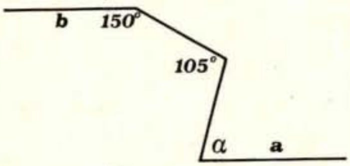
94. V enakokrakem trapezu meri kot med simetralo kota α in višino 56°. Koliko merijo koti enakokrakega trapeza?

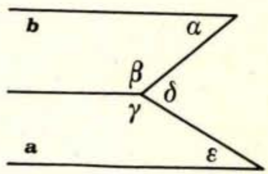
95. Kolik kot oklepata kazalca na uri ob času četrt na ena?

96. Nariši poljuben trikotnik s kotoma $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$. V njem nariši vse višine. Izračunaj vse kote, ki jih dobiš na sliki!

97. Nariši pravokotni trikotnik s kateto a = 6cm in kotom $\beta = 37^\circ\ 30'$ (s šestilom in ravnilom)! Nariši še višino na hipotenuzo in izračunaj vse kote, ki jih dobiš na sliki!

98. a) Izračunaj kot α, če sta kraka a in b vzporedna
b) Izračunaj kote: α, β, γ, δ in ε, če je $\beta = 4\alpha$, $\gamma = 5\varepsilon$ in sta kraka a in b vzporedna!





99. Podaljška nesosednjih stranic pravilnega petkotnika oblikujeta kot. Kolikšna je njegova velikost?

100. Višini enakokrakega topokotnega trikotnika podaljšamo tako, da dobimo kot 48°. Kolikšni so notranji koti trikotnika?

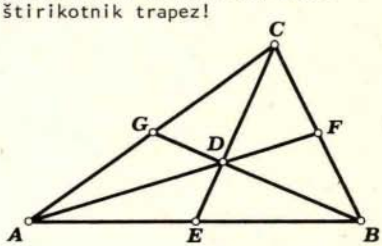
101. Vsota dveh zunanjih kotov trikotnika je 270°. Dokaži, da je trikotnik pravokoten!

B.

NALOGE ZA UČENCE VI. RAZREDA

102. Velikosti kotov v štirikotniku so zaporedoma: x, $x+20$, $x+30$, $x+50$. Izračunaj vse kote in dokaži, da je štirikotnik trapez!

103. Spojnica središč osnovnic trapeza $ABCD$ je enaka njihovi polovični razliki $\frac{a-c}{2}$. Določi vsoto kotov ob daljši osnovnici!



104. Koliko trikotnikov je na sliki?

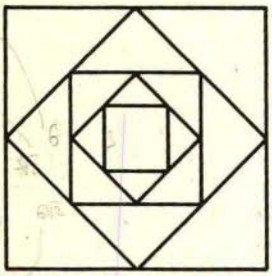
105. Kvadrat razreši na pet delov tako, da boš iz njih sestavil dva enaka kvadrata.

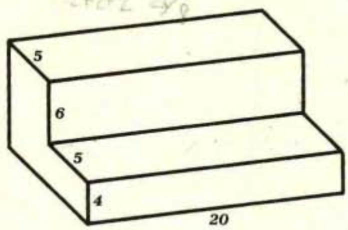
106. Kolikšna je lahko ploščina pravokotnika, če so dolžine stranic izražene z naravnimi števili in je obseg pravokotnika 14?

107. Nariši samo s šestilom pet točk, ki bodo ležale na isti premici (kolinearne točke)!

108. Če se stranica nekega kvadrata poveča za 11cm, se ploščina poveča za $319 cm^2$. Kolika je stranica kvadrata?

109. Ploščina kvadrata je $144 mm^2$. Kolikšna je ploščina najmanjšega kvadrata? (Oglišča vsakega kvadrata so v središčih stranic predhodnega večjega kvadrata.)





110. Izračunaj površino in prostornino telesa, ki ga kaže slika zgoraj!

111. Lesen kvader, ki je dolg 5dm, širok 4dm in visok 3dm, pobarvamo z zeleno barvo in nato razrežemo na kocke velikosti $1 dm^3$. Koliko je kockic, ki so pobarvane s treh strani, dveh in ene strani in koliko je nepobarvanih?

112. Kolik je rob kocke, če je mersko število površina enako merskemu številu prostornine?

113. Koliko je premic, določenih s petimi točkami? Nariši skice za vse možnosti!

114. Nariši vse možne razporeditve 12 luči v 6 vrst, tako da so v vsaki vrsti 4 luči!

115. Pet enakih kvadratov oblikuje "križ" - ob vsaki stranici kvadrata je po en kvadrat. S štirimi rezi razreži križ na pet delov, tako, da iz njih sestaviš kvadrat.

116. Ali obstaja trikotnik, ki ima vse višine manjše od 1 cm in je njegova ploščina $100 cm^2$?

117. Danemu krožnemu izseku včrtaj krog.

118. V enakokrakem trapezu je diagonala pravokotna na krak. Kje leži središče očrtanega kroga?

119. Nariši enakokrak trapez s podatki: $a = 7$ cm, $c = 4$ cm, $\alpha = 75°$!

120. Nariši pravokotnik s stranico $b = 10$ cm in vsoto diagonale in druge stranice $d + a = 15$ cm.

121. Nariši pravokotni trikotnik z razliko katet $b - a = 3$ cm in kotom $\alpha = 30^\circ$!

122. Nariši trikotnik z obsegom 10 cm, kotom $\gamma = 45^\circ$ in kotom $\alpha = \gamma/2$!

123. Nariši enakokraki trapez z osnovnicama 5 cm in 2 cm ter kotom 45° ob daljši osnovnici!

124. Nariši trikotnik ABC, če je dana stranica b, vsota drugih dveh stranic $a + c$ in višina v_a na stranico a!

125. V ravnini so dane tri vzporedne premice. Nariši enakostranični trikotnik, ki ima na vsaki od teh premic po eno oglišče!

126. Dani sta vzporedni premici p in q in točka A, ki leži med premicama. Nariši pravilni šestkotnik tako, da bo točka A oglišče 6-kotnika, očrtan krog pa se dotika p in q!

127. Dane so krožnice $k_1(S_1, r_1)$, $k_2(S_2, r_2)$ in $k_3(S_3, r_3)$, $r_1 < r_2 < r_3$. Nariši enakostranični trikotnik tako, da bodo oglišča ležala na danih krožnicah!

128. Dan je kot (a, b) in točka $T \in a$. Nariši krožnico s polmerom $r = 2$ cm tako, da se dotika kraka b in gre skozi točko T. Koliko je rešitev?

129. Pot a preseka reko b pod ostrim kotom. Kurir gre iz mesta M, ki leži v tem kotu, do poti a, kjer odda pismo, do reke b, kjer napoji konja, in se nato vrne v mesto M. Kako naj ubere pot, da bo najkrajša?

130. Dana je premica p in točka $T \notin p$. Konstruiraj krožnico k, ki gre skozi točko T in je p njena tangenta!

131. Poljubnemu krogu očrtaj enakostranični trikotnik!

132. Dani sta premici p in q. Nariši krožnici k_1 in k_2, ki se med seboj dotikata, premici p in q pa sta njuni skupni tangenti!

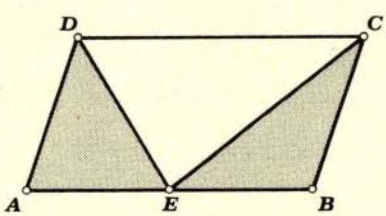
133. Krožnici k očrtaj trapez $ABCD$, ki ima kota ob osnovnici enaka 60° in 45°!

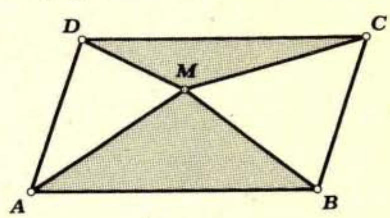
134. Kraja A in B ležita na različnih straneh povsod enako široke reke. Želimo ju povezati s cesto in z mostom. Kam naj postavimo most, da bo pot najkrajša? Most mora seveda stati pravokotno na reko!

135. Stranice trikotnika ABC označimo z a, b in c, polmer trikotniku včrtanega kroga z r. Dokaži, da je ploščina trikotnika ABC

$$p = \frac{a + b + c}{2} \cdot r$$

136. V paralelogramu $ABCD$ je točka E središče stranice AB. Dokaži, da sta ploščini trikotnika AED in BCE enaki! (glej levo sliko)





137. Naj bo M poljubna točka v paralelogramu $ABCD$. Dokaži, da je vsota ploščin trikotnikov AMB in CMD enaka vsoti ploščin trikotnikov BMC in AMD! (glej desno sliko na prejšnji strani)

138. Če vsako stranico konveksnega štirikotnika $ABCD$ podaljšamo v isti smeri za njeno dolžino, dobimo štirikotnik $A_1B_1C_1D_1$, ki ima ploščino petkrat večjo od ploščine danega štirikotnika $ABCD$. Dokaži!

139. Dan je trikotnik ABC in točka M na eni izmed stranic trikotnika. Konstruiraj premico skozi točko M, ki razpolovi trikotnik na dva ploščinsko enaka dela!

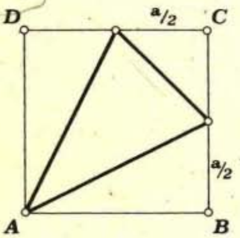
140. V trikotniku ABC s kotoma $B = 15°$ in $C = 30°$ je v oglišču A načrtana pravokotnica na stranico AB. Njen presek s stranico BC je točka D. Dokaži, da je $\overline{BD} = 2 \cdot \overline{AC}$!

141. V paralelogramu $ABCD$ so točke P, Q, R in S središča stranic AB, BC, CD, DA. Premice (A, Q), (B, R), (C, S), (D, P) se sekajo in oblikujejo štirikotnik. Dokaži, da je štirikotnik paralelogram!

142. Diagonali AC in BD poljubnega trapeza $ABCD$ se sekata v točki O. Dokaži, da sta ploščini trikotnika ADO in BCO enaki!

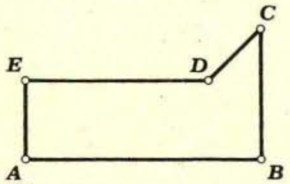
V naslednjih nalogah izračunaj z danimi podatki ploščino danih likov.

143.



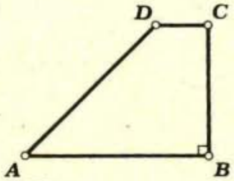
$a = 20$ cm

144.



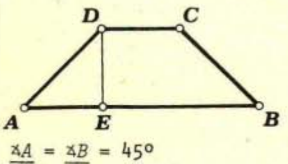
$\overline{AB} = 9$ cm
$\overline{AE} = 3$ cm
$\overline{BC} = 5$ cm
$\sphericalangle C = 45°$

145.



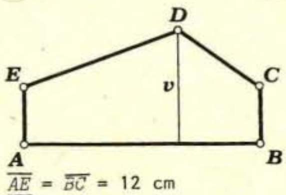
$\overline{BA} = 7$ cm
$\overline{BC} = 5$ cm
$\sphericalangle BAD = 45°$

146.



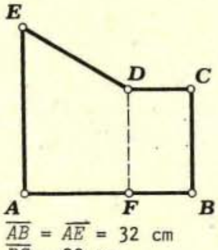
$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 45°$
$\overline{DC} = \overline{DE} = 10$ cm

147.



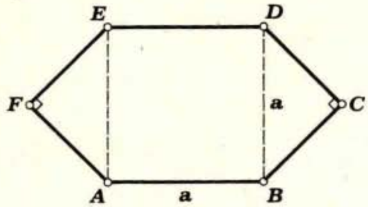
$\overline{AE} = \overline{BC} = 12$ cm
$\overline{AB} = 50$ cm
$v = 24$ cm

148.



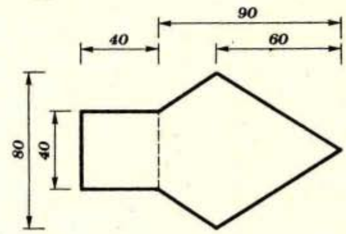
$\overline{AB} = \overline{AE} = 32$ cm
$\overline{BC} = 20$ cm
$\overline{AF} = 22$ cm
$\overline{FD} = 20$ cm

149.

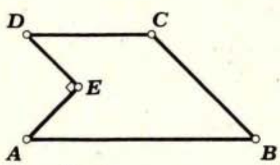


$a = 12$ cm
$\overline{AF} = \overline{EF}$
$\overline{BC} = \overline{DC}$

150.

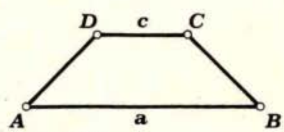


151.



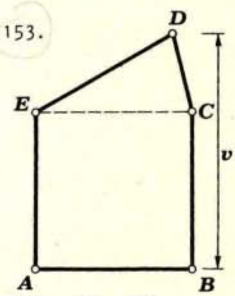
$\overline{AD} = 5$ cm
$\overline{DC} = 6$ cm
$\sphericalangle B = 45°$
$\sphericalangle E = 90°$

152.



$a = 5$ cm
$c = 2$ cm
$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 45°$

153.



$\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{ED}$
$\sphericalangle D = 75°$
$v = 15$ m

154. Trikotnik in trapez imata enako osnovnico $a = 7$ dm. Višina trikotnika je $\frac{5}{7}$ osnovnice trikotnika, višina trapeza pa je $\frac{3}{5}$ višine trikotnika. Koliko meri druga osnovnica trapeza, če je ploščina trapeza za 20 cm^2 večja od ploščine trikotnika?

155. Ploščina trikotnika ABC meri 95 dm^2. Na stranici BC leži točka D tako, da je razdalja $\overline{BD}$ petina razdalje $\overline{BC}$. Kolika je ploščina trikotnika DCA?

156. V enakokrakem trapezu je dana srednjica s. Kolikšna je ploščina trapeza, če se diagonali sekata pravokotno?

157. Točka M deli stranico AB enakostraničnega trikotnika ABC na 6 cm in 2 cm dolga dela. Iz točke M sta narisani pravokotnici na ostali dve stranici. Koliko je oglišče C oddaljeno od pravokotnic?

158. Izračunaj ploščino pravokotnika, če je dolžina dvakrat večja od širine in je ploščina številčno enaka obsegu!

C.

NALOGE IZ TEKMOVANJ ZA UČENCE VI. RAZREDA

1970

159. Načrtaj deltoid $ABCD$ ($\overline{AB} = \overline{BC}$), če je $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\delta = 150^\circ$!

160. Izračunaj $\frac{2}{3} + 6\frac{2}{3}\,(11\frac{1}{3} - 5{,}4) : 9\frac{8}{9}$!

161. Rozine dobimo iz grozdja, ki ob sušenju izgubi 68% teže. Koliko grozdja potrebujemo za 2kg rozin?

162. V enakokrakem trapezu merita osnovnici 11cm in 5cm, diagonala trapeza pa razpolavlja njegov ostri kot. Izračunaj obseg trapeza!

163. V trikotniku ABC je $\alpha = 58^\circ$ in $\beta = 84^\circ$. Kolikšen je kot med simetralo kota γ in višino na stranico c?

1971

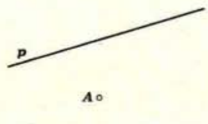
164. Dopolni "magični kvadrat" tako, da bodo vsote števil v vseh vrstah, stolpcih in na obeh diagonalah enake! Okrajšaj ulomke! (glej sliko)

$\frac{1}{6}$		
	$\frac{5}{12}$	
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

165. Po redu plovbe izpluje ladja A iz pristanišča vsak četrti dan, ladja B vsak osmi dan in ladja C vsak deseti dan. Dne 29. maja so izplule vse tri ladje. Katerega dne bodo naslednjič vse tri ladje zapustile pristanišče?

166. Pravokotno šolsko igrišče, ki je bilo 80m dolgo in 48m široko, so povečali tako, da so zvečali dolžino za 15%, širino pa za četrtino. Za koliko % je sedaj ploščina igrišča večja?

167. Premica p naj bo simetrala enakokrakega trikotnika, točka A pa eno izmed njegovih oglišč. Načrtaj trikotnik, če je njegova višina enaka osnovnici! Opiši načrtovanje!



168. Iz belih kock z robom 1cm sestavimo večjo kocko z robom 3cm. Površje te kocke rdeče prepleskamo.
a) Koliko malih kock sestavlja večjo kocko?
b) Koliko malih kock nima prepleskane nobene ploskve?
c) Koliko malih kock ima prepleskano le eno ploskev?
č) Koliko malih kock ima prepleskani 2 ploskvi?
d) Koliko malih kock ima prepleskane 3 ploskve?
e) Koliko malih kock ima prepleskane 4 ploskve?

1972

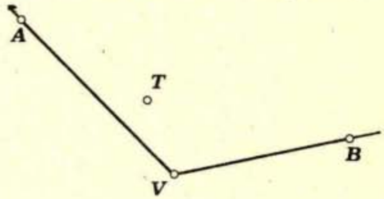
169. Kolikokrat je vsota števil $2\frac{3}{4}$ in $6\frac{5}{12}$ večja od njune razlike?

170. Na tekmovanju so dosegli: Janez $83\frac{1}{3}\%$ vseh možnih točk, Marko $\frac{4}{5}$, Meta 75%, Milica $\frac{7}{8}$ in Boris $\frac{2}{3}$ vseh točk. Določi vrstni red tekmovalcev po uspehu!

171. Dolžine trikotnikov stranic so naravna števila. Ena stranica meri 7 cm, druga pa 1 cm.
a) Kakšen je ta trikotnik?
b) Kolikšen je njegov obseg?

172. Pravokotnik in romb sta ploščinsko enaka. Pravokotnikova osnovnica meri 8dm 5cm, obseg pa 29dm. Višina romba meri 3dm 4cm. Izračunaj obseg romba!

173. Dan je topi kot AVB in v njegovi notranjosti točka T. Skozi točko T nariši premico p tako, da bo na krakih kota odrezala daljici $\overline{VM} = \overline{VN}$! (glej sliko)



1973

174. Popotnik je prehodil $\frac{3}{8}$ poti med dvema krajema. Ko bo prehodil še 5km, bo na polovici poti. Kolikšna je razdalja med tema krajema?

175. Zapiši v prazna polja taka števila, da bo produkt vseh treh števil v vsaki vodoravni in vsaki navpični vrsti enak 5! (glej sliko)

$\frac{1}{8}$		4
	$\frac{1}{5}$	
20		

176. V trikotniku merita kota $\alpha = 40^\circ$ in $\beta = 74^\circ$. Nariši simetrali njunih zunanjih kotov in izračunaj kot, ki ga oklepata.

177. Obleka je stala 800 din. Ceno so zvišali za 10%, čez nekaj časa pa znižali za 10%. Koliko stane obleka zdaj?

178. Nariši pravokotnik ABCD ($\overline{AB} = 8$cm, $\overline{BC} = 6$cm). Na stranici CD določi točko E, ki je od D oddaljena 5cm. Zveži A in E. Kolikšen del pravokotnika je lik $ABCD$?

1974

179. Določi za a, b in c take vrednosti, da velja:
$$\frac{a+2}{5} = \frac{12}{10} \qquad \frac{b-2}{5} = \frac{12}{10} \qquad \frac{4}{c+2} = \frac{12}{15}$$

180. Ko so prodajalko vprašali, koliko jajc ima v košari, je rekla: Če jemljem iz košare po 2 jajci, po 3 ali po 4 jajca, mi vselej 1 ostane; če jih jemljem po 7, mi ne ostane nobeno. Zagotovo pa vem, da jih je manj kot 100. Koliko jajc je bilo v košari?

181. Nariši pravokotnik s stranicama a in b. Razdeli stranico a na 4 enake dele, stranico b pa na 5 enakih delov. Osenči del pravokotnika, ki predstavlja $(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5})$ njegove ploščine!

182. Nariši poljuben paralelogram in ga s tremi premicami, ki gredo skozi isto oglišče, razdeli na 4 ploščinsko enake dele. Opiši lego teh premic!

1975

183. Če seštejemo zmanjševanec, odštevanec in razliko, dobimo 624. Razlika je za 56 večja od odštevanca. Koliki so zmanjševanec, odštevanec in razlika?

184. V tovarni so povečali načrtovano proizvodnjo v prvem polletju za 18%, v drugem polletju pa še za 12% glede na prvo polletje. Koliko je bilo skupno letno povečanje glede na načrtovano proizvodnjo?

185. V pravokotnem trikotniku ABC je stranica AB hipotenuza. Podaljšaj jo prek krajišča A za dolžino stranice AC in prek krajišča B za dolžino stranice BC. Dobljeni krajišči E in F zveži z ogliščem C! Koliko meri kot ECF?

186. V enakokrakem trapezu $ABCD$ merita osnovnici 8cm in 12cm, višina pa 5cm. Razpolovišča trapezovih stranic so oglišča novega štirikotnika.
a) Kakšen lik je to?
b) Primerjaj njegovo ploščino s ploščino trapeza!

1976

187. Izračunaj: $(\frac{4}{45} - \frac{1}{15}) \cdot 30 + \frac{2,55 : 0,85 - 1 : 0,5}{(5,292 - 5,289) : 0,001} =$

188. Planet Jupiter obkroži Sonce v 12 letih, planet Saturn pa v 30 letih. Leta 1941 sta bila oba hkrati na isti strani Sonca in smo ju z Zemlje videli oba skupaj. Katerega leta ju bomo spet lahko videli oba skupaj?

189. Marjan, Janez, Borut, Bojan, France in Milan so tekmovali v vožnji s kolesi. Marjan je prišel na cilj za Janezom, a pred Borutom. Za Bojanom ni prišel nihče več. France je prišel na cilj četrti, Milan je bil na cilju pred Marjanom, vendar ni bil zmagovalec. Zapiši imena fantov po vrstnem redu, kakor so prihajali na cilj!

190. Dan je kvadrat. Če mu podaljšamo stranice za 2cm, ima novi kvadrat za 24cm^2 večjo ploščino. Kolika je ploščina prvotnega kvadrata?

191. V enakokrakem trapezu merita osnovnici 18cm in 13cm, diagonala trapeza leži na simetrali ostrega kota. Izračunaj obseg trapeza!

1977

192. Na tovornjaku je pivo v zabojih po 25 steklenic in sadni sok v zabojih po 24 steklenic. Steklenic s sokom je natanko dvakrat toliko kot pivskih, vseh skupaj pa je manj kot 2000. Vse steklenice so v zabojih in vsi zaboji so polni. Koliko steklenic sadnega soka je na tovornjaku?

193. Nekdo si pripravi skodelico črne kave in vrček mleka. Odpije eno šestino skodelice in vanjo dolije mleka do roba. Potem odpije četrt skodelice in dolije mleka do roba. Nato odpije pol skodelice in zopet dolije mleka do roba. Končno izpije skodelico do dna. Česa je popil več: črne kave ali mleka?

194. Katero število moraš zmanjšati za 15%, da dobiš 102?

195. V ravnini R sta nevzporedni skladni daljici AB in A_1B_1. Kontruiraj točko C tako, da bo trikotnik ABC skladen s trikotnikom A_1B_1C!

196. Če se tri premice sekajo v isti točki, je vsota treh nesosednih kotov enaka iztegnjenemu kotu. Dokaži!

1978

197. Na tekmovanju je 14 učencev rešilo vse naloge, 32% učencev je rešilo le nekatere naloge, 12% učencev pa ni rešilo nobene naloge. Koliko učencev je tekmovalo?

198. V trikotniku ABC velja: $AC \cong CD \cong AD \cong DB$, D je središče stranice AB. Izračunaj kot ABC! Nariši sliko in utemelji izračun!

199. Nariši:
1. p; $A \in p$ in $M \notin p$
2. k; $M \in k$ in $A \in k$ in $k \cap p = \{A\}$.

200. Imamo dve uri. Prva prehiti na dan 5 minut, druga zaostane na dan 3 minute. Čez koliko dni bosta obe uri hkrati spet kazali pravi čas, če ju med tem ne naravnavamo?

201. Vsota števca in imenovalca nekega ulomka je enaka 4140. Če ulomek okrajšamo, dobimo 7/13. Kateri ulomek smo okrajšali?

1979

202. Kolesar je prevozil $\frac{3}{8}$ poti. Ko bo prevozil še 5 km, bo na polovici poti. Koliko km je dolga njegova pot?

203. Vsota dveh naravnih števil je 168, njun največji skupni delitelj pa 24. Poišči vse dvojice naravnih števil, ki imajo to lastnost!

204. Deljenec a povečamo za 45%, delitelj b pa za 25%. Za koliko % začetne vrednosti se zaradi tega spremeni količnik?

205. Določi dolžine stranic trikotnika, če je: $a + b = 22$ cm, $b + c = 26$ cm in $a + c = 32$ cm!

206. Dan je kot $\sphericalangle (k, l)$ in točka T v njegovi zunanjosti ($T \notin k$, $T \notin l$). Načrtaj skozi točko T premico p, ki seka krak k v točki K, krak l pa v točki L, tako da velja $TK \cong KL$!

1980

207. V trikotniku ABC je $\alpha = 70°$ in $\gamma = 54°$. Izračunaj kota, ki ju oklepa simetrala kota β s stranico AC!

208. S katero cifro se končuje produkt devetdesetih enakih faktorjev 3?

209. Če eno stranico pravokotnika zmanjšamo za 4 cm, drugo pa povečamo za 4 cm, dobimo kvadrat s ploščino 100 cm². Kolika je ploščina pravokotnika?

210. Razredne proslave so se udeležili učenci, učitelji in starši. Na proslavi je bilo 16 učencev, 4 učitelji, $\frac{5}{12}$ udeležencev je bilo očetov, $\frac{1}{4}$ pa mater učencev. Koliko ljudi se je udeležilo proslave?

211. Trikotnik ABC je enakokrak. Skozi poljubno točko E na stranici AB potegnemo vzporednici z obema krakoma. Presečišče s stranico BC označimo z M, presečišče s stranico AC z N. Za koliko se razlikujeta obsega trikotnika ABC in štirikotnika $EMCN$?

1981

212. Cenček gre v slaščičarno vsak tretji dan. Sladoledar deli sladoled zastonj vsak peti dan, toda le, če je ta dan nedelja. Cenček je dobil sladoled zastonj v nedeljo, 12. aprila. Določi datum, ko bo Cenček spet dobil sladoled zastonj!

213. Dana je premica p, točka $A \in p$ in točka $B \in p$. Nariši krožnico k tako, da bo $p \cap k = \{A\}$ in $B \in k$.

214. Nariši enakokrak pravokotni trikotnik ABS s kateto $\overline{AS} = 4$ cm! Zrcali trikotnik ABS:
a/ prek točke S,
b/ prek premice (B,S),
c/ prek premice (A,S).
Kakšen lik tvorijo dani trikotnik ABS in njegove zrcalne slike? Utemelji odgovor!

215. Izračunaj količnik števil a in b, če veš, da je a vsota števil $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$, število b pa je razlika med številom 1 in količnikom števil $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$!

216. V trikotniku ABC je D središče stranice AB in velja: $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB}$. Koliko merijo notranji koti trikotnika ABC?

1982

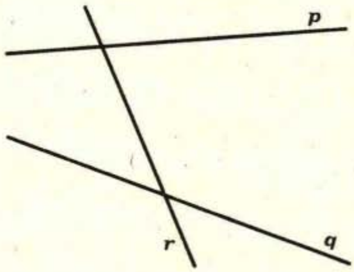
217. Trije dečki potiskajo avto. Začeli so tako, da so se vsi oprli na levo nogo. Prvi deček dela korake po 75 cm, drugi po 60 cm, najmanjši pa drobi s 45 cm dolgimi koraki. Koliko korakov bo napravil vsak deček, ko bodo prvič spet vsi hkrati oprti na levo nogo?

218. S traktorji so zorali prvi dan $\frac{1}{4}$ polja, drugi dan $1\frac{2}{5}$ krat več kot prvi dan, tretji dan pa preostalih 90 ha. Koliko ha meri polje?

219. V trikotniku ABC je $\overline{AB} = 6$ cm in $\overline{AC} = \overline{BC} = 8$ cm. Z_1 naj bo zrcaljenje na simetrali s_1 stranice BC.
a) nariši: A'; $Z_1\ A \to A'$
b) Z_2 naj bo zrcaljenje na osi s. Sestava zrcaljenja $Z_1 \circ Z_2$ preslika A v C. Nariši kako poteka os zrcaljenja s_2!

220. Določi dolžine stranic a, b, c trikotnika, če je: $a+b = 22$ cm, $b+c = 26$ cm, $a+c = 32$ cm.

221. Poišči vsaj eno točko, ki je enako oddaljena od danih treh premic. Utemelji odgovor. (glej sliko)



D. NASVETI IN REŠITVE

1. 300-krat.

2. Npr.: $7 - 7 + 7 : 7 = 1$
$7 : 7 + 7 : 7 = 2$
$(7 + 7 + 7) : 7 = 3$
$77 : 7 - 7 = 4$ itd.

3. $(1.2.3.(4+5)) : 6 - 7 + 8 - 9 = 1$
$1 + 2 - 3 + (4.5) - 6.(7 + 8) : 9 = 10$
$123 - 45 - 67 + 89 = 100$
Ali so to edine rešitve?

4. Vsota števil od 1 do 6 je enaka 21. Če bi razbili množico na dve podmnožici z enako vsoto, recimo x, potem je vsota števil v obeh množicah enaka $2x$, to pa je enako vsoti vseh števil, to je 21. Torej mora biti $2x = 21$, kar pa ni mogoče, ker je 21 liho število. Razbitje na 3 skupine pa je mogoče, saj je 21 deljivo s 3. Npr.: $A_1 = \{1,6\}$, $A_2 = \{2,5\}$, $A_3 = \{3,4\}$.

5. $A_1 = \{1, 2, 3, 28, 29, 30\}$
$A_2 = \{4, 5, 6, 25, 26, 27\}$
$A_3 = \{7, 8, 9, 22, 23, 24\}$
$A_4 = \{10, 11, 12, 19, 20, 21\}$
$A_5 = \{13, 14, 15, 16, 17, 18\}$

6. $a = 6$

7. 179

8. Naloga ni enolično rešljiva. Obstajata namreč dve števili z opisanimi lastnostmi: 1885 in 2785.

9. Iskana števila so 70, 30 in 10.

10. $(a + b) - (a - b) = 2.b$, dobimo dvakratnik števila b.

11. Lahko si pomagaš kar s prejšnjo nalogo: $2b = 38 - 16 = 22$. Iskani števili sta 27 in 11.

12. 107

13. 12 in 403

14. Nalogo prepišemo v obliki enačbe
$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) + (x+5) = 1275$
in dobimo rešitev $x = 210$. Iskana števila so: 210, 211, 212, 213, 214 in 215.

15. $12.x = x + 121$, sledi $x = 11$.

16. $A \cap B = \{1, 13\}$.

17. a) $x_5 = 410_5$
b) $x_2 = 111101000001_2$

18. a) dobimo štiri različne rešitve: $559 + 995 = 668 + 886 = 886 + 668 = 995 + 559 = 1554$
b) $a = 1$, $c = 0$
c) $a = 1$, $b = 0$, $c = 3$, $d = 5$
č) $\overline{ab}$ mora biti manjše od 12, ker je $\overline{12cd}.9$ že petmestno število. Zaradi različnosti cifer in $a \neq 0$, je $a = 1$, $b = 0$. Zatem dobimo še $d = 9$. Ker je število $\overline{dcba}$ deljivo z 9, dobimo še $c = 8$.

19. Zmanjševalec se končuje z nič, ker vsebuje faktorja 2 in 5, oštevanec pa s pet. Razlika se torej končuje s cifro 5.

20. $a = 450$, $b = 45$.

21. Iz enačbe:
$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = 4052$
dobimo iskana števila: 1010, 1012, 1014 in 1016.

22. 21

23. Prvi faktor je 48, drugi pa 75.

24. 648 in 81.

25. Števila so: 90, 81, 72, 63 in 54.

26. Pomagaj si z razcepom na prafaktorje v obliki potenc. Odgovor: 70.

27. b mora biti enak 0 ali 5. Za $b = 0$ dobimo tri možne vrednosti cifre a : 1, 4 in 7. Podobno za $b = 5$. Rešitve: 3120, 3420, 3720, 3225, 3525 in 3825.

28. Produkt se končuje s toliko ničlami, kolikor desetic dobimo z množenjem prafaktorjev 2 in 5. Poiskati moramo le število prafaktorjev 5, ker je prafaktorjev 2 več. Odgovor: 22 ničel.

29. 533

30. $2.S = (1+2+3+...+89+90) +$
$+ (90+89+...+2+1) = 90.91$
$S = 45.91 = 45.7.13$

31. a) pet načinov, dobimo pa tri različne vrednosti izrazov: 1/9, 1 in 9
b) 14 načinov, dobimo pa štiri različne vrednosti: 1/8, 1/2, 2 in 8

32. 90

33. 90

34. Število 2^{200} se končuje s cifro 6. To ugotovimo, če opazujemo, kako se končujejo zaporedne potence števila 2.

35. Število mora biti deljivo z 2 in s 3. Dobimo 14 možnosti. Poišči jih!

36. 686

37. a) Najmanjši skupni večkratnik števil 4, 5, ... 10 je 2520. Iskano število je za ena večje, to je 2521.
b) Vse ostale rešitve so oblike $2520.k + 1$, kjer je k poljubno naravno število.

38. a) ulomka sta enaka. Ugotovi, s katerim številom je drugi ulomek razširjen!

39. Ulomka sta že okrajšana. Zato je iskano število enako $v(35, 28) = 140$.

40. Osemkrat.

41. 3/2

42. a) $a/b > d/b > c/b > e/b$
b) $1/a < 1/d < 1/c < 1/b$

43. V primerih (a) in (d) je prvi ulomek manjši od drugega, v primerih (d), (c) in (e) je prvi ulomek večji, v primerih (f) in (g) pa sta ulomka enaka.

44. Če število a večamo, vrednost ulomka narašča. Vsak od teh ulomkov pa je manjši od 1.

45. a) $a/b > (a-1)/(b-1)$
b) $a/b < (a+1)/(b+1)$

46. a) 10000
b) 125

47. a) $a = 240$
b) $a = 160$

48. Reši sam!

49. 80

50. 25

51. a) $x = 9\frac{1}{2}$ b) $y = 3$ c) $z = 1$
d) $d = 5$ e) $x = 12$
f) $z = \frac{1}{2}$

52. a) Rešitve so pari (4, 4), (3, 6) in (6, 3).
b) $\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

53. a) $x > 2$ b) $x < 1/2$
c) $x < 1/2$

54. 77/143

55. $x = 21$

56. $x = 3/4$

57. a) $x = 1/4$ b) $x < 1/4$
c) $x > 1/4$

58. $R = \{5/12, 1/100\}$

59. $t = 42$

60. Števili n in n-1 sta zaporedni naravni števili. Zato je eno izmed njiju sodo, drugo pa liho. Produkt sodega in lihega števila je sodo število. Če sodo število delimo z 2, dobimo

celo število. Število $n.(n-1)/2$ je torej res celo število.

61. $84 = 2.2.3.7 = 3.4.7 =$
$= 3.(3+1).(2.3+1) = 84$
Torej je $n = 3$. Ali znaš pokazati, da je to edina rešitev?

62. Ribiča sta osem rib razdelila na tri dele. Ker je drugi ujel le tri ribe, je sam pojedel skoraj ves svoj ulov. Zato bo prvi ribič zaslužil več. Če izračunamo, ugotovimo, da je najpravičnejše, če prvi ribič vzame 7, drugi pa en dinar.

63. Iz prve košare smo vzeli 12, iz druge pa 21 jabolk.

64. Lahko si pomagaš z grafično sliko. Oče je star 45 let.

65. Nada dobi 1998 din, Marko 1776, Olga pa 3774 din.

66. V eni uri.

67. 960 delavcev.

68. 18, 54 in 108 knjig.

69. Tovor manjšega tovornjaka je
$36.\frac{1}{2} t : 17 = 2\frac{5}{34}$ t.
Tovor večjega pa:
$2\frac{5}{34}$ t $. 2 = 4\frac{5}{17}$ t.

70. Število večjih steklenic je 200, manjših pa 300. Vsaka manjša steklenica drži 0,35 ℓ soka.

71. 30,375 litrov.

72. 92 zob.

73. 756 litrov.

74. 720 din.

75. V prvi garaži je 66 strojev, v drugi pa 44.

76. Prvi plača 13000 din, drugi 26000, tretji 26000 din.

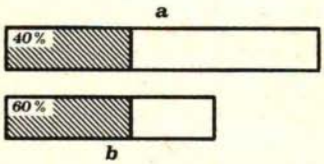
77. Prva družina plača 18,75%, druga 31,25%, tretja in četrta pa 25%, kar znese po vrsti 1032, 1720, 1376 in 1376 din.

78. Za $11\frac{1}{9}$ %.

79. 20%

80. 262,5

81.



Prvo število je 72, drugo pa 48.

82. Vrednost ulomka se zmanjša za $18\frac{2}{11}$ %.

83. Za 25%.

84. Stranici sta 10 m in 8 m, igrišče je s povečanjem pridobilo 30 m², kar je 37,5%.

85. a) 10 kg svežih gob vsebuje 9kg vode in 1 kg suhe tvarine. 1 kg suhe tvarine predstavlja v suhih gobah 88%, torej dobimo $1\frac{3}{22}$ kg suhih gob.
b) 10 kg suhih gob vsebuje 1,2 kg vode in 8,8 kg suhe tvarine. Teh 8,8 kg predstavlja v svežih gobah 10%. Posušiti moramo torej 88 kg svežih gob.

86. Produkt se zmanjša za 1%.

87. Za 25%.

88. Za 21%.

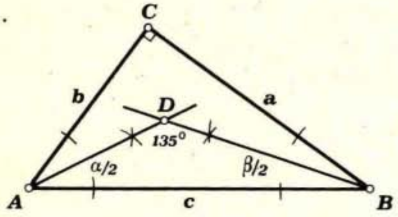
89. Prostornina se poveča za 50%.

90. 55%

91. Prvi kot meri 24°, drugi 60° in tretji 96°.

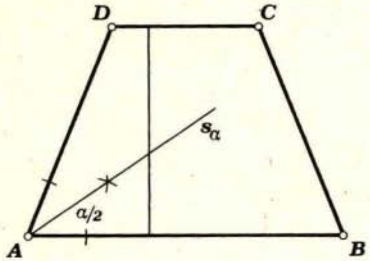
92. $\alpha = 108^\circ$.

93.



$\sphericalangle D = 135^\circ$

94.



$$\frac{\alpha}{2} = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha = \beta,\ \gamma = \delta$$

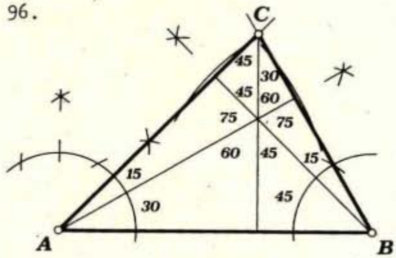
$$\gamma = \frac{360^\circ - 2\alpha}{2}$$

$$\alpha = \beta = 68^\circ$$

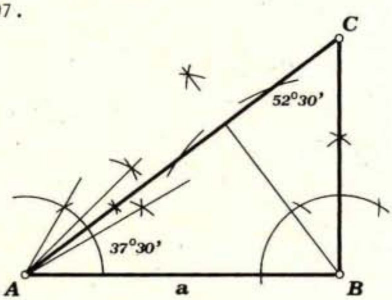
$$\gamma = \delta = 112^\circ$$

95. Kazalca oklepata ob 12 uri kot 0°. Konica minutnega kazalca napravi v eni uri lok s središčnim kotom 360°, v 15 minutah lok s središčnim kotom 90°. Konica urnega kazalca napravi v 12 urah lok s središčnim kotom 360°, v 1 uri 30°, v 15 minutah 7,5°. Razlika med kotoma je enaka 90° - 7,5° = 82,5°. Urna kazalca oklepata ob četrt na eno kot 82° 30'.

96.



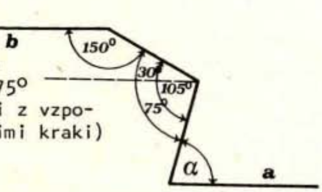
97.



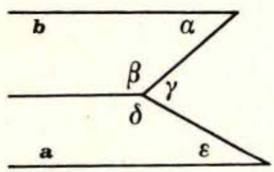
Nadaljuj sam!

98. a)

$a \parallel b$
$\alpha = 75^\circ$
(Koti z vzporednimi kraki)



b)



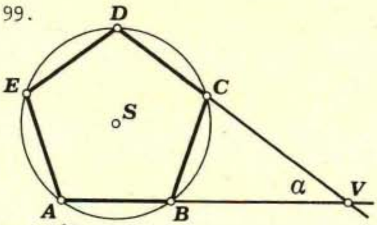
$\alpha + \beta = 180^\circ,\ \beta = 4\alpha$
$\alpha + 4\alpha = 180^\circ$
$5\alpha = 180^\circ$

$\alpha = 36^\circ$
$\beta = 144^\circ$

$\gamma + \varepsilon = 180^\circ,\ \gamma = 5\varepsilon$
$5\varepsilon + \varepsilon = 6\varepsilon = 180^\circ$

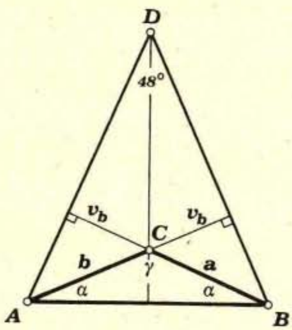
$\varepsilon = 30^\circ$
$\gamma = 150^\circ$

99.



$\alpha = 36^\circ$

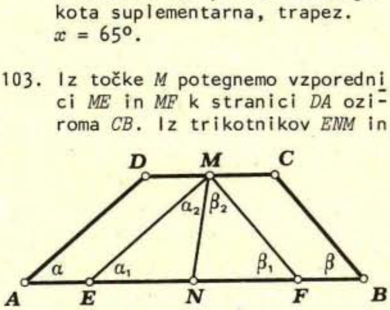
100.



101. Zunanji kot v trikotniku je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov: $\alpha_1 = \alpha + \gamma$
$\beta_1 = \alpha + \gamma$
odtod $210^\circ = \alpha_1 + \beta_1 =$
$= \beta + \gamma + \alpha + \gamma =$
$(\alpha + \beta + \gamma) + \gamma = 180^\circ + \gamma$
$\gamma = 90^\circ$

102. Upoštevaj, da je štirikotnik, v katerem sta po dva sosednja kota suplementarna, trapez. $x = 65^\circ$.

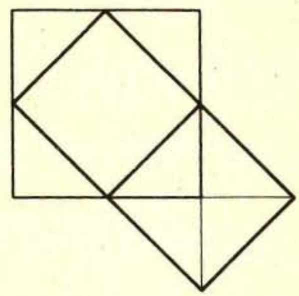
103. Iz točke M potegnemo vzporednici ME in MF k stranici DA oziroma CB. Iz trikotnikov ENM in



NFM je razvidno, da sta enakokraka: $EN = NF = MN = \frac{a}{2} - \frac{c}{2}$.
Sledi: $\alpha_2 = \alpha_1 = \alpha$ in $\beta_2 =$
$\beta_1 = \beta$
$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$
$\alpha + \beta = 90^\circ$
Sam poišči še drugi način reševanja!

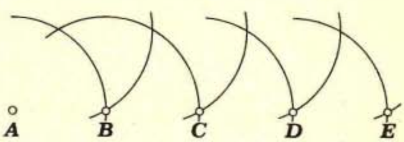
104. Na sliki je 16 trikotnikov.

105.



106. Ploščina je lahko 6, 10 ali 12.

107. Pomagamo si z enakostraničnimi trikotniki.



108. $11.x + 11.x + 11^2 = 319$
$x = 9$
Stranica kvadrata meri 9 cm.

109. $9\ mm^2$.

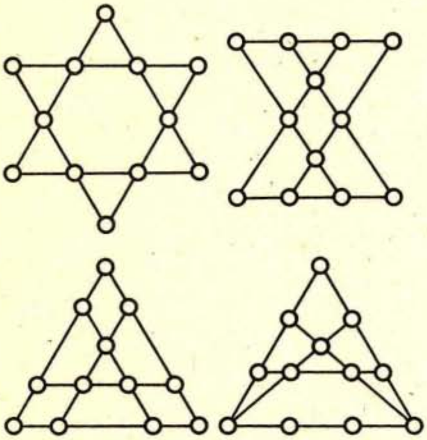
110. Števila kock so po vrsti: 8, 24, 22 in 6.

111. $V = 1400$, $P = 940$.

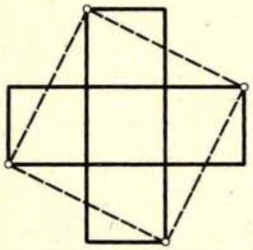
112. Če je dolžina stranice a enot, je $6a^2 = a^3$, torej $a = 6$.

113. Pet točk določa, odvisno od medsebojne lege, eno, pet, šest, osem ali deset premic.

114. Možne razporeditve luči so prikazane na sliki.



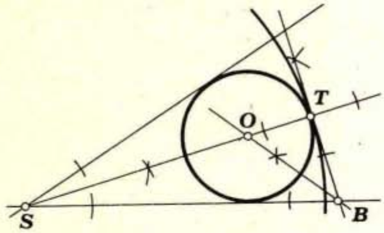
115. Križ razrežemo takole:



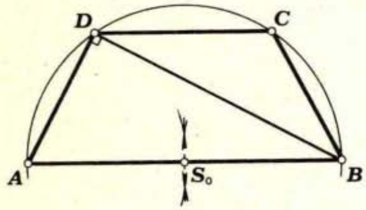
116. Enakokrak trikotnik z osnovnico $c = 1000$ cm, višino $v = 0{,}2$ cm ter ploščino

$p = \frac{1}{2}\, c.v = 100$ cm² ima vse višine manjše od 1 cm.

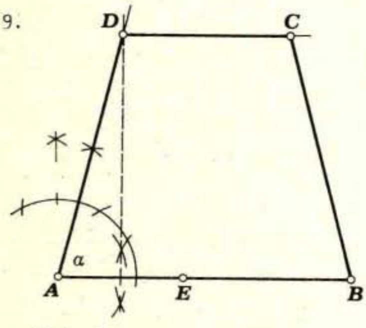
117. Potek konstrukcije:
- v danem krožnem izseku načrtamo simetralo kota S in označimo presečišče s krožnico s T,
- v točki T konstruiramo tangento na krožnico in označimo presečišče z enim od krakov z B,
- načrtamo simetralo kota $\sphericalangle SBT$. Njeno presečišče O s premico (ST) je središče iskanega včrtanega kroga. Dokaži!



118. Središče trapezu očrtanega kroga leži v središču stranice AB.



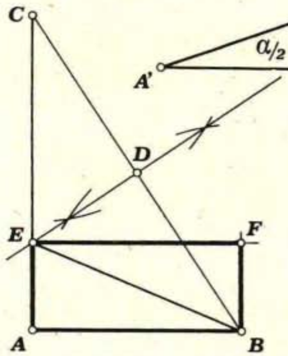
119.



$\overline{BE} = \overline{CD}$

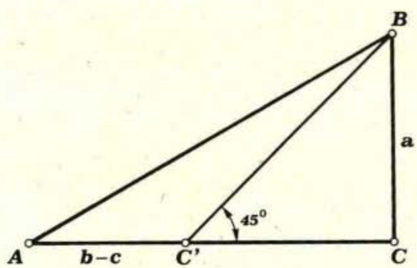
Oglišče D je presečišče kraka kota α in simetrale daljice $\overline{AE}$.

120. Načrtaj pravokotni trikotnik ABC ($\measuredangle A = 90°$, $\overline{AB} = b = 10$ cm $\overline{AC} = a + d = 15$ cm), konstruiraj simetralo stranice BC in označi presečišče s stranico

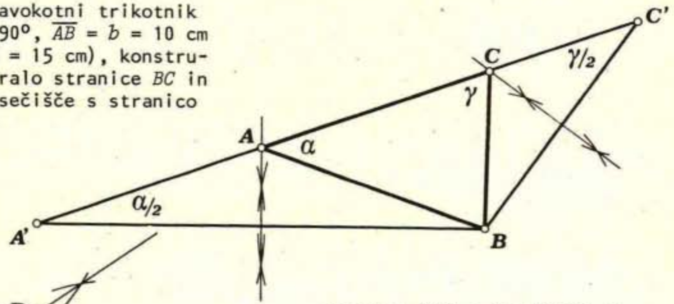


AC z E. Točka E je skupaj z A in B oglišče iskanega pravokotnika, saj je $d = \overline{EB} = \overline{EC}$.

121. Najprej narišemo trikotnik ABC' s stranico $\overline{AC'} = b - a = 3$ cm, kotom $\measuredangle A = 30°$ in zunanjim kotom pri C' enakim 45°. Nosilko stranice AC' podaljšamo, spustimo nanjo pravokotnico iz točke B in dobimo oglišče C iskanega pravokotnega trikotnika ABC.

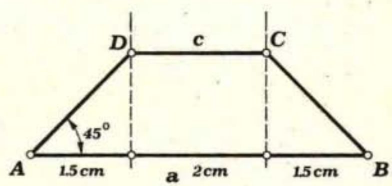


122. Narišemo trikotnik $A'BC'$ s stranico $\overline{A'C'} = 10$ cm in $\measuredangle A' = \alpha/2$, $\measuredangle C' = \gamma/2$. Nato konstruiramo simetrali stranic $A'B$ in $C'B$ ter označimo njun

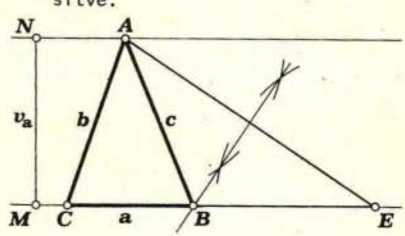


presek z $A'C'$ z A oziroma C. ABC je iskani trikotnik.

123. Vse pove slika.



124. Z danimi podatki prav lahko narišemo trikotnik ACE: $\overline{AC} = b$, $\overline{CE} = a + c$ in višina na stranico CE je enaka v_a. Konstruiramo simetralo stranice AE in njeno presečišče s CE označimo z B. ABC je iskani trikotnik. Če je $v_a < b$, sta dve rešitvi, pri $v_a = b$ ena rešitev in pri $v_a > b$ nobene rešitve.

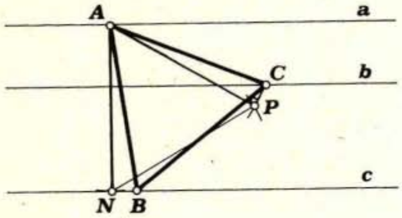


109. 9 mm².

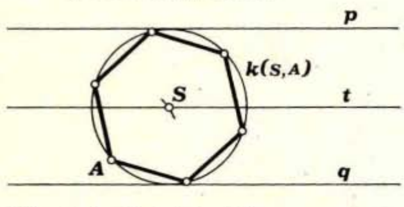
110. Števila kock so po vrsti 8, 24, 22 in 6.

111. $V = 1400$, $P = 940$.

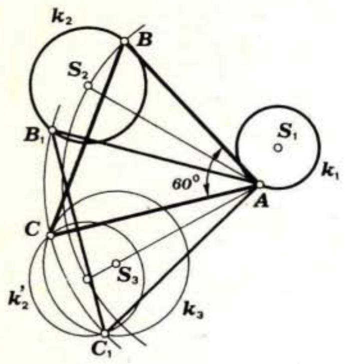
125. Najprej narišemo enakostranični trikotnik ANP, tako da je premica (A, N) pravokotna na dane vzporednice. Nato narišemo pravokotni trikotnik $\Delta\ APC$ s pravim kotom pri P in oglišč em C na premici b. Poiščemo točko B na premici c tako, da je $\measuredangle\ CAB = 60^\circ$. Trikotnik $\Delta\ ABC$ je rešitev naloge. Dokaži! (Oglej si trikotnika $\Delta\ ANB$ in $\Delta\ APC$!).



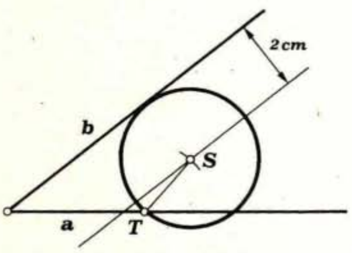
126. Med premicama p in q narišemo tretjo premico t, ki je vzporedna p in q in enako oddaljena od obeh premic. Na njej poiščemo točko S, ki je oddaljena od A za polovico razdalje med p in q, narišemo krožnico $k(S;A)$ in na njej poiščemo še druga oglišča šestkotnika!



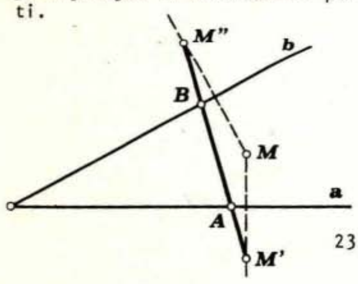
127. Na krožnici k_1 izberemo poljubno točko A, ki je središče rotacije krožnice k_2 za 60° v krožnico k_2'. Krožnica k_2' naj seče krožnico k_3 v točkah C in C_1. Tako dobimo dve rešitvi: trikotnik $\Delta\ ABC$ in $\Delta\ AB_1C_1$. Naloga nima rešitve, kadar točke $A \in k_1$ ne moremo izbirati tako, da bi se po rotaciji za 60° krožnica k_2 sekala s krožnico k_3.



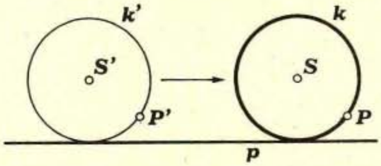
128. Kraku b potegnemo 2 cm oddaljeno vzporednico b_1, izberemo na njej točko S, oddaljeno 2 cm od točke T in načrtamo krožnico $k(S;\ T)$, ki je rešitev naloge. Naloga ima dve rešitvi.



129. Točko M prezrcalimo preko premic a in b in dobimo točki M', M''. Vsaka možna pot, ki jo lahko prehodi kurir, je po dolžini enaka neki poti med M' in M''. Najhitrejša od vseh poti med M' in M'' je seveda daljica $M'M''$, ki naj seka kraka a in b v točkah A in B. Pot $MABM$ je najkrajša od vseh možnih poti.

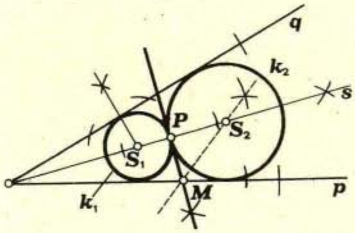


130. Narišemo poljubno krožnico k', ki ima premico p za tangento in leži na isti strani kot P, poiščemo točko $P' \in k'$, tako da je daljica $P'P$ vzporedna p in nato k' pomaknemo vzporedno s p za dolžino $\overline{P'P}$. Tako dobimo krožnico k, ki gre skozi točko P.

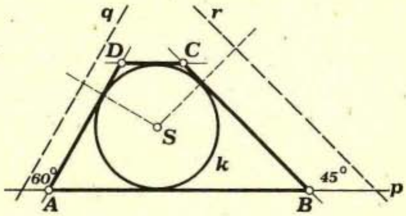


131. Narišemo poljuben enakostranični trikotnik, mu včrtamo krog, nato pa celo sliko povečamo ali pomanjšamo tako, da dobimo včrtan krog s predpisano velikostjo.

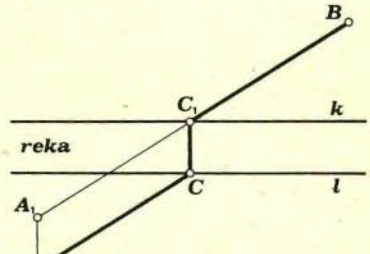
132. Narišemo simetralo s kota med p in q in poljuben krog k_1 s središčem na s, ki se dotika premic p in q. Premica (P, M) je tangenta na k_1. Poiščemo simetralo kota pri M. Njeno presečišče S_2 s premico s je središče drugega kroga k_2.



133. Dani krožnici k s središčem S načrtamo poljubno tangento p in na njej odmerimo kota 60° in 45° s krakoma q in r. Nato kraka q in r vzporedno premaknemo tako, da postaneta tangentna na krožnico k. Načrtamo še tangento na k, vzporedno p, pa dobimo iskani trapez $ABCD$.

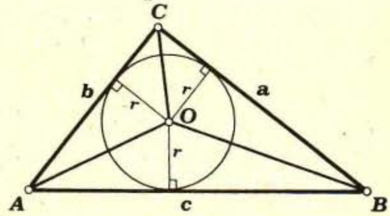


134. Načrtamo paralelogram ACC_1A_1. Potem je dolžina poti enaka: $\overline{AC} + \overline{CC_1} + \overline{C_1B} = \overline{AA_1} + (\overline{A_1C_1} + \overline{C_1B})$
Dolžina daljice AA_1 je enaka širini reke in je neodvisna od lege mostu. Zato je celotna pot najmanjša natanko tedaj, ko je najmanjša vsota $\overline{A_1C_1} + \overline{C_1B}$, to je tedaj, ko leži točka C_1 na presečišču daljice A_1B s tistim bregom reke, na katerem je kraj B. Most moramo postaviti v točko C_1 pravokotno na reko.



135. $p(ABC) = p(ABO) + p(ACO) + p(BCO) =$

$$= \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = \frac{1}{2} r (a+b+c)$$



136. Trikotnika imata enako dolgi osnovnici $\overline{AE} = \overline{EB}$ in isto višino.

137. Označimo višino trikotnika ABM na stranico AB z v_1, višino $\Delta\ DMC$ na stranico CD z v_2 in dolžino osnovnice $\overline{AB} = \overline{CD} = a$. Potem je $p(\Delta\ ABM) + p(\Delta\ CDM) =$

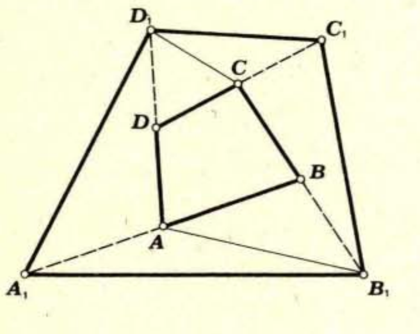
$$= \frac{1}{2}\, a.v_1 + \frac{1}{2}\, a.v_2 = \frac{1}{2}\, a(v_1+v_2) =$$

$$= \frac{1}{2}\, a.v \ = \frac{1}{2} \text{ ploščine paralelo-}$$

grama.

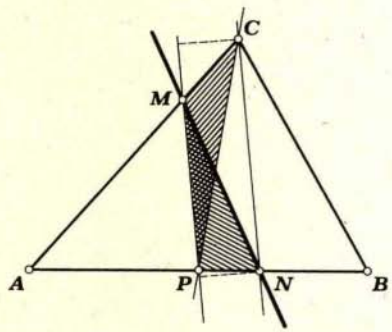
138. Zaradi enostavnosti označimo ploščino nekega lika kar z navedbo njegovih oglišč. Iz slike vidimo: $A_1B_1C_1D_1 = ABCD + A_1B_1B + B_1C_1C + C_1D_1D + D_1A_1A$

Trikotnika A_1B_1A in B_1BA imata enako dolgi osnovnici $\overline{A_1A} = \overline{BA}$ in isto višino, zato je $A_1B_1B = 2.AB_1B$ in po istem sklepu $AB_1B = ABC$. Torej $A_1B_1B = 2ABC$

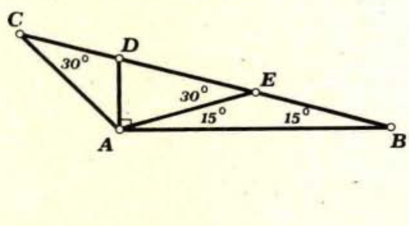


$B_1C_1C = 2.BCD$
$C_1D_1D = 2.ACD$
$D_1A_1A = 2.ABD$
odtod
$A_1B_1C_1D_1 = ABCD + 2(ABC + BCD + ACD + ABD) = 5.ABCD$

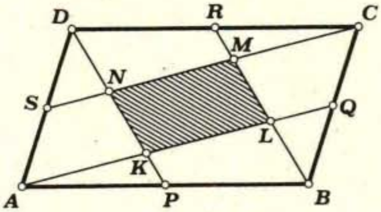
139. Denimo, da leži točka M na stranici AC. Naj bo točka P razpolovišče stranice AB. Zvežemo M s P in daljici MP potegnemo vzporednico skozi oglišče C. Točko, kjer ta vzporednica preseče stranico AB, imenujmo N. Trdimo, da je iskana premica ravno (M, N). Dokaz: trikotnika MPN in MPC sta ploščinsko enaka, ker imata skupno osnovnico MP in enaki višini. Torej je $APM + MPN = APM + MPC = APC = \frac{1}{2}\, ABC$, saj je CP težiščnica trikotnika ABC.



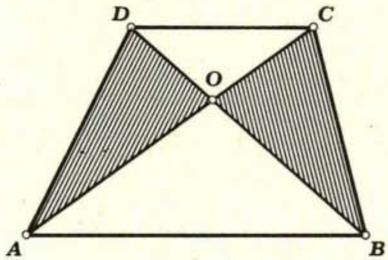
140. Naj bo točka E središče daljice BD. Trikotnik $\Delta\, ABD$ je pravokoten, zato je točka E središče očrtanega kroga. Ker je obodni kot $\measuredangle\, ABD$ enak 15°, je pripadajoči središčni kot $\measuredangle\, AED$ enak 30°. Torej sta trikotnika $\Delta\, ECA$ in $\Delta\, ABE$ enakokraka in zato $\overline{BD} = \overline{BE} + \overline{AE} = 2\overline{AE} = 2\overline{AC}$



141. Stranici AD in BC sta vzporedni in $\overline{AS} = \overline{QC}$
Zato je štirikotnik $AQCS$ paralelogram in sta tudi AQ in SC vzporedni. Podobno dokažemo, da sta PD in BR vzporedni. Odtod že sledi, da je $KLMN$ paralelogram.



142. Če od ploščinsko enakih trikotnikov $\Delta\ ABC$ in $\Delta\ ABD$ odvzamemo njun skupni del - trikotnik ABO - dobimo ploščinsko enaka trikotnika AOD in BOC.



143. $p = \frac{1}{2}a^2 = 200\ \text{cm}^2$

144. $p = 29\ \text{cm}^2$

145. $p = \frac{45}{2}\ \text{cm}^2 = 22.5\ \text{cm}^2$

146. $p = 200\ \text{cm}^2$

147. $p = 900\ \text{cm}^2$

148. $p = 772\ \text{cm}^2$

149. $p = \frac{3}{2}a^2 = 216\ \text{cm}^2$

150. $p = 5800\ \text{cm}^2$

151. $p = 36.25\ \text{cm}^2$

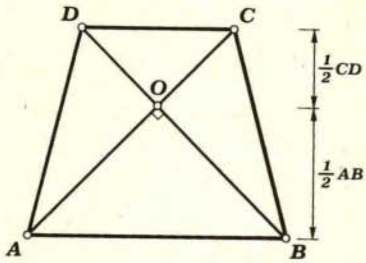
152. $p = 5.25\ \text{cm}^2$

153. $p = 125\ \text{m}^2$

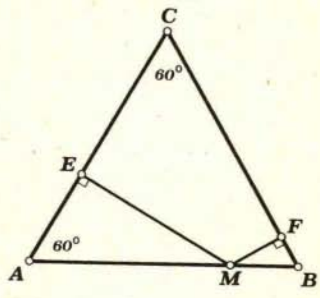
154. Druga osnovnica meri 4.8 dm.

155. Ploščina trikotnika $\Delta\ DCA$ je enaka $\frac{4}{5}$ ploščine trikotnika $\Delta\ ABC$, to je 76 dm².

156. Trikotnika $\Delta\ AOB$ in $\Delta\ DOC$ sta enakokraka in pravokotna. Odtod ni težko videti, da je višina trapeza enaka
$v = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{DC} = s$
Torej $p = s.v = s^2$

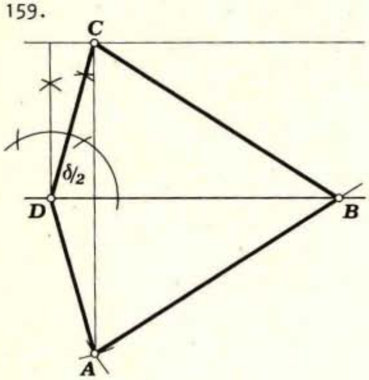


157. Trikotnik $\Delta\ AME$ je polovica enakostraničnega trikotnika, zato je $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AM} = 3$ cm
Podobno je $\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{MB} = 1$ cm
Torej sta oddaljenosti točke C od obeh pravokotnic ME in MF enaki 5 cm in 7 cm.



158. Označimo širino pravokotnika z x. Potem je obseg enak $2(x+2x) = 6x$, ploščina pa $x.2x = 2x^2$. Iz $6x = 2x^2$ sledi $x = 3$, torej je ploščina $2.3^2 = 18$.

159.

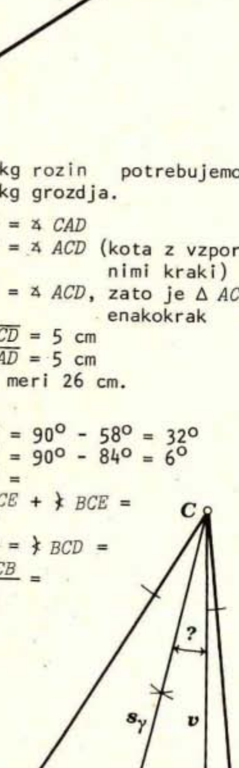


160. $4\,\frac{2}{3}$

161. Za 2 kg rozin potrebujemo 6,25 kg grozdja.

162. $\measuredangle\, BAC = \measuredangle\, CAD$
$\measuredangle\, BAC = \measuredangle\, ACD$ (kota z vzporednimi kraki)
$\measuredangle\, CAD = \measuredangle\, ACD$, zato je $\Delta\, ACD$ enakokrak
$\overline{AD} = \overline{CD} = 5$ cm
$\overline{BC} = \overline{AD} = 5$ cm
Obseg meri 26 cm.

163. $\measuredangle\, ACE = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$
$\measuredangle\, BCE = 90^\circ - 84^\circ = 6^\circ$
$\measuredangle\, ACB =$
$= \measuredangle\, ACE + \measuredangle\, BCE =$
$= 38^\circ$
$\measuredangle\, ACD = \measuredangle\, BCD =$
$= \dfrac{\measuredangle\, ACB}{2} =$
$= 19^\circ$



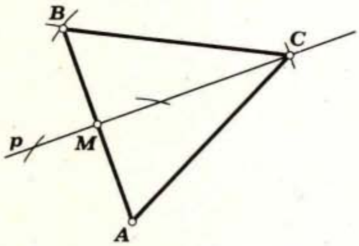
$\measuredangle\, DCE = \measuredangle\, BCD - \measuredangle\, BCE = 13^\circ$
Kot med simetralo kota γ in višino na stranico c meri 13°.

164.

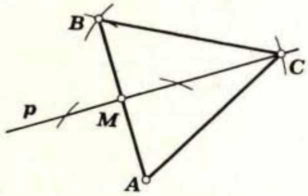
$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

165. $v\,(4,\ 8,\ 10) = 40$
40 dni po 29. maju je 8. julij. Naslednjič bodo vse tri ladje hkrati zapustile pristanišče 8. julija.

166. Ploščina igrišča je večja za 43,75%.



167.



Točki A poiščemo simetrično ležečo točko B. Daljica AB je osnovnica trikotnika; simetrala seka osnovnico AB v točki M. Narišemo še $MC = AB$ in tako dobimo vrh C iskanega trikotnika.

168. a) 27 kock
b) 1 kocka
c) 6 kock
č) 12 kock
d) 8 kock
e) nobena kocka

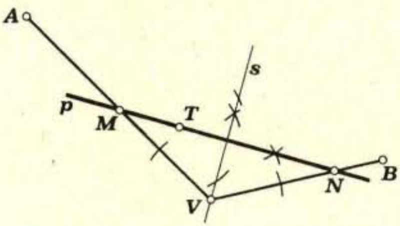
169. $(2\frac{3}{4} + 6\frac{5}{12}) : (6\frac{5}{12} - 2\frac{3}{4}) = 2{,}5$
Vsota danih števil je 2,5 krat večja od njune razlike.

170. Milica $87{,}5\%$
Janez $83\frac{1}{3}\%$
Marko 80%
Meta 75%
Boris $66\frac{2}{3}\%$

171. a) trikotnik je enakokrak
b) $o = 15$ cm

172. $o = 600$ cm

173.

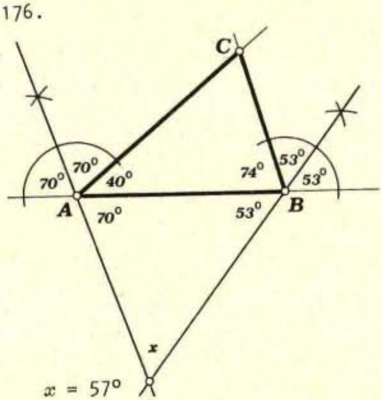


174. Pot meri 40 km.

175.

$\frac{1}{8}$	10	4
2	$\frac{1}{5}$	$12\frac{1}{2}$
20	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

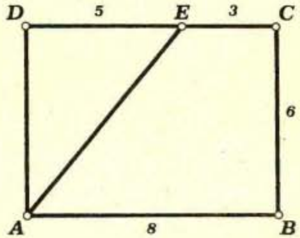
176.



$x = 57°$

177. Obleka stane 792 din.

178.



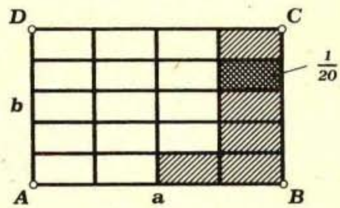
$p_{ABCD} = 48 \text{cm}^2$
$p_{ABCE} = 33 \text{cm}^2$
$p_{ADE} = 15 \text{cm}^2$
$p_{ABCE} : p_{ABCD} = \frac{11}{16}$

Ploščina trapeza *ABCE* je $\frac{11}{16}$ ploščine pravokotnika *ABCD*.

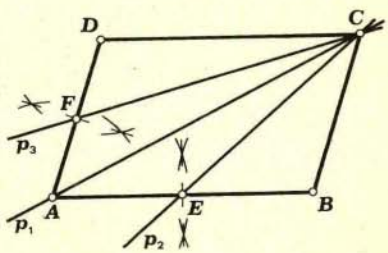
179. $a = 4$, $b = 8$, $c = 3$

180. V košari je bilo 49 jajc.

181.



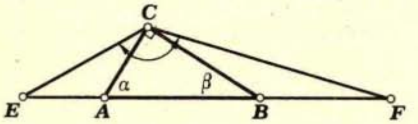
182. $p_{\triangle ABC} = p_{\triangle CDA}$
$\overline{AF} = \overline{FD}$ $p_{\triangle AFC} = p_{\triangle FDC}$
(trikotnika imata enaki viši-ni)
$\overline{AE} = \overline{EB}$ $p_{\triangle AEC} = p_{\triangle EBC}$



183. Zmanjševanec je 312, odštevanec je 128, razlika je 184.

184. Povečanje je bilo 32,16%.

185.



$\alpha + \beta = 90^o$

$\sphericalangle AEC = \sphericalangle ECA = \frac{\alpha}{2}$

$\sphericalangle BFC = \sphericalangle FCB = \frac{\beta}{2}$

$\sphericalangle ECF = \frac{\alpha}{2} + 90 + \frac{\beta}{2} = 135$

186. a) romb
b) ploščina romba je polovica ploščine trapeza

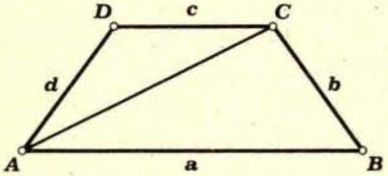
187. Vrednost izraza je 1.

188. $v(12, 30) = 60$
$1941 + 60 = 2001$
Skupaj ju bomo videli spet leta 2001.

189. Vrstni red tekmovalcev je: Janez, Milan, Marjan, France, Borut in Bojan.

190. Iz skice razberemo, da je ploščina prvotnega kvadrata 25 cm².

191.



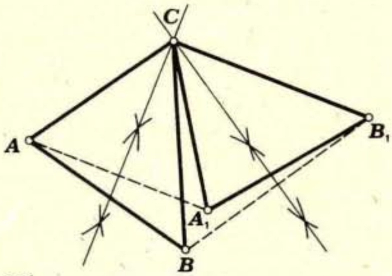
Po definiciji simetrale kota je: $\sphericalangle DAC = \sphericalangle CAB$. Zaradi lege krakov je: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DCA$. Iz tega sledi: $\sphericalangle DAC = \sphericalangle DCA$ in $\overline{DC} = \overline{DA}$. Zaradi lastnosti trapeza je $\overline{DA} = \overline{BC}$. Iz tega sledi: $\overline{DC} = \overline{DA} = \overline{BC} = 13$ cm in $o = 57$ cm.

192. Števili 25 in 24 obe hkrati delita števila 600, 1200, 1800... V poštev pride 600, saj je le tedaj vseh steklenic manj kot 2000. Na tovornjaku je 1200 steklenic sadnega soka.

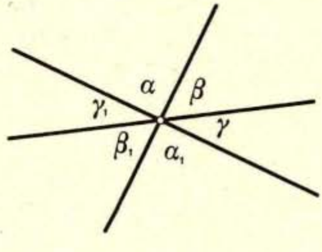
193. Popil je $\frac{12}{12}$ skodelice črne kave in $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{11}{12}$ skodelice mleka. Torej več je popil črne kave.

194. 102 dobimo, če za 15% zmanjšamo število 120.

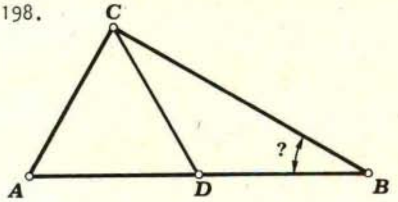
195. Točka C mora ležati na simetrali spojnice AA_1 in hkrati na simetrali spojnice BB_1.



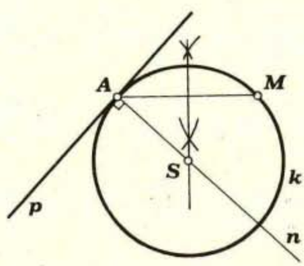
196. $\alpha = \alpha_1 \quad \beta = \beta_1 \quad \gamma = \gamma_1$
$\alpha + \alpha_1 + \beta + \beta_1 + \gamma + \gamma_1 = 360^o$
in zato je $\alpha + \beta + \gamma =$
$= \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^o$.



197. Tekmovalo je 25 učencev.

198. 

ΔADC je enakostraničen, zato je $\measuredangle ADC = 60^\circ$.
ΔDBC je enakokrak, zato je $\measuredangle DBC$ 1/2 od $\measuredangle ADC = 30^\circ$

199. 

200. Prva ura prehiti vsak dan za 5 minut, torej bo prvič kazala prav, ko bo prehitela za 12 ur ali 720 minut. To je spet čez 144 dni. Druga ura:
$3y = 12.60 \qquad y = 240$
$v(144, 240) = 720$
Obe uri bosta zopet hkrati kazali pravi čas čez 720 dni.

201. Ulomek je $7x/13x$ in veljati mora $7x + 13x = 4140$. Iskani ulomek je 1449/2691.

202. Pot je dolga 40 km.

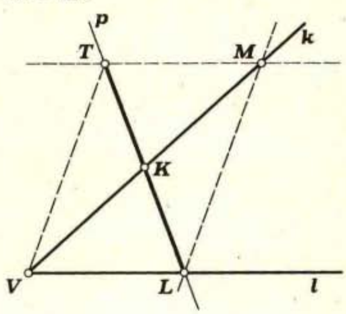
203. $a + b = 168$, $a = 24\cdot k, b = 24\cdot q$
$k + q = 7$
Če je $k = 1$, potem je $q = 6$; dobimo števili 24 in 144

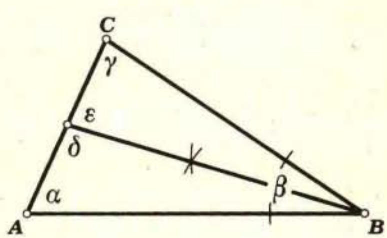
$k = 2$	$q = 5$;	48 in 120
$k = 3$	$q = 4$;	72 in 96
$k = 4$	$q = 3$;	96 in 72
$k = 5$	$q = 2$;	120 in 48
$k = 6$	$q = 1$;	144 in 24

204. Količnik se poveča za 16%.

205. $a = 14$ cm, $b = 8$ cm, $c = 18$ cm

206. Skozi T narišemo vzporednico kraku l. Označimo z M presečišče te vzporednice s krakom k. Nato narišemo skozi M vzporednico daljici TV. Presečišče z l označimo z L. Presečišče premice skozi T in L s krakom k označimo s K. TL in VM sta diagonali paralelograma $VLMT$, zato je $TK \cong KL$.



207. 

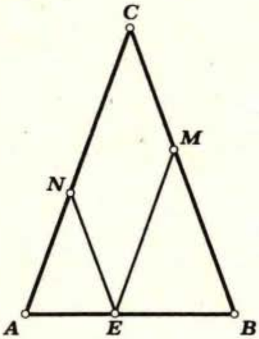
$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) = 56^\circ$
$\delta = \beta/2 + \gamma = 82^\circ$
$\varepsilon = 180 - \delta = 98^\circ$

208. Produkt štirih faktorjev 3.3.3.3 se končuje z 1, prav tako produkt oseminosemdesetih enakih faktorjev 3. Torej se produkt devetdesetih enakih faktorjev 3 končuje s cifro 9.

209. $p = 84$ cm².

210. Starši predstavljajo 2/3 udeležencev. Preostala 1/3 so učenci in učitelji (20 ljudi). Na proslavi je bilo torej 60 ljudi.

211.



Δ *AEN* in Δ *EMB* sta enakokraka, zato je $\overline{AN} = \overline{EN}$ in $\overline{EM} = \overline{BM}$

$\overline{EM} + \overline{MC} = \overline{BC}$

$\overline{EN} + \overline{NC} = \overline{AC}$

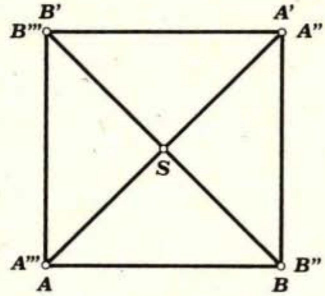
$\overline{EM} + \overline{MC} + \overline{EN} + \overline{NC} = \overline{BC} + \overline{AC}$

Obsega se razlikujeta za dolžino stranice $\overline{AB}$.

212. $v(3, 5, 7) = 105$
105 dni je 15 tednov
Čez 15 tednov ali 26. julija letos.

213. Središče krožnice k je presečišče simetrale daljice $\overline{AB}$ in premice r, ki je pravokotna na premico p in vsebuje točko A.

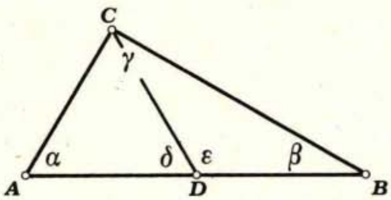
214. Lik, ki ga tvorijo trikotnik *ABS* in njegove zrcalne slike, je kvadrat s stranico $4\sqrt{2}$ cm.
1. Razloži, zakaj je $B''' = B'$ in $A'' = A'$
2. Razloži, zakaj so daljice $\overline{AB}$, $\overline{B''A''}$, $\overline{A'B'}$ in $\overline{A'''B'''}$ skladne.



3. Razloži, zakaj so vsi notranji koti romba $ABA'B'$ pravi koti.

215. $$\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{1-\frac{2}{3}:\frac{3}{4}} = \frac{\frac{17}{12}}{1-\frac{8}{9}} = \frac{17\cdot 9}{122} = 12\frac{3}{4}$$

216. Trikotnik *ADC* je enakostraničen. Zato je $\alpha = \delta = 60^\circ$ in $\varepsilon = 120^\circ$. Ker je trikotnik *DBC* enakokrak, je $\beta = 30^\circ$. Torej je $\gamma = 90^\circ$.



217. $v(75,60,45) = 900$

$\frac{900}{75} = 12$, $\frac{900}{60} = 15$, $\frac{900}{45} = 20$

Po 900 centimetrih bi tretji deček začel korakati s deno nogo.
Odogovr: Do tedaj, ko se bodo spet vsi dečki hkrati oprli na levo nogo, bo prvi deček napravil 24 korakov, drugi 30 in tretji 40 korakov.

218. 1. dan: $\frac{1}{4}$

2. dan: $\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$

1. in 2. dan: $\frac{1}{4} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

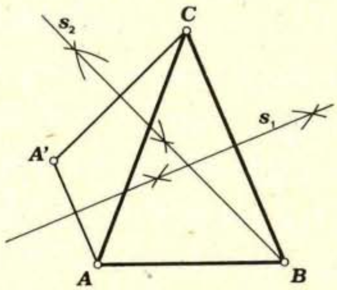
3. dan: $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} = 90$ ha

$\frac{5}{5} = 225$ ha

Odgovor: Polje meri 225 ha.

219.



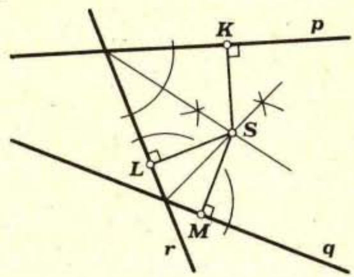
220. $(a+b)+(b+c)+(a+c) =$
$= 22$ cm $+ 26$ cm $+ 32$ cm
$2(a+b+c) = 80$ cm
$\underline{a + b + c = 40 \text{ cm}}$

$a + 26$ cm $= 40$ cm
$\underline{a = 14 \text{ cm}}$

$b + 32$ cm $= 40$ cm
$\underline{b = 8 \text{ cm}}$

22 cm $+ c = 40$ cm
$\underline{c = 18 \text{ cm}}$

221.



Točka S je enako oddaljena od premic p, q in r. Utemeljitev (lahko tudi z besedilom):

$\overline{KS} = \overline{LS}$
$\overline{LS} = \overline{MS}$
$\overline{KS} = \overline{MS}$

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome, 9. letnik, šolsko leto 1981/82, številka 6., str. 1-32 (289-320).

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije - Podružnica Ljubljana - Komisija za tisk - PRESEK - Jadranska c. 19, soba 316, 61111 Ljubljana, p.p. 6, tel. št. (61) 265-061/53, št. žiro računa 50101-620-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-257300-5694/4. Naročnina za šol. leto 1981/82 je za posamezna naročila 87,50 din, za skupinska naročila pa 70.- din; za inozemstvo 7$, 10000 Lit, 100 ASch. List izhaja 4-6 krat letno.

DRUŠTVO MATEMATIKOV,
FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

ZAVOD ZA ŠOLSTVO
SOCIALISTIČNE REPUBLIKE SLOVENIJE

učenec ______________________________ __________ *razreda*

osnovne šole ______________________________

je prejel

SREBRNO
VEGOVO PRIZNANJE

za uspeh na republiškem tekmovanju iz matematike v šolskem letu 19__/__

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije
in Zavod za šolstvo SR Slovenije
predlagata srednjim šolam, da učenca oprostijo preizkusa znanja iz matematike;
družbeno-političnim skupnostim, izobraževalnim skupnostim in delovnim organizacijam
pa priporočata, naj učenčev uspeh upoštevajo pri podeljevanju štipendij
in drugih oblik pomoči za šolanje.

V ____________________, __________ *19*__

Predsednik občinske
tekmovalne komisije :

Izdalo Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Založila Državna založba Slovenije

PRESEKOVA KNJIŽNICA

1. Vidav Ivan, JOSIP PLEMELJ - Ob stoletnici rojstva (2. natis), 1975
2. Zajc Pavle, TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA - Zbirka rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev šestih, sedmih in osmih razredov osnovnih šol SRS, 1977
3. Prosén Marijan, ASTRONOMSKA OPAZOVANJA - Kako v astronomiji s preprostimi napravami opazujemo in merimo, 1978
4. Strnad Janez, ZAČETKI SODOBNE FIZIKE - Od elektrona do jedrske cepitve, 1979
5. Strnad Janez, RELATIVNOST ZA ZAČETNIKE - Odlomki iz posebne in splošne teorije relativnosti za srednješolce, 1979
6. Landau L. D., J. B. Rumer, KAJ JE TEORIJA RELATIVNOSTI - Nobelovec predstavi spremenjene poglede na prostor, čas in maso, 1979
7. Križanič France, UKROČENA MATEMATIKA - Zapoznelo opozorilo na računske zakone ali fižol namesto množic, 1981
8. Ranzinger Pavla, PRESEKOVA ZVEZDNA KARTA - Fotografije Bojan Dintinjana, 1981
9. Strnad Janez, ZAČETKI KVANTNE FIZIKE - Od kvanta do snovnega valovanja, 1982
10. Kuščer Ivan, ENAJSTA ŠOLA ZA FIZIKE - Čuda se kažejo ob vsakem koraku, 1982
11. Zajc Pavle, TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA - Zbirka rešenih nalog iz matematike za peti in šesti razred osnovnih šol SRS, 1982