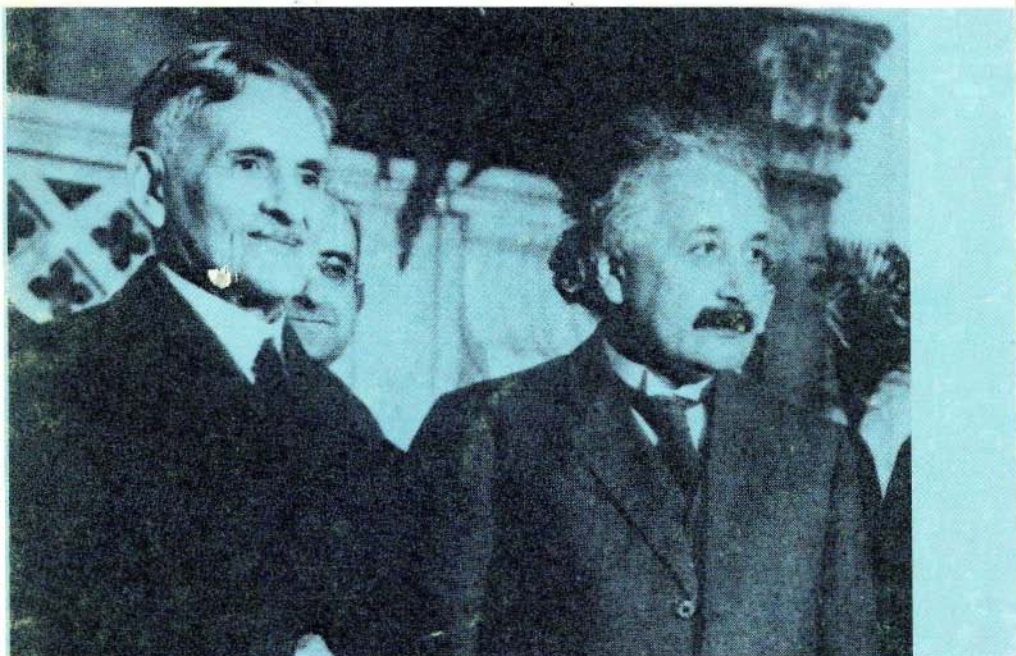


**p r e 3**  
**s e k** **VI**  
1978-79



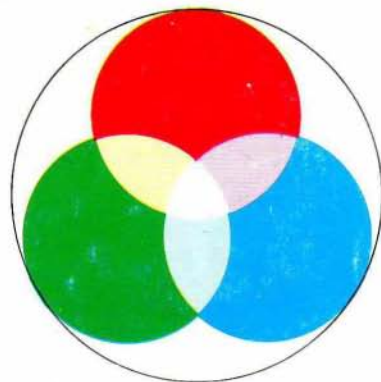
**LIST ZA MLADE**

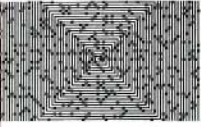
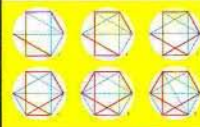
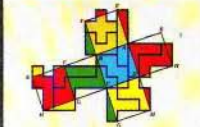
 **MATEMATIKE**

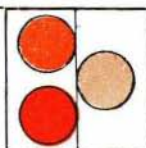
   **FIZIKE**

 **ASTRONOME**

**IZDAJA DMFA SRS**



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>NEVTRONSKÉ ZVEZDE<br/>KAPLJE<br/>KOCKE IN BARVE</p>  <p><b>PRESEK</b></p> <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
| <p>pre 1<br/>sek 1</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>                                                       | <p>pre 2<br/>sek 2</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>     | <p>pre 3<br/>sek 3</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>     | <p>pre 4<br/>sek 4</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>     |  |
| <p>pre 1<br/>sek 1</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>                                                    | <p>pre 2<br/>sek 2</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>  | <p>pre 3<br/>sek 3</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>  | <p>pre 4<br/>sek 4</p>  <p>LIST ZA MLADE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>MATEMATIKE</li> <li>FIZIKE</li> <li>ASTRONOME</li> </ul>  |  |



## VABILO NAJMLAJŠIM NAROČNIKOM PRESEKA

List za mlade matematike, fizike in astronome izhaja že šesto leto. Poleg rednih štirih števil v vsakem šolskem letu je izšla že pred rednim izhajanjem poskusna številka, ki jo imenujemo Prapresek. V zadnjih dveh letih pa sta izšli ob koncu leta kot malo presenečenje še peti številki. Uredniškemu odboru je to uspelo zaradi dobrega gospodarjenja, rednega plačevanja naročnikov in primerne subvencije. Do letos je izšlo že 24 števil. Zanimanje za Presek iz leta v leto raste. Ker imamo v skladišču še večje število starejših števil Preseka in ker menimo, da bi bila njihova vsebina zanimiva za naročnike, ki so se nanj šele letos prvič naročili, vabimo najmlajše naročnike Preseka, da se odločijo in nam sporočijo, katere številke jim lahko pošljemo. Kaj imamo še na zalogi in po kakšni ceni, navajamo v spodnji naročilnici, ki jo lahko odrežete ali prepišete in nam jo pošljete v ovojnici ali na dopisnici.. Na drugi strani ovitka pa smo objavili odtise naslovnih strani vseh dosedanjih števil. Razprodane številke smo odtisnili samo v črni barvi. V posebnem ovojju bomo poslali vsem osnovnim šolam tri starejše številke v reklamne namene. Opozoriti vas želimo, da vam 5. številke III. letnika ne moremo poslati v Presekovi preobleki, pač pa z običajnim ovitkom brošure.

*Ciril Velkovrh*

### NAROČILNICA

Prosim, da mi pošljete naslednje (obkrožene) starejše številke Preseka

| letnik | številka                       | posamezna številka | celotni letnik | skupaj din |
|--------|--------------------------------|--------------------|----------------|------------|
| 0      | Prapresek                      | -                  | -              | -          |
| 1      | - - 3,4                        | 5.-                | -              | 10.-       |
| 2      | 1,2,3,4                        | 5.-                | 20.-           | 20.-       |
| 3      | 1,-,3,4,                       | 5.-                | -              | 15.-       |
|        | 5 Josip Plemelj - ob sto-      |                    |                |            |
|        | letnici rojstva                | 10.-               | -              | 10.-       |
| 4      | 1,-,-,4,                       | 5.-                | -              | 10.-       |
|        | 5 Tekmujmo za Vegova priznanja | 15.-               | -              | 15.-       |
| 5      | -,2,3,4,                       | 8.-                | -              | 24.-       |
|        | 5 Astronomska opazovanja       | 25.-               | -              | 25.-       |
| Skupaj |                                |                    |                | 129.-      |

.....  
Priimek in ime

.....  
Ulica in hišna številka

.....  
Poštna številka in pošta

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome.  
6. letnik, šolsko leto 1978/79, 3. številka, str. 129 - 192.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj (Bistrovivec), Danijel Bezek, Andrej Čadež (astronomija), Jože Dover (Premisli in reši), Tomaž Fortuna, Pavel Gregorc (uganke, križanke), Marjan Hribar (fizika), Andrej Kmet (Presekova knjižica - matematika), Ljubo Kostrevec, Jože Kotnik, Edvard Kramar (Tekmovanja - naloge), Matilda Lenarčič (Pisma bralcev), Norma Mankoč-Borštnik (Presekova knjižica + fizika), Franci Oblak, Peter Petek (Naloge bralcev), Tomaž Pisanski (matematika), Tomaž Skulj, Janez Strnad (glavni urednik), Zvonko Trontelj (odgovorni urednik), Marjan Vagaja, Ciril Velkovrh (urednik, Nove knjige, Novice - zanimivosti).

Rokopis je natipkala Metka Žitnik, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak, karikature Alenka Potnik.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 265-061/53, številka žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki številka 32009-007-10022/6. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 40.-din, za skupinska pa 32.-din; za inozemstvo 3 \$ = 54.-din, 2000 Lit, 54.-Asch. Posamezna številka stane 10.-din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

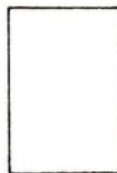
Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja petkrat letno v nakladi 22.000 izvodov.

©1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS - 368

KOMISIJA ZA TISK DMFA SRS

Jadranska c. 19

61001 LJUBLJANA, p.p. 227



# V S E B I N A

|                         |           |                                                                                                      |
|-------------------------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MATEMATIKA              | 132       | Heronov trikotnik - rešitev str. 186<br>(Danijel Bezek)                                              |
| FIZIKA                  | 134       | Ob stoletnici Einsteinovega rojstva (Janez Strnad)                                                   |
|                         | 145       | Vrteči se opazovalni sistem (Andrej Likar)                                                           |
| PRESEKOV ŠKRAT          | 151       | (Zvonko Trontelj)                                                                                    |
| METEOROLOGIJA           | 152       | Splošno kroženje ozračja (Jože Rakovec)                                                              |
| ASTRONOMIJA             | 158       | Prvi tabor mladih astronomov Slovenije uspel<br>(Jure Sinobad)                                       |
| OBVESTILO               | 160       | (Marija Hrovath)                                                                                     |
| MATEMATIČNO RAZVEDRILLO | 162       | Zmešnjava s kokosovimi orehi - rešitev str. 188<br>(Dušan Repovš)                                    |
|                         | 163       | Zabavne pike - rešitev str. 182 (Marjeta Janežič)                                                    |
|                         |           | 1647 x 23598 - rešitev str. 187 (Ivan Draksler)                                                      |
| NALOGE                  | 164       | Nenavadno merjenje dolžin - rešitev str. 186<br>(Roman Rojko)                                        |
|                         | 165       | Tetivni četverokotnik - rešitev str. 190<br>(Dušan Repovš)                                           |
| NALOGE - TEKMOVANJA     | 166       | Mladi matematiki so tekmovali za Vegova priznanja (Pavle Zajc)                                       |
|                         | 172       | XIX. zvezno tekmovanje srednješolcev v matematiki (Bojan Mohar)                                      |
|                         | 176       | Republiško tekmovanje v znanju fizike v letu 1979 (Bojan Golli)                                      |
| PREMISLI IN REŠI        | 178       | (Jože Dover, Franci Oblak, ilustr. Boža Jenko)                                                       |
| PISMA BRALCEV           | 180       | (Matilda Lenarčič)                                                                                   |
| REŠITVE NALOG           | 182 - 191 | Hišna številka (Vladimir Batagelj)                                                                   |
| BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES  | 133       | Tekmovanje v teku na 1 km (Jože Kotnik)                                                              |
|                         | 144       | Rojstni dan tete Amalijske - rešitev str. 183<br>(Peter Petek, ilustr. Alenka Potnik)                |
|                         | 161       | To pa ne velja (Ciril Velkovrh, ilustr. Alenka Potnik)                                               |
|                         | 175       | Rebus                                                                                                |
| NOVE KNJIGE             | 129       | Vabilo najmlajšim naročnikom Preseka (Ciril Velkovrh)                                                |
|                         | 192       | (Franci Oblak, Ciril Velkovrh)                                                                       |
|                         | II - III  | Presek 0 - 5                                                                                         |
|                         | IV        | (Miro Javornik)                                                                                      |
| NA OVITKU               | I         | Albert Einstein (desno) in Albert Michelson<br>na znanstvenem sestanku v Pasadeni (ZDA)<br>leto 1931 |



## HERONOVİ TRIKOTNIKI

V *celoštevilskih trikotnikih* so dolžine stranic naravna števila.

Če za celoštevilske trikotnike zahtevamo še kak dodaten pogoj, govorimo o "odlikovanih" celoštevilskih trikotnikih.

Matematiki vseh časov so se z njimi radi ukvarjali, ker skriva jo pod geometrijskim plaščem često zanimivo aritmetično in algebrsko vsebino.

Presek je že objavil članke o celoštevilskih trikotnikih, ki imajo naslednje dodatne lastnosti:

- a) eden od notranjih kotov v trikotniku je  $120^\circ$ ,  $90^\circ$  ali  $60^\circ$
- b) obseg je po številski vrednosti enak ploščini

To pot si oglejmo celoštevilske trikotnike, katerih ploščina je celo (naravno) število. Takim trikotnikom pravimo *Heronovi trikotniki*. Imamo naravni števili  $m$  in  $n$ , ki nista hkrati 1.

Z njima tvorimo izraze za stranice  $a$ ,  $b$  in  $c$ :

$$a = m(1 + n^2) ; b = n(1 + m^2) \text{ in } c = (m + n)(mn - 1)$$

Dokažimo, da so  $a$ ,  $b$  in  $c$  stranice trikotnika, ki ima za ploščino celo število.

- a) Najprej dokažemo, da je vsota poljubnih dveh stranic večja od tretje:

$$\begin{aligned} a + b &= (m + mn^2) + (n + nm^2) = mn^2 + nm^2 + m + n \\ c &= m^2n + mn^2 - m - n \end{aligned}$$

Očitno je vsota  $(a + b)$  za  $2(m + n)$  večja od  $c$  !

1. Podobno pokaži, da velja:  $(a + c) > b$  in  $(b + c) > a$  !

b) Dokažimo še, da je ploščina celo število. Izraze za strani-

ce  $a$ ,  $b$ ,  $c$  vstavimo v Heronov obrazec za ploščino trikotnika:

$$p = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ in upoštevamo, da je}$$

$$s = (a + b + c) / 2$$

$$\begin{aligned} \text{Tako dobimo: } p &= \sqrt{(mn^2 + nm^2)(m^2n - m)(mn^2 - n)(m + n)} \\ &= (mn^2 + nm^2)(mn - 1) \end{aligned}$$

Tudi Heronovi trikotniki niso brez zanimivosti. Oglejmo si samo nekatere:

2. Pokaži, da je v Heronovih trikotnikih polmer trikotniku včrtanega kroga vedno naravno število!

3. Naravni števili  $m$  in  $n$  imenujemo generatorja stranic Heronovega trikotnika. Kako ju je treba izbrati, da bo polmer Heronovemu trikotniku očrtanega kroga tudi naravno število?

4. Ali obstaja Heronov trikotnik, v katerem so višine stranic naravna števila?

5. Določi dolžine stranic Heronovega trikotnika z najmanjšim obsegom!

6. Pokaži, da je vsak pravokotni trikotnik s celoštevilskimi stranicami tudi Heronov trikotnik!

---

*Danijel Bezek*

---

## TEKMOVANJE V TEKU NA 1 KILOMETER

Ko Ciril preteče 1000 metrov, je Tomaž 10 m za njim. Ko Tomaž preteče 1000 metrov, je Franci 20 m za njim.

Za koliko metrov bo Ciril prehitel Francija v teku na 1000 m ?

Ciril bo prehitel Francija za 29,8 m

---

*Jože Kotnik*

---



## OB STOLETNICI EINSTEINOVEGA ROJSTVA

14. marca bi bil star sto let *Albert Einstein*, ki velja za najuspešnejšega teoretičnega fizika. Znanstveniki nimajo tekovanj, na katerih bi zmagovalci dobili naslove svetovnih prvakov, zato je težko govoriti o najuspešnejšem matematiku, fiziku, kemiku. Najbrž pa si je večina fizikov edina, da je Einstein izjema.

Ob tej priliki si oglejmo v skopih obrisih Einsteinovo življenje sko pot in njegov prispevek fiziki. Rojen je bil 14. marca 1879 v Ulmu v južni Nemčiji. Starši so bili potomci židovskih priseljencev iz 16. stoletja, a so se popolnoma prilagodili nemškim razmeram. Oče Hermann je imel trgovinico z elektrotehničnimi potrebščinami. Pripovedujejo, da je bil nadarjen za matematiko, a te sposobnosti ni mogel razviti. Mati Pauline je bila hči premožnejšega trgovca z žitom in je imela velik smisel za glasbo.

Kmalu po Albertovem rojstvu se je družina preselila v München. Tam je oče nadaljeval s trgovino in je pozneje odprl še majhno elektrotehniško delavnico. Po osnovni šoli je šel Albert na gimnazijo. Ni bil dober učenec. V zadnjem letniku je imel težave z grščino in latinščino in profesor mu je napovedal, da iz njega ne bo nič. Očetu posli niso uspevali in družina se je preselila v Milan. Albert pa je ostal v Münchnu, da bi končal zadnji letnik gimnazije in maturiral. Vendar je zapustil šolo in se odpravil v Milan, preden je končal letnik.

Poskusil se je vpisati na znano züriško tehnično visoko šolo ETH. Matematiko in fiziko je dobro znal; za ta predmeta se je zanimal in se ju sam učil iz knjig. Zaradi slabega znanja bo-

tanike, zoologije in jezikov pa pri izpitu ni uspel. Nato je še enkrat obiskoval zadnji letnik srednje šole - v Aarau - in maturiral. To pot se je vpisal na ETH brez sprejemnega izpita. Študiral je matematiko in fiziko - danes bi rekli na pedagoški smeri. Čeprav se je že prej odločil za delo v teoretični fiziki, se je zavedal omejenih možnosti za zaposlitev. Mislil si je pač, da bo imel ob učiteljevanju še dovolj časa za teoretično delo. Študij je končal z diplomo leta 1900, ne da bi zbudil pozornost učiteljev. Na izpite se ni pripravljajl posebno vestno, zagnano pa je študiral tiste dele matematike in posebno fizike, ki so zbudili njegovo zanimanje.

Po diplomi je ostal dve leti brez stalne zaposlitve. Začel je sicer učiti na privatni srednji šoli, a lastnik ga je zaradi nasprotij, do katerih je prišlo, kmalu odslovil. S posredovanjem prijateljevega očeta je leta 1902 vendarle dobil mesto tehničnega izvedenca na švicarskem patentnem uradu v Bernu. V naslednjih letih je dosegel svoje največje znanstvene uspehe. Leta 1905 je bil promoviran za doktorja fizike na züriški univerzi in leta 1909 so ga poklicali za profesorja na to univerzo. Po poldrugem letu je šel za profesorja na nemško univerzo v Pragi, že leta 1912 pa se je vrnil na züriško univerzo.

Naslednje leto so ga izvolili za člana pruske akademije znanosti v Berlinu in mu ponudili zelo ugodno mesto na inštitutu v Berlinu. Einstein je sprejel to mesto, na katerem ni imel nobenih drugih obveznosti; ves čas je lahko posvetil znanstvenemu delu. Kmalu po Einsteinovem prihodu v Berlin se je začela prva svetovna vojna. Njegovo delo pa zaradi tega ni trpelo. Vendar ga je prizadelo naraščanje antisemitizma. Krogi, ki niso marali Židov, so si prizadevali, da bi ga pregnali iz Nemčije. S tem pa so dosegli, da se je začel zanimati za cionistično gibanje in se je vanj aktivno vključil. Zavzemal se je za to, da bi dobili Židje v Palestini lastno državo.

Da ne bi razočaral fizikov, ki so ga povabili, ni hotel trajno zapustiti Berlina. Sprejel pa je še mesto profesorja na univerzi v Leydnu na Nizozemskem, kamor se je od časa do časa vozil

Pri malem Albertu vsekakor ni bilo mogoče spoznati genialnih potez. Razvil se je razmeroma pozno. Dolgo je trajalo, preden se je naučil govoriti, tako da so se njegovi starši že bali, da ni normalen.

- - -

V resnici je Albert sam ostal v Münchnu. Kot dijak je stanoval v majhni podnajemniški sobi. Ker ni sprevidel, čemu bi se moral še dalje mučiti s šolo, saj ga je v resnici zanimala samo še matematika, je izdelal premišljen načrt, da bi izsilil svoj odhod iz Münchna in izstop iz šole. Njegov malo starejši prijatelj, sin nekega zdravnika, mu je priskrbel zdravniško spričevalo, ki je potrjevalo, da zaradi živčne razrvanosti potrebuje pol leta okrevanja pri svojih starših v Italiji ...

G. Prause, *Geniji v šoli*,  
Ljubljana, DZS 1977, str. 13,15

... Einstein je velik del svojega premoženja razdal prijateljem, znancem, pogosto pa tudi tujcem, ki so iz kakršnega koli razloga potrebovali denar ali pa so se samo pretvarjali, da ga potrebujejo. Njegova žena se je včasih pritoževala: "Temu lopovu si spet dal denar, ko te je vendar že nekajkrat opetnajstil!" Einstein je odgovoril: "To dobro vem, ampak denar najbrž resnično potrebuje. Človek ne prosjači v svoje zadovoljstvo". ...

- - -

Nekoč kasneje je napisal: "Ugotovil sem, da je mogoče obuti čevlje na boso nogo. Nogavice tako kmalu dobijo luknje. Moja žena jih kar naprej krpa. Zdaj, ko vidim, da je mogoče shajati brez nogavic, jih nikoli več ne bom obul!" ...

G. Prause, *Geniji na samem*,  
Ljubljana, DZS 1976, str.20

predavat. Začel je potovati. Leta 1921 je obiskal Prago, Dunaj in ZDA. Leta 1922 je potoval v Anglijo in Francijo ter na Kitajsko in Japonsko. Na povratku se je ustavil v Palestini, ki je bila tedaj pod angleško upravo, in na Španskem. Leta 1932 so mu ponudili mesto na inštitutu za višji študij v Princetonu blizu New Yorka. Mesto je sprejel samo za nekaj mesecev. Medtem pa je prišel v Nemčiji leta 1933 na oblast Hitler in Einstein je ostal v ZDA. Do smrti 18. aprila 1955 je delal na princetonem inštitutu.

Kmalu po nastopu službe na patentnem uradu se je Einstein poročil s Srbkinjo Milevo Maričevo, ki je tudi diplomirala iz matematike in fizike. Prej sta skupaj obiskovala predavanja in Einstein ji je pomagal, ko se je pripravljala na diplomu. V naslednjih letih sta bila rojena sinova Hans Albert in Eduard. Mileva pa z otrokoma ni hotela v Berlin. Ostala je v Švici in Einstein se je od nje ločil leta 1919. Vendar ga je s sinovoma večkrat obiskala v Berlinu in tudi on je odpotoval včasih na obisk v Švico. Drugič se je poročil s svojo sestrično Elso, ki ga je že prej negovala v Berlinu, ko je huje zbolel. Elsa je skrbela za Einsteina do svoje smrti leta 1936 v Princetonu.

Mnogo bolj kot Einsteinov življenjepis zbudi pozornost njegovo delo v fiziki. Najbolj je znan po *posebni* in *splošni teoriji relativnosti*. S prvo je razrešil zadrego, v kateri so se znašli fiziki, ko so postavili Maxwellovo teorijo električnega in magnetnega polja nasproti Newtonovi mehaniki. Pot sta mu pripravila s svojimi teoretičnimi razglabljanji nizozemski fizik Hendrik Antoon Lorentz in francoski matematik in fizik Henri Poincaré na osnovi merjenj ameriškega fizika Alberta Adama Michelsona. Vendar je bil Einstein prvi, ki je kritično pomislil, kaj lahko zares merimo, kaj je dogovor in kaj zgolj predodek. Privzel je, da imajo zakoni mehanike in elektrodinamike za vse opazovalce, ki niso pospešeni, enako obliko in da je svetlobna hitrost v praznem prostoru neodvisna od gibanja svetila. Pri tem se je moral odpovedati absolutnemu času, na katere je gradil Isaac Newton. Ugotovil je, da dva dogodka nista

sočasna za opazovalca, ki se giblje glede na prvega opazovalca, čeprav sta sočasna za prvega opazovalca.

To je popolnoma spremenilo pogled na prostor in čas: čas ni več neodvisni parameter, ampak ima podobno vlogo kot krajevne koordinate. Skupaj s trirazsežnim prostorom se zlije v štirirazsežni *prostor-čas*. Svetlobna hitrost je zgornja meja za hitrost delcev, energije in prenašanje sporočil. Masa ni več od energije neodvisna količina; vsaki energiji ustreza masa in obratno.

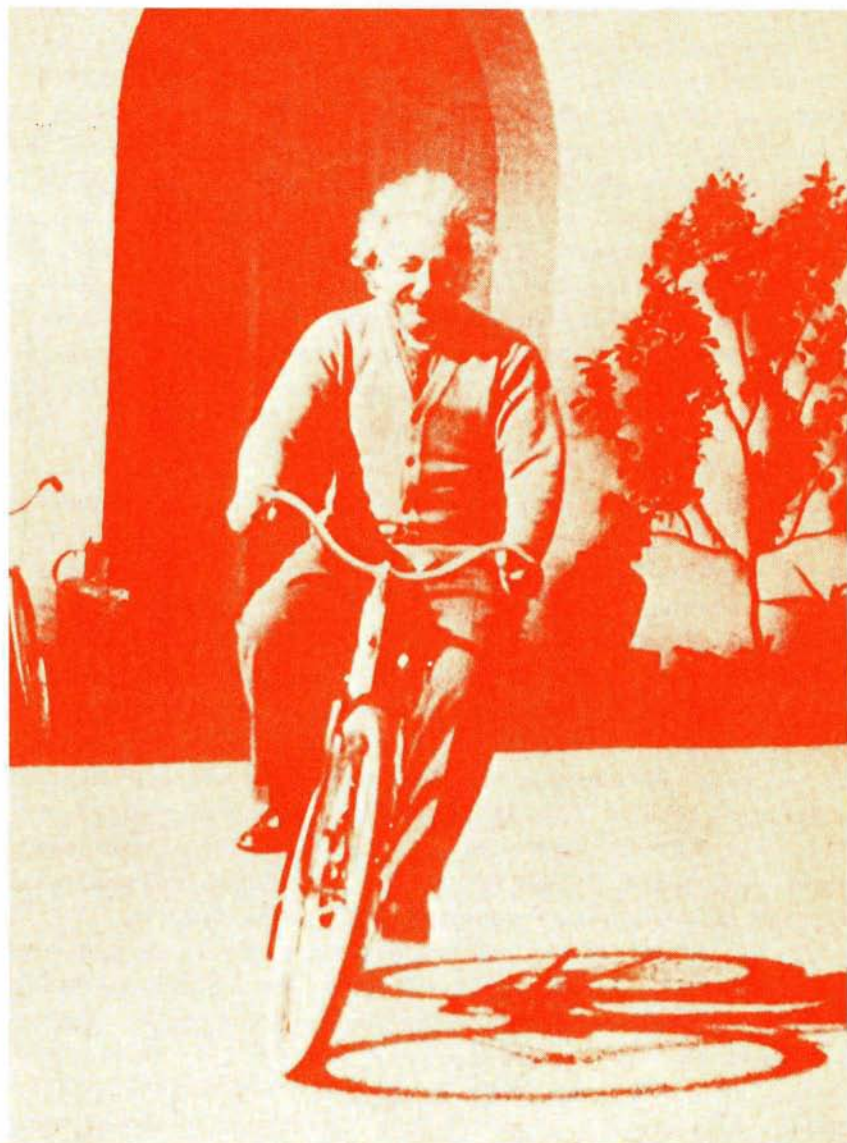


Sl. 1: Einstein z jadrnico, ki mu jo je ob petdesetletnici poklonila neka berlinska banka. Rad je jadral in v mlajših letih hodil na izlete v naravo, posebno s sinovoma.

Splošna teorija relativnosti iz leta 1916 je nastala kot razširitev posebne teorije relativnosti in je zajela gravitacijo. Pri tem se je pokazalo, da je štirirazsežni prostor v bližini teles z veliko maso *ukrivljen*. Od pojavov, ki jih je napovedala teorija, so bili tedaj merljivi ali na meji merljivosti le trije: *premik spektralnih črt proti rdečemu delu spektra*, če je svetilo bližje telesu z veliko maso kot sprejemnik, *odklon svetlobnega curka z zvezde pri prehodu mimo Sonca in sukanje Merkurjevega perihelijskega točke*, v kateri je planet pri gibanju po elipsi najbližje Soncu. Te pojave so zares opazili, čeprav merjenja niso bila zelo natančna. (Danes je mogoče opazovati več pojavov z mnogo boljšo natančnostjo.) Drugi pojav sta opazovali angleški ekspediciji v Brazilijo in Afriko leta 1919. Ob poročilu o tem je postal Einstein zares slaven.

Vendar Einsteinovi uspehi nikakor niso omejeni samo na teorijo relativnosti. Eden izmed letnikov 1905 revije *Annalen der Physik* je prinesel kar tri njegova temeljna dela. Poleg posebne teorije relativnosti je obravnaval še teorijo *Brownovega gibanja*, to je gibanja drobnih delcev, ki jih razpršimo v plinu ali v kapljevini, da lebdi v njem, in ki jih vidimo pod mikroskopom. Delci se neurejeno gibljejo zaradi naključnih trkov z molekulami; pogosto namreč trči v delec več molekul na eni strani kot na drugi. Einstein je izračunal povprečno vrednost kvadrata razdalje od začetne lege za množico enakih delcev. Francoski fizik Jean Baptiste Perrin je kmalu nato potrdil Einsteinovo enačbo z merjenjem. S tem je dokazal, da sestavljajo kapljevine in pline molekule, v kar so tedaj nekateri še dvomili.

V tretjem članku iz leta 1905 je obdelal Einstein še *fotoelektrični pojav (fotoefekt)*. Že nekaj let je bilo znano, da izbija svetloba elektrone iz kovin in da je število izbitih elektronov odvisno od gostote svetlobnega toka, medtem ko je za svetlobo z dano valovno dolžino njihova največja kinetična energija neodvisna od gostote svetlobnega toka. Tega ni bilo mogoče pojasniti s starimi enačbami za električno in magnetno polje. Nemški fizik Max Planck je že prej dobil pravo enačbo za sevanje *črne-ga telesa* - tako imenujemo telo, ki vso vpadajočo svetlobo ab-



Sl. 2: Einstein na kolesu.

sorbira - le če je privzel, da se njegova energija spremeni lahko samo v skokih. Einstein je to misel uporabil tudi za svetlobo in vzel, da jo sestavljajo obroki energije - *kvanti elektromagnetnega polja*, ki se jih je kasneje prijelo ime *fotoni*. Tako je pojasnil, zakaj je največja kinetična energija izbitih elektronov pri določeni kovini odvisna samo od valovne dolžine svetlobe. S tem je postavil enega izmed temeljnih kamnov nove *kvantne fizike*. Za to delo je dobil leta 1922 Nobelovo nagrado. (Po pravilih Nobelove ustanove naj bi prineslo nagrajeno delo ljudem korist, zato je bilo tedaj težje zagovarjati nagrado za katero od obeh teorij relativnosti.)

Od poznejših Einsteinovih del omenimo samo nekatera. Leta 1907 je uporabil kvantne enačbe za nihanje atomov v kristalih in ugotovil, da gre specifična toplota kristalov proti nič, ko gre proti nič absolutna temperatura. To teorijo je izpopolnil Peter Debye.

Skupaj z nizozemskim fizikom J.V. de Haasom je leta 1915 napovedal in potem tudi opazoval pojav, da se valj iz mehkega železa za malenkost zavrti, ko obrnemo smer magnetnega polja, vzporednega z njegovo osjo.

Leta 1917 je računal verjetnost za sevanje vzbujenih atomov in odkril *stimulirano sevanje*, ki je postalo 43 let pozneje osnova za izdelavo *laserjev*.

Istega leta si je zamislil prvi *model vesolja* v okviru splošne teorije relativnosti. Privzel je, da so vsi deli vesolja enakovredni in da se razmere ne spreminjajo s časom. Od časa neodvisno rešitev je dobil iz svojih enačb, ko je vpeljal vanje posebno *kozmolóško konstanto*. Če je ne bi vpeljal, bi ugotovil, da se vesolje razširja (ali krči) in bi prišel do modela razširjajočega se vesolja. Ta model, ki ga danes sprejema večina astrofizikov, so zahtevala opazovanja ameriškega astronoma Edwina Hubbla iz leta 1929.

Leta 1924 je pri obravnavanju sistema iz množice kvantnih delcev, od katerih jih je lahko več v istem stanju, napovedal *kon-*

*denzacijo* (zgostitev) posebne vrste. S podobnimi računi se je ukvarjal tudi indijski fizik Shatendra Nath Bose. S to *Einstein-Bosejevo kondenzacijo* so pojasnili *supertekočnost helija*. (Okoli leta 1928 so odkrili, da preide kapljevinski helij pod temperaturo 2,17 K ali približno  $-271^{\circ}\text{C}$  v *supertekoče stanje*, v katerem brez upora teče po ceveh in ima še druge nenavadne lastnosti.)

Čeprav je Einstein sam odprl vrata kvantni mehaniki, se pozneje nikakor ni mogel sprijazniti s spoznanjem, da izida poskusa s kvantnim delcem ni mogoče z gotovostjo napovedati, ampak se je treba zadovoljiti s statističnim opisom. Na 5. in 6. Solvayevem kongresu v letih 1927 in 1930 se je zapletel v razpravo z danskim fizikom Nielsom Bohrom. Prizadeval si je, da bi si izmislil poskus, ki bi pokazal nezadovoljivost kvantne mehanike. Znan je eden izmed Einsteinovih predlogov, ki ga je Bohr po nočnem razmišljanju drugi dan ovrgel. Pozneje Einstein ni več trdil, da je kvantna mehanika nezadovoljliva, še naprej pa je bil prepričan, da je nepopolna. Še leta 1950 je trdil, da je statistična narava kvantne mehanike samo posledica njene nepo-



Sl. 3: Einstein igra violino na koncertu v Princetону leta 1941. Igral jo je zelo dobro in zelo rad in je večkrat nastopil v ožjem krogu.

polnosti. Poleg drugih člankov je v tej zadevi skupaj z Borisom Podolskim in Nathanom Rosenom leta 1935 napisal članek, ki naj bi dokazoval nepopolnost kvantne mehanike. Mnenje ni splošno sprejeto, res pa je, da glede osnov kvantne mehanike, posebno glede teorije merjenja, še ni bila izrečena zadnja beseda. Pripomniti je treba, da je Einstein s svojim upiranjem kvantni mehaniki v znatni meri prispeval k temu, da so postala osnovna vprašanja jasnejša.

Zaradi odklonilnega stališča do kvantne mehanike je Einstein zgubil stik s sodobno fiziko. Posebno zadnja leta je bil dokaj osamljen. Tedaj je nadaljeval delo, ki ga je začel že v Berlinu. Poskušal je združiti Maxwellovo elektrodinamiko in svojo splošno teorijo relativnosti. Med večjim številom neuspešnih poskusov velja omeniti *poenoteno teorijo polja* iz leta 1949. Vse kaže, da ta združitev ne more uspeti zunaj kvantne fizike.

Einstein je napisal več knjig za širšo javnost. Skupaj s poljskim fizikom L. Infeldom je avtor knjižice *Razvoj fizike od Newtona do kvantne mehanike*, ki jo imamo tudi v slovenskem prevodu (Ljubljana, Mladinska knjiga 1962). Veliko je predaval in tudi drugače nastopal v javnosti. Pomagal je preganjanim Židom in je bil vedno na strani "ponižanih in razžaljenih". Nasprotoval je nasilju in ni priznaval avtoritet. Leta 1933 je izstopil iz pruske akademije znanosti in tudi po vojni ni hotel obiskati Nemčije.

Leta 1939 je na pobudo nekaterih fizikov, ki so emigrirali iz Nemčije, poslal pismo predsedniku ZDA F.D. Rooseveltu. V njem ga je opozoril na možnost atomske bombe in na to, da ne kaže odlašati z raziskovanjem, ker bi Nemci utegnili prehiteti zaveznike. Potem ko so Američani vrgli bombi na Japonsko, pa je postal nasprotnik atomskega orožja in pobornik za mednarodni sporazum o tem orožju in mir.

V nekaterih stvareh je bil Einstein posebnež. Za britje in umivanje je uporabljal isti kos mila, nosil je srajce brez ovratnika, hodil brez nogavic in ni imel pižame. Zgodbic o tem je polno v vsaki knjigi o njem. Trdil je pač, da se da brez vsega

tega in podobnega čisto dobro živeti.

Einstein je dosegel svetovno slavo, kakršne ni pred njim in je zelo verjetno ne bo za njim noben fizik. V kratkem sestavku ni mogoče orisati vseh strani Einsteinove osebnosti in dela. Na srečo je v tujih jezikih veliko knjig o Einsteinu (v slovenskem prevodu imamo knjižico F. Hernecka, *Albert Einstein*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1966). Vendar je mogoče že po zapisanem sklepati, da bi se fizika brez Einsteina razvijala precej počasneje. Velik del sodobne fizike je tako ali drugače povezan z njegovim delom.

---

*Janez Strnad*

---

## ROJSTNI DAN TETE AMALIJE

Teta Amalija je povabila svoje nečake Jožico, Tomaža in Polonco na praznovanje rojstnega dne. Takoj, ko so ji voščili, jih je že presenetila s torto. "Tako, otroci", je rekla, "tu je torta, ki sem jo spekla samo za vas tri. Kot vidite, ima obliko enakostraničnega trikotnika. Razrezati jo morate na tri enake dele, ki pa morajo biti spet trikotniki!"

"To pa ne bo težko", se je oglasil Tomaž.

"Še celo na več načinov bi šlo", je dodala Jožica.

Teta Amalija pa zastavlja vprašanje svojim nečakom in vam, dragi bralci:

"Na koliko načinov je mogoče razrezati enakostraničen trikotnik na tri plosčinsko enake trikotnike?"

Precej težje kot najti vse možne načine razreza, je dokazati, da drugih možnosti ni.

---

*Peter Petek*

---

## VRTEČI SE OPAZOVALNI SISTEM

V enem od prejšnjih prispevkov smo govorili o *opazovalnih sistemih* v fiziki. Rekli smo, da si vsak opazovalec zgradi svoj opazovalni sistem tako, da si naredi koordinatni križ. Gibanje v svojem opazovalnem sistemu potem opisuje tako, da podaja lego teles v tem koordinatnem križu ob izbranih trenutkih, čas pa meri z uro. Videli smo, da so opazovalni sistemi dveh vrst in to *inercialni* opazovalni sistemi, kjer ni *sistemskih* sil in ostali sistemi, ki jim pravimo *neinercialni*. Z upoštevanjem sistemskih sil ima *drugi Newtonov zakon* enako obliko v vseh opazovalnih sistemih in sicer: "Vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na opazovano telo, je enaka masi telesa krat njegov pospešek". V inercialnih sistemih izvirajo vse sile od drugih teles. V neinercialnih sistemih poleg takih sil obstajajo sistemske sile, ki so posledica pospešenega gibanja opazovalnega sistema, ne pa medsebojnega delovanja teles.

Bežno smo omenili *enakomerno se vrteči opazovalni sistem*. Oglejmo si sedaj ta neinercialni sistem podrobneje! Najlažje bomo razumeli razmere v vrtečem se opazovalnem sistemu na primeru.

Vzemimo, da se peljemo na majhnem otroškem vrtiljaku, ki se enakomerno vrti. Če gledamo z vrtiljaka, se cel svet vrti, mi pa z vrtiljakom vred mirujemo. Koordinatni križ, ki nam bo pomagal pri opisu gibanja, pripnemo na vrtiljak - najbolje tako, da ena od osi sovpada z navpično osjo vrtenja. Tako smo si zgradili enakomerno se vrteči opazovalni sistem, v katerem smo opazovalci.

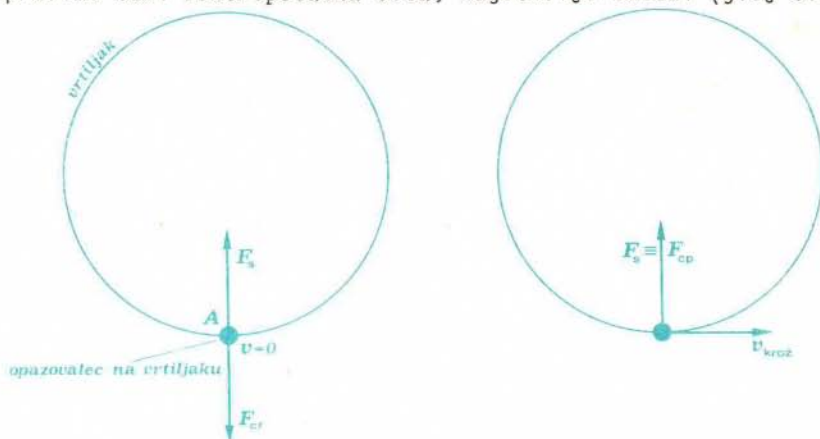
Tovariši, ki so ostali na igrišču, tudi opazujejo. Zanje se vrtimo mi skupaj z vrtiljakom in s koordinatnim križem, igrišče, drevesa, hiše ... pa z njimi vred mirujejo. Opazujejo pač z drugega opazovalnega sistema. Gibanje opisujejo s koordinatnim križem, ki zanje miruje.

Kateri sistem je boljši, oziroma pravilnejši? Pravilna sta seveda oba, vprašanje je le, kateri je bolj prikladen pri opazova

nju izbranega gibanja. Opazovanje žogice, ki se v opazovalnem sistemu vrtiljaka zelo počasi giblje, je z igrišča nerodno, ker moramo ves čas vrteti oči. Še bolj nerodno pa je z vrtiljaka opazovati žogico, ki skače po igrišču. Če človek ni previden, si lahko še zlomi vrat.

Oba opazovalna sistema se med seboj bistveno ločita, saj je vrtiljakov sistem neinercialen, sistem tovarišev na igrišču pa je inercialen. Na nas, ki sedimo na vrtiljaku, deluje *centrifugalna sistemska sila*, ki nas potiska stran od središča vrtenja. Tej sistemski sili se upira sedež, ki prepreči, da bi padli z vrtiljaka. Centrifugalna sila in sila sedeža se uravno vešata, saj v opazovalnem sistemu vrtiljaka mirujemo. Centrifugalna sila je res sistemska sila, saj je posledica pospešene ga opazovalnega sistema, ne pa delovanja kakega telesa na nas.

Tovariši na igrišču seveda centrifugalne sile ne priznajo. Zanje ne mirujemo, temveč krožimo. Za kroženje pa je potrebna sila, ki nas potiska ves čas proti središču. To silo, ki ji pravimo tudi *centripetalna sila*, zagotovijo sedeži (glej Sl.1).



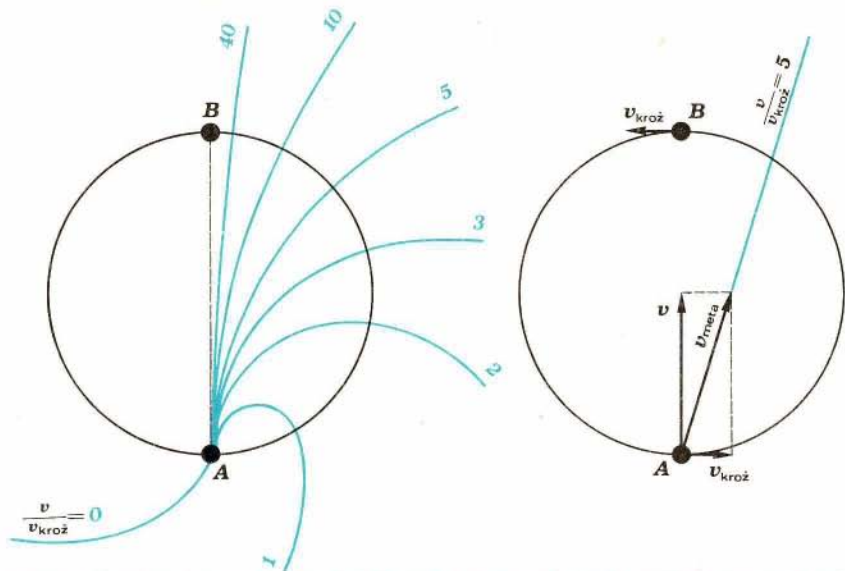
Sl. 1: Na mirujoča telesa v vrtečem se opazovalnem sistemu deluje centrifugalna sistemska sila  $F_{cf}$ . Ker telo A miruje, je vsota vseh sil nanj enaka nič. Sedež se centrifugalni sili upira z enako veliko a nasprotno usmerjeno silo (1a). V inercialnem opazovalnem sistemu igrišča telo A kroži, za kar je potrebna radialna centripetalna sila, ki jo zagotovi sedež (1b). Sliki sta narisani s ptičje perspektive.

Centrifugalna sila ni edina sistemska sila vrtečega se opazovalnega sistema. V to se prepričamo, če skušamo podati žogico tovarišu, ki sedi na nasprotni strani vrtiljaka. Vsakdo, ki prvič poskuša kaj takega, osupne! Žogica, ki bi "normalno" vedno priletela k tovarišu, se odkloni od poti, ki smo je vajeni. Centrifugalna sila žogice ne more odkloniti, ker ima radialno smer, ki je tudi smer meta. Na žogico mora delovati sila, ki ima gledo na hitrost prečno komponento. Tej novi sistemski sili pravi mo *Coriolisova sila*. Coriolisova sila je zelo zamotana. Vedno je pravokotna na vektor hitrosti in na vrtilno os. Njena velikost je sorazmerna s komponento hitrosti, ki je pravokotna na vrtilno os. Torej ne deluje na telesa, ki se gibljejo vzdolž vrtilne osi ali pa mirujejo.

Kako pa opazujejo gibanje vržene žogice tovariši na igrišču? Zanje se giblje žogica "popolnoma normalno". Pravijo, da žogica pač zgreši zato, ker jo je metalec slabo nameril. Poglejmo, kako je s tem z njihovimi očmi! Opazujmo vrtiljak navpično navzdol. Navpičnega gibanja žogice torej ne bomo gledali. Žogica v metalčevi roki kroži. Metalec ji podeli radialno hitrost. Celotna hitrost žogice je vektorska vsota krožilne in radialne hitrosti. Žogica krene v smeri rezultante hitrosti in se giblje enakomerno in premo (navpičnega gibanja ne gledamo). Sedaj je jasno, da bo žogica zgrešila tovariša na nasprotni strani, saj že namerjena ni bila dobro. Poleg tega pa se tovariš še oddalji od mesta, kjer je bil v trenutku meta, ker kroži skupaj z vrtiljakom (glej Sl. 2).

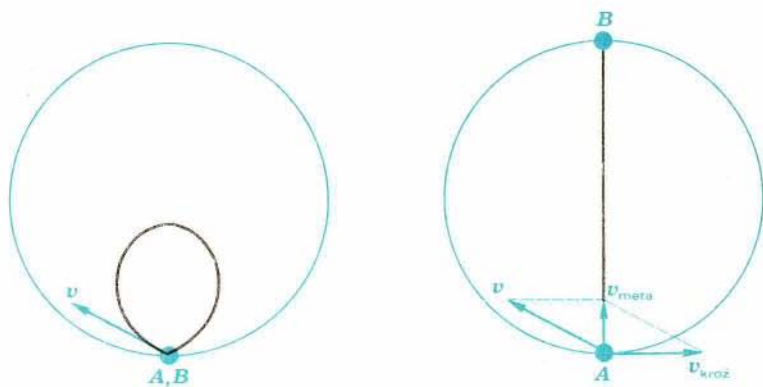
Če metalec spretno vrže žogico, jo lahko spet ulovi. Primer takega bumerang-meta je predstavljen na sliki 3. Če gledamo z igriščnega opazovalnega sistema, se žogica in metalec spet srečata. V vrtečem se opazovalnem sistemu pa je tir žogice sklenjen.

Poglejmo še, kako opisuje opazovalec z vrtiljaka gibanje žogice, ki mirno leži na igrišču. Zanj taka žogica kroži. Nanjo delujeta obe sistemske sili - Coriolisova in centrifugalna, poleg teže in nasprotne sile podlage, ki se uravnovešata. Ker



Sl. 2: Žogica, ki jo podamo iz A v B, se odkloni. Različne krivulje ustrezajo različnim začetnim hitrostim meta. (2a) Za tovariše na igrišču se giblje žogica "normalno", vendar z začetno hitrostjo, ki je vektorska vsota krožilne in metne hitrosti.

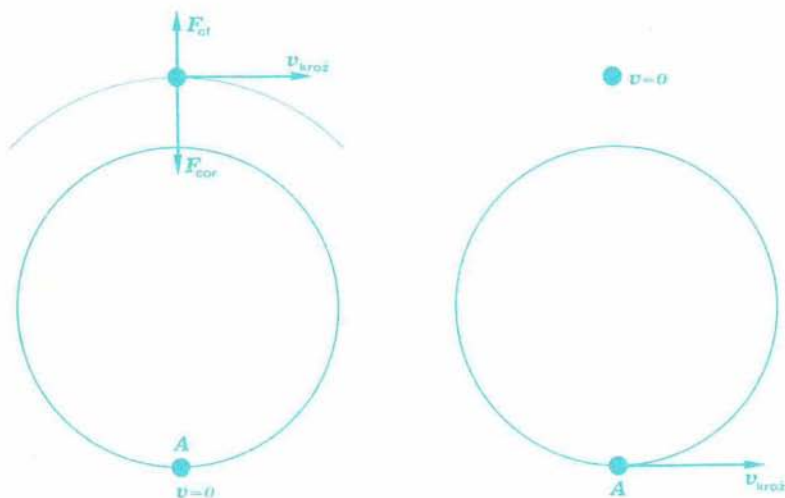
Sl. 3: V vrtečem se opazovalnem sistemu je lahko žogica bumerang, če jo metalec dovolj spretno vrže (3a). V inercialnem opazovalnem sistemu se žogica in metalec spet srečata v točki B (3b).



žogica kroži, mora biti vsota vseh sil usmerjena proti središču kroženja. Vsota Coriolisove in centrifugalne sile mora biti torej centripetalna sila. Opazovalec na igrišču seveda nič ne ve o teh silah, tudi o centripetalni ne, saj žogica zanj miruje. Opazovalni sistem vrtiljaka je v tem primeru res zelo ne prikladen (glej Sl. 4).

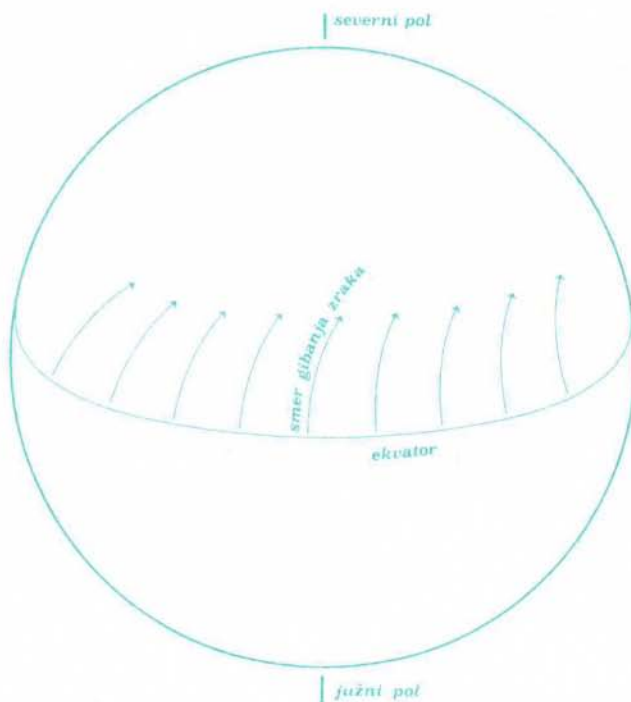
Oglejmo si še nekaj primerov, kjer gibanje ugodno opazujemo iz vrtečega se opazovalnega sistema.

Če boste kdaj zalivali vrt z vodnim curkom, lahko lepo vidite, kako Coriolisova sila odklanja vodni curek. Šobo, iz katere brizga voda, moramo držati v roki in se zavrteti okrog navpične osi. Ko se vrtimo, opazujemo curek v vrtečem se opazovalnem sistemu. Na curek delujeta obe sistemski sili in teža. Coriolisova sila povzroči odklanjanje curka iz navpične ravnine. Kako pa si inercialni opazovalec razlaga to ukrivljenost? Na curek deluje le teža, ki ne more kriviti curka iz navpične ravnine! Skušaj sam razložiti!



Sl. 4: Žogica, ki miruje na igrišču (4b), gledano z vrtiljaka, kroži. Vsota obeh sistemskih sil obdrži žogico na krožnem tiru (4a).

Zemlja se vrtili okrog svoje osi in napravi en obrat v 24 urah. Opazovalni sistemi, ki mirujejo glede na površino Zemlje, so vrteči se opazovalni sistemi. Torej smo delali napako, ko smo trdili, da je opazovalni sistem tovarišev na igrišču inercialen. No, napaka le ni bila prehuda. Vrtenje Zemlje okrog osi je namreč tako počasno, da lahko skoraj vedno zanemarimo obe sistemski sili, ki delujeta na njeni površini. Zato lahko govorimo, da je vsak opazovalni sistem, ki je pritrjen na površino Zemlje, skoraj inercialen, ker sta sistemski sili skoraj vedno zanemarljivi v primerjavi z drugimi silami, ki delujejo na opazovana telesa.



Sl. 5: Zračne gmote, ki se prvotno gibljejo od ekvatorja proti severnemu polu, se zaradi Coriolisove sile odklonijo proti vzhodu.

Sistemskih sil v opazovalnem sistemu Zemlje pa kljub temu ne moremo vedno zanemariti. Pri gibanju atmosfere na primer, je zelo pomembna Coriolisova sila. Zrak, ki se prvotno giblje od ekvatorja proti severnemu polu, se zaradi Coriolisove sile odkloni in se začne gibati proti vzhodu (glej sliko 5). Tudi na gibanje morskih tokov ima Coriolisova sila podoben učinek.

Zanimivo je, da Coriolisova sila nekoliko vpliva na oblikovanje rečnih strug. Vzemimo, da je struga v smeri sever-jug, voda pa teče proti severu. Podobno kot na zračne gmote deluje Coriolisova sila tudi na vodo v strugi, ki zato ves čas bolj gloda desni breg.

Zaradi centrifugalne sile, ki deluje na telesa na Zemlji, se spreminjata velikost in smer *pospeška prostega pada*. Pospešek je na polih večji kot na ekvatorju. Na mestih med polom in ekvatorjem pa centrifugalna sila povzroči, da teža ne kaže proti središču Zemlje. Vse to opazimo kljub temu, da poleg centrifugalne sile vpliva na pospešek prostega pada tudi nehomogenost Zemlje.

Vesoljske polete na Luno načrtujejo v opazovalnem sistemu, v katerem središču Zemlje in Lune mirujeta. Tak opazovalni sistem se seveda vrti, saj Zemlja in Luna enakomerno krožita okrog skupnega težišča. Pri izračunih gibanja morajo upoštevati vpliv obeh sistemskih sil na gibanje vesoljske ladje.

---

*Andrej Likar*

---

## PRESEKOV ŠKRAT

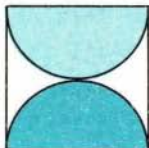


Tokrat nam je Presekov škrat zagodel prav neprijetno: Zmešal nam je namreč vrsto datumov, ki jim mora slediti nastajanje vsake številke Preseka in kot rezultat ste dobili 2. številko Preseka s precejšnjo zamudo. Vsem se iskreno opravičujemo, reševalcem rubrike "Premisli in reši" pa sporočamo, da smo upoštevali tudi kasneje prispele rešitve.

---

*Zvonko Trontelj*

---



### SPLOŠNO KROŽENJE OZRAČJA

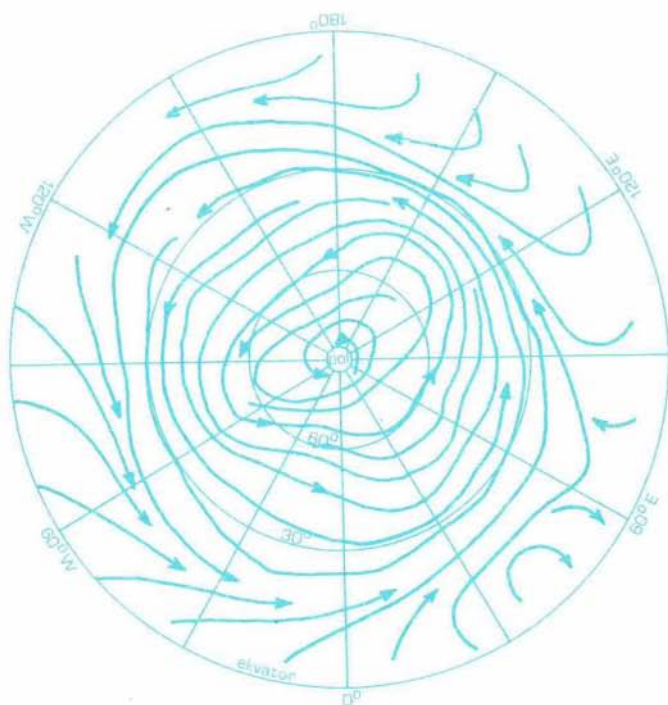
Ozračje Zemlje se neprestano giblje in vremenski pojavi v njem so včasih zelo burni. Odkod energija za vse to?

Kraji ob ekvatorju so bolj ogreti kot oni ob polu, zato je na izbrani višini nad ekvatorjem zračni pritisk višji, kot na isti višini nad polom. Ta razlika povzroči, da se zrak začne gibati od ekvatorja. Toda Zemlja se vrti. Na vrteči se Zemlji pa na vsa gibajoča se telesa deluje t.im. *odklonska* ali *Coriolisova sila* (glej Presek VI, str. 145), ki na severni polobli odklanja gibajoča telesa v *desno*, na južni pa v *levo*. Zrak se od ekvatorja v višinah zato ne giblje proti severu in proti jugu, temveč v desno in v levo od teh smeri. Tako nastanejo *sahodniki* v *zmernih geografskih širinah*. V višinah nad poloma in pri tleh ob ekvatorju, kjer se zrak steka, da nadomešča zrak, ki v višinah odteka proti poloma, pa imamo *vzhodnike*. Tudi stekajoči se zrak je namreč odklonjen, zato *pasati* pri tleh ne pihajo od juga in severa proti ekvatorju, temveč na južni polobli od jugovzhoda, na severni pa od severovzhoda.

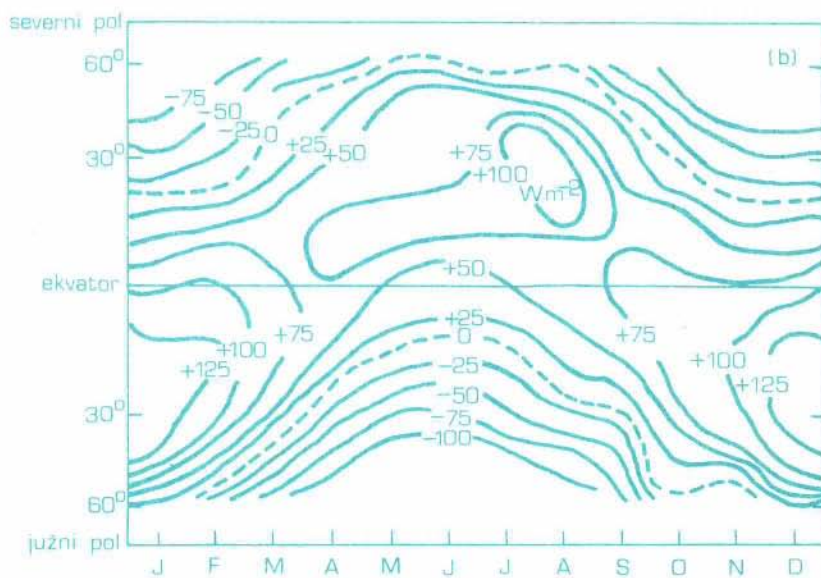
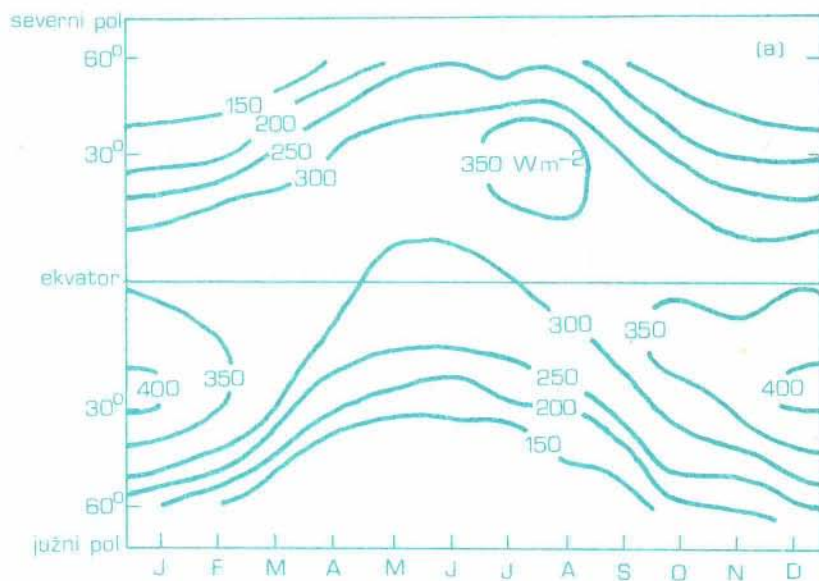
Zemljino površje ni gladko in homogeno, zato je naš prikaz splošnih gibanj v ozračju zelo poenostavljen. Neenakomerna razporeditev morja in kopnega ter gorske pregrade povzročijo, da je gibanje zraka v povprečju tako, kot ga kaže slika 1. Toda tudi ta slika ni popolna. Kot bomo videli, je v resnici gibanje ozračja močno valovito in vrtničasto. Če naj dopolnimo našo povprečno sliko, moramo upoštevati še naslednje pojave.

Zemlja se vrti od zahoda proti vzhodu. Ob ekvatorju, v pasu

vzhodnikov, torej pihajo vetrovi pri tleh nasproti vrtenju Zemlje. V višjih geografskih širinah, v pasu zahodnikov, pa kroži ozračje v smeri vrtenja Zemlje, toda hitreje. Med gibanjem se zrak tare s površjem. Zato v pasu vzhodnikov Zemlja zavira gibanje ozračja, pa tudi ozračje zavira vrtenje Zemlje. V višjih geografskih širinah, v pasu zahodnikov, pa ozračje vrtenje Zemlje pospešuje. Ker je splošno gibanje ozračja dokaj stalno, pomeni, da se vrtilna količina, ki jo daje Zemlja ozračju v tropih, prenaša v večje geografske širine, kjer jo ozračje Zemlji vrača.



Sl. 1: Tokovnice pri tleh na severni polobli v januarju (po Colemanu in Crutcherju). Vetrov od severozahoda proti ekvatorju tu ni videti, kajti *termični ekvator*, to je najbolj ogreti pas okrog Zemlje, je v tem času precej južneje od pravega ekvatorja in z njim so južneje tudi pasati.

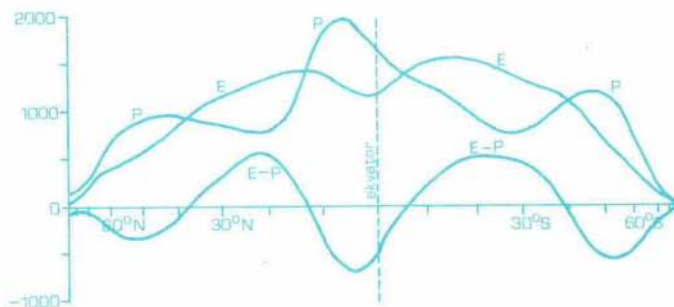


Sl. 2: Dnevno povprečje sončnega obsevanja (a) ter razlika med tem in med sevanjem Zemlje (b) v  $\text{W/m}^2$ , kot je bilo izmerjeno s satelita Tiros (po Rasoolu in Prabhakari). Področje z največjim presežkom prejetega sevanja se z letnimi časi premešča skupaj z navideznim gibanjem Sonca od enega povratnika do drugega. Tako je v juliju in avgustu presežek  $100 \text{ W/m}^2$  v pasu med  $10^\circ$  in  $30^\circ$  severne širine, v decembru in januarju pa presežek  $120 \text{ W/m}^2$  v pasu med  $10^\circ$  in  $40^\circ$  južne širine.

Kraji ob ekvatorju prejemajo od Sonca precej več energije, kot jo izsevajo nazaj v vesolje. Kraji ob polih pa več sami izsevajo, kot dobijo od Sonca (Sl. 2). Pa vendar se tropi ne segrevajo bolj in bolj in pola nista vedno hladnejša. Torej mora obstajati prenos presežka energije od ekvatorja proti poloma.

Tudi izhlapevanja je več iz toplih subtropskih morij, kot tam pade padavin. In obratno: v zmernih geografskih širinah je več padavin, kot izhlapevanja stal (Sl. 3). Tako mora tudi vodna para priti v naše geografske širine iz subtropskega pasu.

Kako pa se v ozračju prenašajo naštetje količine? Vzemimo, da bi bilo gibanje ozračja takšno, kot ga kaže slika 1. S slike vidimo, da je povprečna komponenta gibanja proti poloma prav majhna. Še manjša pa je v višinah: če bi v bližini ekvatorja spustili v zrak balone, bi ti z višinskimi zahodnimi tokovi približno en in polkrat obkrožili Zemljo, preden bi dosegli  $30^\circ$  geografske širine, naprej pa ne bi prišli. V stacionarnem



Sl. 3: Srednja letna porazdelitev izhlapevanja (E), padavin (P) in njune razlike (E-P). Količine so na južni polobli, kjer je malo kopnega, drugačne kot na severni, kjer je kopnega več (po Starru).



Sl. 4: Zemlja, posneta z avtomatske postaje Zond 5 iz oddaljenosti 90 000 km (Meteorologija i hidrologija). Nad Atlantikom in Evropo sta vidna dva ciklona v splošnem zahodnem toku ozračja. Nad severno Afriko in Arabskim polotokom je v anticiklonu jasno. Ob ekvatorju je oblačno zaradi dviganja zraka nad ogretim tlemi. Ob dviganju se zrak namreč razteza in ohlaja, pri tem pa se kondenzira del vodne pare.

ozračju zrak iz tropskih področij ne doseže velikih geografskih širin. Zato se povečujejo razlike med temperaturo, vlažnostjo in vrtilno količino ozračja nad ekvatorialnimi predeli in ozračja nad predeli v večjih geografskih širinah. Stacionarno gibanje postane nestabilno. Majhne motnje, ki lahko nastanejo zaradi gorskih pregrad, se močno povečujejo in gibanje postane valovito in vrtilno. Pri takem gibanju pa lahko v grebenih horizontalnih valov prodre proti poloma velike množine toplega in vlažnega zraka.

V ozračju imamo vedno to valovito in vrtilno gibanje. Včasih, ko je manj izrazito, je gibanje ozračja podobno tistemu povprečnemu s slike 1. Največkrat pa so v splošnem zahodnem toku zraka veliki vrtinci: *cikloni* in *anticikloni*. Te spoznamo tudi na fotografijah oblakov, ki nastajajo v ciklonih (sl. 4). Lahko pa tako gibanje simuliramo v laboratoriju, če s primerno hitrostjo vrtimo posodo z vodo, ki ponazarja ozračje. Največ lastnosti ozračja lahko spoznamo in razumemo pri poskusih z računalniki. Ko za kak mesec rešujemo sistem enačb, ki velja za ozračje, se porazgubi vpliv začetnih pogojev (to je vremena ob začetku reševanja) in prevlada splošna slika. Tako moramo z računalniškim poskusom opisovati *splošno kroženje ozračja* in *klímo raznih področij* kot njegovo posledico. Prednost tega načina je, da moremo po želji zanemarjati ali upoštevati posamezne vplive. Tako lahko ugotavljamo, kateri so za pojav pomembni in kateri niso. V naravi to ni mogoče, saj ne moremo npr. preprečiti sončnega obsevanja, spremeniti razporeditve kontinentov ali ustaviti vrtenja Zemlje. Merjenja in opazovanja v naravi v planetarnih razsežnostih so tudi zelo zahtevna, draga in ponavadi nepopolna. Zato delamo poskuse predvsem z računalniki, v naravi pa preverjamo rezultate.

Tudi v morjih so nekateri stalni tokovi, ki so nastali zaradi neenakomernega ogrevanja Zemlje in zaradi njenega vrtenja. Oceanski tokovi prenašajo približno tretjino energijskega toka čez trideseti vzporednik.



# ASTRONOMIJA

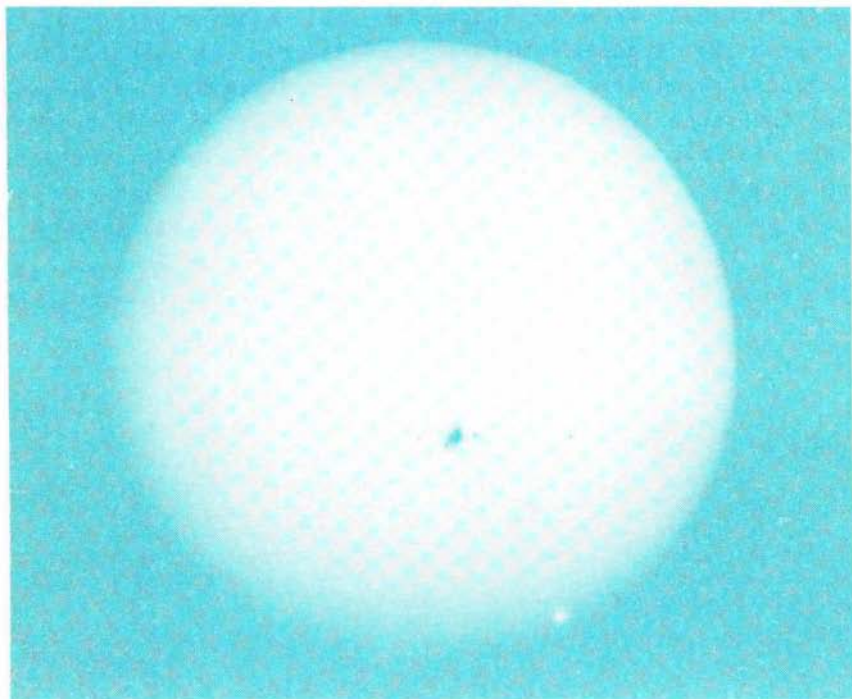
## PRVI TABOR MLADIH ASTRONOMOV SLOVENIJE USPEL

Prvi mladinski astronomski raziskovalni tabor, ki je deloval od 31. 7. do 4. 8. 1978 na Javorniku, je organizirala Astronomska sekcija Prirodoslovnega društva Slovenije v okviru akcij gibanja Znanost mladini. Pri izvedbi tabora so nam pomagali tudi Skupščina občine Idrija, Osnovna šola na Črnem vrhu, Planinsko društvo Idrija, tovarna Iskra - Vega pa nam je dala instrumente. Vsi udeleženci se moramo zahvaliti Juriju Šobi, predsedniku Astronomske sekcije PDS, našemu mentorju tov. Marijanu Prosénu in celotni Astronomske sekciji, ki ji želimo čim uspešnejše delovanje, ko se bo osamosvojila in preimenovala v Astronomsko društvo Javornik.

Tabora se je udeležilo 17 učencev in dijakov iz vse Slovenije, eden pa je bil celo iz Trsta. Razdeljeni smo bili v tri skupine, od katerih je vsaka imela svojo nalogo. Na primer: 1. skupina je merila višino Sonca in delala z gnomonom ter merila kote med zvezdami in višino zvezd; 2. skupina je štela pege na Soncu, ugotavljala Wolfovo število, ponoči pa je merila zorno polje in ločljivost teleskopa ter risala objekte na nebu; 3. skupina je delala s Celestronom 8 in fotografirala Sonce s pegami, ponoči pa je posnela vrsto fotografij zanimivih nebesnih objektov, med drugim smo posneli tudi planet Venero in šteli Perzeide. Naslednja večera so si skupine ciklično izmenjale na

Sl. 1: Udeleženci prvega astronomskega raziskovalnega tabora na Javorniku

Sl. 2: V času priprav na tabor je bila na Soncu velika skupina peg. Fotografirali smo jih s C-8 dne 15. 7. 1978 ob 10<sup>h</sup>42 UT Ekspozicija 1/250 na EFKE KB 14 film.



loge tako, da smo vsi naredili vse. Med udeleženci je vladalo iskreno prijateljstvo in debate o astronomiji nikoli niso pone hale. Hrana je bila izvrstna in osebje v koči je bilo do nas izredno pozorno. Dosti smo se naučili iz predavanja in nasvetov profesorja Frana Dominka, ki je bil tri dni naš gost. Beseda je tekla tudi o zvezdarni, ki jo namerava astronomska sekcija PDS in vsi ljubitelji astronomije postaviti na Javorniku. Tabor je bil organiziran na Javorniku, ker ima povprečno 120 jasnih noči na leto. Imeli smo zares čudovito vreme: dnevi so bili sončni in noči jasne. Opazovali smo z zelo kvalitetnimi aparati. Najboljši je bil prav gotovo Celestron 8, ki je last sekcije; Iskra - Vega pa nam je posodila dvojčka teleskopa, ki ga je podarila tovarišu Titu. Zelo se je izkazal tudi teleskop Apollo in še razni drugi daljnogledi, ki smo jih imeli veliko. Tudi fotoaparati in fotoopreme je bilo dovolj, tu pa nam je pomagal Herman Mikuž, ki nam je filme tudi razvijal. Na koncu Tabora smo imeli debatno popoldne, na katerem smo izračunali povpreček posameznih opazovanj. Tudi natančni rezultati, ki smo jih dobili, dokazujejo, da je Tabor odlično uspel. Zadnji dan smo imeli v osnovni šoli na črnem vrhu razstavo o Taboru in astronomiji nasploh ter slovesnost, na kateri so govorili predstavniki organizacij, ki so nam pomagale pri izvedbi Tabora. V našem imenu sta govorila Šoba in Prosén. Po podelitvi priznanj 17 mladim udeležencem tabora in po zakuski smo se srečni in polni vtisov ter znanja odpeljali domov.

---

*Jure Sinobad*

---

#### OBVESTILO

Vse naročnike vljudno prosimo, da s priloženo položnico poravnajo naročnino za PRESEK za šolsko leto 1978/79. Naročnina v tem šolskem letu je za posameznike 40.-din, za skupinska naročila pa 32.-din. Prosimo, da naročnino poravnate čimprej, ker imamo z evidenco in terjatvami dodatno delo in stroške. Če pa ste tudi naročnik naše revije OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO, pa lahko vplačate naročnino z eno položnico.

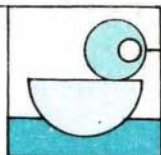
Lepo pozdravljeni!

---

*Marija Hrovath*

---

## BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES



### TO PA NE VELJA

Ko sem bil še šolar, se je pri nas oglasil starejši moški, ki je po hišah zbiral steklenice, jih prodajal in se tako preživljal. Ker se je pri nas zadržal nekoliko dlje, je otrokom zastavil tole vprašanje in obljubil za rešitev 20.-din nagrade:

"Branjevka je prodajala po hišah jajca. Vsakokrat je prodala eno manj kot polovico. Po petih obiskih so ji ostala v jerbasu še tri jajca. Koliko jajc je imela na začetku?" Nalogo sem reševal v sosednjem prostoru. Nastavil sem enačbo z neznanko  $x$  in dobil rešitev: 34. Možakar je bil z rešitvijo zadovoljen, zahteval pa je, da mu povem, kako sem prišel do rezultata. Po mojem pojasnilu je ogorčeno protestiral in trdil, da rešitev ni veljavna, češ da smo se reševanja enačb učili v šoli. Nato je demonstrativno zapustil stanovanje, tako da z nagrado ni bilo nič.

Bralci Preseka, premislite, kaj je možakar pričakoval od reševalca!

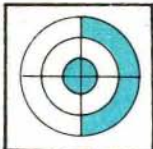
---

*Ciril Velkovich*

---



Ilustr.  
*Alenka Potnik*



## MATEMATIČNO RAZVEDRILO

### ZMEŠNJAVA S KOKOSOVIMI OREHI\*

Velika trgovska ladja je pristala zvečer v tropskem pristanišču. Pet mornarjev z ladje je sklenilo, da si nakupijo veliko vrečo orehov. Tako so tudi storili. Zatem so legli pod palmo v velikem parku, majhni opici Piki, ki so jo imeli s seboj, pa so zabičali, da naj čuva njihov zaklad. Deljenje orehov so preložili na naslednji dan. Kmalu čez polnoč se je zbudil prvi izmed njih, kajti misel na orehe mu ni dala spati. Splazil se je do vreče, jo razvezal in stresel orehe iz nje. Razdeliti jih je hotel na pet enakih delov, vendar mu je en oreh ostal. Tega je dal opici, da ga ne bi izdala prijateljem, sebi pa je vzel enega izmed petih kupov. Ostale štiri je stresel nazaj v vrečo in legel k počitku. Uro kasneje se je zdrnil naslednji mornar. Tudi on je stresel orehe iz vreče in jih skušal razdeliti na pet delov, pa mu je spet eden ostal. Dal ga je opici, sebi je vzel enega od kupov, preostanek pa stresel nazaj v vrečo. Nato je zaspal. Kasneje so se v krajših presledkih drug za drugim zbuvali še ostali trije mornarji in počenjali isto. Ko je na koncu, ob svitu legel k počitku zadnji izmed njih, je bilo v vreči bore malo orehov. Zjutraj so se vsi mornarji prebudili in začeli z delitvijo orehov. Seveda so vsi previdno molčali o nočnem podvigu, saj je vsak mislil, da je bil samo on tako pameten, da je že vnaprej sunil nekaj zase. Orehe so razdelili na pet delov in glej, spet je eden ostal. Tega so dali opici, vsak izmed njih pa je pobral svoj kup.

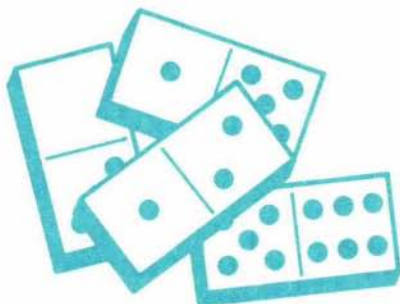
Kakšno je najmanjše možno število orehov, da je naša zgodba lahko resnična?

Dušan Repovš

\*Karikature je prispeval Božo Kos

## ZABAVNE PIKE

Marija, Jožica, Franci in Marko igrajo domino, ki ima 28 domin. Na začetku si vsakdo izbere sedem domin. Igro začne Marija s tem, da prične graditi verigo. Po vrsti ji sledijo Jožica, Franci in Marko. Pogoji pri igri je le ta, da se konec igrane domine številčno ujema z enim od koncev nastajajoče verige.



Vsota pik na prvih dveh igranih dominah pri Mariji je 23, pri Jožici 20, pri Franciju 18 in pri Marku 16 pik. Ko pride Marija tretjič na vrsto, položi domino, ki ima na enem koncu 6 pik, na drugem koncu pa 2 piki. V kakšnem vrstnem

redu so si sledile domine v prvih dveh krogih?

Naloga ni težka, če pa je ne bi znali sami rešiti, si ogledajte rešitev na strani 182.

---

*Marjeta Janežič*

---

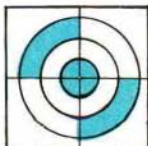
# 1647 x 23598

Določi največji možni produkt števil, ki jih dobiš tako, da uporabiš številke 1,2,3,4,5,6,7,8,9 samo enkrat. Za primer navedimo produkt  $7643 \times 12589$ , ki je 96217727. Vendar pa to ni prava rešitev, kar lahko hitro ugotovimo. Problem je zahteven, zato velja dobro premisliti!

---

*Ivan Draksler*

---



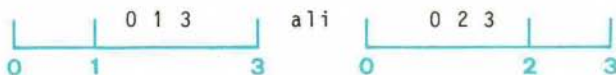
## NALOGE

### NENAVADNO MERJENJE DOLŽIN

Vzemimo ravnilo z dolžino 10 centimetrov in naredimo na vsakem centimetru zarezo (skupaj 9 zarez). Dobili smo merilo, s katerim lahko v enem samem merjenju izmerimo katerokoli celo dolžino od 1 do 10 cm. Nato pomislimo, da vse zareze pravzaprav sploh niso potrebne. Če recimo ena manjka, lahko še vedno izmerimo vse dolžine kot prej. Našo radovednost sedaj vznemiri vprašanje, koliko najmanj in kje morajo biti zareze, da je merilo za vse dolžine še vedno uporabno. Preden si ogledamo kak primer, dajmo potuho naši risarski lenobi. Meril namreč ne bomo risali, ampak si bomo pomagali tako, da bomo levi rob označili z 0, vsako zarezo s številom pripadajočih centimetrov, desni rob pa seveda z dolžino merila. Zgornje merilo tako opišemo z:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Sedaj pa se lotimo primerov. Začetek je zelo lahek. Merilo z dolžino 3 cm mora imeti samo eno zarezo, se pravi



Tudi naprej ne bo težko:

0 1 2 4,      0 1 3 4,      0 2 3 4,  
0 1 2 5,      0 1 3 5,      0 2 4 5,      0 3 4 5,  
0 1 4 6,      0 2 5 6

Vidimo, da zadostujeta dve zarezi na merilih z dolžinami 4, 5 in celo 6 cm. Za dolžine 7, 8 in 9 cm pa že potrebujemo najmanj tri zareze. Očitno je tudi, da lahko najmanjše število potreb-

nih zarez razvrstimo po merilu na več načinov. To nalogo smo dali tudi računalniku. Poiskal je po eno rešitev za dolžine do 20 cm in tole so rezultati:

|                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| 0 1 2 4 7       | 0 1 2 3 4 11 15    |
| 0 1 2 6 8       | 0 1 2 3 8 13 16    |
| 0 1 2 3 7 10    | 0 1 2 3 8 14 17    |
| 0 1 2 3 8 11    | 0 1 2 3 4 5 13 18  |
| 0 1 2 3 8 12    | 0 1 2 3 4 9 15 19  |
| 0 1 2 6 11 13   | 0 1 2 3 4 10 15 20 |
| 0 1 2 3 4 10 14 |                    |

Dolžino 9 cm smo namenoma izpustili, da bi vam lahko postavili nalogo:

Raziščite, najmanj koliko zarez in kje potrebuje merilo z dolžino 9 cm, da lahko z njim izmerimo vse dolžine od 1 do 9 cm. Rešitve so štiri.

---

*Roman Rojko*

---

## TETIVNI ČETVEROKOTNIK \*\*

Dokaži, da lahko poljuben tetiven štirikotnik razrežemo na  $n$  tetivnih štirikotnikov, čim je  $n = 4$ .



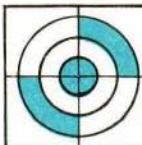

---

*Dušan Repovš*

---

\* Karikatura je prispeval Božo Kos

\*\* Naloga je s 14. mednarodne matematične olimpiade, Torun 1972



## NALOGE - TEKMOVANJA

### MLADI MATEMATIKI SO TEKMOVALI ZA VEGOVA PRIZNANJA

Nimamo posebno radi suhih statističnih podatkov, pa vendar moramo o naši letošnji beri zapisati nekaj števil.

Na šolskem tekmovanju, ki je bilo zaključeno do 15. maja, so se učenci pomerili za bronasta Vegova priznanja. Tekmovalo je okrog 6000 učencev od 5. do vključno 8. razreda. Od teh je bila dobra tretjina uspešnih.

V soboto, 20. maja, so izbranci sodelovali na občinskem tekmovanju. Od 2777 sodelujočih je prejelo srebrno Vegovo priznanje 954 tekmovalcev.

Tisti, ki so bili med osmošolci najboljši, so se zbrali v soboto, 27. maja, na republiškem tekmovanju. Od 182 udeležencev jih je 65 prejelo zlato Vegovo priznanje.

Najboljši so bili:

I. nagrada: Mojca Tavčar, o.š. Prežihov Voranc, Ljubljana;  
Džoko Mandrino, o.š. Valentin Vodnik, Ljubljana; Liljana Trampuž, o.š. Milojka Štrukelj, Nova Gorica;  
II. nagrada: Nives Winkler, o.š. Milojka Štrukelj, Nova Gorica;  
Aleš Mihev, o.š. France Prešeren, Kranj; Rastislav Potočnik, o.š. Rado Bordon, Koper.

Vsi nagrajenci so dobili lepe knjižne nagrade. Podelili so jih na svečanem sprejemu, ki sta ga priredila DMFA in Republiški komite za vzgojo in izobraževanje. Kar dva učenca-nagrajenca sta iz iste šole; tudi preostali trije Novogoričani so dosegli zlato Vegovo priznanje. To je letošnji rekord.

Zveznega tekmovanja, ki je bilo letos prvič v Sloveniji - v Portorožu, so se udeležili vsi nagrajenci in naslednji sedmošolci: Robert Bakula, o.š. Prežihov Voranc, Ljubljana; Robert Butarič, o.š. Pinko Tomažič, Koper; Mitja Bensa, o.š. Milojka Štrukelj, Nova Gorica; Saša Pucko, o.š. Cerklje ob Krki; Marko Modic, o.š. Radlje ob Dravi.

Uspeh: pet pohval.

Za konec še tole:

- Letne šole mladih matematikov, ki jo organizira Matematički list iz Beograda, so se iz Slovenije udeležili štirje učenci,
- Načrtovane letne šole za mlade matematike, ki naj bi bila v Plemljevem domu na Bledu, ne bo. Vzroki so finančne narave,
- Koledar tekmovanj za Vegova priznanja za šolsko leto 1978/79 je takle:
  - do 10. maja 1979 - šolska tekmovanja
  - 15. maja 1979 - občinska tekmovanja
  - 22. maja 1979 - republiško tekmovanje

#### NALOGE NA TEKMOVANJU ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

##### 6. RAZRED:

1. Na tekmovanju je 14 učencev rešilo vse naloge, 32% učencev je rešilo le nekatere naloge, 12% učencev pa ni rešilo nobene naloge. Koliko učencev je tekmovalo?
2. V trikotniku  $ABC$  velja:  $AC \approx CD \approx AD \approx DB$ ,  $D$  je razpolovišče stranice  $AB$ . Izračunaj kot  $ABC$ ! Nariši sliko in utemelji izračun!
3. Nariši:
  1.  $p$ ;  $A \in p$  in  $M \notin p$
  2.  $k$ ;  $M \in k$  in  $A \in k$  in  $k \cap p = \{A\}$
4. Imamo dve uri. Prva prehití na dan 5 minut, druga zaostane na dan 3 minute. Čez koliko dni bosta obe uri spet kazali pravi čas, če ju med tem ne naravnava?
5. Vsota števec in imenovalca nekega ulomka je enaka 4140. Če ulomek okrajšamo, dobimo  $7/13$ . Kateri ulomek smo okrajšali?

##### 7. RAZRED:

1. Oglišča štirikotnika  $ABCD$  so v koordinatni ravnini dana takole:  $A(2,1)$ ,  $B(4,1)$ ,  $C(6,8)$ ,  $D(2,8)$ . Izračunaj ploščino tega štirikotnika!
2. Za katere vrednosti spremenljivke  $x$  ima izraz  $(4x - 3)(4x + 3) - (3x - 5)^2 - 3(10x - 2)$  vrednost 0?
3. V trikotniku je prvi kot enak dvema sedminama drugega kota, tretji pa je enak vsoti prvih dveh. Kolikšni so koti tega trikotnika?

4. Danih je šest krožnic s skupnim središčem v  $S_1$  in kot  $\angle S_1$ , ki meri  $60^\circ$ . Podatke o dolžini polmerov kaže slika.

Vsota dolžin vseh lokov, ki pripadajo središčnemu kotu  $\angle S_1$ , je enaka obsegu kroga  $K$ . Določi polmer tega kroga!

5. Zapiši število  $0,375$  z ulomkom  $a/b$  tako, da bo vsota števcia in imenovalca enaka  $374$ !

#### 8. RAZRED:

1. Ploščina trikotnika  $ACF$  meri  $2\sqrt{3} \text{ dm}^2$ . Izračunaj površino kocke!

2. Kroglica pri nitnem nihalu se v skrajni legi dvigne za  $1 \text{ cm}$  nad mirovno lego. Razdalja med skrajnima legama je  $14 \text{ cm}$ . Kolikšna je dolžina nihala?

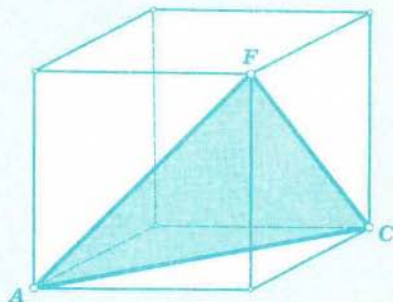
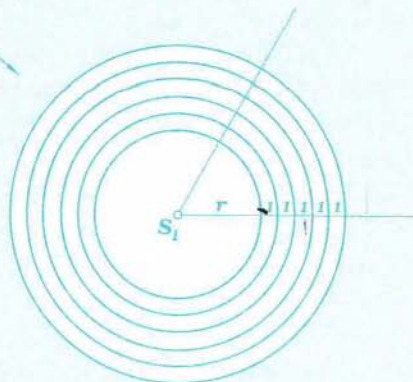
3. V košari so jabolka. Odvzamemo jih polovico in še pol jabolka. Nato odvzamemo polovico ostanka in še pol jabolka. Končno odvzamemo polovico preostalih jabolk in še pol jabolka. V košari ostane  $7$  jabolk. Koliko jabolk je bilo v košari na začetku?

4. Dve različni krožnici se od zunaj dotikata v točki  $C$ . Skupna tangenta se dotika obeh krožnic v točkah  $A$  in  $B$ . Najmanjši kot v trikotniku  $ABC$  meri  $30^\circ$ , najkrajša stranica pa  $15 \text{ cm}$ . Koliko meri najdaljša stranica v trikotniku  $ABC$ ?

5. Dokaži, da je vsota kvadratov telesnih diagonal enaka vsoti kvadratov robov:
- pri vsaki kocki,
  - pri vsakem kvadru,
  - pri vsaki pokončni prizmi, ki ima za osnovno ploskev romb!

#### NALOGE NA TEKMOVANJU ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE - (8. razred)

1. Reši enačbo:  $a(5x + 7d) - 5(x - 2a) = 5(x + 2a) + a(7d + 5)$   
Ugotovi, pod katerim pogojem
- je rešitev enačbe pozitivno število (negativno število, nič),
  - rešitev enačbe ne obstaja.
2. Razlika kvadratov dveh zaporednih lihih naravnih števil je  $192$ . Izračunaj ti dve števili!
3. Krogu s polmerom  $r = 2 \text{ cm}$  je očrtan enakokrak trapez s ploščino  $p = 20 \text{ cm}^2$ . Določi dolžine stranic trapeza!
4. Pravokotni trikotnik z dano hipotenuzo  $a$  in notranjim kotom  $30^\circ$  se zavr-



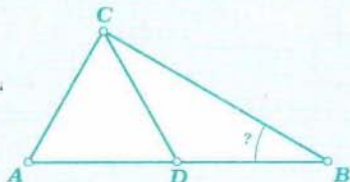
ti za  $360^\circ$  okrog hipotenuze. Izračunaj prostornino vrtenine!

5. Poljubnemu paralelogramu nariši simetrale zunanjih kotov. Dokaži, da so sečišča teh simetral oglišča pravokotnika! (Skico nariši z ravnilom in šestilom)

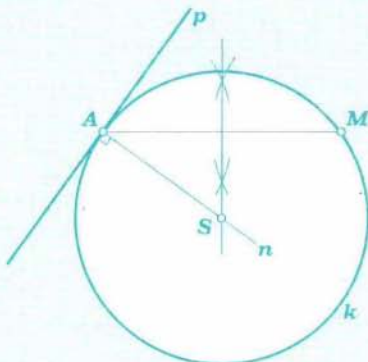
# REŠITVE NALOG S TEKMOVANJA ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

## 6. RAZRED:

1.  $32 + 12 = 44$   
 $100 - 44 = 56$   
 $56\%$  je 14 učencev  $\Rightarrow 100\%$  je 25 učencev. Tekmovalo je 25 učencev.
2.  $\triangle ADC$  je enakostraničen, zato:  
 $\angle ADC = 60^\circ$   
 $\triangle DBC$  je enakokrak, zato:  
 $\angle DBC$  je  $1/2$  od  $\angle ADC = 30^\circ$



3.



4. Prva ura prehití vsak dan za 5 minut, torej bo prvič kazala prav, ko bo prehitela za 12 ur ali 12.60 minut.  
 $5x = 12.60 \Rightarrow x = 144$   
 Druga ura:  $3y = 12.60 \Rightarrow y = 240$   
 $v(144, 240) = 720$  = Obe uri bosta zopet kazali pravi čas čez 720 dni.
5. Ulomek:  $7x/13x$   
 $7x + 13x = 4140$   
 $x = 207$   
 $7 \cdot 207 = 1449$   
 $13 \cdot 207 = 2691$   
 Ulomek:  $\frac{1449}{2691}$

## 7. RAZRED:

1. Štirikotnik  $ABCD$  je trapez z osnovnicama  $AB$  in  $CD$  in z višino  $v$ :  
 $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{CD} = 4$ ,  $v = 7$ . Zato  $p(ABCD) = 21$
2. Enačba  $(4x - 3)(4x + 3) - (3x - 5)^2 - 3(10x - 2) = 0$  ima rešitvi  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -2$ . Dani izraz ima vrednost 0 za  $x \in \{2, -2\}$ .
3. Enačba  $\frac{2}{7}x + x + (\frac{2}{7}x + x) = 180$  ima rešitev  $x = 70$ .

Koti trikotnika merijo  $20^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $90^\circ$ .

4.  $2\pi x = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6$   
 $= \frac{1}{6} (2\pi x_1 + 2\pi(x_1+1) + 2\pi(x_1+2) + \dots + 2\pi(x_1+5))$   
 $= \frac{2\pi}{6} (6x_1 + 15)$ , zato  $x = x_1 + 2,5$

$$5. \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}; a + b = 374 \Rightarrow b = 374 - a$$

$$\frac{a}{374 - a} = \frac{3}{8} \Rightarrow 8a = 3 \cdot 374 - 3a$$

$$11a = 3 \cdot 374 \Rightarrow a = 3.34$$

$$a = 102, b = 272$$

Iskani ulomek je  $\frac{102}{272}$

8. RAZRED:

$$1. p = 2\sqrt{3} \text{ dm}^2; \frac{d^2}{4} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}; d = 2\sqrt{2} \text{ dm}; a = 2 \text{ dm}; P = 24 \text{ dm}^2$$

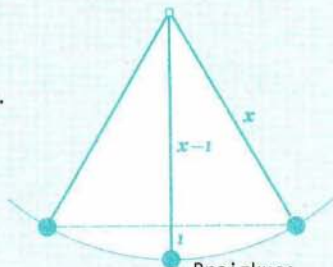
$$2. (x - 1)^2 + 7^2 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + 7^2 = x^2$$

$$-2x = -50$$

$$x = 25$$

Nitno nihalo je dolgo 25 cm.



3. V košari je  $x$  jabolok

$$\text{Ostanki: } \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = \frac{x-1}{2}$$

$$\frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} = \frac{x-3}{4}$$

$$\frac{\frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{2} - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} = \frac{x-7}{8}$$

$$\frac{x-7}{8} = 7 \Rightarrow x = 63$$

Preizkus:

Ostanki:

$$63 - 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 31$$

$$31 - 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 15$$

$$15 - 7 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$

Na začetku je bilo v košari 63 jabolok.

4.  $\angle ABC = 30^\circ$

$$\angle S_1BC = \angle BCS_1 = 60^\circ$$

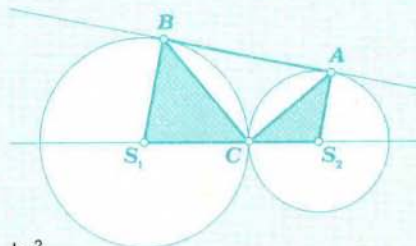
$$\angle ACS_2 = \angle S_2AC = 30^\circ$$

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle BCS_1 +$$

$$+ \angle ACS_2)$$

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\overline{BA} = 2 \overline{AC}$$



$$5. a) 4(a\sqrt{3})^2 = 12a^2$$

$$b) 4((a^2 + b^2) + c^2) = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$

$$c) e^2 = 4a^2 - f^2$$

$$f^2 = 4a^2 - e^2$$

$$2((4a^2 - f^2) + c^2) + 2((4a^2 - e^2) + c^2) = 16a^2 - 2e^2 - 2f^2 + 4c^2 =$$

$$= 16a^2 - 2(4a^2 - f^2) - 2f^2 + 4c^2 = 8a^2 + 4c^2$$

REŠITEV NALOG S TEKMOVANJA ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

1. Rešitev enačbe :  $x = \frac{c}{c-2}$

a)  $x > 0$ , če je  $c > 2$  ali  $c < 0$

$x < 0$ , če je  $0 < c < 2$

$x = 0$ , če je  $c = 0$

b) rešitev ne obstaja, če je  $c-2 = 0$ , torej  $c = 2$

2. Števili:  $(2n-1)^2 - (2n+1)^2 = 192$

$n = 24$

$2n-1 = 2 \cdot 24 - 1 = 47$

$2n+1 = 2 \cdot 24 + 1 = 49$

3.  $v = 2r \Rightarrow v = 4$

$p = \frac{a+c}{2} \cdot v$   $b = \frac{a}{2} + \frac{c}{2}$

$a+c = \frac{2p}{v}$   $b = \frac{a+c}{2}$

$a+c = 10$   $b = 5$

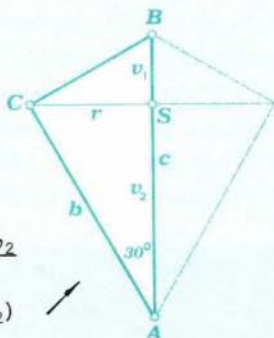
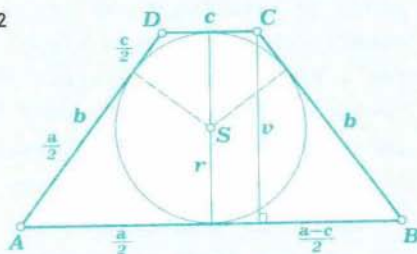
$\frac{a-c}{2} = \sqrt{b^2 - v^2}$

$\frac{a-c}{2} = 3$

$a+c = 10$

$a-c = 6$

$a = 8, c = 2$



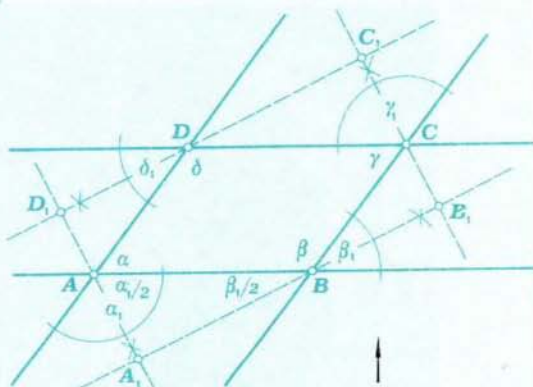
4.  $V = \frac{\pi r^2 v_1}{3} + \frac{\pi r^2 v_2}{3}$

$V = \frac{\pi r^2}{3} (v_1 + v_2)$

Trikotnika  $\triangle ABC$  in  $\triangle ASC$  sta polovici enakostraničnih trikotnikov, zato je

$b = \frac{c\sqrt{3}}{2}$  in  $r = \frac{b}{2} \Rightarrow$

$r = \frac{c\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{c\sqrt{3}}{4}\right)^2 \cdot c = \frac{\pi c^3}{16}$



5.  $\alpha + \beta = 180^\circ$

$\alpha = \beta_1$ , kjer sta obe dvojici krakov vzporedni v isto smer.

$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \Rightarrow \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\beta_1}{2} = 90^\circ \Rightarrow \angle AA_1B = 90^\circ$ , analogno sledi za kote z vrhom  $B_1$ ,  $C_1$  in  $D_1$

Pavle Zajc

## XIX. ZVEZNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV V MATEMATIKI

V Bečićih pri Budvi je bilo v nedeljo, 23. aprila 1978, devetnajsto zvezno tekmovanje matematikov srednješolcev. Organiziralo ga je Društvo matematikov in fizikov SR črne gore. Na tekmovanju je našo republiko zastopalo 9 dijakov, ki jih je izbrala tekmovalna komisija na republiškem tekmovanju mladih matematikov v Mariboru. V slovenski ekipi so bili: Darko Černe, Tomaž Cokan in Brane Božič za prvi razred, Maks Romih za drugi razred, Tone Bregar in Rado Juvan za tretjega, za četrti razred pa so tekmovali Darjo Gruden, Edmond Rusjan in Miha Florjanič.

Že nekaj dni pred tekmovanjem so se ti dijaki zbrali v Ljubljani, kjer so imeli pod vodstvom študentov matematike dvodnevne priprave. Iz Ljubljane smo se odpeljali v soboto in še isti dan prispeli v Budvo. Prijetna okolica hotela Splendid v Bečićih nam je ponudila obilico možnosti za sprostitev in počitek po napornem potovanju. Seveda pa ta dan ni počivala tekmovalna komisija, ki je ves dan izbirala naloge za tekmovanje. Tako so tekmovalci v nedeljo lahko reševali naloge, ki naj se predstavijo kar same:



# 1. RAZRED:

1. Za realna števila  $x, y$  in  $z$  velja  $xyz = 1$ . Določi vrednost izraza

$$S = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1 \cdot x}{(1+y+yz)^x} + \frac{1 \cdot xy}{(1+z+zx)^{xy}} = \frac{1+x+y+1}{1+x+y+1} = 1$$

2. Določi vsa naravna števila, ki so 33-krat večja od vsote svojih cifer!  
 3. Naj bodo  $AA_1, BB_1$  in  $CC_1$  vzporedne tetive nekega kroga. Točke  $A', B', C'$  so simetrične točkam  $A_1, B_1, C_1$  glede na središča daljic  $\overline{BC}, \overline{CA}$  in  $\overline{AB}$  respektivno. Dokaži, da so točke  $A', B'$  in  $C'$  kolinearne!  
 4. Tablica dimenzije  $9 \times 10$  je pokrita z dominami velikosti  $2 \times 1$ . Dokaži, da tablice ne moremo pokriti s temi dominami tako, da bi vsaka domina, ki je bila postavljena navpično, zdaj ležala vodoravno, vsaka vodoravna domina pa bi bila zdaj postavljena pokonci!

# 2. RAZRED:

1. Ali obstajajo taka realna števila  $a, b, c, d$ , da velja:

- 1° enačba  $ax^2 + bdx + c = 0$  ima različna realna korena  $x_1$  in  $x_2$ ,  
 2° enačba  $bx^2 + cdx + a = 0$  ima različna realna korena  $x_2$  in  $x_3$ ,  
 3° enačba  $cx^2 + adx + b = 0$  ima različna realna korena  $x_3$  in  $x_1$ ?

2. Naj bo  $S$  podmnožica realnih števil z lastnostmi:

- 1°  $0 \in S$ ,  
 2°  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \in S$  in  
 3° če  $x \in S$  in  $y \in S$ , potem tudi  $x+y$  in  $xy \in S$ .  
 Dokaži, da

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \in S !$$

3. Dan je četverkotnik  $ABCD$ . Naj bo  $E$  točka na premici  $DB$ , za katero velja  $AE \parallel DC$  in  $F$  točka na premici  $AC$ , za katero velja  $DF \parallel AB$ . Dokaži, da je  $EF \parallel BC$ !  
 4. Za točke  $A_1, A_2, \dots, A_n$  v ravnini velja, da je največja od razdalj  $\overline{A_i A_j}$  ( $i \neq j$ ) enaka 1, a najmanjša enaka  $d$ . Dokaži, da je

$$d < \frac{2}{\sqrt{n} - 1} !$$

# 3. RAZRED:

1. Poišči vsa naravna števila  $n$ , za katera obstaja polinom  $P_n(x)$  stopnje  $n$  s celoštevilskimi koeficienti, ki je v  $n$  različnih celoštevilskih točkah enak  $n$  in  $P_n(0) = 0$ !  $n=2$   
 2. Dokaži, da je naravno število  $n > 2$  praštevilo tedaj in le tedaj, ko ne velja nobena od trditev:  
 1°  $n = 2^s$  za neki  $s \geq 2$ ,  
 2°  $n = u \cdot (2v - u + 1)/2$ , za neka  $v \geq u \geq 3$ .  $u, n \in \mathbb{N}$   
 3. Naj bo  $T$  težišče,  $O$  pa poljubna točka v trikotniku  $ABC$ .  $A_1, B_1$  in  $C_1$  naj bodo presečišča premice  $OT$  s premicami  $BC, CA, AB$  v istem vrstnem redu. Dokaži, da je

$$OA_1 \cdot OB_1 \cdot OC_1 \leq TA_1 \cdot TB_1 \cdot TC_1 !$$

4. V ravnini so dane točke  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Za vsak par različnih točk  $A_i$  in  $A_j$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) velja  $\overline{A_i A_j} \leq 1$ . Dokaži, da število daljic  $\overline{A_i A_j}$  z dolžino 1 ne presega  $3n$ !

#### 4. RAZRED:

1. Naj bo  $n$  naravno število. Označimo s  $p_k$  število nenegativnih celih rešitev enačbe

$$kx + (k+1)y = n - k + 1$$

Izračunaj

$$p_1 + p_2 + \dots + p_{n+1}$$

2. Naj bo  $\{a + (n-1)d, n = 1, 2, \dots\}$  aritmetično zaporedje z razliko  $d > 0$ . Dokaži, da je  $a/d$  racionalno število natanko tedaj, ko lahko iz tega zaporedja izberemo geometrijsko podzaporedje.
3. Naj bo  $P$  taka podmnožica množice naravnih števil  $N$ , za katero velja:  
 1°  $a \in P, b \in P \Rightarrow a+b \in P$ ,  
 2°  $(\nexists q)(q \in N, q > 1)(\exists c \in P)(c \not\equiv 0 \pmod{q})$ .  
 Dokaži, da je  $N - P$  končna množica!
4. Naj bo  $a \geq 3$  in  $P_n(x)$  polinom  $n$ -te stopnje z realnimi koeficienti. Dokaži, da je

$$\max_{0 \leq i \leq n+1} |a^i - P_n(i)| \geq 1$$

Po končanem tekmovanju je tekmovalna komisija, v kateri se je trudil tudi slovenski delegat Franci Forstnerič, pregledala in ocenila naloge. Nagrade in pohvale pa so razdelili takole:

##### 1. razred:

I. nagrada: Nina Ležaić (Srbija);

II. nagrada: Nenad Pecić (Srbija), Tomaž Cokan (Slovenija) in Aleksandar Timčenko (Srbija);

III. nagrada: Miljan Luketa (Bosna in Hercegovina);

Pohvale: Denis Gračanin (Hrvatska), Brane Božič (Slovenija), Milan Prokin (Srbija) in Nebojša Elez (Bosna in Hercegovina);

##### 2. razred:

I. nagrada: ni bila podeljena;

II. nagrada: Ivan Cvekić (Srbija);

III. nagrada: Maks Romih (Slovenija), Miloš Arsenović (Srbija) in Gordan Savin (Hrvatska);

Pohvale: Milan Despotović (Srbija), Milena Dragojlović (Srbija), Spiro Bočvarov (Makedonija), Snežana Stošić, Slobodan Vukosavić (oba Srbija), Goran Vučurević (Vojvodina) in Boran Lažetić (Bosna in Hercegovina);

##### 3. razred:

I. nagrada: ni bila podeljena;

II. nagrada: Romeo Meštović (Bosna in Hercegovina);

III. nagrada: Predrag Galić (Srbija), Danko Jocić (Bosna in Hercegovina), Jaroslav Hubrik in Olga Timčenko (oba Srbija);

Pohvale: Vladan Stamenić (Srbija), Marija Kulaš (SAP Vojvodina) in Jadran Stojanović (Srbija);

4. razred:

I. nagrada: Mladen Bestvina (Hrvatska);

II. nagrada: Aleksandar Vučić (Srbija);

III. nagrada: Amer Bešliagić (Bosna in Hercegovina), Predrag Lončar (Hrvatska) in Novica Blažić (Srbija);

Pohvale: Moma Jovanović (Srbija); Hamid Kulosman (Bosna in Hercegovina), Zoran Vondraček (Hrvatska) in Konstadin Trenčevski (Makedonija).

Naslednjega dne, v ponedeljek, je bilo še izbirno tekmovanje za sestavo olimpijske ekipe, na katerem so izbrani reševalci reševali le tri, vendar malo težje naloge. Navajamo tudi te:

1. Določi vsa cela števila  $x$ ,  $y$  in  $z$ , za katera velja:

$$x^2(x^2 + y) = y^{z+1} !$$

2. Naj bo  $k_0$  enotski polkrog nad premerom  $AB$ ,  $k_1$  pa krog polmera  $r_1 = 1/2$ , ki se dotika  $k_0$  in daljice  $AB$ . Za vsak  $n \geq 1$  naj se krog  $k_{n+1}$  polmera  $r_{n+1}$  dotika krogov  $k_n$  in  $k_0$  ter daljice  $AB$ . Dokaži, da je:

$$1^\circ \frac{1}{r_{n+1}} + \frac{1}{r_{n-1}} = \frac{6}{r_n} - 4,$$

$2^\circ 1/r_n$  je bodisi kvadrat sodega naravnega števila, ali pa dvakratnik kvadrata nekega neparnega števila.

3. Naj bo  $F$  družina podmnožic neke množice z  $n$  elementi. Dokaži naslednjo trditev: če za  $F$  velja, da noben njen element ni podmnožica kakega drugega elementa družine  $F$ , potem je v  $F$  največ

$\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right)$  množic (kjer pomeni  $[m]$  celi del števila  $m$ ).

V ponedeljek popoldne je sledila še uradna razglasitev rezultatov in podelitev nagrad, nato pa so se tekmovalci vrnili domov.

---

Bojan Mohar

---

## REBUS



---

Pavel Gregorc

---

Rešitev: Zemlja

## REPUBLIŠKO TEKMOVANJE V ZNANJU FIZIKE V LETU 1979

Na dosedanjih tekmovanjih so vprašanja obsegala računske naloge iz posameznih poglavij učne snovi v gimnazijah. V novih okoliščinah bo boljše izbrati za vsako tekmovalno skupino osrednji problem, na katerega bi se nanašale naloge. Letos bi s takšno problemsko usmerjenostjo začeli le pri tretji tekmovalni skupini (ki ustreza 4. razredu gimnazij) in sicer s "Sončno energijo". Pri prvih dveh skupinah pa bi ostali pri starem načinu izbire nalog.

Sončna energija je postala zadnja leta zanimiv energijski vir. Vprašanja bi se nanašala na fizikalne osnove in bi okvirno obsegala zakone sevanja teles (Stefanov zakon) in svetlobni spekter (Planckov zakon), merjenje gostote fotonskega toka, oceno razpoložljive sončne energije v primerjavi z drugimi viri. Vprašanja ne bodo zahtevala širšega znanja o obravnavani snovi, temveč preprost fizikalni razmislek in pa občutek za oceno nekaterih fizikalnih količin.

Literatura v slovenščini s tega področja je skromna. Največ boste našli v učbenikih (npr. v učbeniku Kuščer-Moljk Fizika II 19. in 20. poglavje), zahtevnejšo obravnavo pa delno v knjigi J. Strnad: Kvantna fizika, poglavje II (Sigma 1969).

### TEKMOVANJE SKUPIN V FIZIKALNEM IN SPLOŠNEM ZNANJU

Letos bi zopet radi priredili družabno tekmovanje skupin z različnih gimnazij v znanju fizike, naravoslovja in splošnem znanju. Javno tekmovanje skupin bi bilo na predvečer republiškega tekmovanja v kaki dvorani v Kopru. Letos bi vprašanja obsegala:

1. fizikalne osnove uporabe sončne energije
2. fizikalne in naravoslovne značilnosti kraja gostitelja tekmovanja
3. poklic fizika
4. kulturne zanimivosti kraja gostitelja tekmovanja.

Podrobnejša navodila javnega tekmovanja skupin bomo javili, ko

bomo vedeli, koliko skupin se namerava udeležiti tega tekmovanja. V skupini naj bodo 3 dijaki, z iste šole je lahko več skupin. Prosimo šole, da nam javijo do 15. marca, koliko skupin namerava sodelovati na javnem tekmovanju.

#### URNIK TEKMOVANJ

Republiško tekmovanje iz fizike bo v soboto, 12. maja 1979 v Kopru. Sekretar tekmovanja je prof. Aljoša Žerjal (gimnazija Koper, Cankarjeva 2). Pričetek tekmovanja bo ob 10<sup>h</sup>, tekmovanje bo trajalo 3 ure. Nato bo kosilo za vse udeležence, po kosilu pa obisk inštituta tovarne Tomos za 4. razred in ogled luke za ostale. Ob 17<sup>h</sup> bo slovesna razglasitev rezultatov in podelitev priznanj najuspešnejšim tekmovalcem. Javno tekmovanje skupin v fizikalnem in splošnem znanju bo na predvečer, v petek 11. maja ob 19<sup>30</sup>. Dijaki bodo prenočili v Kopru (v dijaškem domu, pri bližna cena prenočišča je 70 din).

Podrobnejša navodila o tekmovanju bomo poslali na šole pozneje, skupaj z navodili o izvedbi predtekmovanj. Vsa vprašanja in sugestije v zvezi z izvedbo obeh tekmovanj, kot tudi prijavo ekip za skupinsko tekmovanje, pošljite na naslov: B. Golli, Oddelek za fiziko, Jadranska 19, p.p. 543, 61001 Ljubljana.

---

*Bojan Golli*

---



SESTAVLJENA PROIZVODNO, TRGOVSKA ORGANIZACIJA ZDRUŽENEGA DELA



**LIBELA**

INDUSTRIJA TEHTNIC IN FINOMEHANIKE  
63 000 CELJE, OPEKARNIŠKA 2

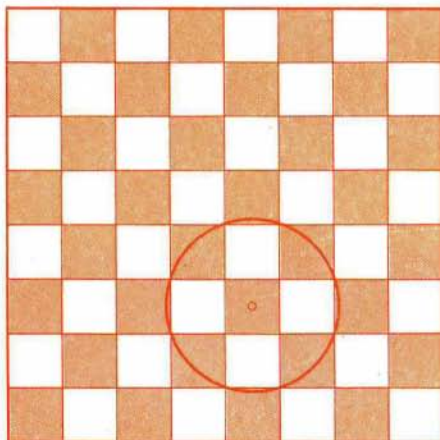
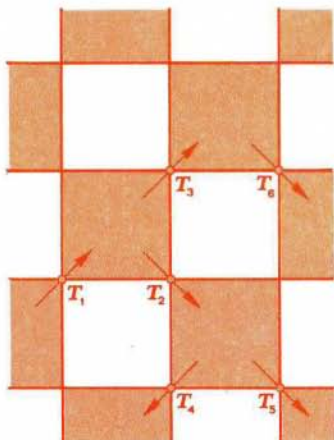
|                                   |        |
|-----------------------------------|--------|
| HIŠNA CENTRALA                    | 26-311 |
| GLAVNI DIREKTOR                   | 22-250 |
| DIREKTOR TOZD TEHTNIC             | 24-055 |
| DIREKTOR TOZD SERVISI             | 22-010 |
| PRODAJA                           | 22-141 |
| HIŠNA C. TOZD IFA                 | 23-046 |
| PRODAJA TOZD IFA                  | 22-793 |
| TELEGRAM: LIBELA — CELJE          |        |
| TELEX: 33 530                     |        |
| ZIRO RACUN: 50700-601-10446 CELJE |        |



## PREMISLI IN REŠI

Naloga iz Preseka VI/1 ni bila pretežka, saj ste nam poslali 24 odgovorov, od teh le trije niso bili pravilni. Zapišimo rešitev, ki nam jo je poslala Helena Dolenc.

Če naj krožnica potuje le po črnih poljih šahovnice, potem lahko gre iz enega črnega kvadrata v drugega samo čez njuno skupno oglišče. Z začetkom v točki  $T_1$  na sliki dobimo naslednje prehode za krožnice:



Ker tri točke natanko določajo krožnico, nam točke  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_5$  ali  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $T_6$  določajo največjo možno krožnico. Ena od njih je narisana tudi na šahovnici. Točke  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$  določajo manjšo krožnico, še manjše krožnice pa so znotraj črnega polja.

Zastavljeno nalogo so pravilno rešili:

Uroš Cegnar, o.š. Simon Jenko, Kamnik; Helena Dolenc, o.š. Gornji Logatec; Andrej Florjančič, o.š. Dušan Bordon, Koper; Zoran Grom, Drenov Grič; Kristina Hribar, Gimn. Rudolfa Maistra, Kamnik; Stojan Ihanec, TSEŠ, Trbovlje; Andrej Jakobčič, STŠ, Novo mesto; Franc Jerala, Kranj; Ivan Jovan, STŠ, Velenje; Eda Kofol, gimn. Koper; Terezija Kolenc, gimn. p.s. Trbovlje; Franc Koželj, Trebnja Gorica; Igor Kukavica, I. gimn. Ljubljana; Romana Kropec, gimn. Celje; Urška Lavrenčič, o.š. Cerknica; Mateja Mihelčič, VII. gimn. Ljubljana; Janja Močan, Krmelj; Igor Močnik, I. gimn. Ljubljana; Barbara Motnikar, o.š. F. Albreht, Kamnik; Marjan Nedoh, o.š. Dušan Bordon, Koper; Helena Povše, Novo mesto.

Izžrebani so bili: Marjan Nedoh in Andrej Florjančič, 8.r. o.š. Dušan Bordon, Koper, Igor Kukavica, I. gimn. Ljubljana. Za nagrado dobijo knjigo Dirk J. Struik, Kratka zgodovina matematike.

---

*Jože Dover*

---

Rešitve tele naloge pa nam pošljite do 20. aprila:

Na dvorišče vržemo dve zrni koruze in tri zrna pšenice. Pozobljeta jih petelin in kokoš. Na koliko različnih načinov se lahko to zgodi?

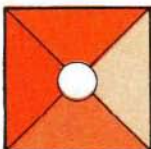
---

*Franz Oblak*

---



*Boža Jenko*



## PISMA BRALCEV

Tokrat so nam poslali pisma kar trije sedmošolci in sicer ZORAN GROM iz Drenovega griča, ANICA KELOVA iz Kamnika in RUDI KARLIČ iz Tržišča. Vsi trije so naročeni na Presek prvo leto in hkrati ugotavljajo, da je v Preseku objavljeno premalo nalog, primernih za 7. razred. Prav tako vsi trije želijo, da bi izhajalo več številok "... pa čeprav bi bilo treba malo globlje seči v žep." je zapisal Zoran. Vsi so zadovoljni s Presekom. Zoran pravi: "Že takoj, ko sem dobil v roke vašo prvo številko, mi je bila zaradi pestrosti in raznolikosti zelo všeč." Anica pa meni, da si bo ob reviji pridobila veliko znanja. Rudi je zapisal takole: "Presek je zelo zanimiv in poučen. Zato čestitam in se zahvalim za dobro delo in ves trud uredniškemu odboru. Želim si, da bi bilo v Preseku več križank. Vsem se zahvalim za sedanji in bodoči trud."

Tudi mi se zahvaljujemo vsakemu posebej! Zoranu hvala za poslano rešitev. Glede težjih nalog in člankov lahko povemo, da jih boste že ob letu hitreje in bolje razumeli. Tako vam bo Presek z vsemi številkami ostal prijatelj tudi v poznejših študentskih letih. V upanju, da nam boste še kdaj pisali, vsem trem želimo še dosti veselja ob Preseku.

JOVAN IVAN iz Doliča je napisal: *Pozdravljeni! Sem učenec prvega letnika strojne tehnične šole v Velenju. Na revijo sem naročen prvo leto, čeprav ji sledim že štiri leta. Posebej rad prebiram astronomijo in fiziko in tudi matematiko. Revija je zelo skrbno pripravljena, za kar vas moram pohvaliti. Takšen Presek si želim še vnaprej. Želim vam največ sreče pri urejanju.*

Ivan, zadovoljni smo, da je Presek prišel tudi do tebe in ti prinesel zadovoljstvo. Ali je na vaši šoli kaj več naročnikov? Vsekakor se bomo trudili, da ti bo ostal Presek vseh tudi vnaprej. Prisrčno bodi pozdravljen in piši nam še kdaj.

KRISTINA HRIBAR iz Kamnika je poslala pismo z naslednjo vsebino: *Spoštovani! Najprej vas prav lepo pozdravljam in vam želim veliko sreče pri urejanju vašega in našega lista še vnaprej. Sem dijakinja 2. letnika pedagoške gimnazije in sem na Presek naročena letos prvo leto. Moram reči, da me je že prva številka v tem letu naravnost očarala. Posebno so mi vseh matematični prispevki, saj imam ta predmet najraje. Tudi rubrika Premisli in reši ni napačna in je vredna pohvale, zelo vseh pa mi je Bistrovidec. Prilagam tudi rešitev uganke. Upam, da je prava. Če ni, bo pa drugič bolje. Lep pozdrav!*

Pismo nas je zelo razveselilo, ker si se že prvo leto vključila v naše delo. Kristina, tudi v bodoče bomo pričakovali tvojih rešitev! Ali lahko upamo tudi na kakšno zastavljeno nalogo? Želimo ti veliko matematičnih uspehov!

JELKA BEZJAK iz Pesnice pri Mariboru piše: *Pišem vam prvič, čeprav sem naročnik že četrto leto. Kot osmošolko me zelo zanima matematika. Zelo redno ter z veseljem rešujem naloge iz Preseka. V prostem času se ukvarjam z matematiko in vam prilagam štiri kvadrate, pri katerih je vsota vodoravno in navpično vedno enaka. Zanima me tudi fizika in astronomija. Revija Presek mi zelo ugaja. Žal mi je, da ne more izhajati vsaj vsakih 14 dni, a vem, da je to trenutno nemogoče. Drugače je vedno boljše. Želim vam še mnogo uspeha pri sestavljanju nalog ter urejanju te čudovite revije.*

Jelka, hvala za poslani prispevek in za tako aktivno spremljanje Preseka. Tudi za razumevanje glede pogostejšega izhajanja revije, hvala. Oglasi se kmalu!

RENATO HORVAT iz Ljubljane pa je napisal takole: *Lepo pozdravljeni! Ker mi je Presek všeč, sem ga naročil tudi letošnje šolsko leto. Tudi mene moti, da Presek ne izhaja bolj pogosto. Vendar je Presek obsežna in vsebinsko zelo bogata revija. Najbolj sta mi všeč matematika in astronomija, vendar tudi fizike ne gre prezreti. Zanimive so matematične naloge, katere rešujem in jih tudi pošiljam. Želim vam mnogo uspeha pri urejanju vaše in naše revije.*

Hvala ti, Renato, za vse poslane rešitve in za prijazno pismo. V upanju, da nam boš poslal tudi kakšno nalogo, te lepo pozdravljamo.

---

*Matilda Lenarčič*

---

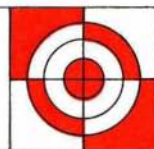
#### ZABAVNE PIKE - rešitev s strani 163

Vsota vseh pik na prvih dveh dominah, s katerima igra Marija, je 23, kar nam dasta domini s 6-6 in 6-5 pikami. Jožičine pike znesejo 20, kar pomeni, da ima Jožica domini s 6-4 in 5-5 pikami. Vsoto 18 pik, ki jo ima Franci, imata domini s 6-3 in 5-4 pikami. Marko ima domini s 5-3 in 4-4 pikami, kar da skupno vsoto 16 pik. Ko pride Marija tretjič na vrsto, igra z domino, ki ima 6-2 pik.

Marija prične igro. Če bi pričela graditi verigo z domino 6-6, bi morala Jožica igrati z domino, ki ima 6-4 pik, Franci s 6-3 in Marko s 3-5 ali s 4-4. Nihče ne bi mogel igre nadaljevati, če bi Marko položil domino s 4-4 pikami in le eden bi lahko nadaljeval igro, če bi Marko položil domino s 3-5 pikami. To pomeni, da mora Marija pričeti gradnjo verige z domino 6-5, ostali pa ji sledijo v naslednjem vrstnem redu:

|        | 1. domina | 2. domina |
|--------|-----------|-----------|
| Marija | 6-5       | 6-6       |
| Jožica | 5-5       | 6-4       |
| Franci | 5-4       | 6-3       |
| Marko  | 4-4       | 5-3       |

# REŠITVE NALOG



ROJSTNI DAN TETE AMALIJE - rešitev s str.144



Slika 1 a)

b)

c)

č)

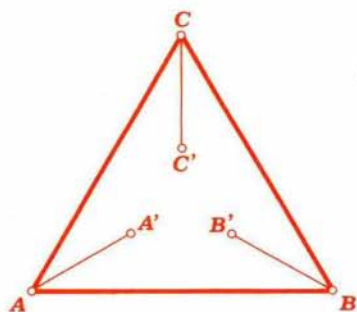
Pa še dokažimo, da ni drugih možnosti kot na zgornji sliki!

Oglejmo si dve možnosti:

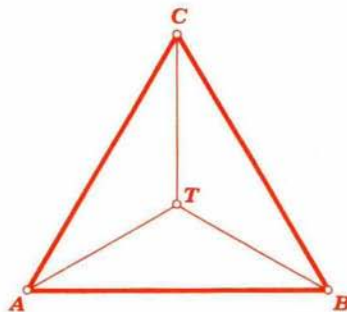
I) Vse tri kote razrežemo.

II) Vsaj en kot torte ostane nerazrezan.

Prva možnost je nakazana na sliki 2, če napravimo v vsak kot samo en rez. Ob sliki 2 nam je kajpak "jasno", da ne moremo dobiti treh trikotnikov, če se vsi trije rezi ne stikajo v eni sami točki  $T$ . To naše "prepričanje" še utemeljimo z dokazom. Preštejmo, koliko oglišč bo najmanj nastalo. Vsako od oglišč  $A, B, C$  bo zdaj štelu dvakrat, ker se bodo pojavila v dveh trikotnikih.



Slika 2

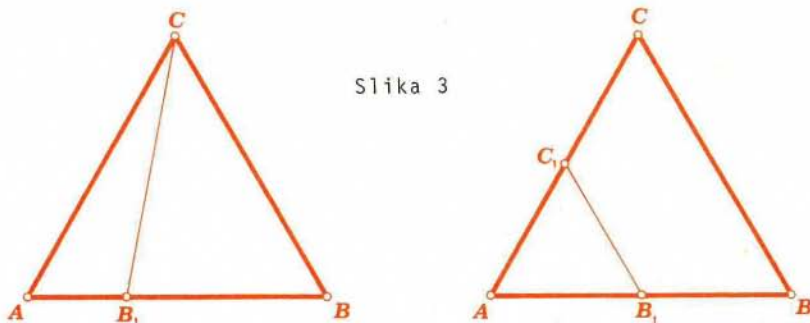


Torej imamo že šest od devetih oglišč, kolikor jih imajo skupaj trije trikotniki. Naj bodo zdaj  $A'$ ,  $B'$  in  $C'$  druga krajišča novih stranic, ki se začnejo v  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (slika 2). Seveda je lahko katera od točk  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  tudi na robu trikotnika. Vsaka od novo nastalih točk pa ustvari vsaj dve novi oglišči, pa naj bo na robu ali v notranjosti trikotnika. Torej bo novih oglišč preveč, če niso tri točke  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  ena sama točka  $T$ . To nam da ravno rešitev pod a).

Če ostane vsaj en kot nerazrezan, bo to tudi kot v enem od novih trikotnikov; na sliki 3 smo pustili kot pri  $A$  nerazrezan. Drugi dve oglišči novega trikotnika ležita zato na stranicah  $b$  in  $c$ . Obe hkrati ne moreta pasti kar v oglišči  $B$  in  $C$ , ker bi sicer trikotnik  $AB_1C_1$  požrl celo torto. Ostaneta možnosti (slika 3):

- 1) oglišče  $C_1$  pade v  $C$ , oglišče  $B_1$  v notranjost stranice  $a$  - vlogi  $B_1$  in  $C_1$  sta seve lahko zamenjani. ( $B_1$  pade v  $B$  in  $C_1$  v notranjost stranice  $b$ .)
- 2) obe novi oglišči padeta v notranjost stranic.

Če imamo opravka s prvo možnostjo, nam preostane od torte še trikotnik  $B_1BC$ , ki ga moramo razdeliti na dva trikotnika. To napravimo tako, da zvežemo eno od oglišč z nasprotno stranico. Če izberemo oglišče  $C$ , najdemo rešitev b) s slike 1, če režemo preko  $B_1$ , je to rešitev c), in oglišče  $B$  da rešitev č).



Slika 3



---

Ilustr. *Alenka Potnik*

---

Druga možnost ne prinese nič bistveno novega. Ostanek torte je v tem primeru četverokotnik, ki ga moramo pač razrezati po eni od diagonal, in pristanemo pri rešitvi c).

Izčrpali smo vse možnosti, dokazali pa še nekaj več, kot je zahtevala teta Amalija. Kakršenkoli razrez trikotnika na tri trikotnike - ne nujno ploščinsko enake - pade pod eno od možnosti na sliki 1. Ko si želimo delitev na tri ploščinsko enake kose, le v rešitvi pod a) izberemo težišče, v ostalih treh pa odrežemo prvi kos tako, da je delišče na eni tretjini osnovnice, preostali trikotnik pa delimo po eni od težiščnic.

Naloga:

Zakaj dobimo z rezi od oglišč do težišča tri ploščinsko enake trikotnike?

---

*Peter Petek*

---

1. Stranica  $b$  je za  $2n(mn - 1)$  manjša od vsote stranic  $(a+c)$  in stranica  $a$  je za  $2m(mn - 1)$  manjša od vsote stranic  $(b+c)$ .
2.  $p = ps \Rightarrow p = p/s = mn - 1$
3.  $p = abc/4r \Rightarrow r = abc/4p = (1 + n^2)(1 + m^2)/4$   
 Produkt  $(1 + m^2)(1 + n^2)$  je deljiv s 4, če sta  $m$  in  $n$  lihi števili.
4.  $v_a = 2p/a = 2n(m + n)/(1 + n^2)$   
 $v_b = 2p/b = 2m(m + n)/(1 + m^2)$   
 $v_c = 2p/c = 2mn/(mn - 1)$   
 Vsi trije imenovalci morajo biti sodi, zato sta  $m$  in  $n$  lihi števili. Število  $(mn - 1)$  je potem sodo in je tuje proti  $mn$ . Če naj bo  $v_c$  celo število, mora biti  $mn - 1 = 2$ . Od tod  $mn = 3$ . Vstavimo  $m = 3$  in  $n = 1$  v izraz za  $v_a$  in  $v_b$  in se prepričamo, da  $v_b$  ni naravno število.
5. Za  $m = 2$  in  $n = 2$  dobimo trikotnik s stranicami  $a = 10$ ,  $b = 10$  in  $c = 12$ . Okrajšamo z 2 in dobimo  $a^* = 5$ ,  $b^* = 5$  in  $c^* = 6$ !
6. Za pravokotni trikotnik s celoštevilskimi stranicami velja:  
 $a = u^2 - v^2$ ,  $b = 2uv$  in  $c = u^2 + v^2$  (glej Presek - 4/1977/78). Ploščina je:  $p = ab/2 = (u^2 - v^2)uv$ .

---

*Danijel Bezek*

---

Potrebne so tri zareze:

0 1 2 6 9,    0 1 4 7 9,    0 2 5 8 9,    0 3 7 8 9

---

*Roman Rojko*

---

Navedli bomo dva primera reševanja.

1. Najbolj neroden in brez domišljije je postopek, da prvo število zapišemo:  $1000a + 100b + 10c + d$ , drugo pa  $1000e + 100f + 10g + 10h + i$ .  $a, b, c, d, e, f, g, h$  in  $i$  so številke 1 do 9. Števili pomnožimo in potem analiziramo vsak križni produkt tako, da začnemo pri najvišjem.

2. Najlažja rešitev je, če se spomnimo znanega pravila: če je vsota dveh števil konstantna, je njun produkt največji, ko je njuna razlika najmanjša. Torej zapišemo:

$$x + y = k \qquad x - y = d$$

Kvadriramo obe enačbi in ju odštejemo, dobimo

$$4xy = k^2 - d^2$$

Iz te enačbe vidimo, da je produkt dveh števil tem večji, čim večja je vsota in čim manjša je razlika. Hitro lahko ugotovimo, da morata biti največji številki 8 in 9 napisani čimbolj levo, splošneje: da mora vedno ležati večje število levo od manjšega. Z uporabo zgornjega pravila ugotovimo, da se številu 9 priključi 6, številu 8 pa 7, tako bo vsota čim večja, razlika pa čim manjša. Ta postopek uporabljamo do najmanjšega števila. Paziti pa moramo, da se število 1 priključi manjšemu številu.

|   |    |     |       |
|---|----|-----|-------|
| 9 | 96 | 964 | 9642  |
| 8 | 87 | 875 | 87531 |

Tako vidimo, da je največji produkt  $9642 \times 87531$ , ki je 843973902.

Vir: A. Graham - *Mathematical Problems and Methods*

---

*Ivan Draksler*

---

Naj bo  $n$  število orehov, ki jih je zjutraj dobil vsakdo od petih mornarjev. Potem je  $5n+1$  število orehov, ki so bili v vreči, preden so si jih zjutraj razdelili. Poslednji "tat" si je vzel  $(5n+1)/4$  orehov, do takrat pa je v vreči bilo

$$5 \cdot \frac{5n+1}{4} + 1 = \frac{25n+9}{4}$$

orehov. Predzadnji si je vzel

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{25n+9}{4}$$

do takrat pa je bilo v vreči

$$5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{25n+9}{4} + 1 = \frac{125n+61}{16}$$

orehov. Tretji si je vzel

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{125n+61}{16}$$

orehov, do takrat pa je bilo v vreči

$$5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{125n+61}{16} + 1 = \frac{625n+369}{64}$$

orehov. Drugi si je vzel

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{625n+369}{64}$$

orehov, do takrat pa je bilo v vreči

$$5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{625n+369}{64} + 1 = \frac{3125n+2101}{256}$$

orehov. In končno, prvi mornar si je vzel

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3125n+2101}{256}$$

orehov, predtem pa so bili v vreči vsi orehi

$$\begin{aligned} N &= 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3125n+2101}{256} + 1 = \frac{15625n+11529}{1024} = \\ &= 15n + 11 + (625n+265)/1024 \end{aligned}$$

Ker je  $N$  naravno število, mora biti  $265(n+1)$  deljivo z 1024. Najmanjši  $n$ , ki ustreza temu pogoju, je očitno  $n = 1023$  in zato je najmanjše možno število orehov  $N$

$$N = 15 \cdot 1023 + 11 + 265 = 15621$$

Naloga je rešena, a dober matematik z njo ni zadovoljen. Reši-

tev ni lepa. Poiščimo lepšo in krajšo rešitev:

Začnimo obratno - pri prvem mornarju. Očitno je  $N = 5t+1$ , torej da  $N$  pri deljenju s 5 ostane 1. Taka števila najdemo v zaporedju naravnih števil 1,2,3,4,5,... v razmakih po pet in zato, čim poznamo enega, lahko najdemo poljubno mnogo drugih tako, da mu prištejemo poljuben mnogokratnik 5 (ali pa ga odštejemo). Po izkušnji drugega mornarja je  $k = 4(N-1)/5 = 4t$  enako  $k = 5t_1+1$ , torej  $k$  da pri deljenju s 5 ostane 1. To pa pomeni, da da  $t$  pri deljenju s 5 ostane 4, oziroma da  $N = 5t+1$  da pri deljenju s 25 ostane 21. Števila, ki ustrezajo temu pogoju, nastopajo v zaporedju naravnih števil z razmakom po 25, zato poljubno tako število lahko uporabimo za iskanje preostalih, če mu prištejemo (odštejemo) večkratnike števila 25. Popolnoma enako da po izkušnji tretjega mornarja  $k_1 = 4(k-1)/5 = 4t_1$  pri deljenju s 5 ostane 1. Ta pogoj določa ostanek pri deljenju števila  $t_1$  s 5 ali ostanek pri deljenju števil  $k$  in  $t$  s 25 ali ostanek pri deljenju števila  $N$  s 125. Vsi pogoji določajo ostanek pri deljenju števila  $N$  s  $5^6 = 15625$ . Števila, ki temu pogoju zadoščajo, leže v zaporedju naravnih števil v razmakih po 15625.

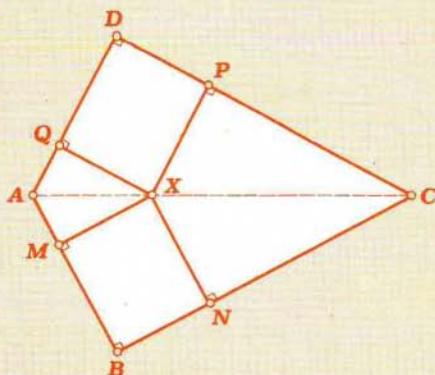
Lahko bi izračunali ostanek deljenja števila  $N$  s  $5^6$ , vendar tega ne potrebujemo. Eno število, ki ustreza vsem zahtevam naloge, je namreč več kot očitno. To je celo število -4. Res, pri deljenju s 5 daje -4 ostanek +1. Če torej izpeljemo iz -4 število 1 in odščipnemo 4/5 od dobljene razlike, ki je že deljiva s 5, dobimo seveda -4. Zato bomo dobili pri vseh zaporednih delitvah s 5 ostane 1. Res je, da -4 ne more biti odgovor na naša vprašanje, ker je negativno število, toda čim poznamo eno število, lahko dobimo poljubno mnogo drugih, če jim prištejemo mnogokratnik  $5^6$ . Očitno je potem najmanjše naravno število, ki reši nalogo,  $-4+5^6 = 15625-4 = 15621$ .

---

*Dušan Repovš*

---

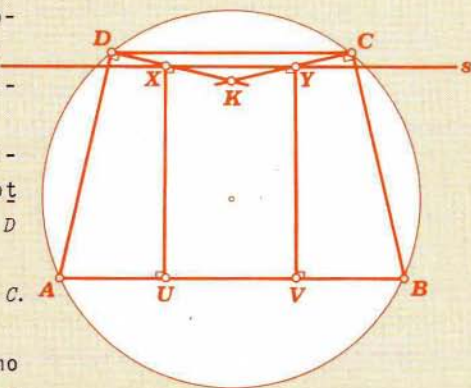
- 1<sup>o</sup> Naj ima četverokotnik vsaj en pravi kot. Ker je tetiven, je tudi nasproten kot pravi. Razdelitev na 4 tetivne četverokotnike poteka takole:



Pravi kot je v oglišču B. Izberemo poljubno točko na diagonali AC. Iz nje narišemo pravokotnico na stranice. S tem smo že dobili 4 tetivne četverokotnike, dva sta celo pravokotnika. Pravokotnik lahko razdelimo na poljubno število pravokotnikov. Potemtakem je v tem primeru razdelitev možna.

- 2<sup>o</sup> Naj bodo zdaj vsi koti ostri ali topi, le  $90^\circ$  naj ne meri nobeden izmed njih. Enostavno dokažemo, da obstaja stranica, ob kateri sta oba kota topa. Označimo jo s  $CD$ .

Takole ravnajmo: Konstruirajmo daljico  $XD$ , pravokotno na daljico  $AD$  v točki  $D$  in prav tako daljico  $YC$ , pravokotno na  $BC$  v točki  $C$ . Presečno točko daljic  $XD$  in  $YC$  označimo  $K$ . Narišimo premico  $s$ , vzporedno daljici  $AB$ , in sicer naj se  $s$  seka z daljico  $XD$  znotraj daljice  $DK$  in z daljico  $YC$  znotraj daljice  $CK$ . Narišimo pravokotnici iz  $X$  in  $Y$  na daljico  $AB$ .



\*Bralec naj premisli o eksistenci take premice  $s$ .

Tako smo dobili 4 četverokotnike. Četverokotnika  $AUXD$  in  $VBCY$  sta tetivna.  $UVYX$  je pravokotnik. Pokazati moramo še, da je četverokotnik  $XYCD$  prav tako tetiven. V ta namen je potrebno in zadostno, če pokažemo, da je

$$\text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) = \pi$$

Ker je četverokotnik  $ABCD$  tetiven, velja

$$\text{kot}(ADC) + \text{kot}(ABC) = \pi$$

Poiščimo

$$\text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) = \text{kot}(ADC) - \pi/2 + 2\pi - \pi/2 - \text{kot}(VYC)$$

Iz četverokotnika  $VBCY$  vidimo, da je

$$\text{kot}(VYC) = \pi - \text{kot}(ABC)$$

To uporabimo in dobimo

$$\begin{aligned} \text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) &= \text{kot}(ADC) + \pi - \pi + \text{kot}(ABC) = \\ &= \text{kot}(ADC) + \text{kot}(ABC) = \pi \end{aligned}$$

S tem smo trditev dokazali.

Ker lahko pravokotnik vedno razdelimo na poljubno število pravokotnikov, smo z našim sklepanjem dokazali, da lahko vsak tetivni četverokotnik razdelimo na poljubno število tetivnih četverokotnikov, če jih sme biti več kot tri. Bralec naj razmisli, kako bi bilo za  $n = 2$  ali 3.

---

*Dušan Repovš*

---

[1] Matematičko-fizički list, Zagreb, 23(1972/73)3

HISNA ŠTEVILKA - rešitev iz P VI/2, str. IV

Rešitvi: 35 in 49 , 204 in 288

---

*Vladimir Batagelj*

---

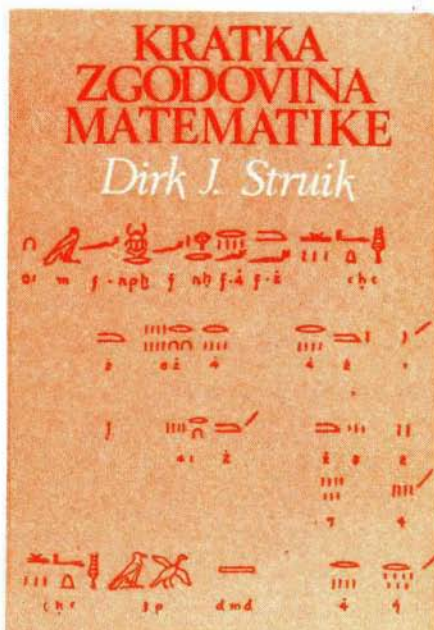
Struik Dirk J., Kratka zgodovina matematike. - Ljubljana: DZS, 1978. - 256 str. - Cena 125.-din (100.-din) (Knjižnica Sigma; 27)

Že naslov pove, da govori knjiga o zgodovini in razvoju matematike. Avtor skuša v osmih poglavjih zajeti celotno zgodovino od začetkov do vključno 19. stoletja. Snov je zato nujno omejena in skrčena na "točen opis glavnih smeri v razvoju matematike skozi stoletja, kakor tudi socialno in kulturno ozadje, v katerem se je razvijala", kot pravi sam avtor v uvodu.

Z večjim razumevanjem bo knjigo bral bralec, ki ima vsaj nekaj osnovnih pojmov o različnih vejah matematike, čeprav v prvih štirih poglavjih lahko najde marsikaj razumljivega tudi tisti, ki se ravno vpi suje v srednjo šolo.

Ob prebiranju knjižice nekako ne morem, da ne bi mislil na odlično delo domačega avtorja Franceta Križaniča: Križem po matematiki (MK Ljubljana 1960), ki bi morda z majhnim dodatkom ostala in postala res dostopna našemu bralcu. Žal je že dolgo razprodana.

*Franc Oblak*

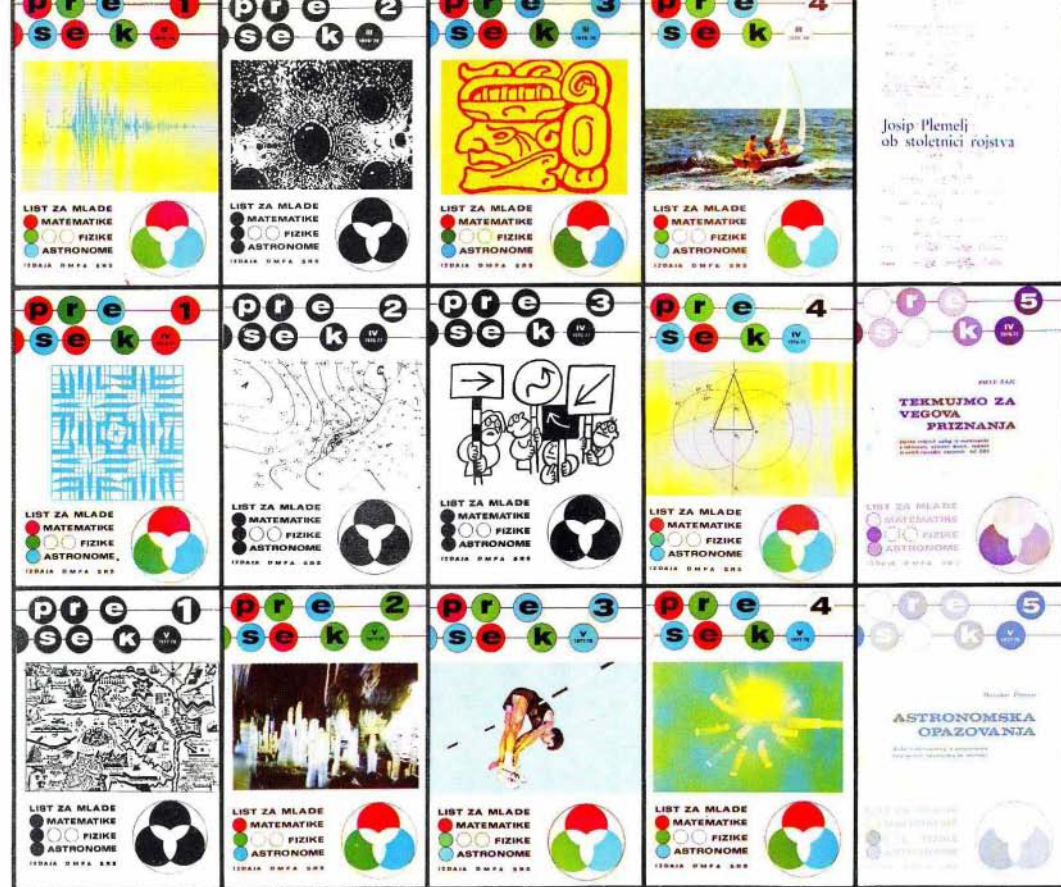


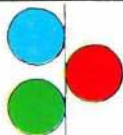
## NOVE KNJIGE

Naročniki Preseka lahko dobijo pri Komisiji za tisk knjige iz zbirke Sigma in druge naše publikacije z 20% popustom.

Večino od njih smo vam v Preseku že predstavili. Danes pa vas obveščamo, da vam nudimo pri skupinskem naročilu 10% popust tudi pri Zbirki vaj iz aritmetike, algebre in analize za 1., 2., 3. in 4. razred gimnazije. Učenci osnovnih šol pa lahko pri skupinskem naročilu dobijo z enakim popustom Tablice kvadratov, kubov, kvadratnih in kubičnih korenov naravnih števil od 1 do 999 ter obsegov in ploščin kroga za merska števila premera od 1 do 299.

*Ciril Velkoverh*





## NOVE KNJIGE



Vladis Vujnović: ZVIJEZDE, PULSARI, KOLAPSARI...

2. predelana izdaja, Sarajevo 1978, 71 str.

Knjiga je vredna pozornosti. Ljubitelji astronomije srečajo v njej mnoga zanimiva nebesna telesa tudi z druge - astrofizikalne plati.

V prvem delu avtor na enostaven način prikaže razmere, ki vladajo na Soncu in sorodnih zvezdah. Preostali, znatnejši del je posvečen nenavadnim nebesnim telesom: belim pritlikavkam, spremenljivkam, pulzarjem in črnim luknjam. Marsikaj lahko zvemo o pogojih na teh zvezdah in o obnašanju snovi v takih pogojih.

Knjiga je namenjena predvsem mladim astronomom - dijakom, ki želijo zvedeti kaj več ne le o zvezdah, temveč tudi o nerešenih vprašanjih današnje astrofizike.

*Miro Javornik*

