

BESEDA UREDNICE

$$1,38 = k = \frac{R}{N_A}$$

k Boltzmannova konstanta
R sploš. plin. konstanta
N_A - avogadrovo število

Presekova knjižnica je počastila stoletnico rojstva fizika Alberta Einsteina z izdajo dveh del iz teorije relativnosti: s knjižico L.D. Landaua in J.B. Rumerja *Kaj je teorija relativnosti*, ki je izšla kot 6. številka Presekove knjižnice in peta številka Preseka ter s pričujočo knjižico. Avtor Janez Strnad obravnava v njej del posebne teorije relativnosti, tako imenovano relativistično mehaniko, ki je razširitev Newtonove mehanike. Uvede pa bralca tudi v splošno teorijo relativnosti na preprost in zanimi način. Knjižico je namenil predvsem dijakom zadnjega letnika srednjih šol, ki že poznajo odvajanje in integriranje. Menil je, da je Landauova in Rumerjeva knjižica odličen uvod v posebno teorijo relativnosti, ki ga v Relativnosti za začetnike ni. Ker je slednja napisana predvsem za tiste, ki znanje radi utrdijo z računi, ni redna številka Preseka in ima naklado samo tritisoč izvodov.

Teorija relativnosti uvaja vrsto posebnosti, ki se zde nenavadne. Na primer to, da namerijo opazovalci, ki se gibljejo z različnimi hitrostmi, različne časovne razlike med istima dvema dogodkoma. Dolžina telesa v smeri gibanja postane odvisna od hitrosti. Oba pojava postaneta znatna, če hitrosti niso majhne v primeri s hitrostjo svetlobe. Nenavadno se nam zdi tudi to, da postane telo težje, če ga segrejemo, ali pospešimo ali mu kako drugače dodamo energijo. Ker velikih teles, na primer vlakov ali avtomobilov, ne moremo pospešiti do dovolj velikih hitrosti, si takih izkušenj v vsakdanjem življenju ne moremo nabrati. Raziskovalce, ki v laboratoriju opazujejo reakcije med atomskimi jedri, pa prav nič ne preseneča, ko namerijo atomskemu jedru manjšo maso, potem ko je izsevalo del energije v obliki fotona. Ko je pred sedemdesetimi leti Albert Einstein objavil teorijo relativnosti, še niso znali napraviti te vrste poskusov. Vendar je Einstein videl rešitev, ki je izkušnje še slutiti niso dale. Poskusi so ji pritrdili šele precej kasneje.

Preden se loti fizik resnejših računov ali merjenja, oceni velikostno stopnjo količin, ki ga zanimajo. Brez takih ocen problema ne bo znal prav zastaviti. Navedimo še primer! Sonce sveti predvsem na račun jedrskih reakcij, ki potekajo v njegovi središču: vodikova jedra "gorijo" v helijeva jedra. Ker premoga in nafte na Zemlji zmanjkuje, bi veljalo posnemati Sonce in zgraditi reaktorje, podobne Sončevemu. Napravimo ocene! Primerjajmo energijo, ki se sprosti, ko molekula vodika zgori v molekulo vode, z energijo, ki se sprosti, ko štiri vodikova jedra "zgorijo" v helijevo jedro. Pričujoča knjižica vam bo pri tem pomagala. Izračunali boste, da se pri jedrski reakciji sprosti milijonkrat večja energija na kilogram vodika. Nismo še zadovoljni. Želimo vedeti tudi, kako hitro se sprošča energija. Ocena nas preseneti: na vsak kilogram vodika se sprosti v sončni središču v sekundi kakih milijonkrat manjša energija, kot pri gorilcih na vodik v laboratorijih. Vodikova jedra "gorijo" v Soncu počasneje, kot vodik v laboratoriju. Razmislek nas pouči, da moramo biti pri posnemanju sončne peči previdni. Na Zemlji moramo doseči precej drugačne pogoje, če naj reaktor uspešno deluje. Poskusi te vrste potekajo že več kot deset let in dajejo upanje na uspeh.

Na koncu bi vam povedala še zgodnico o tem, kako včasih že preprost premislek pomaga najti pot k rešitvi, četudi ne poznamo vseh enačb in zakonov, če le pravilno upoštevamo simetrijo narave. Deklico iz male šole so vprašali, kaj bi se po njenem zgodilo, če bi v rov, navrtan skozi središče Zem-

$$f^2 = x \cdot x'$$

(Nadaljevanje na 3.str. ovitka)



$12 = \text{gostota pri } p_0 = 1$

$$V_{\text{kmol}} = \frac{M}{\rho_0} = 22,4 \text{ m}^3$$

$$r = \frac{p_0}{p_0 T_0} = r_1 - r_2$$

$$R = MR = \frac{p_0 V_{\text{kmol}}}{p_0} = 8,310^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$$

Posebna in splošna teorija relativnosti zbudjata veliko zanimanja. To velja tudi za njunega avtorja Alberta Einsteina. Posebni teoriji relativnosti lahko damo tako obliko, da po matematični strani ni zahtevna. V tej obliki jo je mogoče predstaviti v srednji šoli. Pri tem pa se ne moremo držati poti, ki jo je ubral Einstein leta 1905 in ki ji dokaj vrno sledijo zahtevnejši učbeniki. Tudi ni dovolj časa za predstavitev teorije v celoti, tako da se je treba zadovoljiti v srednji šoli z nekaterimi njenimi deli. Glavni del te knjižice je posvečen enemu izmed takih delov - relativistični mehaniki. Vznemirljivo jedro teorije in njen spremenjeni pogled na prostor in čas pustimo ob strani. Ta je načelno in teoretično zelo pomemben, a s praktično stranjo vsakdanjega življenja ni povezan.

Praktičen pomen pa imajo nekatere naprave. Na prvem mestu je treba omeniti jedrske reaktorje in sproščanje energije na Soncu. V tej zvezi tudi ne gre zamolčati jedrskega orožja. Jedrski reaktorji bodo imeli vsaj v naslednjih desetletjih pomembno vlogo pri preskrbi z energijo. Čeprav občutimo do jedrskega orožja neznanski odpor, moramo priznati, da so se razmere na svetu spremenile, odkar obstaja. S seboj je prineslo strah pred uničevalno jedrsko vojno. Na drugem mestu omenimo pospeševalnike in nakopičevalnike, ki jih uporabljajo pri raziskovanju delcev in zgradbe snovi. Ti so sicer manj razširjeni od reaktorjev, a sodijo med največje in najdražje raziskovalne naprave. Ne zanima nas, kako so našteje naprave zgrajene, pač pa osnovna fizikalna spoznanja, po katerih delujejo. I. poglavje vsebuje razširitev energijskega zakona na jedrske reakcije. To je osnova za delovanje jedrskih reaktorjev in jedrskega orožja ter za izvir sončne energije. II. poglavje je posvečeno relativistični mehaniki, ki je osnova za delovanje pospeševalnikov in nakopičevalnikov.

Splošno teorijo relativnosti je razvil Einstein v letih od 1908 do 1916. Ta teorija je matematično zelo zahtevna in za praktično stran vsakdanjega življenja ni pomembna. Vendar postaja vse zanimivejša zaradi raziskovanja vesolja in novih podatkov, ki jih dajejo izpopolnjene merilne naprave.

V III. poglavju na kratko omenimo samo nekatere izmed napovedi splošne teorije relativnosti.

Z začetniki v naslovu so mišljeni bralci, ki se prvič srečajo s teorijo relativnosti, ne začetniki v matematiki in fiziki. Obvladali naj bi matematiko iz zadnjega letnika srednje šole, to je odvajanje, integriranje in računanje z vektorji. Podobne so zahteve glede znanja fizike. Ker se kolikor mogoče naslanjamo na Newtonovo mehaniko, ne moremo brez dobrega poznavanja njenih osnov in nekaterih drugih enačb. Odstavki, ki se nanašajo na Newtonovo mehaniko, so tiskani na osenčenem papirju. V njih se večkrat sklicujemo na enačbe iz zadnje izdaje učbenika I. Kuščerja in A. Moljka *Fizika*, Ljubljana, Državna založba Slovenije 1977, 1978. I. poglavje pa je v veliki meri ponovitev dela fizike za prvi razred srednjih šol (*Fizika*, 3. zvezek, srednje usmerjeno izobraževanje, Ljubljana, Državna založba Slovenije 1978).

V knjižici je poudarek na kvantitativnih zvezah in v njej je precej enačb. Zato je namenjena predvsem tistim srednješolcem v zadnjem letniku, ki jih fizika posebej privlači. Bolj zapleteni računi, ki niso tesno povezani s preostalo snovjo, so označeni z zvezdico.

O prostoru in času v posebni teoriji relativnosti se lahko pouči bralec v posrečeni knjižici L.D. Landaua in J.B. Rumerja *Kaj je teorija relativnosti*, ki je izšla kot 5. številka VII. letnika Preseka. Bralci, ki bi radi podrobneje spoznali posebno teorijo relativnosti, pa lahko posežejo po knjižici *Posebna teorija relativnosti* iz knjižnice Sigma (Ljubljana, Državna založba Slovenije 1979).

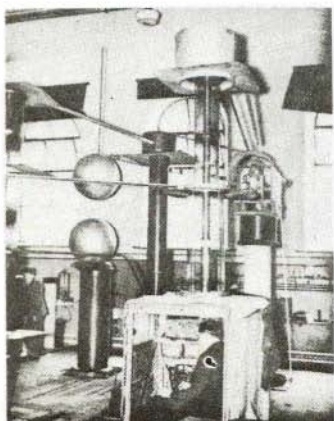
Spomladi 1979 je minilo sto let od rojstva Alberta Einsteina, ki je ustvaril posebno in splošno teorijo relativnosti. Naj bo knjižica skromen prispevek k počastitvi njegovega spomina.

Zahvaljujem se docentu B. Borštniku, ki je prebral rokopis in dal več koristnih nasvetov.

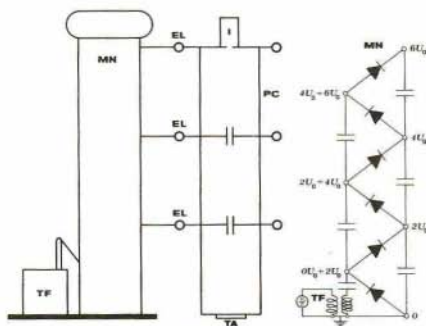
Ljubljana, jeseni 1979

J.S.

Lastna energija. Raziskovanje jedrskih reakcij se je razmahnilo z razvojem *pospeševalnikov*, s katerimi so pospešili nabite delce do velikih hitrosti. Prej so razpolagali le s hitrimi delci α iz radioaktivnih izvirov. Prvi pospeševalnik sta zgradila leta 1932 J.D. Cockroft in E.T.S. Walton. Za današnje pojme je bil to pravi pritlikavec: dajal je *protone* - vodikove ione ali jedra vodikovih atomov - s kinetično energijo nekaj stotisoč elektronvoltov (sl. 1). S temi protoni sta sprožila prvo jedrsko reakcijo, pri kateri izstrelki niso bili delci iz radioaktivnega izvira. S curkom protonov iz pospeševalnika sta obstreljevala zelo tanko litijevo tarčo v meglični celici. Posledeh v njej sta ugotovila, da sta včasih odletela iz tarče po dva enaka nabita delca v nasprotnih smereh (sl. 2). Šlo je za reakcijo, pri kateri je proton reagiral z litijevim jedrom in sta odleteli vsaksebi dve helijevi jedri (delca α). Z enačbo, v kateri označimo s simboli jedra, zapišemo to reakcijo takole:



Sl. 1a



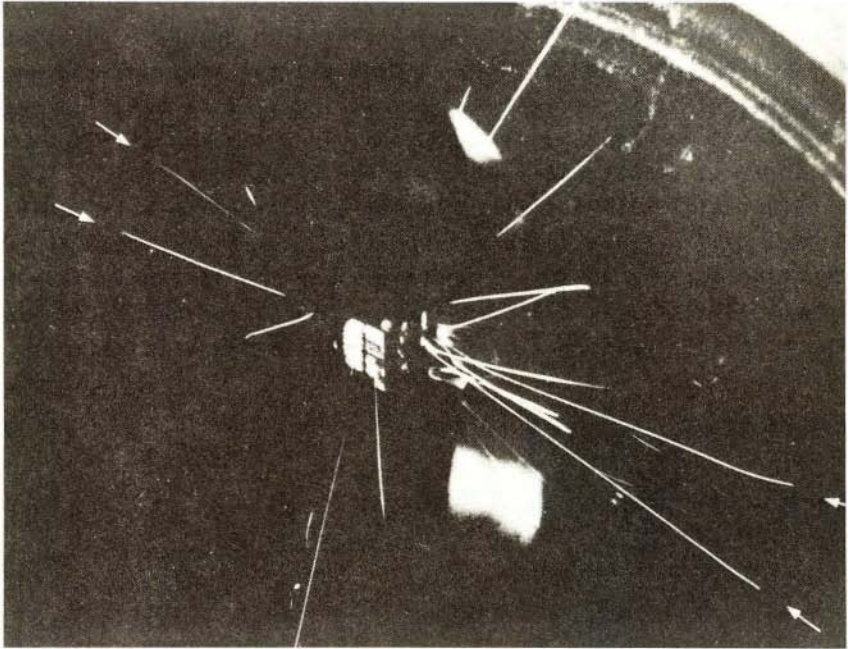
Sl. 1b

Sl. 1: Cockroft-Waltonov *kaskadni pospeševanik* za protone s kinetično energijo do 300 keV (a) in njegov sestav z vezjem za množilnik napetosti MN (b). Veriga kondenzatorjev in usmernikov pomnoži amplitudo napetosti U_0 na sekundarni strani transformatorja TF. Na desnih spojnih mestih je napetost konstantna, na levih pa niha med navedenima skrajnima vrednostma. I je ionski izvir, PC evakuirana pospeševalna cev in TA tarča. Elektrode EL poskrbijo, da se napetost enakomerno porazdeli po pospeševalni cevi.



Zgornji levi indeks je *masno število A*, to je do celega števila zaokrožena relativna atomska masa. Masno število vodika je 1, helija 4 in litija 7.

Podobne enačbe poznamo iz kemije, le da označujejo v njih simboli atome in molekule.



Sl. 2: Leta 1932 je J.D. Cockroftu in E.T.S. Waltonu prvič uspelo opazovati v meglični celici reakcijo protonov iz pospeševalnika z jedri. Pospeševalna cev s tankim litijevim lističem kot tarčo je segala v meglično celico. (Na sl. 1a opazuje E.T.S. Walton to celico.) Protoni z majhno kinetično energijo so prileteli po cevi in nekateri od njih so reagirali z litijevimi jedri. Pri tem sta nastali helijeve jedri, ki sta odleteli v nasprotnih smereh in izstopili skozi sljudni okenci v celico. Po *dosegu* helijeveh jeder, to je dolžini meglenih sledi v celici so določili njihovo začetno kinetično energijo 8,7 MeV. Helijevo jedro, ki je odletelo proti levi, je šlo skozi litijevo tarčo in je imelo malo krajši doseg, ker ga je litijev listič močneje zaustavil kot zrak. J.D. Cockroft in E.T.S. Walton sta za svoje odkritje dobila Nobelovo nagrado leta 1951. Fotografijo z dvema paroma helijeveh jeder, ki jih kažejo puščice, sta posnela P.I. Dee in E.T.S. Walton leta 1933.

Kinetično energijo ionov in sploh energijo delcev iz sveta atomov radi navajamo v *elektronvoltih*. Za 1 eV se spremeni kinetična energija delca z enim osnovnim nabojem e_0 , ko preleti delcelec v vakuumu napetost 1 V. Tako je $1 \text{ eV} = e_0 \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$. $1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Tisočkrat večja enota je kiloelektronvolt, keV, milijonkrat večja enota megaelektronvolt, MeV in milijardokrat večja enota gigaelektronvolt, GeV.

Delce, ki sodelujejo pri reakciji, štejemo k *sistemu delcev*. Vsi drugi delci sestavljajo *okolico*. Če lahko vzamemo, da delci iz okolice sploh ne delujejo na delce sistema, je sistem neodvisen od okolice. Takemu sistemu recimo *neodvisni sistem*. Opazujmo sistem samo zelo kratek čas pred reakcijo ali trkom in samo kratek čas po reakciji ali trku. V tem primeru lahko zanemarimo sile delcev iz okolice na delce sistema. To pomeni, da imamo lahko tedaj sistem delcev za neodvisen. Če bi opazovali dalj časa pred reakcijo ali trkom in dalj časa po reakciji ali trku, pa ne bi smeli imeti sistema za neodvisnega. Upoštevati bi morali, da doživljajo nabiti delci trke z atomi ali molekulami v okolici in pri tem izgubljajo kinetično energijo.

Neodvisnemu sistemu ne dovajamo iz okolice ne dela ne toplote ne snovi ne naboja. Prav tako od njega ne odvajamo ničesar. V tem primeru velja za sistem *energijski zakon* (KM II, str. 42) v posebni obliki. Energija sistema se ohrani: pred kakim pojavom, na primer trkom, je enaka kot po njem. To je *izrek o ohranitvi energije*. Energijo sistema sestavljajo skupna kinetična energija, skupna potencialna energija in skupna notranja energija vseh delcev sistema (KM II, str. 38).

Za neodvisni sistem velja tudi *zakon o ohranitvi mase*: masa sistema, to je skupna masa vseh delcev sistema, se ohrani (KM I, str. 116). Ker je pri neodvisnem sistemu rezultanta zunanjih sil enaka nič, sledi iz *izreka o gibalni količini* (KM I, str. 142) za ta primer *izrek o ohranitvi gibalne količine*. (KM I, str. 144).

Gibalna količina sistema; to je skupna gibalna količina vseh delcev sistema, se ohrani.

Prav tako velja za neodvisni sistem tudi *zakon o ohranitvi naboja*. Naboj sistema, to je skupni naboj vseh delcev sistema, se ohrani (KM III, str. 110).

Vodik je na prvem mestu periodne preglednice elementov, helij na drugem in litij na tretjem. Vodik ima *vrstno število* $Z = 1$, helij 2 in litij 3. Jedro vodika ima en pozitivni osnovni naboj, jedro helija dva in jedro litija tri. Vrstno število je enako številu pozitivnih osnovnih nabojev v jedru in določa število protonov v jedru. Razlika med masnim številom in vrstnim številom pa določa *število nevtronov* v jedru: $N = A - Z$. Proton in nevtron sta gradnika jeder in sta si v sorodu, tako da ju označujemo s skupnim imenom *nukleon*. Oba nukleona imata približno enako maso, le da ima proton en pozitivni naboj, nevtron pa je brez naboja. V naštetih jedrih vodika, helija in litija so po vrsti 0, 2 in 4 nevtroni.

Zakon o ohranitvi naboja, ki smo ga spoznali pri poskusih z velikimi telesi, velja tudi za navedeno jedrsko reakcijo. Skupni naboj pred njo, merjen v osnovnih nabojih, je $1 + 3 = 4$. Skupni naboj po reakciji je prav tolikšen: $2 + 2 = 4$.

Tudi izrek o ohranitvi gibalne količine velja. Pred reakcijo jedro litija miruje, proton, ki je sedemkrat lažji, pa ima tako majhno gibalno količino, da jo smemo približno postaviti enako nič. Skupna gibalna količina pred reakcijo je tedaj približno enaka nič. Skupna gibalna količina po njej je prav tolikšna, saj odletita helijeve jedri v nasprotnih smereh s približno nasprotno enakima gibalnima količinama.

Kako pa je z maso in z energijo? Masa atomov ${}^1\text{H}$, ${}^7\text{Li}$ in ${}^4\text{He}$ je po vrsti 1,0078 u, 7,0160 u in 4,0026 u. Skupna masa pred reakcijo je tedaj $m_1 = 1,0078 \text{ u} + 7,0160 \text{ u} = 8,0238 \text{ u}$. Skupna masa po reakciji pa je $m = 2 \cdot 4,0026 \text{ u} = 8,0052 \text{ u}$. Skupna masa se torej ne ohrani. Po tem sklepamo, da pri jedrskih reakcijah v splošnem ne velja zakon o ohranitvi mase. Skupna masa po reakciji je manjša kot skupna masa pred njo. Razlika je $m - m_1 = -0,0186 \text{ u} = -3,09 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$, če upoštevamo, da je atomska enota mase $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Skupna kinetična energija pred reakcijo je zelo majhna in jo lahko približno postavimo enako nič. Kinetična energija vpadle ga protona je namreč zelo majhna, litijevo jedro pa miruje. Nemoteno litijevo jedro je v osnovnem stanju. Tudi vodikovo je dro in helijevo jedro so v osnovnem stanju, saj ta jedra sploh nimajo vzbujenih stanj. Tako se skupna notranja energija med reakcijo ne spremeni in je sploh ni treba upoštevati. Osnovno stanje je stanje z najmanjšo mogočo notranjo energijo. Za vsako izmed jeder v osnovnem stanju vzamemo, da je notranja energija enaka nič. Tudi skupna potencialna energija pred reakcijo in po njej je enaka nič, saj so tedaj jedra v dovolj veliki medsebojni razdalji. Energija sistema pred reakcijo je potemtaj kem približno enaka nič.

Tudi po reakciji sestavljata energijo sistema samo kinetični energiji, a ti nista enaki nič. Po *dosegu*, ki ga helijevo jedro prepotujeta v zraku meglične celice, preden se zaustavita, so ugotovili, da je kinetična energija vsakega izmed njiju tik po reakciji približno enaka 8,7 MeV. Energija sistema po reakciji je torej $W_k = 2 \cdot 8,7 \text{ MeV} = 17,4 \text{ MeV}$. To se razlikuje od energije sistema pred reakcijo $W_{k1} = 0$ in kaže, da v splošnem pri jedrskih reakcijah ne velja izrek o ohranitvi energije. Energija sistema po reakciji je večja kot pred njo. Razlika je $W_k - W_{k1} = 17,4 \text{ MeV} = 2,78 \cdot 10^{-12} \text{ J}$, če upoštevamo, da je $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$.

Pri jedrskih reakcijah - tako kažejo navedeni zgled in drugi primeri - ne veljata ne zakon o ohranitvi mase ne izrek o ohranitvi energije v stari obliki. Presežek energije in primanjkljaj mase pa nas napeljeta na misel, da je mogoče stari zakon tako prilagoditi, da bo veljal tudi za jedrske reakcije. Priredimo masi neko doslej še neznano energijo in privzemimo, da je sorazmerna z maso: $W_m = km$. Sorazmernostnega koeficienta v tej zvezi še ne poznamo. Določimo pa ga lahko s podatki za naš zgled. Novi zakon o ohranitvi energije zapišemo za naš primer v obliki

$$W_k + km = W_{k1} + km_1$$

Čeprav gre slej ko prej za neodvisni sistem delcev, smo uporabili ime zakon in ne izrek. Taka je navada, saj pri delcih iz sveta atomov navadno nimamo podatkov, iz katerih bi izračunali dovedeno delo. Vedno obravnavamo sistem, ki ga smemo imeti vsaj pri opazovanem pojavu in za kratek čas za neodvisnega. Spomnimo se, da navadno pravimo zakon splošnemu spoznanju na osnovi izkušenj pri opazovanju in merjenju, izrek pa imenujemo ugotovitev, ki sledi iz zakona in ki pogosto velja samo za poseben primer.

Iz zapisane enačbe sledi za koeficient

$$\begin{aligned} k &= (W_k - W_{k1}) / (m_1 - m) = \\ &= 2,78 \cdot 10^{-12} \text{ J} / 3,9 \cdot 10^{-29} \text{ kg} = 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

Enota koeficienta k , to je m^2/s^2 , je kvadrat enote za hitrost m/s . Po merskem številu $9 \cdot 10^{16} = (3 \cdot 10^8)^2$ pa spoznamo v koeficientu kvadrat svetlobne hitrosti: $k = c^2 = (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2$. Zdaj lahko vpeljemo *lastno energijo* delca z maso m :

$$W_m = mc^2$$

Novi energijski zakon ima tedaj obliko

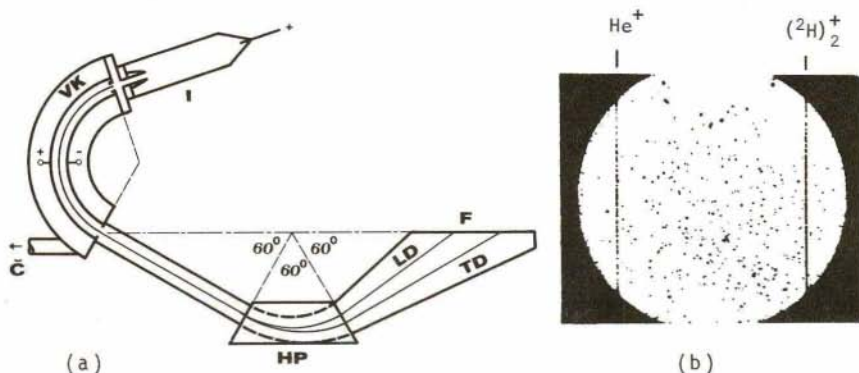
$$W_k + mc^2 = W_{k1} + m_1 c^2 \quad (1)$$

Seveda velja ta enačba samo za neodvisni sistem, če ni treba upoštevati sprememb notranje in potencialne energije. Novemu zakonu, ki smo ga dobili na osnovi enega samega zgleda, ne moremo povsem zaupati, dokler ga ne preizkusimo na velikem številu zgledov. Povejmo, da se napovedi zakona pri vseh premerjenih jedrskih reakcijah ujemajo z izidi merjenj.

Mase atomov zelo natančno izmerimo z *masnim spektrografom* po odklonu ionov v prečnem magnetnem polju. V vakuumski posodi je ionski izvir, v katerem nastajajo ioni izbranega elementa. Električno polje posrka ione iz izvira, jih pospeši in usmeri, tako da imajo ioni, ki izstopajo skozi odprtino v zaslonu, kolikor mogoče enako velike in enako usmerjene hitrosti. Ioni

priletijo v prečno homogeno magnetno polje in se odklonijo zaradi magnetne sile. Ta sila je pravokotna na tir, tako da se ioni v polju gibljejo po krožnem odseku. Če imajo vsi ioni po en pozitivni osnovni naboj, deluje na vsakega izmed njih enako velika magnetna sila. Ioni z večjo maso se tedaj gibljejo po delu kroga z večjim radijem in se odklonijo manj, ioni z manjšo maso pa se gibljejo po krožnem odseku z manjšim radijem in se odklonijo bolj (sl. 3a). Ione prestreže film, na katerem opazimo po razvitju črte, od katerih ustreza vsaka črta ionom z dano maso (sl. 3b). Spektrograf umerimo pred merjenjem z ioni z znano maso. Ioni imajo majhno hitrost v primeri s hitrostjo svetlobe. Izid pri merjenju je zato enak, kot če bi ioni mirovali. Izmerjeni masi rečemo *lastna* ali *mirovna masa*, če želimo to posebej poudariti.

Atomska enota mase u je določena z dogovorom, da je relativna atomska masa ogljikovega izotopa ^{12}C enaka 12 ali da ima atom ^{12}C maso 12u. Navadno primerjajo ione, ki se po masi malo razlikujejo. V najboljših spektrografih je mogoče še razločevati ione, ki se razlikujeta po masi za milijoninko enote u . To po-



Sl. 3: Risba masnega spektrografa (a) in masni spekter mešanice helija in težkega vodika (devterija) (H. Ewald 1950) (b). I je ionski izvir, VK valja sti kondenzator, ki izbere ione s hitrostjo v bližini dane vrednosti, HP prečno homogeno magnetno polje, LD tir lažjega in TD tir težjega delca, F fotografska plošča, Č vakuumška črpalka. Masa atoma helija 4,0026 u se malo razlikuje od mase molekule devterija $2 \times 2,0141 u = 4,0282 u$. Razmiku med črtama v masnem spektru ustreza tedaj razlika mas 0,0256 u.

meni, da je mogoče z njimi še zanesljivo določiti šesto decimalno mesto relativne atomske mase. Pri izotopih z relativno atomsko maso več sto lahko navedemo tedaj skupaj v skrajnem primeru devet mest. Podobne natančnosti v fiziki ne srečamo pogosto.

Prej smo upoštevali mase atomov namesto mase jeder. To je bolj prikladno, ker vsebujejo preglednice mase atomov in ne mase jeder. Zdaj moramo to opravičiti. Ugotovili smo, da je skupno število pozitivnih osnovnih nabojev pred reakcijo enako kot po njej. V mislih smemo tedaj dodati pred reakcijo in po njej, to je na levi in na desni strani reakcijske enačbe, toliko elektronov, kolikor je skupno pozitivnih nabojev. S tem izpopolnimo vsa nastopajoča jedra v atome. Tako smemo računati z masami atomov namesto z masami jeder, če je le masa atoma enaka vsoti mase jedra in skupne mase elektronov. Ali je navedeni pogoj izpolnjen, saj smo pri jedrskih reakcijah ugotovili, da ne velja zakon o ohranitvi mase? Atomu vodika je treba na primer dosti ionizacijsko energijo $W_i = 13,6 \text{ eV}$, da ga razdelimo na mrujoča jedro in elektron. Če sklepamo podobno, kot smo pri jedrskih reakcijah, je lastna energija ločenega elektrona in protona za W_i večja od lastne energije vodikovega atoma. Razliki lastnih energij W_i ustreza razlika mas W_i/c^2 . Ta razlika meri

$$\begin{aligned} W_i/c^2 &= 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} / 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 \text{s}^{-2} = \\ &= 2,4 \cdot 10^{-35} \text{ kg} = 2,4 \cdot 10^{-35} \text{ u} / 1,67 \cdot 10^{-27} = \\ &= 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ u} \end{aligned}$$

Razlika je premajhna, da bi jo mogli izmeriti s sodobnimi masnimi spektrografi. Podobno je tudi pri drugih atomih. Zato lahko trdimo: pri dosegljivi merski natančnosti je masa atoma enaka vsoti mase jedra in skupne mase elektronov. Ugotovitev lahko povemo še drugače. Pri ionizaciji in nasploh pri kemijskih reakcijah, pri katerih je prizadeta zgradba atomov in molekul, se sicer po zakonu (1) spremeni skupna masa. Vendar za zdaj ma se ne moremo tako natančno meriti, da bi lahko neposredno izme

rili ustrezno spremembo mase. To je mogoče le pri jedrskih reakcijah, pri katerih je prizadeta zgradba jeder.

Reakcijska energija. Vpeljimo *reakcijsko energijo* Q , ki nam bo pomagala pri razvrstitvi jedrskih reakcij. Iz zakona (1) sledi

$$Q = (m - m_1)c^2 = - (W_k - W_{k1}) \quad (2)$$

če je skupna masa delcev pred reakcijo večja kot po reakciji, je reakcijska energija negativna in je skupna kinetična energija delcev po reakciji večja kot pred njo:

$$m < m_1 \quad Q < 0 \quad W_{k1} < W_k$$

Ob reakciji dobimo več kinetične energije, kot smo vložili energije v pospeševanje izstrelka. Tarča, to je jedro, ki ga zadene izstrellek, miruje. Kinetična energija se torej poveča zaradi zmanjšanja lastne energije. Take reakcije spominjajo na eksotermne kemijske reakcije in jih pogosto imenujemo *eksoergne*. Eksoergna reakcija je mogoča tudi, če ima izstrellek zelo majhno kinetično energijo, kakor na primer v opisanem primeru. Po reakciji delujejo delci iz okolice na jedra, ki so nastala pri reakciji - sistem zdaj ni več neodvisen - in jedra oddajo naposled ob trkih vso svojo kinetično energijo delcem v okolici. Pri tem gre pretežno za ionizacijo molekul in atomov v okolni snovi. Zaradi tega se poveča notranja energija snovi. Snov se segreje, če je toplotno izolirana.

Pri drugi vrsti reakcij je skupna masa delcev po reakciji večja kot pred reakcijo. Tedaj je reakcijska energija pozitivna in skupna kinetična energija pred reakcijo večja kot po njej:

$$m_1 < m \quad Q > 0 \quad W_k < W_{k1}$$

V tako reakcijo moramo vložiti več energije, kot je dobimo. Na njen račun se poveča lastna energija. Take reakcije spominjajo na endotermne reakcije in jih pogosto imenujemo *endoergne*. Endoergna reakcija ni mogoča, če kinetična energija izstrelka ne

preseže reakcijske energije. To velja, če tarča miruje in če je njena masa velika v primeri z maso izstrelka. Sicer moramo upoštevati še ohranitev gibalne količine in mora biti kinetična energija izstrelka še precej večja od reakcijske energije. Kot zgled za endoergno reakcijo navedimo prvo jedrsko reakcijo, ki jo je odkril E. Rutherford leta 1919:



Njeno pravo naravo so spoznali nekoliko pozneje, ko so jo opazili v meglični celici. Na fotografiji je bila vidna sled hitrega delca α iz radioaktivnega izvira. Iz točke, v kateri se je končala ta sled, sta izvirali dve drugi sledi: tanka in dolga sled protona in debela in kratka sled kisikovega jedra. Mase atomov ${}^4\text{He}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{17}\text{O}$ in ${}^1\text{H}$ so po vrsti 4,0026 u, 14,0032 u, 16,9991 u in 1,0078 u. Reakcijska energija je

$$Q = (m - m_1)c^2 = (16,9991 + 1,0078) - (4,0026 + 14,0032) \text{ u}c^2 = 0,011 \text{ u}c^2$$

Enkrat za vselej izračunajmo lastno energijo, ki ustreza atomski enoti mase:

$$\begin{aligned} \text{u}c^2 &= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J} = \\ &= 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ MeV} / 1,6 \cdot 10^{-13} = 930 \text{ MeV} \end{aligned}$$

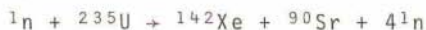
S tem podatkom dobimo za reakcijsko energijo $Q = 0,011 \cdot 930 \text{ MeV} = 1 \text{ MeV}$. Do te reakcije ne more priti, če ima delec manjšo kinetično energijo kot 1 MeV. Delec α nima mnogo manjše mase od tarče, zato mora biti njegova kinetična energija še precej večja (1,5 MeV).

Poseben primer eksoergne jedrske reakcije je *radioaktivni razpad*. Pri razpadu se jedro zaradi pojavov v notranjosti samo od sebe razleti na več delov. Pri razpadu α , na primer, se težje jedro razleti na lažje preostalo jedro in na delec α . Vzemimo za zgled razpad radijevega jedra:

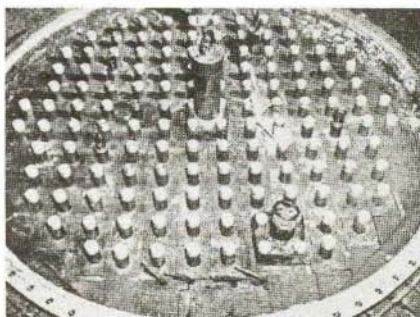


Mase atomov radija, radona in helija so po vrsti: 226,0254 u, 222,0175 u in 4,0026 u. Reakcijska energija je $Q = (222,0175 + 4,0026 - 226,0254) \cdot 930 \text{ MeV} = -4,9 \text{ MeV}$. Absolutno vrednost te energije si razdelita preostalo jedro in delec α kot kinetično energijo. Večino prevzame znatno lažji delec α . Merjenja se povsem skladajo s temi ugotovitvami.

Kot zgled za eksoergno reakcijo omenimo še *cepitev jedra* lahkega uranovega izotopa ^{235}U s počasnim nevtronom na primer:



Pri cepitvi lahko namesto jeder izotopov ksenona in stroncija nastaneta drugi srednje težki jedri in se sprosti manj ali več nevtronov kot štirje. V povprečju se sprosti 2,5 nevtronov.



Sl. 4b

Sl. 4a

Sl. 4: Poskusna eksplozija jedrske bombe na cepitev poleti 1946 pri atolu Bikiniju na Pacifiku. Bomba je eksplodirala nad morjem in fotografijo so naredili nekaj več kot dve sekundi po eksploziji, ko je imela ognjena krogla premer kakih treh kilometrov. Na morju je dobro viden krožni udarni val: območje znotraj njega je že dosegel povečani tlak, območja zunaj njega pa še ne (a). Prvi raziskovalni jedrski reaktor na naravni uran in težko vodo v Argonnu blizu Chicaga iz leta 1944. Odstranjen je zaščitni pokrov, da so vidni vrhovi 120 gorivnih elementov iz urana, ki segajo v posodo s težko vodo. (Ta ima v molekuli dva atoma težkega vodika namesto atomov navadnega vodika in znatno manj absorbira nevtrone kot navadna voda.) Reaktor je služil predvsem za obsevanje vzorcev in je delal z močjo do 300 kW (b).

Skupna masa pred cepitvijo je v povprečju za okoli 0,19 u večja kot skupna masa po njej. Skupna končna kinetična energija je tedaj $0,19 \cdot 930 \text{ MeV} = 180 \text{ MeV}$, medtem ko je kinetična energija nevtrona na začetku zanemarljivo majhna. Delci, ki nastanejo pri cepitvi, oddajo snovi, v kateri se zaustavijo, torej okoli 180 MeV energije. Pri tem je že upoštevana kinetična energija delcev, ki nastanejo pri poznejšem radioaktivnem razpadu neobstojećih srednje težkih jeder.

Cepitev v dovolj velikem kosu urana se lahko sama vzdržuje, če nastali nevtroni cepijo nova jedra ^{235}U . V tem primeru govorimo o *verižni cepitvi* ali o *verižni reakciji*. V *jedrskem reaktorju* poteka *kontrolirana verižna reakcija*. Po vsaki cepitvi v povprečju ravno en nevtron sproži novo cepitev. Presežni nevtroni, v povprečju 1,5 na cepitev, pa se absorbirajo v drugih jedrih ali uidejo iz kosa urana. V *uranovi jedrski bombi* pa se nevtroni v kosu urana zelo hitro *pomnožujejo*: po vsaki cepitvi povzroči v povprečju novo cepitev več kot en nevtron, tako da je vedno več nevtronov in se v časovni enoti razcepi vedno več jeder. V zelo kratkem času pride do močne eksplozije (sl. 4).

Ob popolni cepitvi 1 g urana ^{235}U , v katerem je $10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{26} / 235 = 2,6 \cdot 10^{21}$ jeder, bi se sprostila energija $2,6 \cdot 10^{21} \cdot 180 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 7,4 \cdot 10^{10} \text{ J} = 20\,000 \text{ kWh}$.

Ob spoznanju, da bi 1 g urana ^{235}U oddal okolici energijo $7,4 \cdot 10^{10} \text{ J}$, če bi se vsa jedra v njem razcepila, se še nekoliko pomudimo. Za toliko bi se zmanjšala lastna energija 1 g urana, kar pomeni, da bi se njegova masa zmanjšala za $7,4 \cdot 10^{10} \text{ J} / 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} = 8,2 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$. Razmerje med tem zmanjšanjem mase in začetno maso je

$$8,2 \cdot 10^{-7} \text{ kg} / 10^{-3} \text{ kg} = 8,2 \cdot 10^{-4} = 0,082 \%$$

ali nekaj manj kot desetinka odstotka.

Tega ne smemo izgubiti izpred oči, ko presojamo zvezo med maso in energijo. Pogosto beremo, da je "energija masa krat svetlobna hitrost na kvadrat". Zares je lastna energija 1 g urana ali katere koli druge snovi velikanska: $10^3 \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} =$

$= 9 \cdot 10^{13} \text{ J} = 25 \text{ milijonov kWh}$. Toda pri jedrskih reakcijah je lahko izkoristimo samo zelo majhen del; celo če gre za lahki izotop urana in pri popolni cepitvi samo nekaj manj kot desetinko odstotka.

Vzrok je v tem, da se pri jedrskih reakcijah samo prerazporedijo nukleoni v jedrih, skupno število nukleonov pa se ne spre^{me}ni. Če bi se lahko skupno število nukleonov pri reakciji zmanjšalo, bi namreč lahko izkoristili več lastne energije. Vendar takih jedrskih reakcij ni. To dejstvo izrazimo z *izrekom o ohranitvi števila nukleonov*: skupno število nukleonov pred reakcijo je enako skupnemu številu nukleonov po njej. To je poseben primer *zakona o ohranitvi števila težkih delcev (barionov)*, ki je uporaben pri jedrskih reakcijah. Hitro se lahko prepričamo, da se pri vseh zapisanih reakcijah ohrani skupno število nukleonov: vsota zgornjih indeksov na levi str^ani reakcijske enačbe je enaka vsoti zgornjih indeksov na desni strani enačbe. Izrek o ohranitvi števila nukleonov ima za posledico, da lahko izkoristimo samo majhen del lastne energije, ki jo vsebujejo atomska jedra in zagotavlja, da so telesa okoli nas obstojna.

Navedimo na koncu še eno pomembno vrsto eksoergnih jedrskih reakcij. V mislih imamo *zlitje* lahkih jeder, na primer:



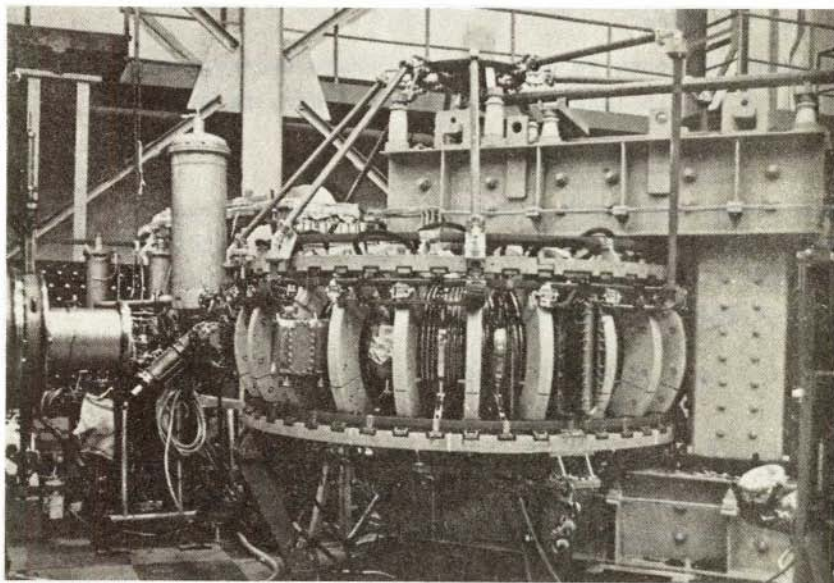
Mase atomov vodikovih izotopov - navadnega vodika ^1H , težkega vodika (devterija) ^2H in supertežkega vodika (tritija) ^3H - so po vrsti 1,0078 u, 2,0141 u in 3,0161 u, masa helijevega atoma pa je 4,0026 u. Reakcijska energija je

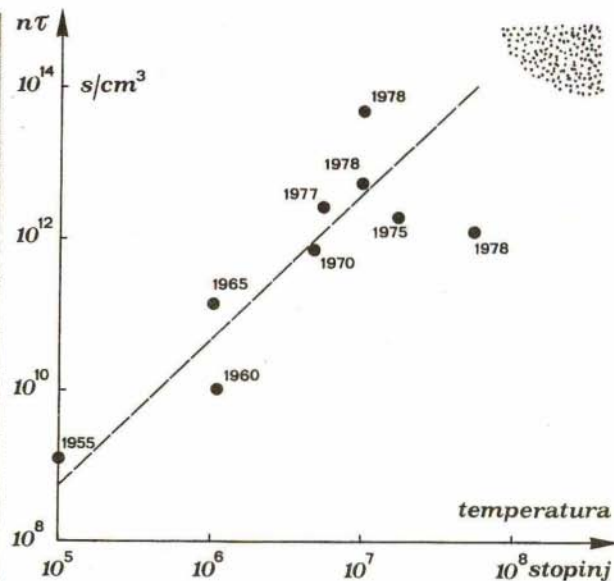
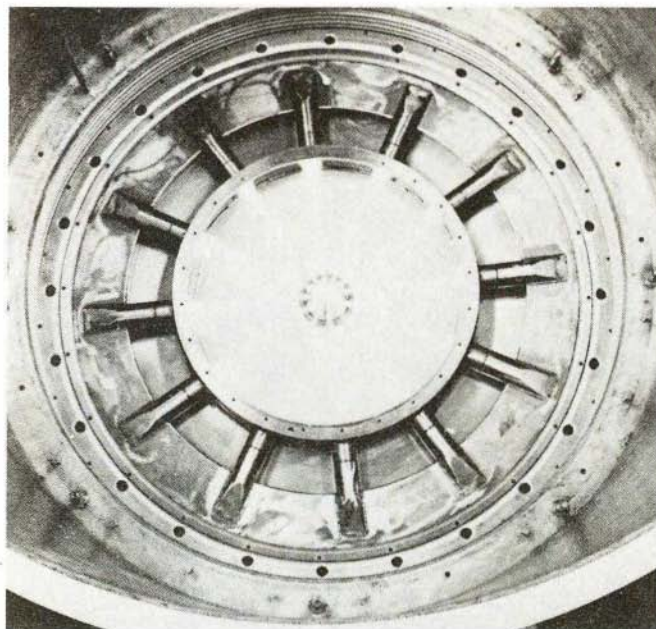
$$\begin{aligned} Q &= (4,0026 + 1,0078) - (2,0142 + 3,0161) \cdot 930 \text{ MeV} = \\ &= - 18 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Pri tej reakciji izkoristimo nekoliko večji del lastne energije kot pri cepitvi: $18 \text{ MeV} / 5.930 \text{ MeV} = 0,4 \%$ Pri večini drugih podobnih reakcijah je ta podatek manjši.

Zapisana reakcija in podobne reakcije med lahкими jedri lahko potekajo v zelo vroči *plazmi*, to je v plinu iz jeder in elektronov. Jedri se zlijeta, če se dovolj približata. To je mogoče le, če imata dovolj veliko hitrost drugo proti drugemu, saj deluje med njima električna odbojna sila. V plazmi s temperaturo sto milijonov stopinj in več so kinetične energije jeder, ki jih imajo jedra zaradi termičnega gibanja, dovolj velike. V plazmi, ki je dovolj vroča, dovolj gosta in dovolj dolgo časa obstojna, je mogoče doseči, da je pri zlitju sproščena energija večja od vložene. Za zdaj še ni jasno, kako bi lahko v laboratoriju izpolnili postavljene zahteve in dosegli *kontrolirano zlivanje* ali *kontrolirano termonuklearno reakcijo*. Obetajo pa si, da bo mogoče zgraditi *reaktor na zlivanje* ali *fuzijski reaktor*, s katerim bo mogoče sproščeno energijo praktično izkoristiti. Čeprav vsako leto poročajo o novih uspehih, še ni mogoče videti poti do rešitve tega težavnega problema (sl. 5).

Na Zemlji dosežejo kratkotrajno zlivanje ob eksploziji *vodikove jedrske bombe*. V njej segreje eksplozija uranove jedrske bombe mešanico lahkih elementov in jo stisne, da steče v njej





Sl. 5b

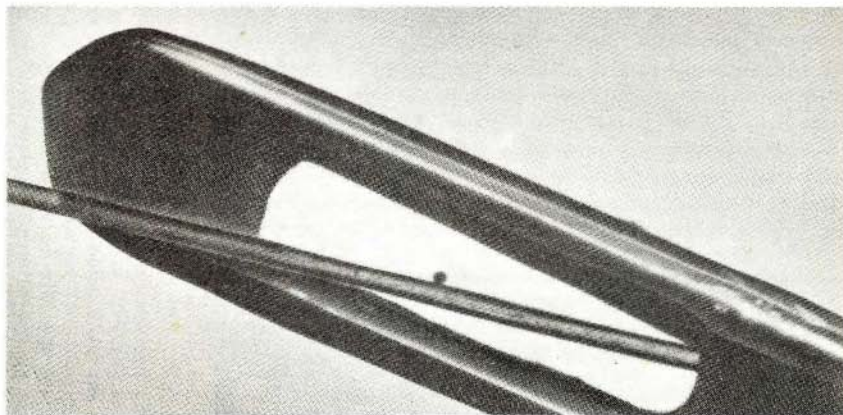
Sl. 5d

Sl. 5: Poskusni napravi za zlivanje lahkih atomskih jeder: tokamak T-11 na inštitutu I. Kurčatov v Moskvi (a) in PRTO II družbe Sandia v Albuquerqueu (ZDA) (b). V tokamaku segreva plazmo električni tok in jo zadržuje magnetno polje. Naprava spominja na nekakšen transformator z enim samim ovojem, to je z razredčeno plazmo v svitkasti vakuumski cevi. PRTO II pa dela z dvanajstimi kratkotrajnimi elektronskimi curki. Ti curki zadenejo kroglico iz zmesi devterija in tritija, kakršna je na lasu, ki gre skozi uho igle (d). V diagramu (c) je na ordinatno os nanosen produkt gostote ionov v plazmi in časa obstojnosti, na abscisno os pa dosežena temperatura. Podatki kažejo, kako se bližajo zgrajene naprave območju nadzorovanega zlivanja (osenčeno).

zlivanje. V sredicah zvezd, kakršna je na primer naše Sonce, pa se neprestano zlivajo lahka jedra. Poleg navedene reakcije poteka še več drugih reakcij, ki skupaj vodijo do tega, da nastaja iz vodika helij. (Zgled smo navedli, ker pride v mešanici enakih delov devterija in tritija do izdatnega zlivanja pri najnižji temperaturi - pri kakih sto milijonih stopinj.) Zvezda dobiva z zlivanjem vodika pretežni del energije, ki jo seva. Velik tlak zaradi visoke temperature v sredici uravnovesi tlak zaradi gravitacijske privlačne sile med deli zvezde.

Izkoriščanje jedrske energije je postalo mogoče zaradi naglega razvoja jedrske fizike in rešitve zapletenih tehničnih problemov. Vendar je možnost za to nakazala posebna teorija relativnosti. Lastna energija sistema delcev je zaloga energija, katere del je mogoče izkoristiti, podobno kot izkoriščamo na primer notranjo energijo navadnih goriv. Lastno energijo je mogoče izkoristiti samo pri jedrskih reakcijah, pri katerih je pri zadeta zgradba jedra. V večjem obsegu se posreči to samo pri cepitvi zelo težkih in pri zlivanju lahkih jeder.

Podrobno preučevanje jedrskih reakcij sodi v *jedrsko fiziko*. Do danes je dalo obilico spoznanj o zgradbi jeder in s tem tudi o zgradbi snovi.



Sl. 5c

Polna energija. Pri jedrskih reakcijah smo obravnavali sisteme delcev. Zdaj nas zanima osamljen delec z nespremenljivo notranjo energijo. Za jedrske reakcije velja zakon o ohranitvi energije, v katerem upoštevamo tudi lastno energijo. Uporabimo to spoznanje za gibajoč se osamljen delec. Tudi takemu delcu pripišemo poleg kinetične energije še lastno energijo. Njuno vsoto imenujemo *polno energijo*. Zanj doblimo

$$W = W_k + W_m = \frac{1}{2} mv^2 + mc^2 = mc^2(1 + v^2/2c^2) \quad (3a)$$

Za kinetično energijo smo vstavili izraz, ki ga poznamo iz *Newtonove mehanike* (KM I, str. 173). Tako bomo imenovali mehaniko, ki je zgrajena na neposrednih izkušnjah pri opazovanju teles s hitrostmi, mnogo manjšimi od hitrosti svetlobe. V njej smo smeli prišteti energiji poljubno konstanto, ne da bi se zaradi tega spremenil končni rezultat. V energijskem zakonu (KM II, str. 42) nastopa namreč le sprememba energije.

Ker je hitrost delca v mnogo manjša od hitrosti svetlobe, je drugi člen v oklepaju (3a) mnogo manjši od prvega. Kako pa je pri hitrostih, ki niso majhne v primeri s hitrostjo svetlobe? Preden začnemo razmišljati o poskusih, s katerimi bi lahko dobili odgovor na to vprašanje, se spomnimo neke stare domneve. Pet let pred Einsteinovo posebno teorijo relativnosti jo je postavil francoski matematik in fizik Henri Poincaré. Z njo se je izognil težavam, do katerih je privedlo soočenje enačb Newtonove mehanike z Maxwellovimi enačbami za električno in magnetno polje. Po *Poincaréjevi domnevi* je hitrost svetlobe c v praznem prostoru zgornja meja za hitrost delcev.

Omejimo se na premo gibanje. Če sprejmemo Poincaréjevo domnevo, se moramo sprijazniti z mislijo, da velja enačba (3a) samo približno pri dovolj majhnih hitrostih. V njej vidimo samo prva dva člena vrste, v katero razvijemo funkcijo γ , ki velja tu di, ko se hitrost v bliža hitrosti svetlobe:

$$\gamma(v/c) = 1 + v^2/2c^2 + \dots \quad v/c \ll 1 \quad (3b)$$

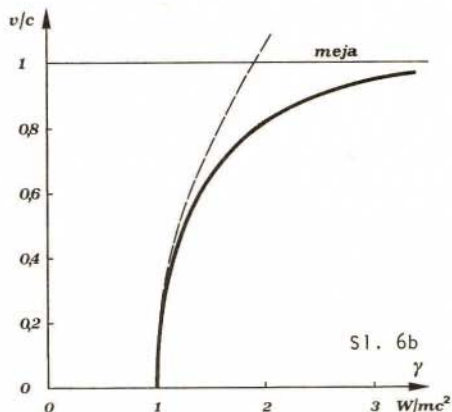
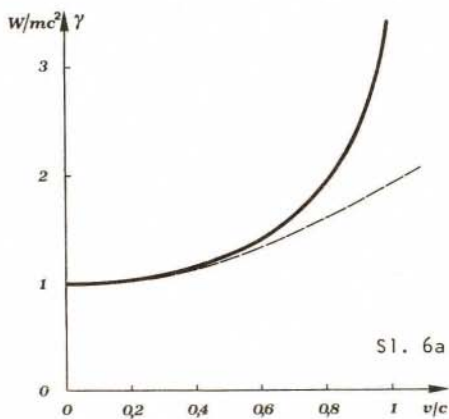
S to funkcijo izrazimo polno energijo kot

$$W = mc^2\gamma \quad (3)$$

Poleg približka za majhne hitrosti (3b) imamo o funkciji γ še en podatek. Če je hitrost svetlobe zgornja meja za hitrost delca, mora iti razmerje v/c kot funkcija polne energije W proti ena, ko naraste polna energija preko vsake meje. Polna energija in z njo funkcija γ morata tedaj kot funkciji kvocienta v/c narasti preko vsake meje, ko gre ta kvocient proti ena (sl. 6):

$$\gamma(v/c) \rightarrow \infty \quad v/c \rightarrow 1$$

Drugi zahtevi ustreza na primer funkcija $c/(c-v) = 1/(1-v/c)$. Vendar ta ni uporabna kot funkcija γ . Svetlobna hitrost bi bila pri njej mejna hitrost le pri gibanju delca v izbrano smer. Pri gibanju v nasprotno smer pa bi imeli



Sl. 6: Levi diagram kaže koeficient γ , to je kvocient polne in lastne energije, v odvisnosti od kvocienta hitrosti delca v in svetlobne hitrosti c (a), desni pa kvocient v/c v odvisnosti od γ (b). Črtkano je narisano pri bližek za majhne hitrosti ($v/c \ll 1$). Funkcija $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ se pri majhnih hitrostih prilega temu približku, pri velikih pa ustreza Poincaréjevi domnevi, da je svetlobna hitrost zgornja meja za hitrost delcev.

$c/(c + |v|) = 1/(1 + |v|/c)$, kar ne ustreza postavljeni zahtevi. Produkt obeh kvocientov $c^2/(c - v)(c + v) = 1/(1 - v^2/c^2)$ pa ustreza zahtevi, da je svetlobna hitrost mejna hitrost pri gibanju v izbrano smer in v nasprotno smer. Vendar kvocient ni pravega vedenja pri majhnih hitrostih. O tem se prepričamo, če uporabimo binomski izrek* in obdržimo samo dva člena:

$$(1 - v^2/c^2)^{-1} = 1 - (-1)v^2/c^2 + \dots = 1 + v^2/c^2 + \dots$$

Pri drugem členu manjka faktor $1/2$. Postavimo namesto eksponenta -1 eksponent $-1/2$;

$$(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1 - (-\frac{1}{2})v^2/c^2 + \dots = 1 + \frac{1}{2}v^2/c^2 + \dots$$

pa imamo pravo vedenje tudi pri majhnih hitrostih. Ali je izraz, ki ustreza obema zahtevama, že prava funkcija γ ? Brez dvoma obstajajo bolj zapleteni izrazi, ki tudi ustrezajo obema zahtevama. Obe zahtevi, od katerih je ena celo osnovana na domnevi, funkcije še ne določata enolično. Vseeno privzemimo za funkcijo γ :

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (3c)$$

in za polno energijo

$$W = mc^2\gamma = mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Preden dokončno sprejmemo zadnjo enačbo, jo moramo preveriti z merjenji. Najpreprosteje je opazovati gibanje nabitih delcev v električnem polju.

Nabití delec pospešimo z dano napetostjo U in izmerimo njegovo hitrost. Za počasen delec uporabimo izrek o kinetični energiji (KM I, str. 174) $W_k - W_{k1} = A$. Z električno silo $F = eE$, ki deluje na delec z nabojem v električnem polju z jakostjo E (KM III, str. 116), je delo $A = \int_0^x F dx = e \int_0^x E dx = eU$ (KM I,

*F. Križanič, *Aritmetika, algebra in analiza za gimnazije*, III.del, DZS, Ljubljana 1969, str. 176.

str. 180), saj je napetost med končno točko x in začetno točko 0 določena kot $U = - \int_0^x E dx$ (KM III, str. 119). Tako dobimo za razliko kinetičnih energij končno

$$W_k - W_{k1} = -eU \quad (5k1)$$

$W_k = mv^2/2$ je končna kinetična energija in v končna hitrost, $W_{k1} = mv_1^2/2$ pa začetna kinetična energija in v_1 začetna hitrost.

To velja samo za počasne delce. Pri hitrih delcih vpeljimo kinetično energijo kot razliko med polno energijo (3) in lastno energijo

$$T = W - mc^2 = mc^2(1/\sqrt{1 - v^2/c^2} - 1) \quad (4)$$

Podobna enačba velja tudi za počasne delce. Za kinetično energijo v posebni teoriji relativnosti smo uporabili drug simbol kot za kinetično energijo v Newtonovi mehaniki. Te navade se bomo držali še v prihodnje. Tako bomo preprečili, da bi prišlo do zamenjav količin nove mehanike z ustreznimi količinami stare mehanike. Z zapisanimi enačbami se ni težko prepričati, da preide relativistična kinetična energija v Newtonovo kinetično energijo, če je hitrost delca dovolj majhna:

$$T \rightarrow W_k = mv^2/2 \quad v/c \rightarrow 0$$

Podoben preskus bomo uporabili za vsako količino nove mehanike.

Ker je lastna energija osamljenega delca mc^2 konstanta, je sprememba kinetične energije osamljenega delca enaka spremembi polne energije. Vzemimo, da delec na začetku miruje in je njegova začetna kinetična energija enaka nič. Tedaj je začetna polna energija enaka lastni energiji in velja

$$T = W - mc^2 = -eU \quad (5a)$$

Za elektron, ki ima en negativni osnovni naboj, $e = -e_0$, je

$$mc^2(1/\sqrt{1 - v^2/c^2} - 1) = e_0 U \quad (5b)$$

$v = dx/dt$ (KM I, str. 35) je hitrost, ki obdrži svoj stari pomen.

Iz enačbe (5b) dobimo za končno hitrost elektrona po kratkem računu

$$v/c = \sqrt{2w + w^2}/(1 + w) \quad (5c)$$

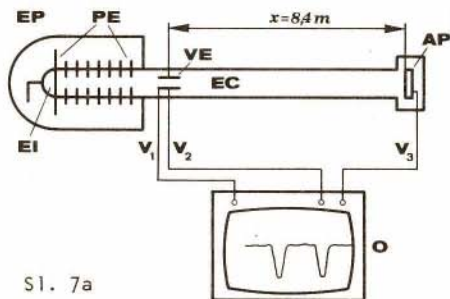
Pri tem smo postavili $e_0 U/m_e c^2 = w$

Bertozzijev poskus. Morda se bo kdo vprašal, zakaj smo toliko računali in to z izrazi, ki jih sploh še nismo preverili. Razlog je preprost. Poskusi s hitrimi elektroni so zahtevni in mnogo manj pregledni kot poskusi s počasnimi delci. To velja tudi za druge poskuse v posebni teoriji relativnosti v primeri z ustreznimi poskusi v Newtonovi mehaniki. Le težko bi naravnost po izidih merjenj sklepali na enačbe - v Newtonovi mehaniki je to pogosto uspelo. Precej lažje je primerjati izid merjenja s teoretično napovedjo. Če se oboje ujema, smo zadovoljni s privzetimi izrazi, če pa se ne, moramo privzetke zavreči.

Dokaj preprost in pregleden poskus s hitrimi elektroni je napravil ameriški fizik William Bertozzi. Pospeševalnik je dajal elektrone v zelo kratkih sunkih. Elektrone je pospešila naponost U na tem pospeševalniku. Vakuumska cev pospeševalnika se je nadaljevala v dolgi vakuumski cevi, po kateri so se elektroni gibali enakomerno s končno hitrostjo v (sl. 7a). Njihova pot je bila dovolj dolga, da je bilo mogoče to hitrost določiti neposredno z merjenjem časa preleta. Na začetku dolge cevi je bila obročasta elektroda, skozi katero so leteli sunki elektronov. Na koncu dolge cevi v razdalji $x = 8,4$ m od obročaste elektrode, je bila kot druga elektroda aluminijeva ploščica, ki je prestregla elektrone.

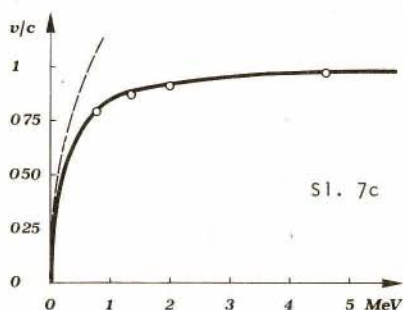
Obe elektrodi sta bili z enako dolgima vodnikoma priključeni na zgornjo vodoravno ploščo odklonskega kondenzatorja v katodnem osciloskopu. Druga vodoravna plošča je bila ozemljena.

Osciloskop se je sprožil, ko je nastal v pospeševalniku sunek elektronov. Ko je letela gruča elektronov skozi obročasto elektrodo, je nastal napetostni sunek med to elektrodo in zemljo, ki je potoval po vodniku do osciloskopa in se pokazal kot ozka dolina na njegovem zaslonu. Ko je ta gruča elektronov zadela drugo elektrodo, je nastal podoben napetostni sunek. Ta je potoval po drugem vodniku do osciloskopa in se pokazal na zaslonu kot druga dolina (sl. 7b). Časovni razmik t , ki je ustrezal razmiku obeh dolin na osciloskopskem zaslonu, je dal hi-

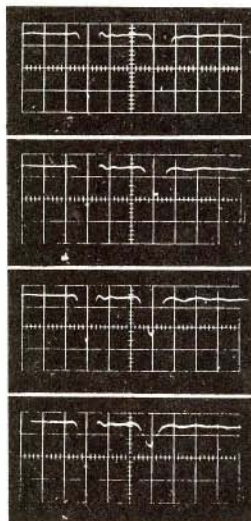


Sl. 7a

Sl. 7b



Sl. 7c



T	izmerjeno v/c	izračunano v/c
0,5 MeV	0,867	0,866
1,0	0,910	0,944
1,5	0,960	0,969
4,5	0,987	0,994

Sl. 7: Poenostavljena risba Bertozzijeve naprave: EP elektronski pospeševalnik, EC evakuirna cev, EI elektronski izvir, PE pospeševalne elektrode, VE votla valjasta elektroda, AP aluminijeva plošča, V_1 vodnik za proženje osciloskopa O, V_2 in V_3 enako dolga vodnika, ki vodita do osciloskopa napetostna sunka z valjaste elektrode in aluminijeve ploščice (a). Fotografije zaslona osciloskopa pri pospeševalnih napetostih 0,5; 1,0; 1,5 in 4,5 milijonov voltov (od zgoraj navzdol). Iz razmika med dolinami določijo čas preleta in z njim hitrost elektronov (b). Odvisnost hitrosti elektronov od kinetične energije: krivulja ustreza funkciji $v/c = \sqrt{(T/m_e c^2)^2 + 2T/m_e c^2} / (1 + T/m_e c^2)$, točke pa Bertozzijevim izmerkom. Newtonova mehanika da $v/c = \sqrt{2T/m_e c^2}$, kar je dober približek za majhne hitrosti (črtkano) (c).

trost elektronov $v = x/t$. Osciloskop so morali pred poskusom umeriti. To so storili tako, da so enemu izmed obeh vodnikov dodajali različno dolge odseke. Po izmerjenih zakasnitvah so ugotovili, da je ustrezal enemu delcu na skali zaslona časovni razmik 50 milijardink sekunde.

Merili so pri pospeševalni napetosti 0,5, 1,0, 1,5 in 4,5 milijona voltov. Preglednica in diagram (sl. 7c) kažeta, da se izid v okviru natančnosti pri merjenju ujema z napovedjo (5c). Merjenje ni bilo zelo natančno, ker je bil poskus namenoma zasnovan kolikor mogoče preprosto. Vendar je pokazalo, da je upravičena Poincaréjeva domneva o mejni hitrosti in sta izraza za polno energijo (3) in za kinetično energijo (4) pravilna. Potrdilo je tudi veljavnost izreka o kinetični energiji (5a), v katerem izračunamo delo električne sile kot pri počasnih delcih.

Gibalna količina. Dosedanje izkušnje uporabimo pri nadaljnjem prodiranju v relativistično mehaniko. Najprej zapišemo enačbo, ki je preverjena pri dovolj majhni hitrosti - v Newtonovi mehaniki. Nato jo priredimo za velike hitrosti. Novi enačbi zauzupamo, ko jo preverimo z merjenji. Zdaj je na vrsti *gibalna količina*.

V Newtonovi mehaniki je pri premem gibanju gibalna količina (KM I, str. 140) podana kot:

$$G = mv$$

$$(6k1)$$

Gibalna količina hitrega delca P mora pri dovolj majhni hitrosti preiti v gibalno količino G :

$$P \rightarrow mv$$

$$v/c \rightarrow 0$$

Pri dovolj majhni hitrosti je razmerje med gibalno količino in polno energijo

$$P/W \rightarrow mv/mc^2 = v/c^2$$

$$v/c \rightarrow 0$$

Tedaj se namreč polna energija le malo razlikuje od lastne energije.

Privzemimo, da velja enačba $P/W = v/c^2$ tudi pri velikih hitrostih. Potem je gibalna količina v posebni teoriji relativnosti

$$P = Wv/c^2 = m\gamma v = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (6)$$

Preden poskusimo preveriti ta izraz z merjenji, pogledjmo, ali se sklada z neko drugo enačbo, ki jo prav tako prevzamemo iz Newtonove mehanike.

V Newtonovi mehaniki velja

$$dW_k/dG = v \quad (7k1)$$

To dobimo naravnost z odvajanjem kinetične energije $W_k = mv^2/2 = G^2/2m$ po gibalni količini: $dW_k/dG = G/m = mv/m$.

Ali velja ustrezna enačba

$$dT/dP = dW/dP = v \quad (7)$$

v posebni teoriji relativnosti? Namesto majhne spremembe kinetične energije dT smo že vstavili majhno spremembo polne energije dW , saj se energiji T in W razlikujeta le po konstantni lastni energiji: $dW = d(T + mc^2) = dT$. Najlažje preverimo enačbo, če izrazimo polno energijo z gibalno količino. Najprej iz enačbe za koeficient $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ izračunamo hitrost

$$v = c\sqrt{\gamma^2 - 1}/\gamma$$

To vstavimo v enačbo za gibalno količino (7), pa imamo $P = mv\gamma = cm\sqrt{\gamma^2 - 1} = m\sqrt{(W/mc^2)^2 - 1}$. Nazadnje smo koeficient γ izrazili s polno energijo $\gamma = W/mc^2$. Zdaj je samo kratek korak do zelo koristne zveze

$$W^2 = c^2P^2 + m^2c^4 \quad (8)$$

Iz te zveze takoj sledi $2WdW = 2c^2PdP$, ko napravimo diferencial leve in desne strani in še $dW/dP = W/c^2P = v$. Čeprav

smo se le prepričali, da je mogoče še eno enačbo Newtonove mehanike razširiti na posebno teorijo relativnosti, je to neodvisna potrditev enačbe za gibalno količino (6).

Gibalna količina v posebni teoriji relativnosti je v enakem razmerju z Newtonovo gibalno količino kot polna energija z lastno energijo: $P/mv = W/mc^2$. V relativistični gibalni količini na stopa enako kot v polni energiji značilni koeficient γ .

Zakon gibanja. Zakon gibanja Newtonove mehanike je drugi Newtonov zakon (KM I, str. 141,112):

$$F = dG/dt = ma \quad (9kl)$$

Za gibalno količino vstavimo $G = mv$ in upoštevamo, da je masa konstantna ($dG = d(mv) = m dv$), pa dobimo iz prve oblike bolj znano drugo. $a = dv/dt$ je pospešek (KM I, str. 38).

Vzemimo nabit delec v električnem polju in se omejimo na premo gibanje. Za ta primer velja enačba (5a) $W - mc^2 = -eU$, če delec spočetka miruje. Odvajajmo levo in desno stran te enačbe po x in upoštevajmo, da je $dU = -E dx$. Iz enačbe $dW = -e dU = eE dx$ sledi $dW/dx = eE$ in še $(dW/dt)/(dx/dt) = dW/dt \cdot v = dP/dt$, če nazadnje upoštevamo enačbo (7) $dW/dP = v$. Tako smo prišli do zakona gibanja v posebni teoriji relativnosti za navedeni primer

$$eE = dP/dt \quad (9a)$$

Dokler vztrajamo pri premem gibanju, je treba namreč upoštevati samo električno silo $F = eE$, ki ima vzdolžno smer. Enačba (9a) je neposredna posplošitev zakona gibanja iz Newtonove mehanike (9kl), le namesto stare gibalne količine G nastopa nova P .

Zgledi. Napravimo nekaj zgledov za premo gibanje in primerjajmo rezultate z ustreznimi rezultati v Newtonovi mehaniki.

Vzemimo, da elektron spočetka miruje v homogenem električnem polju z jakostjo E , in izračunajmo, kolikšno hitrost ima v izbranem trenutku. Sila je konstantna in iz zakona gibanja (9a) sledi

$$P = \int_0^t eE dt = -e_0 E t$$

torej

$$-e_0 E t = m_e v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Iz te enačbe ni težko izračunati hitrosti

$$v = -\alpha t / \sqrt{1 + \alpha^2 t^2 / c^2}$$

Zaradi svojega negativnega naboja se giblje elektron v nasproti smeri jakosti električnega polja. Postavili smo $\alpha = e_0 E / m_e$. Za majhne vrednosti razmerja $\alpha t / c$ velja približno znana enačba Newtonove mehanike

$$v = -\alpha t = -e_0 E t / m_e$$

v kateri je $\alpha = F / m_e = e_0 E / m_e$ konstantna velikost pospeška. Pri velikih vrednostih $\alpha t / c$ pa se bliža hitrost svetlobni hitrosti.

Izračunajmo še, kolikšno pot opravi elektron v času t . Iz zakona gibanja (9a) in iz enačbe, ki smo jo zapisali malo prej $dW/dx = dP/dt$, sledi $dx = dW / (dP/dt) = dW / eE$ in

$$\begin{aligned} x &= \int_{mc^2}^W dW / eE = (W - m_e c^2) / (-e_0 E) = -(m_e c^2 / e_0 E) (1 / \sqrt{1 - v^2/c^2} - 1) = \\ &= -(c^2 / \alpha) (\sqrt{1 + \alpha^2 t^2 / c^2} - 1) \end{aligned}$$

Pri tem smo uporabili pravkar dobljeno enačbo za hitrost. Pri majhnih vrednostih razmerja $\alpha t / c$ dobimo z binomskim izrekom, v katerem obdržimo samo prva dva člena, znano enačbo Newtonove mehanike $x = -\alpha t^2 / 2$.

Zakon gibanja pri krivem gibanju. Doslej smo vztrajali pri premem gibanju, to je pri gibanju v eni razsežnosti. Zdaj pa bi radi obdelali še gibanje v treh razsežnostih. Tega se moramo lotiti že zato, da bomo lahko zakon gibanja podprli z izidi merjenj.

V Newtonovi mehaniki se glasi zakon gibanja v treh razsežnostih

$$\underline{F} = d\underline{G}/dt = m\underline{a} \quad (9a1)$$

$\underline{G} = m\underline{v}$ je vektor gibalne količine in $\underline{v}$ vektor hitrosti. Vektor pospeška $\underline{a} = d\underline{v}/dt$ je vzporeden z vektorjem sile $\underline{F}$.

V posebni teoriji relativnosti vpeljemo vektor gibalne količine

$$\underline{P} = m\underline{v}/\sqrt{1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2} \quad (6a)$$

Pri tem se zgledujemo po vektorju gibalne količine v Newtonovi mehaniki in vstavimo v koeficientu γ kvadrat velikosti hitrosti v^2 , se pravi skalarni produkt vektorja hitrosti s samim seboj:

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2} = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

V zakonu gibanja nastopa odvod $d\underline{P}/dt$, ki ga izračunajmo posebej. Vektor $\underline{P}$ (6a) odvajamo kot produkt dveh faktorjev: $m\underline{v}$ in $(1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2)^{-1/2}$. Odvod prvega faktorja pomnožimo z drugim in prištejemo odvod drugega faktorja, ki ga pomnožimo s prvim:

$$d\underline{P}/dt = m\underline{a}/\sqrt{1 - v^2/c^2} + m\underline{v}(\underline{a} \cdot \underline{v}/c^2)/\sqrt{(1 - v^2/c^2)^3}$$

Odvod drugega faktorja smo izračunali takole:

$$\begin{aligned} d(1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2)^{-1/2}/dt &= -\frac{1}{2} (1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2)^{-3/2} \cdot \\ &\cdot (-\underline{a} \cdot \underline{v}/c^2 - \underline{v} \cdot \underline{a}/c^2) = (\underline{a} \cdot \underline{v}/c^2)/(1 - \underline{v} \cdot \underline{v}/c^2)^{3/2} \end{aligned}$$

Pogled na dobljeni izraz nas pouči, da vektor odvoda $d\underline{P}/dt$ v splošnem ni vzporeden z vektorjem pospeška. V dveh posebnih primerih pa sta oba vektorja le vzporedna. Oglejmo si ta primera.

Naj bo pospešek *vzporeden* s hitrostjo. Za tak tangentialni pospešek a_t velja $\underline{a} \cdot \underline{v} = a_t v$ in je

$$\begin{aligned} d\underline{P}/dt &= m\underline{a}_t/\sqrt{1 - v^2/c^2} + m\underline{a}_t(v^2/c^2)/\sqrt{(1 - v^2/c^2)^3} = \\ &= m\underline{a}_t/\sqrt{(1 - v^2/c^2)^3} (1 - v^2/c^2 + v^2/c^2) = \\ &= m\underline{a}_t/\sqrt{(1 - v^2/c^2)^3} \end{aligned}$$

V vzdolžnem električnem polju velja tedaj

$$eE = ma_t / \sqrt{(1 - v^2/c^2)^3}$$

Zdaj lahko dopolnimo prejšnji zgled. Pri pospeševanju elektrona v homogenem električnem polju smo izračunali hitrost in pot v odvisnosti od časa. V zadnjo enačbo vstavimo rezultat za hitrost, pa dobimo še pospešek

$$a_t = -\alpha / \sqrt{(1 + \alpha^2 t^2 / c^2)^3}$$

Pri zelo majhnih vrednostih razmerja $\alpha t/c$ je pospešek približno konstanten in enak α tako kot v Newtonovi mehaniki. Pri večjih vrednostih tega razmerja pa gre pospešek proti nič.

V drugem primeru naj bo pospešek *pravokoten* na hitrost. Za tak radialni ali centripetalni pospešek a_n velja $\underline{a} \cdot \underline{v} = 0$ in je

$$dP/dt = ma_n / \sqrt{1 - v^2/c^2} = m\gamma a_n$$

To velja v prečnem magnetnem polju, ko je treba upoštevati magnetno silo $F = evB$ (KM III, str. 204). B je gostota magnetnega polja. Tedaj imamo torej

$$evB = m\gamma a_n$$

V dovolj razsežnem prečnem homogenem magnetnem polju kroži nabiti delec enakomerno po krogu z radijem r . Radialni pospešek je enak $a_n = v^2/r$, saj je pospešek a obdržal svoj pomen iz Newtonove mehanike in lahko prevzamemo iz nje enačbo za radialni pospešek (KM I, str. 64). Iz $evB = mv^2\gamma/r$ dobimo končno

$$P = mv\gamma = erB \quad (10)$$

To bi dobili tudi iz enačbe za počasne delce

$$G = erB$$

če bi v njej nadomestili Newtonovo gibalno količino $G = mv$ z relativistično gibalno količino P .

Za konec tega odstavka zapišimo še popolni zakon gibanja v posebni teoriji relativnosti za nabite delce v električnem in magnetnem polju:

$$\underline{eE} + e \underline{v} \times \underline{B} = m \underline{a} / \sqrt{1 - v^2/c^2} + m (\underline{a} \cdot \underline{v} / c^2) \underline{v} / \sqrt{(1 - v^2/c^2)^3} \quad (9b)$$

$\underline{E}$ je vektor jakosti električnega polja in $\underline{B}$ vektor gostote magnetnega polja.

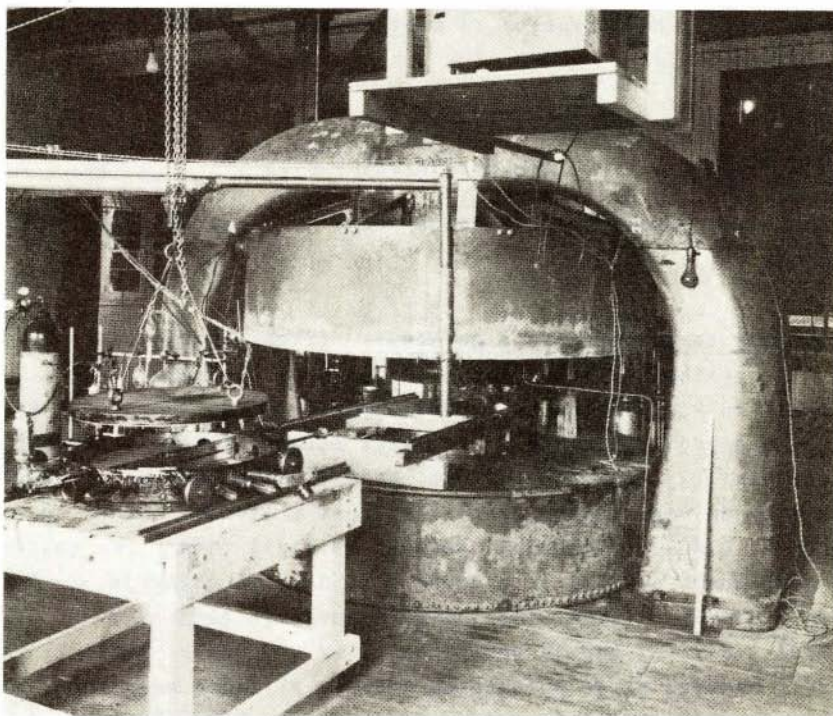
Potrditve zakona gibanja z merjenji. Zakon gibanja so v obliki (10) velikokrat preverili z merjenji. V.P. Zrellov, A.A. Tjapkin in P.S. Farago so izmerili odklon curka protonov s kinetično energijo 600 MeV iz velikega pospeševalnika v prečnem magnetnem polju z znano gostoto. Neodvisno od tega so s posebnim števcem neposredno izmerili hitrost protonov. Zanj so namerili 0,809 c . Izmerjeni podatki za radij tira r , za gostoto magnetnega polja B in hitrost v so dali za razmerje $P/mv = e r B / m v$ 1,704. Teorija pa napoveduje zanj $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, kar je pri hitrosti $v = 0,809 c$ enako 1,701. Napoved se je potemtakem ujemala z izidom merjenja v okviru relativne napake pri merjenju, ki je bila $\pm 0,4 \%$.

Pri večini drugih poskusov pa niso neposredno izmerili hitrosti, ampak so jo izračunali preko odklona v prečnem magnetnem polju ali frekvence kroženja v prečnem magnetnem polju ali kinetične energije.

Iz enačbe (10) lahko takoj izračunamo frekvenco kroženja nabitih delcev v prečnem homogenem magnetnem polju:

$$v/2\pi r = (e/m) B \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

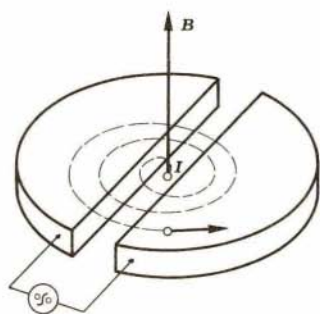
Dokler so delci dovolj počasni, je frekvenca konstantna ($v/2\pi r)_N = eB/m$. Pri večjih hitrostih pa začne pojemati z naraščajočo hitrostjo. Relativno zmanjšanje frekvence $1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}$ je pri ne prevelikih hitrostih enako $v^2/2c^2$ ali $\hbar k / mc^2$.



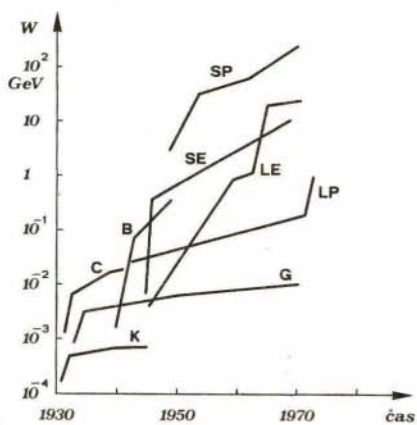
Sl. 8a

Sl. 8: Prvi ciklotron, ki ga je zgradil E.O. Lawrence leta 1933 v Berkeleyu (ZDA) (a) in poenostavljena risba (b). V vakuumski posodi sta elektrodi v obliki po osi prerezane valjaste škatle. Nanju je priključena visokofrekvenčna izmenična napetost s konstantno frekvenco ν_N (str. 31). Vakuumska posoda je v homogenem magnetnem polju. Protone iz ionskega izvira I pospeši električno polje v prostoru med elektrodama, tako da se gibljejo po polkrogih z naraščajočim radijem (v notranjosti elektrod ni polja in se gibljejo protone s konstantno velikostjo hitrosti). Sinhrociklotron za 600 MeV, ki deluje od leta 1957 v evropskem središču za jedrske raziskave CERN v Ženevi (Švica). Sinhrociklotron deluje kot ciklotron, le da pospešuje protone v sunkih in se zmanjša frekvenca napetosti proti koncu pospeševanja vsakega sunka (c).

Diagram (d) kaže, kako je po letu 1930 rasla največja energija pospeševalnikov: K kaskadni pospeševalniki, G van de Graaffovi elektrostatični pospeševalniki, C ciklotroni, B betatroni, LP linearni pospeševalniki za protone, LE linearni pospeševalniki za elektrone, SE sinhrotroni za elektrone in SP sinhrotroni za protone.

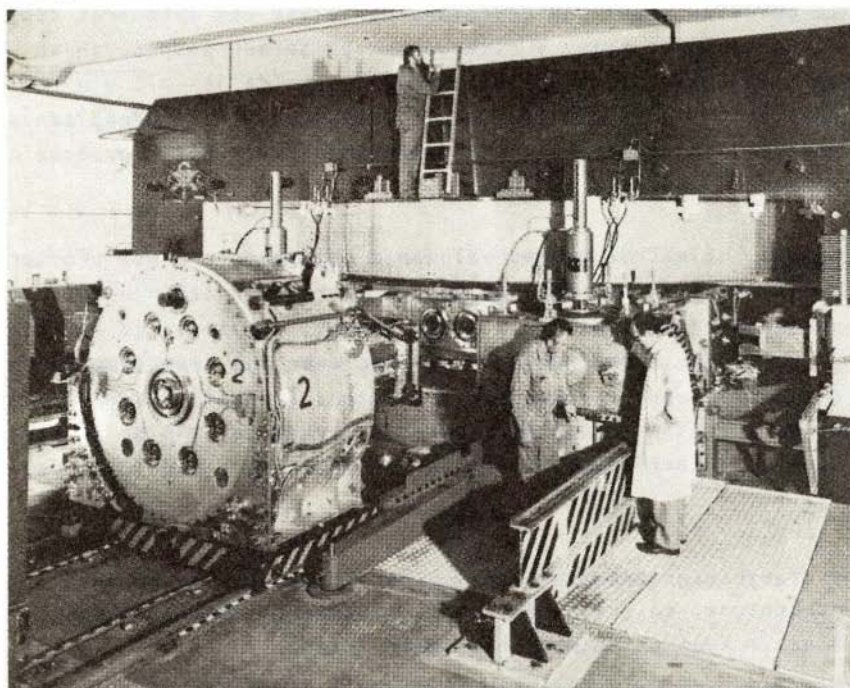


Sl. 8b



Sl. 8d

Sl. 8c



Iz zahteve, da to zmanjšanje ne preseže odstotka, sledi zahteva, da kinetična energija delcev ne preseže stotinke lastne energije. Lastna energija elektrona je okoli 0,5 MeV, tako da je postavljena meja pri kinetični energiji elektronov okoli 5 keV. Lastna energija protona je okoli 0,9 GeV, tako da je postavljena meja pri kinetični energiji protonov okoli 9 MeV. *Ciklotron* je pospeševalnik, v katerem se gibljejo nabiti delci po prečnem magnetnem polju, pospešuje pa jih izmenično električno polje s konstantno frekvenco. Tak pospeševalnik ni uporaben za pospeševanje elektronov. Z njim pa lahko pospešimo protone do kinetične energije okoli deset megaelektronvoltov. V *sinhrotronskem ciklotronu*, ki pospešuje sunke nabitih delcev, pa se proti koncu pospeševanja, ko imajo delci že veliko hitrost, zmanjša frekvenca sorazmerno s $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Z njim lahko pospešijo nabite delce do kinetične energije, ki je več kot desetkrat večja od postavljene meje. V *sinhrotronskem* pa se med pospeševanjem spreminja gostota magnetnega polja, tako da je $B\sqrt{1 - v^2/c^2}$ konstantno in se gibljejo nabiti delci po tiru s predpisanim radijem. Največja obstoječa sinhrotronska pospešila protone do kinetične energije 400 GeV.

Fotoni. Elektromagnetno valovanje potuje po praznem prostoru s hitrostjo c . Nekateri poskusi, pri katerih izmenjuje to valovanje energijo z delci iz sveta atomov, pokažejo, da je energija v valovanju razdrobljena. Drobec energije imenujemo *kvant elektromagnetnega valovanja* ali *foton*. Poskusi pokažejo dalje, da je energija fotona sorazmerna s frekvenco ν in da je sorazmernostni koeficient Planckova konstanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Js :

$$W = h\nu \quad (11)$$

V elektromagnetnem valovanju z dano frekvenco je en foton, sta dva fotona, so trije, štirje ... fotoni ali pa ni nobenega fotona. V njem pa ne more biti dela fotona.

Foton se giblje po praznem prostoru s hitrostjo c . Zanj velja zveza $P/W = v/c^2$ v obliki $P/W = 1/c$ ali

$$W = cP \quad (12a)$$

Iz enačbe (8) sledi, da ima foton lastno energijo in maso enako nič. Gibalna količina fotona pa je

$$P = W/c = \hbar\nu/c = \hbar/\lambda \quad (12b)$$

Nazadnje smo upoštevali znano zvezo med frekvenco ν , valovno dolžino λ in hitrostjo valovanja c :

$$c = \lambda\nu$$

Foton imamo lahko za delec, ki ima maso nič in se giblje s hitrostjo c . Po tem se razlikujejo od drugih delcev, ki nimajo od nič različne mase in je zanje svetlobna hitrost nedosegljiva zgornja meja. Čeprav ima foton lastno energijo in maso enako nič, mu moremo pripisati od nič različno *efektivno maso*. To je masa njegove energije:

$$m^*c^2 = W = \hbar\nu$$

torej

$$m^* = \hbar\nu/c^2 \quad (13)$$

Z njo izrazimo gibalno količino fotona kot $P = m^*c$.

Sistem delcev. Prožni trk. Potem ko smo obdelali gibanje osamljenega delca, se povrnimo k sistemu delcev. Pri preučevanju jedrskih reakcij smo spoznali, da se ohranita gibalna količina in polna energija neodvisnega sistema delcev. Masa pa se ne ohrani. Pri hitrih delcih moramo gibalno količino in polno energijo izračunati z enačbama (6) in (3).

Pri *prožnem trku* dveh delcev obdrži vsak izmed njiju svoje posebnosti. Omejimo se na *premi* (*centralni*) *trk*. Vzemimo, da delec z maso m_1 in hitrostjo v trči z mirujočim delcem z maso m_2 . Iz zakona o ohranitvi polne energije sledi

$$W + m_2c^2 = W_1 + W_2$$

ali

$$T + m_1c^2 + m_2c^2 = T_1 + m_1c^2 + T_2 + m_2c^2$$

ali

$$T = T_1 + T_2$$

Zakon smo najprej zapisali s polnimi energijami. Polna energija drugega, to je mirujočega delca pred trkom, je enaka njegovi lastni energiji. Nato smo razčlenili polne energije na vsote kinetičnih in lastnih energij. Ker ostaneta lastni energiji obeh delcev nespremenjeni, se pri prožnem trku ohrani tudi kinetična energija.

Ohrani se tudi gibalna količina:

$$P = P_1 + P_2$$

Količine brez indeksa se nanašajo na prvi delec pred trkom, količine z indeksom 1 in 2 pa na prvi in na drugi delec po trku.

Izrazimo kinetične energije in gibalne količine s hitrostmi, pa dobimo sistem enačb:

$$\begin{aligned} m_1/\sqrt{1-v^2/c^2} + m_2 &= m_1/\sqrt{1-v_1^2/c^2} + m_2/\sqrt{1-v_2^2/c^2} \\ m_1v/\sqrt{1-v^2/c^2} &= m_1v_1/\sqrt{1-v_1^2/c^2} + m_2v_2/\sqrt{1-v_2^2/c^2} \end{aligned}$$

Za poseben primer, da sta delca enaka in je $m_1 = m_2$, sledi takoj rešitev $v_1 = 0$, $v_2 = v$. Prvi delec v tem primeru po trku miruje, drugi pa prevzame gibalno količino in kinetično energijo prvega.

Enačb v splošnem primeru ne nameravamo reševati. Kdor pa se že li vadi v reševanju sistemov enačb, v katerih nastopajo kvadratni koreni, dobi po precej dolgem računu rešitev

$$\begin{aligned} v_1 &= (m_1^2 - m_2^2)v / (m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2\sqrt{1-v^2/c^2}) \\ v_2 &= 2m_1v(m_1 + m_2\sqrt{1-v^2/c^2}) / [m_1^2 + m_2^2 + \\ &\quad + 2m_1m_2\sqrt{1-v^2/c^2} + (m_2^2 - m_1^2)v^2/c^2] \end{aligned}$$

V Newtonovi mehaniki veljata pri centralnem prožnem trku giba-
jočega se delca z mirujočim delcem tile enačbi:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Prva enačba izraža ohranitev kinetične energije in druga ohranitev gibalne količine. Njune rešitve ni težko poiskati

$$v_1 = (m_1 - m_2)v / (m_1 + m_2)$$

$$v_2 = 2m_1 v / (m_1 + m_2)$$

Zapisana relativistična rešitev preide v to rešitev, če zanemarimo v^2/c^2 v primeri z ena. če sta delca enaka, sledi tudi v Newtonovi mehaniki rešitev $v_1 = 0$, $v_2 = v$, prav tako kot v posebni teoriji relativnosti.

Popolnoma neprožen trk. Razpoložljiva energija. Pri *popolnoma neprožnem trku* se delca sprimeta in se gibljeta po trku sprije ta z enako hitrostjo. Če postavimo brez premisleka v enačbi, ki smo ju zapisali pri prožnem trku, $v_1 = v_2$, sledi iz njiju takoj zahteva $v/c \rightarrow 0$. Naša nepremišljena poteza nas postavi nazaj v Newtonovo mehaniko. Napak je bilo, ko smo privzeli, da obdrži vsak izmed obeh delcev po trku svoje lastnosti, čeprav sta delca sprijeta. Po izkušnjah, ki smo si jih pridobili med obravnavanjem jedrskih reakcij, sklepamo, da masa sprimka ni enaka vsoti mas prvega in drugega delca.

Zopet vzemimo, da trči izstrelek z maso m in hitrostjo v v mirujoči delec. Da računske težave ne bodo prehude, vzemimo že kar spočetka, da sta oba delca enaka in ima tudi drugi delec maso m . Sprimek naj ima maso M in hitrost v_1 . Zdaj se torej količine z indeksom 1 nanašajo na sprimek, količine brez indeksa pa na izstrelek. Iz zakona o ohranitvi polne energije sledi

$$W + mc^2 = W_1$$

in iz zakona o ohranitvi gibalne količine

$$P_1 = P$$

ali

$$\sqrt{W^2 - m^2 c^4} = \sqrt{W_1^2 - M^2 c^4}$$

Nazadnje smo izrazili gibalni količini z enačbo (8). Odštejmo od kvadrata prve enačbe kvadrat zadnje enačbe, pa imamo:

$$Mc^2 = 2mc^2 \sqrt{1 + T/2mc^2}$$

Pri tem smo vpeljali kinetično energijo izstrelka $T = W - mc^2$ in enačbo uredili.

Razliko med lastno energijo sprimka in lastno energijo obeh delcev pred trkom

$$W_n = Mc^2 - 2mc^2 = 2mc^2 (\sqrt{1 + T/2mc^2} - 1) \quad (14)$$

imenujemo *razpoložljivo energijo*. Ime terja pojasnilo. Popolnoma neprožni trk, pri katerem bi se delca sprijela, je nekaj izjemnega. Pač pa lahko nastanejo pri neprožnih trkih zelo hitrih delcev z drugimi delci novi delci. Razpoložljiva energija podaja ravno zgornjo mejo za skupno lastno energijo novih delcev (ali novega delca), če oba začetna delca obdržita svoje posebnosti. Delci z največjo skupno lastno energijo nastanejo pri popolnoma neprožnem trku. Pri neprožnih trkih, ki niso popolnoma neprožni, pa nastanejo delci z manjšo skupno lastno energijo - vse do prožnega trka, ko sploh ne nastanejo novi delci. Razpoložljiva energija je pomemben podatek v *fiziki delcev* (v *fiziki visokih energij*), v kateri preučujejo zelo kratkožive delce. Take delce je treba tik pred poskusom narediti ob neprožnih trkih.

Na tem mestu si malo oddahnimo. Spomnimo se namreč izreka o ohranitvi števila nukleonov, ki pravi, da se skupno število nukleonov pri reakcijah ne spremeni. Namesto o izreku o ohranitvi števila nukleonov govorimo tu raje o zakonu o ohranitvi števila barionov (težkih delcev). Dokler gre za protone, ki so nukleoni in barioni, pove zakon isto kot izrek. Zakon prepoveduje neprožne trke, pri katerih bi nastal en sam proton. Ali to pomeni, da proton sploh ne more nastati? Ne, lahko nastane,

a nastati mora skupaj s svojim *antidelcem* - *antiprotonom*. Delec in njegov antidelec sta nekako v takšnem sorodstvu kot leva in desna roka. Delec in njegov antidelec imata enaki lastni energiji, a nasprotno enaka naboja in še nekaj lastnosti, ki jim priredimo pare nasprotno enakih količin.

Antiproton ima enako kot proton lastno energijo 938 MeV, a nosi en negativni osnovni naboj, nasprotno kot proton. Antiproton ima *barionsko število* -1, proton pa ima barionsko število 1. Par proton-antiproton ima skupno barionsko število $1 - 1 = 0$ in lahko nastane pri neprožnem trku, če je le razpoložljiva energija dovolj velika. Skupna lastna energija para delec-antidelec je $2mc^2$, če je mc^2 lastna energija delca. Če se ne oziramo na lastno energijo, ima par delec-antidelec take lastnosti, kot da delcev sploh ne bi bilo. Zato zakon o ohranitvi števila delcev ne nasprotuje nastanku para.

Tudi elektron, ki ni barion (težki delec), ampak je *lepton* (lahki delec), lahko nastane samo skupaj s svojim antidelcem - antielektronom ali *pozitronom*.

Omenimo pa še to, da obstajajo delci, za katere ne velja zakon o ohranitvi števila. Taki delci so fotoni in še nekateri drugi delci, na primer mezoni π ali pioni.

Zdaj se vprašajmo, vsaj kolikšno kinetično energijo mora imeti hitri delec, če naj pri trku z mirujočim enakim delcem nastane par delec-antidelec prav takih delcev. V tem primeru postavimo za razpoložljivo energijo skupno lastno energijo para delcev:

$$W_p = 2mc^2. \text{ Iz enačbe (14) sledi } 1 = \sqrt{1 + T/2mc^2} - 1 \text{ in}$$

$$T = 6mc^2$$

Kinetična energija protona, ki rodi pri trku z mirujočim protonom par proton-antiproton:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

($\bar{p}$ je antiproton), mora biti vsaj $6.0.94 \text{ GeV} = 5,6 \text{ GeV}$. Kinetična energija elektrona, ki rodi pri trku z mirujočim elektro-

nom par elektron-pozitron (sl. 9b):

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^- + e^+$$

(e^+ je pozitron), mora biti vsaj $6.0,51 \text{ MeV} = 3,1 \text{ MeV}$.

Na koncu se vprašajmo še, največ kolikšno lastno energijo ima delec, za katerega ne velja zakon o ohranitvi števila delcev, če nastane pri popolnoma neprožnem trku protona s kinetično energijo 400 GeV z mirujočim protonom. Iz enačbe (14) sledi za njegovo lastno energijo

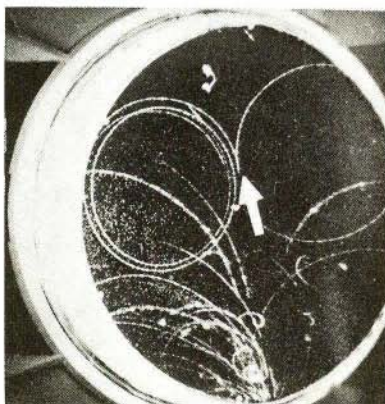
$$W_p = 2.0,94 \text{ GeV} (\sqrt{1 + 400/2.0,94} - 1) = 25,6 \text{ GeV}$$

To pokaže, da je mogoče pri najhitrejših protonih, kar jih danes daje pospeševalnik, izkoristiti samo $6,4 \%$ začetne kinetične energije za nastanek novih delcev.

V Newtonovi mehaniki sledi iz izreka o ohranitvi gibalne količine za popolnoma neprožni trk enačba $mv = (m + m_2)v_1$. Hitrost sprimka je $v_1 = mv/(m + m_2)$ ali $v_1 = v/2$, če imata izstrelak in mirujoči delec enako maso. Razlika med kinetično energijo izstrelka in kinetično energijo sprimka je v tem primeru

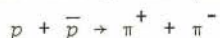
$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} \cdot 2m \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mv^2$$

Sl. 9 : Pri trku fotona γ z veliko energijo z nabitim delcem (puščica) je nastal par elektron-pozitron. V meglični celici je bil metan pod zvišanim tlakom. Celica je bila v magnetnem polju, ki je bilo prečno na hitrost elektrona in pozitrona in je tir enega ukrivilo v to, tir drugega pa v drugo stran. Delca pri nastanku nista imela enake kinetične energije. Fotografijo sta posnela J.A. Phillips in P.G. Kruger leta 1949.



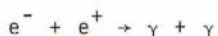
Tu je "razpoložljiva energija" kar 50 % začetne kinetične energije. Kinetična energija se seveda ne ohrani. Če sestavljata delca neodvisen sistem, pa se ohrani vsota kinetične in notranje energije. Polovica začetne kinetične energije se porabi za povečanje notranje energije: sprimek se segreje.

Obraten pojav kot nastanek para delec-antidelec je *anihilacija*. Pri njej se združita delec in njegov antidelec in preneha obstajati. Njuno skupno lastno energijo - in skupno kinetično energijo, če nista mirovala - prevzamejo novo nastali delci. Pri anihilaciji protona in antiprotona nastaneta na primer dva mezona π ali piona (ali več pionov) (sl. 10):



Če proton in antiproton pred anihilacijo mirujeta, ima vsak od obeh pionov kinetično energijo $(938 - 135) \text{ MeV} = 805 \text{ MeV}$. Lastna energija protona in antiprotona je 938 MeV , a lastna energija pozitivno ali negativno nabitega piona 135 MeV . Piona odletita v tem primeru v nasprotnih smereh, da je njuna skupna gibalna količina enaka nič.

Pri anihilaciji elektrona in pozitrona lahko nastaneta dva fotona ali več fotonov:



Če elektron in pozitron pred anihilacijo mirujeta, ima vsak od obeh fotonov energijo $0,51 \text{ MeV}$. Toliko meri lastna energija elektrona ali pozitrona, foton pa ima lastno energijo nič. V tem primeru odletita fotona v nasprotnih smereh, da je njuna skupna gibalna količina enaka nič.

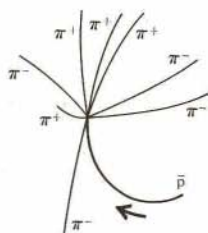
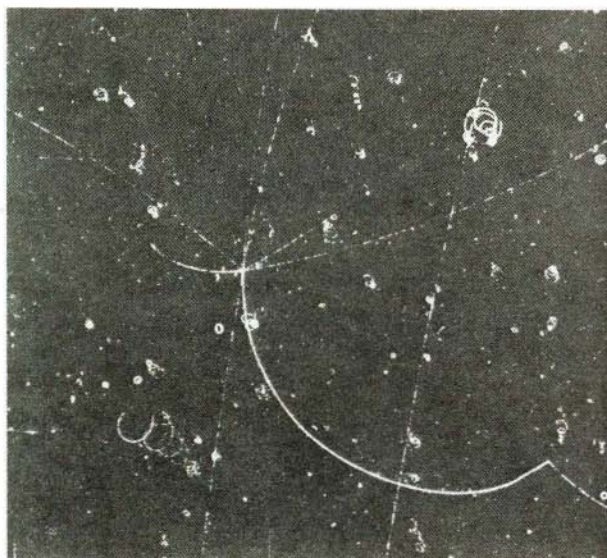
Podatek, da je pri trku protona s kinetično energijo 400 GeV z mirujočim protonom za nastanek novih delcev na razpolago samo $6,4 \%$ kinetične energije, nam da misliti. Veliki pospeševalniki so za dobivanje kratkoživih delcev pri trku med hitrim in mirujočim delcem mnogo manj učinkoviti, kot bi sklepali po dosegljivi kinetični energiji izstrelkov. Ali je kakšna pot iz te zagate? Je, in to v načelu prav preprosta. Delca naj se

pred trkom gibljeta drug proti drugemu z nasprotno enakima gibalnima količinama. Ker je njuna začetna skupna gibalna količina enaka nič in se gibalna količina ohrani, po neprožnem trku vsi delci mirujejo. Razpoložljiva energija je v tem primeru kar

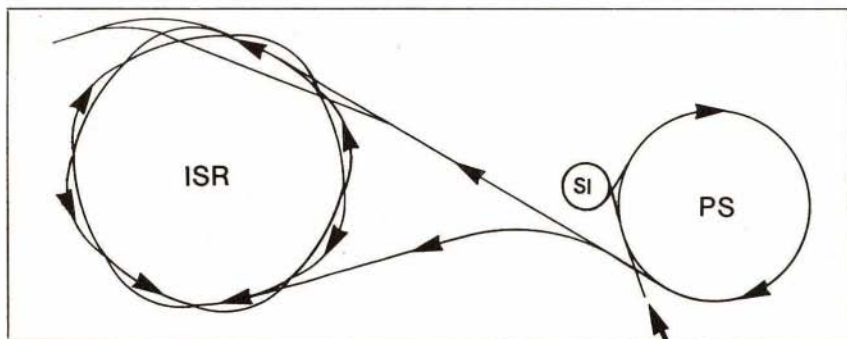
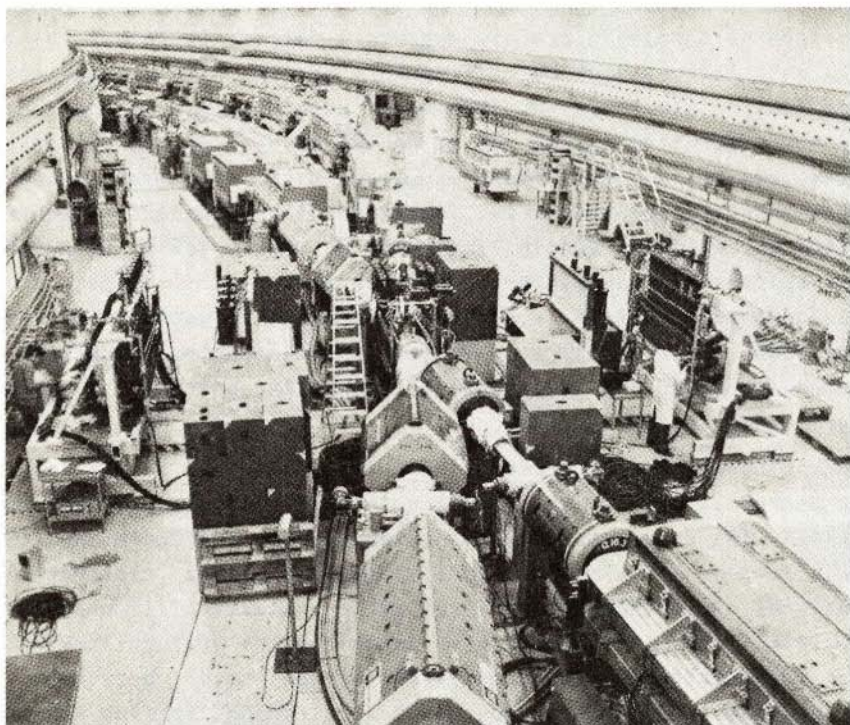
$$W_p = 2W - 2mc^2 = 2T$$

če izstrelek in začetna delca obdržita svoje lastnosti. Ta premislek nas pripelje do *nakopičevalnikov*.

Nakopičevalnik, v katerem trčita dva enaka nabita delca, na primer protona, mora imeti dve svitkasti vakuumski cevi z



Sl. 10: Anihilacija antiprotona s protonom v mehurčni celici. Nastali so štirje pozitivni pioni π^+ , štirje negativni pioni π^- in morda še več nevtralnih pionov π^0 . Antiproton je pred tem nastal (desno spodaj na fotografiji) najbrž skupaj s protonom pri trku dveh nevtralnih delcev. Prečno magnetno polje je ukrivilo tire pozitivnih delcev v eno, tire negativnih pa v drugo stran. Mehurčna celica je v zadnjem času skoraj popolnoma izpodrinila meglično celico. V mehurčni celici je pregreta kapljevina – navadno vodik, kar dosežejo z nenadnim zmanjšanjem tlaka. Pri trkih hitrega nabitega delca z molekulami kapljevine nastanejo ioni, okoli katerih začne kapljevina izparevati in se pojavijo prvi drobni mehurčki, ki dajo vidno sled. Pozneje povečajo tlak, da se plin v mehurčkih zopet utekočini.



Sl. 11: Eno izmed sečišč nakopičevalnika za protone ISR v CERN. Protoni dosežejo kinetično energijo do 30 GeV. Spodnja risba kaže, kako kopičijo protone iz sinhrotrona PS najprej v en obroč nakopičevalnika in nato v drugega. Vsak obroč ima pospeševalne celice, ki krijejo izgubo kinetične energije protonov zaradi sevanja ob pospešenem gibanju v magnetnem polju.

nasprotno obrnjenim prečnim magnetnim poljem. Iz pospeševalnika dalj časa uvajajo delce najprej v prvo in nato v drugo cev in jih v njiju kopičijo. Nakopičeni delci krožijo po obeh ceveh v nasprotnih smereh. Da se ne izgubljajo iz cevi pri trkih z molekulami v preostalem plinu, mora biti vakuum zelo dober. Cevi nista popolnoma krožni, ampak nekoliko popačeni in se križata na nekaterih mestih. Tam pride do trkov. Tak je na primer nakopičevalnik ISR (Intersecting Storage Rings - sekajoča se nakopičevalna obroča) evropskega združenja za jedrske raziskave CERN v Ženevi (sl. 11). V njem dosežejo protoni kinetično energijo do 30 GeV. Razpoložljiva kinetična energija je v tem primeru $2 \cdot 30 \text{ GeV} = 60 \text{ GeV}$.

Nakopičevalnik, v katerem čelno trčita nasprotno nabita delca z enako maso, na primer elektron in pozitron, je nekoliko drugačen. Ima samo eno svitkasto vakuumsko cev s prečnim magnetnim poljem. V njo nakopičijo iz pospeševalnika za elektrone najprej elektrone. Nato obstreljujejo z elektroni iz pospeševalnika tarčo in nakopičijo v nakopičevalni cevi pri trkih nastale pozitrone. Elektroni krožijo v eni smeri, pozitroni pa v nasprotni. Delci krožijo v dveh nadstropjih. Na dveh krajih v cevi se prekrizajo: elektroni preidejo tam pod pozitrone, če so bili na enem delu nad njimi in obratno. Na teh mestih pride do trkov. V elektronsko-pozitranskem nakopičevalniku PETRA blizu Hamburga dosežejo elektroni in pozitroni največjo kinetično energijo 19 GeV (sl. 12). Razpoložljiva energija je $2 \cdot 19 \text{ GeV} = 38 \text{ GeV}$. Pravzaprav je zaradi anihilacije elektrona in pozitrona v tem primeru razpoložljiva energija $W_p = 2T + 2m_e c^2$, a lastna energija $m_e c^2$ je zanemarljiva v primeri s kinetično energijo. Nakopičevalniki so glede razpoložljive energije mnogo ugodnejši kot sami pospeševalniki. Zato gradijo v zadnjem času ob vseh velikih pospeševalnikih tudi nakopičevalnike. Slaba stran nakopičevalnikov pa je, da so trki delcev iz dveh curkov precej manj pogostni kot trki delcev v curku iz pospeševalnika z delci v trdni ali kapljevinski tarči.

Del posebne teorije relativnosti, ki smo ga spoznali, uporab-



Sl. 12a

Sl. 12b

Sl. 12: Pogled iz zraka na elektronsko-pozitronski nakopičevalnik SPEAR ob (3,2 km dolgem) linearnem elektronskem pospeševalniku SLAC v Stanfordu (ZDA). V obeh zgradbah na nasprotnih straneh nakopičevalnika se sekata elektronski in pozitronski curek, tam pride do trkov in tam opazujejo nastale delce. Dosegljiva kinetična energija elektronov in pozitronov je po 4 GeV (a). Gradnja elektronsko-pozitronskega nakopičevalnika PEP v Stanfordu. Dosegljiva kinetična energija elektronov in pozitronov bo po 19 GeV (b).



ljajo fiziki pri načrtovanju pospeševalnikov in nakopičevalnikov in pri obravnavanju reakcij med delci enako uspešno, kot uporabljajo gradbeniki in strojniki Newtonovo mehaniko pri načrtovanju zgradb in strojev. Vse napovedi posebne teorije relativnosti se ujemajo z izidi merjenj. Ni poskusa, katerega izid bi nasprotoval posebni teoriji relativnosti, če je pojav tak, da je zanj uporabna ta teorija. Zaradi tega imamo posebno teorijo relativnosti za veljavno fizikalno teorijo.

Svetlobna raketa. Na koncu poglavja obdelajmo zanimiv zgled, ki je sicer nekoliko odmaknjen. Zanimajmo se za raketo, ki jo poganja svetlobni curek, podobno kot poganja navadno raketo cu rek vročih plinov.

Končna hitrost navadne rakete je tem večja, čim večja je hitrost iztekajočega plinskega curka. Odvisna je še od razmerja med začetno maso rakete, to je maso ogrodja, motorjev in goriva, in končno maso, to je maso ogrodja in motorjev. Po enačbi ruskega znanstvenika K.E. Ciolkovskega, ki se je okoli leta 1903 prvi ukvarjal z možnostjo potovanja v vesolje, je končna hitrost navadne rakete

$$v = v_0 \ln(m_1/m)$$

v_0 je hitrost plinskega curka glede na šobo, m_1 začetna in m končna masa rakete, $\ln$ pa znak za naravni logaritem, to je za logaritem z osnovo $e = 2,718...$ (Glej Presek 5(1977/78)183.).

Hitrost curka meri v najboljšem primeru nekaj kilometrov na sekundo. Tudi končna hitrost rakete ima tolikšno velikostno stopnjo. Da dosežejo večjo hitrost, na primer ubežno hitrost okoli 11 km/s, morajo uporabiti tristopenjsko raketo s tremi motorji.

Misel na svetlobno raketo se nam porodi, če sklepamo po podobnosti: morda je hitrost svetlobne rakete povezana s svetlobno hitrostjo podobno, kot je hitrost navadne rakete povezana s hitrostjo vročih plinov. Enačbe, ki smo jih spoznali v prejšnjih odstavkih, nam omogočijo, da izračunamo hitrost svetlobne

ali fotonske rakete.

Raketo in svetlobni curek, ki izhaja iz nje, vzamemo za neodvisni sistem. Upoštevamo ohranitev gibalne količine in ohranitev polne energije. Na začetku miruje raketa z maso m_1 in ima tedaj samo lastno energijo $m_1 c^2$. Pozneje se giblje raketa z manjšo maso m s hitrostjo v v nasprotni smeri curka. Tedaj prispeva k energiji sistema poleg polne energije rakete W še energija svetlobe W_g , ki jo je raketa izsevala v izbrani smeri. Ker se polna energija ohrani, je

$$m_1 c^2 = W + W_g$$

Mirujoča raketa na začetku nima gibalne količine. Pozneje ima raketa gibalno količino P in izsevana svetloba gibalno količino P_g v nasprotni smeri. Ker se gibalna količina ohrani in ker je bila začetna gibalna količina enaka nič, sta gibalni količini rakete in svetlobe po velikosti enaki, a po smeri nasprotni:

$$P = P_g$$

Izsevane svetlobo sestavljajo fotoni, za katere velja zveza (12a), tako da velja tudi

$$W_g = c P_g$$

To enačbo povežemo z drugo v enačbo $W_g = c P$ in jo vstavimo v prvo:

$$m_1 c^2 = W + c P = m c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2} + m v c / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Nazadnje smo izrazili polno energijo rakete in njeno gibalno količino z enačbama (3) in (6). Po kratkem računu sledi:

$$\begin{aligned} m_1/m &= (1 + v/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2} = \\ &= \sqrt{(1 + v/c)(1 + v/c)} / \sqrt{(1 + v/c)(1 - v/c)} = \\ &= \sqrt{(1 + v/c)/(1 - v/c)} \end{aligned}$$

Iz razmerja med začetno in končno maso izračunamo hitrost

$$v = c(m_1^2 - m^2)/(m_1^2 + m^2)$$

Končna hitrost rakete bi se zares približala svetlobni hitrosti, če bi uspelo znaten del začetne lastne energije spremeniti v energijo svetlobnega curka. Priznati moramo, da tega za zdaj ni mogoče doseči.

Pri jedrskih reakcijah izkoristimo kako tisočino lastne energije (str. 14 in 15). Vzemimo, da izkoristimo tisočino lastne energije in da uspe desetino tega spremeniti v energijo svetlobnega curka. Tedaj je $(m_1 - m)/m_1 = 10^{-4}$ in je končna hitrost rakete

$$\begin{aligned} v &= c(1 - 10^{-4})^2 m_1^2 / |m_1^2 + (1 - 10^{-4})^2 m| = \\ &= c(1 - 1 + 2 \cdot 10^{-4} + \dots) / (1 + 1 + 2 \cdot 10^{-4} + \dots) = \\ &= 10^{-4} c / (1 + 10^{-4}) \end{aligned}$$

To je približno $10^{-4} c = 30 \text{ km/s}$. Nekako tolikšno hitrost dosežejo tudi sodobne večstopenjske navadne rakete. Za zdaj se ne splača graditi svetlobnih raket. Morale bi imeti veliko maso, če naj bi vsebovale jedrski reaktor. Poleg tega bi le težko dosegle tolikšen izkoristek, kot smo ga privzeli v računu in bi bila končna hitrost v resnici še manjša. V prihodnosti se utegnejo morda razmere spremeniti, če bo uspelo najti učinkovitejše postopke za spreminjanje lastne energije v energijo svetlobe. Pa še takrat se bo najbrž najprej navadna raketa odlepila od Zemlje in bodo šele v vesolju vključili fotonske motorje.

Misel, ki sodi za zdaj še v fantastiko, je uporaba antidelcev kot goriva. Pri anihilaciji antidelcev z delci bi se velik del lastne energije pojavil kot energija fotonov. Treba bi bilo še doseči, da bi večina fotonov zapustila raketo v izbrani smeri. Pri fotonih in drugih delcih z veliko energijo je to težavna naloga.

SPLOŠNA TEORIJA RELATIVNOSTI

Univerzalnost prostega pada. Splošna teorija relativnosti je *teorija gravitacije*. Njene napovedi preidejo v napovedi Newtonove mehanike in Newtonovega gravitacijskega zakona, če je gravitacijsko polje šibko in hitrosti teles majhne. Po matematični strani je teorija zelo zahtevna. Tu se omejimo samo na tiste njene izsledke, ki jih lahko z našim znanjem vsaj površno pojasnimo.

Newtonov gravitacijski zakon

$$F = Gm_1m'/r^2$$

podaja gravitacijsko silo, s katero se privlačujeta okrogli telesi z masama m_1 in m' , če je razdalja njunih središč r .

$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ je *gravitacijska konstanta*, ki jo dobimo z merjenjem šibke gravitacijske sile med dvema telesoma v laboratoriju. Namesto, da bi mislili, da deluje prvo telo na drugo telo z gravitacijsko silo na daljavo, vpeljemo pojem *gravitacijskega polja*. Za gravitacijsko silo prvega telesa na drugo telo postavimo

$$F = gm'$$

Pri te je $g = Gm_1/r^2$ količina - imenujemo jo *težnostni (gravitacijski) pospešek* -, ki opisuje gravitacijsko polje prvega telesa. To polje deluje z gravitacijsko silo na drugo telo.

Masa, ki nastopa v zakonu gibanja, to je v Newtonovem zakonu $F = ma$, meri vztrajnost, s katero se telo upira pospeševanju. Ali je ta masa enaka masi, ki meri silo, s katero deluje gravitacijsko polje na kako telo? Dopustimo možnost, da obe masi nista enaki. Recimo prvi *vztrajnostna (inercialna)* in drugi *težnostna (gravitacijska) masa*. Ravnajmo takole: določimo masi dveh teles z merjenjem sil in pospeškov, ki ju ti sili povzroča. Določimo gravitacijsko konstanto z merjenjem gravitacijske sile med tema telesoma in se dogovorimo, da je tako dobljena gravitacijska konstanta splošna konstanta. Ponovimo poskus

z drugima telesoma iz druge snovi. Če smo na primer prej merili s telesoma iz platine, merimo sedaj s telesoma iz aluminija. Razliko med izmerjeno gravitacijsko silo in napovedjo Newtonovega gravitacijskega zakona s prejšnjo gravitacijsko konstanto moramo pripisati razliki med vztrajnostno in težnostno maso platine in aluminija, saj smo privzeli, da je gravitacijska konstanta splošna.

Pri opisu istega izida bi lahko ubrali drugo pot in ne bi delali razlike med vztrajnostno in težnostno maso. Tedaj bi morali imeti gravitacijsko konstanto za odvisno od sestava telesa.

Kako je z enakostjo vztrajnostne in težnostne mase, pokažejo lahko le poskusi. Najpreprosteje je meriti v izbrani točki gravitacijskega polja pospešek, s katerim padajo telesa iz različnih snovi. Za telo iz platine naj velja

$$m_1^*g = m_1a_1$$

in za telo iz aluminija

$$m_2^*g = m_2a_2$$

Izračunajmo relativno razliko obeh izmerjenih pospeškov

$$a_1 = m_1g/m_1 \quad \text{in} \quad a_2 = m_2^*g/m_2$$

$$\delta = (a_2 - a_1)/a_2 = (m_2^*/m_2 - m_1^*/m_1)/(m_2^*/m_2)$$

V okviru natančnosti pri merjenju sta pospeška a_1 in a_2 enaka. Kvocient δ je tedaj določen z natančnostjo pri merjenju. Trditimemo, da se ujemata vztrajnostna in težnostna masa vsaj s tolikšno relativno natančnostjo. Merjenja pospeška pri padanju pa niso zelo natančna, relativna natančnost doseže komaj kako desetinko odstotka.

Natančnejša so merjenja z nihali. Opazujmo nihajoče nitno nihalo, ki ima majhno utež na niti z dolžino l . Izmaknimo utež za x iz ravnovesne lege, tako da je razmerje x/l zelo majhno. Na utež deluje teža m^*g in njena tangenta komponenta

$m'gx/l$ pospešuje utež. To vstavimo v Newtonov zakon, pa dobimo $ma = -m'gx/l$. Negativni znak opozarja, da poganja komponenta teže utež vedno proti ravnovesni legi. Iz enačbe $a = -(m'g/ml)x$, ki ima obliko $a = -(2\pi v)^2 x$, razberemo, da utež sinusno niha in da je kvadrat frekvence

$$v^2 = (m'g/ml)/4\pi^2$$

Izmerimo frekvenco nihala z utežjo iz platine in nato še frekvenco enako dolgega nihala z utežjo iz aluminija. Poiščimo relativno razliko kvadratov frekvenc $(v_2^2 - v_1^2)/v_2^2$, pa zopet dobimo kvocient δ , ki smo ga že vpeljali. Pri takem merjenju se je I. Newton prepričal, da se ujemata vztrajnostna in težnostna masa na 0,1 % natančno ali bolj. F.F. Bessel je izboljšal relativno natančnost na $2 \cdot 10^{-5}$ (1832) in H.H. Potter še na $3 \cdot 10^{-6}$ (1932).

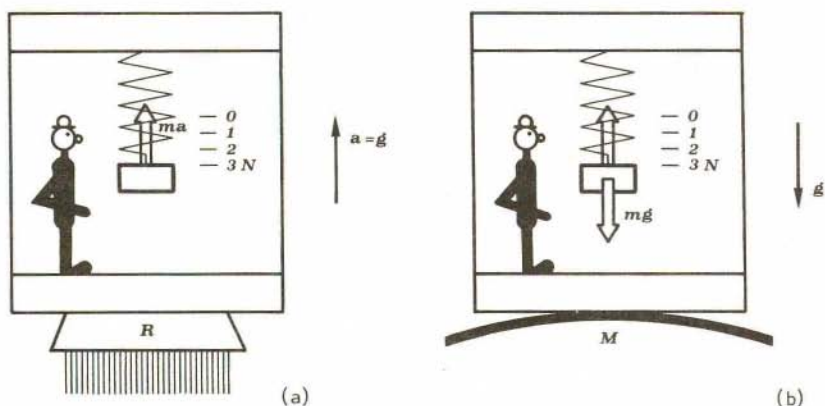
Pozneje so uporabili druge načine merjenja in v novejšem času tudi sodobne naprave. Razpravljanje o podrobnostih pa bi nas odvedlo predaleč. Omenimo samo, da je madžarski fizik R. Eötvös sam (1890) in pozneje s sodelavci (do 1922) dosegel relativno natančnost $5 \cdot 10^{-9}$, ameriški fizik R.H. Dicke s sodelavcem $3 \cdot 10^{-11}$ (1964) in sovjetska fizika V.B. Braginskij in V.I. Panov 10^{-12} (1971). Dandanes smemo torej imeti vztrajnostno in težnostno maso za enaki do relativne napake kakor bilijoninke.

Potemtakem opazovalec v popolnoma zaprtem laboratoriju ne more ugotoviti, ali je vzmetna tehničnica s poskusnim telesom napeta, ker miruje v gravitacijskem polju v bližini velikega telesa ali ker se laboratorij daleč od velikih teles giblje pospešeno (recimo zaradi delovanja motorjev, če gre za vesoljsko ladjo). V prvem primeru sta v ravnovesju gravitacijska sila in sila vzmeti, če opazujemo poskusno telo. V drugem pa pospešuje sila vzmeti poskusno telo, da se giblje z enakim pospeškom kot laboratorij (sl. 13). Če bi tak laboratorij prosto padal v gravitacijskem polju, bi se v njem odvijali poskusi, kot da na telesa v njem ne bi delovala nobena sila iz okolice, se pravi, kot da

bi se laboratorij gibal premo enakomerno daleč od velikih teles. Einstein je vsebino teh ugotovitev strnil v *načelo ekvivalenčnosti*. Danes pa govorimo v tej zvezi o *zakonu o universalnosti prostega pada*.

Gravitacijski rdeči premik. Pri obravnavanju nasledkov splošne teorije relativnosti se omejimo v glavnem na gibanje fotonov v gravitacijskem polju. Najprej obdelajmo gibanje fotonov v vzdolžnem gravitacijskem polju, se pravi v smeri gravitacijske sile ali v nasprotni smeri.

Einstein se je tega lotil na osnovi načela ekvivalentnosti in je obravnaval potovanje svetlobe v gravitacijskem polju tako, da jo je - v mislih - opazoval iz pospešenega laboratorija. Tu kaj si bomo nalogo olajšali: spomnili se bomo, da si lahko mislimo svetlobo sestavljeno iz fotonov. Fotonom pripišemo efektivno maso m^* in jih obravnavamo kot delce. Ta preprosta slika



Sl. 13: Načelo ekvivalentnosti: opazovalec v laboratoriju, ki se *giblje pospešeno* v prostoru brez gravitacijskega polja (a), dobi pri merjenju popolnoma enake izide kot opazovalec v laboratoriju, ki *miruje* v ustreznem gravitacijskem polju (b). Pospešek a raketnih motorjev R mora biti enako velik kot gravitacijski pospešek g v gravitacijskem polju velikega telesa M . V pospešenem laboratoriju deluje na (pospešeno se gibajočo) utež sila vzmeti ma , v mirujočem laboratoriju delujeta na (mirujočo) utež teža mg in nasprotno enaka sila vzmeti.

da enake napovedi kot opazovanje svetlobe iz pospešenega laboratorija.

Opazujemo foton, ki se dviga v zemeljskem gravitacijskem polju. Na začetku naj bo v izbrani točki, na koncu pa v točki v višini z nad prvo točko. Uporabimo energijski zakon: sprememba energije fotona je enaka dovedenemu delu

$$\hbar\nu - \hbar\nu_1 = -m^*gz$$

$\hbar\nu$ je končna energija fotona in $\hbar\nu_1$ začetna energija (11). Teža m^*g deluje v nasprotni smeri gibanja, zato je delo negativno. Vstavimo $m^* = \hbar\nu/c^2$ (13), pa imamo za relativno spremembo frekvence

$$(\nu - \nu_1)/\nu = -(\lambda - \lambda_1)/\lambda_1 = -gz/c^2 \quad (15)$$

Pri tem smo zagrešili majhno nedoslednost, ko smo efektivno maso fotona izračunali s končno frekvenco. Efektivna masa se namreč spreminja sorazmerno s frekvenco. Toda sprememba frekvence je tako majhna, da s tem na desni strani enačbe nismo zagrešili upoštevanja vredne napake. Frekvence smo nazadnje izrazili z valovno dolžino, ki je obratno sorazmerna s frekvenco. Frekvenca svetlobe, ki se dviga v gravitacijskem polju, se zmanjša, valovna dolžina pa se poveča. Spektralne črte se premaknejo proti rdečemu delu spektra na dolgovalovni strani. Ta pojav imenujemo *gravitacijski rdeči premik*.

Relativna razlika frekvence ali valovne dolžine (15) je zelo majhna. Na deset metrov višinske razlike meri le $10 \text{ ms}^{-2} \cdot 10 \text{ m} / 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} = 1,1 \cdot 10^{-15}$. Kljub temu jo je uspelo izmeriti. Uporabili so fotone γ z energijo okoli 14 keV, ki jih sevajo jedra železovega izotopa ^{57}Fe , ko nastanejo po radioaktivnem razpadu jeder kobaltovega izotopa ^{57}Co . Če so jedra v atomih, ki so vezani v kristalu, je mogoče s posebnim prijemom zelo natančno meriti spremembe energije fotonov. Merili so v 22,5 m visokem stolpu in z največjo mogočo skrbnostjo. Izid merjenja se je v okviru relativne natančnosti pri merjenju 1 % ujel napovedjo (15).

$$2c_v = 3c_t - 3c_v$$

$$c_v = \frac{3}{5}c_t$$

Fotoni, ki dospejo s Sonca na Zemljo, morajo opraviti delo proti gravitacijski sili Sonca. Delo gravitacijske sile v tem primeru ni $-m^*gz$, ampak $-m^*GM_0/R_0$ (glej str. 60), če je $M_0 = 2 \cdot 10^{30}$ kg masa Sonca in $R_0 = 7 \cdot 10^8$ m njegov radij. V tem primeru je relativna sprememba

$$\begin{aligned} (v - v_1)/v &= -(\lambda - \lambda_1)/\lambda_1 = -GM_0/c^2R_0 = \\ &= -1,2 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \quad (15a)$$

Tega ne bi bilo pretežko ugotoviti z ločljivim optičnim spektrografom, če ne bi motili merjenja navpični tokovi v vrhnjih plasteh sončne "atmosfere". Zato so mogli enačbo (15a) s skrajnim naporom potrditi le s precej slabšo relativno natančnostjo, kot so potrdili enačbo (15).

Odklon elektromagnetnega valovanja. Fotoni, ki potujejo prečno na smer gravitacijskega polja, se zaradi gravitacijske sile odklonijo od svoje prvotne smeri. Opazujmo curek fotonov, ki letijo mimo Sonca v razdalji D od njegovega središča. Ko so Soncu najbližje, ko so v razdalji D od njegovega središča, deluje nanje največja sila v prečni smeri. Po gravitacijskem zakonu je to

$$F_D = Gm^*M_0/D^2$$

Pred tem in po tem je gravitacijska sila manjša in ni pravokotna na smer gibanja fotonov.

Namesto, da bi upoštevali zmanjšanje sile in spremembo njene smeri, vzemimo, da deluje na fotone sila F_D , a le na poti $2D$. To pot preletijo fotoni v času $t = 2D/c$. V tem času dobijo zaradi prečne sile v prečni smeri hitrost $at = (F_D/m^*)t = (GM_0/D^2)2D/c = 2GM_0/cD$. Pospešek smo izračunali iz Newtonovega zakona. Vzemimo, da se gibljejo v vzdolžni smeri fotoni ves čas s hitrostjo c . Razmerje med prečno komponento hitrosti in vzdolžno komponento hitrosti da odklon curka:

$$\theta = (2GM_0/cD)/c = 2GM_0/c^2D$$

Odklon je največji, ko letijo fotoni tik mimo površine Sonca in je $D = R_0$:

$$\theta_0 = 2GM_0/c^2 R_0 = 0,87''$$

Izračunani odklon je zelo majhen, meri manj kot eno kotno sekundo.

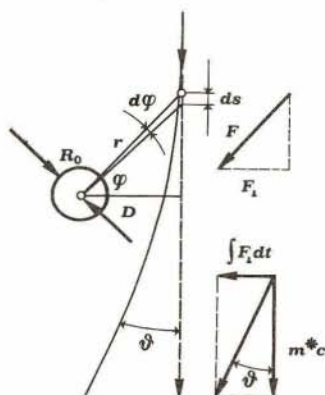
Na koncu moramo priznati, da naš račun ni dal pravega rezultata. Splošna teorija relativnosti da dvakrat večji odklon:

$\theta = 2\theta_0$ in

$$\theta_0 = 2\theta_0 = 4GM_0/c^2 R_0 = 1,75'' \quad (16)$$

Zanimivo je, da je odklon θ_0 napovedal J. Soldner že leta 1801, ko še niso vedeli za fotone in niso poznali posebne teorije relativnosti. Celo Einstein je leta 1911 samo na osnovi načela ekvivalentnosti dobil odklon θ_0 . Šele pozneje, ko je do konca razvil splošno teorijo relativnosti in našel enačbe gibanja, je popravil svojo napoved na θ_0 .

Odklon fotonov v gravitacijskem polju Sonca lahko izračunamo vestneje, če ostanemo pri približku z efektivno maso fotona m^* . Na foton v razdalji $r = D/\cos\varphi$ od središča Sonca, deluje gravitacijska sila $F = Gm^*M_0/r^2$ proti središču Sonca. φ je kot med pravokotnico na smer vpadnih fotonov in zveznico trenutne lege fotona s središčem Sonca (sl. 14). Prečna kompo-



Sl. 14: K računanju odklona curka fotonov v gravitacijskem polju Sonca. Odklon je narisano močno pretirano.

nenta gravitacijske sile je $F_p = F \cos \varphi = (Gm^*M_0/r^2) \cos \varphi$. Uporabimo izrek o gibalni količini (KM I, str. 142). Sunek prečne komponente gravitacijske sile je

$$\begin{aligned} \int F_p dt &= \int F_p ds/c = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (Gm^*M_0/cD^2) \cos^3 \varphi D d\varphi / \cos^2 \varphi = \\ &= (Gm^*M_0/cD) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = 2Gm^*M_0/cD \end{aligned}$$

Upoštevali smo, da je $s = D \tan \varphi$ in $ds = D d\varphi / \cos^2 \varphi$. Po izreku o gibalni količini je sunek sile enak spremembi gibalne količine. Medtem ko spočetka foton ni imel prečne komponente gibalne količine, je na koncu komponenta gibalne količine v prečni smeri ravno $2Gm^*M_0/cD$. Vzdolžna komponenta gibalne količine m^*c se v celoti ni spremenila. Odklon curka fotonov je dan z razmerjem prečne in vzdolžne gibalne količine:

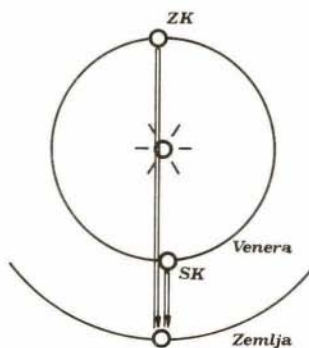
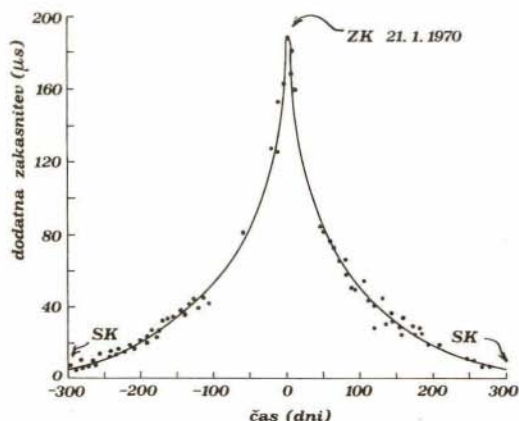
$$\theta_0 = (2Gm^*M_0/cD) / m^*c = 2GM_0/c^2D$$

Ta rezultat smo dobili že s prejšnjim površnim računom. Pri tem smo $\tan \theta_0$ zamenjali s θ_0 , saj je odklon tako majhen, da je njegov tangens približno enak ločno merjenemu kotu. (Rezultat je izražen seveda v radianih in moramo upoštevati, da ima radian 57° , stopinja pa 3600 ločnih sekund.) Približek je pomanjkljiv, ker imajo v njem fotoni v resnici nekoliko večjo velikost hitrosti od c . Vendar tudi to ne moti, ker je razlika neznatna.*

Najprej so merili odklon svetlobnega curka z zvezd pri prehodu tik mimo sončne plošče ob popolnih sončnih mrkih. Čeprav so opazili odklon, enačbe (16) niso mogli natančno potrditi. Prvič so napravili tako merjenje leta 1919 na angleških ekspedicijah v Brazilijo in na otok Principe v Gvinejskem zalivu. Tedanje nezanesljive izide merjenj so imeli za potrditev splošne teorije relativnosti in za velik Einsteinov uspeh. Kot kaže, v prihodnosti takih merjenj zaradi slabe natančnosti ne bodo več izvajali.

Pač pa danes zelo natančno potrdijo enačbo (16) z merjenjem ze

lo kratkih radijskih valov z vesoljskih radijskih izvirov - kvazarjev. Posebno pripravna je trojica kvazarjev, ki so na nebu skoraj v ravni črti in od katerih enega enkrat na leto zakrije Sonce. Radijske valove s kvazarjev prestrezajo s po dveh paroma radioteleskopov. Radioteleskopa v takem paru sta med seboj povezana, tako da lahko opazujejo interferenco med valovanjema, ki ju sprejemata. Opazujejo več dni pred zakritjem in po njem in zasledujejo časovni potek interference. Iz tega lahko natančno izračunajo odklon curka radijskih valov s kvazarja, tik preden ga pokrije Sonce. Zdi se namreč, kot da bi se ta kvazar odmaknil od prvotne lege za 1,75 kotnih sekund. Njegova lega na nebu je določena glede na druga dva kvazarja. Zato morajo ves čas zasledovati tudi radijske valove s teh kvazarjev.



Sl. 15b

Sl. 15a

Sl. 15: Dodatna zakasnitev radarskih valov pri odboju na Veneri. Krivulja kaže napoved splošne teorije relativnosti. V točki ZK je Venera v zgornji konjunkciji, v točki SK pa v spodnji konjunkciji. Podatke je izmerila skupina I.I. Shapira v ZDA z radarskimi valovi s frekvencama 7480 MHz in 430 MHz.

Izid merjenja se ujema z napovedjo (16) v okviru relativne napake pri merjenju okoli 1 %.

Od leta 1968 opazujejo še en pojav, ki ga napoveduje splošna teorija relativnosti. To je *zakasnitev* elektromagnetnih valov v gravitacijskem polju Sonca. Curek radarskih valov usmerijo na primer proti Veneri. Valovi zadenejo Venero, se na njej odbijejo in vrnejo na Zemljo. Merijo čas, ki ga valovi rabijo za svojo pot do planeta in nazaj. Meriti začnejo, ko je Venera na videzno daleč od Sonca in nadaljujejo ves čas, ko se mu navidezno vedno bolj približuje. Ko gre curek tik mimo Sonca, opazijo dodatno zakasnitev 0,00018 s, kolikor napove splošna teorija relativnosti (sl. 15).

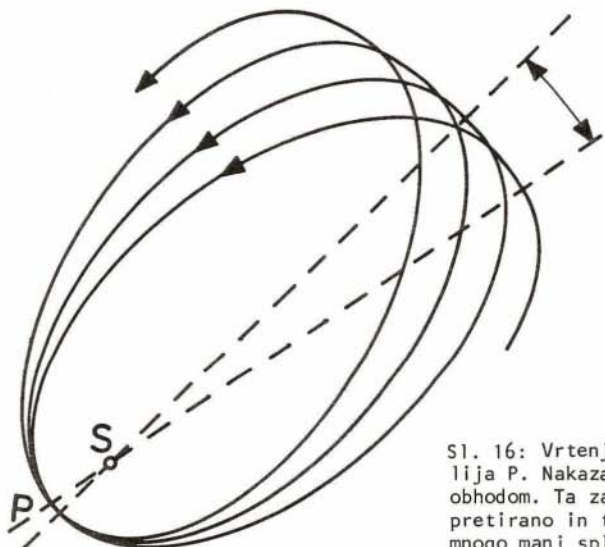
Od pojavov, ki jih je napovedal že Einstein, na kratko omenimo samo še *sukanje Merkurjevega perihelijskega*. Merkur se giblje okoli Sonca po elipsi. Predstavljajmo si tir kot elipso iz žice. Ta elipsa ne obdrži svoje lege glede na Sonce in druge planete, ampak se počasi vrti v smeri gibanja planeta okoli osi, ki je pravokotna na njeno ravnino (sl. 16). Pravimo, da se suče perihel, to je točka, v kateri je planet najbližji Soncu. Večji del tega sukanja gre na račun motenj drugih planetov. Majhen del, to je pri Merkurju samo 43 kotnih sekund v enem stoletju, pa je mogoče pojasniti s splošno teorijo relativnosti. V podrobnosti se pri tem pojavu ne moremo spuščati. Pri njem ne gre za gibanje fotonov v gravitacijskem polju, ampak za gibanje telesa, zato so razmere dokaj zapletene.

Povejmo le še to, da merjenja potrjujejo napovedi splošne teorije relativnosti in da za zdaj ni izida, ki bi ji nasprotoval. Zato je splošna teorija relativnosti uporabna teorija gravitacije. Vsekakor je to za zdaj najboljša teorija gravitacije od vseh mogočih takih teorij.

črne luknje. Napovedi splošne teorije relativnosti se tem bolj razlikujejo od napovedi Newtonove mehanike in Newtonovega gravitacijskega zakona, čim močnejše je gravitacijsko polje in čim večja je hitrost teles. Pri poskusih v našem Osončju, o

katerih smo govorili v prejšnjem odstavku, je gravitacijsko polje zelo šibko. To velja celo na površini Sonca, če sodimo po številskem koeficientu na desni strani enačbe (15a). Tudi hitrost teles v našem Osončju je zelo majhna v primeri s svetlobno hitrostjo. Napovedi splošne teorije relativnosti v Osončju le malo odstopajo od napovedi Newtonove mehanike in Newtonovega gravitacijskega zakona.

V vesolju pa so telesa, v bližini katerih je močno gravitacijsko polje. Na prvem mestu omenimo *nevtronske zvezde* s premerom nekaj deset kilometrov. V njih je snov tako gosta kot v atomskih jedrih. Če kroži okoli take zvezde druga zvezda, posebno, če je to nevtronska zvezda, je sukanje perihelija mnogo izdatnejše kot pri Merkurju. Nevtronske zvezde oddajajo zelo šibko svetlobo in samo dve od njih opazimo na Zemlji tudi v vidni svetlobi. Vendar prihajajo z nevtronskih zvezd na Zemljo - če ne z vseh, pa vsaj z znatnega števila - kratkotrajni sunki ra-



Sl. 16: Vrtenje Merkurjevega perihelija P. Nakazan je zasuk med enim obhodom. Ta zasuk je narisano močno pretirano in tudi Merkurjev tir je mnogo manj sploščena elipsa.

dijskih valov v zelo enakomernih časovnih razmikih. Takim nevtronskim zvezdam pravimo *pulzarji*. Dvojni pulzar, ki ga opazujejo zadnje čase, potrjuje napovedi splošne teorije relativnosti.

Še močnejše gravitacijsko polje je v bližini *črnih lukenj*. Danes mislimo, da končajo zvezde z dovolj veliko maso svojo razvojno pot kot črne luknje. Če se namreč nevtronska zvezda z dovolj veliko maso ohladi, ni sile, ki bi mogla uravnovesiti gravitacijsko privlačno silo med deli zvezde. Zvezda postane nestabilna in njena sredica se začne krčiti in še bolj zgoščati in se gosti brez meje. To krčenje zvezde in zgoščanje snovi brez meje, med katerim snov nekako pada vase, imenujemo *gravitacijski kolaps*. Ko se zmanjša radij zvezde pod mejo, ki je znana kot *gravitacijski radij*, postane zvezda nevidna. Tedaj je gravitacijsko polje na njeni površini tako močno, da je ne more zapustiti niti svetloba.

Gravitacijskega radija ni težko izračunati. Najprej poiščimo *ubežno hitrost* z okroglega telesa v okviru Newtonove mehanike in Newtonovega gravitacijskega zakona. Mislimo kar na Zemljo z maso M in radijem R . Na začetku naj ima na površini Zemlje izstrelek z maso m hitrost v v radialni smeri, se pravi navpično navzgor, na koncu pa naj miruje v zelo veliki razdalji. Po izreku o kinetični energiji je sprememba kinetične energije enaka delu gravitacijske sile:

$$0 - \frac{1}{2} mv^2 = - \int_R^{\infty} (GmM/r^2) dr = - GmM/R$$

Iz tega sledi ubežna hitrost

$$v = \sqrt{2GM/R}$$

S podatkom za radij Zemlje $R = 6400 \text{ km} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ in njeno maso $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ dobimo $v = 11,2 \text{ km/s}$. Vsaj tolikšno hitrost mora imeti izstrelek v radialni smeri, da se iztrga iz zemeljskega gravitacijskega polja. Pri tem nismo upoštevali zračnega upora in vrtenja Zemlje.

Kaj pa, če so izstrelki fotoni? Ti se gibljejo s hitrostjo c , ki je ne moremo po volji spreminjati. V tem primeru je $c = \sqrt{2GM/R}$. Vzemimo, da se spreminja radij telesa z dano maso. Fotoni ne morejo zapustiti površine telesa, če je njegov radij manjši ali enak gravitacijskemu radiju

$$r_g = 2GM/c^2 \quad (17)$$

Gravitacijski radij Sonca z maso $M_0 = 2 \cdot 10^{30}$ kg je 3 km, tako da je gravitacijski radij zvezde z maso M kar

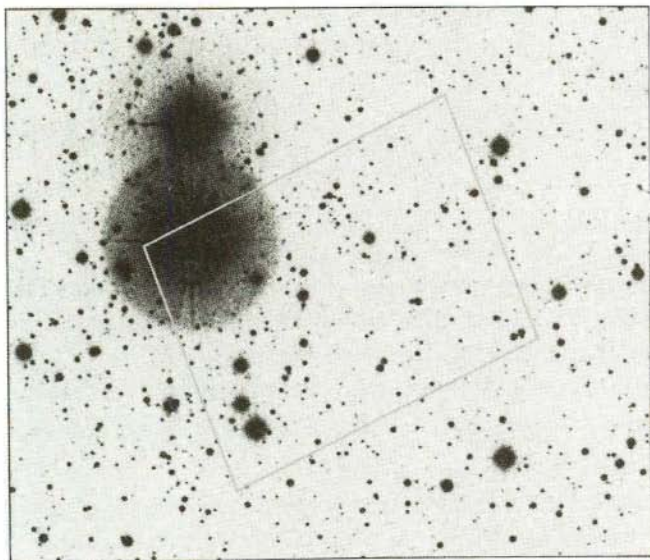
$$r_g = 3 \text{ km}(M/M_0)$$

Ali ni bil naš račun prenačilen? Fotoni namreč niso navadni izstrelki. Ta pomislek zavrnilo, ker smemo fotonom pripisati efektivno maso m^* (13), čeprav v končnem rezultatu (17) ta masa ne nastopa. Podoben račun je napravil P.S. Laplace že leta 1798. Po njegovem izidu je domneval, da obstajajo morda vesoljska telesa z zelo veliko maso, ki so za nas nevidna.

Ostane še en pomislek. Newtonov gravitacijski zakon velja samo v šibkem gravitacijskem polju. V močnem gravitacijskem polju, ki ujame celo svetlobo, pa je treba uporabiti splošno teorijo relativnosti. Na srečo da splošna teorija relativnosti enak rezultat (17).

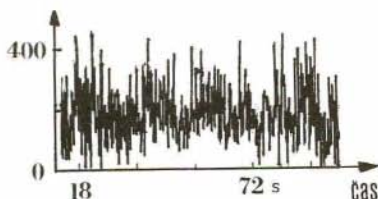
Črne luknje zbuja v zadnjem času veliko pozornost. Njihov obstoj sicer še ni dokazan, a prevladuje prepričanje, da zares obstajajo, če le veljata splošna teorija relativnosti in enačba, s katero opišemo vedenje snovi. Iz notranjosti krogle z gravitacijskim radijem ne more svetloba do nas. Vendar lahko zaznamo črno luknjo po drugem pojavu. Okoli nje je gravitacijsko polje, ki ga opišemo v večji razdalji tako kot gravitacijsko polje vsakega drugega telesa. Črna luknja je lahko s kako drugo zvezdo z gravitacijsko silo zvezana v dvojno zvezdo. Če sta zvezdi blizu in je druga zvezda velika, trga gravitacijsko polje črne luknje snov s površine zvezde. Snov odteka proti črni luknji in se s tem pospešuje, čim bolj se ji približuje. Ta pojav imenujemo *akrecija*.

V zelo močnem gravitacijskem polju nastanejo med deli dotekajoče snovi velike sile, zaradi katerih se snov zelo močno segreva. Temperatura je tolikšna, da snov močno seva celo rent-



Sl. 17a

Sl. 17b



Sl. 17: Kandidat za črno luknjo rentgenski izvir Cyg X-1 v Labodu. Merjenja kažejo, da kroži rentgenski izvir okoli rdeče velikanke HDE 226868 (na sredi fotografije, ki jo je posnel J. Kristian na observatoriju Hale). Zvezda je v razdalji okoli deset tisoč svetlobnih let, četverokotnik pa kaže negotovost lege Cyg X-1 (a). Gostota rentgenskega energijskega toka iz izvira Cyg X-1 v odvisnosti od časa. Na ordinatno os je naneseo število sunkov, ki jih je zaznal merilnik za rentgensko svetlobo z valovno dolžino med 0,06 nm in 1,2 nm, na abscisno os pa čas v korakih po 0,096 s. Časovna ločljivost merilnika je bila preslaba, da bi mogli razločevati spremembe v milijoninki sekunde. Merjenja je napravil R. Giacconi po podatkih z umetnega satelita Uhuru, ki so ga izstrelili leta 1970 (b).

gensko svetlobo. Po tej svetlobi iz predelov v zunanosti krogle z gravitacijskim radijem bi bilo mogoče zaznati črno luknjo. Značilno za izsevane rentgensko svetlobo naj bi bilo neurejeno utripanje z značilnim časom r_g/c , torej nekaj milijonink sekunde. Približno tolikšen čas bi potrebovala svetloba, da bi prišla iz enega predela blizu krogle z gravitacijskim radijem do drugega.

Med vesoljskimi telesi sta za zdaj dva resna kandidata za črno luknjo. Najbolje raziskan je rentgenski izvir v ozvezdju Laboda Cyg X-1 (cygnus - labod), ki so ga odkrili v letih med 1963 in 1967 (sl. 17a). Vse kaže, da nevidno telo z veliko maso krogi okoli velike rdeče zvezde. Izvir seva neenakomerno utripajočo rentgensko svetlobo (sl. 17b). Pred kratkim so odkrili podobno dvojno zvezdo v ozvezdju Škorpionja. Kljub tem podatkom, ki jih imajo nekateri za dovolj prepričljive, bo treba počakati na nova zanesljivejša merjenja, preden bo obstoj črnih luknenj dokazan.

V zadnjih letih razpravljajo tudi o možnostih, da so črne luknje z maso kakega milijona Sonc in z gravitacijskim radijem več milijonov kilometrov v jedrih galaksij.

Galaksije (meglenice) so zelo oddaljeni zvezdni sistemi, ki so podobni naši Galaksiji (Rimski cesti). Ta domneva je zelo blizu stari Laplaceovi domnevi. Na drugi strani razpravljajo tudi o miniaturnih črnih luknjah, ki imajo gravitacijski radij kot kak virus okoli $1 \mu\text{m}$ in maso "samo" približno tolikšno kot Zemlja. Te mini črne luknje bi lahko bile preostanek z zgodnje razvojne stopnje vesolja, na kateri je bilo vesolje zelo majhno in zelo gosto. Obstoj velikanskih in miniaturnih črnih luknenj je še precej bolj negotov kot obstoj "navadnih" črnih luknenj.

Na koncu omenimo še, da je splošna teorija relativnosti pomembna v *kozmozlogiji*, ki preučuje razvoj vesolja. Vse namreč kaže, da je bilo vesolje na začetni stopnji razvoja zelo majhno, zelo vroče in zelo gosto in je bilo v njem zelo gosto gravitacijsko polje (glej Presek 5 (1977/78) 145, 215).

Akreacija	61	Newtonova mehanika	19
anihilacija	41	Newtonov gravitacijski	
antidelec	39	zakon	49
antiprotón	39	odklon elektromagnetnega	
cepitev jedra	13	valovanja	54
ciklotron	34	okolica	5
črne luknje	60	Poincaréjeva domneva	19
dodatna zakasnitev elektro-		polna energija	19,21
magnetnega valovanja	58	pozitron	39
eksoergna reakcija	11	prožni trk	35
endoergna reakcija	11	pulzarji	60
foton	34	radioaktivni razpad	12
gibalna količina	25	razpoložljiva energija	37,38
gravitacijski kolaps	60	reakcijska energija	11
gravitacijski radij	60	sinhrociklotron	34
gravitacijski rdeči premik	53	sinhrotron	34
izrek o ohranitvi energije	5	sistem delcev	5,35
izrek o ohranitvi gibalne		sukanje Merkurjevega	
količine	5	perihelija	58
izrek o ohranitvi nukleo-		svetlobna raketa	46
nov	15	težnostna masa	49
jedrski reaktor	14	težnostni pospešek	49
kaskadni pospeševalnik	5	ubežna hitrost	60
kinetična energija	22	univerzalnost prostega	
kontrolirana cepitev	14	pada	49,52
kontrolirano zlivanje	16	uranova bomba	14
kozmozologija	63	verižna reakcija	14
kvant	34	vodikova bomba	16
lastna energija	8	vztrajnostna masa	49
lastna masa	9	zakon gibanja	27,28
načelo ekvivalentnosti	52	zakon o ohranitvi energije	7
nakopičevalniki	44	zakon o ohranitvi mase	5
nastanek para	39	zakon o ohranitvi naboja	6
neprožni trk	37	zakon o ohranitvi števila	
neodvisni sistem delcev	5,35	barionov, leptonov	15,39
nevtronske zvezde	59	zlitje	15

lje, spustila žogo. V mali šoli povedo otrokom, da je Zemlja krogla. Tudi globus poznajo in vedo, da je treba v Ameriko čez morje. Takole približno je razmišljala: Na drugi strani rova, v Ameriki, so tudi otroci. Če spustim žogo, bo šla skozi rov do njih. Ujeli jo bodo in vrnili. Potem jo bom ujela spet jaz. Če jo zgrešim, bo padla spet v rov, saj žoga vedno pade dol. Ušla mi bo k otrokom na ono stran rova.

Najbrž bi imeli odrasli z manj domišljije več težav s tole nalogo. Zgodbi-
ca nas spomni na to, da je domišljija zelo potrebna pri razumevanju skrivno-
sti narave.

Norma Mankoč Borštnik

Spomladi 1979 je minilo sto let od rojstva Alberta Einsteina, ki je ustvaril posebno in splošno teorijo relativnosti. Naj bo knjižica skromen prispevek k počastitvi njegovega spomina.

Zahvaljujem se docentu B. Borštniku, ki je prebral rokopis in dal več koristnih nasvetov.

J. S.

Ljubljana, jeseni 1979

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome, (1979/80)

P R E S E K O V A K N J I Ž N I C A π - 5, str. 1 - 64

Janez Strnad, Relativnost za začetnike

Uredniški odbor: Andrej Čadež (astronomija), Marjan Hribar (fizika), Andrej Kmet (Presekova knjižnica - matematika), Norma Mankoč-Borštnik (Presekova knjižnica + fizika), Tomaž Pisanski (matematika), Janez Strnad (glavni urednik), Zvonko Trontelj (odgovorni urednik), Ciril Velkovich (urednik).

Rokopis je recenziral Branko Borštnik, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, natipkala ga je Metka Žitnik. Slike je narisal Slavko Lesnjak.

Knjižice in Presek naročajte na naslov: Komisija za tisk DMFA SRS - Presek, Jadranska c. 19, 61001 Ljubljana, pp. 227, tel. št. 265-061/53.

Štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 32009-007-10022/6. Cena 60.-din (48.-)din, 3 ž.

Presek sofinancirajo ISS in RSS.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "Delo", Ljubljana.

Naklada 3.000 izvodov.

© 1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS - 409

$$A = nRT$$

$$C = 10^{23} - \text{molekularno}$$

π

PRESEKOVA KNJIŽNICA

$$pV = RT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$pV^\gamma = \text{const}$$

$$R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J/KmolK}$$

Poissoňova enačba

$\gamma = 1,4$

$$C_v = \frac{3}{2} R$$

1. Vidav Ivan, JOSIP PLEMELJ - Ob stoletnici rojstva (2. natis), 1975
2. Zajc Pavle, TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA - Zbirka rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev šestih, sedmih in osmih razredov osnovnih šol SRS, 1977
3. Prosén Marijan, ASTRONOMSKA OPAZOVANJA - Kako v astronomiji s preprostimi napravami opazujemo in merimo, 1978
4. Strnad Janez, ZAČETKI SODOBNE FIZIKE - Od elektrona do jedrske cepitve, 1979
5. Strnad Janez, RELATIVNOST ZA ZAČETNIKE - Odlomki iz posebne in splošne teorije relativnosti za srednješolce, 1979
6. Landau L.D., J.B. Rumer, KAJ JE TEORIJA RELATIVNOSTI - Nobelovec predstavi spremenjene poglede na prostor, čas in maso, 1979

$$A = nRT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$= nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

PREVAJANJE toplote

$$\frac{Q}{\Delta t} = R_T$$

$$C = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$A = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_2)$$

$$A = C_v n (T_1 - T_2)$$