

p r e 2
s e k v
1977-78



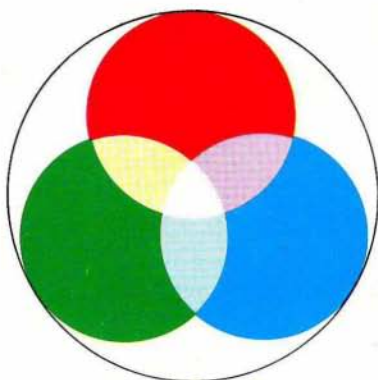
LIST ZA MLADE

 **MATEMATIKE**

   **FIZIKE**

 **ASTRONOME**

IZDAJA D M F A S R S





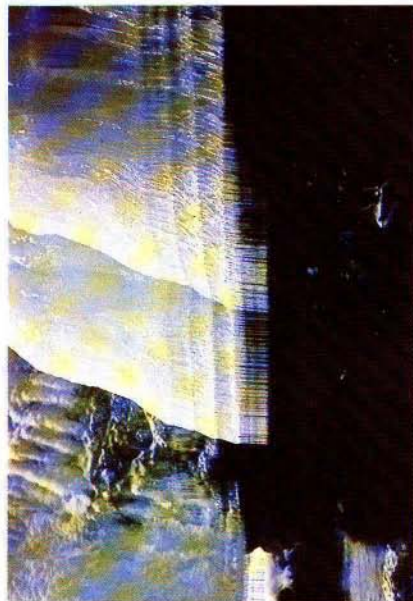
14



15



17



18A



18B



20



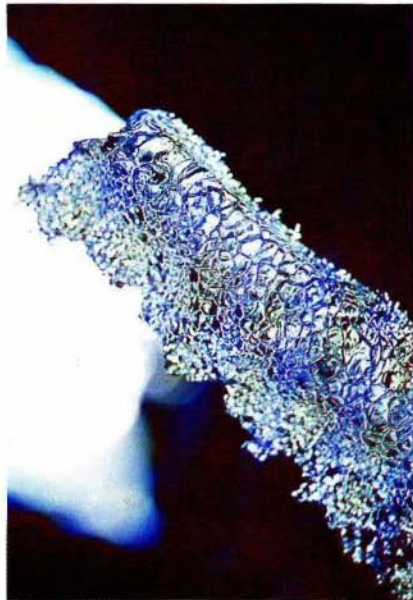
23



24



25



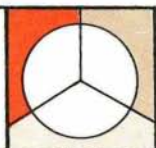
27A



28



29



DRAGI BRALCI !

V zadnji številki lanskega Preseka ste videli, kako nastaja naša revija v tiskarni, kakšno pot prehodijo že urejene strani vaših prispevkov. Tokrat bi vam rada posredovala naše želje o zunanjem videzu vaših prispevkov. S čisto malo pazljivosti nam lahko veliko pomagate. Pred objavo doživi namreč rokopis še marsikaj: strokovno recenzijo, jezikovni pregled, risanje slik (kadar je to potrebno), pregled odgovornega in glavnega urednika in končno tipkanje. Če je članek napisan s primerno velikim razmikom med vrsticami - najbolje kar z maksimalnim razmikom, ki ga dopušča pisalni stroj - je namreč mnogo lažje vpisovati jezikovne korekture in druge pripombe urednikov, predno oddamo rokopis strojepiski. V Preseku in drugih strokovnih revijah ter knjigah ste lahko opazili, da so vsi matematični simboli natipkani z drugačnim tipom črk. Te črke so ležeče - *kurzivne*. Da stavec v tiskarni oz. v našem primeru strojepiska ve, da mora v tem primeru uporabiti drugo glavo na IBM pisalnem stroju, mora jo biti v rokopisu vsi ti simboli podčrtani z valovito črto, npr. takole:

$$\underline{y} = (\underline{a} + \underline{x})^2, \quad \underline{y} = \int_{\underline{t}_1}^{\underline{t}_2} \underline{f}(\underline{x}) \sin \underline{x} \, \underline{d}\underline{x}, \quad \text{premica } \underline{a}, \text{ oglišče } \underline{B}$$

Vse številke, ločila in znaki za matematične operacije pa so vedno pokončni. Enako navodilo velja za matematične simbole, ki jih vpisujete na slikah. Kurzivno izpisujemo tudi važnejše strokovne pojme, ko se prvič pojavijo v tekstu.

Tretja stvar, o kateri bi rada spregovorila, je pisanje kopij. Ker naredi rokopis kar dolgo pot, kot ste pravkar prebrali, je seveda možno, da se mu zgodi kaj nepredvidenega. Zato smo pred kratkim sklenili na seji uredniškega odbora, da vse avtorje ponovno prosimo, da nam pošiljajo svoje prispevke v dveh izvodih: original in kopijo.

Dobro je tudi, če označite v tekstu, kje naj bodo slike (skice). Le-te naj bodo narisane na posebnem listu v končni velikosti, da bo risar lažje ugotovil, kakšno sliko si želi avtor. Kar pa so skice manjše, jih lahko narišete kar med tekst.

To, kar sva omenila, so običajni postopki, ki jih predpisujejo vse revije in vse morajo od časa do časa opozarjati avtorje, naj jih upoštevajo. Velikokrat celo zagrozijo, da bo šel neprimeren prispevek nazaj k avtorju, da ga popravi. Mi pa vam zaupamo, da boste naše želje upoštevali!

Zvonko Trontelj in Ciril Velkovrh

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome.
5. letnik, šolsko leto 1977/78, 2. številka, december 1977, str. 65 - 128

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj (bistrovidec), Danijel Bezek, Andrej Čadež (astronomija), Jože Dover (premisli in reši), Tomaž Fortuna, Pavel Gregorc (uganke, križanke), Marjan Hribar (fizika), Andrej Kmet, Ljubo Kostrevc, Jože Kotnik, Edvard Kramar (naloge - tekmovanja), Matilda Lenarčič (pisma bralcev), Norma Mankoč-Borštnik, Franci Oblak, Peter Petek, Tomaž Pisanski (matematika), Tomaž Skulj, Zvonko Trontelj (odgovorni urednik), Janez Strnad (glavni urednik), Marijan Vagaja, Ciril Velkovrh (urednik, nove knjige).

Rokopis je natipkala Metka Žitnik, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 65-061/53, štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki štev. 32009-007-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 30.-din, za skupinska pa 25.-din; za inozemstvo 2 \$ = 36.-din, 1300.-Lit, 36.-Asch. Posamezna številka stane 8.-din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 23.000 izvodov.

© 1977 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

P R E S E K - LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME
5 (1977/78) ŠT.2., STR.65-128 + 4 STR.PRIOLOGE

V S E B I N A

UVODNIK	65	(Zvonko Trontelj in Ciril Velkovrh)
MATEMATIKA	68	Mreža kocke (Stanislav Horvat)
	73	Problem o barvanju kart (Dušan Repovš)
	77	O matematični indukciji (Niko Prijatelj)
	81	Nekaj o teoriji števil (Stare Janez)
ASTRONOMIJA	87	Prva kozmična hitrost (Karel Šmigoc)
PREMISLI IN REŠI	90	(Tomaž Pisanski in Jože Dover)
MATEMATIČNO	91	Ploskavci (Ivan Pucelj)
RAZVEDRILO	93	142 857 143 (Roman Rojko)
	94	Številčni orjaki (Karel Bajc)
	95	Kriptogrami - rešitev str. 105 (Pavel Gregorc)
KRIŽANKA	96	Trigonometrične funkcije (Pavel Gregorc)
NALOGE	98	Tri naloge bralcev (Tomaž Pisanski)
	99	Enica zmaguje (Tomaž Pisanski)
		O trikotniku in točki (Janez Rakovec)
PISMA BRALCEV	100	(Peter Petek, Pavle Zajc, Matilda Lenarčič)
TEKMOVANJA -	106	Tekmovanje srednješolcev iz matematike in fizike
NALOGE		v letu 1978 (Edvard Kramar)
	108	Republiško tekmovanje osmošolcev (Pavel Zajc)
	110	Tekmovanje v koprski regiji (Bogomila Kolenko)
FIZIKA	113	Kako odvajati velik toplotni tok (Janez Žitnik)
	116	Balistika, 2.del. Notranja balistika. Napake
		(Tomaž Pisanski)
	125	Enajsta šola iz fizike, 2.del. Čudodelna zima
		(Ivan Kuščer)
REŠITVE NALOG	86	Križanka - P 5(1977/78)1 (Pavel Gregorc)
	104	Bistrovidec - P 4(1976/77)3 (Franci Oblak)
		Bistrovidec - P 4(1976/77)4 (Danijel Bezek)
BOLJ ZA ŠALO	115	Modrost zahoda (Ana Hafner)
KOT ZARES	124	Rebusa (Pavel Gregorc)
NA OVITKU	I	Enajsta šola iz fizike (Ivan Kuščer) Sl. 19
IN PRILOGI		Ledene sveče ob vhodu v Zelške jame
		(foto Dušan Kuščer)
	II, III, IV, V	Enajsta šola iz fizike Sl.14, 15, 17,
		18a,b 20-27a,b-29
NOVE KNJIGE	VI, VII in 76	(Ciril Velkovrh)
BISTROVIDEC	VIII	Tiger v kletki (Marjan Hribar)



MREŽA KOCKE

S kocko smo se seznanili že v najzgodnejši mladosti. Igrali smo se z različnimi igračami, med katerimi so bile zagotovo tudi kocke. Z njimi smo gradili hiše, stolpiče, vlak in še veliko drugih reči. Če pa so bile poslikane, smo jih mogli zložiti tako, da smo dobili enega izmed 6 možnih prizorov, npr. Sneguljčice; biti smo morali že pravi mojstri, da nam je uspelo.

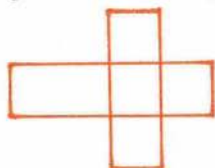
Kocka je bila nepogrešljiva tudi pozneje, ko smo se začeli vključevati v razne družabne igre, kot npr. človek ne jezi se!, potovanje v čudežno deželo in podobne. S kocko smo se nekako seznanjali s svetom števil, saj smo svojo figurico smeli pomakniti na plošči za toliko enot, kolikor pik je pokazala zgornja ploskev kocke ... Še in še bi lahko naštevali primere, ko smo se srečevali s kocko, a dovolj o tem. Včasih smo celo napačno imenovali s kocko telesa, ki take oblike niso imela; npr. kocka sladkorja, kocka pri igri domino, ki so pravzaprav kvadri.

V šoli se pri pouku matematike začno seznanjati učenci s prostorski-mi območji v 3. razredu. Tu dobe napotilo, po katerem morajo s premiki doseči vsako poljubno točko v notranjosti ali na meji kvadra. Seveda tega telesa še ne imenujejo s pravim imenom, ampak povedo le, da je podobno škatli ali zaboju. Takoj za tem sledi v učbeniku naloga: Določi pravila, po katerih dosežeš iz točke S vse tiste točke, ki leže v notranjosti ali na meji kocke! Predpostavljamo torej, da učenci kocko že več ali manj poznajo.

Šele v 4. razredu si podrobneje ogledajo kocko in še nekatera druga prostorska območja, ki imajo obliko škatlice za vžigalice, igralne kocke, tetrapaka za mleko, konzervne škatle itd. Učenci z opazovanjem teles in z lastnim delom ugotove naslednje: če papi-rnati model geometrijskega telesa razrežemo vzdolž nekaterih robov, tako da ga lahko razgrnemo v ravnino, dobimo mrežo telesa.

Sledi navodilo, naj store tako z modelom kocke in naj narišejo njeno mrežo. Hkrati jim je postavljeno vprašanje, ali more imeti mreža kocke več oblik. Pa smo pri problemu, ki smo si ga zastavili. V 5. razredu obravnavajo kocko natančneje, papirnate modele razrezujejo in dobivajo mreže. Izrezano mrežo pregibajo in jo zganejo v kocko. Učenci zvedo, da ima kocka natanko 11 različnih mrež; dve sta v učbeniku že narisani, preostalih 9 naj bi narisali oni sami.

Vse to se nanaša na novi učni načrt, po katerem delajo letos učenci od 1. do 7. razreda. Kar nas je starejših učencev, se s tem vprašanjem nismo nikdar posebej ukvarjali. Govorili smo sicer o mreži kocke in kvadra, tudi narisali smo ju kakšenkrat, izrezali iz papirja in zlepili kocko ali kvader, toda najčesče je bila mreža kocke takšne oblike:

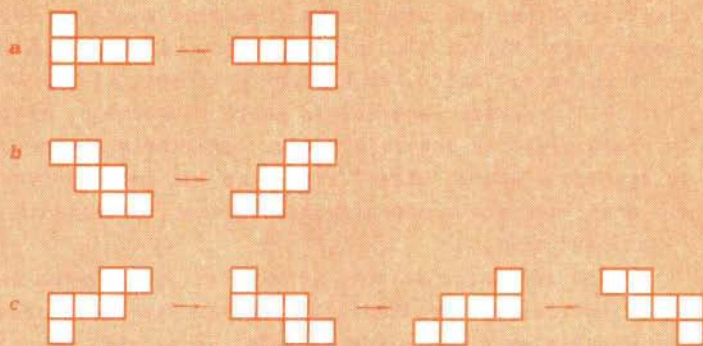


Kar priznajmo, da se nismo nič spraševali, ali bi mogla biti mreža tudi drugačna. Zdaj pa se je nenadoma pojavilo vprašanje, koliko različnih oblik more biti in kako jih narisati.

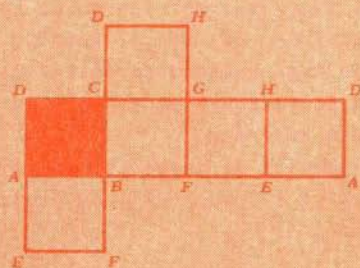
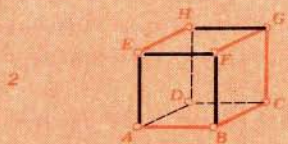
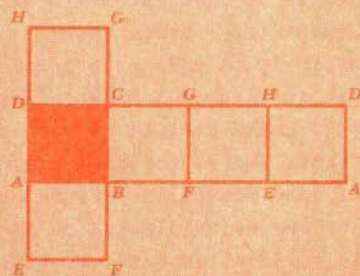
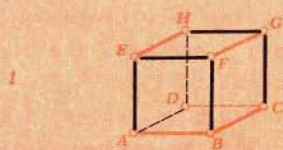
Pa poskušajmo priti stvari do dna! Kot je znano, ima kocka 6 mejnih ploskev, 8 oglišč, 12 robov. V narisani mreži se mora vseh 6 kvadratov držati skupaj in biti morajo v taki medsebojni legi, da se dajo zganiti v kocko. Zategadelj morajo ti kvadrati v večkotniku - mreži imeti 5 skupnih robov. Sedem robov ostaja prostih in po njih bodo potovale škarje. Ker se v vsakem oglišču kocke stikajo po 3 mejne ploskve, se tudi v narisani mreži smejo v isti točki stikati največ le po 3 kvadrati.

Zamislimo si torej iz papirja napravljen model kocke. S škarjami bomo napravili 7 rezov po robovih. Pri tem moramo paziti, da nobene mejne ploskve ne izrežemo popolnoma; to bomo dosegli le v primeru, da črta, po kateri potujejo škarje, ne bo sklenjena. Tako bomo površje kocke razgrnili v ravnino in dobili nekonveksni 8-, 10- ali 12-kotnik, sestavljen iz 6 skladnih kvadratov. Mejo tega večkotnika sestavlja 14 skladnih daljic (7 robov kocke), v njegovi notranjosti je 5 skladnih daljic, ki razmejujejo posamezne kvadrate.

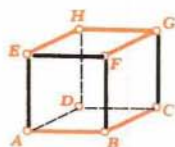
Omeniti je treba še, da slik, ki nastajajo z zrcaljenjem na premici ali na točki, ne štejemo za različne. Take so npr. naslednje:



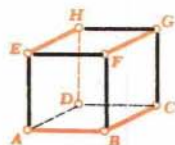
Vsaka izmed slik pod a), b), c) predstavlja isto mrežo.
Spodnje slike prikazujejo načine razrezovanja modela kocke in tako dobljene mreže. Robovi, vzdolž katerih režemo, so črni.



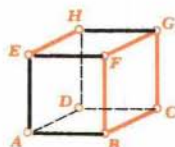
3



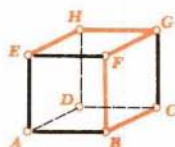
4



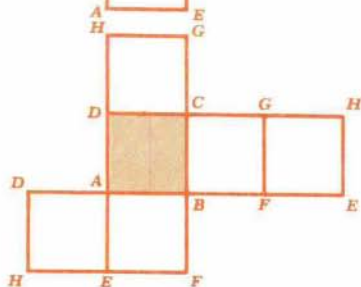
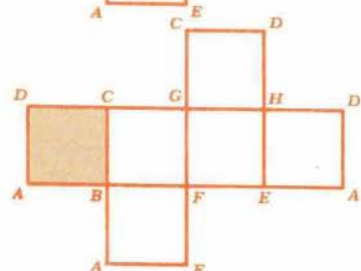
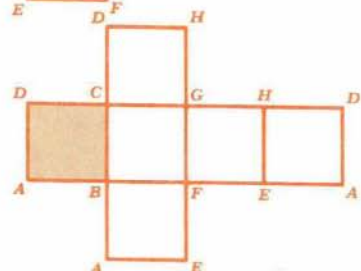
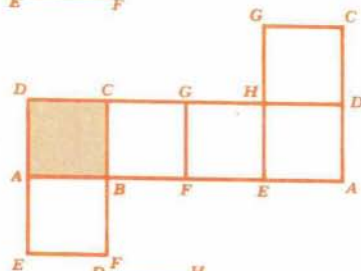
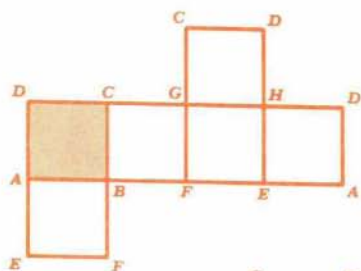
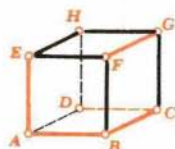
5



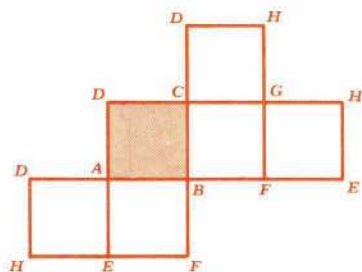
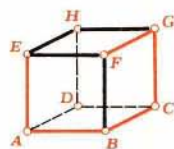
6



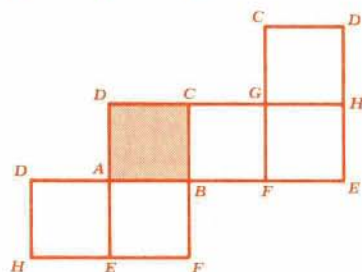
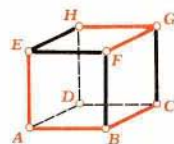
7



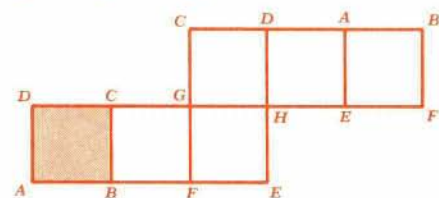
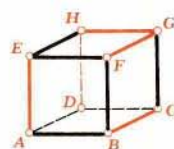
8



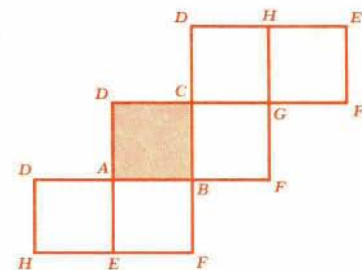
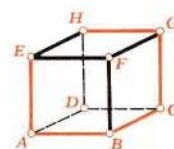
9



10



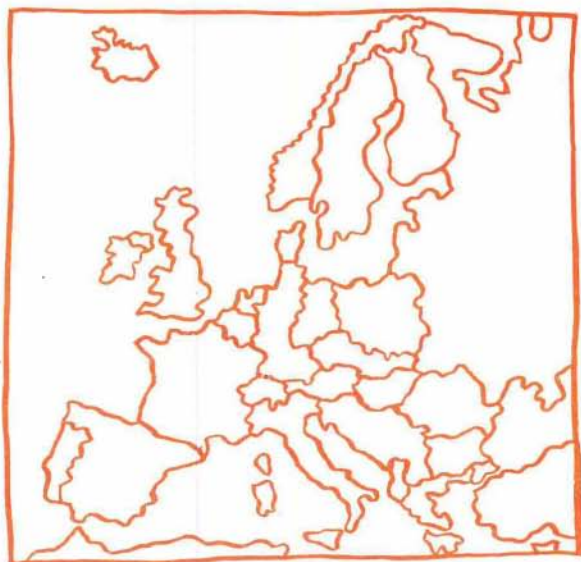
11



Stanislav Horvat

PROBLEM O BARVANJU KART*

Pri zemljepisu ste gotovo opazili, da so posamezne države na zemljevidih različno obarvane, da jih lažje razločimo. Ali ste že kdaj pomislili, koliko barv potrebujemo *najmanj* za takšno razmejevanje državnih ozemelj? Pa sami pobarvajte zemljevid *Evrope* s 4 različnimi barvami! Pazite, državi, ki *mejata*, morata biti *različno* obarvani!

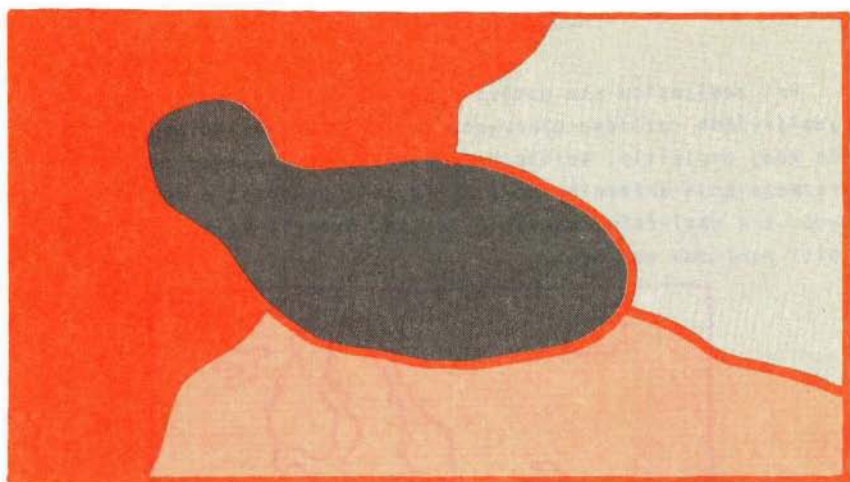


sl.1



Razmišljanje, ki smo ga ubrali, je pred več kot sto leti privedlo do slovitega *problema štirih barv* [1], ki je bil rešen šele lani - z računalnikom. Tej težki nalogi damo takole obliko: *Dokaži, da lahko s samo štirimi različnimi barvami pobarvamo poljuben zemljevid, če morata biti dve sosednji državi pobarvani s različnima barvama.*

*Prispevek je ilustriral Božo Kos



sl.2



sl.3

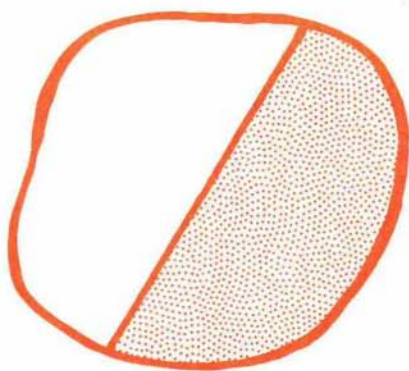
Problem sodi v posebno matematično vejo - *teorijo grafov*, s katero se ukvarjajo tudi naši matematiki, v svetu pa prednjači madžarska matematična šola.

Problem štirih barv smo pokazali le za ilustracijo znatno lažje naloge, ki jo kanimo ugnati v tem prispevku [2]:

V ravnini načrtajmo n premic. Dokaži, da lahko območja, na katera delé premice ravnino, obarvamo že z dvema barvama tako, da sosednji območji ne bosta iste barve. (Območji, ki mejita samo v točki, nimata skupne meje in sta potemtakem lahko iste barve).

Najprej vidimo, da dve strani - dva dela ravnine, ki ju razmejuje premica, moremo vedno obarvati le z dvema barvama v skladu s pogoji naloge.

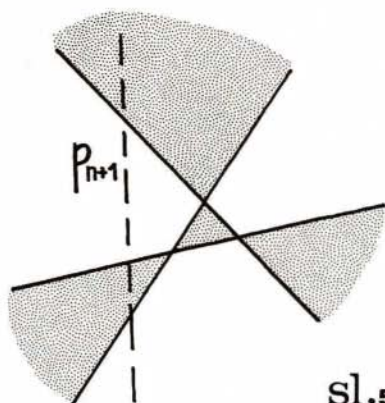
Pokažimo tole: če lahko območja ravnine, ki jih ustvarja n premic, pobarvamo z dvema barvama po pogojih naloge, lahko tudi območja, ki jih napravi $n+1$ premic, pobarvamo z dvema barvama po zahtevah naloge. Odtod po pravilu matematične indukcije sledi, da je trditev naše naloge pravilna. Imejmo $n+1$ premic v ravnini: $p_1, \dots, p_{n+1}$. Odstranimo eno, npr. p_{n+1} . Ostalih n premic deli ravnino na območja, ki jih po predpostavki lahko pobarvamo z dvema barvama po zahtevah naloge.



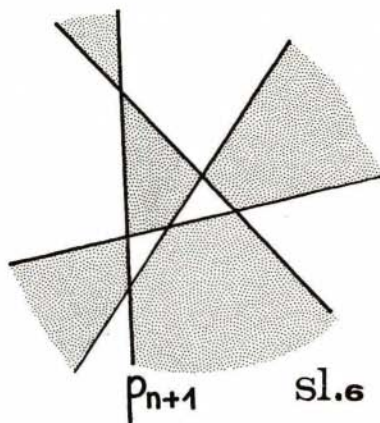
sl.4

Načrtajmo premico p_{n+1} in na enem izmed njenih bregov spremenimo vse barve. Na drugem bregu ne spreminjamo ničesar.

Če imata dve območji ravnine za mejo katero izmed premic $p_1, \dots, p_n$, sta že različno obarvani. To je veljalo že prej, zdaj pa smo zamenjali hkrati obe barvi, tako da sta ostali barvi isti ali pa sta se obe hkrati zamenjali. Če pa območji mejita na premici p_{n+1} , bosta različno obarvani, saj smo zato spremenili barve samo na enem bregu premice p_{n+1} . Tako dobljeno obarvanje povsem ustreza zahtevam naloge in dokaz je končan.



sl.5



sl.6

Dušan Repovš

Literatura:

- [1] Ore O.: *The Four-Colour Problem*, Academic Press, New York, 1967
- [2] Яглом А.М., Яглом И.М. - Неэлементарные Задачи в элементарном изложении, Гостехиздат, Москва, 1954

V A B I L O

Učitelje matematike in dijake srednjih šol prosimo, da nam sporoče, če nam lahko pošljejo v zameno za novejši izvod katero izmed naslednjih knjig:

- Ivan Štalec, Zbirka rešenih vaj iz aritmetike, algebre in analize za
 - 1. 1. razred gimnazije, 1968, skripta
 - 2. 2. razred gimnazije, 1968, skripta
 - 3. 3. razred gimnazije, 1970, skripta
- 4. Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 3. razred gimnazije, DZS, 1975
- 5. Ivan Štalec, Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 1. razred gimnazije, DZS, 1973

Knjige potrebujemo pri kompletiranju društvenih publikacij.

Ciril Velkourh

O MATEMATIČNI INDUKCIJI

Indukcija je metoda, po kateri v življenju in v znanosti sklepamo iz opazovanja posameznih pojavov na splošne zakonitosti. Tak sklep kajpada nikoli ni povsem zanesljiv, marveč je njegova pravilnost vedno le manj ali bolj *verjetna*. V življenju navadno brž posplošujemo in zato se taki induktivni sklepi izkažejo pogosto tudi za napačne. Kdor bi na primer iz dejstva, da imajo moški člani iste družine isti priimek, sklenil splošni zakon, da sta si katerakoli moška z istim priimkom že tudi v sorodstvu, bi naredil pač neveljavno indukcijo. V izkustvenih znanostih, katerim je indukcija temeljna metoda, pa ravna jo seveda dosti previdneje. Pomislimo samo na številne, raznotere in premetene poizkuse, ki so bili storjeni v fiziki, preden je bil sprejet induktivni sklep, da ima svetloba v vseh sistemih, ki se gibljejo drug proti drugemu enakomerno in premočrtno, isto hitrost.

Naj bo z vrednostjo induktivnega sklepa že tako ali drugače, vsekakor je res, da takemu sklepu v načelu nikoli ne pritiče tista gotovost, ki je značilna za logično sklepanje. Matematika, pa je bržčas edina znanost, ki uporablja pri razvijanju svojih teorij izključno le logično sklepanje. Vsaka matematična teorija izhaja namreč iz določenih osnovnih trditev, ki jih imenujemo *aksiome* teorije, in raziskuje naprej le logične posledice teh aksiomov, za katere potem rečemo, da so *izreki* ustrezne teorije. Tem izrekom pripada potemtakem enaka mera gotovosti kot aksiomom. To pomeni: v vsaki situaciji, v kateri so veljavni aksiomi dane teorije, so veljavni tudi vsi izreki te teorije. Ker štejejo torej v matematiki le trditve, ki so *logične posledice* danega sistema aksiomov, pravimo, da je matematika *deduktivna* znanost.

In vendar obstaja tudi v matematiki pomembna dokazovalna metoda, ki jo imenujemo indukcija. Tako ji pravimo zato, ker posnema induktivno metodo izkustvenih znanosti, vendar s tem bistvenim razločkom, da je njen sklep tudi *logično* obvezujoč, se pravi, zanesljivo pravilen. Da bi to tudi posebej poudarili, govorimo o *matematični* indukciji. Preden jo opišemo na enem najpomembnejših področjih, v teoriji naravnih števil, pogledajmo, v čem je pravzaprav pomanjkljivost navadne indukcije, ki jo dela nezanesljivo. Očitno je ta v tem, da iz ugotovitve ve-

ljavnosti neke trditve pri samo nekaj posameznih pojavih določene situacije preprosto že sklepamo, da bo ta trditev veljala tudi pri *vsakem bodočem* pojavu te situacije, se pravi, da izraža ta trditev neko splošno zakonitost ustrezne situacije. Glede na to, da se vsaj v načelu vsaka taka situacija lahko v bodočnosti še neomejenokrat zgodi, je tak sklep očitno tvegan. Tvegan je zato, ker nasploh nimamo prav nobenega *urejenega pregleda* nad vsemi bodočimi pojavi dane situacije in pa seveda vobče tudi ne poznamo nobene take *odvisnosti* med temi pojavi, na podlagi katere bi lahko iz pravilnosti trditve pri pojavih, ki so se že zgodili, *upravičeno* sklepali na njeno pravilnost pri *vsakem* bodočem pojavu. No, v matematiki pa je zadeva drugačna prav zaradi tega, ker pravkar navedenih pomanjkljivosti ni. Oglejmo si to na primeru naravnih števil.

Naravna števila seveda vsi prav dobro poznamo, saj je njihova najprvobitnejša raba *štetje*. Če izhajamo iz naravnega števila 1, lahko pridemo do drugih naravnih števil s temle postopkom:

Številu 1 dodamo 1, torej $1+1$, in dobimo naravno število 2, ki je *neposredni naslednik* števila 1. Če številu 2 spet dodamo 1, torej $2+1$, dobimo naravno število 3, ki je neposredni naslednik števila 2. Ta postopek lahko neomejeno nadaljujemo in dobimo tako neko zaporedje naravnih števil. No, in temeljna lastnost naravnih števil je prav v tem, da so vsi členi tako dobljenega zaporedja med seboj *različni* in da je *vsako* naravno število člen tega zaporedja. To torej pomeni, da lahko vsako naravno število $n \neq 1$ konstruiramo iz 1 s tem, da opisani postopek tvorjenja neposrednega naslednika dovoljkrat zapored ponovimo.

Vzemimo zdaj, da velja kakšna lastnost L za naravno število 1 in tudi za neposrednega naslednika vsakega naravnega števila, ki ima to lastnost. Potem se ta lastnost, ki torej po predpostavki velja za 1, očitno ohranja pri opisanem postopku konstrukcije neposrednega naslednika. Ker pa lahko s tem postopkom pridemo do *vsakega* naravnega števila $n \neq 1$, velja potemtakem lastnost L za *vsako* naravno število. To je matematična indukcija v teoriji naravnih števil, ki jo često imenujemo tudi *popolna* indukcija.

Če hočemo torej dokazati, da velja kak obrazec ali formula, v kateri nastopa poljubno naravno število n , za vsak n , je torej potrebno in zadostno, da pokažemo dvoje:

(A) Obrazec ali formula velja za $n = 1$

(B) Če velja obrazec ali formula za naravno število n , potem velja tudi za neposrednega naslednika $n+1$.

Kakor smo že omenili, je popolna indukcija v teoriji naravnih števil izjemno pomembno dokazovalno sredstvo. Z njo dokažemo na primer večino računskih zakonov, ki veljajo za vsoto in produkt dveh naravnih števil. Pa tudi sicer je ta metoda uporabna pri preverjanju formul ali izrazov, v katerih nastopa naravno število n kot neodvisna spremenljivka. Za zgled dokažimo na primer veljavnost formule

$$(F) \quad 1/(1.2) + 1/(2.3) + \dots + 1/(n.(n+1)) = n/(n+1)$$

za vsako naravno število n .

(A) Za $n=1$ je po (F) res $1/(1.2) = 1/2$, se pravi, da je formula (F) pravilna, če je $n = 1$.

(B) Izhajajmo iz domneve, da je formula (F) pravilna za naravno število n . Potem dobimo iz (F) $1/(1.2) + 1/(2.3) + \dots + 1/(n.(n+1)) + 1/((n+1).(n+2)) = n/(n+1) + 1/((n+1).(n+2)) = (n.(n+2) + 1)/((n+1).(n+2)) = (n+1)^2/((n+1)(n+2)) = (n+1)/(n+2)$

To pa je prav formula (F), če v njej zamenjamo n z $n+1$. Potem takem sledi iz domneve, da je formula (F) pravilna za naravno število n , tudi pravilnost formule (F) za neposrednega naslednika $n+1$.

Z (A) in (B) je torej formula (F) dokazana za vsako naravno število n .

Opozarjamo bralca, da sta oba dela (A) in (B) dokaza s popolno indukcijo bistvena in nepogrešljiva. Če nam uspe dokazati samo (A) ali pa le (B), s tem še nismo ničesar dokazali. Tako na primer formula

$$(F^*) \quad 1/(1.2) + 1/(2.3) + \dots + 1/(n.(n+1)) = n/(n+1) + (n-1)$$

zaradi že dokazane formule (F) gotovo ni pravilna za vsako naravno število n . Vendar pa je pravilna za $n = 1$, se pravi, da je del (A) dokazljiv. Sami se lahko brž prepričate, da se zataknemo pri delu (B).

Očitno je, da formula

$$(F^{**}) \quad 1/(1.2) + 1/(2.3) + \dots + 1/(n.(n+1)) = n/(n+1) + 1$$

zanesljivo ne velja za vsako naravno število n , saj je napačna

že kar na $n = 1$. Potemtakem v tem primeru dela (A) ne moremo dokazati. In vendar vam kratek račun brž pokaže, da je v tem primeru dokaz dela (B) izvedljiv. To pomeni: če bi veljala formula (F'') za kakšno naravno število n , potem bi gotovo veljala tudi za neposrednega naslednika $n+1$.

Ob tej priliki lahko tudi zelo nazorno pokažemo, da z navadno indukcijo, se pravi, s sklepanjem iz končno mnogih primerov na splošen zakon, vsaj v matematiki nimamo kaj početi. Tako je na primer formula

$$(F''') \quad 1/(1.2) + 1/(2.3) + \dots + 1/(n.(n+1)) = \\ = n/(n+1) + (n-1).(n-2) \dots (n-10000)$$

pravilna za vsa naravna števila od 1 do 10000, toda za vsako naravno število, ki je večje od 10000 pa je nepravilna ...

Če vam je metoda popolne indukcije všeč, dokažite še katero od naslednjih formul oziroma trditev:

- (1) $1 + 2 + \dots + n = n.(n+1)/2$
- (2) $1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$
- (3) $2 + 4 + \dots + 2n = n(n+1)$
- (4) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n.(n+1).(2n+1)/6$
- (5) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = n^2.(n+1)^2/4$
- (6) $1^3 + 3^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$
- (7) $1/2 + 1/2^2 + \dots + 1/2^n = 1 - 1/2^n$
- (8) $1/(1.3) + 1/(3.5) + \dots + 1/((2n-1).(2n+1)) = n/(2n+1)$
- (9) $1/(1.2.3) + 1/(2.3.4) + \dots + 1/(n(n+1)(n+2)) = \\ = n.(n+3)/(4.(n+1).(n+2))$
- (10) Pokažite, da je za vsako naravno število n
 - (a) število $7^n(3n+1) - 1$ deljivo z 9
 - (b) število $2.7^n + 3.5^n - 5$ deljivo s 24
 - (c) število $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ deljivo s 14
 - (d) število $5^{2n+2} - 24n - 25$ deljivo s 576
 - (e) število $10^n + 3.4^{n+2} + 5$ deljivo z 9
 - (f) izraz $a^n - b^n$ deljiv z $a - b$, če $a \neq b$
 - (g) izraz $a^{2n} - b^{2n}$ deljiv z $a + b$, če $a + b \neq 0$
 - (h) izraz $(n^3 + 2n)/3$ naravno število
 - (i) izraz $(n^4 + 5n)/2$ naravno število
 - (j) izraz $(n^3 + 6n^2 + 2n)/3$ naravno število

Niko Prijatelj

NEKAJ O TEORII ŠTEVIL

Sodobna matematika obsega precej vej, katerih poimenovanje, utrjeno skozi stoletja, ne pove vedno njihove dejanske vsebine. To velja tudi za teorijo števil, eno najstarejših vej matematike, ki je privlačevala pozornost mnogih velikih matematikov skozi preteklih 2300 let. Z njo so se ukvarjali stari Grki, Indijci in Kitajci, hiter razvoj pa je doživela predvsem po Fermatu (1601-1665), enem od največjih francoskih matematikov.

Ime "teorija števil" bi nas lahko privedlo na misel, da je to neke vrste splošna teorija, ki se ukvarja s pojmom števila, teorija torej, ki iz naravnih števil izvede cela, racionalna, realna in kompleksna števila in ki gradi teorijo operacij nad temi števili. Pričakovali bi, da sta npr. znana zakona

$$\begin{array}{lll} a+b = b+a & a \cdot b = b \cdot a & \text{komutativnostni zakon} \\ (a+b)+c = a+(b+c) & (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) & \text{asociativnostni zakon,} \end{array}$$

ki veljata za seštevanje in množenje vseh naštetih vrst števil, produkta teorije števil. Toda to ni tako. Teorija števil se zanimala za lastnosti celih števil

$$\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

Pri tem privzame pojem celega števila in teorijo operacij nad temi števili za znana. Pri svojih raziskovanjih lastnosti celih števil pa s pridom uporablja tudi realna in kompleksna števila in nemalokrat poseže v druge veje matematike, kot sta npr. analiza in algebra.

Najlažje opišemo teorijo števil tako, da navedemo več problemov, ki sodijo v teorijo. Da je naštevanje problemov čim bolj urejeno, jih razdelimo glede na njihovo naravo v štiri skupine. Ti ne zajamejo vsega, kar teorija števil obravnava, vtis o njej pa bomo vendarle dobili.

Najprej so tu multiplikativni problemi, ki obravnavajo deljivost celih števil. V to skupino spada eden najosnovnejših in najpomembnejših izrekov v teoriji števil, včasih imenovan "osnovni izrek teorije števil", ki pravi:

Vsako pozitivno celo število n , ki je večje od 1, se da enolično zapisati kot produkt praštevil, če se ne oziramo na vrstni red faktorjev. Pri tem je praštevilo vsako celo število večje od

1, ki je deljivo samo z 1 in s samim seboj, če upoštevamo samo pozitivne delitelje.

Uporabnost tega izreka v teoriji števil je izredno velika. Iz razstavitve števila n na produkt praštevil lahko določimo število pozitivnih deliteljev števila n . To število označimo z $d(n)$. Različna števila imajo v splošnem seveda različno mnogo deliteljev in zato z oznako $d(n)$ nakažemo, da je število deliteljev d odvisno od n . Pravimo, da je število d funkcija števila n . Zdaj si lahko zastavimo razna vprašanja o vrednosti $d(n)$. Ali z večanjem števila n tudi $d(n)$ ves čas narašča, ali doseže poljubno velike vrednosti, ali zavzame kakšno vrednost večkrat in podobno. Na našeta vprašanja je kaj lahko odgovoriti, a preden se lotimo odgovorov, podajmo s tabelo prvih nekaj vrednosti funkcije $d(n)$:

n	$d(n)$	n	$d(n)$
1	1	13	2
2	2	14	4
3	2	15	4
4	3	16	5
5	2	17	2
6	4	18	6
7	2	19	2
8	4	20	6
9	3	21	4
10	4	22	4
11	2	23	2
12	6	24	8

Že na prvi pogled je očitno, da je vedenje funkcije $d(n)$ zelo neurejeno. Če je $n = 2^m$, delijo n števila $1, 2, 2^2, \dots, 2^m$ tako, da je $d(2^m) = m+1$. Če pa je n praštevilo, je seveda $d(n) = 2$. Ker je, kot bomo spoznali, praštevil neskončno, uvidimo, da doseže $d(n)$ poljubno velike vrednosti in obenem vrednost 2 za neskončno mnogo n . S tem smo odgovorili na zastavljena vprašanja, toda ob nadaljnem študiranju tabele se hitro zastavijo nova:

- Ali je zares $d(n)$ liho samo takrat, kadar je n kvadrat?
- Ali velja $d(m) \cdot d(n) = d(m \cdot n)$, če m in n nimata skupnega faktorja?
- Kolikšna je povprečna vrednost $d(n)$, se pravi, kaj lahko pove-

mo o $(d(1) + d(2) + \dots + d(N))/N$, ko N narašča čez vsako mejo?

d) Ali zavzame $d(n)$ največje vrednosti pri n z obliko 2^m ?

e) Približno koliko je praštevil med $1, 2, \dots, N$?

Vsa gornja vprašanja so značilna za multiplikativno teorijo števil. Formulirana so kratko in jasno in marsikdo bi pričakoval, da odgovori nanje niso preveč trd oreh. Toda za matematiko je značilno, da je pogosto težko dokazati ravno preprosto postavljene probleme. Razlog je verjetno delno ta, da tak izrek s svojim besedilom ne da nobenega namiga o pripomočkih, ki naj bi jih rabili pri dokazovanju, deloma pa ta, da ustreznih pripomočkov ne poznamo. V teoriji števil je veliko izrekov takšne vrste in prav to jo dela še posebej privlačno. Na prvo izmed vprašanj je zelo lahko odgovoriti. Naslednja vprašanja so težja, na zadnje vprašanje pa nista uspela popolnoma odgovoriti niti tako velika matematika, kot sta bila C.F. Gauss in A. Legendre, čeprav sta oba slutila rešitev.

Vprašanju dokazov v teoriji števil bomo malo kasneje posvetili še nekaj pozornosti, zdaj pa nadaljujmo z razdelitvijo teorije števil.

V drugo skupino sodijo problemi aditivne teorije števil. Sem spadajo vprašanja predstavljalivosti pozitivnih celih števil kot vsote celih števil določenega tipa. Pokaže se, da nekatera cela števila, npr. $5 = 2^2 + 1^2$ in $13 = 2^2 + 3^2$, lahko zapišemo kot vsoto dveh kvadratov, drugih, npr. 3 ali 12, pa ne moremo. Katera cela števila se dajo zapisati kot vsota k -tih potenc in koliko je takšnih zapisov in ali obstaja pri danem k neko takšno število $g(k)$, da vsako celo število lahko zapišemo kot vsoto kvečjemu $g(k)$ k -tih potenc. Ti vprašanja sta tipični za aditivno teorijo števil.

V tretjo skupino bi lahko šteli diofantske enačbe, imenovane po grškem matematiku Diophantu, ki jih je prvi študiral. To so enačbe z eno ali več neznankami, njihove rešitve iščemo med celimi števili. Znano je npr., da je $3^2 + 4^2 = 5^2$, kar nam da rešitev diofantske enačbe $x^2 + y^2 = z^2$. Vendar pa nas pri reševanju manj zanima posamezna (partikularna) rešitev, bolj pa splošna formula za vse rešitve. Zelo znana diofantska enačba je Fermatova enačba: $x^n + y^n = z^n$. Fermat je trdil, da ta enačba nima rešitve, pri kateri bi bili x , y in z vsi različni od nič, če je $n \geq 3$; trditev

nikoli ni bila dokazana ali ovržena za vse n . Danes pravzaprav ne moremo govoriti o neki splošni teoriji diofantskih enačb, čeprav obstaja precej specialnih metod, ki so bile večinoma razvite za reševanje določenih enačb.

Diofantske aproksimacije sestavljajo zadnjo skupino. Ta veja teorije števil si najbrž največ izposoja iz drugih vej matematike in jim največ vrača. Zato tukaj o njej ne bomo govorili. Za radovedneže omenimo samo, da spadata v to skupino dokaza o transcendentnosti* števil e in π .

Teorijo števil bi lahko razdelili tudi drugače, npr. po metodah, ki jih rabimo pri dokazovanju izrekov. Toda bodi dovolj o delitvah, rajši posvetimo še nekaj besed dokazom.

Denimo, da imamo opraviti z večjim številom izrekov, ki govore o istem predmetu, a se njihovi dokazi v bistvu zelo razlikujejo. V tem primeru imamo tehnike pri različnih dokazih za posebne trike, od katerih je vsak uporaben samo pri dokazu tistih izrekov, s katerimi je povezan. Tehnika preneha biti trik in postane metoda šele takrat, ko je uporabljena tolikokrat, da se zdi naravna. Določen predmet imamo lahko za "vrečo trikov", če je število tehnik v primerjavi s številom izrekov preveliko. Žal so elementarno teorijo števil včasih imeli za tak predmet. Z nadaljnjim delom na tem področju pa so mnogo trikov združili v metodo: teorija števil je pokazala več enotnosti, kot je sprva kazalo.

Nakažimo na primeru eno od metod dokazovanja, tipičnih za teorijo števil. Poskusimo dokazati trditev, da je $d(n)$ sodo število, če n ni kvadrat kakega celega števila. Dokaz teče takole: če d deli n , tudi n/d deli n . Če n ni kvadrat, $d \neq n/d$, ker je sicer $n = d^2$. Se pravi, če n ni kvadrat, lahko njegove delitelje združimo v pare $(d, n/d)$ tako, da vsak delitelj števila n nastopa natančno enkrat kot element enega od teh parov. Število deliteljev je torej dvakrat število parov in zato sodo. Bistven element tega dokaza je grupiranje deliteljev števila n v pare. Metoda grupiranja števil v določene skupine je zelo uporabna, kadar hočemo prešteti cela števila z določeno lastnostjo. Seveda pa te skupine niso vedno pari, temveč je treba za posamezen problem te vrste še le odkriti ustrezen način grupiranja.

Veliko je v teoriji števil negativnih trditev, npr. "vsakega

* Število je transcendentno, če pri nobenem naravnem številu n ni rešitev enačbe $x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$; a_i so cela števila.

pozitivnega celega števila ne moremo izraziti kot vsoto treh kvadratov". Takšne trditve zahtevajo od nas samo to, da najdemo en sam primer. Za navedeno trditev je to npr. število 7. Na drugi strani pa pozitivne trditve, kot je "vsako pozitivno celo število se da izraziti kot vsota štirih kvadratov", ne moremo dokazati s primeri, naj bodo ti še tako številni.

Poleg specialnih metod se v teoriji števil velikokrat srečamo z dvema zelo splošnima tipoma dokazov: dokaz s protislovjem in dokaz z indukcijo. O dokazih z indukcijo je bralec že slišal v šoli ali pa še bo ali pa je prebral kakšen članek, ki govori samo o tem. Zato tukaj o indukciji ne bomo govorili. Pač pa na primeru ilustrirajmo dokaz s protislovjem.

Pravimo, da smo trditev P dokazali s protislovjem, če smo iz predpostavke, da je P napačna, izpeljali trditev Q , za katero vemo, da je napačna ali da Q nasprotuje predpostavki o nepravilnosti P . Za primer dokažimo trditev, da je praštevil neskončno mnogo. Poskusimo torej iz nasprotne trditve priti do protislovja. Predpostavimo, da je praštevil končno. Naj bodo to $p_1, p_2, \dots, p_k$. Tvorimo število $N = p_1 p_2 \dots p_k + 1$. Število N je ali praštevilo ali sestavljeno število. Če je N praštevilo, smo že prišli do protislovja, saj je N večje od vseh praštevil med $p_1, p_2, \dots, p_k$. Če pa je N sestavljeno število, je gotovo deljivo z nekim praštevilo p . Vendar N ni deljivo z nobenim od praštevil $p_1, p_2, \dots, p_k$, saj je ostanek pri deljenju s temi praštevili vedno enak 1. Praštevilo p torej ne more biti enako nobenemu praštevilu med $p_1, p_2, \dots, p_k$. Zopet smo prišli do protislovja in tako dokazali, da je praštevil neskončno.

Omenimo na koncu še tri lastnosti naravnih ali pozitivnih celih števil, ki jih v teoriji števil večkrat uporabljamo:

1. Vsaka neprazna množica naravnih števil ima najmanjši element.
2. Če sta a in b naravni števili, obstaja naravno število n tako, da je $na > b$.
3. Naj bo n naravno število. Če razdelimo množico iz $n+1$ elementov v n ali manj podmnožic tako, da vsak element spada v natančno eno podmnožico, vsaj ena podmnožica vsebuje več kot en element.

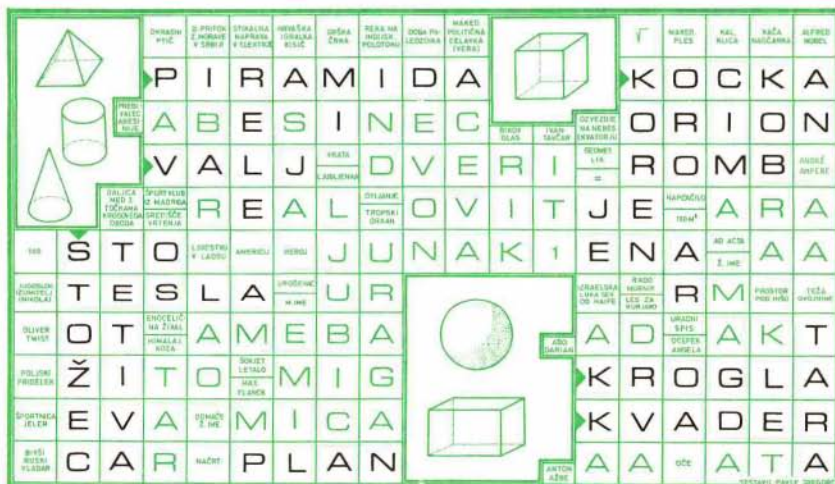
Vse tri lastnosti so posledice aksiomov, ki jih je za naravna števila postavil Peano in jih v teoriji števil privzamemo brez dokaza.

NALOGE:

1. Pokaži, da je $d(n)$ liho, če je n kvadrat!
2. Ali je 2 edina vrednost, ki jo $d(n)$ zavzame neskončno mnogo-krat?
3. Koliko členov je najmanj potrebnih za zapis števila $2^k - 1$ kot vsote k -tih potenc?
4. Pokažemo lahko, da se da vsako celo število zapisati v obliki $6k+r$, kjer je k neko celo število, r pa eno od števil 0,1,2,3,4,5. Pokaži
 - a) če je $p = 6k+r$ praštevilo različno od 2 in 3, potem je $r=1$ ali 5;
 - b) da je produkt števil oblike $6k+1$ spet število take oblike;
 - c) da obstaja praštevilo oblike $6k-1 = 6(k-1)+5$;
 - d) da obstaja neskončno mnogo praštevil oblike $6k-1$.

Janez Stare

.KRIZANKA - rešitev iz P 5 (1977/78) 1



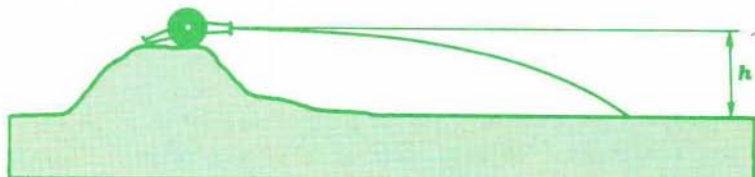


PRVA KOZMIČNA HITROST

V zadnjih dveh desetletjih, odkar je 4. oktobra 1957 poletel okoli Zemlje prvi umetni satelit, smo spoznali veliko o vesolju. Ti uspehi so bili tako mogočni, da so vzbudili pozornost vseh ljudi. Literatura, ki je obravnavala te nove zmage, je postala dragoceno in brano čtivo.

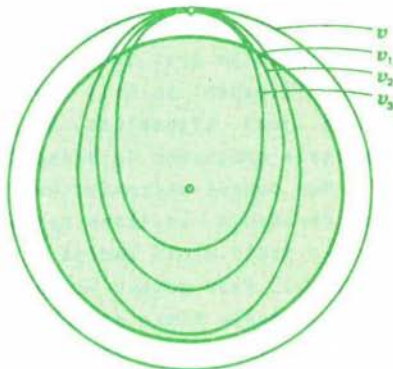
Med osnove astronomije - vede o raziskovanju vesolja - spada vprašanje, kolikšno najmanjšo hitrost mora imeti telo, da lahko kroži okoli Zemlje - to hitrost imenujemo prva kozmična hitrost. Prav gotovo je veliko bralcev, ki poznajo to hitrost, ali jo znajo hitro izračunati. Odgovor na to vprašanje lahko najdemo v vsakem srednješolskem učbeniku fizike. V tem sestavku bomo izračunali to hitrost samo s pomočjo Pitagorovega izreka in nekaterih osnovnih izrekov o vodoravnem metu.

Zasledujemo gibanje kroglice, ki je bila izstreljena iz topa v vodoravni smeri (Sl. 1). Ugotovimo, da je sestavljeno iz enakomernega gibanja v vodoravni smeri, ki ga je povzročil top in prostega padanja proti središču Zemlje zaradi teže. Pri manjših metnih razdaljah lahko spregledamo Zemljino ukrivljenost in vzamemo njeno površje kot del ravne ploskve. Prav tako lahko zanemarimo pojevanje zemeljskega pospeška z oddaljenostjo od Zemlje. S temi približki (zanemarimo tudi upor zraka) ugotovimo, da je tir izstrelka parabola. Če pa upoštevamo ukrivljenost



Sl. 1 Vodoravni met za manjši metno razdaljo; h je višina topovske cevi.

Zemlje in pojevanje pospeška prostega pada z višino, ugotovimo, da je tir izstrelka močno sploščena elipsa z enim goriščem v središču Zemlje (Sl. 2). Z večanjem hitrosti izstrelka se sploščenost elipse manjša. Kot je razvidno iz sl. 2, postaja met vse daljši, pri računanju dometa pa je treba vse bolj upoštevati ukrivljenost zemeljske površine. Pri neki mejni hitrosti preide elipsa v krog in izstrelek ne pade več na Zemljo, ampak kroži okrog nje kot satelit.

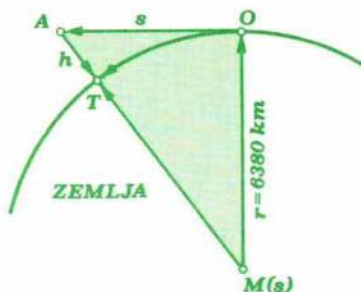


Sl. 2 Vodoravni met za večje metne razdalje, pri katerih se pozna ukrivljenost zemeljske površine. Metne krivulje bi se nadaljevale v notranjosti Zemlje tako, kot je narisano, če bi bila vsa masa Zemlje zbrana v njenem središču.

Dopolnimo ta opis gibanja še s kratkim računom. Ukvarjali se bomo z vodoravnim metom.

Spomnimo se, da je čas potovanja izstrelka od topovske cevi do cilja neodvisen od njegove začetne hitrosti in je kar enak času, v katerem bi krogla prosto padla od ustja cevi do višine, na kateri se nahaja cilj. Če je npr. vodoravno usmerjena topovska cev 5m višje od cilja, pade izstrelek na tla po eni sekundi. Dolžina meta je tako sorazmerna začetni hitrosti. Izstrelek z začetno hitrostjo 10m/s pade na tla deset metrov od našega topa.

Poglejmo, kako vpliva Zemljina ukrivljenost na pot izstrelka. Iz slike 3 je razvidno, da se razdalja med vodoravno premico v smeri topovske cevi in površino Zemlje večja, če se premikamo v smeri izstrelitve. Podobno je pri izstrelku: čim večja je njegova hitrost, tem večja je razdalja med smerjo izstrelitve in točko na površini Zemlje, kamor pade. Lahko tudi rečemo, da izstrelek z večjo hitrostjo globlje pade, ker leži zemeljska površina pri večjih razdaljah "nižje" kot pri manjših. Sedaj si



Sl. 3 "Odmikanje" tal v smeri izstrelitve izstrelka zaradi ukrivljenosti zemeljske površine.

Sl. 4 Izračun prve kozmične hitrosti (glej tekst).

predstavljajmo, da se izstrelek giblje tako hitro, da je odmiikanje tal zaradi ukrivljenosti zemeljske površine prav tako hitro, kot padanje zaradi teže - višina izstrelka je tedaj stalna, kar pomeni, da izstrelek obkroža Zemljo.

Na sliki 4 je narisana lega izstrelka ob izstrelitvi in 1 s kasneje: $OA = s$ je pot zaradi enakomernega gibanja po eni sekundi, $AT = h$ pa pot zaradi prostega pada po eni sekundi. Kot vemo, je ta enaka 5m. Ta pot pa mora biti tudi enaka odmiku izstrelka od tangentne smeri zaradi zemeljske ukrivljenosti. Uporabimo Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku OAM pa dobimo:

$$s^2 + r^2 = (r + h)^2, \text{ oziroma}$$

$$s^2 = (r + h)^2 - r^2 = 2hr + h^2$$

Za polmer Zemlje (r) vzamemo 6380 km, za h pa 5m in dobimo

$$s^2 = 63,8 \text{ km}^2$$

ter končno:

$$s = 7,99 \text{ km}.$$

Ker je s pot izstrelka v eni sekundi, sledi, da se mora telo, ki kroži okrog Zemlje, gibati vsaj s 7,99 km/s, oziroma 28800 km/h. Za vsakdanje razmere je to seveda zelo velika hitrost. Sodobna potniška letala letijo z okrog 1000 km/h, nadzvočna potniška letala pa dosegajo 3000 km/h. Raketa, ki ponese satelit v orbito okrog Zemlje, mora torej leteti okrog desetkrat hitreje od nadzvočnih potniških letal.

Karl Šmigoc



PREMISLI IN REŠI

Za nalogo iz PRESEKA IV/4 smo prejeli 36 odgovorov. Vse kaže, da so nekateri reševalci pozabili, da je treba narediti več poizkusov, da dobiš boljši približek.

Odgovore so poslali:

Tomaž Angeli, Javornik; Branka Bašič, gim. Jesenice; Marja Bešter, gim. Kranj; Marija Bogataj, o.š. Logatec; Marko Bokalič, GPS Ljubljana; Andreja Brence, Žiberše; Nataša Centa, o.š. Velike Lašče; Gregor Gross, Ljubljana; Zoran Jelovčan, o.š. Gorenja Vas; Mitja Kaligarič, o.š. Izola; Eda Kofol, gim. Koper; Karmen Kompara, o.š. Vipava; Jani Kovač, Ratkovci; Irena Kirar, o.š. Boštanj; Darinka Kugler, Celje; Majda Lončar, gim. Celje; Mario Macek, Derventa; Neda Marinček, VI. gim. Ljubljana; Janko Mivšek, o.š. Žiri; Igor Močnik, o.š. Jože Potrč, Ljubljana; Polona Novak, I. gim. Ljubljana; Marija Oražem, Lipovec; Brane Penca, gim. Novo mesto; Iztok Perenič, Postojna; Tine Petkovšek, gim. Poljane, Ljubljana; Pavla Pintar, Poljane; Samo Piužzi, gim. Tolmin; Helena Povše, ESŠ, Novo mesto; Arti Racman, gim. Nova Gorica; Igor Sterle, Šentilj; Tomaž Sušnik, Prevalje; Miran Špelič, o.š. Z. Runka, Ljubljana; Ljubo Tomažič, Vrhpolje; Tatjana Welzer, I. gim. Maribor; Jože Zupanc, gim. Kranj; Majda Zupanc, tehniška šola, Celje.

Brane Penca je napravil kar serijo stokrat po sto metov. Poslal nam je rezultate za vseh sto serij. Objavljamo pa njegov približek, ki ga je dobil kot povprečje

$$\pi = 3,100775193$$

Kot vidimo, je narava poskusa taka, da je tudi pri tako velikem številu metov - deset tisoč - dobil šele dve veljavni mesti za število π . Zato morda niti ne bi bilo treba uporabljati za preračunavanje žepnega računalnika, ki zapiše kar 10 mest.

Izžrebani so bili: Karmen Kompara, o.š. Vipava; Janko Mivšek, o.š. Žiri; Tine Petkovšek, gim. Poljane, Ljubljana.

Za nagrado prejmejo knjigo: I. Vidav: Rešeni in nerešeni problemi.

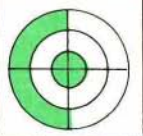
V prazna mesta vpiši števila tako, da bo vsota po vseh vrsticah, stolpcih in obeh glavnih diagonalah enaka 30.

Tomaž Pisanski

Tale magični kvadrat je nova naloga. Rešitve nam pošljite do 25. januarja 1978.

Jože Dover

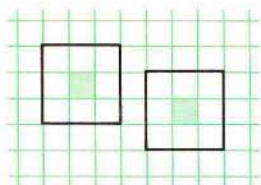




PLOSKAVCI

Načrtajmo v ravnini kvadratno mrežo; njene kvadrate imenujmo celice. Celica je lahko *prazna* ali *polna* (neživa ali živa).

Vsaka celica ima okolico, ki sestoji iz osmih kvadratov, kot



Sl. 1

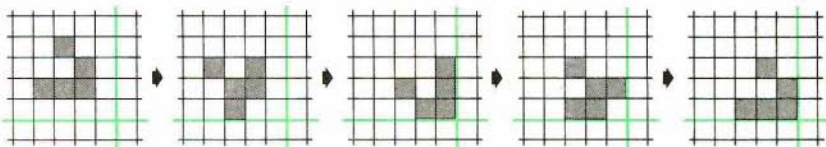
kaže slika 1. Neprazno množico, ki sestoji iz ene polne celice ali pa iz več polnih celic, imenujemo bitje - ploskavec. Za vsako bitje v ravnini naj veljajo trije zakoni, ki predpisujejo, kakšno obliko ima neposredni potomec bitja:

I. Če ima v prvem rodu celica v svoji okolici manj kot dve polni celici ali pa več kot tri polne celice, je v drugem rodu prazna. (Zakon zamiranja celic)

II. Če ima celica v svoji okolici natanko dve polni celici, ostane v drugem rodu taka kot v prvem rodu. (Zakon ohranitve)

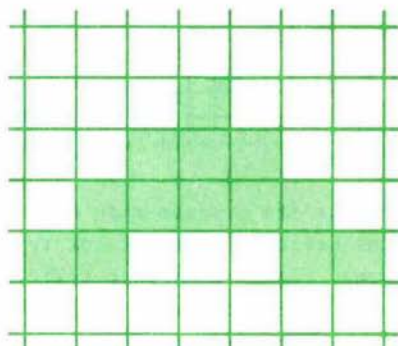
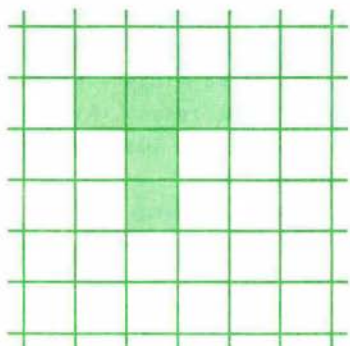
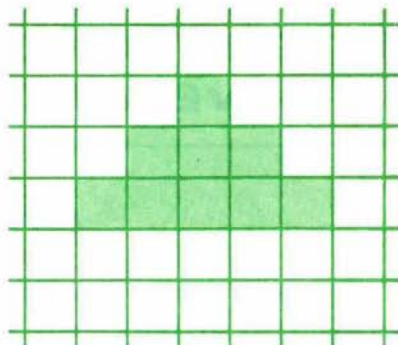
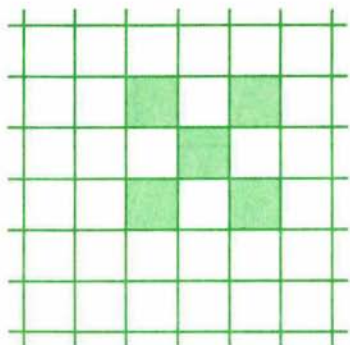
III. Če ima celica v prvem rodu v svoji okolici natanko tri polne celice, potem je v drugem rodu živa. (Zakon oživljanja)

Primer. Poglejmo bitje na sliki 2 in zasledujmo njegovo usodo. Vidimo, da se bitje obnovi v petem rodu, obenem pa se premakne po diagonali kvadrata mreže.



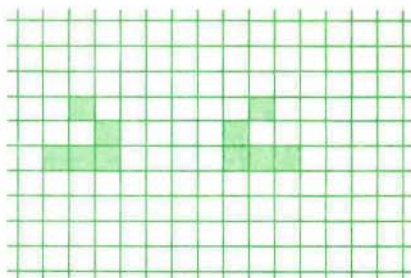
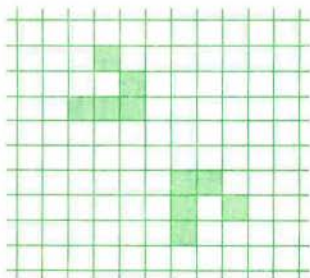
Sl. 2

Razišči usode bitij na sliki 3, tako da oblikuješ vsaj pet zaporednih rodov. Kako se danemu bitju spreminja po rodovih ploščina? Slike lahko seveda narišeš kar v karirastem zvezku.



Katere dogodke bo doživel plo-
skavec iz spodnje slike?

Kaj čaka tole bitje?



Ivan Pucelj

142 857 143

V izbrani družbi se bo kdo od vas hotel izkazati s takimle trikom:

Izmislite si kakršnokoli 9-mestno število in v hipu bom napisal njegov 142 857 143 - kratnik.

Družba predlaga na primer število 123 456 789. Naš računski genij si bo sedaj mislil to število napisano dvakrat (drugo za drugim) kot 18-mestno število, ga bo v mislih delil s 7 in napisal izid lepo po vrsti od leve proti desni:

$$142\,857\,143 \times 123\,456\,789 = (123\,456\,789 \times 123\,456\,789 : 7) = 17\,636\,684\,160\,493\,827$$

Deljenje se seveda mora iziti, rezultat pa mora biti liho število, sicer ima račun napako in je rezultat narobe.

Naloga: Razloži, kako ta trik sploh deluje!

Roman Rojko

Ker je ročno zasledovanje življenja ploskavcev precej mukotrpno, je bil napisan program *Življenje*. Primerek izpisa je prikazan na sliki.

ŠTEVILČNI ORJAKI

Za neko pleme avstralskih domačinov vedo povedati, da se pri njih števila končajo s 3 (vsaj imen za večja števila njihov jezik ne premore). Mi smo gotovo na boljšem. In vendar smo tudi mi malenkostni drobnjakarji, tudi mi se iz prirojene nemoči in privzgojene navade najraje oklepamo okolice ničle in enice. Ko se zares velikim številom ne moremo in ne moremo izogniti, jih sicer zapišemo, a predstavljamo si jih prav tako ne.

Oglejmo si zaporedje:

$$1, 2^2, 3^3, 4^{4^4} \dots \quad (1)$$

Vrstni red pri računanju potenc: *od zgoraj navzdol*! Zato:

$$1 = 1, 2^2 = 4, 3^3 = 3^{27} \approx 7,6 \cdot 10^{12}, \dots$$

$$4^{4^4} = 4^{4^{256}} \quad (2)$$

Ker je $4 \approx 10^{0,6}$, je $4^{256} \approx (10^{0,6})^{256} \approx 10^{0,6 \cdot 256} \approx 10^{154}$, je naprej enako

$$4^{256} \approx 4 \cdot 10^{154} \approx (10^{0,6}) \cdot 10^{154} \approx 10^{155}$$

To pa pomeni, da je število 4^{4^4} število, ki ima približno 10^{153} številčk! Sonce je nastalo pred največ 10 milijardami (10^{10}) let. Ker ima leto (prepričaj se sam!) približno 30 milijonov sekund = $3 \cdot 10^7$ sekund, ima Sonce največ 10^{17} sekund življenja.

Svetloba se širi s hitrostjo $300.000 \text{ km/sek} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/sek} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$.

Zato je žarek, ki je zapustil Sonce ob njegovem rojstvu, prepotoval $3 \cdot 10^{17} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \approx 10^{28} \text{ cm}$.

Vsi žarki (v vse smeri) so prepotovali kroglo s prostornino $(4/3)\pi(10^{28})^3 \approx 4 \cdot 10^{84} \text{ cm}^3$.

Recimo, da je ta orjaška krogla polna črnila. In recimo, da z vsakim cm^3 črnila lahko napišemo dva milijona številčk ($2 \cdot 10^6$ številčk). Z vsem čnilom iz te krogle lahko napišemo $4 \cdot 10^{84} \cdot 2 \cdot 10^6 = 10^{91}$ številčk.

Dosti, dosti premalo je tega črnila, da bi z njim samo napisali vseh 10^{153} številčk, kolikor jih šteje orjak 4^{4^4} .

In orjak, ki ga z vsem tem vesoljskim čnilom niti napisati ne moremo, je komaj četrti člen zaporedja (1)!

KRIPTOGRAMI

V tretji številki lanskega letnika Preseka smo obširno pisali o najbolj "ugankarski" uganki - o kriptogramu. Na koncu sestavka smo vam obljubili, da boste kriptograme še srečali na Presekovih straneh. Tokrat objavljamo pet kriptogramov. Najprej jih poskusite rešiti sami, če pa le ne bo šlo, pogledjte rešitve na strani 105.

Na kratko še ponovimo, kaj smo zapisali o reševanju kriptograma ali kot mu pravimo v slovenščini - skritega napisa!

Rešitev ugankarskega kriptograma je ena ali več besed ali cel stavek (pregovor, misel). V navedenih besedah ali risbah kriptograma mora reševalec poiskati črke (ali zloge ali črkovne skupine), ki sestavljajo rešitev. Katere so te črke (zlogi, črkovne skupine) in v kakšnem vrstnem redu jih je treba odbirati, pa pove ključ (šifra) kriptograma. Ključ pa je pri vsakem skritej napisu drugačen.

(Še to: uganke so označene z rimskimi številkami le zaradi vrstnega reda pri rešitvah in te oznake nimajo nobenega drugega pomena, ki bi ga morali odkriti pri reševanju!)

I. KRIPTOGRAM - SKRIT NAPIS

EGOIST

REFREN

NEGACIJA

PLURAL

OKTAEDER

II. KRIPTOGRAM

9 E 11 12 E 4

17 A 14 6 K 3

1 I 2 9 N 9

1 R 12 7 0 5

9 N 14 1 0 5

III. KRIPTOGRAM

$$6 + ? = 9$$

$$6 + ? = 13$$

$$294 + ? = 300$$

$$4 + ? = 14$$

$$17 + ? = 25$$

IV. KRIPTOGRAM

log GAMS

log JUGOSLOVAN

log AKANT

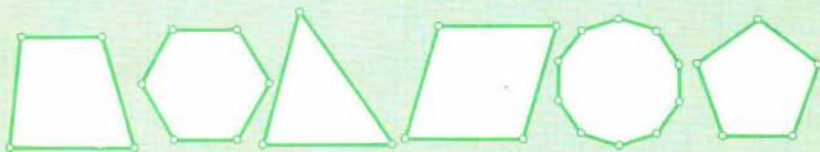
log VALENTE

log VID

log PESTROST

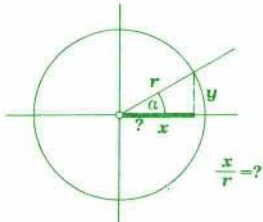
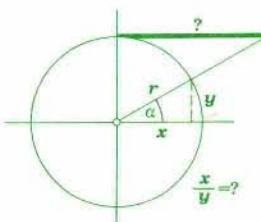
log PLAKAT

V. KRIPTOGRAM



Pavle Gregorc

KRIŽANKA

ZVEZDO-SLOVEC

CELOTNOST
TEM
KAKEGA
PODROČJA

IME
ČRKE N

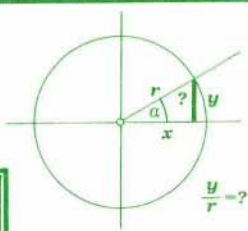
NAJSTAREJ
V ZBORU

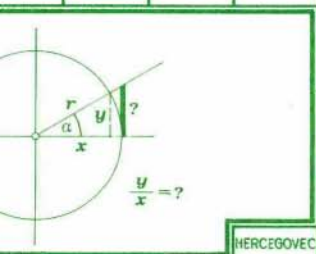
DELAVEC V
LIVARNI

OČKA				LATINSKA OZNAKA ZA "PREKO" PRI POTOVANJU	ZASTEKLENA ODPRTINA V STENI	PANOGA ALPSKEGA SMUČANJA				
PREMOGOVNIK SEVER. OD BRESTANICE						TITAN				LJUDSKA REPUBLIKA
TEŠA MESECA			KAČJI GLAS			MOTORNO VOZILO				POD
KOTNA MERA			DOSITEJ OBRADOVIČ			ZORANA ZEMLJA				S ATN NA NE
SLOV. PESNIK ŽUPANČIČ				ZASLOMBA						N SV
NIKEJ			ULF ANDERSSON			IZVRŠNI SVET				
LASTNOST OKUSNEGA			UGO TOGNAZZI			OSEBNI ZAIMEK				
ŠAHOVSKA ZMAGA				1						



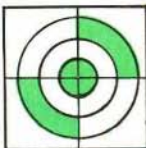
TRIGONOMETRIČNE FUNKCIJE

AMER. ESOLJSKA LADJA	LUKA V BOKI KOTORSKI	OBČUTEK PONIŽANOSTI	REKA SKOZI INNSBRUCK V AVSTRIJI	TIP SOVJET. REAKTIVCA	TUJA POVRŠIN. MERA				
						FRANC. FILMSKA IGRALKA (MARIE-JOSÉ)			
							SPIRALNI GREBENI VIJAKA	SLOV. GRAFIK JUSTIN	KRVNO SORODSTVO
			FIGURA PRI ŠAHU	NEM. PESNIK RILKE NEODLOČEN IZID					
		KRANJ			KLADA ZA SEKANJE				
		ORODJE ŽANJIC			100 AROV				
	IZRAZ VESELJA				ZAČETNI DEL KAKEGA DELA				
	VASJA OCVRK				SLAVKO OSTERC			VULKAN NA SICILIJ	DEL SKELETA
STANJE MOSFERE DOLOČEN MESTU					REKA SKOZI FIRENCE				
NAUK O VETLOBI						ODMEV			
						VAS POD KRIMOM			
							KAZALNI ZAJMEK		
							6. IN 2. ČRKA		
						DEL STROJA V VALJU			



NERCEGOVEC

SESTAVIL: P. GREGORČ



NALOGE

TRI NALOGE BRALCEV

Med nalogami, ki so nam jih poslali naši bralci, smo tokrat izbrali naslednje tri:

1

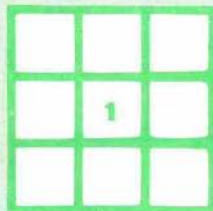
Oče je trikrat starejši od najmlajšega sina, od drugega sina pa je starejši 30 let. Prva hči je štiri leta starejša od najmlajšega brata, druga hči pa je štiri leta starejša od prve. Vsi otroci skupaj so 30 let starejši od očeta. Koliko so stari?

2

(Marija Oražem, Lipovec 8, 61331 Dolenja vas)

Uporabi številke od 1 do 7 tako, da boš dobil v navpičnih in vodoravnih vrstah vsoto 10. Števila 1, 2 in 3 lahko uporabiš dvakrat!

(Anita iz 6.c razreda, Kranj)



3

Konstruiraj samo s šestilom in neoznačenim ravnilom kot 12° .

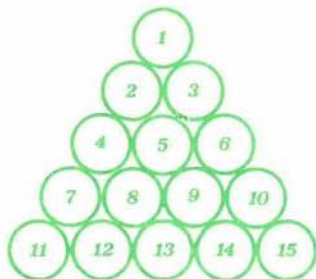
(Tomaž Zwitter, Kidričeva 4, Ljubljana)

Dragi bralci, vabimo vas, da nam pošljete rešitve teh nalog!

Tomaž Pisanski

ENICA ZMAGA

Igralna deska ima 15 polj, ki so oštevilčena od 1 do 15 in razvrščena v trikotnik.



Na začetku postaviš 14 kamnov na polja s številkami 2, 3, ... 15. Prvo polje ostane prazno. Z vsako potezo odstraniš po en kamen z deske. Kamen postaviš preko sosednjega kamna na prazno polje in preskočeni kamen odstraniš z deske. Na začetku sta možni le dve potezi: 4 - 2 - 1 (kamen na polju 4 postaviš na polje 1 in odstraniš kamen s polja 2) oziroma 6 - 3 - 1 (kamen

s polja 6 premakneš na prazno polje 1 in odstraniš kamen s polja 3). Zmagaš, če na koncu ostane le en sam kamen, pa še ta mora stati na polju številka 1. Če najdeš rešitev, nam jo pošlji! Ko smo našemu računalniku zastavili tole nalogo, nam je v nekaj sekundah našel vseh 6816 rešitev! Ugotovil je tudi, da lahko igraš tako nespretno, da ti ostane na deski kar 8 kamnov, pa ne moreš napraviti nobene poteze več. Poizkusi najti tudi to pozicijo z osmimi kamni. Je ena sama!

Tomaž Pisanski

O TRIKOTNIKU IN TOČKI

Naj bo $\triangle ABC$ poljuben ostrokoten trikotnik v dani ravnini Π in naj bo r polmer trikotniku očrtanega kroga. Dokaži trditev:

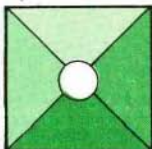
Za poljubno točko $T \in \Pi$ ne morejo biti razdalje $\overline{AT}$, $\overline{BT}$, $\overline{CT}$ vse tri manjše od r .

* *Navodilo:* Najprej se prepričaj, da pri ostrokotnem trikotniku središče očrtanega kroga leži znotraj trikotnika.

Ali velja zgornja trditev tudi za primera, ko je trikotnik $\triangle ABC$ pravokoten - oziroma topokoten?

Ali je pri zgornji trditvi potrebna omejitev $T \in \Pi$ ali pa je lahko T poljubna točka v prostoru?

Janez Rakovec



PISMA BRALCEV

Naša bralka S. Č., ki ne želi biti imenovana, nam je pisala takole:

"Prebrala sem nalogo o vžigalicah in se lotila dela. Toda kmalu sem se spomnila, da sploh ne vem, kaj pomeni črka π . Vse sem še enkrat prebrala, toda vseeno nisem razumela. Po 100 poskusih mi je prišel rezultat: 53 odgovorov DA. Približek za π je torej $3 \frac{41}{53}$. Pod temi številkami pa si težko kaj predstavljam. Zato vas prosim, da mi razložite, kaj pomeni π .

Mislím, da je v Preseku premalo nalog in zanimivega branja za 5. in 6. razrede.

V Preseku št. 5 se mi rešitve mnogih nalog zdijo nemogoče. Pokazala sem jih tudi tovarišici. Tudi ona je dobila takšne rezultate kot jaz.

Drugače mi je Presek zelo všeč. Rešim vse, kar znam, mnogo prispevkov pa ne razumem. Lahko bi izhajal mnogo bolj pogosto, ker rešim vse že prvi teden.

Zakaj za 5. in 6. razrede ni republiškega tekmovanja za Vevovo priznanje?

Pa še veliko zanimivega branja!"

Če hočeš zvedeti, kaj je število π , je morda najbolje, da si prebereš članek "Kako se je godilo številu π ", ki je izšel v 3. in 4. številki četrtega letnika Preseka. Tam boš prebrala, da je π razmerje med obsegom in premerom kroga in da je na pet decimalenk enako $\pi = 3,14159$.

Zavedamo se, da je Presek za bralce iz 5. in 6. razredov včasih prezahteven. A če prav premislimo, saj skoraj mora priti do tega, ker je namenjen tudi srednješolcem. Tem pa bi se najbrž zdel Presek premalo zanimiv, če bi morali shajati z znanjem, ki so ga imeli že v osemletki. Zato pa, če se ti zdi nek članek v Preseku zanimiv, pa ga ne razumeš, preberi ga še enkrat čez leto ali dve. Takrat ti bo gotovo že marsikaj jasno. O pogostej-

šem izhajanju smo že pisali, a kaj dalj od razmišljanja zaenkrat še nismo prišli.

Mogoče je, da je kakšna rešitev naloge v 5. številki napačna. Veseli bi bili, če bi nam sporočila, katera in poslala svojo rešitev. Če je res kaj narobe, bomo objavili popravek in tvojo rešitev.

Hvala za zanimivo pismo!

Peter Petek

Na vprašanje o tekmovanju za Vegova priznanja pa tale odgovor:

Na šolskem tekmovanju sodelujejo učenci višjih razredov, na na občinskem pa učenci 6., 7. in 8. razreda. Republiško tekmovanje je le za najboljše osmošolce. Povečanje obsega tekmovanj bi zahtevalo od organizatorjev, to je učiteljev matematike še dodatno delo, saj so le-ti večinoma preobremenjeni z učnovzgojnim delom.

Pavle Zajc

Miroslav Brandić iz Kikinde se nam je prvič oglasil in pravi, da mu je Presek zelo všeč, zlasti članki iz astronomije.

Hvala ti za lepe pozdrave in željo po uspehu. Mislimo, da bi k izboljšanju Preseka tudi Ti lahko pomagal, če bi nam poslal kaj svojih astronomskih spoznanj in zraven primerno fotografijo. Miroslav, kar na dan s svojimi talenti!

- - -

Ob poslani rešitvi nam je Tomaž Angelj iz Raven na Koroškem zapisal:

Čeravno sem šele učenec 5. razreda (sedaj si že v 6. razredu) osnovne šole, so mi nekatere vaše naloge zelo všeč in zelo rad prebiram revijo Presek."

Tvoje pismo nas je izredno razveselilo. Vedno se trudimo, da bi bil Presek všeč našim najmlajšim in Ti, dragi Tomaž, si nam dal tako lepo priznanje. Hvala ti za pozdrave in piši nam še!

Naš prijatelj Branko Ivanek iz Gornje Radgone nam je poslal rešitev in nam zaupal:

Rubrika Premisli in reši mi je zelo všeč. Mislim, da bi se Presek lahko razširil in izhajal večkrat na leto, saj bi tudi višjo ceno z veseljem plačal. Še to, zanima me, če lahko Presek naročiš tudi na dom."

Hvala za pozdrave in odkritosrčne misli. Seveda bomo Tvoji želji, da bi prejemal Presek domov, radi ustregli takoj, ko nam boš poslal svoj naslov.

- - -

Nena Kirar iz Boštanja piše tako:

"Lepo pozdravljeni! Najprej se vam zahvaljujem za objavljeno pismo in za vzpodbude. Zelo sem bila vesela in presrečna, ko sem odkrila, da sem nalogo pravilno rešila. Z veseljem sem se lotila nalog v novi številki. Ker nameravam nadaljevati šolanje, me zanima, če bo tudi Presek objavljaj kaj iz nove matematike, o kateri nisem še nič slišala v osnovni šoli. Presek bi rada prejemala na dom, če je to mogoče."

Draga Nena, glede naročila Preseka na dom velja isto kot za Branka. Za novo matematiko pa ne bodi preveč v skrbeh. Poskrbeli bomo tudi za take članke. V primeru, da je na vaši šoli dodatni pouk (krožek) iz matematike, ti priporočamo, da se mu pridružiš. Tam boste gotovo pridobivali znanje iz matematike tudi na nov način. Hvala za lepe želje pri urejanju in želimo ti še veliko veselja ob Preseku.

- - -

Iztok Perenič iz Postojne se nam je predstavil takole:

"Hodim v osmi razred OŠ in vaša revija mi je zelo pri srcu, saj mi krajša prenekatero uro. Tako meni kot večini mojih sošolcev je najbolj všeč rubrika Premisli in reši in pri njej posebno uživamo. Na žalost nalog vedno prehitro zmanjka. Zato vas prosim v imenu vseh nas, da jo (seveda kolikor je v vaših močeh) čim bolj razširite. Lepo vas pozdravljam in se vam zahvaljujem."

Iztok, veseli smo, da si zadovoljen ob Preseku. V tem šolskem letu si se gotovo usmeril na tako pot, kjer boš delal z veseljem. V upanju, da še slediš Preseku, prejmi naš iskreni pozdrav.

Naša zvesta bralka Andreja Brence iz Rovt nad Logatcem pravi:
Zelo rada prebiram revijo, vendar me moti to, da je premalo nalog za osnovne šole. Seveda vam zaupam in želim, da bo v prihodnje boljše.

Draga Andreja, hvala ti za zaupanje. Bodi prepričana, da bomo skušali ugoditi tvoji želji. Vsakokrat nam pošlji rešitve!

- - -

Alenka Stresen, osmošolka na osnovni šoli Riharda Jakopiča v Ljubljani nam je pisala še iz 7. razreda:

"Pišem vam že drugič v tem letu. Moram reči, da je Presek zelo dober. Tudi naloge niso več tako težke. Če gledam revijo iz prejšnjih let, se mi zdi, kot da bi se Presek nekam "zredil". Vse to je zelo pohvalno, saj so na revijo naročeni predvsem osnovnošolci. Pošiljam vam tudi rešitev Premisli in reši vupanju, da je pravilna. Želim pa si, da bi bilo med letom več številčk Preseka in mislim, da žele to tudi drugi. Pa veliko uspehov pri nadaljnjem urejanju revije!"

Hvala, Alenka, da si že naša, da tudi s pismi sodeluješ z nami. Tudi mi Tebi želimo še veliko zadovoljstva. Če boš pa kdaj zasledila kaj primernega za Presek, bomo objavili z veseljem.

- - -

"Dragi Presek! Zelo si mi všeč, vendar je premalo nalog za 6. razred (nekaj jih prilagam). Želim si tudi, da bi izhajal večkrat. Zelo me veseli astronomija in mislim, da je v Preseku premalo o astronomiji. Saj ne zamerite, ampak jaz sem "nenasitna". Lep pozdrav iz Kranja Anita iz 6. c razreda."

Tako, Anita, čim več nalog bomo imeli na voljo, lažje bo ustreči našim bralcem, ki radi rešujejo naloge in katerim je Presek predvsem namenjen - osnovnošolcem. Hvala za poslane naloge, mi pa se bomo potrudili, da bo več člankov iz astronomije. Srečno!

Matilda Lenarčič



REŠITVE NALOG

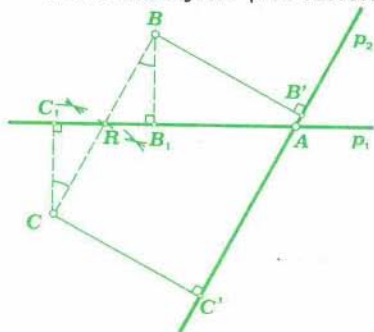
BISTROVIDEC - rešitev iz četrte številke 1976/77

Naloga ima dve rešitvi.

Prva rešitev je premica $p_1 = (A, R)$, kjer je R razpolovišče daljice BC . Tako rešitev so nam poslali Nataša Centa in Marinka Jančar iz Roba na Dolnjem ter Samo Piužzi iz Bovca.

Druga rešitev je premica p_2 skozi točko A vzporedna premici skozi točki B in C : $A \in p_2 \parallel (B, C)$. Tako rešitev sta nam poslali Irena Kirar iz Boštanjia ter Lojzka Levstek iz Velikih Lašč.

Kratka utemeljitev prve rešitve pa je takale (glej sliko):



Če naj bo p_1 enako oddaljena od B in C , mora biti $BB_1 \equiv CC_1$, ker sta pri B_1 in C_1 prava kota (ki sta skladna), je $(C, C_1) \parallel (B, B_1)$ in zato $\angle C_1CB \equiv \angle B_1BC$ (izmenična koda).

Torej je $\triangle RC_1C \cong \triangle RB_1B$. Zato je $RC \equiv RB$.

Pri drugi rešitvi pa upoštevamo, da nastane pravokotnik $BCC'B'$.

Franc Oblak

BISTROVIDEC - rešitev iz tretje številke 1976/77

Imamo škatle z naslednjimi napisi: "Dve zeleni kroglici", "Dve rdeči kroglici", "Zelena in rdeča kroglica". Iz škatle z napisom "Zelena in rdeča kroglica" na slepo izvlečemo kroglico in ob primerjanju z lažnimi napisi brž ugotovimo stanje v tej in v preostalih dveh škatlah. Poskusi!



I. Ključ za reševanje je skrit v naslovu uganke. Sestavljata ga dve imeni uganke: tuje (kriptogram) in slovensko (skrit napis). Navedenim tujim besedam je torej treba poiskati odgovarjajoče slovenske besede. Te so: SEBICNEŽ, PRIPEV, ZANIKANJE, MNQZINA, OSMEREC. In kako v njih najti rešitev? Tudi to pove naslov uganke. Tretja črka v besedi SKRIT je majhna, vse ostale so velike. Navpično brane tretje črke slovenskih besed sestavljajo rešitev - besedo BINOM (dvočlenik v matematiki).

II. Besed, v katerih bi poiskali črke rešitve, ni. Številke torej lahko pomenijo le črke iz slovenske abecede. Vendar: 9. črka je H, 11. je J, 12. je K, 4. je Č in začetek HEJKEČ itd. ne obeta rešitve. Natančen pregled odkrije, da "tekst" uganke razpade na trojke - po dve številki na vsaki strani ene črke. To je ključ za reševanje. Če poiščemo 9. in 11. črko v slovenski abecedi od črke E, 12. in 4. od črke E, 17. in 14. od črke A in tako naprej, preberemo skupaj z že vpisanimi črkami kitajski pregovor: Nprebrane knjige, nprehojena pot.

III. V vsaki vrstici je treba izračunati manjkajoči sumand, ta pove, katero črko je treba odvzeti iz besede, ki označuje rezultat. Tako dobimo v prvi vrstici število 3, tretja črka besede DEVET je V; v drugi vrstici število 7, sedma črka besede TRINAJST je S; itd. Rešitev je beseda VSOTA.

IV. V matematiki poznamo logaritme števil, logaritmov besed pa seveda ne. Kaj torej? Vendar nekaj, kar je značilno za logaritme, lahko določimo tudi besedam. To so karakteristike. Beseda GAMS ima 4 črke, karakteristika ustreznega štirimestnega števila pa je 3. Za rešitev torej upoštevamo tretjo črko besede GAMS, to je M. Podobno nadaljujemo pri ostalih besedah in dobimo rešitev, še en pojem, ki spada k logaritmu - to je MANTISA (decimalni del logaritma).

V. Besede, iz katerih bomo dobili črke rešitve, so pri tem slikovnem kriptogramu imena geometrijskih likov: TRAPEZ, ŠESTEROKOTNIK, TRIKOTNIK, ROMB, DESETEROKOTNIK, PETEROKOTNIK. Katere črke pa upoštevamo? "Izdajo" jih števila oglišč likov: trapez - 4 oglišča - črka P, šesterokotnik - 6 oglišč - črka R, itd. Dobimo rešitev: PRIBOR. (Misljen je seveda risalni pribor, ki ga potrebujemo pri risanju likov.)

Pavla Gregorc



NALOGE-TEKMOVANJA

TEKMOVANJE SREDJEŠOLCEV IZ MATEMATIKE IN FIZIKE V LETU 1978

Aktivu matematikov in fizikov na srednjih šolah!

Dragi kolegi!

Da bi bil čim širši krog dijakov in profesorjev na srednjih šolah seznanjen s tekmovanji za srednješolce iz matematike in fizike, razpisuje Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije ta tekmovanja za leto 1978 v Preseku. Ker bo razpis objavljen precej prej kot prejšnja leta, bo več časa za priprave na tekmovanja.

Predtekmovanji iz matematike in fizike

Šole lahko prijavijo dijake na republiško tekmovanje le, če izvedejo predtekmovanje na šoli ali na nekaj šolah skupaj.

Predtekmovanja izvedejo aktivni profesorji matematike in fizike na šolah. V ta namen aktiv sestavi komisijo za predtekmovanje, ki bo ocenila izdelke dijakov in na osnovi ocen predlagala dijake iz svoje šole za republiško tekmovanje. Ti dijaki morajo doseči praviloma vsaj polovico od vseh možnih točk.

Za strokovno stran izvedbe republiškega tekmovanja iz matematike oziroma iz fizike sta sestavljeni komisiji. Izmed predlaganih dijakov iz vseh šol bosta ti komisiji izbrali kandidate za republiški tekmovanje - predvidoma do 30 v vsakem razredu. Komisiji lahko vključita izjemoma tudi dobre dijake, ki se iz opravičljivih razlogov niso mogli udeležiti predtekmovanja. Šole lahko pošljejo na republiški tekmovanje le dijake, ki jih bosta izbrali komisiji za republiško tekmovanje.

Prosimo, da predtekmovanja izvedejo profesorji matematike in fizike po šolah in tako po svojih močeh prispevajo k uspehu tekmovanja. Želimo, da bi se predtekmovanja udeležila večina srednjetehtniških šol in gimnazij v Sloveniji. Profesorje matematike in fizike prosimo, da pomagajo pri izvedbi tekmovanj, vzpodbujajo dijake in jim svetujejo pri pripravi ter sodelujejo s predlogi za tekmovalne naloge. Hvaležni vam bomo za vse predloge in pripombe. Za vsa pojasnila se obračajte na komisijo za popularizacijo z navedbo za matematiko ali fiziko

Prosimo, da izpolnete vprašalnik o predtekmovanju, ki ga izrežete ali prepisujete iz Preseka in sestavite komisijo za predtekmovanje na šoli. Izpolnjene vprašalnike pošljite priporočeno do 25. februarja 1978 na naslov: Republiško tekmovanje iz matematike ali fizike, asistent E. Kramar (za matematiko) ali asistent A. Likar (za fiziko), 61001 Ljubljana, Jadranska 19, P.p. 227.

Za vsak razred bodo po štiri naloge, iste za vse šole. Pripravila jih bo in jim dodala rešitve ter navodila za ocenjevanje komisija za republiško tekmovanje. Razmnožene naloge in rešitve ter druga navodila bomo poslali predsedniku komisije za predtekmovanje.

Dijaki srednjetehtniških šol, ki imajo drugačen učni načrt kot gimnazije, se lahko po posvetu s svojim profesorjem prijavijo za tekmovanje za drug razred kot ga obiskujejo.

Predtekmovanje po šolah bo: za matematiko v soboto - 11. marca od 9. do 11. ure, za fiziko pa v soboto - 15. aprila od 9. do 11. ure.

Po predtekmovanju komisija za predtekmovanje oceni izdelke, sestavi seznam dijakov za republiško tekmovanje in ga skupaj z izdelki teh dijakov pošlje do 20. marca za matematiko oziroma do 24. aprila za fiziko na zgornji naslov. Prosimo, da tudi označite, kateri od dijakov bo predvidoma želel pred tekmovanjem prespati v kraju republiškega tekmovanja.

Republiški tekmovanji iz matematike in iz fizike

Republiško tekmovanje iz matematike bo v soboto, 8. aprila ob 10. uri na Visoki ekonomsko-komercialni šoli v Mariboru, iz fizike pa v soboto, 13. maja ob 10. uri na gimnaziji v Celju.

Druge podatke v zvezi z obema tekmovanjema vam bomo sporočili hkrati z nalogami za predtekmovanje.

Komisija za republiško tekmovanje

za matematiko
Jože Vrabec, l.r.
Edvard Kramar, l.r.

predsednik
sekretar

za fiziko
Anton Moljk, l.r.
Andrej Likar, l.r.

VPRAŠALNIK ZA PREDTEKMOVANJE IZ MATEMATIKE

ŠOLA:

NASLOV: TELEFON:

Predtekmovanje bomo - ne bomo izvedli (ustrezno obkrožite)

Predtekmovanje bomo izvedli skupaj s šolami:

Priimek, ime, domači naslov in telefon predsednika komisije za predtekmovanje na šoli:

Priimek članov komisije za predtekmovanje na šoli:

Cenimo, da bo na šolskem tekmovanju sodelovalo

v I. razredu dijakov v III. razredu dijakov

v II. razredu dijakov v IV. razredu dijakov

Skupaj: dijakov

Opomba: število dijakov rabimo, da bomo vedeli, koliko izvodov s formulacijami nalog vam bomo poslali.

REPUBLIŠKO TEKMOVANJE OSMOŠOLCEV

V soboto, 28. maja 1977 je bilo VII. republiško tekmovanje učencev osmih razredov za zlato Vegovo priznanje. Tekmovalcev je bilo v letošnjem letu nekaj manj, sodelovalo je 177 učencev. Tekmovanje je bilo v petih regijah: Celje 19 učencev, Koper 21 učencev, Ljubljana 101 učenec, Maribor 25 učencev, Nova Gorica 11 učencev.

Republiška tekmovalna komisija je pod vodstvom profesorja Galiča podelila ZLATA VEGOVA PRIZNANJA 34 učencem, ki so dosegli 12 do 25 točk.

I. nagrada:

1. ŠPELIČ Miran, o.š. Zvonko Runko, Ljubljana

II. nagrada:

2. BRILEJ Mirjam, o.š. Marjan Nemec, Radeče pri Zidanem mostu

3. KRŽIČ Jožica, o.š. Borovnica

4. BOLTIN Uroš, o.š. Prežihov Voranc, Ljubljana

5. JELOVČAN Zoran, o.š. Ivan Tavčar, Gorenja vas

6. OGRIN Darja, o.š. Prežihov Voranc, Ljubljana

VPRASALNIK ZA PREDTEKMOVANJE IZ FIZIKE

ŠOLA:

NASLOV:TELEFON:

Predtekmovanje bomo - ne bomo izvedli (ustrezno obkrožite)

Predtekmovanje bomo izvedli skupaj s šolami:

Priimek, ime, domači naslov in telefon predsednika komisije za predtekmovanje na šoli:

Priimek članov komisije za predtekmovanje na šoli:

Cenimo, da bo na šolskem tekmovanju sodelovalo

v I. razredu dijakov

v III. razredu dijakov

v II. razredu dijakov

v IV. razredu dijakov

Skupaj: dijakov

Iz analize rezultatov nalog je bilo videti, da so uspešni tisti učenci, ki imajo na šoli dodatni pouk. Šole bi morale dodatnemu pouku posvetiti toliko pozornosti, kot jo posvečajo manj sposobnejšim učencem.

Najuspešnejši so prejeli na svečanem sprejemu, ki ga je priredilo Društvo matematikov, fizikov in astronomov ter Republiški komite za vzgojo in izobraževanje, lepe nagrade.

Poleg nagrajencev so prejeli zlato Vegovo priznanje še naslednji učenci:

Cokan Tomaž, o.š. Prule, Ljubljana; Suhač Katarina, o.š. P. Voranc, Ljubljana; Hren Nataša, o.š. Angel Besednjak, Maribor; Levstik Snežana, o.š. P. Voranc, Ljubljana; Planinšič Gorazd, o.š. Dr. Vito Kraigher, Ljubljana; Majcen Igor, o.š. P. Voranc, Ljubljana; Blaj Franci, o.š. Marjan Nemec, Radeče pri Zidanem mostu; Pezdirc Lidiya, o.š. Dr. Vito Kraigher, Ljubljana; Kočevar Neda, o.š. Zvonko Runko, Ljubljana; Oblak Vida, o.š. Fr. Bevk, Ljubljana; Opresnik Marko, o.š. P. Voranc, Ljubljana; Cetin Estela, o.š. P. Voranc, Ljubljana; Košir Tomaž, o.š. Simon Jenko, Kranj; Štruel Damjan, o.š. Valentin Vodnik, Ljubljana; Pustavrh Nevenka, o.š. Cvetko Golar, Škofja Loka; Žgajner Andreja, o.š. Trbovlje; Kanduž Zoran, o.š. J. Mihevc, Idrija; Majcen Marjan, o.š. Fr. Vrunč, Slovenj Gradec; Cerkvenik Vesna, o.š. Spomenik NOB, Cerkno; Zajc Melita, o.š. Spomenik NOB, Cerkno; Tomšič Savo, o.š. Dragotin Kette, Ilirska Bistrica; Koželj Janez, o.š. Valentin Vodnik, Ljubljana; Golič Janez, o.š. Zvonko Runko, Ljubljana; Kolenc Terezija, o.š. Izlake; Indihar Simon, o.š. Dr. Fr. Prešeren, Kranj; Rugelj Mojca, o.š. Rihard Jakopič, Ljubljana; Kotnik Božena, o.š. Boris Kidrič, Ljubljana; Demšar Mojca, o.š. Fr. Osojnik, Ptuj.

NALOGE:

- a) Dokaži, da velja enačba: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$, če je:
 $(a+b)(b+c) = 0$ in $abc \neq 0$!
 b) Reši enačbo: $x^2 + 2x + 9y^2 + 6y + 2 = 0$
- Razdalja krajev A in B je a km. Kolesar je prvič prevozil pot iz A v B in nazaj s stalno hitrostjo. Drugič je iz A v B vozil za 6 km/h hitreje, nazaj pa za 4 km/h počasneje kot na prvi vožnji. Obkraj je za vso pot porabil enak čas. Izračunaj hitrost kolesarja na prvi vožnji! Ali je rezultat odvisen od razdalje a ?
- V notranjosti kota 60° je točka T , ki je od enega kraka oddaljena za a , od drugega kraka za b . Izračunaj razdaljo točke T od vrha kota V , če je $a > b$!
- Dokaži, da se iz razpolovišča višine enakorobne tristrane piramide vidi osnovni rob pod pravim kotom!
- Nariši premici: $5x + 12y - 60 = 0$ in $5x + 12y - 120 = 0$. Izračunaj obseg in ploščino lika, ki ga omejujeta dani premici in odseka na koordinatnih oseh!

Pavle Zaje

TEKMOVANJE V KOPRSKI REGIJI

Na Tehniški pomorski, strojni in elektro šoli v Portorožu so se pomerili najboljši učenci osmih razredov osnovnih šol koprskega območja. Tekmovalce je v imenu pokroviteljev pozdravil ravnatelj šole tovariš Franc Flis, v imenu zavoda SRS za šolstvo, organizacijska enota Koper pa predstojnica tov. Alenka Aškerc-Mikeln.

Naloge so bile tudi tokrat precej zahtevne, saj vseh možnih točk ni niti v republiškem merilu nihče dosegel. Zlato/Vegovo priznanje je na obalnem območju od 25 tekmovalcev dosegel samo en učenec. Zlasti prva naloga je delala vsem precej težav.

Vsi tekmovalci so dobili spominske značke ter darila podjetij Mehanotehnika, Iplasa in Kreditne banke Koper.

Po 120 minutnem reševanju nalog, so jih "pomorci" peljali z njihovo šolsko ladjo do ladje Galeb, ki je bila zasidrana v Piranu, kjer so si ogledali ladjo in razstavo na ladji na temo: Življenje in delo našega Maršala Tita. Učenci in njihovi spremljevalci so bili s tem zelo počaščeni in so se zadovoljni vrnili na šolo, kjer je komisija, sestavljena iz treh članov - profesorjev ocenila naloge. Zbranim učencem je v imenu DMFA-podružnice Koper razdelila nagrade predsednica podružnice:

1. nagrado - darilo Splošne plovbe Piran (lep stenski barometer) je dobil Savo Tomšič - učenec osnovne šole Dragotin Kette iz Ilirske Bistrice; 2. nagrado - darilo Poklicne kovinarske in avtomehaniške šole Koper (električni spajkalnik) je dobil Goran Turk - učenec osnovne šole Dušana Bordona Semedela (Koper); 3. nagrado (zbirko Elektropionir) so dobili učenci: Žnidaršič Jana, o.š. Postojna; Grdina Igor, o.š. Dušana Bordona Semedela, Koper; Suban Valter, o.š. Antona Šibelja-Stjenka, Komen; 4. nagrado - po 100.-din na hranilni knjižici so dobili od podružnice Ljubljanske banke v Kopru naslednji učenci: Zupančič Zeljko, o.š. Postojna; Černač Zvonko, o.š. Postojna; Gospodarič Jurij, o.š. Postojna; Kocjančič Sonja, o.š. Janka Premrla-Vojka, Koper; Grič Mojmir, o.š. Dragotin Kette, Ilirska Bistrica;

Vsem darovalcem daril se iskreno zahvaljujemo!

Bogomila Kolenko



NALOGE-TEKMOVANJA

Osnovna šola, kjer so letos tekmovali mladi osnovnošolci 7. in 8. razredov iz vse Jugoslavije, je bila zgrajena, ko je ob potresu stara propadla, s pomočjo zbiranja sredstev med osnovnošolci po vsej državi. Pobudnik je bil list "Kekec", zato nosi šola po njem ime. Učenci so bili gostje organizatorja vsakoletnih zveznih tekmovanj - Matematičnega lista iz Beograda. Tudi tokrat je organizator poskrbel, da so se otroci vse dni izredno dobro počutili. Stanovali so s svojimi vodiči in drugimi spremljevalci v novem hotelu v bližini šole in plaže. Po tekmovanju so jih peljali na izlet v Boko Kotorsko in na Lovćen, od koder so imeli čudovit razgled po črnogorskem Primorju do Skaderskega jezera, ker je prejšnjo noč burja temeljito očistila zrak. Zvečer istega dne je bila na šoli v avli slavnostna podelitev nagrad. Naloge so bile letos primerno izbrane, saj ni ostala nerešena nobena naloga in tudi sicer ni bilo težko razdeliti nagrad.

V 7. razredu je bilo 45 tekmovalcev, od 100 možnih točk je dosegel prvo mesto z 92 točkami - Vuković Dragan, osn. šola dr. J. Cvijić, Smederevo, Srbija, drugo mesto - Danilović Dejan, osn. šola 20. oktober, Beograd in tretje mesto - Mulahavanović Berin, osn. šola M. Medžić, Tuzla, BiH. Podeljene so bile še tri druge nagrade, štiri tretje in šest pohval. Od Slovencev je dobil Manirino Djoro, osnovna šola Valentina Vodnika iz Ljubljane drugo nagrado in Tavčar Mojca iz osnovne šole Prežihovega Voranca iz Ljubljane pohvalo.

V 8. razredu je tekmovalo 39 učencev, prvo mesto in vseh 100 točk je dosegla - Marjanović Zorica, osn. šola Antona Savčića, Valjevo, Srbija. Podeljene so bile še tri prve nagrade (do 98 točk) in sicer: Damjanoviću Aleksandru, osn. šola Ivana Gundulića, Beograd, Srbija; Eles Nebojši, osn. šola Moše Pijade, Vogošča, BiH; Jevtić Radovanu, osn. šola M. Glišić, Valjevo, Srbija. Razdelili so še tri druge nagrade, štiri tretje nagrade in več pohval. Slovenca Cokan Tomaž iz osnovne šole Prule Ljubljana in Boltin Uroš iz osnovne šole Prežihovega Voranca Ljubljana, sta prejela drugi nagradi, med republikami je po številu doseženih točk Slovenija na 4. mestu. Predsednik komisije

za sestavljanje in ocenjevanje nalog je bil tokrat profesor Prirodoslovne fakultete iz Zagreba tov. Polonio Mirko, ki je svoje odgovorno delo opravil vestno, kot je pri delu z mladino potrebno.

7. RAZRED

1. V vrsti stoji 1000 učencev. Dovoljeno je, da zamenjata svoji mesti učenca, ki imata istega soseda. Ali je možno, da s takimi zamenjavami mest pride učenec, ki je v začetku stal na enem koncu vrste, na drugi konec? Obrazloži odgovor!
2. Zmnožek štirih zaporednih sodih naravnih števil je 13440. Določi ta števila!
3. Delavci Andrej, Boris in Cene opravijo neko delo skupno v 1 uri. Znano je, da bi vsak izmed njih sam potreboval za to delo celo število ur. Vemo še tudi, da dela Boris hitreje od Andreja, toda počasneje od Ceneta. V kolikem času bi vsak delavec sam opravil to delo?
4. Višina trapeza meri 6 cm, ena izmed osnovnic pa 4 cm. Notranja kota ob tej osnovnici merita 120° in 135° .
a) Načrtaj ta trapez!
b) Izračunaj obseg in ploščino trapeza!
5. Dan je trikotnik, katerega stranice merijo 3 cm, 4 cm in 5 cm. Ali obstaja v njegovi notranjosti točka, ki je od vsake stranice oddaljena manj kot 1 cm?

8. RAZRED

1. Ali je možno robove kocke oštevilčiti s številkami 1, 2, 3, ..., 11, 12 tako, da je vsota števil, prirejenih trem robovom, ki "izhajajo" iz istega oglišča, za vsa oglišča enaka? Obrazloži odgovor!
2. Dano je 5 poljubnih celih števil. Dokaži:
a) da sta med njimi dve števili, katerih razlika je deljiva s 3!
b) da so med njimi tri števila, katerih vsota je deljiva s 3!
3. Premica $y = ax + b$ gre skozi točko $T(0,6)$. S koordinatnima osema določa trikotnik, katerega ploščina meri 24. Premica ne gre skozi tretji kvadrant.
a) Določi a in b
b) Določi prostornino vrtenine, ki nastane z vrtenjem trikotnika okrog njegove najdaljše stranice!
4. Dana je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Dolžina roba je a . Sečišče diagonal osnovne ploskve $ABCD$ je točka M . Daljici DB_1 in MD_1 se sekata v točki K . Izračunaj ploščini trikotnikov $\triangle KDM$ in $\triangle KB_1 D_1$.
5. Dan je pravokotnik $ABCD$, kateremu je dolžina stranice AB dvakrat večja od dolžine stranice BC . Na stranici CD je izbrana točka M tako, da je $\angle AMD = \angle AMB$.
a) Izračunaj velikost kota $\angle AMB$.
b) Kolika je ploščina pravokotnika $ABCD$, če je dolžina daljice $DM = 1$.

Bogomila Kolenko



KAKO ODVAJATI VELIK TOPLOTNI TOK

Že v šoli smo se naučili, da teče toplota po telesih sama od sebe z mest z višjo temperaturo na mesta z nižjo temperaturo. Toplotni tok P , to je množina toplote, ki se prenese na enoto časa, je sorazmeren s temperaturno razliko in obratno sorazmeren z razdaljo med toplejšim in hladnejšim mestom. Odvisen je tudi od oblike telesa. Najpreprostejše so razmere, ko teče toplotni tok le v eni smeri, na primer po palici vzdolž osi. Presek palice naj bo S in dolžina palice L . Če je temperaturna razlika med koncema palice ΔT , teče po palici toplotni tok

$$P = \lambda S \Delta T / L$$

Koeficient toplotne prevodnosti λ je velik pri kovinah, kot so baker, srebro, zlato, aluminij in medenina. Les, stiropor, opeka in podobne snovi pa imajo majhno toplotno prevodnost. Snovi, ki toploto dobro prevajajo, se nam zde ob dotiku hladne, slabi prevodniki toplote pa topli. Zelo slabi prevodniki toplote so plini. Zato imamo tudi doma dvojna okna med katerimi je zrak. Tako se izognemo prevelikim toplotnim izgubam skozi okna in zmanjšamo stroške za kurjavo v zimskem času.

Včasih pa je treba odvajati velike toplotne tokove. Inženirji, ki projektirajo na primer elektronke za velike moči ali pa rentgenske cevi, se večkrat srečajo s tem problemom. Iz majhnega prostora je treba v teh pripravah odvajati velik toplotni tok. Poskusimo hladiti anodo rentgenske cevi, ki deluje npr. z močjo 1 kW tako, da nanjo pritrdimo kakih 30 cm dolgo bakreno palico in prosto krajišče hladimo z zrakom. Če je presek palice 5 cm² in temperatura zraka 20°C, lahko izračunamo, do kolikšne temperature bi se segrelo drugo krajišče palice, če bi tekla po njej toplotni tok 1 kW. Iz enačbe za toplotni tok sledi

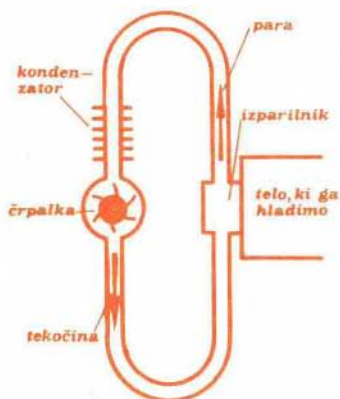
$$\Delta T = PL / \lambda S = (1000 \text{ W} \cdot 0,3 \text{ m}) / (380 \text{ W/mst} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) = 1800 \text{ st.}$$

Vidimo, da bi se vroče krajišče palice že zdavnaj stalilo. Delati je treba drugače. Do mesta, od koder je treba odvajati toploto, napeljemo vodo. Voda se tam segreva in odteka naprej. Vzemimo, da priteče v cev vsako minuto liter vode. Da se liter vode segreje za eno stopinjo, porabi 4200 J toplote. V minuti moramo odvesti iz anode 60 000 J toplote. Hitro izračunamo, da se zato voda segreje za okoli 14 stopinj. V resnici tako hlade laboratorijske priprave. Žal pri tem porabijo veliko vode. Z manjšim tokom vode se izgube sicer zmanjšajo, vendar se voda bolj segreje.

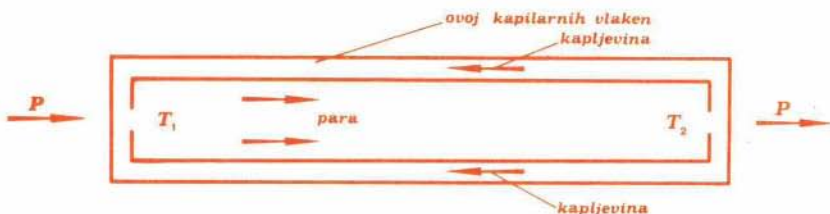
Največ toplote porabijo kapljevine za izparevanje. Če naj izpari kilogram vode pri 100°C in 1 at, potrebuje 2260 kJ. Pri drugih snoveh je podobno. Ko npr. izpari kilogram natrija pri 883°C, porabi kar 4220 kJ. Iz anode rentgenske cevi z močjo 1 kW, ki bi jo napolnili z vodo pri 100°C, bi izparelo 1,6 kg vode na uro. Vodno paro, ki pri tem nastane, lahko črpamo na hladnejše mesto, kjer para odda toploto in se kondenzira. Vodo spet uporabimo za hlajenje, le črpati jo moramo nazaj na mesto, ki ga hladimo.

Oglejmo si, kako bi zgradili tako pripravo. Glavni sestavni del je prazna zaprta cev, v kateri je nekaj hladilne tekočine. Eno krajišče pritrdimo na telo, ki ga hočemo hladiti, drugo krajišče pa hladimo z zrakom. Ko tekočina izpari, v izparevalnem delu cevi naraste tlak. Nastala para potuje zato proti hladnejšemu delu cevi, kjer je nižji tlak. Tam se para kondenzira in odda toploto. Kondenzirano tekočino črpamo nazaj na toplejše mesto in pojav se ponavlja.

Za hlajenje uporabljajo različne snovi. Za visoke temperature od približno 600⁰ do 1200⁰C je primeren natrij ali kalij, za temperature do 180⁰C je primerna tudi voda. Taki toplotni vodniki so lahko zelo učinkoviti. Skozi vsak kvadratni centimeter preseka vodnika je lahko toplotni tok tudi več deset kilovatov. Za črpanje hladilne tekočine nazaj na toplejše mesto nam



lahko služi kapilarnost, to je pojav, pri katerem tekočina v drobnih cevkah leze naprej. Zaradi kapilarnosti se pivnik hitro napoji z vodo. Če po nerodnosti pustimo viseti brisačo preko roba kadi tako, da je en konec pomočen v vodo, bo brisača kaj hitro vsa mokra. Če tedaj obložimo notranjo steno cevi s snovjo stekano iz kapilarnih vlaken, dosežemo, da se tekočina sama črpa nazaj na mesto, ki ga hladimo, če le tekočina v cevi moči kapilarno snov.



Tako zgrajeni toplotni vodniki so majhni in zelo učinkoviti. Zato jih uporabljajo povsod tam, kjer za velike in težke hladilne naprave ni prostora, npr. v satelitih.

Janez Žitnik

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES



MODROST ZAHODA

Protagora je rekel nekemu revnemu učencu, ki si je želel pri njem učiti pravo, naj mu plača z izkupiščkom prve dobljene pravde. Ko pa se je mladenič izučil, ni hotel v prakso. Protagora ga je tožil, da bi dobil honorar, in trdil pred sodiščem, da mora njegov dijak vsekakor plačati: če dobi pravdo zaradi dogovora, če izgubi, pa zavoljo rabsodbe. Toženec pa mu je vrnil mlo za drago. Trdil je, da je plačila oproščen: če bo zmagal v pravdi, bo oproščen po rabsodbi, če bo pa izgubil, pa zaradi dogovora.

(Iz knjige *Modrost zahoda* Bertranda Russella.)

Kako naj rabsodi sodišče?

Ana Hafner

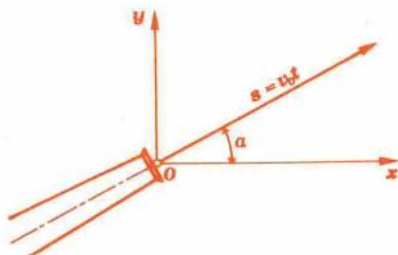
BALISTIKA

2. DEL

ZUNANJA BALISTIKA

Zunanja balistika preučuje let izstrelka od trenutka, ko zapusti cev, do trenutka, ko zadene cilj ali se v zraku razleti. Omenili smo že, da delujejo izgoreli plini na izstrelek tudi še zunaj cevi. To malenkostno povečanje hitrosti za 1 do 2% v zunanji balistiki navadno zanemarimo.

Pot izstrelka je odvisna od začetne hitrosti, naklonskega kota cevi, teže, zračnega upora, oblike izstrelka, vrtenja izstrelka in še česa (temperatura, vlažnost, vetrovi itd.). Računanje poti izstrelka je težavna naloga, saj bi pri natančnem računu morali upoštevati še spreminjanje težnega pospeška z višino, vrtenje Zemlje ... Napraviti moramo precej poenostavitvev, če želimo preprost račun. Opazujemo le gibanje težišča. Najprej zanemarimo zračni upor. Izstrelek bi se gibal premo enakomerno z začetno hitrostjo v_0 , če bi nanj ne delovala teža. Zaradi delovanja teže si lahko gibanje izstrelka mislimo sestavljeno iz dveh gibanj: enakomernega gibanja, za katerega velja $s = v_0 t$ v smeri začetne hitrosti pod naklonskim kotom α proti vodoravnici, in iz prostega padanja navpično navzdol $h = (g/2)t^2$.

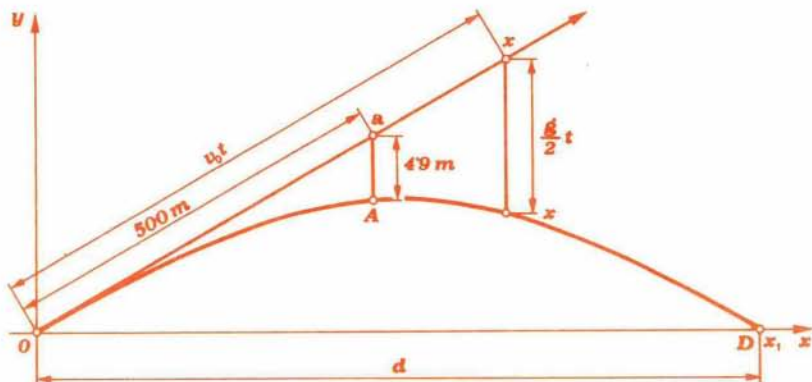


Sl.10 Let izstrelka, če zanemarimo težo.

Izstrelek z začetno hitrostjo $v_0 = 500$ m/s pod naklonskim kotom α bi po prvi sekundi priletel v točko a , ki je za 500 m oddaljena od ustja cevi, če ne bi bilo teže. Zaradi teže pa pade v tem času še za h_1 :

$$h_1 = (g/2)t^2 = 9,8 \cdot 1/2 = 4,9 \text{ m in je v točki } A.$$

Enako določimo točko, v kateri je izstrelek v času t . Če ne bi bilo teže, bi priletel v točko x , zaradi nje pa pade za $(g/2)t^2$ in je v resnici v točki x . Krivulja, ki po njej leti izstrelek,



Sl.11 Let izstrelka, pri katerem upoštevamo težo.

se imenuje parabola. Tisti, ki poznajo trigonometrijo, napišejo njeno enačbo takole:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - g x^2 / (2 v_0^2 \cos^2 \alpha)$$

Razdaljo od orožja do točke, kjer projektil pade spet v višino ustja cevi, se pravi, da seka vodoravnico x , imenujemo *domet* pri naklonskem kotu α .

Račun pokaže, da je domet d :

$$d = (v_0^2 \sin(2\alpha)) / g$$

Maksimalni domet ali pa kar domet orožja imenujemo največji domet. Domet orožja D je dosežen pri $\alpha = 45^\circ$

$$D = v_0^2 / g$$

Za $v_0 = 500$ m/s je domet orožja približno 25 km.

Zanimiv je tudi čas leta izstrelka T . Če je cilj v isti vodoravni ravnini kot orožje, je

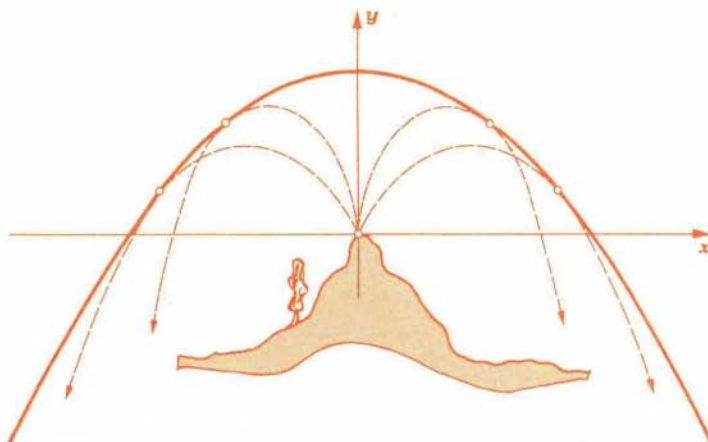
$$T = 2 v_0 \sin \alpha / g$$

Pri dometu orožja je za naš primer čas leta

$$T = 2 \cdot 500 \sin 45^\circ / 9,81 = 72 \text{ s}$$

Če pa bi streljali navpično navzgor, bi dobili najdaljši čas poleta:

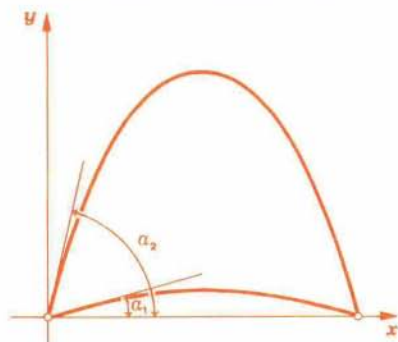
$$T = 2 v_0 / g = 102 \text{ s} = 1 \text{ min } 42 \text{ s}$$



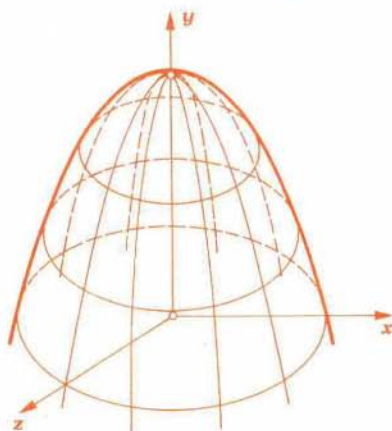
Sl.12 Parabola zanesljivosti.

V tem času je mogoče preteči skoraj pol kilometra.

Vprašamo se, kam vse lahko streljamo iz izbrane točke. Če bi narisali vse možne tire izstrelka, ki je vsakič izstreljen pod drugim naklonskim kotom, a vedno z isto začetno hitrostjo, bi zmazek črt omejevala krivulja (sl. 12). Z računom lahko pokažemo, da je ta krivulja spet parabola. Balistiki ji rečejo *parabola zanesljivosti*. Nobene točke zunaj te parabole ne moremo zadeti.

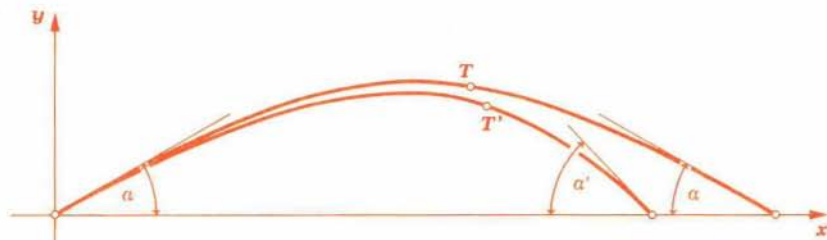


Sl.13 $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$.



Sl.14 Paraboloid zanesljivosti.

Te točke so zunaj dometa. Točke na paraboli dosežamo pri enem samem naklonskem kotu, točke znotraj parabole pa pri dveh. Za točke, ki ležijo v isti višini z orožjem in so znotraj parabole zanesljivosti, velja tole: $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, če označimo z α_1 prvi, z α_2 drugi naklonski kot, pod katerim dosežemo točko. V resnici bi morali govoriti o *paraboloidu zanesljivosti*, ki ga dobimo z vrtenjem parabole zanesljivosti okrog osi y , saj lahko pri orožju poleg naklonskega kota menjamo tudi smer cevi v vodoravni

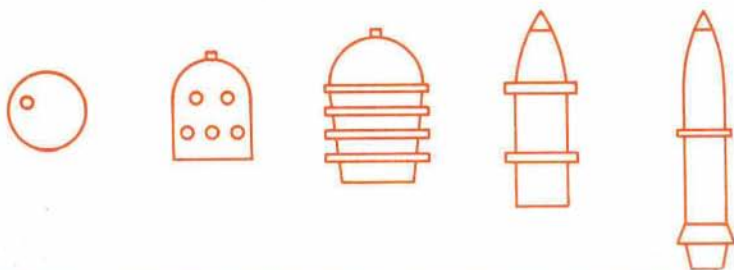


Sl.15 Balistična krivulja leta izstrelka v ozračju.

smeri. Paraboloid zanesljivosti je zanimiv predvsem pri protiletalskih orožjih, ki tudi praktično streljajo na vse cilje v njegovi notranjosti.

Toliko o primeru, ko zanemarimo zračni upor. V ozračju so razmere dosti bolj zamotane. Balistiki znajo pri določenih predpostavkah o uporabi zraka izračunati boljši približek za dejansko balistično krivuljo. Pomagajo si tudi z računalniki. Vendar noben račun ne more predvidevati vseh sil v ozračju (gostota zraka, temperatura, vlažnost, veter, dež itd.). Zato omenimo le nekaj osnovnih lastnosti balistične krivulje:

- točka najmanjše hitrosti izstrelka leži na padajočem kraku takoj za temenom;
- hitrost izstrelka v točki na dvigajočem se kraku je večja od hitrosti v točki iste višine na padajočem kraku;
- čas, ki ga izstrelak potrebuje do temena, je manjši od časa, ki ga izstrelak potrebuje od temena do tal;
- domet je krajši od dometa pod istim kotom v brezračnem prostoru;
- višina je v vsakem trenutku manjša od višine, ki bi jo izstre-



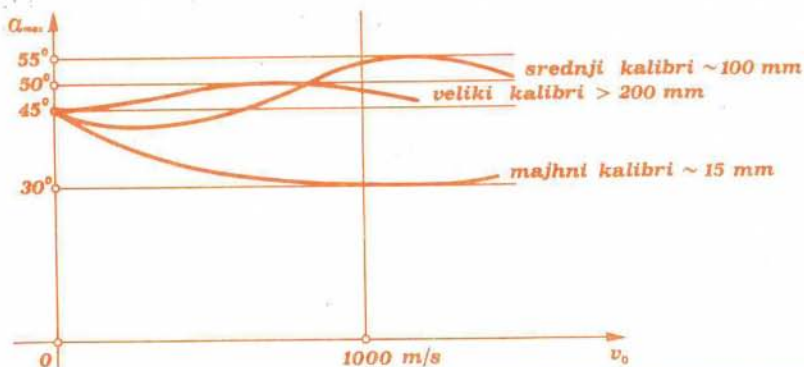
Sl.16 Razvoj oblike izstrelka od kroglice do današnje.

- lek dosegel v brezračnem prostoru;
- dvigajoči se krak je daljši od padajočega;
- padni kot je večji od naklonskega kota.

Če želimo zmanjšati upor zraka, moramo izbrati izstrelku "pametno" obliko. Ker pa se dandanašnji izstrelki v letu zaradi stabilnosti vrtijo, je toliko težje izbrati najboljšo obliko.

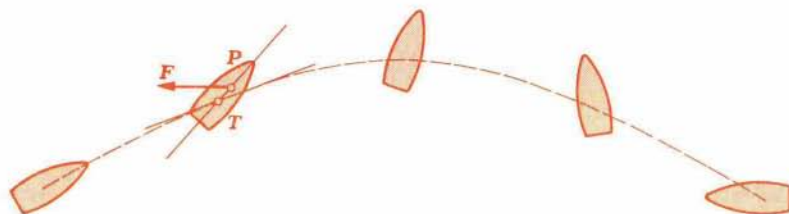
Zanimivo je tudi opazovati, kako se menja kot maksimalnega dometa. V brezračnem prostoru je za vse izstrelke in vse začetne hitrosti kot maksimalnega dometa 45° . V ozračju pa se kot spreminja v odvisnosti od začetne hitrosti.

Omenili smo že, da so bili sprva izstrelki okrogli in zato ni bilo pomembno, ali se v letu vrtijo ali ne. Ker pa so želeli zmanjšati upor zraka, so dali izstrelkom podolgovato obliko.

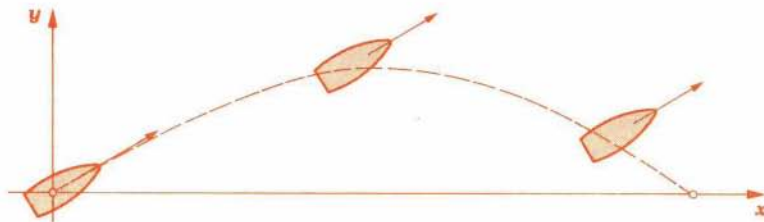


Sl.17 Odvisnost kota maksimalnega dometa od začetne hitrosti izstrelka pri različnih kalibrih. Če zračni upor zanemarimo, je $\alpha_{\max}$ vedno 45° .

Zdaj pa se pojavi problem stabilnosti. Brž ko vzdolžna os izstrelka ni v smeri tangente na krivuljo leta, se poveča površina, na katero deluje zračni upor. Tako se sila upora poveča. Če pa prijemališče sile ni v težišču, pride do prečnega vrtenja. Odstopanje lege vzdolžne osi izstrelka od tangente na krivuljo je škodljivo. Poveča se zračni upor. S tem se zmanjša domet, zmanjša pa se tudi zanesljivost zadetka. Moderni izstrelki ima-



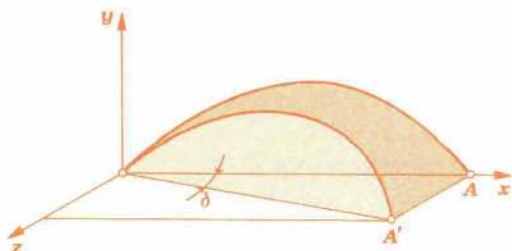
Sl.18 Nestabilnost v letu, če prijemališče P sile zračnega upora F ni v težišču T izstrelka.



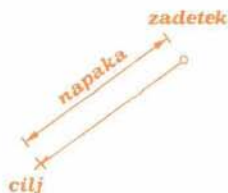
Sl.19 Let izstrelka z veliko kotno hitrostjo. Os vrtenja izstrelka ohranja svojo smer.

jo v konici nameščene posebne vžigalnike, ki poskrbijo, da pride do eksplozije. Če pa izstrelkek zadene cilj z napačnim delom, ne pride do eksplozije.

Za izstrelkek, ki se vrti okoli svoje osi, velja izrek o ohranitvi vrtilne količine: vrtilna os ohranja svojo smer v prostoru. To velja tem bolj, čim hitreje se vrti. To seveda ni dobro. Izstrelku moramo dati ravno pravo kotno hitrost, tako da je smer osi vrtenja kar se le da "uglašena" s smerjo tangente na krivuljo leta.



Sl.20 Derivacija δ je posledica vrtenja izstrelka.



Sl.21

Zal prinese vrtenje novo nevšečnost. Zaradi nje pride do zavijanja izstrelka v smeri letenja. Če se izstrelak vrti v smeri desnega vijaka, se odkloni v desno. Na srečo kot odklona (*derivacija*) ni prevelik. Navadno meri manj kot 1° .

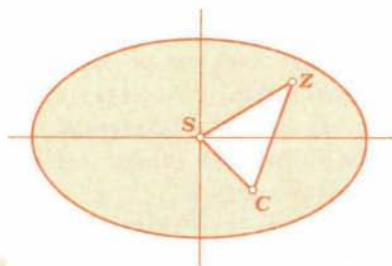
NAPAKE

Izkušnje kažejo, da z dvema streloma ne zadenemo iste točke, pa če še tako pazimo, da bi bili pogoji streljanja obakrat isti. Pri streljanju pride do *napak*. Napako lahko opredelimo kot razdaljo med zadeto točko in ciljem. Razlogov za napako je več. Razvrstimo jih lahko v tri skupine.

Sistematska napaka. To napako navadno povzroči orožje in merilne naprave na njem. Vsak, ki je že streljal z zračno puško, se je sam prepričal, da lahko puška "nese" v levo ali desno. Sistematsko napako odpravimo tako, da postopoma popravljamo namerjanje. Pri puški, ki "nese" desno, moramo meriti levo od cilja.

Groba napaka. Vzrok zanjo je navadno nepazljivost ali pomota strelca pri upravljanju z orožjem in merilnimi napravami, v določevanju razdalje do cilja in podobno. Lahko pa je tudi rezultat pokvarjenega naboja. Tudi to napako zlahka odkrijemo, saj je zadetek daleč proč od cilja.

Najtrdovratnejša pa je *slučajna napaka*. Ne moremo je odpraviti. Lahko jo samo zmanjšamo, npr. tako, da izboljšamo kvaliteto smodnika in tako zmanjšamo variacije začetne hitrosti izstrelka, ali tako, da boljše izvežbamo strelca. Slučajne napake pa imajo

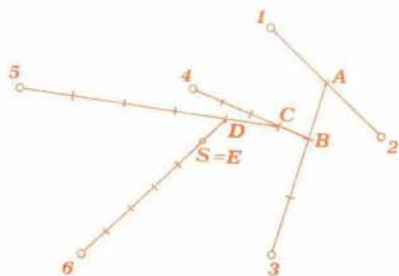


Sl.22 Rezultat streljanja v cilj.

Sl.23 C je cilj, Z zadetek. Središče S elipse je srednji zadetek. $\overline{CZ}$ je napaka. Sestavljena je iz sistematske napake (+groba napaka) $\overline{SC}$ in slučajne napake $\overline{SZ}$.

lepo lastnost, da se pokoravajo zakonom. Slika 22 kaže, da so zadetki razporejeni v nekakšno elipso, v sredini so bolj gosto posejani kot na robu. Orodju, s katerim se balistik spoprime s takole sliko zadetkov, pravijo matematiki *verjetnostni račun s statistiko*. Obravnavanje statistike bi nas predaleč zavedlo. Zato si oglejmo le okvirno nekatere stvari, ki zanimajo balistika. Središče elipse ustreza povprečnemu ali *srednjemu zadetku*. Slučajno napako lahko zdaj določimo kot razdaljo med zadetkom in srednjim zadetkom. S slike 23 je razvidno, da potrebujemo za določitev sistematske napake srednji zadetek. Če imamo na voljo malo zadetkov, določimo srednji zadetek takole: mislimo si, da ustreza vsakemu zadetku točkasto telo z maso enote.

Srednji zadetek je težišče tega sistema. Določimo ga grafično. Zadetke označimo s številkami 1,2,... Točki 1 in 2 spojimo z zveznico in jo razpolovimo. Središče označimo z A . Zvezimo točki A in 3. Dajljo razdelimo na tri dele in označimo z B točko, ki leži na $1/3$ poti od A do B . Potem zveznico od B do 4 razdelimo na 4 dele in tako naprej do konca. Zadnja točka, ki jo dobimo po



Sl.24 Grafično določevanje srednjega zadetka S . Zaporedoma poiščemo točke $A, B, C, \dots$. Zadnja točka je srednji zadetek.

tem postopku, je srednji zadetek.

Za konec omenimo še razliko med *točnostjo* in *preciznostjo* pri streljanju. Za orožje, oziroma strelca pravimo, da strelja točno, če je srednji zadetek blizu cilja. Streljanje je precizno, če so zadetki zbrani tesno ob srednjem zadetku - če je elipsa zadetkov majhna.

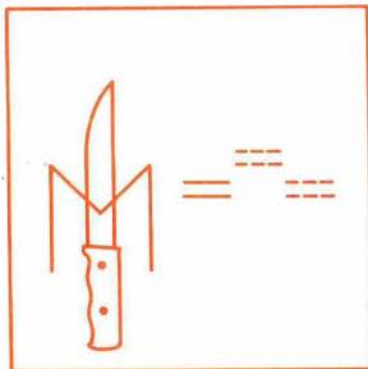
Balistika je zanimiva stara interdisciplinarna veda. V njej se stikajo matematika, fizika, kemija in strojništvo. Žal je njena uporaba uničujoča in smrtonosna. Uskladiščena v pravih glavah, pa zagotavlja našo svobodo in neodvisnost.

Tomaž Pisanski



BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

REBUS



PALINDROMNI REBUS *



* Palindromni rebus rešujemo kot navadni rebus, le rešitev dobimo z branjem nazaj - torej od desne proti levi!

Pavel Gregorc

ENAJSTA ŠOLA IZ FIZIKE

2. DEL

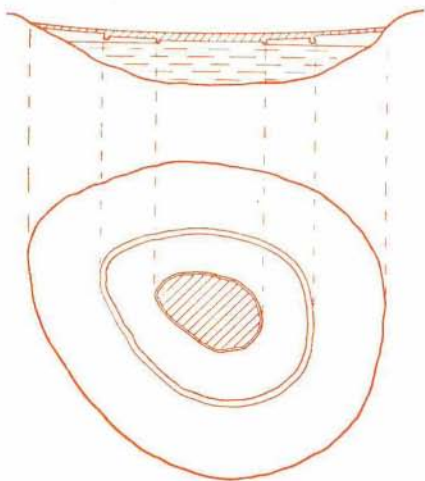
ČUDODELNA ZIMA

Dosti nenavadnega doživimo pozimi, ko je narava uklenjena v led in sneg. Vsaka snežinka in vsak kos ledu sta čudo zase, kajti to so sami kristali. Oglejmo si jih od blizu!

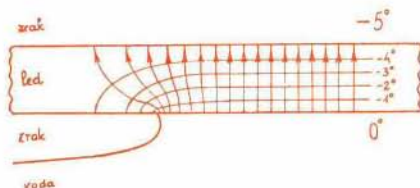
Lovci na minerale se včasih hvalijo, če najdejo nekaj centimetrov velike kristale kremenca ali česa drugega. Takšno tekmovanje pa je precej nepotrebno, ker najdemo na vsakem zamrzlem jezeru lahko po meter velike primerke. Kdor tega še ni videl, naj se poda pozimi na Bled. Treba je samo, da takrat, ko je jezero zmrzovalo, ni padal sneg. Kristali ledu se vidijo že od daleč, ker so obrobljeni s temnejšimi pasovi (Sl. 14). Sredica kristala je namreč polna mehurčkov, ki so se vzdignili iz vode, medtem ko je obrobni pas skoraj bister. Zakaj je tako, še vedno ne vem, čeprav je bila slika posneta pred 30 leti.

Drugo posebnost opazimo na zamrznjenih cestnih lužah. Zaradi usihanja preostale vode se pod ledom pojavijo veliki mehurji, ki so obrobljeni s čudnimi rebri (Sl. 15). Nekaj dni star ledeni pokrov luže je na spodnji strani ves okrašen s kačastimi rebri, ki so včasih po več centimetrov debela.

Za razlago moramo vedeti, da voda in led dosti bolj prevajata toploto kot zrak.



Sl. 16. Tako si razlagamo nastanek reber na ledu na lužah. Zgoraj: luža v prerezu in v tlorisu. Spodaj: toplotne tokovnice in izoterme v ledenem pokrovu.



Ob robu mehurja naredijo zato toplotne tokovnice ovinek, kot kaže slika. Na ovinku se toplotne tokovnice zgostijo (Sl. 16), tako da uhaža tam z vsakega cm^2 vodne površine več toplote na sekundo kot dalj stran od mehurja. Zato tam voda posebno hitro zmrzuje.

Ob gorskem potoku rastejo nenavadne ledene gmote na visečih vejah in koreninah, po katerih škropi voda. Umetnik si jih ne bi mogel bolje izmisliti in težko da bi vedel kdo pojasniti, zakaj so oblike ravno takšne in ne drugačne. Nikjer drugod pa ni toliko teh ledenih čudes kot v Rakovem škocijanu. Tja je treba priti v mrzli zimi, ko reka počasi usiha. Na skalah in stenah ob bregovih se najprej naredi ledena skorja, na katero se obešajo venci ledenih sveč (Sl. 17). Pri nadaljnjem usihanju vode se sveče podaljšujejo in končno razrastejo v ogromne ledene zvonove (Sl. 18).

Ob jamskih vhodih je pozimi dovolj mraz, da naredi kapljajoča voda ledene kapnike, na stenah pa skorjo ledu. Oblike so včasih presenetljivo podobne tistim iz sige, le da rastejo milijonkrat hitreje (Sl. 19).

Iz ilovnatih tal raste led v obliki tankih lasastih kristalov (Sl. 20). Zanesljive razlage ne poznam; vendar se zdi, da je krivo zvečanje prostornine ob zmrznjenju vode. Tlak vode, ki pod že zmrznjeno skorjo naraste, nemara iztiska led iz luknjic kot kako zobno pasto. Včasih so nastali ledeni lasje po cel decimeter visoki. Rastejo s tolikšno silo, da privzdigujejo vrhnjo suho plast zemlje z drobnimi kamenčki vred.

V jasni zimski noči se na tleh naredi slana. Nekaj drugega je ivje, ki nastaja le v megli (Sl. 21-23). Oboje so kristalčki ledu, le da so tisti v ivju ponavadi daljši in bolj razraščeni. Megla, iz katere se dela ivje, vsebuje podhlajene kapljice, ki same od sebe zlepa ne zmrznejo. Ko takšna kapljica trči ob ledeni kristal, pa v hipu zmrzne in s tem kristal poveča.

Zanimivo je, da na podoben način delajo umetne kristale korunda (Al_2O_3) in njegove obarvane inačice: rubin, safir. Prah iz te snovi sipljejo skozi plamen, pod katerega nastavijo že narejen kristalček. Ko nanj prileti kapljica raztaljenega korunda, se strdi, in sicer vselej tako, kot to narekuje zgradba že obstoječega kristala. Po več centimetrov ali celo decimetrov dolge kristale naredijo na tak način.

Znano je, da so kristali lepši, če rastejo počasi. Potem ko se pod ledom na luži naredi mehur, toplejša voda počasi prehlapa na spodnjo površino ledu. Tam najdemo slano iz več milimetrov velikih šesterokotnih kristalčkov. Zrastejo vzporedno, kot to narekuje ledena podlaga (Sl. 24).

Sneg je poglavje zase. Kadar v hudem mrazu po malem naletava, je narejen iz pravilnih šesterokrakih zvezdic. Vendar je lepota kratkotrajna, kajti kljub mrazu osti zvezdic kmalu otopijo. V nekaj dneh se kristali snega preoblikujejo v zrnca. Celo s čevlji lahko čutimo, da je tak sneg čisto drugačen. Pojav je znan z imenom rekristalizacija in je zlasti pomemben pri kovinah, ker so od tega odvisne spremembe mehaničnih lastnosti pri pregrevanju.

V gorah lahko obleži sneg vse leto ali celo tisočletja. Kristali se sčasoma še dalje preoblikujejo in tudi rastejo eden na račun drugega. Tako nastane sren in nazadnje ledeniški led (Sl. 25). Ta je ves iz nepravilno oblikovanih kristalov, ki so večkrat po nekaj centimetrov veliki in zagozdeni drug v drugega. Še marsikatero zanimivost odkrijemo ob izletu na alpski ledenik, ki nas v marsičem spomni na kraški svet. Na ledeniku naletimo na izvire in požiralnike (Sl. 26); pod njim pa teče ledeniška reka.

Ko se zima začne obračati v pomlad, si oglejmo ledeno svečo ali ledenik v jami, kako kopnita! Površina je vsa razbrazdana in vzdolž teh brazd začne led razpadati na kose (Sl. 27). Blejci pravijo, da je tak led gnil. Brazde so tam, kjer so meje med kristali. Zdaj pravzaprav šele vidimo, da je sveča res narejena iz kristalov. Na meji med kristali so molekule šibkeje povezane, tako da se začne led tam najprej tajati. Podoben pojav izkoriščajo metalurgi pri preiskovanju kovinskih površin. Ko površino jedkajo s kislino, nagrize ta kovino najprej na meji med kristalnimi zrni. Pod mikroskopom se potem meje razločno vidijo.

List, ki ga je veter zanesel na sneg, se ob sončni pripeki globoko vdere. Vsi vemo zakaj: zato, ker list svetlobo močnejše absorbira kot sneg. Tudi okrog kamna sneg hitreje kopni in ravno tako okrog drevesa (Sl. 28).

Na planinski senožeti je zrak še mrzel, čeprav pripeka sonce. Dogaja se, da sneg kopni, v tem ko se ob robu, za kako ped od tal, strjuje v tanko skorjo ledu. Skorja varuje premrlo rastlinje, podobno kot steklo tople grede.

Pred jamo na Notranjskem sem opazil nasproten pojav. Medtem ko je bilo zgoraj že toplo, se je iz jame plazil ledenomrzeli zrak. Na posušenih bilkah so pri tleh obvisle čebulaste ledene kepe.

Ivan Kuščer

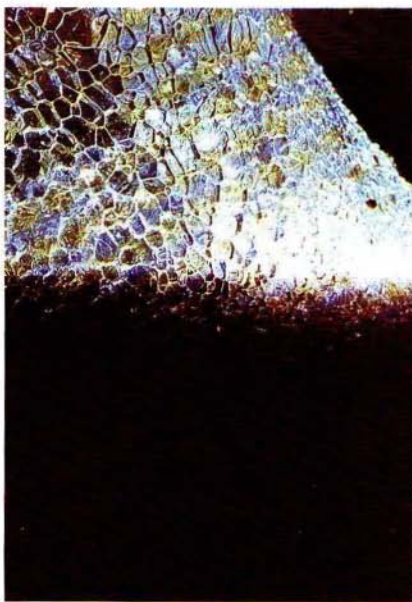
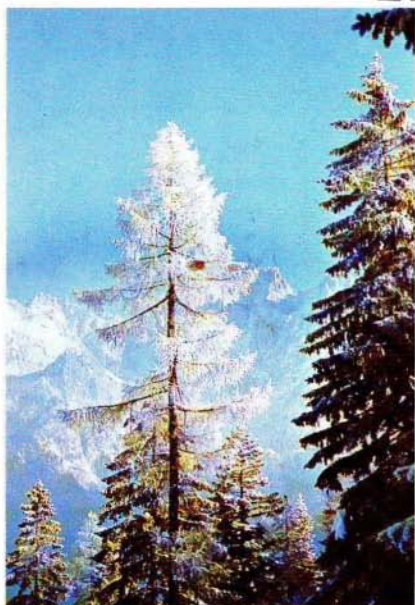
SLIKE NA 1., 2., 3., 4. in 5. strani dvojnega ovitka

- Sl. 14. Led na jezeru. Posamezni kristali so temno obrobljeni, ker vsebujejo tam manj mehurčkov.
- Sl. 15. Led na cestnih lužah ima na spodnji strani rebra.
- Sl. 17. Ledene sveče.
- Sl. 18a, 18b. Ledeni zvonovi v Rakovem Škocijanu (foto Dušan Kuščer)
- Sl. 19. Ledene sveče ob vhodu v Zelške jame.
- Sl. 20. "Ledeni lasje".
- Sl. 21. Macesen je ves bel od ivja.
- Sl. 22. Ivje na veji. Veter je pihal z desne.
- Sl. 23. Ivje na snegu.
- Sl. 24. Če je pod ledom na luži zrak, se na spodnji strani ledene plošče naredi slana iz šesterkotnih kristalčkov (foto Dušan Kuščer).
- Sl. 25. Ledenik Forno v švicarskih Alpah.
- Sl. 26. Požiralnik, ki si ga je poletel na ledeniku izjedla voda.
- Sl. 27a, 27b. Led se taja hitreje na mejah med kristali.
- Sl. 28. Okrog dreves sneg hitreje skopni.
- Sl. 29. Ko je zrak še mrzel, čeprav že greje pomladansko sonce, skopni sneg na senožeti najprej pri tleh, medtem ko na vrhu ostane tanka skorja ledu.

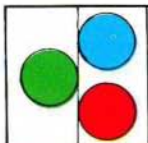
"P R I M O R J E" GORICA - TOZD A L P K O M E R C - TOLMIN

NUDI V SVOJIH POSLOVALNICAH IZBIRO VSEH VRST BLAGA

21 22



26 27B

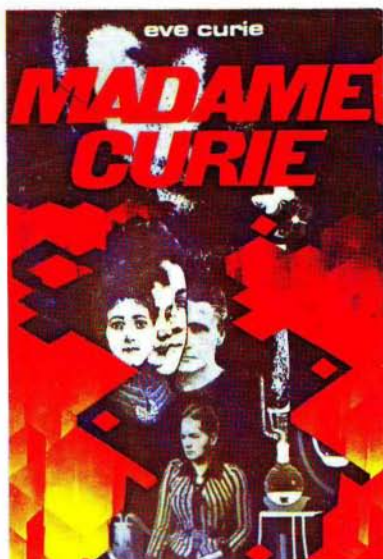


NOVE KNJIGE

Eva Curie, Gospa Curie. Življenjepis. Ljubljana, Državna založba Slovenije 1975, 375 strani, cena 170.-din.

Življenjepis velike znanstvenice je napisala njena hči Eva Curie. Delo je nastalo na podlagi preučevanja življenjepisnih podatkov, pričevanj, citatov iz pisem, predavanj, govorov. Avtorica opisuje otroštvo in mladost Marije Skłodowske na Poljskem, njen odhod v Francijo, študij v Parizu in seveda srečanje s francoskim znanstvenikom Pierrom Curiejem, njuno skupno delo in veliki uspeh - odkritje radioaktivnih elementov polonija in radija, za kar sta prejela leta 1903 Nobelovo nagrado. Na koncu knjige je seznam desetih nagrad, šestnajstih svetinj in 102 častnih naslovov, ki jih je prejela Marija Curie za svoje veliko delo.

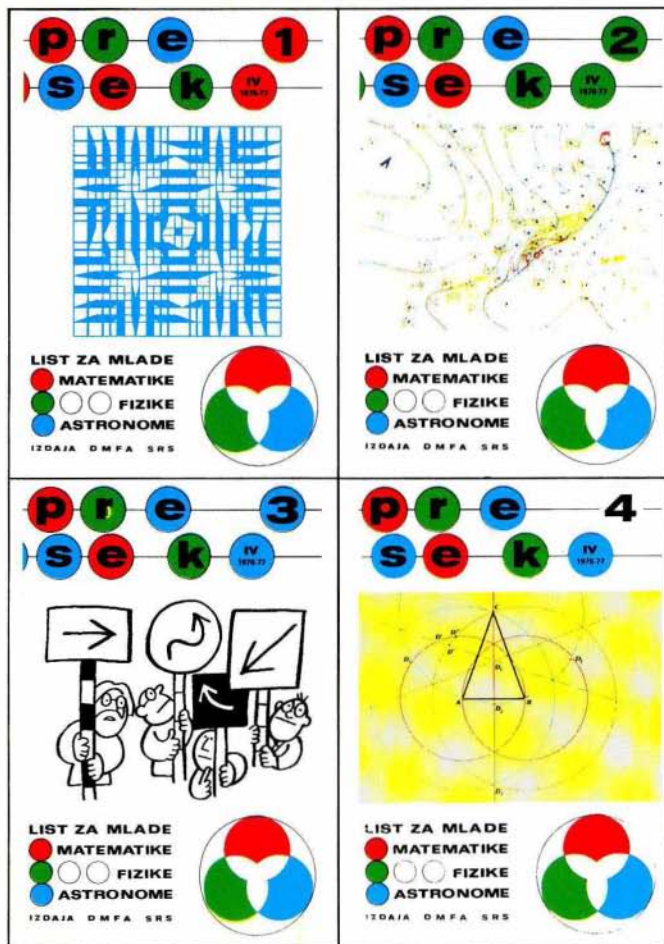
Ciril Velkovrh



Štirimestni logaritmi in druge tabele (Stanko Uršič - Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, 1977. - 152 str.; 17 cm. - (Knjižnica Sigma; 20.d)

V začetku šolskega leta je pri društvu izšel 6. natis priročnika, ki ga učenci osnovnih šol in dijaki srednjih šol uporabljajo pri pouku matematike. V tej izdaji, ki je bila na novo pregledana in recenzirana, je odpravljenih več drobnih napak in dodanih nekaj podatkov, ki jih dosedanje izdaje niso vsebovale. Knjižico lahko dobite v vseh knjigarnah v Sloveniji, člani društva in naročniki Preseka pa jo lahko naročijo pri Komisiji za tisk DMFA SRS, Ljubljana, Jadranska c. 19. Kakor vse knjige iz zbirke Sigma, je tudi ta priročnik pri društvu za 20% cenejši (24.-din) kot v prosti prodaji (30.-din).

Ciril Velkovrh



P R E S E K

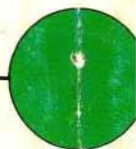
list za mlade matematike, fizike in astronome

4 (1976/77) številke 1 - 4, str. 1 - 256.

Vsebinsko vseh štirih številke si lahko ogledate na strani 30 1. številke Preseka.

V lanskem šolskem letu je izšla tudi izredna 5. številka tretjega letnika, v kateri so objavljene naloge pod naslovom "Tekmujmo za Vegova priznanja", ki jih je pripravil Pavle Zajc.





TIGER V KLETKI

V letošnjem letu izhaja v Preseku serija člankov o pojavih v naravi, ki si jih skušamo razjasniti z zakoni fizike. Tudi pri uporabi tehničnih naprav naletimo mnogokrat na vprašanja, ki sodijo v fiziko. Danes objavljamo fotografijo iz zagrebškega živalskega vrta. Naš urednik Ciril Velkovrh je stal izven kletke, ko je slikal tигра v njej. Na ostri sliki tigra opazite temnejše navpične proge, ki so sledi navpičnih palic kletke. Kako si razložimo nastanek take fotografije? Zakaj so sledi palic tako razmazane? Kako to, da so na fotografiji vidni tudi deli tigra in kletke, ki so bili očitno za palicami?

Vabimo vas, da se spoprimate z vprašanjem in nam pošljete odgovore. Obenem vas vabimo, da nam pošljete opise ali posnetke, ki se vam zde zanimivi ali vas presenečajo. Objavili jih bomo kot vprašanja v Preseku.

Marjan Hribar

