presek 1

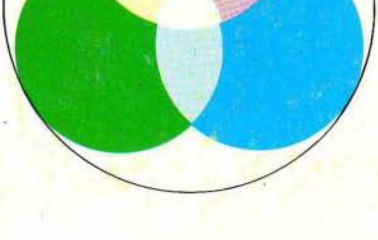
V
1977-78

LIST ZA MLADE

MATEMATIKE

FIZIKE

ASTRONOME

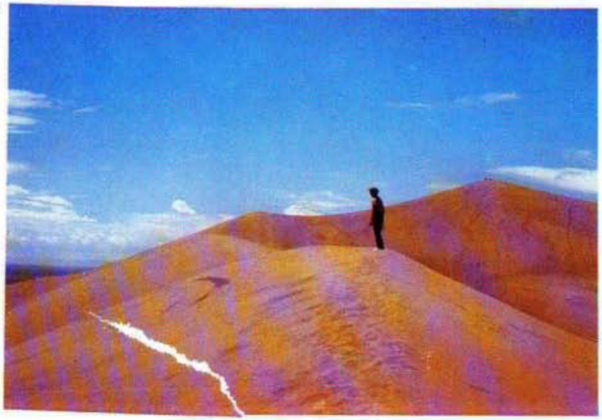


IZDAJA DMFA SRS

2

4A

7



11

UVODNIK

Dragi bralci!

Na začetku novega šolskega leta vas uredniški odbor prav lepo pozdravlja s prvo številko Preseka. Nekateri izmed vas jo dobite to leto že petič, drugi šele prvič. Naše delo bomo nadaljevali tako - seveda tudi z vašo pomočjo - da boste imeli Presek radi in mu boste ostali zvesti.

V preteklih štirih letih je Presek že precej zrastel, prebolel nekatere otroške bolezni, ki ste jih pomagali zdraviti v veliki meri tudi vi, dragi bralci, z aktivnim sodelovanjem. Dorastel seveda še ni in nič si ne želimo, da bi - saj bi verjetno takrat postal počasi premalo zanimiv in bi mu začeli obračati hrbet. Pustimo mu torej, naj še raste, zlasti naj se to pozna na vsebini. Število izvodov prve letošnje številke je okrog 23.000 in upamo, da jih bo dovolj; če smo se ušteli, bomo tega samo veseli in bomo številko dotiskali.

Še nekaj neprijetnega bomo zapisali: Stroški, ki spremljajo izdajo našega Preseka, žal rastejo hitreje kot sredstva, ki jih dobivamo iz naročnin in iz dotacije naših glavnih podpornikov: Raziskovalne skupnosti SR Slovenije in Izobraževalne skupnosti SR Slovenije. Tako smo morali v letošnjem letu dvigniti naročnino, ki je bila nespremenjena od začetka izhajanja lista. Letna naročnina se tako poviša za skupinska naročila na šolah z 18 dinarjev na 25 dinarjev, posamezniki lahko dobijo letnik Preseka za 30 dinarjev, cena posamezne številke pa je 8 dinarjev.

Tudi letos smo poslali prvo številko Preseka vsem lanskim naročnikom. Aktive matematikov in fizikov na osnovnih šolah in srednjih šolah, kakor tudi posameznike prosimo, da nam z naročilnico, ki je natiskana na 64. strani te številke, sporočijo, koliko izvodov Preseka naročajo. Če smo vam poslali premalo izvodov, boste manjkajoče število izvodov dobili v najkrajšem času.

Zvonko Trontelj

P R E S E K - LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME
5 (1977/78) ŠT. 1, STR. 1-64

V S E B I N A

UVODNIK	1	(Zvonko Trontelj)
MATEMATIKA	3	Ploščine mrežnih večkotnikov (Ivan Pucelj)
	9	Pitagorov izrek čigav si? (Jure Piškur)
ASTRONOMIJA	11	O sosednji galaksiji M 31 (Marijan Prosén)
NALOGE	15	Oddani energijski tok... - rešitev str. 45 (Marijan Prosén)
		Merjenje brez merila - rešitev str. 47 (Pavle Zajc)
	16	Na kongresu - rešitev str. 44 (Dušan Repovš)
		Dve nalogi - rešitev str. 44 (Danijel Bezek)
NALOGE - TEKMOVANJA	17	Šolska in XXI. republiško tekmovanje iz matematike za srednješolce (Edvard Kramar)
	23	XV. republiško tekmovanje mladih fizikov (Andrej Likar)
PISMA BRALCEV	26	(Matilda Lenarčič)
STVARNO KAZALO	30	Presek 4 (1976/77) (Ciril Velkovrh)
KRIŽANKA	32	(Pavel Gregorc)
NOVICE - ZANIMIVOSTI	34	Presekova značka (Franci Oblak)
		Plemljeva spominska soba (Ciril Velkovrh)
FIZIKALNO RAZMIŠLJANJE	36	(Dušan Repovš)
PREMISLI IN REŠI	39	(Jože Dover)
		Skrivnostno sporočilo (Tomo Pisanski)
BISTROVIDEC	42	Čudna tehtnica (Egon Zakrajšek)
MATEMATIČNO RAZVEDRILO	43	Topi kot je enak pravemu kotu ?! - rešitev str. 48 (Igor Leiler)
REŠITVE NALOG	44	iz P 5 (1977/78) št. 1
	46	Pešci, poštar in avtomobilist (Franci Oblak)
	47	Številska križanka (Peter Petek)
FIZIKA	49	Balistika 1. del. Zgodovina topništva (Tomo Pisanski)
	58	Enajsta šola iz fizike. 1. Gibanje vode in zraka (Ivan Kuščer)
BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES	8	Ali že veste? (Peter Petek)
	10	Pol odvzameš - ostane ti vse (Marija Munda)
	25	Tromestna števila (Karel Bajc) - rešitev str. 48 (Roman Rojko)
NA OVITKU	I	Balistika (Tomo Pisanski). Sl. 2. Pregled "sodobnih" sredstev za vojskovanje, kot ga prikazuje neka enciklopedija 1752.
	II	in III Enajsta šola iz fizike (Ivan Kuščer) Sl. 2, 4a, 4b, 6, 7, 9, 11, 12.
	IV	Plemljeva spominska soba (Foto Ciril Velkovrh)

PLOŠČINA MREŽNIH VEČKOTNIKOV

Ravnino lahko prekrijemo s kvadratno mrežo. Izberimo v določenem vrstnem redu nekaj vozlišč v mreži in jih povežimo z daljicami, pa dobimo lomnico; povežemo še končno točko danega nabora točk z začetno daljico, pa dobimo sklenjeno lomnico. Lomnica je enostavno sklenjena, če nobena daljica ne seče kake druge izmed daljic dane lomnice v notranji točki daljice.

Vidimo, da enostavno sklenjena lomnica razdeli ravnino v dva dela, eden od delov je omejen, drugi pa ni. To kaže slika 1.

Z dvema enostavno sklenjenima lomnicama lahko včasih ogradimo v ravnini lik z votlino (na primer okenski okvir ali slika 2). Če je treba, lahko z večjim številom lomnic omejimo lik, ki ima več votlin.

Ker imajo vsi naši večkotniki, ki jih po tej poti oblikujemo, oglišča v vozliščih mreže, jim dajmo ime mrežni večkotniki.

Vidimo, da ima rob mrežnega večkotnika vsaj eno enostavno sklenjeno lomnico. Če sestoji rob takega lika iz k enostavno sklenjenih lomnic, rečemo, da je večkotnik k-povezan.

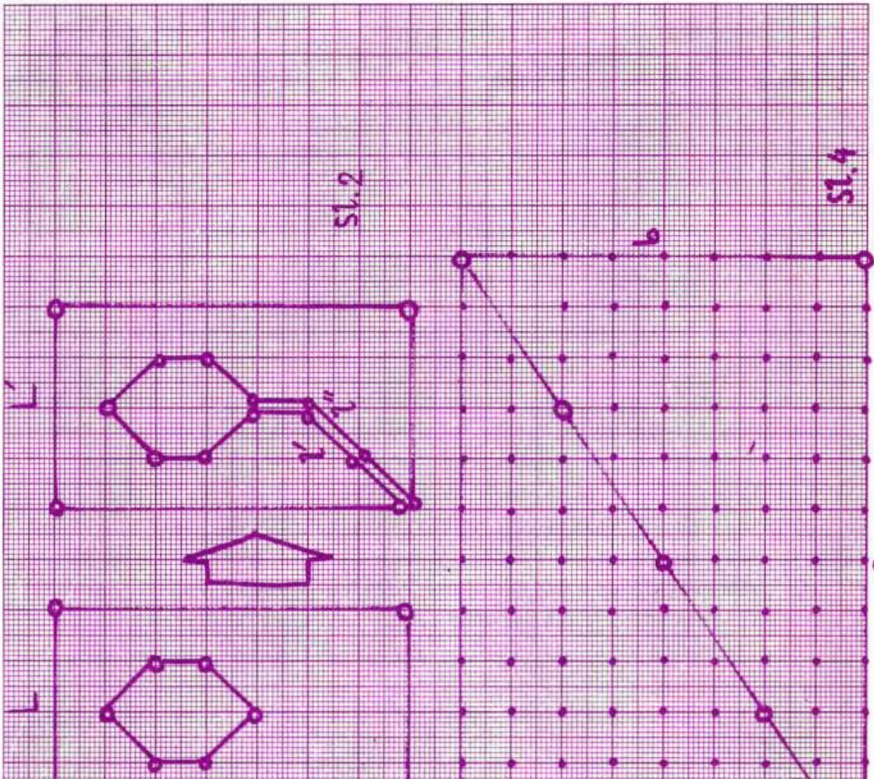
Poglejmo 2-povezan večkotnik L v sliki 2. Prerežimo tá lik z rezom, ki poteka od robne lomnice do druge po notranjosti lika! Potem se ob rezu pojavita dve lomnici l' in l'', druga tik druge. Novi lik L', ki smo ga dobili z rezom iz lika L, je 1-povezan!

Sklepamo: če je mrežni večkotnik k-povezan, je potrebnih k-1 rezov, tako da dobimo 1-povezan večkotnik!

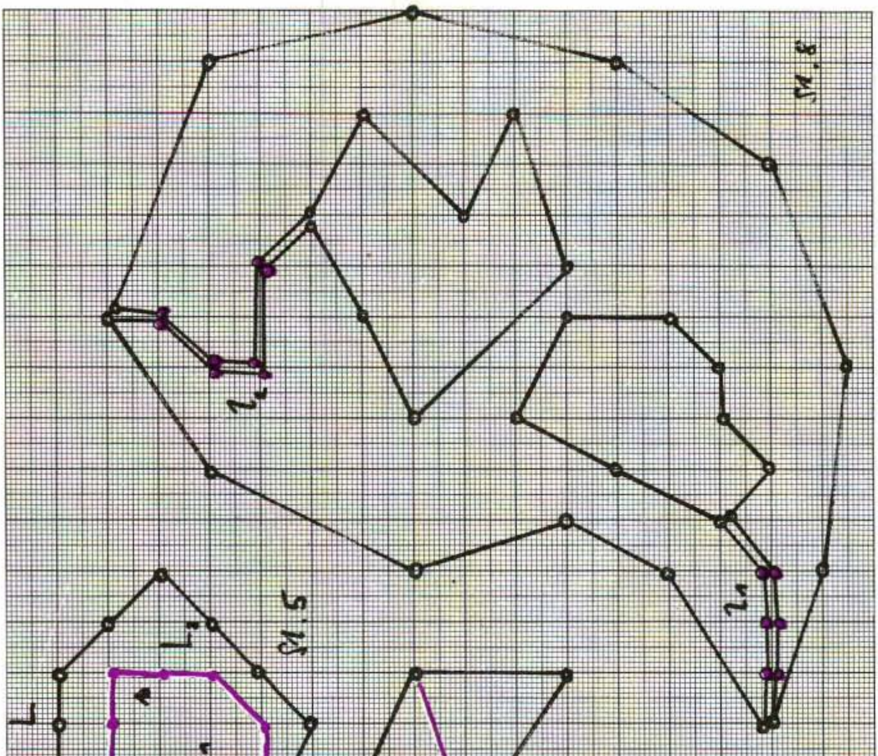
Zdaj se zanimamo za ploščino mrežnih večkotnikov.

Najprej glejmo 1-povezane večkotnike. Če teče rob lika le po stranicah kvadratne mreže, je določitev ploščine lahka: s štetjem določimo število kvadratov, ki jih večkotnik vsebuje.

Zanimivo pa je, da lahko ploščino p določimo tudi drugače:



Sl. 1
Sl. 2
Sl. 3
Sl. 4
L
L'
t'
t''
a
b
1
2
3
4
5
6


Sl. 5
Sl. 6
Sl. 7
Sl. 8

Označimo z r število mrežnih vozlišč, ki leže na robu lika in z n število vozlišč znotraj lika. V sliki 3 lahko preverimo tole zvezo:

$$(1) \qquad p = n + \frac{1}{2}r - 1$$

Poglejmo utemeljitev, ki pokaže, da velja ta zakonitost za vsak 1-povezan mrežni večkotnik!

Najprej izberimo mrežni pravokotnik s stranicama a in b, slika 4. Seveda vemo, da je $p = ab$. Vidimo pa tudi, da velja

$$n = (a-1)(b-1) = ab-(a+b)+1 \qquad r = 2(a-1)+2(b-1)+4=2(a+b)$$

in je potem zares

$$n + \frac{1}{2}r - 1 = ab = p$$

Pa razdelimo pravokotnik z diagonalo v dva mrežna pravokotna trikotnika. Diagonalo pravokotnika razdele mrežne točke na d delov; število d je največji skupni delitelj števil a in b (v sliki 4 je $d = 4$). Zato imamo za števili n in r trikotnika tole

$$n = \frac{1}{2}(a-1)(b-1) - (d-1) \qquad r = a + b + d$$

in prav lahko preverimo, da za ploščino p trikotnika velja (1):

$$p = n + \frac{1}{2}r - 1 = \frac{1}{2}ab$$

Zdaj bomo izpeljali tole dejstvo: če sestoji mrežni večkotnik L iz dveh mrežnih večkotnikov L_1 in L_2, ki nimata skupne notranje točke, velja med ploščinami zveza (2), če le velja za ploščino zakonitost (1). (Privzeli smo seveda, da so L_1, L_2, L vsi 1-povezani liki.)

$$(2) \qquad p = p_1 + p_2$$

To izvedemo takole: Denimo, da imata L_1 in L_2 del roba skupen, ta skupni del roba naj vsebuje s vozlišč mreže. Vidno je - slika 5, da je s-2 točk iz tega dela skupnega roba potem notranjih glede na večkotnik L. Zdaj sklepamo, da velja za ustrezna števila vozlišč

$$r = r_1 + r_2 - 2s + 2 \qquad n = n_1 + n_2 + s - 2$$

in dobimo

$$p = n + \frac{1}{2}r - 1 = n_1+n_2+s-2 + \frac{1}{2}r_1 + \frac{1}{2}r_2 - s + 1 - 1 =$$
$$= (n_1 + \frac{1}{2}r_1 - 1) + (n_2 + \frac{1}{2}r_2 - 1) = p_1 + p_2$$

Malo splošnejše lahko trdimo: če velja za ploščino 1-povezanih mrežnih večkotnikov (1) in če je večkotnik L unija končno mnogih mrežnih večkotnikov $L_1, L_2, \ldots, L_n$, ki paroma nimajo skupnih notranjih točk, velja

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

Naj bo zdaj T poljuben mrežni trikotnik (slika 6). Pokažimo, da velja za ploščino p obrazec (1). Najprej ogradimo trikotnik T s čim manjšim pravokotnikom P (prim. sliko 6). Potem razdelimo P v unijo štirih trikotnikov T_1, T_2, T_3 in T (s tujimi si notranjostmi). Za ploščino trikotnikov T_1, T_2, T_3 že vemo, da velja (1). Označimo potem števila notranjih in robnih točk teh likov z znaki $n', r', n_1, r_1, n_2, r_2, n_3, r_3, n, r$. Nadalje označimo z d_1, d_2 in d_3 števila vozlišč, ki leže znotraj stranic trikotnika T. Torej velja $r - 3 = d_1+d_2+d_3$. Potem lahko zapišemo

$$p(P) = p(T_1) + p(T_2) + p(T_3) + p(T)$$

in velja zato zveza

$$\begin{aligned} p(T) &= p(P) - p(T_1) - p(T_2) - p(T_3) = \\ &= (n' + \tfrac{1}{2}r' - 1) - (n_1+n_2+n_3+\tfrac{1}{2}(r_1+r_2+r_3) - 3) = \\ &= (n' - (n_1+n_2+n_3)) + \tfrac{1}{2}(r' - (r_1+r_2+r_3)) + 2 \end{aligned}$$

Če pogledamo sliko 6, vidimo brž, da je izraz $n' - (n_1+n_2+n_3)$ enak vrednosti $n + (r-3)$, izraz $r' - (r_1+r_2+r_3)$ pa je enak ravno številu $(-r)$. Tako imamo

$$p(T) = n + \tfrac{1}{2}r - 1$$

in trditev je dokazana.

Končno, če je L poljuben 1-povezan mrežni večkotnik, ga lahko razcepimo na trikotnike (to kaže slika 7); na podlagi prejšnjih odstavkov velja tudi za njegovo ploščino zakonitost (1).

Kako določimo ploščino k-povezanega mrežnega večkotnika L s štetjem vozlišč, če je $k \geqq 1$?

S k-1 rezi ga spremenimo v 1-povezan večkotnik L', označimo lomnice teh rezov z $l_1, l_2, \ldots, l_{k-1}$. Pa naj ima lomnica l_1 denimo s_1 vozlišč, ki ne leže na robu večkotnika, ... Ploščina večkotnika L se seveda zaradi teh rezov po vrednosti ni nič spremenila. Ker za L in L' veljata zvezi

$$n' = n - (s_1+s_2+\ldots+s_{k-1}), \qquad r' = r + 2(s_1+s_2+\ldots+s_{k-1})+2(k-1)$$

dobimo

$$p' = p = n' + \frac{1}{2}r' - 1 = n + \frac{1}{2}r + (k-2) \qquad (2')$$

Vidimo, da je (1) posebni primer za (2'), namreč $k = 1$.

Za vajo določi ploščine večkotnikom v slikah 1, 2, 5, 7 in 8, lahko pa tudi v drugih primerih.

Vir:

Hadwiger, H., Wills, J.M., Konveksna telesa in mrežne točke v evklidskem prostoru, Geometriae Dedicata 2 (1973) 2, str. 255-260.

Ivan Pucelj

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

ALI ŽE VESTE ... ?

... da je znameniti matematik René Descartes zelo rad dobro jedel. Ko so mu to nekoč očitali, je odvrnil: "Le zakaj naj bi bile vse dobre stvari na svetu namenjene le bedakom?"

... kdaj je Newton "pogruntal" svoj sloviti gravitacijski zakon? Ko je sedel pod jablano in mu je sad padel na glavo, se je domislil, da tudi jabolko privlači Zemljo in ne le Zemlja jabolka.

... da je bil grški matematik Tales iz Mileta zvit trgovec? Ko je nekega leta opazil, da bodo oljke bogato obrodile, je poceni pokupil vse stiskalnice za olje daleč naokrog. In jeseni so mu pridelovalci radi odšteli visoko najemnino zanje, da jim le letina ne bi propadla. S "prisluženim" denarjem je odšel v Egipt, da bi se seznanil z dosežki tamkajšnjih matematikov.

Peter Petek

PITAGOROV IZREK ČIGAV SI?

Temelji geometrije, ki jo poučujejo na današnjih srednjih šolah, so nastali pred več kot 2000 leti. Tedaj so se Grki logično spoprijeli z njo in jo ne samo praktično uporabljali, ampak so jo začeli tudi dokazovati. Eden najpomembnejših in najuporabnejših izrekov te dobe je zagotovo Pitagorov

$c^2 = a^2 + b^2$.

Pitagora

Danes je znanih okoli 40 dokazov tega izreka, od preprostega načrtovalnega do kompliciranega kinematičnega. Z maloštevilnimi izjemami pa so ti dokazi širšemu krogu ljudi neznani.

Znano je, da so Kaldejci že pred 4000 leti vedeli, da sta trikotnika s stranicami

3,4,5 in 5,12,13

pravokotna. Toda tega niso znali dokazati. Vedeli so, da zgornja števila zadoščajo enačbi $c^2 = a^2 + b^2$. Obstaja domneva, da so geometrijsko uporabljali Pitagorov izrek 1300 let pred njegovim rojstvom. Za te začetke matematike je značilno, da so ljudje, ki so jo ustvarjali, neznani. Svojih del niso podpisovali, ker matematike tedaj niso cenili.

Pitagora je spoznal ta 1300 let stara pravila in jih tudi priznal. Toda s tem ni bil zadovoljen. Kot pravi Grk je hotel stvar logično dokazati in napisati zanjo veljavno enačbo. Postavil si je vprašanji, ki sta mu kasneje pomagali, da je izrek dokazal:

1. ali to staro pravilo vedno drži?
2. ali je trikotnik vedno pravokoten, če so njegove stranice v razmerju 3:4:5 ali 5:12:13 ?

Podrobnosti njegovega dela nam ne bodo nikoli znane. Uspelo mu je najti definicijo izreka in enačbo, ki jo je lahko branil kot obtoženca pred sodiščem, saj je bil tudi učitelj prava. S tem je zaslovel. V pozabo pa so utonili ljudje, ki so poznali ta izrek že dosti pred Pitagoro.

Jure Piškur

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

POL ODVZAMEŠ - OSTANE TI VSE

V neki trgovini na Marsu so imeli v začetku leta na zalogi vsa naravna števila. Tisto leto so bila v modi neparna števila. In zgodilo se je, da so potrošniki pokupili celotno zalogo neparnih števil, niti eden pa ni kupil parnega števila. Ker je v množici naravnih števil ravno pol parnih, pol pa neparnih, so kupci odnesli polovico vse zaloge v trgovini. Ob inventuri na koncu leta je trgovec presenečen ugotovil, da ima na zalogi še prav toliko števil, kot jih je imel na začetku leta. Parna števila je preštel z naravnimi. Tako štejemo tudi mi. Mislil je, da se je zmotil pri štetju. Toda, kakorkoli je štel, vedno je ugotovil, da je zaloga parnih števil, ki so mu obležale na policah, natanko tolikšna, kot je bila zaloga naravnih števil v začetku leta.

Poskusimo še mi prešteti zalogo. Imamo množico naravnih števil: $N = \{1,2,3,4,\ldots,n,\ldots\}$ in množico parnih števil $P = \{2,4,6,8, \quad ,2n,\ldots\}$. Primerjajmo množici tako, da združimo v par po eno naravno in eno parno število: $(1,2)$, $(2,4)$, $(3,6)$, $\ldots,(n,2n),\ldots$ Ugotovimo, da na ta način priredimo vsakemu naravnemu številu n natanko eno parno število $2n$ in vsakemu parnemu številu $2n$ natanko eno naravno število n. Števil v množici P je torej natanko toliko kot v množici N. Množici sta enako močni ali *ekvipolentni*.

Marija Munda

O SOSEDNJI GALAKSIJI M 31

V jasni noči brez Lune in daleč od mestnih luči poglej proti ozvezdju Andromede. Ko se oko privadi teme, opaziš blizu zvezde ν šibak oblaček. Zagledal si najbolj oddaljeni nebesni objekt, ki ga še zaznamo s prostim očesom (sl.1). šele fotografski posnetki z najbolj zmogljivimi daljnogledi razkrijejo, da je to orjaška gruča zvezd - *galaksija*. Opazuješ torej galaksijo z oznako M 31. Bolj je znana pod imenom *Andromedina galaksija* (sl.2). M 31 je ena od najbližjih galaksij. Oddaljena je dva milijona svetlobnih let, njen premer pa meri sto tisoč svetlobnih let. Vsebuje preko sto milijard zvezd. Zvezde osrednjega dela galaksije sestavljajo veliko svetlo *jedro*, okrog njega pa se vijejo *spiralne veje*. M 31 je *spiralna galaksija* (1).

Slika 2 nas delno prepriča, kar so z merjenji ugotovili astronomi, da se galaksija vrti. Zvezde, ki ležijo v spiralnih vejah kakih 30 tisoč svetlobnih let od središča galaksije, krožijo s hitrostjo nekaj 100 km/s tako, da je njihov obhodni čas okoli 200 milijonov let. če bi gledali galaksijo v smeri njene vrtilne osi, bi videli, kako spiralne veje izhajajo iz jedra. Tako pa gledamo galaksijo od strani in vidimo jedro elipsasto, spiralne veje pa stisnjene.

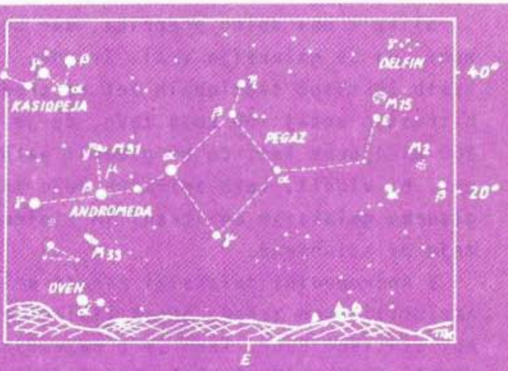
V Andromedini galaksiji zaradi velike oddaljenosti ne moremo razločiti vseh zvezd, ampak vidimo le tiste, ki svetijo močneje kot stotisoč Sonc. Tako je z največjimi daljnogledi mogoče videti ali fotografirati številne nadorjakinje in orjakinje, kefeide, nove, kroglaste kopice zvezd (2) in velike oblake medzvezdnega plina in prahu. Vse naštete "prebivalce" galaksije v Andromedi so astronomi poznali že prej, saj jih najdemo tudi med člani naše Galaksije. Orjakinje in nadorjakinje so npr. zvezde, ki sevajo desettisočkrat do nekaj milijonkrat tolikšen energijski tok kot

Sonce. (V naši "bližini", to je v razdalji okrog 150 svetlobnih let, najdemo med nekaj stotisoč zvezdami tudi pet orjaških zvezd, katerih energijski tok je nekaj desettisočkrat večji od Sončevega.) Med orjaškimi zvezdami so posebno zanimive kefeide, to so zvezde, katerih energijski tok periodično utripa. Ugotovili so, da je največji energijski tok kefeid povezan z nihajnim časom utripanja. S to zvezo določijo astronomi razdalje do kefeid (1). Prav s kefeidami v Andromedini galaksiji so izmerili razdaljo do nje in njeno velikost.

Ko so določili oddaljenost M 31, se je pokazalo, da je ta galaksija precej podobna naši Galaksiji po velikosti (samo malo je večja) in po lastnostih prebivalstva. Ugotovili so, da velja med energijskim tokom in temperaturo orjakinj in nadorjakinj v M 31 enaka zveza kot v naši Galaksiji. Tudi v M 31 se nahaja v okolici jedra precej prahu in plina, ki zastira opazovalcem z roba galaksije pogled na jedro - enako kot "pri nas". M 31 in naša Galaksija sta si podobni tudi po tem, da ju obkrožajo kroglaste kopice zvezd, ki so pri obeh galaksijah približno enako številne in sestavljene iz podobnih zvezd.

Takih podobnosti je še več, zato so opazovanja M 31 tesno povezana z raziskavami naše Galaksije. Čeprav je M 31 dva milijona svetlobnih let daleč, lahko izmerimo pri njej nekatere značilno-

Sl. 1 Ozvezdja na vzhodnem delu neba, kjer v jasnih večerih lahko opazuješ galaksijo M 31. M 33 - galaksija v Trikotniku, M 15 - kroglasta kopica v Perzeju. *Opomba*: Za opazovanje izbiraj trdo temo in jasno nebo. Povečava daljnogleda: 40-kratna.

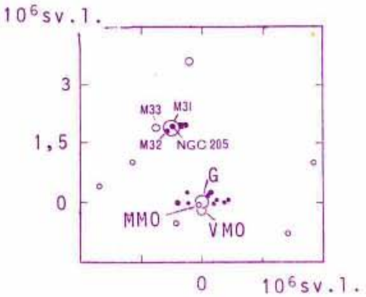


Sl. 2 Galaksija M 31 s svojima spremljevalkama, eliptičnima galaksijama M 32 in NGC 205 (zgoraj). S prostim očesom in daljnogledom manjše povečave je galaksija vidna kot nežen oblaček, fotografija z zelo zmogljivim daljnogledom pri osvetlitvi nekaj ur pa pokaže, da je galaksija sestavljena iz zvezd. *Opomba*: Za opazovanje spremljevalk moraš imeti daljnogled z odprtino vsaj 8 cm.

sti, ki jih pri naši Galaksiji ne moremo določiti dovolj zanesljivo zaradi oblakov medzvezdnega prahu in plina. Predvsem ne moremo videti proti središču Galaksije, ker so v tej smeri oblaki najgostejši. Andromedino galaksijo pa gledamo od strani, tako da nam oblaki ne zastirajo pogleda na jedro. Tako se je npr. izkazalo, da je zvezdno prebivalstvo v jedru drugačno od prebivalstva spiralnih vej. Svetle zvezde, ki jih lahko razločimo v jedru, so predvsem rdeče orjakinje, nove zvezde (3) in kefeide, medtem ko lahko vidimo v spiralnih vejah zelo vroče (torej bele in modre) nadorjakinje, kopice mladih zvezd in kefeide, ki v splošnem utripajo z daljšim nihajnim časom (več kot en dan) kot kefeide v jedru. V spiralnih vejah vidimo tudi zelo razsežne oblake medzvezdnega prahu, ki svetijo z odbito svetlobo vročih zvezd v oblakih. Vse kaže, da so te zvezde nastale in še vedno nastajajo z zgoščevanjem zelo redke snovi v oblakih. Skoraj natanko takšno prebivalstvo srečamo tudi v naši okolici, to je v spiralni veji Galaksije, v kateri je Sonce (4).

Vendar je M 31 le ena od mnogih galaksij v vesolju. Veliko galaksij je spiralnih, to je takih kot M 31 ali naša Galaksija, najdemo pa tudi galaksije drugačnih oblik: eliptične in nepravilne. Galaksije niso enakomerno razporejene v prostoru. Večina jih je združenih v *jate*, ki štejejo od nekaj deset pa tudi do več tisoč članov. M 31, naša Galaksija in še okrog 30 sosedov je vključenih v *Krajevno jato* (sl.3).

Z velikimi modernimi daljnogledi in radijskimi teleskopi lahko gledajo astronomi do razdalje nekaj milijard svetlobnih let. Ta pogled je razkril na desetine milijard galaksij (če bi bila vsaka galaksija riževo zrno, bi z njimi napolnili kocko z robom 10 m) in opozoril na orjaške razsežnosti vesolja.



Sl. 3 Razporeditev galaksij v Krajevni jati. Koordinatno izhodišče leži v središču naše Galaksije. Spiralne in nepravilne galaksije so označene s krožci, eliptične pa s točkami. G - naša Galaksija, MMO in VMO - Mali in Veliki Magellanov oblak, galaksiji - spremljevalki naše Galaksije. Glej še *Proteus* 39 (1976/77), str. 190 !

Opombe:

(1) Poglej še: a) F. Hoyle, *Astronomija*, Ljubljana, MK 1971, str. 282; b) F. Avsec in M. Prosén, *Astronomija*, Ljubljana, DZS 1975, str. 147 do 164!

(2) Presek 4 (1976/77), str. 32 in 154.

(3) Presek 3 (1975/76), str. 189. Glej še nalogo *Oddani energijski tok nove ob izbruhu leta 1885 v galaksiji M 31.*

(4) Presek 2 (1974/75), str. 108 in 109.

Marijan Prosén

NALOGE

Oddani energijski tok nove ob izbruhu leta 1885 v galaksiji M 31.

Samo v jedru galaksije M 31 so zabeležili preko 100 izbruhov nov. Najsvetlejši je bil leta 1885. Ob višku je svetila nova s sijem $+7^m$. Kolikšen je bil tedaj energijski tok nove v primeri z energijskim tokom Sonca? Sij Sonca je -27^m, razdalja do Sonca 15.10^{10} m, razdalja do M 31 pa 2.10^6 sv. let (1 sv. leto $\doteq 9{,}5.10^{15}$ m). Kaj je sij, preberi v (1b) na strani 21!

Marijan Prosén

MERJENJE BREZ MERILA

1. Kako odlijemo iz polne valjaste posode polovico tekočine ?
2. Kako bi to storili, če ima posoda obliko kvadra ?
3. In kako bi odlili tekočino iz polnega kvadra, da bi ostalo le 1/6 tekočine ?

Pavle Zajc

NALOGE

NA KONGRESU so se zbrali nenavadni ljudje. Če sta se dva poznala, potem na kongresu nista imela *nobenega* skupnega znanca, v nasprotnem primeru pa *natanko dva*. Dokaži, da so imeli *vsi* udeleženci kongresa *enako* število znancev na tej prireditvi.

Dušan Repovš

DVE NALOGI

1 Najmanj koliko rezervnih gum mora vzeti voznik na 42000km dolgo pot, če je življenjska doba posamezne gume 24000km in so ob startu vse gume nove?

2 V hribih se je srečala družba treh planincev. Sedli so k malici in ker prvi ni imel ničesar za pod zob, je drugi k skupni malici prispeval dve, tretji pa tri konzerve enake vrednosti. Za uslugo jima je prvi ob odhodu pustil 10din. S tem pa jima je pustil tudi zanimivo vprašanje: - Kako si najbolj pravično razdeliti denar?

Danijel Bezek

NALOGE-TEKMOVANJA

ŠOLSKA IN XXI. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE ZA SREDNJEŠOLCE

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je tudi letos organiziralo tekmovanje srednješolcev v matematiki.

Tako kot že predlani in lani smo tudi letos pripravili po srednjih šolah najprej predtekmovanje, ki naj bi zajelo čim več šol in čim več dijakov. Razpis obeh stopenj tekmovanj smo poslali na 63 srednjih tehničnih šol in gimnazij v Sloveniji. Od teh se je 30 šol prijavilo z okrog 1600 dijaki. Vsem tem smo poslali naloge, ki jih je izbrala in razmnožila tekmovalna komisija za republiško tekmovanje mladih matematikov.

Šolska tekmovanja so bila 13. marca 1977 na vseh šolah istočasno. 25 šol je nekaj dni pozneje poslalo poročilo o predtekmovanju in predlagalo po nekaj dijakov za republiško tekmovanje. Iz poslanih poročil lahko sklepamo, da je dejansko tekmovalo okrog 1100 dijakov, kar je približno enako število kot lani.

NALOGE S PREDTEKMOVANJA

1. razred

1. Dokaži, da pri poljubnih pozitivnih številih a in b velja
$$\left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$$
Pri kakšnih številih a in b velja enakost?
2. Pokaži, da so števila x, y, z, za katere velja $x \geq y \geq z > 0$, dolžine višin kakega trikotnika natanko tedaj, ko je izpolnjen pogoj $1/z < 1/y + 1/x$!
3. Poišči vsa naravna števila s tole lastnostjo: če to število zapišemo v desetiškem sistemu (brez ničel na začetku!) in nato vrstni red cifer obrnemo, dobimo zapis tega števila v štiriškem sistemu!
4. Diagonali trapeza delita srednjico na tri enake dele. Dokaži, da je ena osnovnica dvakrat daljša od druge!

2. razred

1. Dokaži relacijo
$$3/\log_2 x + 2/\log_3 x + 1/\log_4 x = 1/\log_{288} x$$

2. V ravnini je dana premica p ter taki različni točki P in Q na isti strani premice p, da premica skozi P in Q ni pravokotna na p. Konstruiraj trikotnik, katerega ena stranica leži na premici p, točki P in Q pa sta nožišči višin!
3. Dokaži, da so v poljubnem trapezu presečišče diagonal in razpolovišči osnovnic kolinearne točke!
4. Dve točkasti telesi enakomerno krožita po krožnici z obsegom s. Pri kroženju v nasprotnih smislih se srečujeta vsakih t_1 sekund, pri kroženju v istem smislu pa vsakih t_2 sekund eno telo prehiti drugo. Izračunaj njuni hitrosti!

3. razred

1. Dokaži, da so pri vsakem trikotniku dolžine stranic a, b, c, koti α, β, γ in polmer r trikotniku očrtanega kroga v tejle zvezi:
$$a^2 + b^2 - c^2 = 8r^2 \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma \quad !$$
2. Za katere vrednosti realnega števila m je enačba
$$\cos x + \sqrt{3}\sin x = m$$
rešljiva?
3. Poišči korene enačbe $f(x-a) = f(a)$, če je $f(x+a) = x^2+x+1$ in a dano realno število!
4. Enačbi $ax^2 + bx + c = 0$ in $cx^2 + bx + a = 0$, kjer je $a.c \neq 0$ in $a \neq c$, imata skupni koren. Dokaži, da je $(a+c)^2 = b^2$!

4. razred

1. Dana je trikotna tablica sestavljena iz zaporednih lihih števil

1. vrstica		1			
2.	"	3	5		
3.	"	7	9	11	
4.	"	13	15	17	19

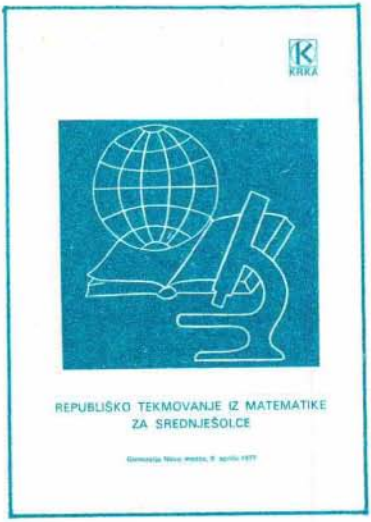
....

Določi vsoto števil v n-ti vrstici!
2. Naj bo x, $y \geqq 0$. Dokaži, da velja neenakost
$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^n \leqq \frac{x^n + y^n}{2}$$
za vsako naravno število n! Kdaj velja enačaj?
3. Izračunaj vsoto
$$\frac{1}{1!(n-1)!} + \frac{1}{2!(n-2)!} + \frac{1}{3!(n-3)!} + \ldots + \frac{1}{(n-1)!1!}$$
4. Poišči geometrijsko mesto središč krogov, ki gredo skozi dano točko A in na abscisni osi odrežejo odsek dane dolžine!

Tekmovalna komisija je za republiško tekmovanje iz poslanih predlogov izbrala 156 dijakov (1.r.-26, 2.r.-53, 3.r.-43, 4.r.-34).

Republiško tekmovanje je bilo 9. aprila na gimnaziji v Novem mestu. Aktiv profesorjev matematike in fizike novomeške gimnazije je s finančno pomočjo pokrovitelja Tovarne zdravil "Krka" in številnih drugih kolektivov odlično pripravil tekmovanje.

Po pozdravnem nagovoru ravnatelja gimnazije prof. F. Hočevarja



Dijaki pri reševanju nalog na republiškem tekmovanju 1977

Naslovna stran biltena, ki so ga izdali prizadevni organizatorji.

in okusnem prigrizku so dijaki ob 10^h pričeli z reševanjem nalog, ki jih je pripravila tekmovalna komisija. Po napornem dopoldnevu so dijaki odšli na kosilo, za tem pa na prijeten izlet v Kostanjevico na Krki. Medtem je komisija pregledala izdelke in določila nagrajence.

NALOGE Z REPUBLIŠKEGA TEKMOVANJA

1. razred

1. Izračunaj ploščino trikotnika, če je en kot 60°, drugi 45° in je dolžina najdaljše stranice enaka 1 !
2. Poišči vsa naravna števila n, za katere je število 2^n+1 deljivo s 3! Odgovor utemelji!
3. Naj bo m število deliteljev naravnega števila n. Dokaži, da je produkt njegovih deliteljev enak $\sqrt{n^m}$!
4. V ravnini imamo premico p in točki A in B zunaj premice. Poišči na premici tako točko C, da bo kot med premico in poltrakom (C,A) enak kotu ACB !

2. razred

1. Dokaži, da je vsota razdalj točke od nosilk stranic pravilnega mnogokotnika neodvisna od mesta točke, če je le točka znotraj mnogokotnika!
2. Dani sta premici p in q ter na premici p točka A, ki ne leži na q. Konstruiraj krožnico, ki ima središče na premici p, gre skozi točko A in se dotika premice q !
3. Dokaži najprej, da velja $k(n-k+1) \geq n$, če je $1 \leq k \leq n$ in potem, da za vsako naravno število n velja
$$\sqrt[n]{1.2.3...n} \geq \sqrt{n} \ !$$
4. Dokaži, da enačba $16 + 4x = y^2 - x^2$ ni rešljiva v naravnih številih!

3. razred

1. Pravokotni trikotnik z dano višino (na hipotenuzo) zavrtimo za 360° okrog premice, ki gre skozi vrh pravega kota in je vzporedna s hipotenuzo. Določi stranice trikotnika, če veš, da je vsota površin, ki jih pri vrtenju opišeta kateti, k krat večja od površine, ki jo opiše hipotenuza! Za katere vrednosti števila k je naloga rešljiva?
2. Dokaži, da je za poljubna različna cela števila a, b, c število $(a-b)^5 + (b-c)^5 + (c-a)^5$ deljivo s številom $5(a-b)(b-c)(c-a)$!
3. Poišči realne rešitve sistema enačb
$$\frac{2x^2}{1+x^2} = y, \quad \frac{2y^2}{1+y^2} = z, \quad \frac{2z^2}{1+z^2} = x$$
4. Za poljuben trikotnik naj s pomeni polovični obseg, R polmer očrtanega kroga in r polmer včrtanega kroga. Dokaži, da je trikotnik pravokoten natanko tedaj, ko velja $s = 2R + r$!

4. razred

1. Izračunaj vsoto ulomkov $\frac{1}{m^n}$, pri čemer sta m in n poljubni naravni števili večji od 1!
2. Označimo z F in G gorišči elipse z enačbo $x^2+4y^2 = 12$. Za katero točko T na elipsi bo polmer trikotniku FGT očrtanega kroga najmanjši?
3. Naj bo $P(x)$ polinom s celoštevilčnimi koeficienti in naj za tri različna cela števila a, b in c velja $P(a) = P(b) = P(c) = 1$. Pokaži, da enačba $P(x) = 0$ nima nobene celoštevilčne rešitve!
4. Splošen tetraeder z oglišči $ABCD$ presekamo z ravnino, ki je vzporedna z robovoma AB in CD in leži med tema robovoma. Kje naj leži ta ravnina, da bo ploščina preseka največja?

Ob 17^h so se dijaki, člani tekmovalne komisije in ostali profesorji zbrali v avli Tovarne zdravil "Krka" na svečano razglasitev rezultatov.

Letos so priznanja prejeli:

1. razred: I. nagrada: Boris Majaron (I. gimnazija Ljubljana)
Maks Romih (I. gimnazija Ljubljana)
II. nagrada: Joni Žnidaršič (gimn. I.Cankarja Ljubljana)
Bojan Hvala (gimn. J. Vege Idrija)
Pohvale: Igor Bahovec, Tone Verbovšek, Tomaž Zwitter in Helena Burger.

2. razred: II. nagrada: Jure Piškur (gimnazija Celje)
III. nagrada: Mark Pleško (VII.gimn. Ljubljana)
Ferdo Humski (gimn. M. Zidanška Maribor)
Janko Petrovčič (El. sred. šola Ljubljana)

Pohvale: Dušan Fliser, Boris Petelin, Marko Lovrečič, Meta Škapin, Aleš Kregar, Breda Avsenik, Gregor Gruden, Feliks Starič, Cveto Gregorc, Ester Zimic, Nada Obad, Borut Robič, Gregor Kovačič in Jurij Kovič.

3. razred: III. nagrada: Edmond Rusjan (I. gimn. Ljubljana)
Mihec Florjančič (gimn. M. Zidanška Maribor)

Pohvale: Božo Viher, Andrej Kores in Marko Majer.

4. razred: II. nagrada: Gorazd Cvetič (gimn. M. Zidanška Maribor)
Matjaž Vidmar (gimn. Nova Gorica)

Pohvale: Monika Kapus, Franci Padežnik, Marko Kogoj, Ljubo Petkovič in Vili Harb.

Za zvezno tekmovanje srednješolcev v matematiki, ki je bilo letos v Velenju, je tekmovalna komisija določila 14 dijakov.

Edvard Kramar

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome.
5. letnik, šolsko leto 1977/78, 1.številka, september 1977, str. 1 - 64

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Rokopis sta natipkali Metka Žitnik in Anuša Rode, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 65-061/53, štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki štev. 32009-007-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 30.- din, za skupinska pa 25.- din; za inozemstvo 2 $ = 36.- din, 1300.- Lit, 36.- Asch. Posamezna številka stane 8.- din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 23.000 izvodov.

XV. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE MLADIH FIZIKOV

Letošnje republiško tekmovanje mladih fizikov je potekalo v Škofji Loki, v prostorih osnovne šole "P. Kavčiča". Tekmovanje je organiziral aktiv profesorjev za fiziko gimnazije v Škofji Loki, pokroviteljstvo pa je prevzela Občinska skupščina in družbenopolitične organizacije Škofje Loke. V soboto, 14.5.1977, se je zbralo 116 srednješolcev iz 20 slovenskih srednjih šol. Po pozdravnem nagovoru predstavnika pokroviteljev tekmovanja so se tekmovalci spoprijeli z nalogami. Za reševanje nalog so imeli na voljo dve uri in pol. Po kosilu so tekmovalci odšli obiskat partizanske Dražgoše, medtem pa je številna komisija pregledala izdelke. Nagrade so dobili naslednji udeleženci:

2. razred

Gomilšek Kazimir	Gimnazija "M.Zidanška" Maribor	3. nagrada
Pleško Mark	VI.gimnazija Ljubljana	3. nagrada
Jošt Matjaž	Gimnazija Celje	3. nagrada

3. razred

Gruden Darjo	Gimnazija Nova Gorica	1. nagrada
Jericijo Oskar	Gimnazija Nova Gorica	1. nagrada
Kores Andrej	I.gimnazija Ljubljana	1. nagrada
Žlajpah Dejan	Gimnazija Celje	1. nagrada
Grlicarev Igor	I.gimnazija Ljubljana	2. nagrada
Četina Matjaž	Gimnazija Celje	2. nagrada
Mlakar Primož	I.gimnazija Ljubljana	3. nagrada
Šetina Janez	Gimnazija Šentvid	3. nagrada

4. razred

Cvetič Gorazd	Gimnazija "M.Zidanška" Maribor	1. nagrada
Žlajpah Leon	Gimnazija Celje	1. nagrada
Vidmar Matjaž	Gimnazija Nova Gorica	1. nagrada
Šušteršič Luka	I.gimnazija Ljubljana	2. nagrada
Mikuž Marko	I.gimnazija Ljubljana	3. nagrada
Padežnik Franci	Gimnazija "M.Zidanška" Maribor	3. nagrada
Kapus Monika	Gimnazija "M.Zidanška" Maribor	3. nagrada

Še 19 tekmovalcev je dobilo pohvale.

Za zvezno tekmovanje so bili izbrani vsi nagrajeni tekmovalci iz IV. razreda ter tekmovalci iz III. razreda, ki so osvojili 1. ali 2. nagrado. Poleg teh je bil izbran še Jenčič Mišo iz 4. razreda Gimnazije "I.Cankar", Ljubljana, ker je dobil 3. nagrado na lanskem zveznem tekmovanju.

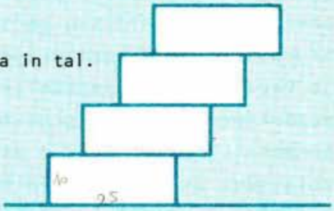
Tekmovalci so na preizkušnji dobili tele naloge:

II. razred premalo podatkov

1. V vlaku, ki se enakomerno pospešeno giblje, vržemo 0,5 m nad tlemi vagona jekleno kroglico navpično navzgor. Določi na osnovi mesta, kamor kroglica pade, pospešek vlaka! Skiciraj tir kroglice!

2. Gumijasto žogo vržemo v sobi navpično navzgor z začetno hitrostjo v_0. Nariši graf hitrosti v odvisnosti od časa:
   a) če žoga stropa ne doseže,
   b) če se žoga dotakne stropa,
   c) če se žoga idealno prožno odbija od stropa in tal.

3. Štiri enake svinčene opeke z dolžino po 25 cm in višino 10 cm zložimo kot kaže slika. Za koliko največ je lahko zgornja opeka izmaknjena glede na spodnjo, da se vse skupaj ne podre?

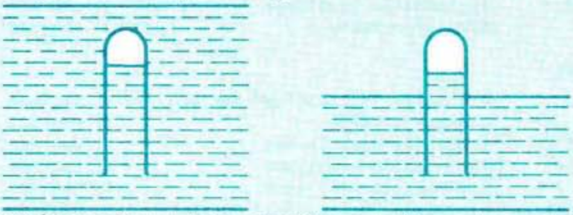


4. Majhen top izstreljuje enako velike kroglice z maso 20 g. Z enako napravo skušamo določiti energijsko porazdelitev (energijski spekter) kroglic, to je, kolikšen del izstreljenih kroglic ima kinetično energijo, ki je na intervalu $W \mp \Delta W/2$. Širina intervala ΔW naj bo 10^{-3} J, kinetična energija W pa naj teče od vrednosti $\Delta W/2$ do 0,1 J. Natančno skiciraj predlagano napravo in napravi njen popolni izračun!

5. Vprašanji:
   a) Kaj smo v zvezi z Nikolo Teslo praznovali leta 1976?
   b) Katera fizikalna odkritja je prispeval Nikola Tesla?

III. razred

1. Cevka, ki je na zgornjem koncu zataljena, je potopljena v vodo, kot prikazuje skica. Dolžina stebra zraka je 10 cm. Za koliko je treba potegniti cevko iz vode, da bo stolpec vode v cevki dolg 10 cm. Tlak je $10^5 N/m^2$, presek cevke pa 1 cm^2. Temperatura je konstantna.



2. Na steklen valj s polmerom 5 cm posvetimo s tankim curkom natrijeve svetlobe na sredino osnovne ploskve valja pod kotom 30° glede na njegovo geometrijsko os. Lomni količnik stekla je 1,5, njegova sprememba v odvisnosti od valovne dolžine pa je podana z $\Delta n/\Delta\lambda = -2.10^{-6}$ Å^{-1}. Natrijeva svetloba je sestavljena iz dveh komponent z valovnima dolžinama λ_1 = 5890 Å in λ_2 = 5896 Å. Kako dolg naj bo valj, da bo razdalja med mestoma, kjer se žarka zadnjič odbijeta od stene valja, večja od 3 mm?

3. V dvigalu je nihalo z nihajnim časom 1 s. Ko začne dvigalo peljati, zaniha nihalo 66-krat v eni minuti. Kolikšen je pospešek dvigala?

4. Sončno peč sestavlja veliko parabolično zrcalo, katerega krožni rob ima polmer 1 m. Gostota energijskega toka Sonca, ki pade na zemeljsko površje, je 1,3 kW/m^2. V kolikšnem času se stali 1 kg aluminija, segretega na tališče, če je izkoristek 45% ? Specifična talilna toplota aluminija je 322 kJ/kg.

5. Vprašanji:
   a) Kaj smo praznovali v zvezi z Nikolo Teslo leta 1976?
   b) Katera fizikalna odkritja je prispeval Nikola Tesla?

IV. razred

1. Ploščni kondenzator s ploščino plošč 100 cm^2 in razdaljo med ploščama 2mm je priključen na električni vir z napetostjo 100 V. Zaporedno je priključen ampermeter. Kolikšen začetni tok pokaže ampermeter, če se začneta plošči odmikati s hitrostjo 5cm/s ?
2. V homogenem magnetnem polju z gostoto 0,2 T niha na obeh koncih vpeta struna pravokotno na polje s frekvenco 400 Hz in amplitudo 2 mm. Kolikšna je efektivna napetost med koncema strune? Struna leži pravokotno na polje in je dolga 0,5 m.
3. Wheatstonov most je sestavljen iz štirih enakih uporov po 200 ohmov. Galvanometer ima notranjo upornost 2 kohma. Kolikšen tok steče skozi galvanometer, če se eden izmed uporov segreje in spremeni upornost za 1%. Most je vezan na napetost 10 V.
4. Sončno peč sestavlja veliko parabolično zrcalo, katerega krožni rob ima polmer 1 m. Gostota energijskega toka s Sonca, ki pada na zemeljsko površje, je 1,3 kW/m^2. V kolikšnem času se stali 1 kg aluminija, segretega na tališče, če je izkoristek 45% ? specifična talilna toplota aluminija je 322 kJ/kg.
5. Vprašanji:
   a) Kaj smo praznovali leta 1976 v zvezi z Nikolo Teslo?
   b) Katera fizikalna odkritja je prispeval Nikola Tesla?

Andrej Likar

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

TROMESTNA ŠTEVILA IN FRANCOSKA REVOLUCIJA

Je mogoče, da se ne spomnite letnice francoske revolucije? Saj je tako enostavna! Zadostuje, da

1) si izmislite *katerekoli* tri različne številke;
2) sestavite iz njih število tako, da jih napišete eno za drugo: najprej največjo, nato srednjo in končno najmanjšo številko;
3) dobljeno število obrnete;
4) od prvega števila odštejete drugo;
5) spet obrnete številke rezultata;
6) seštejete zadnja dva rezultata;
7) dodate 700.

Karel Bajc

PISMA BRALCEV

Vse, ki ste čakali tako dolgo na odgovor, prosimo za razumevanje. V tej številki vam posredujemo naslednja pisma:

Andrej Jakopič, dijak na STŠ v Novem mestu, nam je pisal takole:

Oglašam se vam prvič s kratkim pisemcem in rešitvami nalog. Presek prebiram že tri leta in mi je zelo všeč. Najraje rešujem matematične naloge in bi želel ob vsaki nalogi rešitev, da bi reševalci lahko preverjali rezultate. Rad berem tudi članke o matematiki in fiziki, pa tudi ostale rubrike. Želel bi, da bi povečali obseg revije ali pa naj bi izhajala pogosteje. Želim vam dosti uspeha pri urejanju Preseka in vas lepo pozdravljam.

Zelo smo zadovoljni, da Ti Presek veliko nudi, kot sam praviš. Hvala Ti za Tvoj prispevek!

\- - -

V svojem daljšem pismu nam je Marko Lavrenčič napisal med drugim: *Vsa pohvala vašemu trudu, da bi napravili Presek čim pestrejši. Všeč so mi članki o zanimivi matematiki, kjer je treba logično razmišljati. Matematične in druge križanke so o.k. Napišite nam tudi kaj iz zgodovine MA, FI in AS. Prav bi tudi bilo, da bi tako najmlajši kot tudi starejši bralci Preseka kaj zvedeli o osnovnih principih delovanja elektronskega računalnika.*

Hvala za zavzetost ob Preseku. Potrudili se bomo ustreči vsem željam.

\- - -

Branka Hojžar, učenka 8. razreda osnovne šole Ivana Skvarče v Zagorju ob Savi, nam je pisala še kot sedmošolka z željo, da bi bilo v Preseku več njej primernih nalog.

Upamo, da si našla sedaj več nalog, zlasti po izidu 5. številkke / IV. Piši nam še in poskusi tudi sama sestaviti kakšno nalogo. SREČNO !

\- - -

Mitju K. iz Izole se lepo zahvalimo za poslano rešitev in spremno pisemce, v katerem nam je zaupal, da so v njihovem osmem razredu skoraj vsi naročeni na Presek in da so tudi zadovoljni z njim.

\- - -

Dragi Presek!

Letos sem se prvič naročil na ta matematični list. Ker hodim šele v sedmi razred, sem našel mnogo nalog, ki jih še ne znam reševati. Kljub temu pa imam zelo rad Presek in bi prosil, da bi mi poslali vse številke za nazaj. Želim vam mnogo uspeha!

Tako nam je napisal Libor Vončina iz Ljubljane. Kako hitro si postal naš prijatelj! Veseli smo tega in upamo, da si že prejel vse številke, ki jih še imamo na zalogi. Oglasi se še kdaj!

\- - -

Gimnazijec Branislav Plemenitaš v Mariboru nam je ob rešeni nalogi zapisal: *Mislim, da je Presek ena najboljših matematično fizikalnih revij, kar jih je izhajalo v Sloveniji. Priključujem se mnenju drugih bralcev, da bi naj Presek izhajal pogosteje. Zvestih bralcev znatno višja cena ne bi toliko motila, da ne bi več naročevali Preseka. Revijo odlikujeta dobra ureditev in zanimivi članki. Bi v revijo lahko vključili kak zanimiv šahovski problem?*

Hvala Branislav za vzpodbudo in za navdušenje, ki je najlepši zgled okolici, v kateri bivaš.

\- - -

Spoštovano uredništvo!

Čeprav sem že od vsega začetka naročen na Presek, vam pišem in pošiljam rešitev šele sedaj. Glede lista se mi zdi, da je vreden hvale, saj je na vseh področjih izredno zanimiv, pa tudi po-

ceni je, če ga primerjamo z drugimi matematičnimi revijami v Jugoslaviji. Tudi jaz bi bil za to, da bi izšlo na leto več številk. Lep pozdrav

Romih Maks iz Ljubljane

Hvala. Izjave naših dolgoletnih bralcev so za nas zelo dragocene. Veseli bomo, če nam boš pisal vsaj enkrat na leto.

\- - -

Barbara Motnikar iz Kamnika piše med drugim:

Najraje rešujem naloge iz matematike, saj se v šoli še ne učimo astronomije in fizike, zato ne poznam osnov teh dveh ved. Vendar bi rada dobila odgovor na vprašanji iz fizike o katerih, kot učenka 6. razreda osnovne šole, razmišljam takole:

1. V vozečem se avtobusu vržem predmet navzgor. Kam bi padel? Mar na isto mesto? Avtobus pelje naprej. Se zrak in predmet peljeta skupaj z njim, čeprav se ga ne držita?

2. Smo v velikem težkem predmetu. Padamo proti Zemlji. Predmet je težji od nas. Ali bomo mi v tem predmetu z nogami na tleh ali z glavo ob stropu in bomo padli na tla šele ob pristanku?

Hvala, Barbara, za vse lepe želje, ki si nam jih napisala v svojem pismu. Na prvo vprašanje si lahko odgovoriš sama in sicer kar s poskusom. Upamo, da bodo ta poskus naredili tudi vsi naši mladi bralci. Pišite nam o svoji ugotovitvi. Odgovor na drugo vprašanje pa boš našla v članku o breztežnosti v Preseku III/št.1 III/št.1 - 20

\- - -

Bojani Ažman se lepo zahvaljujemo za zaupno pisemce. Tvoji želji za vse letnike Preseka ne moremo ustreči popolnoma, ker imamo na zalogi le

I. letnik številki 3 in 4
II. " 1., 2., 3., 4.
III. " 1., - , 3., 4.
IV. " 1., - , 3., 4., 5.

\- - -

Borče Mirčeski iz Prilepa nam je v pismu izrazil željo, da bi rad bil naš naročnik. Veseli smo tega, da si želiš postati naš prijatelj tudi na tako daljavo. Naslov knjigarne, ki ga želiš, pa je: Državna založba Slovenije, 61001 Ljubljana, Titova 25.

- - -

Ferdo Hunski iz Maribora nam je v prijaznem pismu povedal, da ne more poslati rešitev pravočasno, ker prejema Presek z zamudo. Meni, da če ni mogoče izdajati več številk letno, da bi morda lahko povečali število listov v Preseku.

Hvala, da nam pošiljaš rešene naloge. V vsakem času smo jih veseli in upamo, da se v bodoče ne boš več pritoževal zaradi pošiljanja. Glede števila listov v Preseku smo se v UO že pogovarjali in smo veseli, da si istih misli. Oglasi se še kdaj.

- - -

Aida Sefaragić iz osnovne šole Prule v Ljubljani nam je v svojem daljšem pismu zapisala tudi to: *Na Presek sem naročena prvo leto ter z veseljem sledim matematičnim člankom in pismom bralcev. Naloge rada rešujem zlasti, če so priložene rešitve. Naloge so lahko tudi težke, saj bi nam morale prerešetati glavo.*

Draga Aida, uganila si, da Ti bom odgovorila. Vesela sem, kajti od obstoja Preseka lahko prvič pišem učenki, ki je v isti šoli z menoj. Čeprav se v razredu ne vidiva, sedaj vem, da imam zelo blizu prijateljico, ki ima rada matematiko. Pridi kdaj na razgovor in poskusi sestaviti kakšno nalogo za Presek. Upam, da boš ostala to, kar si nam razodela v svojem podpisu "vaša vneta bralka". Hvala, Aida!

Matilda Lenarčič

STVARNO KAZALO

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome 4 (1976/77) 1-4
4 (1976/77) 1 - 4, strani 1 - 224

UVODNIK - Spoštovani kolegi - profesorji matematike in fizike na osemletnih in srednjih šolah v Sloveniji (Ciril Velkovrh) 1; Želja uredništva (Peter Petek) 65; Družbeni dogovor o financiranju mladinskega tiska (Peter Petek) 129.

MATEMATIKA - Matematične nepake (Anton Suhadolc) 4, 67; Linearno programiranje (Alojzij Vadnal) 8; Koledar Indijancev Maja (Borut Jurčič - Zlobec) 72; Odlikovani trikotniki (Edvard Kramar) 113, 204; Kako razrežemo kvadrat na same ostrokotne trikotnike (Ivan Vidav) 116; O paradoksih (Sava A. Krstić, prev. in prir. Dušan Repovš, ilustr. Božo Kos) 130; Pravi in ugankarski kriptogrami (Pavle Gregorc) 135; Kako se je godilo številu π (Peter Petek) 139, 193; Podvojitev kocke (Danijel Bezek) 197; Zapisovanje enačb iz danega besedila (Karel Šmigoc) 200.

FIZIKA - Stroji na vroč zrak (Riko Jerman) 17; Nikola Tesla - razsipni genij (Tomaž Fortuna) 83, 150; Kaj je energija? (Janez Strnad) 145, 209.

ASTRONOMIJA - Merjenje s senco (Karel Šmigoc) 26; Kopica na jesenskem nebu - Plejade (Marijan Prosén) 32; Nekaj nebesnih pojavov v letu 1977 (Pavla Ranzinger) 80; Kopica na spomladanskem nebu - M13 (Marijan Prosén) 154; Astronomske efemeride "Naše nebo" (Fran Dominko) 218.

METEOROLOGIJA - Zakaj vremenske napovedi niso vedno pravilne? (Jože Rakovec) 88; Veter fen (Zdravko Petkovšek) 214.

MATEMATIČNO RAZVEDRILO - Kako sta racman in štorklja rešila nalogo (po B. Kordemskem prir. Jože Kotnik) 40; K temi "Enakostranični trikotnik" (Jože Lep) 43; Škratek in pajek (Dušan Repovš) 75; Poiščimo napako (Roman Rojko in Joso Vukman) 78; Braminov prstan (Danijel Bezek) 79, 207; Račun z Venere (Zvonimir Bohte) 82, 102; Prevažanje čez reko (Vladimir Batagelj) 157, 187; Kriptogrami (Pavel Gregorc) 159, 189; Magični kvadrat. Magični trikotnik (Meta Valentinčič) 159, (Ljubomir Kostrevc) 186; Uganke (Pavel Gregorc) 243; Kako "uganeš" število (Edmond Rusjan) 237; Pešci, poštar in avtomobilist (Franci Oblak) 239; Številska križanka (Peter Petek) 240.

FIZIKALNO RAZMIŠLJANJE - (Dušan Repovš, ilustr. Božo Kos) 94, 226; (Karel Bajc) 224.

IZ LABORATORIJA - Magnetofon (Dušan Repovš) 14.

PREMISLI IN REŠI - (Jože Dover) 54; (Zlatko Novak in Jože Dover) 124; (Jože Dover) 184; (Jože Dover) 243; Mečimo vžigalice 245; Še o šestih točkah (Peter Petek) 246.

NOVICE - ZANIMIVOSTI - Kongres astronomov amaterjev Jugoslavije (Branko Vuksanović, prev. Peter Petek) 36; Člani astronomske sekcije smo opazovali sončev mrk (Marko Starič) 38; Stalna razstava v Vegovem domu (Jože Povšič) 118; Letna šola mladih matematikov (Edmond Rusjan) 182; Presekova pot v tiskarni ČGP "Delo" (tekst in foto Ciril Velkovrh) 256.

KROŽKI - Matematični krožek na gimnaziji v Kopru (Nada Širca) 35, 61; O delu astronomske sekcije Prirodoslovnega društva Slovenije (Jurij Šoba, foto Herman Mikuš) 221.

REŠITVE NALOG - Kocka (Matej Rupel) 60; Zavorna pot (Peter Petek) 71; Računska križanka (Zvonimir Bohte) 86.

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES - Rebus (Sergej Pahor) 7, 106; Skrita števila (Pavle Gregorc) 37, 128; Semafor računa (Peter Petek) 57; 5 = 5 (Dušan Modic) 66, 78; (Zdravko Plečnik) 220; Pet volnenih kap tete Amalije (Peter Petek) 125; Uganka s sodi (Roman Červ) 126, 171; Zabavna števila (Roman Rojko) 127; Domino malo drugače (Ciril Velkovrh) 2/III; Devet gumbov. Deset kovancev (Dušan Repovš) 213, 206; O čem se bodo pogovarjali (Peter Petek) 236; Prapradedki in praprababice (Dušan Repovš) 249.

PISMA BRALCEV - (Matilda Lenarčič in Marjan Hribar) 58; (Matilda Lenarčič) 120; (Marjan Hribar, Peter Petek in Matilda Lenarčič) 190; (Marjan Hribar, Peter Petek in Matilda Lenarčič) 250.

NOVE KNJIGE - Aktivu matematikov in fizikov na srednjih in osemletnih šolah (Ciril Velkovrh) 63; (Andrej Čadež, Ciril Velkovrh) 87; (Franci Oblak) 233; (Ciril Velkovrh) 4/IV.

KRIŽANKA - (Pavel Gregorc) 96, 192; 160, 208.

KOLEDAR - (Bojan Golli, Pavle Zajc, Mirko Dobovišek) 77, 104.

BISTROVIDEC - Skrivnostni napis (Peter Petek) 16, 3/IV; Vžigalice - rešitev (Viktor Markelj, Lojzka Levstik) 16; Kocke (Dušan Repovš) 2/IV, (Peter Petek) 242; Mozaik - rešitev (France Dacar) 2/IV; (Danijel Bezek) 3/IV; (Franci Oblak) 242.

NALOGE - Praštevilo? (Joso Vukman) 7, 101; Dva kvadrata (Danijel Bezek) 14, 100; Vprašanja (Franci Oblak) 14; Čudni potnik, Nekaj nalog (Danijel Bezek) 23, 100; Kako velika je zvezda Alkiona? (Marijan Prosen) 39, 60; Med cifre... (Zlatko Novak, prev. Jože Dover) 44, 128; Naloge (Franci Oblak) 48, (Matej Rupel) 100; Naloge za osmošolce (Pavle Zajc) 53; Naloge naših bralcev (Damjan Kobal, Janez Rijavec, Sandi Rutar) 62; Naloga o šahovski deski (Dušan Repovš) 98; Dokaži ... (Edvard Kramar) 115, 101; Naloge z elektrijade (Stanislav Hrovat) 138, 144; Srečno naključje (Karel Bajc) 138, 144; Otrokove težave pri igranju (Karel Bajc) 149, 144; Naloge naših bralcev (Tomaž Zwitter, Marija Munda, Tone Podvršnik) 153; Kolikšen sij bi imelo Sonce v M13 (Marijan Prosen) 156; Konstrukcija pravilnega petkotnika (Rado Torkar) 228; Naloga o prostem padu (Karel Šmigoc) 231; Nenavadna premica (Dušan Repovš) 231, 208; Iščemo največji presek valja (Rado Torkar) 232, 206; Vprašanje za bralce 3. številke Preseka (Marjan Hribar) 240.

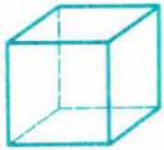
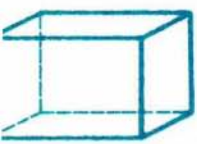
NALOGE - TEKMOVANJA - Republiško tekmovanje srednješolcev v matematiki (Iva Mulec) 45; Štirinajsto republiško tekmovanje mladih fizikov (Tomaž Fortuna) 49; Poročilo o osnovnošolskih tekmovanjih za bronasto in srebrno Vegovo priznanje 1975/76 (Pavle Zajc) 52; Naloge z osnovnošolskega tekmovanja v BiH (Bogomila Kolenko) 102; Tekmovanje za zlato Vegovo priznanje (Pavle Zajc) 103; Zvezno tekmovanje osnovnošolcev (Bogomila Kolenko) 105; XVII. zvezno tekmovanje mladih matematikov (Boris Lavrič) 107; Zvezno tekmovanje iz fizike (Bojan Golli in Marko Zgonik) 110; Tekmovanje za Vegove značke učencev z obalne regije (Bogomila Kolenko) 162; Tekmujmo za Vegovo priznanje (Peter Petek, Ciril Velkovrh in Pavle Zajc) 163, 171, 188.

OBVESTILA - Presekova značka (Franci Oblak) 1/IV; Obvestilo naročnikom (Ciril Velkovrh) 1/IV.

PRESEKOV ŠKRAT - (Ciril Velkovrh) 217; (Ciril Velkovrh in Pavle Zajc) 241.

NASLOVNE STRANI - 1. Skrivnostni napis (Vladimir Batagelj); 2. Izsek iz prizemne vremenske karte (Jože Rakovec); 3. Paradoksi - Zadrega matematikov (ilustr. Božo Kos); 4. Še o šestih točkah, sl. 5. (Peter Petek)

			OKRASNI PTIČ	D. PRITOK Z. MORAVE V SRBIJI	STIKALNA NAPRAVA V ELEKTROT.	HRVAŠKA IGRALKA KISIĆ	GRŠKA ČRKA	REKA NA INDIJSK. POLOTOKU	DOBA PA LEOZOIK
			P	I	R	A	M	I	D
		PREBIVALEC ABESINIJE	A	B	E	S	I	N	E
			V	A	L	J	VRATA / LJUBLJENKA		
		DALJICA MED 2 TOČKAMA KROGOVEGA OBODA	ŠPORT. KLUB IZ MADRIDA / SREDIŠČE VRTENJA	R	E	A	L	OVIJANJE / TROPSKI ORKAN	
100	S	T	O	LJUDSTVO V LAOSU	AMERICIJ	HEROJ	J	U	N
JUGOSLOV. IZUMITELJ (NIKOLA)	T	E	S	L	A	UROŠEVAC / M. IME	U	R	
OLIVER TWIST	O	T	ENOCELIČNA ŽIVAL / HIMALAJ. KOZA	A	M	E	B	A	
POLJSKI PRIDELEK	Ž	I	T	O	SOVJET. LETALO / MAX PLANCK	M	I	G	
ŠPORTNICA JELER	E	V	A	DOMAČE Ž. IME	M	I	C	A	
BIVŠI RUSKI VLADAR	C	A	R	NAČRT	P	L	A	N	

ı-	MAKED. POLITIČNA DELAVKA (VERA)				√	MAKED. PLES	KAL, KLICA	KAČA NAOČARKA	ALFRED NOBEL
A	A				K	O	C	K	A
	C	BIKOV GLAS	IVAN TAVČAR	OZVEZDJE NA NEBES. EKVATORJU	O	R	I	O	N
		M	I	GEOMET. LIK / =	R	O	M	B	ANDRÉ AMPERE
		U	T	J	E	NAPĆAČILO / 100 M^2	D	R	A
	A	K	1	E	N	A	AD ACTA / Ž. IME	A	A
				IZRAELSKA LUKA SEV. OD HAIFE	RADO MURNIK / LES ZA KURJAVO	R	M	PROSTOR POD HIŠO	TEŽA OVOJNINE
			ADO DARIAN	A	D	URADNI SPIS / OCEPEK ANGELA	A	K	T
				K	R	O	G	L	A
				K	V	A	D	E	R
			ANTON AŽBE	A	A	OČE	A	T	A

SESTAVIL: PAVLE GREGORC

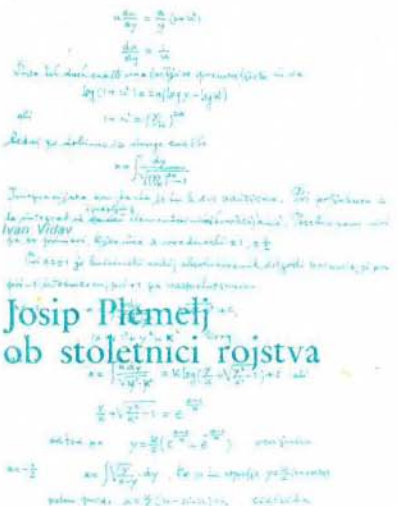
NOVICE-ZANIMIVOSTI

V prvi številki lanskega Preseka ste lahko prebrali o novi Presekovi znački. Radi bi vas obvestili, da imamo na zalogi še nekaj značk. To bo zanimalo predvsem nove naročnike Preseka.

Sprejemamo skupinska naročila šol na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227. Cena posamezne značke je 10.-din, plačilo preko žiro računa 50101-678-48363 ali v gotovini. Posamezniki lahko dobe značke le osebno v pisarni KT DMFA SRS, vsak dan od 9^h do 12^h razen sobote.

Franci Oblak

PRESEKOVA ZNAČKA



1

2

PLEMLJEVA SPOMINSKA SOBA

Letos maja je minilo deset let, odkar je umrl največji slovenski matematik akademik prof. dr. Josip Plemelj. Po svojih delih (29 znanstvenih člankov in 5 knjig), za katere je dobil več priznanj in odlikovanj, je bil znan širom po svetu. Bil je prvi rektor slovenske univerze v Ljubljani, član štirih akademij, častni član Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije in častni doktor tehničnih fakultet v Ljubljani.

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je pred nekaj meseci uredilo spominsko sobo v njegovi hiši na Bledu, Prešernova 39. V njej so razstavljena vsa njegova dela, najpomembnejša odlikovanja, priznanja, listine imenovanj, upodobitve slovenskih slikarjev Božidarja Jakca, Mira Šubica ter Ivana Vavpotiča, plaketa Janeza Severja ter doprsni kip Borisa Kalina. V sobi je tudi pregleden pano s podatki iz njegovega življenja in več osebnih predmetov.

Obiskovalci si za simbolično vstopnino (odrasli 4.-din, vojaki in učenci do 20 let ter vodje skupin brezplačno) lahko ogledajo sobo z razstavljenimi predmeti skoraj ob vsakem času. Ključ hrani v neposredni bližini Plemljevega doma družina ing. Bena Plemlja, Prešernova 31, tel. št. 064 - 77322.

V spominski sobi je na voljo tudi brošura o prof. Plemlju (Sl. 1), ki jo je napisal prof. dr. Ivan Vidav (10.-din), razglednica (Sl. 2) z reprodukcijo Jakčevega portreta (2.-din) ter zlata Plemljeva značka (Sl. 3) (10.-din), katero je mogoče dobiti le tu. Medtem ko lahko naročite bronasto in srebrno po isti ceni pri Komisiji za tisk DMFA SRS, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, pp 227.

Sl. 3

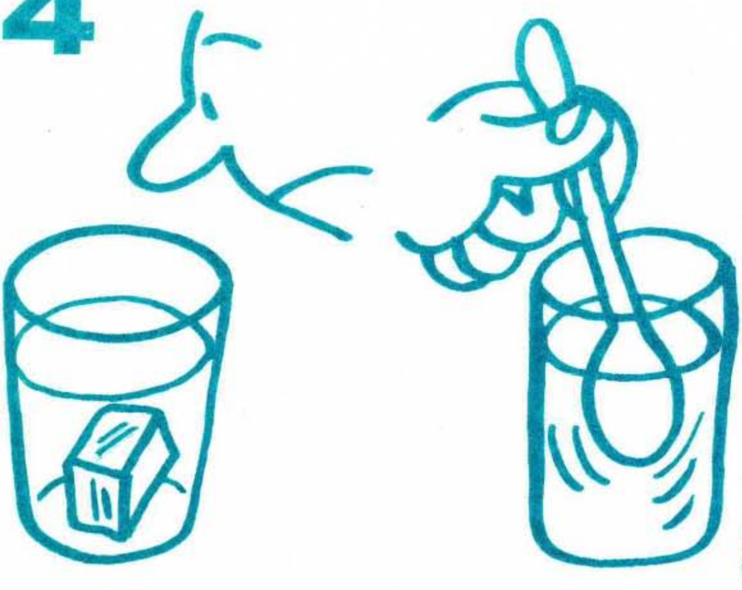
Člane Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS, predvsem pa vse Plemljeve učence vabimo, da si ogledajo njegovo spominsko sobo. Še prav posebej pa priporočamo obisk šolski mladini. Na ekskurziji po Gorenjski se ustavite tudi na Bledu, da boste mimo slovenskih pesnikov in pisateljev spoznali tudi velikega matematika in zavednega Slovenca.

Ciril Velkovrh

FIZIKALNO RAZMIŠLJANJE

VZEMIMO KOZAREC VODE in vrzimo vanj kocko ledu. Ali se gladina vode kaj spremeni, ko se kocka stali, če je bila začetna temperatura vode v kozarcu blizu ledišča, tako da se gostota vode po stalitvi kocke ni spremenila?

4



5

K PRIJATELJU PRIDEMO NA OBISK in postrežejo nam z vročim čajem. K skodelici priložijo tudi žličko, da bomo z mešanjem čaj hitreje shladili. Ali se bo vroča tekočina ob mešanju res hitreje ohladila?

V GLOBOKEM MORSKEM KANALU spustimo v morje dve cevi, narejeni denimo iz svinca. Prva naj bo zaprta na obeh koncih, druga pa le na enem. Pomisli, kaj se bo zgodilo z njima v veliki globini?

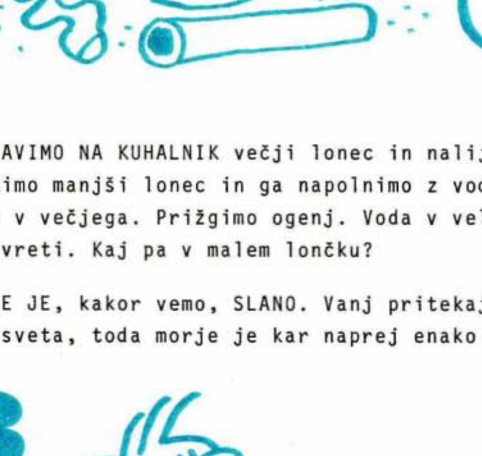
6

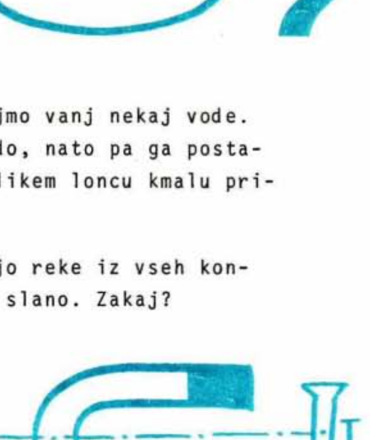
7

POSTAVIMO NA KUHALNIK večji lonec in nalijmo vanj nekaj vode. Vzemimo manjši lonec in ga napolnimo z vodo, nato pa ga postavimo v večjega. Prižgimo ogenj. Voda v velikem loncu kmalu prične vreti. Kaj pa v malem lončku?

MORJE JE, kakor vemo, SLANO. Vanj pritekajo reke iz vseh koncev sveta, toda morje je kar naprej enako slano. Zakaj?

8





9

NA MIZI leži velik žebelj. Kako mu moramo približati podkvasti magnet, da bo pritegnil oba konca žeblja naenkrat?

ODGOVORI

4 Kos ledu v mislih izrežimo iz vode in ga stalimo, nato pa ga vlijmo nazaj v "odprtino". Le-ta se sevé zapolni do vrha. Gladina se torej ne spremeni.

5 Ohlajanje čaja skozi stene in dno skodelice je zanemarljivo v primeri z ohlajanjem zaradi izparevanja na površju tekočine. Če pustimo čaj pri miru, pride v čaju do naravne konvekcije: vroče plasti na površju se ohladijo in se spuste k dnu, na vrh pa se povzpnejo toplejše plasti. Če čaj mešamo, je temperatura po skodelici približno konstantna, zato je temperatura na površju v povprečju višja od temperature, ki bi jo izmerili na gladini pri mirujočem čaju. Ker se parni tlak hitro veča z rastočo temperaturo, se znatno pospeši izparevanje tekočine in s tem ohlajevanje čaja v skodelici (izparilna toplota za vodo je 2,26 MJ/kg).

6 Cev, ki je zaprta le na enem koncu, bo ostala nespremenjena, saj bo tlak v njeni notranjosti ves čas enak tlaku v okoliški vodi na dani globini. Cev, ki je zaprta na obeh koncih, ima v notranjosti tlak zemeljske atmosfere na morski gladini, zato jo bo v veliki globini hidrostatični tlak popolnoma zmečkal.

7 Oba lonca sta odprta, tako da lahko voda prosto izpareva v zrak. Temperatura vrele vode v velikem loncu je okoli $100^{\circ}C$, toploto, ki jo odnaša para, sproti nadomešča toplota iz gorilnika. Toploto, ki jo odnaša para iz malega lončka, nadomešča toplota, ki priteče skozi stene lončka iz okoliške vrele vode. Temperatura vode v lončku je zato vselej nižja od temperature vode v vrelem loncu. Voda v lončku ne vre, vendar pa močno izpareva.

8 Ker morska voda neprestano izpareva.

9 Glej sliko: (T težišče žeblja)

Dušan Repovš

PREMISLI IN REŠI

Za nalogo iz Preseka IV/3 smo prejeli 64 rešitev. Vse kaže, da je večina pozabila na prestopna leta, ko je letnica deljiva s 100 oziroma s 400 in le dva reševalca sta to navedla v rešitvi!

Pravilno so nalogo rešili: Bojana Ažman, o.š. A.T. Linhart, Radovljica; Marjan Baša, gimnazija, Postojna; Marja Bešter, gimnazija, Kranj; Miran Bizjak, gimnazija, Tolmin; Tone Bregar, I. gimnazija, Ljubljana;Jasna Brovč, gimnazija, Tolmin; Stanislav Cerar, o.š. Radomlje; Tomaž Cokan, o.š. Prule, Ljubljana; Bojan Hvala, gimnazija, Idrija; Živana Ibraimov, gimnazija, Celje; Minka Ivanuša, gimnazija, Ptuj; Stanko Kajba, gimnazija, Celje; Mitja Kaligarič, o.š. Vojka Šmuc, Izola; Marko Kogoj, gimnazija, Jesenice; Berta Kotar, o.š. Kostanjevica na Krki; Boris Kramžar, gimnazija, Celje; Igor Kupčič, o.š. Ruše; Andraž Legat, gimnazija, Kranj; Janko Mivšek, o.š. Žiri; Mojca Mivšek, o.š. Žiri; Ladka Mlakar, gimnazija Novo mesto; Barbara Motnikar, o.š. Fr. Albreht, Kamnik;Srečko Natek, gimnazija, Celje;Polona Novak, I.gimnazija, Ljubljana; Nada Obad, gimnazija, Koper; Marija Oražem, o.š. F. Prešeren, Ribnica; Brane Penca, gimnazija, Novo mesto; Vesna Piršič, gimnazija, Kočevje; Samo Piuzi, gimnazija, Tolmin; Helena Povše, Uršna sela; Mojca Rahne, gimnazija, Bežigrad; Tatjana Repanšek, gimnazija, Kamnik; Helena Reščič, gimnazija, Kamnik; Vida Rus, gimnazija, Kočevje; Dejan Simić, o.š. Stevan Sinđelić, Vel. Popović: Darja Slapernik, o.š. Kanal; Alenka Stresen, o.š. R. Jakopič, Ljubljana; Irena Škof, gimnazija pedag. smeri, Ljubljana; Igor Šuštaršič, Novo mesto; Majda Tominec, o.š. F. Bukovca, Preska; Marta Trček, o.š. Žiri; Leon Zore, Hrastnik; Majda Zupanc, TŠC Celje; Vesna Zupančič, o.š. Vavta vas; Samuel Žbogar, gimnazija, Nova Gorica.

Objavljamo rešitev, ki nam jo je poslal Tomaž Cokan:

Leto, v katerm ima februar 5 nedelj, mora biti prestopno, 1. februar pa mora biti nedelja. Vsake 4 leta se premakne dan v tednu za 5 naprej. Ker je leto 2000 deljivo s 400 in je prestopno, ni komplikacij. Najmanjši skupni večkratnik števil 7 (število dni v tednu) in 5 (število premika dni v tednu) je 35. Nedelja bo 1. februarja ponovno na prestopno leto, ko se bodo dnevi v tednu premaknili naprej za 35 dni, kar je 7 krat 5 dni oz. 7 krat 4 leta, torej 28 let. Februar bo imel 5 nedelj leta 2004. 1976 + 28 = 2004)

Izžrebani so bili: Stanko Kajba, gimnazija, Celje; Barbara Motnikar, o.š. Kamnik; Dejan Simić, o.š. Vel. Popović.

Za nagrado prejmejo knjigo:

BATAGELJ-PISANSKI: Rešene naloge iz matematike z republiških tekmovanj I. II.

Jože Dover

SKRIVNOSTNO SPOROČILO

Zagotovo ste že razmišljali, kako lepo bi bilo, če bi imeli na voljo tajno pisavo. Lahko bi pisali pisma po mili volji. Le tisti, ki bi poznal skrivnost tajne pisave, bi jih znal prebrati. Ali res? Pred nami je sporočilo, napisano v taki tajni pisavi.

{a, e, i, o} = {-, Č, J, H}

23 V → ' '
19 - → a aeio
15 Č → e aeio
12 Ć →
11 J → i aeio
10 ? →
9 H → o aeio

Y	H	W	?	H	Ć	+	Č	V	O	Ć	H	V	T	H
V	O	-	!	J	V	G	:	Č	Ć	Č	Y	J	(	J
V	/	-	V	?	H	V	(	-	T	?	H	V	W	-
4	Y	Č	4	(	?	-	Č	J	V	/	-	(	?	S
-	V	O	3	Č	W	Č	%	J	(	-	V	4	-	Ć
Ç	V	!	Č	W	-	?	Ç	V	N	J	Ć	J	V	Ć
-	?	+	-	V	O	3	Č	W	Č	%	J	(	-	V
Q	W	-	Ć	Q	-	V	J	+	V	?	H	V	Ć	W
H	N	-	V	3	Č	:	Č	O	Ć	Ç	V	!	H	+
?	-	Ć	J	V	Ć	-	?	+	Ç	V	3	J	O	-
Y	Č													

/- ?H le ta
J+ ?H = ob ta, od te, od tu

Na prvi pogled je nemogoče prodreti v skrivnost pisave. Kot pravi detektivi začnimo z najpreprostejšo možnostjo. Domnevajmo, da je sporočilo napisano v slovenščini. Domnevajmo, da je vsaka črka zamenjana z določenim znakom, npr. namesto A piše +, namesto B stoji - , namesto C je S in podobno. Seveda ne vemo, s katerim znakom je v resnici zamenjana črka. Če bi to vedeli, bi preprosto prebrali, kaj piše. Če bi hoteli preskusiti vse možnosti, bi obupali. Znak + lahko pomeni katerokoli od 25 črk ali presledek, torej 26 možnosti. Znak - lahko nadomešča kateregakoli od preostalih 25 znakov. Naslednji znak lahko pomeni enega od 24 znakov, naslednji enega od 23 znakov in tako dalje. Preizkusiti bi torej morali

26 x 25 x 24 x ... x 3 x 2 x 1 = 403291461126605635584000000

možnosti. Na videz nerešljiv problem. Vendar ni tako. Na pomoč bomo poklicali *statistiko*. Razpredelnica kaže, kako pogoste so posamezne črke v slovenščini.

presledek	E	A	I	O	N	R	S	L	J	T	V	D
173	89	84	74	73	57	44	43	39	37	37	33	30

K	M	P	U	Z	B	G	Č	H	Š	C	Ž	F
29	27	26	18	17	15	12	12	9	9	6	6	1

Pod vsako črko oziroma presledkom je napisana njena *relativna frekvenca*, izražena v promilih. Preden povemo, kako lahko tabelo uporabimo, povejmo, kako so jo sestavili.

Zbrali so nekaj slovenskih besedil. Tako so dobili *povprečno slovensko besedilo*. V tem besedilu so prešteli vse znake (črke in presledek). Potem pa so prešteli kolikokrat se posamezni znak pojavi v besedilu. Seveda je dolgočasno nalogo seštevanja opravil računalnik. Ulomek

$$\frac{\text{število izbranih znakov v besedilu}}{\text{število vseh znakov besedila}}$$

imenujemo *relativna frekvenca znaka*. Števec ulomka pa je *absolutna frekvenca znaka*. Če relativno frekvenco pomnožimo s 1000, dobimo izražavo v promilih. Zdaj pa pomislimo, kaj nam pove številka 84 pod črko A v tabeli. Če pogledamo katerikoli slovenski tekst, bo med 1000 znaki približno 84 znakov A. Po drugi strani pa vidimo, da je A poleg presledka in črke E najpogostejši znak v slovenščini. Pri reševanju naše naloge ne bomo potrebovali relativnih frekvenc znakov. Dovolj je že, da iz tabele razberemo, kako si sledijo po pogostosti presledek, črke E, A, I, O, N in tako naprej do črke F, ki je najmanj uporabljana črka v slovenščini.

Zdaj moramo sestaviti tabelo absolutnih frekvenc znakov skrivnostnega sporočila. K vsakemu znaku zapišemo število, ki pove, kolikokrat se je znak ponovil v sporočilu. Tabelo uredimo tako, da bo na prvem mestu najpogostejši znak, za njim drugi najpogostejši znak in tako naprej. Zdaj najpogostejši znak v sporočilu zamenjamo s presledkom, drugega najpogostejšega s črko E in tako naprej. Seveda se lahko zgodi, da se vrstni red pogostosti znakov našega besedila ne ujema točno z vrstnim redom v povprečnem slovenskem besedilu. Takrat moramo uporabiti naše male sive celice.

Pri reševanju naloge vam bodo v pomoč tudi tile podatki:

- na začetku besed so najpogostejše črke

  N, S, K, T, J, L in tako naprej;
- najpogostejše končnice pa so

  E, A, I, O, U, R in N

Najprej razluščite besede. Skušajte ugotoviti, kateri znaki zagotovo predstavljajo samoglasnike in kateri soglasnike. Upoštevajte, da je v vsaki besedi vsaj en samoglasnik ali samoglasniški R in da je v besedah z dvema črkama, ena črka samoglasnik, druga pa soglasnik.

Dovolj napotkov. Zdaj pa kar papir in svinčnik v roke in napnite možgane. Pa mnogo detektivske sreče in zabave. Če boste razvozljali skrivnostno sporočilo, nam pošljite rešitev do 15. 10. 1977.

Tomaž Pisanski

Rešitev je v PV/3 str. 144 Verjetno ste že sami ugotovili da je težje razvozljati dolga sporočila zato morajo biti tajna sporočila kratka in je treba menjati tajno pisavo.

BISTROVIDEC

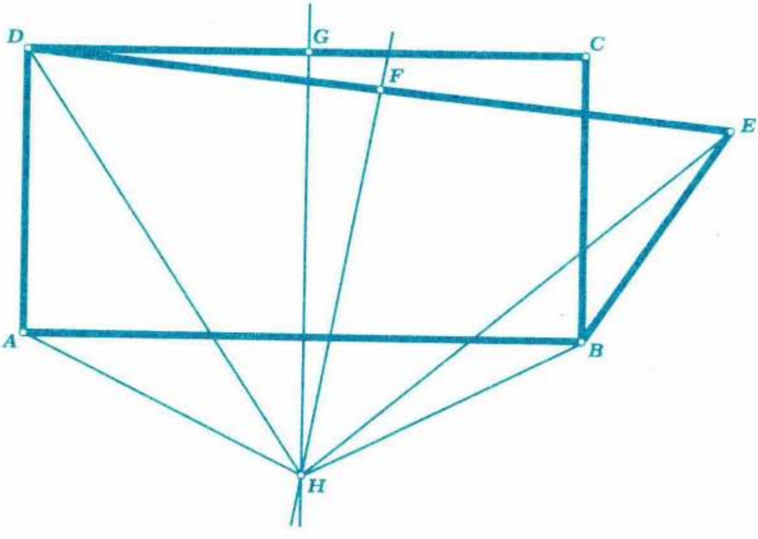
ČUDNA TEHTNICA

Tehtnica na sliki ni čisto navadna tehtnica. Ima dve enaki ročici in na koncu vsake ročice po eno skodelico, kot vsaka navadna tehtnica. Poleg tega pa ima natančno na sredi vsake ročice obešeno še po eno skodelico. Branjevec bi hotel uporabljati samo dve uteži za tehtanje tovorov po 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, ... , n kg. Kolikšne uteži naj kupi, da bo n kar se da velik? Tovor je stehtan takrat, ko je tehtnica v ravnovesju. Seveda pa so lahko tovor in uteži na katerikoli skodelici.

Egon Zakrajšek

TOPI KOT JE ENAK PRAVEMU KOTU ?!

Nariši pravokotnik $ABCD$. Iz oglišča B nanesi na zunanjo stran pravokotnika stranico BC tako, da stranica BC s to daljico sestavlja ostrokotni trikotnik BEC, če z E označiš drugo končno točko daljice iz oglišča B. Poveži oglišče D s točko E in dobljeno daljico razpolovi - točka F naj razpolavlja to daljico. Točka G pa naj bo razpolovišče stranice CD. Simetrali daljic ED in CD se gotovo sekata, saj ED in CD nista vzporedni. Označi sečišče s H in ga poveži s točkami A, B, E in D.



Zdaj velja: $HD = HE$, $HA = HB$ in $BE = AD$. Trikotnika AHD in BHE sta skladna. Kot $\sphericalangle HAD$ je enak kotu $\sphericalangle HBE$, zato je

$\sphericalangle HAB + 90^0 = \sphericalangle HBA + \sphericalangle ABE$

Toda, velja še

$\sphericalangle HAB = \sphericalangle HBA$,

kar ti skupaj z zgornjo enačbo da:

$\sphericalangle ABE = 90^0$,

to pa je po konstrukciji kota ABE nemogoče, saj je $\sphericalangle ABE$ topi kot. Kje je napaka?

Igor Leiler

REŠITVE NALOG

NA KONGRESU - rešitev s str. 16

Izberimo dva poljubna udeleženca kongresa A in B. Dvoje je možno: ali se poznata ali pa ne.

1) A in B se poznata. Zato nimata nobenega skupnega znanca. Naj bo X znanec A. X in B se potemtakem *ne* poznata, zato imata natanko *dva* skupna znanca. Za enega že vemo, to je A. Drugemu porečemo Y. Y in A se ne poznata. Torej imata natanko *dva* skupna znanca, eden je seveda B, drugi pa X.
   Vsakemu prijatelju A pripada (z izjemo B) *natanko en* znanec B-ja in obratno - *vsakemu* znancu B (z izjemo A) pripada *natanko en* znanec A-ja. Med množico prijateljev A-ja in množico prijateljev B-ja obstaja torej *bijektivna* preslikava. To pa je že dokaz, da imata *enako* število znancev.
2) A in B se *ne* poznata. Imata pa natanko *dva* skupna znanca C in D. A in C se tako poznata. Po 1) imata *enako* število znancev. C in B se poznata. Po 1) imata *enako* število znancev. Po zakonu *tranzitivnosti* sledi, da imata A in B enako število znancev.

Ker sta bila udeleženca kongresa A in B naključno izbrana, je s tem trditev dokazana.

Dušan Repovš

DVE NALOGI - rešitev s strani 16

Dovolj so 3 rezervne gume; pri čemer vsakih 6000km po vrsti zamenja po eno od gum na avtomobilu z rezervno, ko pa teh zmanjka, si pomaga s snetimi že delno rabljenimi gumami. Preveri!

Skupna malica je vredna 30din, torej ena konzerva 6din. Potem ko vsak od njiju od vložene vrednosti v konzervah odšteje vrednost malice, ki jo je pojedel, dobi dobiček, ki mu gre v žep. Tako dobi drugi 2din, tretji pa 8din.

Danijel Bezek

REŠITVE UGANK IZ ČETRTE ŠTEVILKE - str. 234

Premešane črke : LEŽAJ

Enakozvočnica: SKALAR

Miselne enačbe: 1. napetost (fizikalna količina), 2. Edison (izumitelj), 3. Zemlja (planet), 4. nano (decimalni mnogokratnik), 5. adicija (tuje ime računske operacije), 6. Neper (utemeljitelj ln - naravnih logaritmov), 7. krožnica (enačba krivulje), 8. Atair (glavna zvezda ozvezdja). Končna rešitev: NEZNANKA.

Grške črke:

1	R	O	Z	E	T	A
2	G	A	M	A	Š	E
3	P	I	K	O	L	O
4		K	A	P	A	R
5	D	R	E	T	A	R
6	V	U	O	K	S	I
7	E	N	I	G	M	A

Iskalnica:
MAR Samo venoMER KURi peč in zažiga PLUTO? Nihče tega ne VE. NE RAzumem, kaj pomeni ta ciniZEM. LJAdov je ruski skladatelJ. UPI TER želje, da bi redili pURANe, so se nam izpolnili. Kdor hoče pleSAT, URNo naj se vrne k stadionu NEP. TUNina nam ni teknila.

Računska operacija: 123 - 45 - 67 + 89 = 100

Okrnjene premešane črke v stavku: PARSEK

Premešane črke: MATEMATIKA

Pavle Gregorc

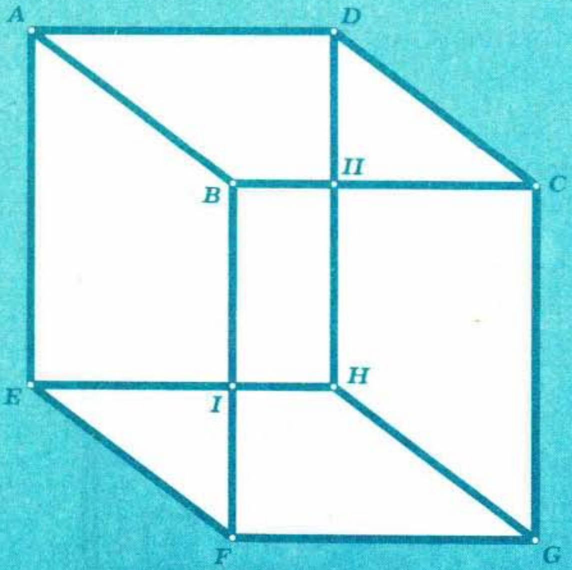
ODDANI ENERGIJSKI TOK ... - rešitev s str. 15

S P označimo oddani energijski tok nove, s P_o pa oddani energijski tok našega Sonca. Gostota energijskega toka z nove v razdalji r je $j = P/4\pi r^2$, gostota toka s Sonca v razdalji r_o pa je $j_o = P_o/4\pi r_o^2$. Iz definicije sija

$j/j_o = (Pr_o^2/P_o r^2) = 10^{-0,4(m-m_o)}$ sledi:

$P/P_o = (r/r_o)^2 . 10^{-0,4(m-m_o)} = (13.10^{10})^2 . 10^{-13,6} = 4,2.10^8$. Rezultat pove, da je sevala nova več kot 400 milijonkrat večji energijski tok, kot ga v prostor seva Sonce. (Energijski tok Sonca je okoli 4.10^{26} W.)

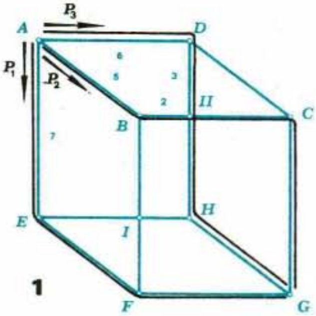
Marijan Prosén



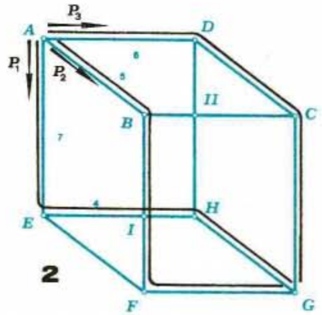
PEŠCI, POŠTAR IN AVTOMOBILIST - rešitev iz 4.štev., str. 239

Dvoje križišč je: na cestah EH in BF je prvo, na cestah BC in HD pa drugo.

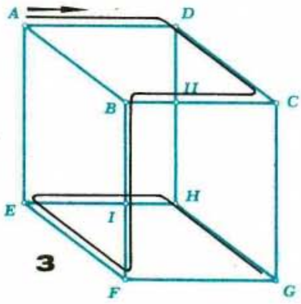
Kako morajo potovati pešci, vidite na sliki. Prikazani sta dve rešitvi; ali je še kakšna?



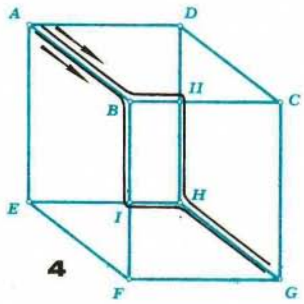
1



2



3



4

Za prvo rešitev je premislek tak:

Pešec P_1 prehodi: 7 km + 5 km + 6 km = 18 km,
pešec P_2 prehodi: 5 km + 6 km + 7 km = 18 km,
pešec P_3 prehodi: 6 km + 7 km + 5 km = 18 km.

Zato prispejo v kraj G istočasno po 4 urah: 3 ure porabijo za 18 km poti in 1 uro za postanka v dveh krajih, skozi katera gre vsak pešec. Noben par pešcev se ne more srečati. V drugem križišču, kjer bi se lahko srečala P_2 in P_3, je P_2 po (7/6 + 1/2) h = 10/6 h, P_3 pa po (9/6 + 1/2) h = 2 urah.

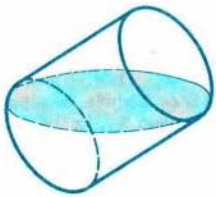
Podobno je z drugo rešitvijo in z ostalimi rešitvami - premisli !

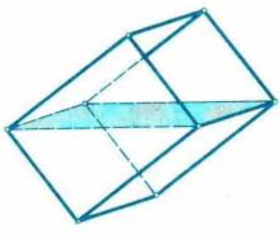
Poštar si lahko izbere dve poti, prva je *ADCBFEHG*, to je (6+5+6+7+5+6+5) km = 40 km. Čas, ki ga prehodi, je seveda (40 km) : (21 km/h) = 40/21 ure. Drugo rešitev poišči sam!

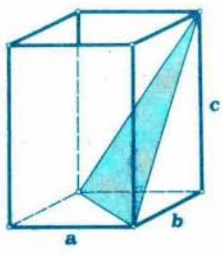
Avtomobilist pa bo vozil tako, kot kaže slika. Spet sta možni dve rešitvi. Prevozi torej (5+2+4+5) km = 16 km in porabi za to 15 minut. Slika!

Franci Oblak

MERJENJE BREZ MERILA - rešitve s strani 15 - *Pavle Zajc*







ŠTEVILSKA KRIŽANKA

- rešitev iz 4.štev. str. 240

Peter Petek

	27			**756**
+18	9	9	**35**	7
	1	**14** / **+13**	7	2
90	3	2	5	3
0	1	0	**30**	2
	108 / **200**	4	3	9
112	8	7	2	**+6**
	5	**20**	5	4
90	5	9	1	2

TROMESTNA ŠTEVILA ... - rešitev s str. 25

Oglejmo si zanimivo lastnost tromestnih števil, pri katerih se enice razlikujejo od stotic. Zapišimo tako tromestno število v obliki:

$$xyz \ , \ x \neq z$$

njegov obrat (enice zamenjamo s stoticami) pa zapišimo z:

$$zyx$$

Absolutna razlika teh dveh števil naj bo:

$$abc = xyz - zyx$$

Prištejmo ji njen obrat, pa dobimo zmeraj:

$$abc + cba = 1089$$

Izračunajmo si primer:

$$367, \ 763 - 367 = 369, \ 369 + 693 = 1089$$

Poskusimo to lastnost še dokazati.

Odločimo se, da je z manjši od x. Če bi bil z večji od x, bi potekal dokaz enako. Iz enačbe

$$xyz - zyx = abc \ , \ x > z$$

preberemo

$$c = 10 - x + z$$

Upoštevamo pomen zapisa xyz:

$$\begin{array}{r} 100x + 10y + z \\ - \ (100z + 10y + x) \\ \hline 100(x-z) + (z-x) = 99(x-z) = 99n \end{array}$$

Z n smo označili: $n = x - z$

Dobljen rezultat je seveda naša razlika abc:

$$100a + 10b + c = 99n$$

Sedaj upoštevamo: $c = 10 - x + z = 10 - n$:

$$100a + 10b + 10 = 100n$$

$$10n - 1 = 10a + b$$

Leva stran zadnje enačbe ima za enice številko 9, saj mnogokratniku števila 10 odštevamo 1. Iz iste enačbe torej sledi: $b = 9$. Stopimo nazaj v enačbo:

$$10n - 1 = 10a + 9$$

$$a = n - 1$$

Zanima nas vsota $abc + cba$:

$$\begin{array}{r} 100a + 10b + c \\ + \ 100c + 10b + a \\ \hline 101(a+c) + 20b \end{array}$$

Tu uporabimo:

$$a = n - 1$$

$$b = 9$$

$$c = 10 - n$$

in dobimo:

$$101.(n-1+10-n) + 20.9 = 101.9 + 180 = 1089$$

Dokaz je končan.

Roman Rojko

TOPI KOT JE ENAK PRAVEMU KOTU?! - rešitev s str. 43

Sliko nariši sam zelo natančno in si oglej orientacijo trikotnika *HBE*.

Igor Leiler

FIZIKA

BALISTIKA

1. DEL

ZGODOVINA TOPNIŠTVA

Balistika je znanost, ki preučuje gibanje izstrelka (projektila). ("balein" pomeni v grščini vreči, metati.)
Pot izstrelka se deli na:
- pot po cevi
- pot zunanj cevi.

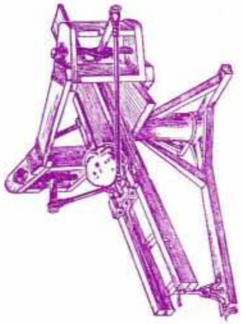
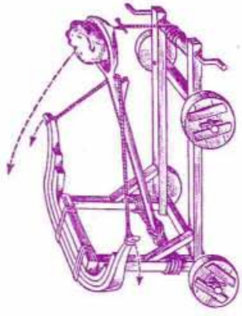
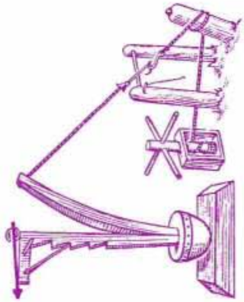
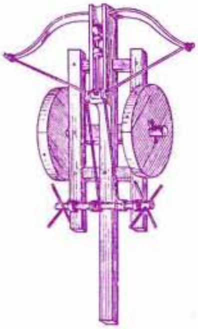
Iz tega izvira tudi stara delitev balistike na *notranjo* in *zunanjo*. Razvoj tehnike je povzročil, da se je balistika močno razrasla in danes imamo številne nove veje te znanosti: raketna balistika, balistika letalskih bomb, vesoljska balistika ...

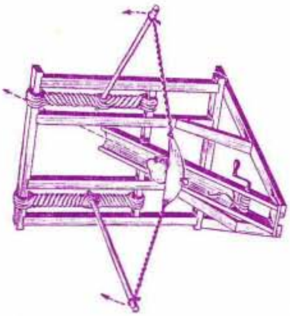
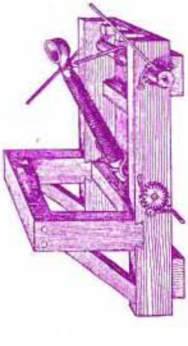
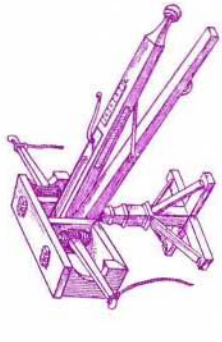
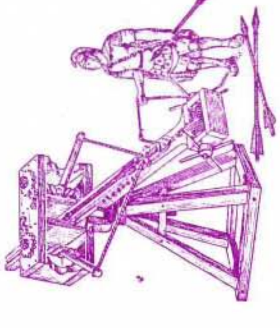
Balistika je bila zvesta spremljevalka topništva in je v veliki meri vplivala na njegov razvoj.

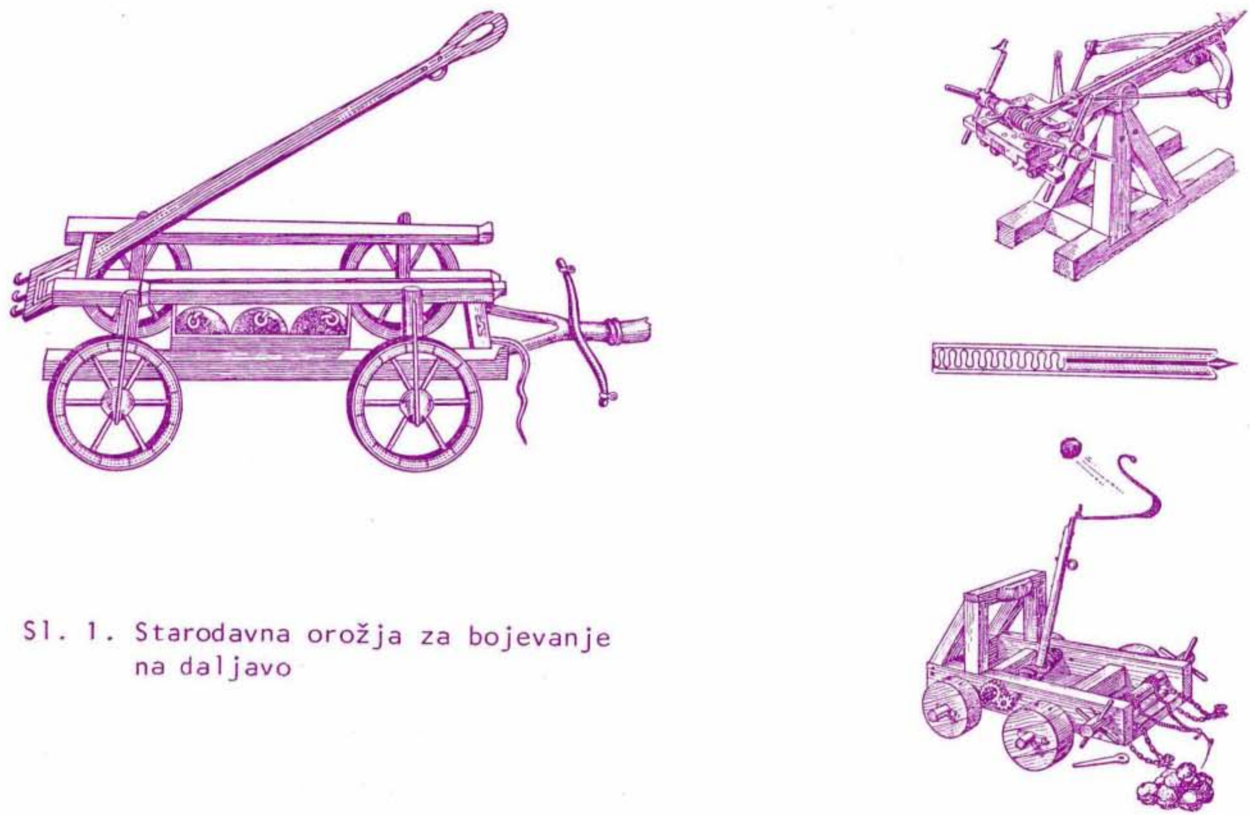
Vse civilizacije - tudi najstarejše - so čislale umetnost bojevanja na daljavo. Z metanjem kamenja, kovinskih krogel, kopij, puščic itd. so si ljudje od nekdaj prizadevali premagati nasprotnike.

Znanje o gibanju izstrelkov je bilo dolgo časa zelo skromno. Še v srednjem veku so mislili, da vodoravno izstreljene krogle letijo vodoravno in da se poševno izstreljene krogle vzpenjajo v ravni črti in se nato v ravni črti tudi spuščajo. Šele leta 1537 je znani matematik in balistik Tartaglia dokazal, da je tir izstrelka kriva črta.

Topništvo v pravem pomenu besede se je začelo razvijati z izumom smodnika v štirinajstem stoletju. Sprva so bila orožja okorna in ne preveč učinkovita. Polnili so jih (podobno kot danes) zadaj. Izstrelki so bili iz svinca ali kamna. Že v petnajstem stoletju so orožja, imenovana "bombarde", močno izpopolnili. Cevi so po-



Sl. 1. Starodavna orožja za bojevanje na daljavo

stavili na gibljiva podnožja (lafete). To je močno povečalo premičnost topov in olajšalo namerjanje. Iz takih topov so izstreljevali krogle, težke tudi do 100 kg. Ker pomični zadki cevi ne bi zdržali tako velikih obremenitev, so prešli na polnjenje spredaj. Cevi so z zadkom vred ulivali iz enega kosa. Kasneje so izboljšali izstrelke. Napolnili so jih z razstrelivom, kar je silno povečalo rušilno moč.

Ob koncu sedemnajstega stoletja je bilo topništvo (artilerija) že tako pomembno, da se je ločilo od pehote in postalo samostojen rod vojske. V drugi polovici devetnajstega stoletja je napravilo spet velik skok. Prej gladke cevi so nadomestili z žlebljenimi ("risanimi"). Krogle so nadomestili s podolgovatimi granatami, ki so se zaradi ukrivljenih žlebov cevi vrtele okoli vzdolžne osi. S tem se je povečala stabilnost leta izstrelka. Z razvojem tehnike se je teža izstrelkov zmanjšala, začetna hitrost povečala in spet je prišlo do učinkovitejšega polnjenja cevi zadaj. Seveda pa se razvoj ni ustavil. Vsak dan načrtujejo in izdelujejo močnejša, natančnejša, vedno bolj avtomatizirana orožja s strahotno rušilno močjo. Že v petnajstem stoletju je nekdo zapisal: "Neumno se je vojskovati, zdaj ko obstajajo bombarde!" In kaj mu lahko odgovorimo danes? (Sl. 2 na naslovni strani)

NOTRANJA BALISTIKA

Notranja balistika preučuje vedenje izstrelka v cevi. Dogajanje v cevi naj pripravi izstrelek za let zunaj cevi. Na ustju cevi mora izstrelek imeti pravo smer, potrebno *začetno hitrost** v_0 in se mora vrteti okoli vzdolžne osi. Za smer poskrbi strelec, za začetno hitrost in vrtenje pa orožje in naboj. Pomemben podatek je tlak v cevi, saj ga mora cev zdržati brez poškodbe. Hitrost izstrelka v cevi in tlak sta pomembna tudi za preračun trzaja (odrivnega sunka) cevi, ta pa spet odloča o načinu amortiziranja in s tem o stabilnosti orožja pri streljanju.

Za predstavo o velikostni stopnji nekaterih količin notranje balistike napravimo močno poenostavljen račun.

Denimo, da dobi izstrelek z maso m = 10 kg v topu z notranjim

* Začetna hitrost je hitrost izstrelka na ustju cevi.

premerom gladke cevi d = 100 mm ** in z dolžino cevi D = 2m začetno hitrost v_0 = 500 m/s.

Sila F plinov, ki delujejo na izstrelek kmalu po začetku izgorevanja smodnika, je dosti večja od trenja izstrelka ob cev, tako da lahko trenje zanemarimo. Da bo račun preprostejši, vzemimo silo za konstantno. Uporabimo Newtonov zakon: $F = ma$. Opravek imamo z enakomerno pospešenim gibanjem izstrelka. Iz enačb za pot in hitrost:

$$s = (1/2)at^2 \qquad v = at$$

izpeljemo $v = \sqrt{(2as)}$ in $a = v^2/(2s)$. Hitrost v_0 na koncu cevi poznamo. Pospešek:

$$a = v_0^2/(2D) = 62500 \text{ m/s}^2$$

je več kot 6000-krat večji od težnega pospeška. Lahko si mislimo, kaj bi se zgodilo s potniki na Luno Julesa Verna, če bi jih zares izstrelili iz topa.

Čas, ki je potreben, da izstrelek doseže ustje cevi, je:

$$t_0 = v_0/a = 0{,}008 \text{ s}$$

Zares ne moremo trditi, da se izstrelek v cevi obotavlja. Sila, ki deluje na izstrelke, je

$$F = ma = 625000 \text{ N}$$

Za računanje tlaka p v cevi uporabimo enačbo $F = pS$, v kateri je S presek cevi: $S = \pi d^2/4$. Torej:

$$p = F/S = 4F/(\pi d^2) = 8.10^7 \text{ N/m}^2 = 800 \text{ kp/cm}^2$$

Tlak v cevi je skoraj osemstokrat večji od navadnega zračnega tlaka. Cev mora biti zelo dobro izdelana, da prenese tolikšne obremenitve. Zdaj približno vemo, kolikšen je tlak v topovski cevi. Seveda pa je račun sam daleč od resničnosti, ki je dosti bolj zamotana.

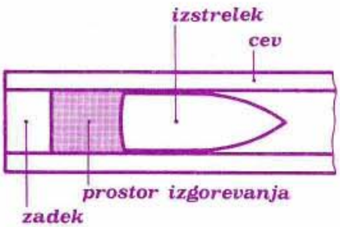
V resnici poteka dogajanje v cevi nekako takole:
Ko sprožimo orožje, udari igla v vžigalno kapico in aktivira vžigalnik. Okoli vžigalnika se tlak poveča na približno 50 kp/cm^2. Zaradi tega se smodnik vžge. Razvijajo se plini in tlak naglo narašča. Izstrelek je opasan z bakrenim obročem, ki je malo večji od vodil med žlebovi. Ko doseže tlak približno 200 kp/cm^2, je si-

** Notranji premer cevi imenujemo v balistiki *kaliber* la na izstrelek že tolikšna, da se vodila vrežejo v obroč in se začne izstrelek premikati. Do tega trenutka izgori manj kot 10% smodnika. Na začetku, ko je hitrost krogle majhna, se tlak še vedno povečuje, čeprav se povečuje tudi prostornina plinov. Ko izstrelek preleti 3 do 5 kalibrov (premerov cevi orožja), je prostornina že tako velika, da začenja tlak padati. Kmalu zatem je izgorevanje smodnika končano. Takrat ima krogla približno 60% hitrosti, ki jo doseže na ustju cevi, pritisk pa je že za 10% manjši od maksimalnega. Od tega trenutka se vroči plini širijo adiabatno. Potem ko izstrelek zapusti cev, plini zaradi velikega tlaka (približno 500 kp/cm^2) še delujejo nanj, in mu malo povečajo hitrost. Tlak v cevi naglo pade in se izenači z zunanjim zračnim tlakom. Dogajanje v cevi ponazarjata sliki 4 in 5.

Končni rezultat izračunov notranje balistike, ki je hkrati osnova za račune zunanje balistike, je začetna hitrost projektila v_0. Po začetni hitrosti lahko sklepamo, kako hitro se vrti izstrelek okoli vzdolžne osi na ustju cevi.

Slika 6 kaže cev, ki smo jo v mislih vzdolžno prerezali in jo razvili. Narisan je en sam žleb, čeprav jih je v pravi cevi več.

Ko se vodila v cevi vrežejo v obroč, se začne izstrelek vrteti, kot mu narekujejo žlebovi. Na navojni višini vodil in žlebov h se zavrti okrog svoje osi enkrat. Na



Sl.3 Izstrelek v cevi.

*** Bralec, ki pozna trigonometrijo, bo pritrdil temule sklepu:

$$\mathrm{tg}\,\beta_0 = \pi d/h$$
$$\omega_0 = 2\pi v_0/h = (2v_0/d)\,\mathrm{tg}\,\beta_0$$

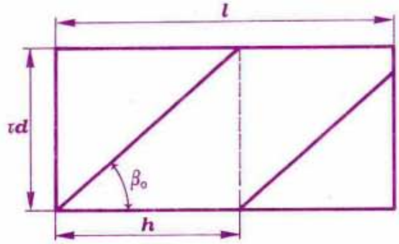
To pomeni, da je kotna hitrost odvisna od kalibra, strmine žleba $\mathrm{tg}\,\beta_0$ na ustju cevi in od začetne hitrosti izstrelka. Omenimo še, da obstajajo orožja s spremenljivo strmino žlebov. Navadno imajo topovi s kratkimi cevmi žlebove proti ustju cevi vse bolj položne. Običajno je $3^\circ \leq \beta_0 \leq 11^\circ$. To bi pomenilo, da je

$$0.1\, v_0/d \leq \beta_0 \leq 0.4\, v_0/d$$

Pri našem topu s kalibrom d = 100 mm in z začetno hitrostjo v_0 = 500 m/s, bi za $\beta_0 = 7^\circ$ dobili ω_0 = 1228 rd/s, oziroma ν_0 = 195 s^{-1}.
Izstrelek bi se v eni sekundi zavrtel približno dvestokrat okrog svoje osi.

ustju cevi ima hitrost v_0. S to hitrostjo bi preletel pot h v času $t_0=h/v_v$. Ker bi se v tem času ravno enkrat zavrtel okoli svoje osi, je $\nu_0=1/t_0=$ $=v_0/h$ število vrtljajev na časovno enoto. Kotna hitrost na ustju cevi je

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = 2\pi v_0/h \quad ***$$

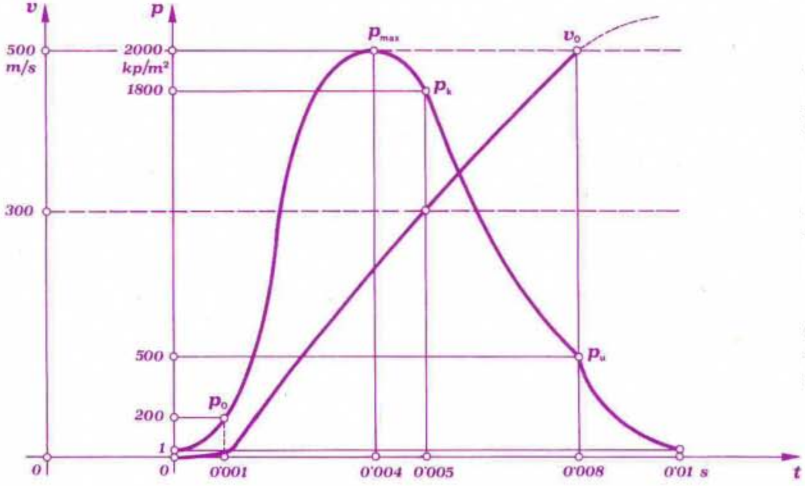


Sl.6 Razvita cev z žlebom.

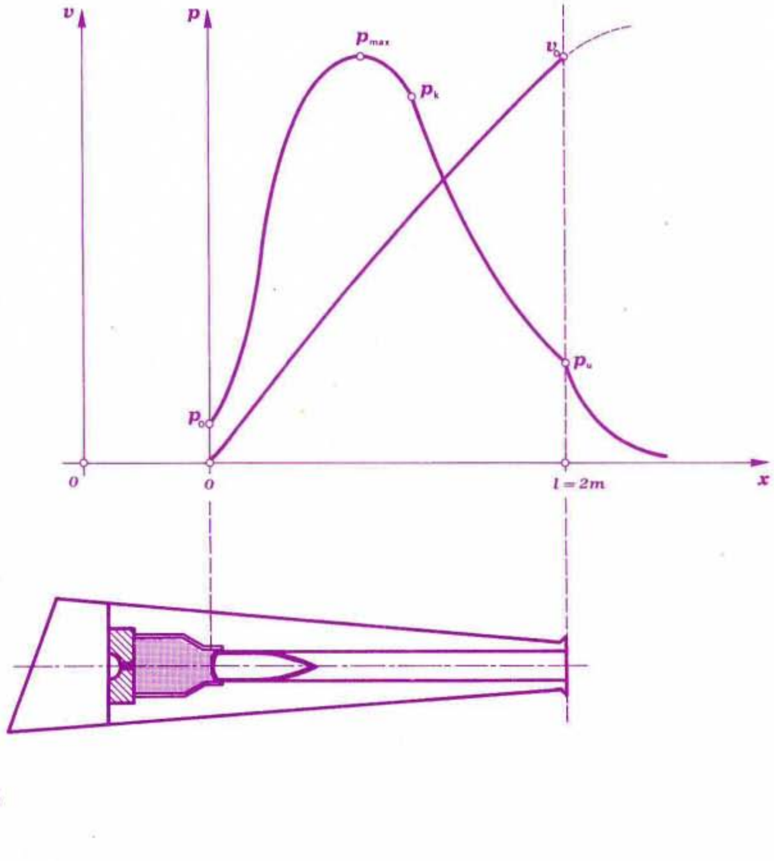
Seveda pa balistika ne more napovedati natančnih rezultatov. Konstrukcija cevi in naboja nista idealni. Cev se sčasoma začne kvariti. Kvaliteta smodnika se spreminja od izstrelka do izstrelka. Zato je potrebno račune preverjati v praksi. Najpomembnejše je vprašanje, ali se napoved dovolj dobro ujema z izmerjeno hitrostjo izstrelka na ustju cevi. Zato balistiki potrebujejo merilne naprave. 1742 si je angleški matematik Robins (1707-1751) zamislil *balistično nihalo*. To je velika škatla, napolnjena s prstjo. Na strani, od koder streljamo vanjo, je svinčena folija, ki preprečuje, da bi prst izpadla. Škatla visi na dolgi vrtljivi letvi. Ko izstrelek prileti v škatlo, prebije folijo in se zaustavi v prsti. Nihalo zaniha. Iz lastnosti nihala (mase škatle s prstjo, dolžine letve itd.), mase izstrelka in kota θ odklona nihala, je mogoče izračunati hitrost, s katero je izstrelek zadel mirujoče nihalo. Če streljamo iz bližine, se tako določena hitrost le malo razločuje od začetne hitrosti v_0. Balistično nihalo je uporabno za merjenje hitrosti lahkih izstrelkov (npr. izstrelkov iz pištol, pušk in avtomatskega orožja). Pri topovskih granatah pa ga ne moremo uporabiti, saj bi morali imeti strahotno dolgo letev in ogromno škatlo.****

Druga metoda merjenja začetne hitrosti izstrelka, ki se uporablja še danes v različnih oblikah, je v načelu zelo preprosta. Na pot izstrelka postavimo drugega za drugim dva senzorja. Prvi senzor uro požene, drugi pa jo zaustavi. Tako določimo čas preleta t_d izstrelka za pot dolžine d od prvega do drugega senzorja. Če sta senzorja dovolj blizu drug drugemu in dovolj blizu cevi,

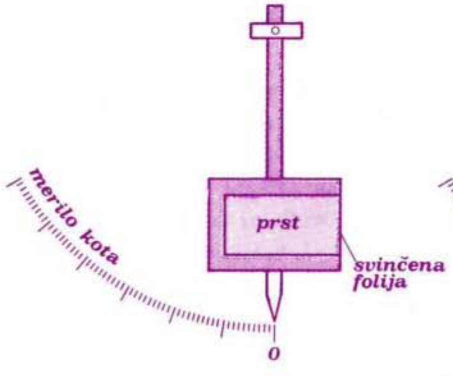
**** Že za merjenje hitrosti desetgramskih izstrelkov uporabljajo nihala z maso približno 1 tone.



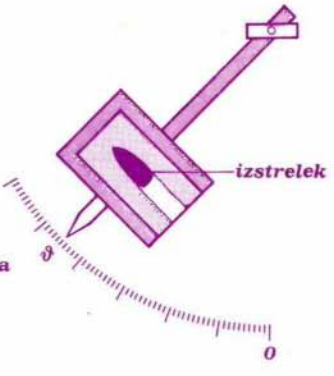
Sl.4 Časovna odvisnost tlaka in hitrosti.



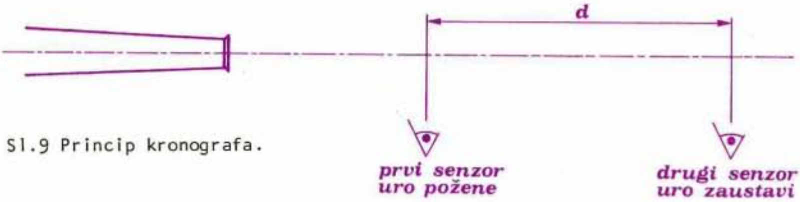
Sl.5 Odvisnost tlaka in hitrosti izstrelka v cevi od položaja.



Sl.7 Balistično nihalo.



Sl.8 Potem ko je izstrelek zadel balistično nihalo, se je odklonilo za kot θ.



Sl.9 Princip kronografa.

lahko vzamemo, da se giblje izstrelek enakomerno z začetno hitrostjo

$$v_0 = d/t_d$$

Take naprave imenujejo *kronografe*. Prvi mehansko električni kronograf je leta 1880 izdelal Boulanger. Do danes je kronograf doživel že več izboljšav, pri katerih ima glavno besedo elektronika.

V cevi se ob streljanju dogajajo trajne spremembe, ki jo počasi uničujejo. Tega procesa ne moremo zaustaviti, pa če še tako dobro skrbimo za cev. Sčasoma začetna hitrost izstrelka tako pade, da postane cev neuporabna. Dandanašnje cevi zdržijo po nekaj desettisoč izstrelkov, preden se izrabijo. Balistiki govorijo o času skupne porabe cevi kot o *življenjskem času* cevi. Denimo, da zdrži cev 20 000 izstrelitev. Pospeševanje izstrelka pri eni izstrelitvi traja 0,01 s. Življenjski čas cevi = 20 000 . 0,01 s = = 200 s = 3 min 20 s. Življenjski čas orožij je dosti krajši kot pri drugih toplotnih strojih.

Tomo Pisanski

ENAJSTA ŠOLA IZ FIZIKE*

Kmalu pa se mi je razširilo obzorje od mesarjevih klad do enajste šole pod mostom; za dobrih sto korakov. Ob vročih poletnih dneh, ko Močilnik usahne, ko je temno Retovje skoraj prazno in ko mila zelena Ljubija sanja svoje tihe sanje globoko pod vrbami, upade Ljubljanica za cel seženj in ošabna Vrhničanka je samo še potok. Ves levi del struge je sam bel prod, od sonca spaljen. Takrat se prične enajsta šola pod mostom ter se neha ob prvih jesenskih nalivih. Mnogokaj sem študiral v svojem življenju, ali tako bogate in koristne učenosti, kakor jo daje svojim učencem enajsta šola pod mostom, nisem zadobil nikjer in nikoli. Kakšna čuda prečudna hrani ta goli, posušeni prod! Očem, ki jih iščejo, srcem, ki verujejo vanje, se kažejo čuda ob vsakem pogledu, ob vsakem koraku.

Ivan Cankar: Moje življenje

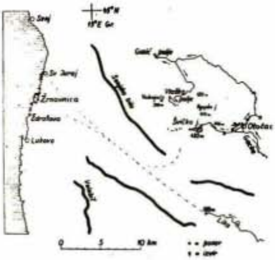
1. GIBANJE VODE IN ZRAKA

Vsak človek doživi svojo enajsto šolo in se je kasneje rad spomni. Moja se je začela na travniku pod Šmarjetno goro, kjer je po dežju iz krtovih lukenj izvirala voda. Za bosonoge fantiče ni bilo lepše igrače, kot z ilovico mašiti luknje in čakati, kje bo voda spet privrela na dan. Čeprav se nam ni sanjalo o kakih zakonih za gibanje vode po ceveh in čeprav za fiziko sploh še slišali nismo, se nam je vendarle zdelo, da pojav razumemo.

Kakih deset let kasneje se je igra ponovila v večjem merilu. S prijatelji sem se utaboril na morju, in sicer na srečo ravno tam, kjer prihajata podzemeljska Lika in Gacka na dan v velikem številu izvirov (Sl.1)** Nekaj jih je na sami obali, nekaj pa tudi na dnu morja. Ob suši so skoraj vsi izviri več ali manj slani, tudi tisti, ki izvirajo po več decimetrov ali še više nad

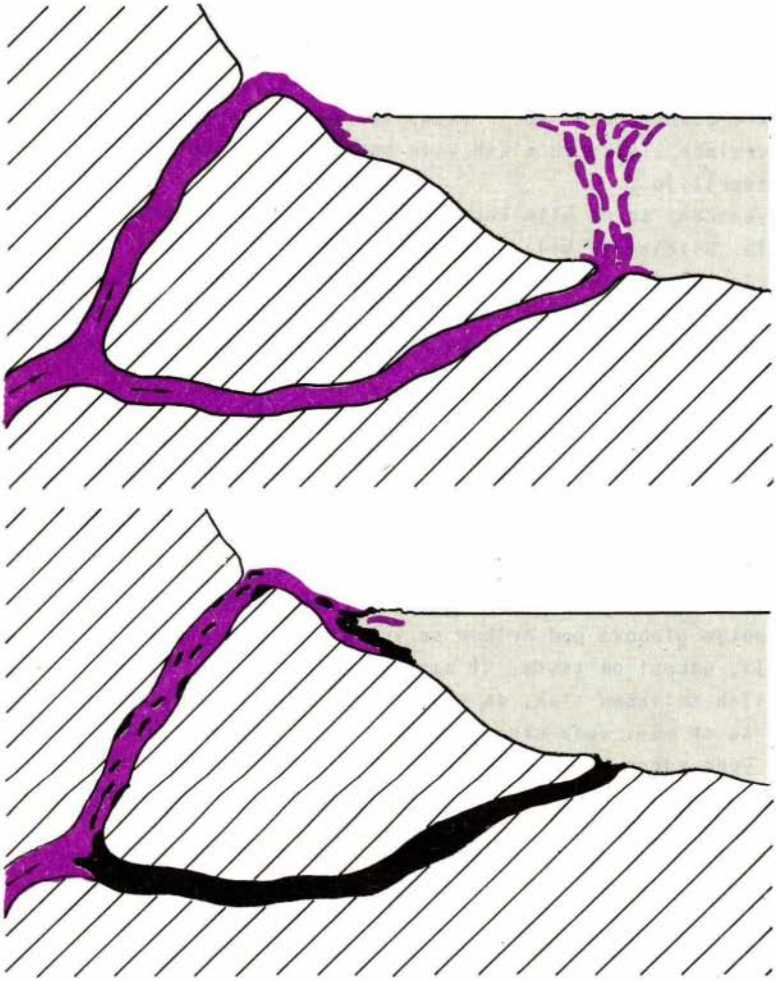
* Predavanje za mlade fizike, 5. maja 1977

** Slika glej



Sl. 1. Reki Lika in Gacka ter njun domnevni podzemeljski tok do izvirov pri Jurjevu.

Sl. 3. Sistem vrulje in izvira na obali. Zg.: ob veliki vodi vre studenčnica iz obeh odprtin. Sp.: ob suši se vrulja sprevrže v morski požiralnik; izvir na obali daje tedaj slanasto vodo.



morsko gladino. Včasih vsebuje tak izvir celo več kot 50% morske vode.

Stvar nam ni dala miru in smo začeli izvire na vse načine preiskovati. Izkazalo se je, da se njihova slanost spreminja s plimo in oseko, še bolj pa, ko ob deževju narastejo ali ob suši usihajo. Posebno so nas mikale vrulje - to so izviri na dnu morja, ki se na gladini vidijo kot nekakšna kolesa (Sl.2). Skupino močnih vrulj v zalivu pri Jurjevu, s katero smo se največ ukvarjali, imenujejo domačini Kola, medtem ko pravijo zalivu Na Kolima (= "pri kolesih").

S preprosto potapljaško opremo smo si ogledali, kako vre voda iz lukenj na dnu morja. Čeprav je voda čista, se zdi neprozorna, kot kak migetajoč dim. To je zato, ker se svetloba pri prehodu skozi vrtince sladke in slane vode neenakomerno lomi, tako da se žarki zverižijo.

Presenečenj še ni bilo konec. Lepega dne so Kola brez sledu izginila. Gladina je bila mirna, kot da vrulj nikoli ni bilo tam. Pod morjem smo ugotovili, da so se dovčerajšnje vrulje sprevrgle v morske požiralnike. Pol metra široko žrelo, ki je še prejšnji dan bruhalo steber mrzle studenčnice, je zdaj požiralo po kak hektoliter morja na sekundo.

Izviri na drugi strani zaliva so še isti dan izdali skrivnost te vode: čez noč so postali bolj slani. Zadnji dvom pa smo pregnali z barvanjem. Barvilo, ki smo ga dobili od jamarskega društva, smo spustili v morski požiralnik in potem čakali na drugi strani. Res se je čez 4 ure barva pokazala v obalnih izvirih, ki so bili potem zeleni še do naslednjega jutra.

Po vsem tem ni bilo več težko ugotoviti, kako vse skupaj deluje. Nekje globoko pod hribom se vodna žila, ki pelje k izvirom na obali, odcepi od tiste, ki napaja vrulje (Sl.3). Ob povodnji je v žilah tolikšen tlak, da vre iz vseh lukenj čista studenčnica. Ko se ob suši voda skoraj ustavi, pa ni ravnovesja. Težja morska voda vdere skozi žilo vrulje in izpodrine lažjo studenčnico prav do razvodja obeh žil. Tam se potlej meša morje s studenčnico.

Več poletij smo vneto opazovali te izvire. Ne vem, ali je bila to geologija ali zemljepis ali fizika; vsakega nekaj smo se naučili. Všeč nam je bilo, da smo razvozlali uganko jurjevskih vrulj, čeprav je še marsikaj ostalo nerazrešenega. Saj je ob jugoslovanski obali na tisoče izvirov in najbrž na stotine morskih požiralnikov. Kdo ve, kako so med seboj povezani? Nihče tudi ne ve, kam zgineva voda, ki občasno teče v skalno razpoko pri Ičićih blizu Opatije, čeprav je bil ta morski požiralnih v literaturi opisan že pred sto leti.

Drobnih problemov je še in še. Inženir me je nekoč vprašal, koliko vode menim, da izvira iz posamezne vrulje. Ali se ne bi dalo to oceniti iz velikosti kolesa na gladini in iz globine dna? Nisem mu znal odgovoriti in še danes ne znam. Študent fizike, ki začenja z diplomskim delom, pa pravi, da bo to poskusil izračunati. Nemara mu bo uspelo, čeprav naloga ni lahka.

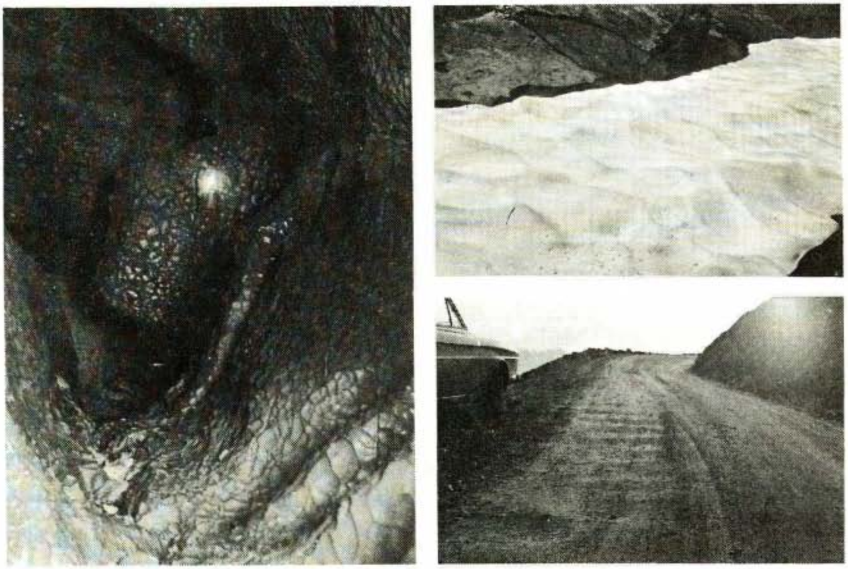
Tudi kadar se voda ne skriva pod zemljo, je njeno gibanje dostikrat zamotano in težko razumljivo. Rad postojim na mostu in se čudim vrtincem v reki, kako se vedno znova porajajo, se zaganjajo sem in tja in zginevajo. Povsod srečuje človek takšno zvrtinčeno gibanje. Bral sem pa, da pojava nihče do konca ne razume, čeprav verjamemo, da je povsem določen z na videz preprostim Newtonovim zakonom $F = ma$.

Dim, ki se vije iz tovarniškega dimnika, in raznovrstne oblike oblakov nas prepričujejo, da tudi gibanje zraka ni nič manj zamotano. Včasih se razločno vidijo posamezni vrtinci, če vzdigujejo sneg v hribih ali mivko v puščavi (Sliki 4).

Kdor je že hodil po Križni jami, se je gotovo ustavil ob stenah, ki jih je zlizala voda. Taka stena ni povsem gladka, ampak je polna plitvih vdolbin, s premerom po nekaj centimetrov. V planinah najdemo poleti na ostankih snežnih plazov čisto podobne vdolbine, le da so deset do dvajsetkrat večje (Slike 5). Značilno je, da se črna nesnaga iz zraka najraje nabira na robovih vdolbin, česar pa ne znam pojasniti.

Polovičarska razlaga za nastanek vdolbin je hitro pri roki. Obakrat imamo opravka s sledovi vrtincev ali pravzaprav z vzajemnim učinkovanjem. Vrtinci ližejo vdolbine in le-te pospešujejo nastanek vrtincev. Ne znamo pa povedati, zakaj so vdolbine na plazu večje kot v jami. Dokler tega ne znamo, se zdi razlaga še na trhlih nogah.

Vodi in zraku se pri klesanju teh vdolbin godi nemara podobno kot kamionu na cesti. Ker se kamion trese, koplje s kolesi luknje v tla, tako da sčasoma zapiše v cesto podobo svojega nihanja. Luknjasta cesta pa le še bolj vzbuja tresenje. Gotovo se cestni



Sl. 5. Vdolbine, ki jih naredijo vodni vrtinci na steni v jami (foto Marjan Richter), zračni vrtinci na ostanku snežnega plazu in avtomobili na cesti.

inženirji s problemom resno ukvarjajo in znajo o njem kaj več povedati. V sodelovanju s fizikom se bo nemara dala hkrati s cestarskim problemom razrešiti še skrivnost vdolbin na snežnem plazu in v Križni jami. V tem je fizika, da prepoznaš podobnost pojavov, ki so na videz čisto različni.

Ni treba dolgo iskati, da najdemo še kak soroden pojav. Pomislimo, kako vrtinci vetra vzdigujejo valove na morju! Saj valovi gotovo pomagajo vzbujati vrtince. Dosti učenih razprav in lepih diferencialnih enačb so o tem ljudje že zapisali. V Sovjetski zvezi so celo zgradili velik laboratorij, v katerem s pihalniki burkajo vodo.

Kar naredita voda v Križni jami z raztapljanjem apnenca in zrak s topljenjem plazu, opravita lahko tudi s premikanjem peščenih zrnc ali snežink. Kdor hodi pod morje, je gotovo že videl v mivki na plitvem dnu nekakšne kodraste valove. Dogaja se, da se takšni kodrčki sčasoma strdijo in da jih pokrijejo druge plasti, tako da so v veselje geologom, ki jih čez milijon let odkrijejo v skladih peščenjaka (Sl.6).

Prav podobne kodre oblikuje veter v puščavski mivki in v svežem snegu. Poleg drobnih kodrov pa najdemo tu tudi večje oblike, namreč v snegu zamete in v puščavi sipine. Zamet se rad naredi ob kaki oviri, kjer zrak zastaja, tako da se snežinke sesedajo. Nastali zamet si sam naredi zavetrje in si s tem omogoča nadaljnjo rast in počasno napredovanje. Vprašanje je le, kako se spočnejo zameti ali sipine na ravnem, kjer ni ovir. Resnejše raziskovanje teh pojavov se je šele začelo.

Nenavadno skupino peščenih sipin najdemo v dolini reke Rio Grande v ZDA. Ravno dno široke doline je čez in čez puščavsko, vendar ga pokriva le tanka plast mivke. Samo v kotu pod hribi se je mivka nagrmadila visoko kot Šmarna gora in več kilometrov na široko (Sl.7). Z vetrom se te sipine le čisto malo selijo sem in tja, ne da bi se mivka razgubila po širni dolini. Ali je temu krivo bližnje sedlo med hribi?

Snežni zamet in puščavska sipina v svoji notranjosti nista povsem enakomerna. Ko vihar obrusi že sprijeti zamet, se v njem pokažejo plasti. Plasti niso enakomerno debele, tako da se vidijo valovite črte, kot če bi jih začrtal otrok, ki še ne zna ri-

8



10

13


Sl. 8. Peščenjak, ki je nastal iz puščavskih sipin.

Sl. 10. Jamice v apnencu ob morski obali.

Sl. 13. Podobne oblike kot v snegu naredi veter tudi iz posušene blatne naplavine v puščavi.

sati vzporednic. Ravno takšne črte najdemo v posebnem peščenjaku, za katerega trdijo geologi, da je nastal iz strjenih puščavskih sipin (Sl.8).

Ko se pogovarjamo o medsebojnem učinkovanju vode ali zraka in trdne podlage, moramo pomisliti še na erozijo, to je na pojave razjedanja zemeljske površine. Na vsakem planinskem izletu se lahko čudimo oblikam, ki jih je v kamen izklesala voda. Škrape, ki jih zliže deževnica v apnenec, so vsakomur znane (Sl.9). Kemik bi najbrž znal povedati, kako hitro se apnenec topi in od česa je to odvisno. Zakaj voda ne liže enakomerno in od česa je odvisna širina škrap, pa s tem še ni pojasnjeno.

Še bolj nenavadne so oblike apnenčevih skal ob morski obali. Včasih je skala skoraj gladka, včasih pa hudo nazobčana. Ponekod sta dež ali morje izdolbla lične jamice, kot da bi kaplje venomer zadevale na ista mesta (Sl.10).

Tudi veter grize, ne samo voda. Zimski viharji v gorah obrusijo strjen sneg v prečudne oblike (Sl.11,12). Podobne umetnije dela veter v puščavi. Zlasti uspešen je s posušenim blatom, ki je kje preostalo od zadnjega deževja (Sl.13).

(Nadaljevanje prihodnjič)

Ivan Kuščer

SLIKE NA 2. IN 3. STRANI OVITKA

Sl. 2. Vrulja (podmorski izvir) v zalivu Na Kolima pri Jurjevu. (Foto Marjan Richter).

Sl. 4a Zračni vrtinec vzdiguje meglo v hribih (Foto Ciril Velkovrh).

Sl. 4b Zračni vrtinec vzdiguje mivko v puščavi.

Sl. 6. Plast peščenjaka kaže nakodrano površino, ki se je v davnih časih oblikovala v mivki na dnu plitvega morja.

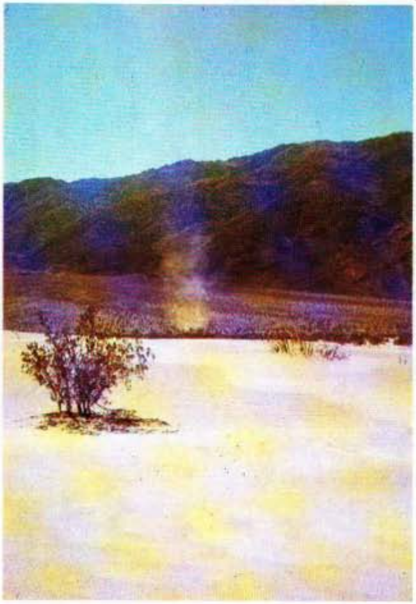
Sl. 7. Velike peščene sipine (Great Sand Dunes) na jugu države Colorado (ZDA).

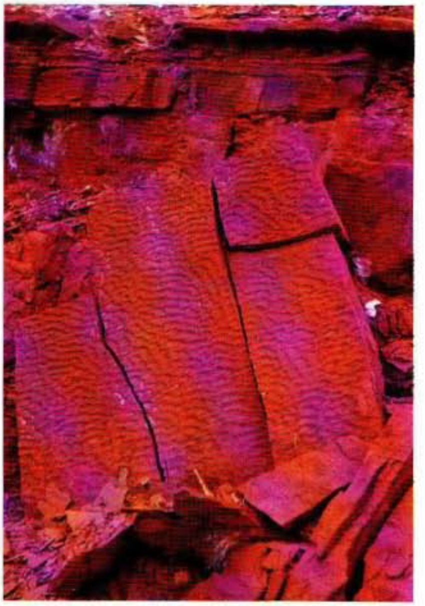
Sl. 9. Škrape ob poti na Krn.

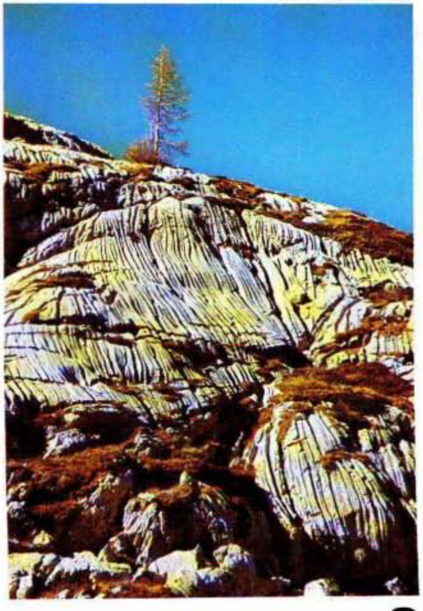
Sl. 11. Od vetra izklesani zameti v gorah.

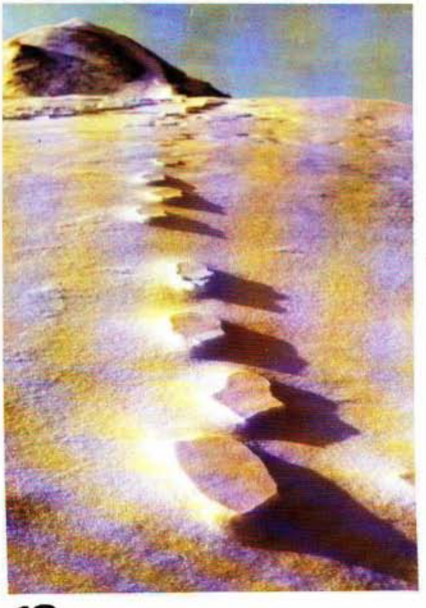
Sl. 12. Na gorskem sedlu je veter odnesel vrhnjo plast snega, razen kjer je bil poprej pohojen.

4B 6









9 12

NOVICE-ZANIMIVOSTI

PLEMLJEVA SPOMINSKA SOBA

1 Bled - v ozadju grad

2 Plemljev dom na Bledu

3 Plemljevo pohištvo

4 Pano z življenjepisom

1

2

3

4