

PRESSEK

#3

MATEMATIKA • FIZIKA • ASTRONOMIJA • RAČUNALNIŠTVO



DRGALO
IZ NOVAKOV

PREPOGIBANJE
TRAKU IN ENA-
KOSTRANIČNI
TRIKOTNIK

SNEŽNE PIKE

ŠTEVILO 2025

Leto 2025 bo Mednarodno leto kvantnih znanosti in kvantnih tehnologij



INTERNATIONAL YEAR OF Quantum Science and Technology

Združeni narodi so 7. junija 2024 razglasili leto 2025 za Mednarodno leto kvantne znanosti in tehnologije (IYQ). To posebno leto obeležuje 100-letnico razvoja kvantne mehanike in bo posvečeno dejavnostim, ki bodo povečale ozaveščenost javnosti o pomenu kvantne znanosti in njenih aplikacij.

V letu 2025 bodo v svetu potekali številni dogodki, izobraževalne aktivnosti in pobude, ki bodo poudarjale ključni pomen kvantne znanosti za tehnološki napredek, trajnostni razvoj in reševanje globalnih izzivov, kot so podnebne spremembe, energetska varnost, prehranska varnost in dostop do čiste vode. Tudi v Sloveniji bomo IYQ2025 obeležili s številnimi javnimi predavanji, razstavami in dogodki. Mednarodno leto kvantne znanosti in tehnologije je priložnost, da se učimo, raziskujemo in navdihujemo nove generacije kvantnih fizikov, ki bodo s svojo ustvarjalnostjo in znanjem spreminjali svet.

Vabljeni, da se pridružite praznovanju leta kvantne znanosti! Več informacij o dogodkih boste našli na spletnih straneh <http://qutes.si/> in <http://quantum2025.org>. × × ×



Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 52, šolsko leto 2024/2025, številka 3

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Nino Bašič (računalništvo), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek, Vilko Domajnko, Andrej Guštin (astronomija), Maja Klavžar, Damjan Kobal, Lucijana Kračun Berc (tekmovanja), Boštjan Kuzman (matematika), Peter Legiša, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič (odgovorni urednik), Marko Razpet, Grega Rihtar (jezikovni pregled), Matjaž Vencelj, Matjaž Zaveršnik.

Dopisi in naročnine: Fakulteta za matematiko in fiziko, Presek, Jadranska ulica 19, 1000 Ljubljana, telefon (01) 4766 558.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: zalozba@fmf.uni-lj.si

Naročnina za šolsko leto 2024/2025 je za posamezne naročnike 25,00 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 22,00 EUR, posamezna številka 6,00 EUR, stara številka 4,00 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 30 EUR.

Transakcijski račun: 01100-6030708962.

List sofinancira Javna agencija za znanstvenoraziskovalno in inovacijsko dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih poljudno-znanstvenih periodičnih publikacij.

Založila Fakulteta za matematiko in fiziko

Oblikovanje Lucia Jamnik

Tisk Collegium Graphicum, Ljubljana

Naklada 900 izvodov

© 2024 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in Fakulteta za matematiko in fiziko

ISSN 2630-4317 (Online), ISSN 0351-6652 (Tiskana izd.)

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja Priказe novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt. Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva **Fakulteta za matematiko in fiziko, Presek, Jadranska 19, 1000 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte zalozba@fmf.uni-lj.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvirne datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

MATEMATIČNI TRENUTEK

- 2 Leto 2025 bo Mednarodno leto kvantnih znanosti in kvantnih tehnologij

UVODNIK

- 4 Branje?
(Andrej Likar)

MATEMATIKA

- 5-8 Prepogibanje traku in enakostranični trikotnik
(Nada Razpet)
- 9-10 Število 2025
(Marko Razpet)

FIZIKA

- 11-15, 18 Drgalo iz Novakov
(Nada Razpet)

ASTRONOMIJA

- 19-23 Zbirka nalog z astronomskih tekmovanj 2009-2024
(Vid Kavčič)

RAZVEDRILO

- 16-17 Nagradna križanka
(Marko Bokalič)
- 8, 23 Križne vsote
- 8 Novoletna uganka
- 24-25 GeoGebrin kotiček -
Dva kvadrata v polkrogu
(Boštjan Kuzman)
- 28-29 Naravoslovna fotografija -
Snežne pike
(Ana Rebeka Kamšek, Simon Čopar)
- 28-29 Naravoslovna fotografija -
Proge na zamrznjeni luži
(Aleš Mohorič)
- 30 Bilo je nekoč v reviji Presek -
1.kongres matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

SLIKA NA NASLOVNICI: Ledene rože so zaradi različnih vzrokov, na primer vse boljših večslojnih okenskih šip in izolacije, podnebnih sprememb in posledično milejših zim, postale prava redkost. So kot kake posebne sorte orhidej. Danes jih lahko še najpogosteje občudujemo na vetrobranskih in drugih avtomobilskih steklih, preden se jih lotimo s strgalom in termodinamiko. Ledene resublimacijske tvorbe na steklih so lahko res osupljive, kot so te na fotografiji. Še didaktično opozorilo. Ko dijake sprašujemo po primerih sublimacije, v en glas navedejo primer joda, mnogo bolj vsakdanji in pomembnejši proces pri vodi pa jim je neznanka. O tem jodu jim razlagajo v šolah in tako je že iz mojih šolskih dni pred skoraj petdesetimi leti. Sublimacije joda že dolgo nisem videl in večina današnjih šolarjev je tudi ni. Čas je, da njegovo šolsko vlogo prevzame voda. Foto: Andrej Guštin

Branje?



ANDREJ LIKAR, UREDNIK ZA FIZIKO

Ko so Evropejci v Južni Afriki predstavili pisavo vodji domačinov Zulujcev, Šaki Zuluju, je ta najprej preizkusil, če njihove navedbe res držijo. Nekoga je prosil, da je napisal »podobo svojega imena«, nekoga drugega pa, naj jo prebere. Bil je osupel, na skrivaj se je zavedal velike moči pisave, a se je tolažil, da je njegov starodavni način sporazumevanja na daljavo s sli dovolj dober. Tudi do drugih dosežkov Evropejcev je imel podoben odnos. O pomenu pisave danes seveda ne dvomimo. Z njo se srečamo že v zgodnjem otroštvu. Čas, ko le opazujemo okolico in nam jo pojasnjujejo starši, hitro dopolni njihovo branje pravljič in zgodb. Tudi pozneje, ko bi sicer znali tudi sami kaj prebrati, učiteljevo branje na glas zelo pritegne. Spomnim se branja znane zgodbe Branka Čopiča »Orli vzlete zgodaj«, ki ga je učiteljica pri literarnem krožku brala na glas. Krožek sicer ni bil kaj posebno priljubljen, a je bilo članov nenadoma vse več, ko smo izvedeli za to branje. Spomnim se ure angleškega jezika, ko je profesorica predvajala posnetek branja nekega angleškega igralca. Bral je znano otroško pravljičico »The Happy Prince« Oscarja Wildeja o lastovki in kipu, ki oživi. Posnetek me je povsem prevzel in besedila sem se naučil na pamet, seveda posnemajoč igralca. Čeprav šola vzpodbuja branje, pa je tega vse manj tako med mladimi kot tudi starejšimi. Seveda vsakdo po malem nekaj bere, a poglobljenega in potrpežljivega branja ni več toliko kot nekdaj. Tako branje terja določen napor, čas in zbranost. A časi so se močno spremenili. Le kdo bo bral zajetno knjigo Vojna in mir Leva Tolstoja, ko pa je na voljo igrana serija tega dela. Pravijo, da si pri branju leposlovja ustvarimo svoj notranji svet, ki ustreza prebranemu, kar je dobro za naš intelektualni razvoj. Ta notranji svet je, če si priznamo ali ne, zelo nejasen, kot nekakšen »kroki«. V seriji pa dobimo »popoln zemljevid«, osebe oživijo, vidimo njihove uniforme, sobane, palače, prizore bitk ... Tudi precej manj napora terja ogled take serije. No, nekdo je že moral prebrati knjigo, da je ustvaril serijo. Tudi sam sem jo, a takrat televizije še ni bilo, filmi pa so bili prava redkost in večinoma v stilu »A boy from Oklahoma«. Danes imamo na voljo nič koliko filmov in serij, udobno jih spremljamo, branje je na drugem

tiru. Branje tudi ni kaj dosti družabno, ko beremo, smo odmaknjeni od ljudi, tudi svojih bližnjih. Veselje do branja zato upada. A z manj branja veliko izgubimo. Dostikrat je knjiga boljša pripovedovalka od filma ali serije. V mladosti me je zgodba iz prihodnosti Alfreda Fritza Astropola, o potovanju mladeniča na medplanetarno postajo med Zemljo in Luno, naučila več fizike, kot me je pozneje katerikoli film ali TV oddaja. Seveda bi bilo snemanje filma po tej knjigi zelo zahtevno, lahko jo le beremo. A obstaja branje, ki je neizbežno in nimamo udobnega nadomestila. To je studiozno branje šolske, strokovne in znanstvene literature. Res najdemo na spletu precej poskusov, da bi si tudi tu branje prihranili. A tam največkrat najdemo vsebine, ki jih bodisi že poznamo ali pa je snov predstavljena poenostavljeno in premalo poglobljeno. Tu nam poslušanje učiteljev in branje učbenikov ne uideata. Ne tako, kot si nekateri predstavljajo izurjeno branje, ko hitro preletimo tekst in takoj izluščimo njegovo sporočilo. Morda to velja za besedila, v katerih ni miselnih preskokov, enačb in zgoščenih trditev, ki jih mora bralec usvojiti. Tale uvodnik je branje, ki ga bo izurjen bralec preletel, takoj dojel njegovo bistvo in si ustvaril o njem svojo sodbo. A že prvega članka v Preseku ob hitrem branju ne bo razumel. Brati bo moral s pisalom v roki, si kaj zapisati, kaj preveriti, ali prav razume, se tudi vrniti na že prebrano, a prezrto sporočilo. V Preseku se trudimo, da bi naši članki pravzaprav imeli dvojno vlogo. Po eni strani bi omogočili izurjenim fizikom, matematikom, računalnikarjem in astronomom diagonalno branje, kjer bi hitro izluščili bistvo članka in morda prikimali domiselnosti avtorja. Po drugi pa bi mladim ljubiteljem naših strok vzbudili zanimanje in poglobljeno, počasno branje s pisalom v roki in pozneje z računalniškim preverjanjem in dopolnjevanjem povedanega ali pa z izvedbo lastnega poskusa. A tudi pri teh člankih se avtorji trudimo, da je v njih čim več slik, da tako kot pri filmih ali serijah pritegnemo pozornost bralcev in jim olajšamo pot do razumevanja napisanega. Prepričan sem, da tako branje ne zamira, saj blaži našo neusahljivo radovednost o svetu, ki nas obdaja.



Prepogibanje traku in enakostranični trikotnik

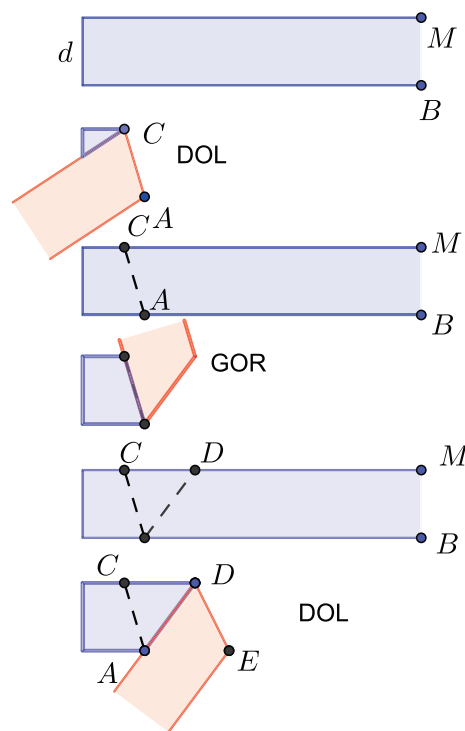


NADA RAZPET

→ Origami je japonska umetnost zgibanja papirja. Navadno zgibamo kvadratni list, lahko pa tudi kos papirja drugačne oblike, recimo papirnati trak. Dolg papirnati trak lahko zložimo v različne pravilne mnogokotnike in telesa [1]. Tokrat se bomo posvetili enakostraničnemu trikotniku. Zložimo ga lahko na več načinov [2][3]. Nas bo zanimal tisti način, ki nas bo postopoma pripeljal do prepogibov, ki se sekajo pod kotom 60° . Pravzaprav bi morali reči, da nas zanima uporaba konvergence geometrijskega zaporedja.

Vse točke, ki jih bomo omenjali v tem delu članka, so na robovih traku. Na desni strani zgornjega roba traku naj bo točka M , točka B pa naj leži na desni strani spodnjega roba traku. Na levi strani traku si izberemo robni točki C in A kot kaže slika 1. Trak prepognemo po daljici CA . Prvi prepogib je prepogib navzdol, ker smo trak prepognili tako, da gre desni konec traku navzdol. Trak razgrnemo. Zdaj prepognemo trak tako, da spodnji rob traku, od točke A v desno, pokrije pregib AC . Trak razgrnemo. Na pregibni črti označimo točko D . To je prepogib navzgor. Trak razgrnemo in prepognemo zopet dol, torej tako, da zgornji rob traku od točke D v desno, pokrije pregib DA . Trak razgrnemo. Na pregibu označimo točko E . Sledi prepogib gor, potem dol itd. Navadno to pišemo kot *DOL GOR DOL GOR* Postopku, ko papir najprej prepognemo, nato pa razpnemo, da dobimo prepogibno črto, rečejo origamisti tudi *prečni zgib*.

Opazimo, da je prvi prepogib čisto poljuben. Ali s ponavljanjem zares pridemo do kotov 60° ? Koliko prepogibov moramo narediti, da je to res?



SLIKA 1.

Koraki prepogibanja papirnatega traku.





Kako hitro se bližamo kotu 60° ?

Kaj razberemo s skice 1? Pregibe pri risanju zamenjamo z daljicami. Najprej narišemo daljico AC . Kje pa leži daljica AD ? Ker je to pregib, leži ta daljica na simetrali kota $\sphericalangle BAC$. Kje pa leži daljica DE ? Ta je na simetrali kota $\sphericalangle ADM$. Torej v bistvu iščemo simetrale kotov, katerih en krak je zadnji pregib, na drugem kraku pa je točka B , če je pregib gor, oziroma točka M , če je pregib dol.

Označimo z α_n kot, ki leži levo od zadnjega, n -tega pregiba, kar pomeni, da je en krak kota n -ti pregib, na drugem kraku pa leži točka C , če je prepogib gor, oziroma točka A , če je prepogib dol.

- ko prepognemo navzgor je n sodo število,
- ko prepognemo navzdol je n liho število.

S slike 2 razberemo, da je

$$\alpha_n = 90^\circ - \frac{\alpha_{n-1}}{2}. \quad (1)$$

Zanima nas, kdaj bo razlika med kotom α_n in kotom 60° zanemarljivo majhna. Enačbi (1) na obeh straneh odštejemo 60° in dobimo:

$$\begin{aligned} \alpha_n - 60^\circ &= -\frac{1}{2}(\alpha_{n-1} - 60^\circ), \\ \alpha_{n-1} - 60^\circ &= -\frac{1}{2}(\alpha_{n-2} - 60^\circ). \end{aligned} \quad (2)$$

Iz zgornjih dveh enačb sledi:

$$\begin{aligned} \alpha_n - 60^\circ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 (\alpha_{n-2} - 60^\circ), \\ \alpha_n - 60^\circ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 (\alpha_{n-3} - 60^\circ), \\ &\vdots \\ \alpha_n - 60^\circ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} (\alpha_1 - 60^\circ). \end{aligned} \quad (3)$$

Vidimo, da imamo na desni strani enačb potence števila $-\frac{1}{2}$. Te potence tvorijo alternirajoče geometrijsko zaporedje. Predznaki členov se izmenično spreminjajo.

Zadnjo enačbo zapišimo nekoliko drugače:

$$\alpha_n = 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} (\alpha_1 - 60^\circ). \quad (4)$$

Z večanjem števila prepogibov koti α_n z lihim indeksom padajo proti 60° , s sodim indeksom pa rastejo proti 60° , če je začetni kot $60^\circ < \alpha_1 < 90^\circ$.

Kaj pa, če je začetni kot $0^\circ < \alpha_1 < 60^\circ$? Potem je v enačbi (3) izraz v oklepaju na desni strani enačbe negativen, zato koti z lihim indeksom rastejo proti 60° , koti s sodim indeksom pa padajo proti 60° .

Postopek prepogibanja traku narišimo z GeoGebro

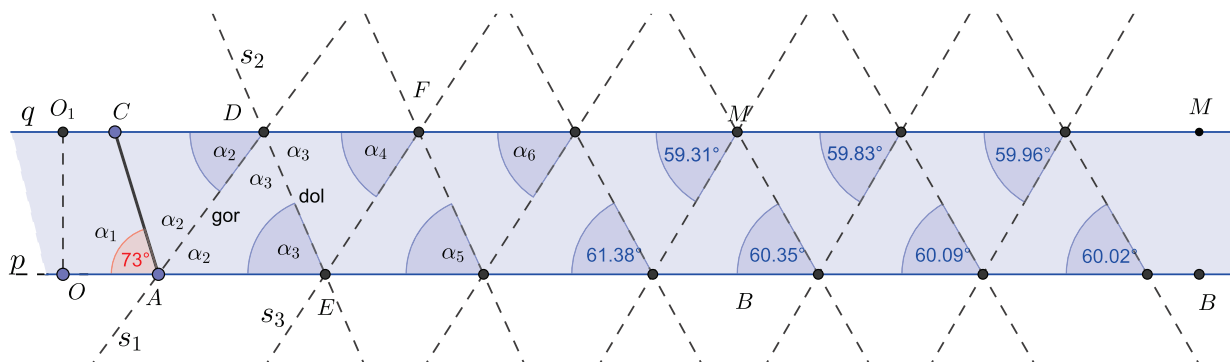
Opišimo korake za risanje z GeoGebro.

1. Odpremo 2D pogled v GeoGebri
2. S pomočjo algebrskega okna vnesemo koordinate točk:
 $O=(0,0)$,
 $O_1=(1,0)$,
 $B=(15,0)$,
 $M=(15,1)$.
3. Daljica (O, O_1) .
4. Premica $p(O, B)$.
5. Premica $q(O_1, M)$.
6. Točka A je na premici p ; ($A \in p$).
7. Točka C je na premici q ; ($C \in q$).
8. Daljica AC .
9. Simetrala kota $\sphericalangle BAC$ je s_1 .
10. Presečišče premic q in s_1 je D .
11. Simetrala kota $\sphericalangle ADM$ je s_2 .
12. Presečišče s_2 in p je E .
13. Simetrala kota $\sphericalangle BED$ je s_3 .
14. ...
15. Izmerimo kote, kot kaže slika 2

Točko A smo izbrali tako, da je abscisa te točke večja od abscise točke C , da je začetni kot $\alpha_1 < 90^\circ$.

Zdaj pa premikajmo točko C in opazujmo, kdaj pridemo hitreje do 60° . Hitro opazimo, da je potrebno manj pregibov, če je začetni kot α_1 blizu 60° .

Tako kot smo že napovedali, izmerjeni koti s sodim indeksom, koti z vrhom na zgornjem robu traku, res naraščajo proti 60° , koti z lihim indeksom, koti z vrhom na spodnjem robu traku, padajo proti 60° (slika 2). Koliko prepogibov naredimo, da dobimo enakostranične trikotnike, pa je odvisno od tega, kako natančni želimo biti oziroma, kako natančni smo pri zgibanju.


SLIKA 2.

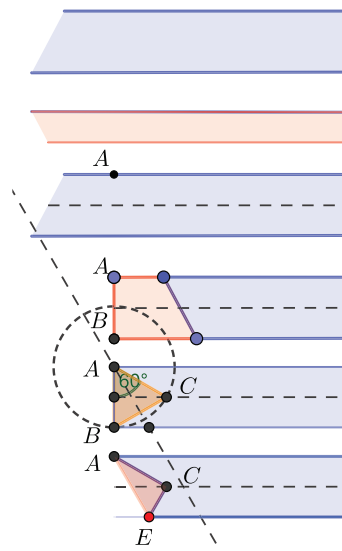
Razgrnjen trak, narisano z GeoGebro. Koti so merjeni na dve decimalni mesti natančno.

Drugi način iskanja kota 60°

Trak po dolgem razpolovimo. Dobimo pregib p . Na zgornjem robu traku izberemo točko A in prepognemo tako, da se robovi prekrivajo, dobimo pregib AB , ki je pravokoten na robova traku. Trak lahko po pregibu prerežemo, ni pa nujno. Primemo za vogal A in vogal B postavimo na središčni pregib p , kot kaže slika 3. Dobimo točko C in pregib AE . Trikotnik $\triangle ABC$ je enakostraničen.

Če na enak način zložimo enakostranični trikotnik iz pravokotnih papirnatih listov, potem drugi korak odpade, saj že imamo pravi kot.

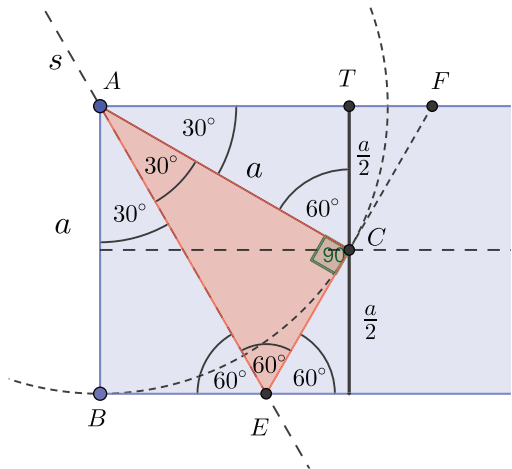
Pa to še dokažimo. Oglejmo si sliko 4. Širina traku naj bo a . Točko B smo položili na točko C . Potem je premica A, E simetrala kota $\sphericalangle CBA$. Trikotnik $\triangle ACT$ je pravokotni trikotnik s hipotenuzo a in kateto $\frac{a}{2}$, torej je to polovica enakostraničnega trikotnika. Pravi kot v oglišču A smo torej razdelili na tri enake dele po 30° . Tudi trikotnik $\triangle AEC$ je pravokoten. Iztegnejeni kot z vrhom v E smo razdelili na tri enake dele po 60° . Trak prepognemo po stranici EC , na robu traku je točka F . Trikotnik $\triangle AEF$ je enakostraničen.


SLIKA 3.

Krajši način, kako pridemo do kota 60° .

Literatura

- [1] P. Hilton, J. Pedersen, *Bild your own polyhedra*, Addison-Wesley, 57 - 59, 1988.



SLIKA 4.
K dokazu, da smo s prepogibanjem dobili enakostranični trikotnik.

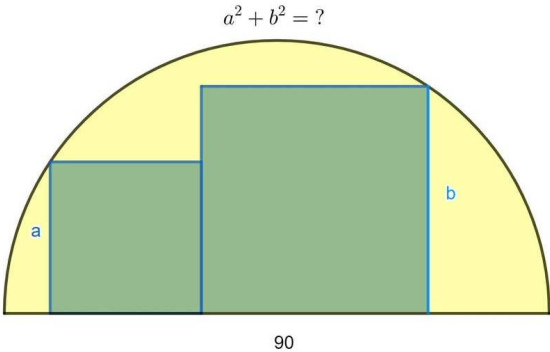
[2] T. Hull, *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics, Second Edition*, CRC Press, 63–68, 2013.

[3] A. Brodek, *Oblikovanje s papirjem, origami, kolaž, kaširanje, papirmaše in druge tehnike*, Tehniška založba Slovenije, 24, 2013.

Novoletna uganka

↓↓↓
UREDNIŠTVO

→ V polkrog s premerom 90 včrtamo dva kvadrata, ki se dotikata v eni stranici, kot kaže slika. Koliko je vsota ploščin kvadratov?



Križne vsote

↓↓↓
→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da bo vsota števk v zaporednih belih kvadratih po vrsticah in po stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratu na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem morajo biti vse številke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

	4	17					
11						12	4
6			13		9	4	
	11			14			
		9		3			
			7				

Število 2025

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Vsako naravno število je po svoje zanimivo, eno bolj, drugo manj. Pred prehodom v novo koledarsko leto nas pogosto zanima, kakšno je število, ki označuje to leto. Zato se bomo v prispevku posvetili številu 2025. Navedli bomo nekaj njegovih lastnosti.

1. Očitno je 2025 sestavljeno število, natančneje $2025 = 3^4 \cdot 5^2$. Iz tega zapisa najdemo lepo število njegovih deliteljev, kar petnajst, in sicer: 1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 81, 135, 225, 405, 675 in 2025.

2. Število 2025 je kvadratno, ker je $2025 = 45^2$. Ker je kvadrat lihega števila 45, ima še dodatno lastnost, ki jo bomo obravnavali v nadaljevanju.

3. Znano je, da velja enakost

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2. \quad (1)$$

Dokažemo jo z metodo popolne indukcije. Ker je

$$45 = \frac{90}{2} = \frac{9 \cdot 10}{2},$$

dobimo iz (1) za $n = 9$

$$45^2 = \left(\frac{9 \cdot 10}{2} \right)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3.$$

To se pravi, da je število 2025 vsota prvih devetih kubov naravnih števil:

$$2025 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3.$$

4. Spomnimo se, da je n -to trikotniško število definirano z vsoto prvih n zaporednih naravnih števil takole:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (2)$$

Tudi to formulo dokažemo z metodo popolne indukcije. Običajno označimo n -to trikotniško število s T_n . Velja torej

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

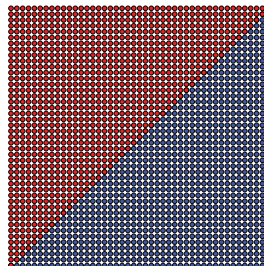
Vsota dveh zaporednih trikotniških števil je kvadratno število, kar je enostavno dokazati:

$$\begin{aligned} T_{n-1} + T_n &= \frac{(n-1)n}{2} + \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n((n-1) + (n+1))}{2} \\ &= \frac{n(2n)}{2} = n^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Za $n = 45$ dobimo

$$T_{44} + T_{45} = 45^2 = 2025.$$

Torej je število 2025 vsota dveh zaporednih trikotniških števil. Rezultat lahko grafično predstavimo z 2025 enakimi krožci, razporejenimi v kvadratno figuro. Razdelimo jo na dve trikotni figuri, ki imata za osnovnico 44 in 45 krožcev (slika 1).



SLIKA 1.

Število 2025 je vsota dveh zaporednih trikotniških števil.

5. Če pomnožimo obe strani enakosti $5^2 = 3^2 + 4^2$ z 9^2 , dobimo

$$9^2 \cdot 5^2 = 9^2 \cdot 3^2 + 9^2 \cdot 4^2$$

oziroma

$$45^2 = 27^2 + 36^2.$$

Potemtakem je število 2025 vsota dveh kvadratov:

$$2025 = 27^2 + 36^2.$$

Izkaže se, da je ta zapis en sam, če se ne oziramo na vrstni red sumandov. Številska trojica (27, 36, 45) je





pitagorejska. Trikotnik s stranicami 27, 36 in 45 je pravokoten.

6. Število 2025 je 14-krat uglasjeno, kar pomeni, da se ga da zapisati kot vsoto vsaj dveh zaporednih naravnih števil na 14 načinov. Eno rešitev takoj uganemo: $2025 = 1012 + 1013$. Kako pridemo do preostalih rešitev? Denimo, da je prvo število v vsoti x , zadnje pa y . Če je število sumandov n , kjer je $n \geq 2$, potem je $y = x + n - 1$. Zapišimo:

$$\begin{aligned} 2025 &= x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + n - 1) \\ &= nx + (1 + 2 + \dots + (n - 1)). \end{aligned} \quad (4)$$

Z uporabo formule (3) dobimo:

$$2025 = nx + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n(2x + n - 1)}{2}.$$

Reševati je treba enačbo

$$n(2x + n - 1) = 4050. \quad (5)$$

Število n je deli število 4050, ki pa ima kar 29 deliteljev, ki so večji od 1. Naštejmo jih nekaj po velikostnem redu: 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 25, 27, 30, 45, 50, 54, 75. Iz enačbe (4) dobimo

$$2x = \frac{4050 + n - n^2}{n} \geq 2.$$

Rešitev neenačbe nam da pogoj $n < 63$.

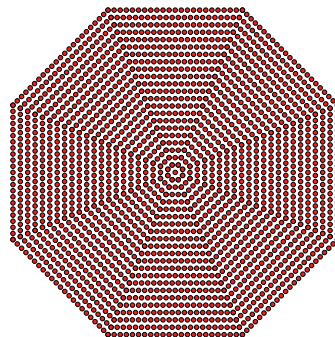
Za primer vzemimo $n = 5$. Tedaj iz enačbe (5) dobimo $2x + n - 1 = 2x + 4 = 4050/5 = 810$ in nazadnje $x = 403$ ter $y = 407$. Zato velja:

$$2025 = 403 + 404 + 405 + 406 + 407.$$

Če zberemo rezultate v trojico (n, x, y) , dobimo res 14 rešitev: (2,1012,1013), (3,674,676), (5,403,407), (6,335,340), (9,221,229), (10,198,207), (15,128,142), (18,104,121), (25,69,93), (27,62,88), (30,53,82), (45,23,67), (50, 16,65), (54,11,64).

7. Število 2025 je 23. središčno osemkotniško število. To pomeni, da lahko 2024 enakih krožcev razporedimo na stranice 22 koncentričnih pravilnih osemkotnikov, enega pa v njihovo skupno središče. Stranice osemkotnikov naraščajo v aritmetičnem zaporedju. Krožci so v vseh ogliščih osemkotnikov.

Oglišča zaporednih osemkotnikov ležijo na poltrajih s krajiščem iz skupnega središča (slika 2). Na stranicah prvega osemkotnika ni nobenega drugega krožca. Na vsaki stranici drugega osemkotnika je dodan po en krožec, na vsaki stranici tretjega osemkotnika sta dodana po dva krožca, na vsaki stranici tretjega osemkotnika so dodani po trije krožci itd.



SLIKA 2.

Triindvajseto središčno osemkotniško število je 2025.

Število krožcev na $n - 1$ osemkotnikih skupaj s središčnim krožcem je n -to središčno osemkotniško število, ki ga označimo z O_n^c . Izračunajmo:

$$\begin{aligned} O_n^c &= 1 + 8 + (8 + 8 \cdot 1) + (8 + 8 \cdot 2) + (8 + 8 \cdot 3) + \\ &\quad + \dots + (8 + 8(n - 2)) \\ &= 1 + 8(1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)) \\ &= 1 + 8 \cdot \frac{(n-1)n}{2}. \end{aligned}$$

Po poenostavitvi dobimo

$$O_n^c = (2n - 1)^2 = 1 + 8T_{n-1}.$$

Središčna osemkotniška števila so kvadrati lihih števil. Za $n = 23$ res dobimo $O_{23}^c = 45^2 = 2025$.

Literatura

- [1] E. Deza, M. M. Deza, *Figurate Numbers*, World Scientific, New Jersey in drugje, 2012.
- [2] A. Dujella, *Number Theory*, Školska knjiga, Zagreb, 2021.
- [3] J. Grasselli, *Enciklopedija števil*, DMFA - založništvo, Ljubljana, 2008.

× × ×

Drgalo iz Novakov



NADA RAZPET

→ Na enem od sejmov domače obrti v Cerknem smo kupili igračo, ki ji prebivalci bližnjih Novakov rečejo »drgalo«. Izdelek je modernejša oblika stare pastirske igrače. V daljšo in približno 1–2 cm debelo vejo so pastirji naredili več zaporednih zasekov, na koncu so gibljivo vpeli kratko vejico, ki je delovala kot propeler, s krajšo in tanjšo vejico pa so drgnili po zasekih tako, da se je propeler vrtel. Smer vrtenja propelerja je odvisna od načina prijema vejice za drgnjenje in lege prstov na zarežani veji. Spretni igralci so pred spremembo položaja prstov na veji zavlečeno zavpili »levo« ali »desno«, da bi tako prepričali nepoučene opazovalce, da se palica odziva na njihove ukaze, saj je takrat propeler spremenil smer vrtenja. Igračo poznajo tudi drugod po svetu. Na svetovnem spletu jo najdete pod različnimi imeni: Hui machine ali Hui Hui machine, vibraprop, Gee-haw, ouija windmill, hoodoo

stick ali VooDoo stick, pa še kakšno drugo ime bi našli.

Izdelava drgala

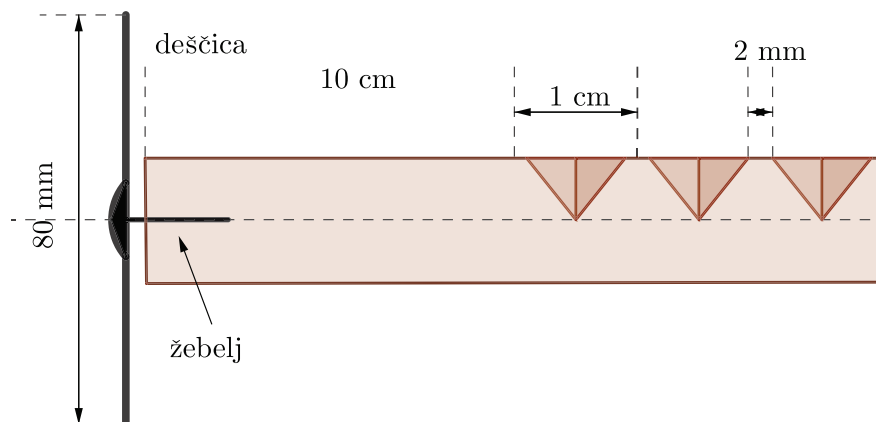
Navedli bomo mere drgala iz Novakov. Lesena palica s kvadratnim profilom 10 mm×10 mm je dolga 35 cm. V razdalji 10 cm od enega krajišča so na enem od robov palice narejeni zaseki. V globino segajo 0,5 cm (glej sliko 2). Razmik med zaseki je okoli 2 mm. Palica ima 15 zasekov, zadnji konec je brez zasekov (slika 1). Propeler je pravokotna deščica dolga 8 cm, široka 1,5 cm in debela 1,5 mm. Nekatera drgala imajo namesto deščice krožno ploščico. Na sredini deščice je luknja, skozi jo je vtaknjen žebelj, ki je pritrjen na zarežano palico. Luknja je večja od premera žebelja. Med deščico in koncem palice je dovolj prostora, da se deščica praktično brez trenja vrti okoli osi, to je žebelja. Palička za drgnjenje ima spodnji del, s katerim drgnemo, kvadratni profil 5 mm×5 mm z zaobljenimi robovi, zgornji del pa ima krožni presek s premerom 6 mm. Palička je dolga 12 cm.



SLIKA 1.

Leseno drgalo iz Novakov in plastičen vibraprop. Vibraprop poženemo tako, da z nohtom palca drgnemo ob strani po zavojih vzdolž palice gor in dol.





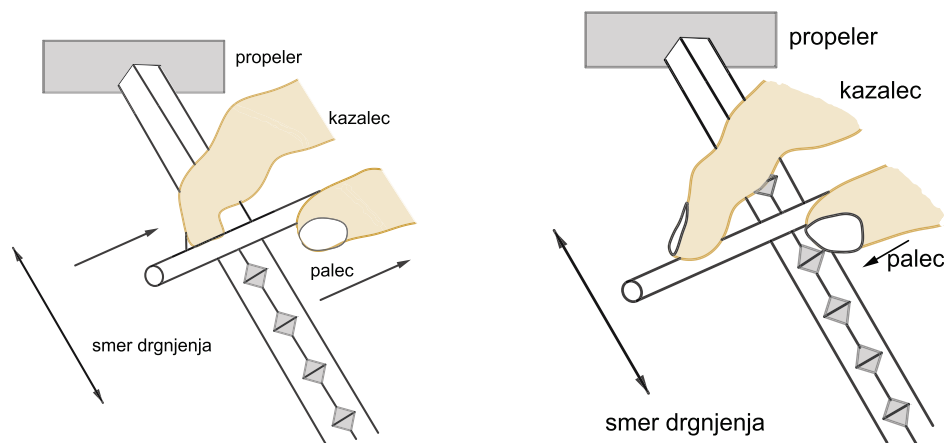
SLIKA 2.

Izdelava drgala.

Kako drgalo poženemo, da se propeler vrti? Pri tem je treba malo vaje. Palico držimo nepremično v eni roki z zarezi navzgor in s paličko drgnemo naprej in nazaj po zarezah. Med drgnjenjem naj najprej kazalec drsi po palici bočno levo od zareza, propeler se vrti v smeri urnega kazalca, potem kazalec odmaknemo in s palcem drgnemo desno bočno od zareza, propeler se vrti v nasprotni smeri urnega kazalca (slika 3).

No, pastirji gotovo niso merili tako natančno, ko so delali drgalo. Tudi mi znamo narediti to hitreje

[3]. Potrebujemo svinčnik, ki ima na enem koncu radirko. Zareze smo naredili s pilo za les, po domače z rašplo, na vsak centimeter. Izkaže se, da drgalo deluje, tudi če zarezne niso na natanko enakih razdaljah in niso enako globoke. Propeler je pravokotnik iz kartona, ki smo ga skozi luknjo v njegovem središču z risalnim žbljičkom pritrdili na radirko. Za drgnjenje smo uporabili leseno paličko za ražnjiče (slika 4). S paličko drgnemo po zarezah, palec ali kazalec pa drsi ob bokih zarez, tako kot kaže slika 3. Palička je pri drgnjenju postavljena vodoravno.



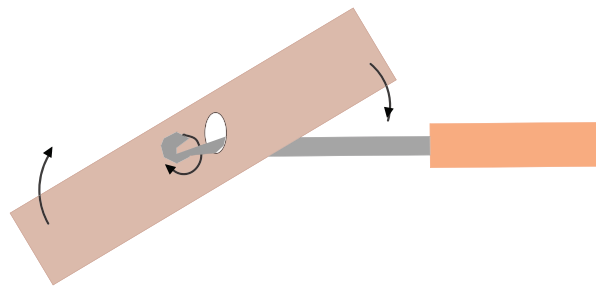
SLIKA 3.

S paličko drgnemo po zarezani palici gor in dol. Smer vrtenja propelerja je odvisna od lege prstov na palici. Povzeto po [1].

Drgalo lahko po zgledu vibraproa naredimo tako, da na svinčnik navijemo plastično vrv. Mi smo uporabili vrv za obešanje perila, lahko bi uporabili tudi laks. Lahko se še malo poigrate in spreminjate debelino navite vrvi ali pa gostoto navojev. Tudi propelerjev je lahko več. Na spletu se najdejo primeri z dvema pa tudi več propelerji.

Delovanje drgala

Čaka nas še fizikalna razlaga delovanja drgala. Najbolj nas preseneti, kako to, da gibanje naprej in nazaj povzroči vrtenje propelerja. Z razlago te igrače so se bolj ali manj uspešno začeli ukvarjati že v poznih tridesetih letih prejšnjega stoletja. Razlage pa



SLIKA 5.

Vrtenje kartona na kvački.

so bile takrat precej nepopolne.

Vrtenje propelerja

Razlago smo povzeli po [2]. Najprej pojasnimo, zakaj mora biti premer luknje na propelerju večji od premera žebelja, s katerim je pritrjen na zarezano palico. Priporočajo, da je premer luknje dvakratnik premera žebelja.

Iz kartona izrežemo pravokotnik in mu v središču naredimo luknjo. Mi smo ga nataknili na kvačko in ga zavrteli (slika 5).

Da se bo propeler vrtel, moramo vrteti kvačko tako, da drgne po obodu luknje. V tem primeru kvačka nadomešča žebelj. Vedno pričakujemo, da se bo propeler dobro vrtel le, če je uravnotežen, vendar tu to ni potrebno. Večja luknja poskrbi, da je ena stran propelerja vedno malo težja od druge in propeler se zavrti, ko gibljemo kvačko. Zdaj vemo, zakaj mora biti propeler ohlapno pritrjen na zarezano palico. Propeler se bo vedno sam od sebe postavil tako, da bo imel najnižjo potencialno energijo. Poskrbeti moramo le za to, da ga znova spravimo višje.

Vendar pri drgalu ne vrtimo žebelja, tudi palice z zarezami ne vrtimo. Kako torej spravimo propeler do vrtenja?

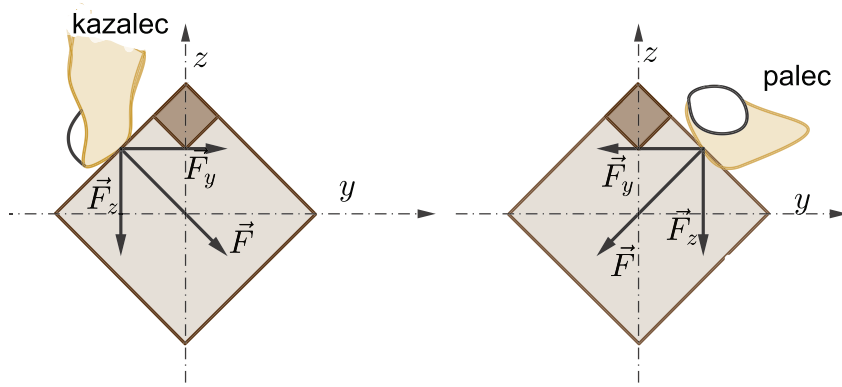
Priprava na razlago delovanja drgala

Za to, da dobimo kroženje, je odločilna lega prsta na palici (slika 3), ki tudi niha. Trenutno silo prsta na bok zarezanе palice razstavimo na vodoravno in



SLIKA 4.

Drgalo, narejeno s svinčnikom z radirko. Drgnili smo ga s palčko za ražnjiče.



SLIKA 6.

Trenutno silo prsta na zarezano palico razstavimo na dve pravokotni komponenti. V levem primeru se vrti propeler v smeri urnega kazalca, v desnem primeru pa v nasprotni smeri urnega kazalca.

navpično komponento (slika 6). Pri kazalcu kažeta v desno in navzdol, pri palcu pa levo in navzdol.

Kaže, da sila, ki jo povzroči prst, nihanje gor–dol pretvori v kroženje. Opazujemo gibanje palice nad svetlo podlago. Ko samo s paličko, ki jo držimo vodoravno, drgnemo po zarezah, ostro vidimo bočna robova palice. Ko pa poleg drgnjenja s palico drgnemo po boku še s prstom, pa bočnih robov ne vidimo več ostro.

Dušeno nihanje vzmeti

Pri podrobnejši razlagi delovanja drgala bomo omenili dušeno nihanje vzmeti. Vpliv drsečega prsta po palici bomo opisali z vzmetjo in dušilko, kot je to shematično prikazano na sliki 7.

Na vzmet s koeficientom k , pritrjeno na strop, obesimo utež z maso m in nanjo lahek valj. Valj se pri nihanju potaplja v tekočino. Za silo dušenja privzamemo

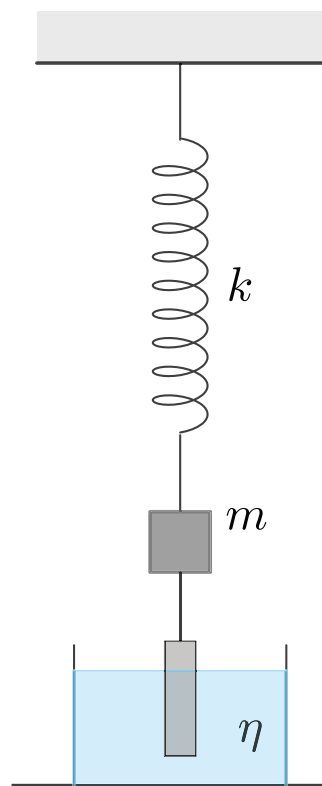
$$\blacksquare F_d = -\eta v,$$

pri čemer je η koeficient dušenja, ki je odvisen od valja in lastnosti tekočine, v pa hitrost gibanja valja in uteži. Predpostavljamo, da se telesi gibljeta počasi. Sila, ki deluje na utež, je potem:

$$\blacksquare F = -kx - \eta v.$$

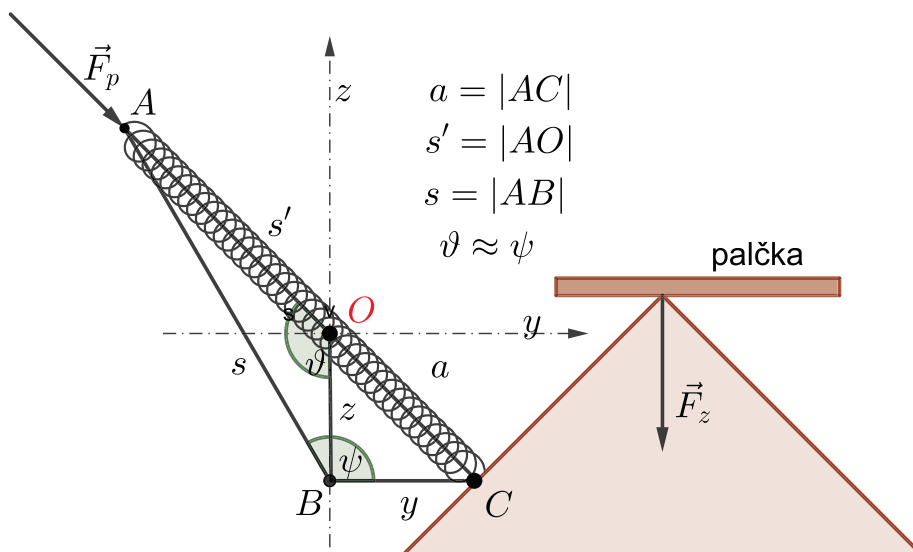
1. Fizikalna razlaga delovanja drgala

Da pride do krožnega gibanja žeblija, moramo torej s prstom potiskati palico s strani. Prst deluje kot



SLIKA 7.

Dušeno nihanje vzmeti.



SLIKA 8.

Na bočno stran zarezane palice pritrdimo vzmet.

zelo dušena vzmet, ki jo pritrdimo na palico s strani (slika 8).

Zaradi drgnjenja s paličko na zarezano palico deluje periodična sila, denimo kar harmonična:

$$F_z = F_0 \cos \omega t.$$

Zaradi te sile se vzmet, ki neraztegnjena ali neskrčena meri v dolžino a , razteza in krči, kot je prikazano na sliki 8. Raztezek vzmeti razstavimo na dve pravokotni komponenti, z in y . Za dva trikotnika $\triangle ABO$ in $\triangle ABC$ zapišemo kosinusna izreka:

$$s^2 = s'^2 + z^2 - 2s'|z| \cos \vartheta, \quad (1)$$

$$a^2 = s^2 + y^2 - 2sy \cos \psi. \quad (2)$$

V enačbo (2) vstavimo za s (1) in zanemarimo člene z^2 in y^2 ter upoštevamo, da je $\vartheta \approx \psi$ in dobimo:

$$a^2 = s'^2 - 2s'|z| \cos \vartheta - 2sy \cos \psi, \quad (3)$$

$$a^2 = s'^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2|z|}{s'} + \frac{2sy}{s'^2} \right) \cos \vartheta}. \quad (4)$$

Izraz pod korenem razvijemo v vrsto po naslednjem zgledu:

$$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{x}{2} - \dots$$

In dobimo:

$$a = s' \left(1 - \left(\frac{|z|}{s'} + \frac{sy}{s'^2} \right) \cos \vartheta \right),$$

$$a - s' = -(|z| + y) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Iz obeh enačb smo izrazili skrček vzmeti, to je $a - s'$. Sila prsta F_p na palico je

$$F_p = -k(a - s') \approx -k \frac{\sqrt{2}}{2} (|z| + y).$$

Do zadnjega izraza smo prišli s približkom $\frac{s}{s'} \approx 1$ ter privzeli, da je $\cos \vartheta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Sila prsta torej deluje s svojo vodoravno komponento y in s tem zaniha palico tudi v tej smeri, čeprav z drgnjenjem po zarezah nimamo palico le v navpični smeri. Komponenta sile prsta v vodoravni smeri je torej

$$F_{py} = F_p \cos 45^\circ = -\frac{1}{2}k(|z| + y),$$

in prav tako v smeri z navzgor:

$$F_{pz} = -F_p \sin 45^\circ = \frac{1}{2}k(|z| + y),$$



[illegible]

→ Črke iz oštevilčenih polj vpišite skupaj z osebniimi podatki v obrazec na spletni strani

ter ga oddajte do **20. februarja 2024**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **knjižno nagrado**.



15

nadaljevanje
s strani

Ker je $z < 0$ je $|z| = -z$, kar bomo upoštevali v nadaljevanju.

Zaradi teh komponent sile vzmeti in primarne sile zaradi paličke, ki drgne po zarezah, lahko zapišemo Newtonova zakona za obe smeri z in y :

$$Ma_z = -F_0 \cos \omega t + \frac{1}{2}k(-z + y),$$

in

$$Ma_y = -\frac{1}{2}k(-z + y),$$

kjer smo z M označili maso palice. Ker prst, ki drsi po palici, sicer deluje kot vzmet, se zavemo, da ima ta vzmet precej dušenja, zato moramo obema enačbama dodati še ustrezna člena, najpreprosteje kot ηv_z in ηv_y , kjer sta v_z in v_y hitrosti palice v ustreznih smereh, η pa koeficient dušenja. Torej

$$Ma_z + \eta v_z + \frac{1}{2}kz = -F_0 \cos \omega t + \frac{1}{2}ky, \quad (5)$$

$$Ma_y + \eta v_y + \frac{1}{2}ky = +\frac{1}{2}kz. \quad (6)$$

Enačba za premik v smeri osi z , enačba (5), opisuje vsiljeno nihanje palice. Pogonski člen $F_0 \cos \omega t$ je velik v primerjavi s členom $\frac{1}{2}ky$ na desni strani, zato lahko vpliv slednjega zanemarimo.

Enačba (6) za premik v smeri osi y je prav tako enačba, ki opisuje vsiljeno nihanje, to pot je vzbujevalni člen sorazmeren z navpičnim premikom z . Ob primerni frekvenci ω in ker je dušenje vzmeti relativno veliko, je fazni premik med nihanjema palice v dveh pravokotnih smereh y in z , zaradi člena na desni strani enačbe (6), blizu 90° , kar pomeni, da palica in z njo žebelj krožita in poganjata propeler v krožno gibanje.

Igrača omogoča celo serijo različnih poskusov, če spreminjamo: debelino kartona, velikost in obliko luknje v kartonu, debelino žebelja, razmik med zarezi, obliko zareze palice in še kaj. Poskusite.

Literatura

- [1] https://www.winklerschulbedarf.com/Documents/Anleitungen_Werkpackungen/PDF_Ger/100488.pdf, ogled 11. 11. 2024

- [2] C. Ucke, H. J. Schlichting, *Spiel, Physik und Spaß*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co.KGaA, 2011, str. 20 - 22.

- [3] GeeHaw Whimmy Diddle, <https://bobscrafts.com/geehaw-whimmy-diddle/>, ogled 11. 11. 2024

Križne vsote

REŠITEV S STRANI 9

↓↓↓

	4	17						
11	3	8					12	4
6	1	5	13		9	4	3	1
	11	4	7	3	14	2	9	3
		9	6	2	1			
			7	1	6			

↓↓↓

→ 2025

Zbirka nalog z astronomskih tekmovanj 2009–2024



VID KAVČIČ

→ Ob 15. obletnici tekmovanj iz astronomije je pri založbi FMF izšla *Zbirka nalog z astronomskih tekmovanj 2009–2024 – teorija in rešene naloge za srednje šole*. Avtorji zbirke so Andrej Guštin, Dunja Fabjan, Vid Kavčič in Simon Bukovšek, dolgoletni sodelavci državne komisije za tekmovanje iz znanja astronomije pri DMFA Slovenije.

Od leta 2009, ko je ob Mednarodnem letu astronomije Andrej Guštin dal pobudo za organizacijo astronomskega tekmovanja in ga ob podpori Andreje Gomboc tudi izvedel, se je veliko zgodilo, predvsem pa tudi veliko spremenilo. Danes se tekmovanja iz astronomije udeležujejo mladi astronomi in astronomke vse od šestega razreda osnovnih šol pa do četrtega letnika srednjih šol, najuspešnejši srednješolci in srednješolke na državnem tekmovanju se potegujejo za mesto v olimpijski ekipi.

Izbirni postopek za uvrstitev v olimpijsko ekipo, ki sta ga v vseh teh letih izbrusila Andrej Guštin in Dunja Fabjan, dijakinje in dijake spodbuja k poglobljanju teoretičnega znanja kot tudi k urjenju opazovalnih veščin. Sploh v zadnjih letih so se sadovi dolgoletnega kakovostnega dela izkazali na mednarodnem parketu – tri absolutne zmage, skupno pa 7 zlatih medalj, 14 srebrnih, 10 bronastih

medalj in 17 pohval.

Zbirka je tako spomenik predanemu delu vseh pedagogov, ki so v zadnjih petnajstih letih s svojim sistematičnim in načrtnim delom srednješolski prostor obogatili s svežimi idejami in pristopi na področju popularizacije astronomije.

2. Kaj prinaša zbirka?

Poleg več kot 230 rešenih nalog s šolskih, z državnih in izbirnih tekmovanj za srednje šole prinaša sveže izdana zbirka tudi povzetke teorije, ki bodo v pomoč tekmovalkam in tekmovalcem pri pripravi na astronomska tekmovanja. Zbirko bogati več kot 140 skic in fotografij, ki bralkam in bralcem pomagajo pri razumevanju vsebine.

Zbirka je razdeljena na šest tematskih sklopov: osnove astronomije, nebesna mehanika, svetloba in sevanje, zvezde in zvezdni sistemi, kozmologija in optika. Vsak tematski sklop se začne s povzetkom teorije, vse od temeljnih pa do zahtevnejših konceptov. Sledi izbor nalog, ki se navezujejo na obravnavano tematiko. Urejene so po težavnosti, hkrati pa je vsaka naloga opremljena tudi z oznako letnice in ravni tekmovanja. Poleg tega zbirka zajema tudi sklope koristne matematične zveze, obdelava podatkov in vrtljiva zvezdna karta. V čisto zadnjem delu knjige pa lahko nadobudni bralke in bralci najdejo še razdelek z dodatnimi izzivi z mednarodnih tekmovanj. Na začetku knjige so poleg konstant zbrane tudi pomembne enačbe splošne astronomije.

Zbirka ponuja raznobarvno paleto nalog in vsebin





različnih zahtevnosti, zato je zelo pomembno, da jo bralke in bralci uporabljajo taktično. Svetujem spiralno uporabo knjige:

- Za dijakinje in dijake, ki tekmujejo v prvi skupini, so za šolsko in državno tekmovanje ključne osnovne naloge in vsebine (brez zvezdice) v poglavjih Osnove astronomije, Nebesna mehanika in Optika, poleg tega pa tudi Vrtljiva zvezdna karta.
- Za dijakinje in dijake, ki tekmujejo v drugi skupini, so za šolsko in državno tekmovanje poleg tem iz prve skupine ključne še osnovne naloge in vsebine (brez zvezdice) v poglavjih Svetloba, Zvezde in zvezdni sistemi ter Kozmologija.
- Za izbirno tekmovanje so pomembne tudi dodatne zahtevnejše teme in naloge, ki so označene z zvezdico, poleg tega pa tudi Obdelava podatkov.
- Bralka ali bralec, ki reši naloge z izbirnih tekmovanj, lahko poseže po dodatnih izzivih z mednarodnih tekmovanj na koncu knjige, še posebej tistih, označene z bodalom.

Rešitve nalog so bile večkrat pregledane in dopolnjene, prav gotovo pa se je kakšna napaka skrila vsem natančnim pregledom. Hvaležni bomo vsem, ki nas bodo nanje opozorili.

Vsi avtorji resnično upamo, da bo zbirka prihodnjim generacijam mladih astronomk in astronomov služila kot koristen pripomoček za pripravo na astronomska tekmovanja.

3. Sij

V tokratnem članku predstavljamo krajši izsek iz povzetkov teorije, ki jih bralci in bralke lahko najdejo v zbirki, in sicer *Sij*. Na koncu povzetkov tema sta tudi dva primera rešenih nalog s šolskega oziroma z izbirnega tekmovanja.

Navidezni sij

Starogrški astronom Hiparh je zvezde na podlage njihove navidezne svetlosti razdelil v šest skupin.

Danes v astronomiji uporabljamo posplošeno različico Hiparhove razdelitve. Pri določanju svetlosti teles na nebu uporabljamo *navidezni sij*, ki ga podajamo v *magnitudah*. Pogosto tudi pravimo, da ima telo *navidezno magnitudo*.

Navidezni sij je v 19. stoletju z gostoto svetlobnega toka natančneje definirali Robert Pogson. Pri tem je upošteval, da je zvezda z navideznim sijem 1 stokrat svetlejša od zvezde z navideznim sijem 6. Definicijo navideznega sija povzema *Pogsonova*



SLIKA 1.

Naslovnico zbirke krasi fotografija grada Rihemberk v Braniku, na nočnem nebu v ozadju pa se raztezajo zvezdne sledi.

enačba:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{j_1}{j_2}, \quad (1)$$

kjer sta m_1 in m_2 navidezna sija teles, ki jima pripadeta gostoti svetlobnega toka j_1 in j_2 . Enačbo v ekvivalentni obliki zapišemo kot

$$\frac{j_1}{j_2} = 10^{-0,4(m_1 - m_2)}. \quad (2)$$

Lestvica za merjenje navideznega sija je inverzna in logaritemska. S tem je prilagojena našim očem. Oči zaznavajo svetlobo linearno, možgani pa so nanjo občutljivi logaritemsko.

Absolutni sij

Absolutni sij M je navidezni sij, ki bi ga imelo telo na oddaljenosti 10 parsekov. Navidezni in absolutni sij povezuje zveza

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right), \quad (3)$$

kjer je d oddaljenost telesa. Količino $\mu = m - M$ imenujemo *modul razdalje*.

Mejni sij

Mejni sij m_m sprejemnika je navidezni sij, pri katerem sprejemnik telo komaj še zazna. S Pogsonovo enačbo lahko s primerjavo s človeškim očesom mejni sij m_m poljubnega sprejemnika z zbiralno površino s premerom D izrazimo kot

$$m_m = m_0 + 5 \log \frac{D}{D_0}, \quad (4)$$

kjer je $D_0 \simeq 6 \text{ mm}$ premer človeške zenice v temi in $m_0 \simeq 6,5$ mejni sij človeškega očesa v optimalnih opazovalnih pogojih.

Ekstinkcija*

Gostota svetlobnega toka, ki podre skozi plast snovi z debelino r , je

$$j(r) = j_0 e^{-\alpha r}, \quad (5)$$

pri čemer smo z j_0 označili gostoto svetlobnega toka, ki pada na plast, z α pa *absorpcijski koeficient*.

Količino $\tau = \alpha r$ imenujemo *optična globina*. Pojavo pravimo absorpcija svetlobe.

Svetloba, ki jo oddajajo zvezde, se zaradi prisotnosti plina in prahu na poti do nas absorbira in siplje, zato je navidezna svetlost zvezd manjša, kot bi bila sicer. Zmanjšanju svetlosti zaradi absorpcije in sipanja z eno besedo pravimo *ekstinkcija*.

Če upoštevamo ekstinkcijo, enačbo za povezavo med navideznim sijem m in absolutnim sijem M prepišemo v obliko

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) + A, \quad (6)$$

kjer je d oddaljenost zvezde, količina A pa *ekstinkcija*. V primeru medzvezdne ekstinkcije jo lahko izrazimo kot $A = ad$, pri čemer faktor $a = 2,5 \alpha \log e$ podaja povprečno ekstinkcijo v magnitudah na enoto razdalje. Značilna vrednost ekstinkcije v disku Galaksije je okoli 2 magnitudi na kiloparsek.

Ekstinkcija v Zemljinem ozračju*

Pojav ekstinkcije je prisoten tudi v Zemljinem ozračju. Ekstinkcija je najmanjša v zenitu. Pri večjih zenitnih razdaljah je ekstinkcija večja, saj takrat svetloba potuje skozi debelejšo plast ozračja.

Optično globino τ_0 v zenitu in optično globino τ pri zenitni razdalji z povezuje enačba

$$\tau = \frac{\tau_0}{\cos z}. \quad (7)$$

Enačba velja le pri zenitnih razdaljah $z < 70^\circ$. Pri večjih zenitnih razdaljah je zveza med τ in τ' bolj zapletena.

Bolometrični sij*

Človeško oko je za svetlobo občutljivo le na določenem območju, običajno pa tudi pri kameri uporabljamo izbrani filter. Pri tem zato ne zaznamo vse svetlobe, ki pade na detektor.

Navideznemu siju m_{bol} , merjenemu po vseh valovnih dolžinah svetlobe, pravimo *bolometrični sij* M_{bol} . Vrednost bolometričnega sija je številčno vedno manjša od sija na določenem območju valovnih dolžin svetlobe. Podobno definiramo tudi absolutni bolometrični sij.

Razliko med bolometričnim sijem in sijem v vidnem območju imenujemo *bolometrični popravek*:

$$BC = m_{\text{bol}} - m_V = M_{\text{bol}} - M_V. \quad (8)$$





V skladu s to definicijo ima bolometrični popravek vedno negativno vrednost. Pogosto se pojavlja tudi obraten dogovor, kjer je bolometrični popravek razlika sija v vidnem območju in bolometričnega sija. V tem primeru ima bolometrični popravek pozitiven predznak.

Barvni indeks*

Navidezni sij zvezde lahko s pomočjo barvnih filtrov izmerimo v različnih območjih svetlobe. Izmerjeni navidezni sij skozi ultravijolični filter označimo z U , skozi modri filter z B in skozi filter za vidno svetlobo z V .

Razliki navidezni sijev, izmerjenih v različnih območjih, pravimo *barvni indeks*. Izmerimo lahko na primer barvne indekse $U - B$, $B - V$ in $U - V$. Barvni indeks določa barvo, s tem pa tudi površinsko temperaturo zvezde. Po dogovoru odštejemo meritev v filtru z daljšo valovno dolžino od meritve v filtru s krajšo valovno dolžino, zato večji barvni indeks pomeni hladnejšo zvezdo. Če med nami in zvezdo ni medzvezdnega materiala, je barvni indeks neodvisen od oddaljenosti zvezde.

Izmerjeni navidezni sij B v modrem območju lahko z upoštevanjem ekstinkcije zapišemo kot $B = B_0 + A_B$, kjer je B_0 intrinzični sij, A_B pa ekstinkcija v območju B . Podobno lahko navidezni sij V v vidnem območju razpišemo kot $V = V_0 + A_V$. S pomočjo teh izrazov barvni indeks $B - V$ izrazimo kot

$$B - V = (B - V)_0 + A_B - A_V. \quad (9)$$

Količino $(B - V)_0$ imenujemo *intrinzični barvni indeks*, količino $E_{B-V} = A_B - A_V$ pa *barvni presežek*. Iz opazovanj poznamo povezavo med barvnim presežkom E_{B-V} in ekstinkcijo A_V v vidnem območju:

$$A_V \approx 3,2 \cdot E_{B-V}. \quad (10)$$

Površinski navidezni sij*

Pri netočkastih telesih, kot so na primer meglice in galaksije, navidezni sij pogosto izrazimo z enoto magnitude na kvadratno kotno sekundo. Intenziteto I svetlobe podamo kot razmerje gostote svetlobnega toka, ki pravokotno pada na enoto prostorskega kota Ω :

$$I = \frac{j}{\Omega}. \quad (11)$$

S Pogsonovo enačbo definiramo *površinski navidezni sij* (μ). Za razliko površinskih navidezni sijev μ_1 in μ_2 teles z intenzitetama I_1 in I_2 velja

$$\mu_1 - \mu_2 = -2,5 \log \frac{I_1}{I_2}. \quad (12)$$

Površinski navidezni sij navadno podajamo v enoti magnitude na kvadratno kotno sekundo. Površinski navidezni sij μ z navideznim sijem m povezuje enačba

$$\mu = m + 2,5 \log \Omega, \quad (13)$$

kjer je Ω prostorski kot nebesnega telesa v kvadratnih kotnih sekundah.

Nekatere meglice in galaksije imajo relativno visok navidezni sij, vendar je zaradi svoje razsežnosti manjši površinski navidezni sij, zato jih s prostim očesom ne vidimo.

4. Nalogi

4.1 Navidezni sij Sonca na Neptunu

Navidezni sij Sonca, če zanemarimo ozračje, je $-26,8$. Gostota svetlobnega toka, ki pride s Sonca do Zemlje (na vrhu ozračja), pa je 1361 W/m^2 .

a) *Kolikšna je gostota svetlobnega toka s Sonca, ki pride do Neptuna?*

b) *Kolikšna je navidezni sij Sonca na Neptunu?*

Neptun je od Sonca oddaljen 30 a. e. (Šolsko tekmovanje 2018)

Rešitev

Podatki: $m_\odot = -26,8$, $j_\odot = 1361 \text{ W/m}^2$, $d_N = 30 \text{ a. e.}$

a) Zapišimo gostoto svetlobnega toka s Sonca pri Zemlji ($j_\odot$) in pri Neptunu (j_N):

$$j_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi d_\odot^2}, \quad j_N = \frac{L_\odot}{4\pi d_N^2},$$

kjer je $L_\odot$ izsev Sonca, $d_\odot$ oddaljenost Zemlje od Sonca in d_N oddaljenost Zemlje od Neptuna. Iz zgornjih enačb zapišemo razmerje gostot

svetlobnih tokov, da se znebimo izseva Sonca, ki ni podan:

$$\frac{j_N}{j_\odot} = \frac{d_\odot^2}{d_N^2},$$

iz česar sledi

$$j_N = \frac{d_\odot^2}{d_N^2} j_\odot = 1,5 \text{ W/m}^2.$$

b) Navidezni sij m_N Sonca na Neptunu določimo s Pogsonovo enačbo:

$$m_N = m_\odot - 2,5 \log \frac{j_N}{j_\odot} = m_\odot + 5 \log \frac{d_N}{d_\odot} = -19,4.$$

4.2 Absolutni sij in ekstinkcija

Opazujemo zvezdo, ki ima navidezni sij v filtru V enak $m_V = 9,8$ in paralakso $0,002''$. Ekstinkcija zaradi medzvezdnega medija v vidnem delu spektra je 2 mag/kpc . Izračunaj, kolikšen je absolutni sij zvezde. (Izbirno tekmovanje 2020)

Rešitev

Podatki: $m_V = 9,8$, $p = 0,002''$, $a = 2 \text{ mag/kpc}$.

Oddaljenost zvezde d v zvezi s paralakso p izrazimo kot

$$d = \frac{1}{p} = 500 \text{ pc},$$

kjer je d v parsekih, p pa v kotnih sekundah. Absolutni sij M določimo s pomočjo enačbe

$$m_V - M = 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) + ad,$$

$$M = m_V - 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) - ad = 0,3.$$

Križne vsote

↓↓↓

→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da bo vsota števk v zaporednih belih kvadratih po vrsticah in po stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratu na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem morajo biti vse številke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

	16	15	
8			
			8
21			
		10	

↓↓↓

REŠITEV KRIŽNE VSOTE

1	6		
4	5	6	
8	1	4	
	15	9	

× × ×

www.presek.si

www.fmf.uni-lj.si/sl/zalozba/

Dva kvadrata v polkrogu



BOŠTJAN KUZMAN

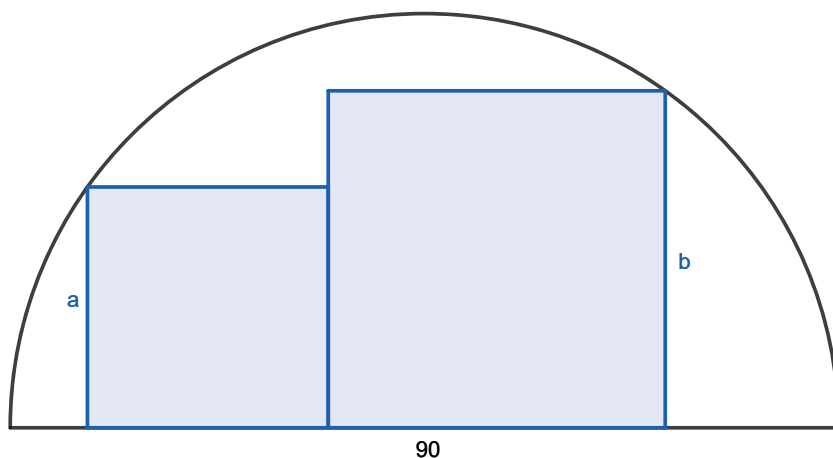
→ Začnimo leto 2025 z zabavno geometrijsko uganko, ki v malce drugačni obliki že nekaj časa kroži po svetovnem spletu. V polkrog s premerom 90 včrtamo dva kvadrata različnih velikosti, tako da njuni osnovnici ležita na premeru, po eno oglišče leži na polkrožnici, kvadrata pa se dotikata v eni od stranic. Dokazite, da je vsota ploščin obeh kvadratov enaka 2025!

Vam je dokaz uspel? Če potrebujete namig, lahko pokukate na konec tega prispevka. Mi pa bomo v to kratnem GeoGebrinem kotičku preverili trditev kar eksperimentalno s pomočjo računalnika. Konstruirali bomo ustrezen polkrog in oba kvadrata glede na izbrano oglišče levega kvadrata na krožnici, izračun vsote ploščin pa prepustili računalniku. Konstrukcija ni posebej zahtevna in jo bo marsikateri bralec

zmogel tudi brez naše pomoči. Za manj vešče pa navedimo korake:

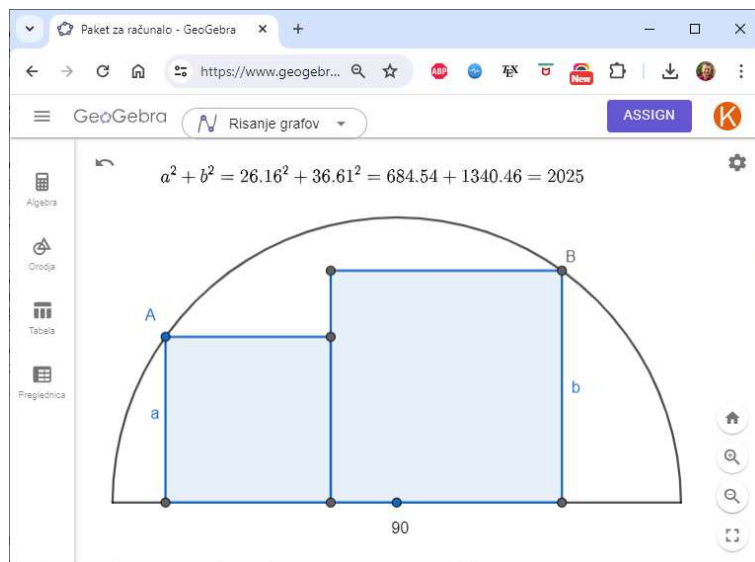
1. Za začetek narišemo središče kroga $S=(0,0)$, polkrožnico z ukazom $s=\text{KrožniLok}(S,(45,0),(-45,0))$ in premer z ukazom $d=\text{Daljica}((-45,0),(45,0))$.
2. Nato z orodjem za točko izberemo poljubno točko A na levem delu polkrožnice. Kot bomo videli, sta z izbiro te točke oba kvadrata že v celoti določena.
3. Levi kvadrat ima poleg oglišča A še oglišča s koordinatami $A_1=(x(A),0)$, $A_2=(x(A)+y(A),0)$, $A_3=(x(A)+y(A),y(A))$. Kvadrat s temi oglišči narišemo z ukazom $\text{Mnogokotnik}(A,A_1,A_2,A_3)$.
4. Desni kvadrat ima oglišče A_2 . Temu nasprotno oglišče pa leži na krožnici, zato ga lahko konstruiramo kot presečišče krožnega loka in pravokotnice na premico skozi A in A_2 skozi točko

$$a^2 + b^2 = 2025$$



SLIKA 1.

Vsota ploščin kvadratov v polkrogu s premerom 90 je 2025.



SLIKA 2.

Pomikanje točke A v apletu ne spremeni vsote ploščin.

A2. Pri tem se klikanju in dodatnim objektom izognemo z vnosom ukaza

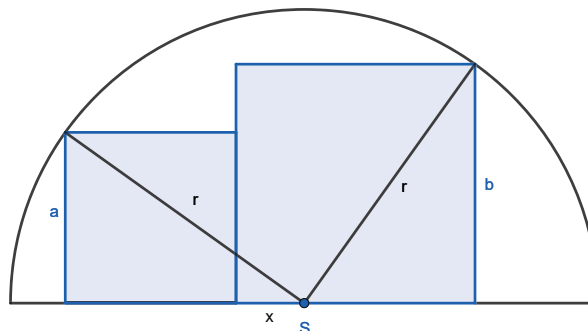
$B = \text{Presečišče}(\text{Pravokotnica}(A2, \text{Premica}(A, A2)), s)$.

5. Kvadrat lahko zdaj narišemo z vnosom $\text{Mnogokotnik}(A2, (x(A2) + y(B), 0), B, (x(A2), y(B)))$.

6. Skico očistimo in skrijemo nepotrebne objekte. Dodamo lahko še spremenljivko, ki sešteje ploščini obeh kvadratov, in besedilo, ki prikazuje ustrezno enakost z vsoto 2025

Preostane nam še matematični dokaz trditve. Ključni korak je, da narišemo polmera od središča S do oglišč na polkrožnici. Če z x označimo razdaljo od središča polkroga do stičnega oglišča kvadratov, potem po Pitagorovem izreku veljata enakosti $a^2 + (a + x)^2 = r^2$ in $b^2 + (b - x)^2 = r^2$. Enačbi odštejemo med seboj in po preureditvi sledi $x = b - a$. To vstavimo v eno od enačb in dobimo $a^2 + b^2 = r^2 = 45^2 = 2025$. Pa veliko sreče in uspeha v letu 2025 vsem! ¹

¹Podobna naloga s premerom 16 se je po svetovnem spletu razširila potem, ko jo je leta 2019 na svojem Twitter računu objavila Catriona Shearer, avtorica številnih geometrijskih ugank.



SLIKA 3.

Vsota ploščin kvadratov je vselej enaka r^2 .

× × ×

Gotovo pa je bil problem znan že prej - ugotovitev, da je vsota ploščin včrtanih kvadratov enaka kvadratu polmera, najdemo tudi v zapiskih sodelavke Preseka Nade Razpet iz leta 2004.

Snežne pike



ANA REBEKA KAMŠEK, SIMON ČOPAR



SLIKA 1.

Zgornja fotografija je bila posneta, ko je novembra 2024 v Ljubljani zapadel prvi sneg. Opazimo nastanek snežnih pik na črnem asfaltu v precej enakomernih razmikih. Na prvi pogled se zdi, kot da se je sneg zbral v zgoščenih kupčkih, ali da se je sneg okrog kupčkov talil hitreje. Pod kakšnimi pogoji opazimo ta pojav?

Snežinke so sestavljene iz različno velikih skupkov ledenih kristalov, kar pomeni, da je v njih ujetega veliko zraka. Led in voda sta sama po sebi prozorna, sneg pa je bel, ker se svetloba na mejah med ledom in ujetimi mehurčki zraka razprši v različnih smereh. Iz istega razloga so beli tudi milnična pena, sladkor v prahu in celo papir.

Ob pravi vlažnosti in temperaturi se na cesti na-

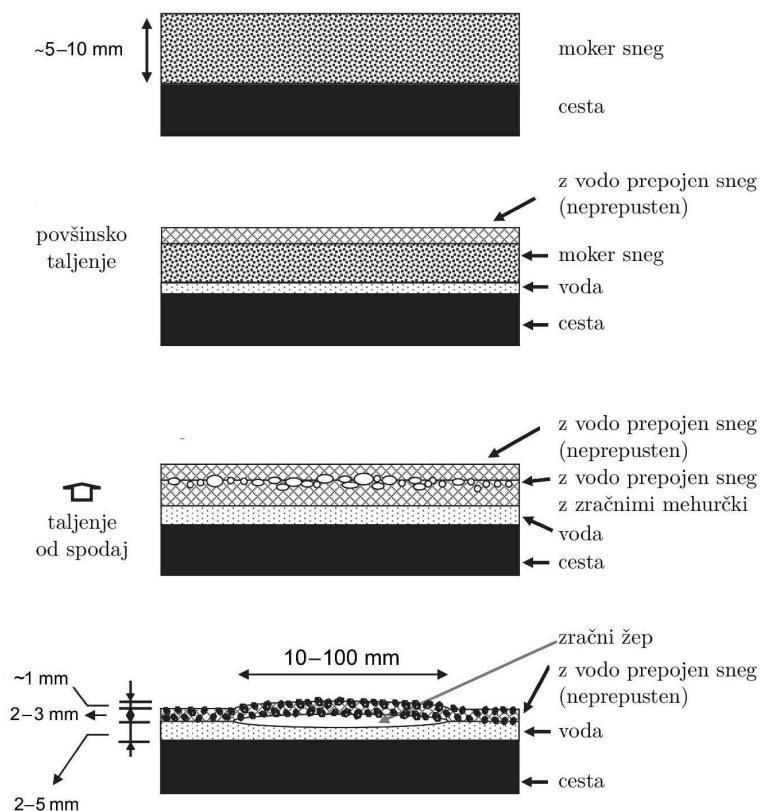
bere zelo moker sneg, pri čemer ledeni kristalčki delujejo podobno kot vpojna kuhinjska goba. Prepojen sneg ne prepušča zraka, če je »goba« iz ledenih kristalčkov dovolj gosta, da mehurčki zraka ne morejo pronicati skozi njo. Ko je sneg popolnoma prepojen z vodo, postane prosojen. Led in voda imata namreč precej podoben lomni količnik in svetloba na poti skozi tak sneg skorajda ne spreminja več smeri. To opazimo na fotografiji (slika 1) – deli, kjer vidimo črn asfalt, so prekriti s popolnoma prepojenim snegom (plundro).

Do snežnih pik pride, če se na površju že ustvari neprepustna plast popolnoma mokrega snega, preden se v celoti prepoji ali stali sneg pod njo. Ko se začne taliti spodnji del snega, zračni mehurčki ne morejo pobegniti skozi zgornjo plast, ampak se začnejo združevati v večje mehurje, ki plast mokrega snega rahlo dvignejo. Vsak dodaten mehurček, ki se osvobodi iz talečega se snega, zdrsne proti najbližjemu zračnemu žepu, zato mehurčki niso naključno porazdeljeni: nov zračni žep se oblikuje samo, če ni dovolj blizu drugega zračnega žepa.

Do kontrasta med črnimi in belimi deli ne pride zato, ker bi bil sneg različno debel ali različno stavljen, temveč ker se svetloba siplje na meji med zgornjim mokrim snegom in zračnim žepom. Podobno opazimo, ko se nam pod bel lepilni trak ujame mehurek zraka (glej sliko 3).

Vzorci pik ne trajajo dolgo, saj nastanejo ravno ob pogojih, ugodnih za taljenje snega. Ker zrak slabše prevaja toploto kot moker sneg, se sneg nad žepom počasneje tali, tako da so ob taljenju snega beli kupčki zadnji, ki ostanejo.

O tem pojavu ni veliko znanstvene literature, so ga pa podrobno opisali Kameda s sodelavci iz Tehnološkega inštituta Kitami na Japonskem [1], od koder je povzeta tudi shema pojava na sliki 2. Avtorji so opazili pike s premerom od enega do desetih centimetrov.



SLIKA 2.

Shema nastanka snežnih pik. Prirejeno po članku [1].



SLIKA 3.

Mehurček zraka pod lepilnim trakom.

Pokazali so, da pike niso razporejene povsem naključno, ampak imajo največkrat šest najbližjih sosed. Opisani pojav so opazili v jutranjih urah v krajih, kjer je čez noč zapadlo centimeter in pol snega, hkrati pa je bila povprečna nočna temperatura zraka višja od ledišča ter nižja od 1 °C.

Literatura

- [1] T. Kameda, Y. Harada in S. Takahashi, *Characteristics of white spots in saturated wet snow*, Journal of Glaciology **60**, 1075, 2014.

× × ×

Proge na zamrznjeni luži



ALEŠ MOHORIČ

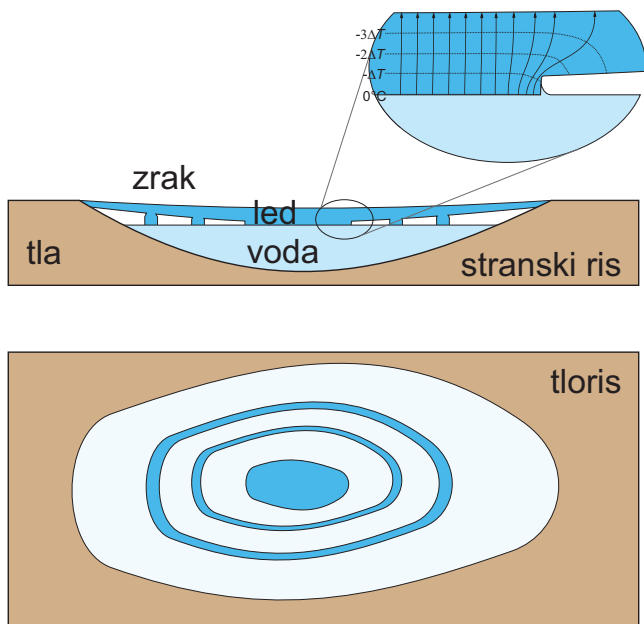
→ V tokratni zimsko obarvani številki Preseka si oglejmo še eno dokaj značilno zimsko podobo. Ste kdaj podrobneje pogledali zamrznjeno lužo, kot jo kaže slika 1? Ste opazili proge, ki tečejo okoli ledenega pokrova na luži, pogosto vzporedno z njenim robom? Ti vzorci niso naključni, so posledica procesa ohlajanja in zamrzovanja vode v luži. Oglejmo si ga podrobneje.

Najprej razmislimo, kako nastane led. Ko se voda dovolj ohladi, začne zamrzovati, in sicer od gladine navzdol. To je zato, ker hladni zrak najprej ohladi površinsko vodo. Plast ledu plava na vrhu, ker je gostota ledu manjša od gostote tekoče vode. Toda, ko se ta plast debeli, se pod njo zgodi nekaj zanimivega. Na svojem zunanjem robu se ledena plošča opira ob tla, pod njo pa se voda umika in od roba raste zračni mehur. Prav dobre razlage, zakaj nastaja zračni mehur nimam, vidim pa dve možnosti: da luža zmrzuje od zunanjega roba in na sredini voda izhlapeva, ali



SLIKA 1.

Zamrznjena luža, vzporedno z njenim robom se vijejo temnejše proge.



SLIKA 2.

Shematski prikaz nastanka ledenih reber. Ta so posledica hitrejšega zamrzovanja zaradi povečanega toplotnega toka na robu stika med ledom in vodo, ki sta boljše toplotna prevodnika od zraka.

pa voda pronica v tla.

Dlje od roba je ledena plošča še vedno v stiku z vodo. Voda ter led sta mnogo boljše toplotna prevodnika od zraka in toplotne tokovnice se zgostijo ob robu stične ploskve med ledom in vodo. Na sliki 2 so toplotne tokovnice prikazane na povečavi odseka s polnimi črtami, s črtkanimi črtami pa so predstavljene ploskve konstantne temperature, ki so na tokovnice pravokotne. Tam, kjer so tokovnice gostejše, teče toplota močnejše in zato voda hitreje zamrzuje. Ledena plošča se na tem mestu najhitreje debeli. Tako nastane ledeno rebro na robu stične ploskve med ledeno ploščo in vodo. Od rebra lahko nato stran od roba, proti sredini luže, začne nastajati nov zračni mehur. Tako dlje od roba ledene plošče lahko nastane novo ledeno rebro. Od zgoraj je ledena plošča, pod katero je zračni žep, videti svetlejša. Kjer je plošča v stiku z vodo, pa je na videz temnejša. Zato so rebra, ki tečejo vzporedno z robom luže, videti temnejša, temnejša pa je tudi plast ledu na sredini luže, ki je še v stiku z vodo. To jasno vidimo na sliki



SLIKA 3.

Ledena rebra pod ledeno ploščo so na luži od zgoraj videti kot temne proge.

1 in na tlorisu slike 2.

Rebra so lahko debela tudi nekaj centimetrov, kar lepo vidimo, če ledeno ploščo prekucnemo in si jo ogledamo s spodnje strani, kot je videti na sliki 3.

Temne proge na luži ne pritegnejo zgolj pogleda, pripovedujejo tudi fizikalno zgodbo. Naslednjič, ko boste videli zamrznjeno lužo, si vzemite trenutek za ogled teh vzorcev. Niso naključni, so naravna umetnost, oblikovana z zakoni fizike. Razumevanje teh zakonov nam ponuja vpogled v čarovnijo narave, kjer lahko tudi najpreprostejši pojavi vsebujejo čudovitost in znanost. Zapomnite si, vsaka zamrznjena luža je majhno, ledeno platno, ki pripoveduje svojo edinstveno zgodbo o tem, kako se voda spreminja v led.

× × ×

1. kongres matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

ŠTEVILKA 3, LETNIK 22, ŠOLSKO LETO 1994/95

↓↓↓

→ Baron Jurij Vega, slavní matematik slovenskega rodu, je leta 1794 v nemškem mestu Leipzig objavil knjigo s tabelami logaritmov z naslovom *Thesaurus Logarithmorum Completus* (Zakladnica vseh logaritmov). Knjiga je doživela okoli 90 ponatisov in so jo še okoli 150 let uporabljali astronomi, pomorščaki, vojščaki, inženirji in drugi znanstveniki po vsej Evropi, med drugimi sta imela svoji kopiji tudi nemški matematik Carl Friedrich Gauss in angleški astronom Charles Babbage, sicer najbolj znan kot načrtovalec prvih mehanskih računskih strojev.

200 let pozneje, leta 1994, smo v Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije Vegov jubilej obeležili s prvim kongresom slovenskih matematikov, fizikov in astronomov v tedaj še mladi, komaj tri leta stari samostojni Sloveniji. Kongres je potekal v Cankarjevem domu v Ljubljani in se zaključil s proslavo v Zagorici, rojstnem kraju Jurija Vege. O vsebini kongresa je tedaj v novoletno obarvani številki revije na kratko poročal tudi Presek, kot lahko razberemo iz spodnje novice. Od prvega in edinega tovrstnega kongresa doslej je medtem minilo že 30 let, slovenski matematiki, fiziki in astronomi pa so se medtem široko uveljavili v mednarodni skupnosti. Je morda dozorel čas za drugi kongres?



1. KONGRES MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

Prvi kongres slovenskih matematikov, fizikov in astronomov, s podnaslovom *Ob dvestoletnici velikega logaritmovnika Jurija Vege*, je potekal od 20. do 22. oktobra v Cankarjevem domu v Ljubljani.

Skupno zanimanje udeležencev je na otvoritveno dopoldne veljalo trem plenarnim predavanjem: Aritmetika eliptičnih krivulj Ivana Vidava, Kaj smo se naučili iz fizike 20. stoletja Bogdana Povha in Pregled zadnjih dogajanj v astrofiziki Janeza Zorca.

Kasneje je kongres deloval po posameznih področjih. Matematični del kongresa je imel večje število vabljenih predavanj. Ostali prispevki so bili predstavljeni s 15 minutnimi predavanji ali s posterji in demonstracijami.

Fizikalni del je imel trikrat po tri pregledna predavanja s področij osnovnih, aplikativnih in pedagoških raziskav. Glavni poudarek preostalega je bil na posterjih.

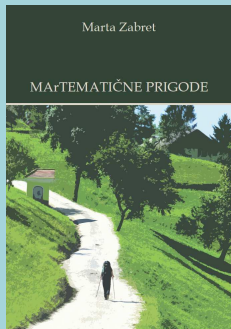
Organiziranih je bilo nekaj okroglih miz. Ena je bila namenjena sodelovanju med strokovnjaki iz industrije in tistimi z univerz in inštitutov, druga povezavi s slovenskimi matematiki in fiziki v svetu. Okrogli mizi z naslovoma *Energetika in okolje* ter *Pospeševalniki* sta zbudili veliko zanimanje, prav tako okrogla miza o večni temi pouka na osnovni in srednji šoli.

Ob kongresu je bila postavljena izredno lepa razstava ob dvestoletnici *Thesaurusa Jurija Vege*. Zaključili smo ga s 46. občnim zborom Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in proslavo v Zagorici, Vegovem rojstnem kraju.

Marija Vencelj

Nekaj iz ponudbe Založbe FMF

V Založbi Fakultete za matematiko in fiziko izdajamo matematično in fizikalno literaturo.
V nadaljevanju vam predstavljamo dve knjigi.

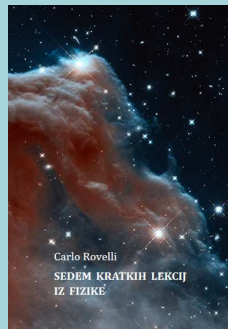


Marta Zabret:

**MaTeMATIČNE
PRIGODE**

148 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

12,50 EUR



Carlo Rovelli:

**SEDEM KRATKIH LEKCIJ
IZ FIZIKE**

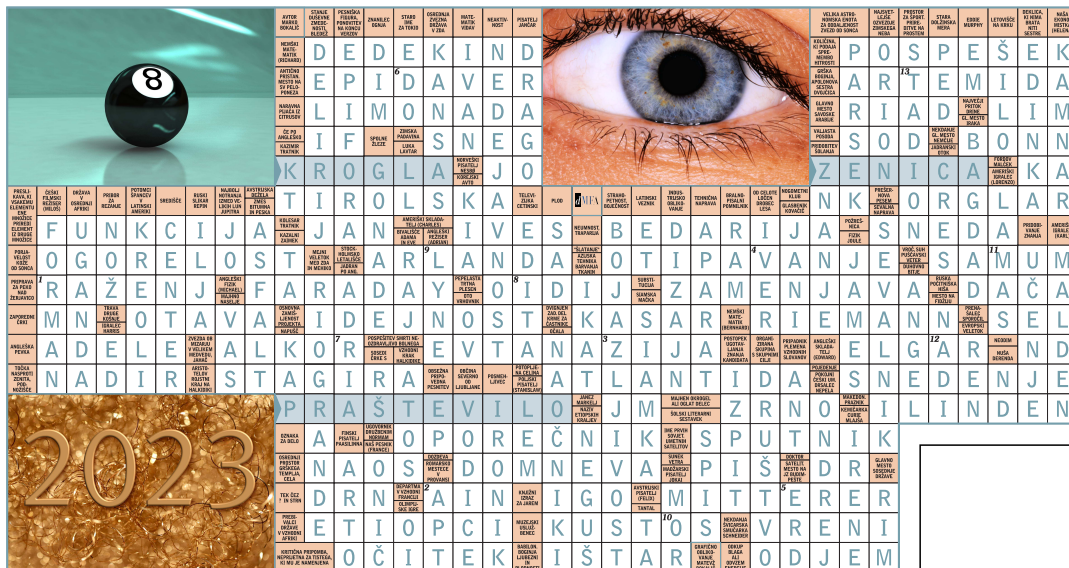
76 strani
format 12 × 17 cm
mehka vezava

9,50 EUR

Poleg omenjene ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela.

<https://www.fmf.uni-lj.si/sl/zalozba/katalog/>

Dodatne informacije lahko dobite v knjižnici Fakultete za matematiko in fiziko po telefonu (01) 4766 558.



**REŠITEV
NAGRADNE
KRIŽANKE
PRESEK 52/2**

→ Pravilna rešitev nagra-
dne križanke iz druge
številke Preseka letnika
52 je **razvedrilomat**.
Med pravilnimi reši-
tvami smo izžrebali
naslednje reševalce:
Karel Rankel iz Kranja,
Manja Ferme iz Celja,
Patricia Király iz Bre-
zovice pri Ljubljani, ki
bodo nagrade prejeli po
pošti.



Andrej Guštin, Dunja Fabjan, Vid Kavčič, Simon Bukovšek

Zbirka nalog z astronomskih tekmovanj 2009–2024

Teorija in rešene naloge za srednje šole

Ob 15. obletnici tekmovanj iz astronomije je pri založbi FMF izšla Zbirka nalog z astronomskih tekmovanj – teorija in rešene naloge za srednje šole.

Poleg več kot **230 rešenih nalog** s šolskih, z državnih in izbirnih tekmovanj za srednje šole prinaša zbirka tudi **povzetke teorije**, ki bodo v pomoč tekmovalkam in tekmovalcem pri pripravi na astronomska tekmovanja. Zbirko bogati več kot **140 skic in fotografij**, ki bralkam in bralcem pomagajo pri razumevanju vsebine.

Zbirka je razdeljena na šest tematskih sklopov: **osnove astronomije**, **nebesna mehanika**, **svetloba in sevanje**, **zvezde in zvezdni sistemi**, **kozmozologija** in **optika**. Vsak tematski sklop se začne s povzetkom teoretičnih vsebin, vse od temeljnih pa do zahtevnejših konceptov. Sledi izbor nalog, ki se navezujejo na obravnavano tematiko. Urejene so po težavnosti, hkrati pa je vsaka naloga opremljena tudi z oznako letnice in ravni tekmovanja. Poleg tega zbirka zajema tudi sklope **koristne matematične zveze**, **obdelava podatkov** in **vrtljiva zvezdna karta**.

Zbirka predstavlja prvo tovrstno gradivo pri nas, zato je nepogrešljiv pripomoček za mlade astronomke in astronome, ki si želijo boljšega razumevanja in bolj poglobljenega stika z astronomijo. Hkrati pa lahko služi kot odličen pripomoček pripravo na šolska, državna in izbirna tekmovanja iz astronomije – tako za dijakinje in dijake kot tudi njihove mentorice in mentorje. V veliko pomoč pa bo tudi študentkam in študentom, ki se astronomiji posvečajo v okviru univerzitetnega študija na prvi stopnji.



Poleg omenjene knjige ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitev so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

<https://www.fmf.uni-lj.si/sl/zalozba/katalog/>

Dodatne informacije lahko dobite v knjižnici Fakultete za matematiko in fiziko po telefonu (01) 4766 558.



9 770351 665234