



PRESEK



- PROSTORNINA PRIZMATOIDA
- IZMERIMO HITROSTI VOZIL
- ISKANJE ŠIBKIH NEBESNIH TELES
- INTELIGENTNO PRIPOROČANJE

ISSN 0351-6652



9 770351 665012

Razumevanje prekomerne telesne teže

→ Debelost, ki je bila včasih težava le v t. i. razvitem delu sveta, se širi kot epidemija. Pričakovano jo povzročata predvsem izjemna dostopnost



hrane in njeno prekomerno uživanje. Še vedno je zelo težko ugotoviti natančne mehanizme, ki povzročajo spremembe telesne teže. Ljudi pač ne moremo za več let izolirati v laboratoriju, dolgotrajno spremljanje domačih diet pa je nezanesljivo. Zvezo med vnosom hrane, metabolizmom in spremembo teže lahko dobimo z matematičnimi modelom, ki temelji na sistemih diferencialnih enačb. Rezultati modela, ki so skladni z obstoječimi podatki, razložijo, zakaj je tako težko obdržati težo in zakaj so debeli ljudje bolj nagnjeni k ponovnemu povečanju teže.

Znanstvenike prav tako zanima vprašanje, zakaj se pogosto navkljub dieti hujšanje čez nekaj mesecev ustavi in se teža počasi vrne na izhodiščno. Ena od možnih razlag pravi, da se metabolizem sčasoma prilagodi manjšemu vnosu hrane. Model, ki opisuje vnos hrane in porabo energije, pa pove, da do takšnega učinka pride veliko kasneje in da je ponovno povečanje teže rezultat kombinacije počasnejšega metabolizma in kršitev diete. Ker ima večina ljudi približno stabilno ravnovesno težo, so za spremembo teže potrebne dolgotrajne spremembe. Če vsak dan pojedete za 20 kalorij manj, boste v treh letih shujšali za slab kilogram, pri čemer boste polovico teže izgubili v prvem letu.

Za bolj natančen vpogled si preberite: *Quantification of the effect of energy imbalance on body weight*, Hall et al. Lancet, Vol. 378 (2011), str. 826-837.

XXX

POJASNILO: Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.



Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje letnik 40, šolsko leto 2012/2013, številka 1

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek, Vilko Domajnko, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar, Damjan Kobal, Lucijana Kračun Berc (tekmovanja), Peter Legiša (glavni urednik), Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič (odgovorni urednik), Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj, Matjaž Zaveršnik.

Dopisi in naročnine: DMFA-založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2012/2013 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBAS12X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA-založništvo

Tehnična urednica Tadeja Šekoranja

Oblikovanje in ilustracija Polona Šterk Košir

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 2250 izvodov

© 2012 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1876

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učenec višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželen velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva DMFA-založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

MATEMATIČNI TRENUTKI

- 2** Razumevanje prekomerne teže

MATEMATIKA

- 4-8** Prostornina prizmatoida
(*Nada Razpet*)
- 8-9** Uganke, kakršne najdemo v ameriški
radijski postaji Cartalk
(*Peter Legiša*)

FIZIKA

- 10-12** Izmerimo hitrost vozil
(*Andrej Likar*)
- 12** Razmisli in poskusi
(*Mitja Rosina*)
- 13** Poizkuševalnica v kuhinji –
Obrnjena vodna ura
(*Mojca Čepič in Ana G. Blagotinšek*)
- 14-15** 50. fizikalno tekmovanje
srednješolcev Slovenije
(*Ciril Dominko*)

ASTRONOMIJA

- 18-25** Iskanje šibkih nebesnih teles
(*Bojan Kambič*)

RAČUNALNIŠTVO

- 26-30** Intelligentno priporočanje
(*Damjan Strnad*)

RAZVEDRILO

- 31** Naravoslovna fotografija –
Senca
(*Aleš Mohorič*)
- 16-17** Nagradna križanka
(*Marko Bokalič*)
- 30** Rešitev nagradne križanke Presek 39/6
(*Marko Bokalič*)
- 9,12** Barvni sudoku
- 15,25** Križne vsote

TEKMOVANJA

- priloga** 21. šolsko tekmovanje iz razvedrilne
matematike
- priloga** 21. državno tekmovanje iz razvedrilne
matematike

SLIKA NA NASLOVNICI: 6. junija je nastopil redek nebesni pojav – prehod Venere pred Soncem. Žal je opazovalcem v večini naših krajev ponagajalo vreme. Iz Ljubljane, kjer je bila posneta fotografija na naslovnici, je bil prehod Venere viden le nekaj minut po vzhodu Sonca. Fotografija: Andrej Guštin



Prostornina prizmatoida



NADA RAZPET

→ Stare knjige, mednje sodijo tudi učbeniki, so lahko zelo zanimive. V njih izvemo, kako so včasih ljudje živeli in kaj vse so se učili v šolah. To-krat bomo pogledali v učbenik za geometrijo avtorja Franca Hočevarja iz leta 1889 (napisana je v nemščini). V njem piše tudi, kako izračunamo prostornino prizmatoida.

Prizmatoid je polieder, pri katerem vsa oglišča ležijo na dveh vzporednih ravninah. Bolj natančno bi rekli: prizmatoid je omejen z dvema vzporednima večkotnikoma (osnovni ploskvi O_1 in O_2), stranske ploskve pa so trikotniki, katerih ena stranica je hkrati tudi stranica ene od osnovnih ploskev. Stranska ploskev je lahko tudi trapez. V tem primeru sta njegovi osnovnici tudi stranici osnovnih ploskev prizmatoida. Vsak trapez lahko razdelimo na dva trikotnika, ki imata za osnovnici kar osnovnici trapeza, to pa pomeni, da vedno lahko rečemo, da so stranske ploskve prizmatoida trikotniki.

Nekatere prizmatoidne poznamo pod drugačnim imenom. Ena izmed njih je prisekana piramida. Da bomo lažje razumeli, kako izračunamo prostornino prizmatoida, pogledajmo, kako bi lahko izračunali prostornino prisekane piramide nekoliko drugače.

Najprej izračunajmo ploščino sredinske ploskve. Prisekano piramido podaljšamo tako, da dobimo piramido. Ploščini osnovnih ploskev prisekane piramide sta O_1 in O_2 , sredinske pa O_3 .

Osnovni ploskvi prisekane piramide (n -kotnika) razrežemo na trikotnike. Označimo stranice osnovne ploskve O_1 z $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ in višine na te stranice z $v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1n}$. Na enak način razrežemo ploskev O_2 in označimo ustrezne stranice z $a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}$ ter višine na te stranice z $v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2n}$.

Izračunamo ploščino osnovne ploskve:

$$\blacksquare O_1 = \frac{a_{11}v_{11}}{2} + \frac{a_{12}v_{12}}{2} + \dots + \frac{a_{1n}v_{1n}}{2}.$$

Istoležna oglišča vseh treh ploskev ležijo na isti premici, stranice pa so vzporedne. To pomeni, da so si izrezani istoležni trikotniki na ploskvah podobni.

Torej velja $v_{11} : v_{21} = 1 : k$ in seveda $a_{11} : a_{21} = 1 : k$, podobno pa tudi za vse ostale stranice in višine nanje.

Ploščina enega od izrezanih trikotnikov na ploskvi O_2 je

$$\blacksquare p_{21} = \frac{a_{21}v_{21}}{2} = \frac{ka_{11}kv_{21}}{2} = \frac{k^2a_{11}v_{11}}{2}.$$

Ploščina ploskve O_2 je potem

$$\blacksquare O_2 = \frac{k^2a_{11}v_{11}}{2} + \frac{k^2a_{12}v_{12}}{2} + \dots + \frac{k^2a_{1n}v_{1n}}{2} = k^2O_1.$$

Iz tega sledi, da je

$$\blacksquare O_1 : O_2 = 1 : k^2.$$

Višini piramid sta v razmerju $1 : k$. Razmerje ploščin osnovnih ploskev je enako kvadratu razmerij ustreznih višin.

Torej za naš primer (slika 1) velja:

$$\blacksquare \sqrt{O_1} : \sqrt{O_2} = (v + x) : x$$

$$\sqrt{O_1} : \sqrt{O_3} = (v + x) : \left(\frac{v}{2} + x\right).$$

Pri tem je v višina prisekane piramide, x pa *dopolnilna* višina.

Iz prve enačbe izračunamo x . Da bo izračun hitrejši, poiščemo še izraza $(v + x)$ in $(v/2 + x)$. Dobimo

$$\blacksquare x = \frac{v\sqrt{O_2}}{\sqrt{O_1} - \sqrt{O_2}} \quad v + x = \frac{v\sqrt{O_1}}{\sqrt{O_1} - \sqrt{O_2}}$$

$$\frac{v}{2} + x = \frac{v(\sqrt{O_1} + \sqrt{O_2})}{2(\sqrt{O_1} - \sqrt{O_2})}$$

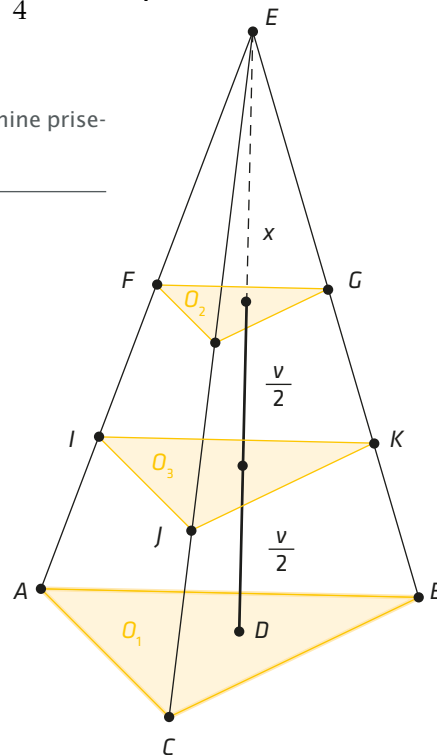
Izrazimo $\sqrt{O_3}$:

$$\blacksquare \sqrt{O_3} = \frac{(\frac{v}{2} + x)\sqrt{O_1}}{v + x} = \frac{\sqrt{O_1} + \sqrt{O_2}}{2}$$

$$O_3 = \frac{O_1 + O_2 + 2\sqrt{O_1O_2}}{4}.$$

SLIKA 1.

Računanje prostornine prisekane piramide



V obrazcu za izračun prostornine prisekane piramide izrazimo $\sqrt{O_1O_2}$ z O_3 in dobimo

$$\blacksquare V = \frac{v}{3}(O_1 + O_2 + \sqrt{O_1O_2}) =$$

$$\frac{v}{3}\left(O_1 + O_2 + \frac{4O_3 - O_1 - O_2}{2}\right) =$$

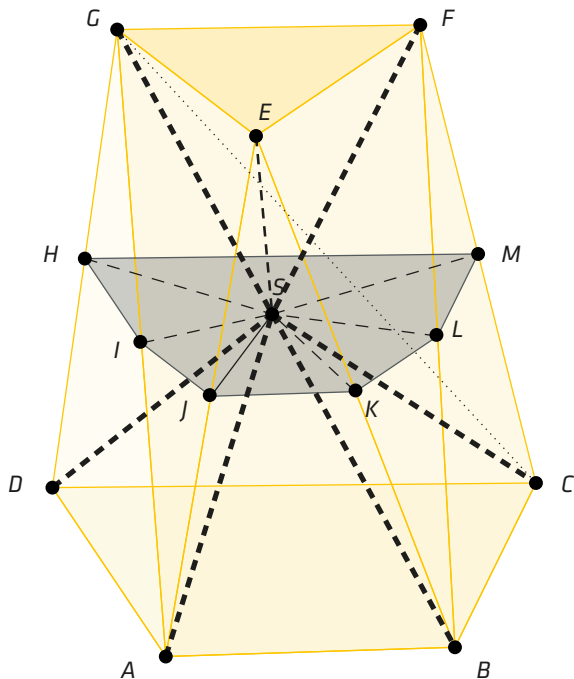
$$\frac{v}{3}\left(\frac{O_1 + O_2}{2} + 2O_3\right).$$

Ker nismo posebej zahtevali, kakšna naj bo osnovna ploskev prisekane piramide, velja ta obrazec za vse prisekane piramide. Prostornino prisekanih piramid torej znamo izračunati, če poznamo ploščine osnovnih in sredinske ploskve ter razdaljo med osnovnima ploskvama.

Kaj pa poljuben prizmatoid?

Naj bosta zdaj osnovni ploskvi različna mnogokotnika, kot kaže slika 2.

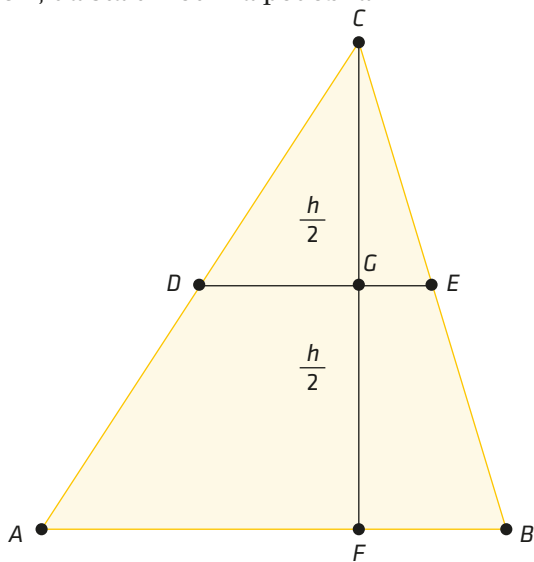
Račun prostornine zahteva nekaj priprav. Trikotniku ABC narišemo višino FC in skozi njeno razpolovišče potegnemo vzporednico k osnovnici (slika 3). Dobimo daljico DE . Trikotnik ABC je podoben trikotniku DEC . Zakaj? Ker sta osnovnici vzporedni, drugi dve stranici pa ležita na skupnih premicah, so



SLIKA 2.

Prizmatoid z osnovnima ploskvama $ABCD$ in EFG ter sredinsko ploskvijo $IJKLMH$

koti ob osnovnici v obeh trikotnikov skladni. To pa že pomeni, da sta trikotnika podobna.



SLIKA 3.

Trikotnik prerežemo z vzporednico k osnovnici skozi razpolovišče višine.

Pokažimo še, da je $|AB| = 2 \cdot |DE|$. Iz podobnih trikotnikov sledi

$$\triangle ABC \sim \triangle DEC \quad |AB| : h = |DE| : \frac{h}{2}$$

$$|AB| = 2 \cdot |DE|.$$

Kaj pa to pomeni za razmerje ploščin obeh delov? Označimo s p_o ploščino osnovnega trikotnika, s p_1 pa ploščino manjšega trikotnika.

Potem očitno veljajo relacije:

$$p_o = \frac{|AB| \cdot h}{2} \quad p_1 = \frac{|DE| \cdot h}{4} = \frac{|AB| \cdot h}{8}$$

$$p_o : p_1 = 4 : 1.$$

Potrebovali bomo še prostornino piramide

$$V = \frac{p h}{3},$$

kjer je p ploščina osnovne ploskve, h pa višina piramide. Če sta ploščini osnovnih ploskev piramid, ki imata enaki višini, v razmerju 4 : 1, potem za prostornini piramid velja:

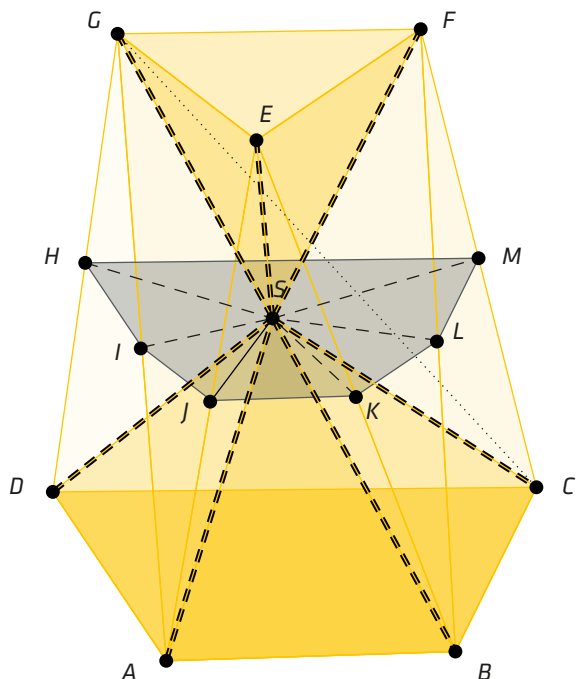
$$V_o = \frac{p_o h}{3} \quad V_1 = \frac{p_1 h}{3} = \frac{p_o h}{3 \cdot 4} \quad V_o : V_1 = 4 : 1.$$

Torej v enakem razmerju, kot sta ploščini osnovnih ploskev, seveda le, če sta višini obeh piramid enaki.

Zdaj je čas, da izračunamo prostornino posebnega prizmatoida. Spodnja osnovna ploskev je O_1 (na sliki 4 štirikotnik $ABCD$), zgornja ploskev, ki je z O_1 vzporedna, pa O_2 (na sliki trikotnik EFG). Prizmatoid ima višino h , to je razdalja med ploskvama O_1 in O_2 . Prizmatoid razrežimo po sredini višine z ravnino, ki je vzporedna z osnovnima ploskvama. Na sredinski ploskvi izberemo točko S kjerkoli na ploskvi. Ker znamo izračunati prostornino piramide, prizmatoid razrežemo na piramide, ki imajo vse vrh v točki S .

Dve taki piramidi hitro najdemo. To sta tisti, ki imata za osnovni ploski O_1 in O_2 (štirikotnik oziroma trikotnik). Zapišimo ju tako, da najprej zapišemo oglišča osnovne ploskve, na zadnjem mestu pa vrh piramide. Torej: $ABCD S$ in $EFG S$. Višini obeh piramid sta $h/2$. V splošnem $O_1 S$ in $O_2 S$.

S piramidami, ki imajo za osnovne ploskve stranske ploskve prizmatoida, pa je več dela (slika 5). Najprej jih zapišimo: $AGDS$, $AEFS$, $ABES$, $BFES$, $BCFS$, $DCFS$. Za lažje računanje je najbolje, da izberemo



SLIKA 4.

Piramidi, ki imata za osnovni ploskvi kar osnovni ploskvi prizmatoida, vrh obeh piramid je v točki S.

piramide tako, da imajo vse za osnovno ploskev trikotnik. Zadnje zapisana piramida ima za osnovno ploskev štirikotnik, ki pa ga razrežemo na dva trikotnika (označeno s pikčasto črto.) Sredinska ravnina razpolovi stranice stranskih ploskev in s tem razdeli stranske trikotnike na dva dela. Ugotovili smo, da je ploščina manjšega trikotnika četrtina ploščine celotnega trikotnika in da sta prostornini piramid v razmerju 1 : 4.

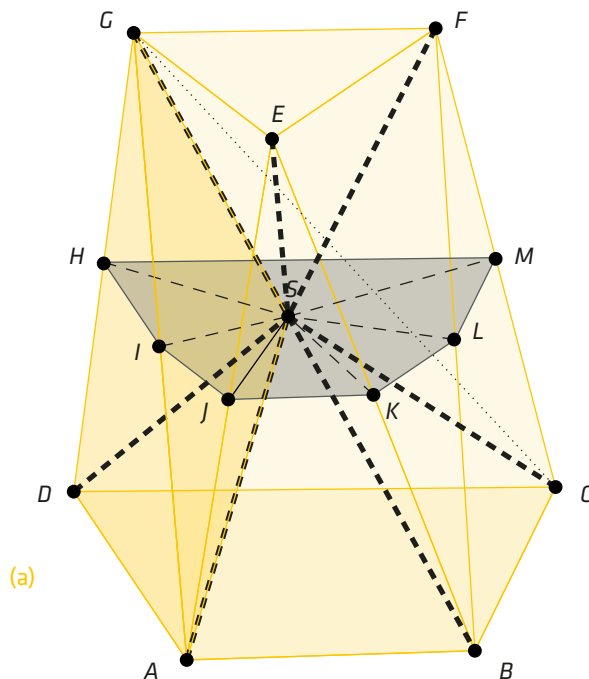
Zapišimo le dve taki razmerji:

$$\blacksquare p_{AGD} : p_{HIG} = 4 : 1 \quad V_{AGDS} : V_{HIGS} = 4 : 1$$

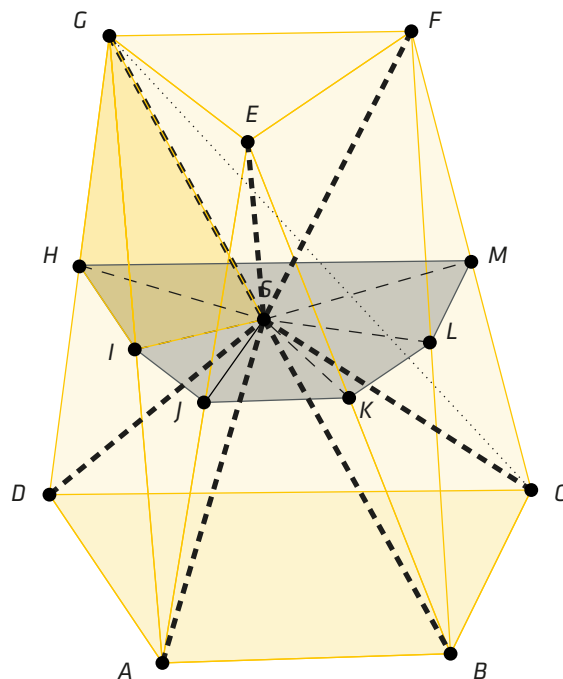
$$\blacksquare p_{AEG} : p_{AJI} = 4 : 1 \quad V_{AEGS} : V_{AJIS} = 4 : 1$$

Piramida *HIGS* je zapisana tako, da je njena osnovna ploskev *HIG*. Ampak prostornina se ne spremeni, če za osnovno ploskev izberemo tisto ploskev, ki leži v sredinski ploskvi *HIJKLM*, torej tako, da ima osnovno ploskev *HIS*. V tem primeru poznamo višino piramide, saj je kar $h/2$. Vse piramide zapišimo na tak način zato, da bodo imele vse enake višine.

Zopet zapišimo le nekaj prostornin *stranskih* piramid:



(a)



(b)

SLIKA 5.

Ena od piramid (*AGDS*), ki imajo za osnovno ploskev stransko ploskev prizmatoida in vrh v točki S (a). Osnovno ploskev piramide razrežemo z vzporednico k osnovnici skozi razpolovišče višine. Prostornina piramide *HIGS* je $1/4$ prostornine piramide *AGDS*. Prostornina te piramide se ne spremeni, če vzamemo za osnovno ploskev trikotnik *HSI*, ki leži v sredinski ploskvi. Višina te piramide je $h/2$ (b).

$$\rightarrow \begin{aligned} \blacksquare V_{AGDS} &= 4 \cdot V_{HIGS} = 4 \cdot p_{HIS} \cdot \frac{h}{6} = p_{HIS} \cdot \frac{2}{3} \\ \blacksquare V_{AEGS} &= 4 \cdot V_{AJIS} = 4 \cdot p_{IJS} \cdot \frac{h}{6} = p_{IJS} \cdot \frac{2}{3} \\ \blacksquare V_{ABES} &= 4 \cdot V_{JKES} = 4 \cdot p_{JKS} \cdot \frac{h}{6} = p_{JKS} \cdot \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Vsota prostornin vseh piramid je prostornina prizmatoida:

$$\begin{aligned} \blacksquare V &= (p_{EFG} + p_{ABCD}) \cdot \frac{h}{6} + \\ &\quad (p_{HIS} + p_{IJS} + p_{JKS} + p_{KLS} + p_{LMS} + p_{MHS}) \cdot \frac{2h}{3} \\ \blacksquare V &= (p_{EFG} + p_{ABCD}) \cdot \frac{h}{6} + p_{HIJKLMH} \cdot \frac{2h}{3}. \end{aligned}$$

Opazili smo, da je vsota ploščin v drugem oklepaju ravno ploščina *sredinskega* večkotnika *HIJKLM*.

Označimo ploščino osnovnih ploskev z O_1 in O_2 in višino z v , tako kot smo tega navajeni pri presekanih piramidah ali stožcih. Ploščina sredinske ploskve naj bo O_3 .

Prostornina prizmatoida je potem

$$\blacksquare V = \frac{v}{3} \left(\frac{O_1 + O_2}{2} + 2O_3 \right).$$

Torej je obrazec enak tistemu, ki smo ga dobili pri presekanju piramidi.

Vprašajmo se še, če velja obrazec splošno, torej za prizmatoide, ki imajo drugačne osnovne ploskve. Iz računa je razvidno, da bi imeli potem več stranskih piramid, ki bi imele za osnovne ploskve trikotnik, ki bi bili del sredinskega lika in višino $h/2$. Vsota ploščin vseh osnovnih trikotnikov pa bi bila potem tudi enaka ploščini sredinskega lika. Torej velja obrazec za prostornino za poljubne prizmatoide.

× × ×

www.presek.si

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

Uganke, kakršne najdemo v ameriški radijski oddaji Cartalk



PETER LEGIŠA

→ Kadar se ob sobotah popoldne želim razvedriti, na satelitu Hotbird 7A poiščem program NPR in poslušam enourno oddajo Cartalk. (Najdete jo tudi na WRN, World Radio Network, vsak teden pa je na voljo tudi posnetek v obliki MP3 datoteke na internetu.)

Oddajo vodita brata Tom in Ray Magliozzi, diplomanta elitne univerze MIT, sicer pa avtomehanika z delavnico v mestu Cambridge, sedežu univerz Harvard in MIT. Starejši brat ima doktorat iz marketinga in je bil nekaj časa univerzitetni profesor, potem pa se je vrnil k svoji stari ljubezni – popravljanju in restavriranju avtomobilov. Voditelja v živo svetujeta poslušalcem, ki imajo težave s svojimi avtomobili, posredujejo pa tudi v družinskih sporih, povezanih s tem prevoznim sredstvom. Ker sta rojena komika, veselega značaja, razgledana in se očitno zelo dobro spoznata na avte, je oddaji, ki ima več milijonov poslušalcev, skoraj vedno vredno prisluhniti. V ZDA „ni zastonskega kosila“, zato morajo tisti, ki kličejo v oddajo, računati z možnostjo, da bodo slišali kaj pikrega na svoj račun, večkrat tudi upravičeno (recimo zaradi odlaganja nujnih popravil). Verjetno boste šokirani ob tem, kar si brata privoščita v razgovorih s poslušalci. Svoboda govora, ki jo zagotavlja ameriška ustava, je res mišljena v najširšem pomenu besede! Vendar se voditelja ves čas neusmiljeno norčujeta tudi iz sebe in drug iz drugega. Kljub svobodi

govora pa je NPR družinski radio in v skladu s puritansko tradicijo na njem grde besede, kletvice in podobno niso dovoljene – pri zelo zelo redkih nediscipliniranih govornikih jih izbrišejo in nadomestijo s piskom. Seveda vsakemu hitro postane jasno, da ima v oddaji Cartalk opravlja z bistrima in dobronamernima voditeljema, ki pa si sem ter tja privoščita nekaj grobega moškega humorja. In to kljub temu, da ima starejši od obeh voditeljev skoraj petinsedemdeset let, mlajši pa več kot šestdeset. Včasih, ko sama ne vesta odgovora, v naslednji oddaji celo pokličeta na pomoč kakega predavatelja fizike ali kemije z univerze Harvard.

Skoraj v vsaki oddaji – izjema je čas počitnic – je zastavljena tudi uganka, ki je pogosto matematičnega značaja. Med pravnimi odgovori v naslednji oddaji izžrebajo nagrado v obliki kupona za 26 USD. Uganke navadno pošljejo poslušalci. Voditelj se večkrat le pohvali, da je uganko zameglil, da bi jo bilo težje rešiti. Nekatere od teh ugank so enostavne, druge zahtevajo precej iznajdljivosti. Oglejmo si nekaj primerov. (Več jih najdete na svetovnem spletu, če v iskalnik vtipkate *Cartalk puzzler*.) Besedila sem tudi sam priredil in pri prvih dveh nalogah spremenil podatke, zadnji dve nalogi pa sta približno taki kot v originalu.

■ Janez in Tončka se peljeta iz Postojne v kraj F v Prekmurju in nazaj. Prvih 70 kilometrov vozi Janez, nato prevzame volan Tončka in pelje do F. Nazaj v Postojno vozi najprej Janez, zadnjih 90 kilometrov pa Tončka. Koliko kilometrov več od Janeza je prevozila Tončka?

■ Imamo sedem stolpcev žetonov. Vsak stolpec vsebuje 70 žetonov. Pravi žetoni tehtajo 10 g, ponarejeni 11 g. Vsak stolpec je sestavljen bodisi iz samih pravih bodisi iz samih ponarejenih žetonov. Imamo tehtnico, ki stehta do 1500 g, natančnost je 0,1 g. Ali lahko s samo enim tehtanjem določimo, kateri stolpci so sestavljeni iz ponarejenih žetonov?

■ Imamo n oštevilčenih svetilk s poteznim stikalom. Najprej potegnemo (in s tem prižgemo) vse svetilke. Nato potegnemo vsako drugo svetilko in s tem ugasnemo svetilke 2, 4, 6, 8, ... Nato potegnemo vsako tretjo svetilko. Tako ugasnemo svetilko 3 in ponovno prižgemo svetilko 6 ... Nato potegnemo vsako četrto svetilko, pa peto, šesto. V zadnjem koraku po-

tegnemo le n -to svetilko. Katere svetilke bodo na koncu svetile?

Za odgovor lahko najprej poskusite to narediti za majhen n . Za popoln odgovor pa je potrebno poznati osnovno načelo kombinatorike.

■ Imamo urno številčnico. Z dvema premicama razrežite številčnico na dele tako, da bo vsota števil v vseh dobljenih delih enaka.

V naslednji številki Preseka bodo objavljene rešitve teh ugank in nekaj novih nalog.

xxx

Barvni sudoku

↓↓↓

→ V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

	7				1		4
1							
		7	2				1
5		6			3		
8					5	1	
				2			
2		4					
			1		6	2	

xxx



Izmerimo hitrosti vozil



ANDREJ LIKAR

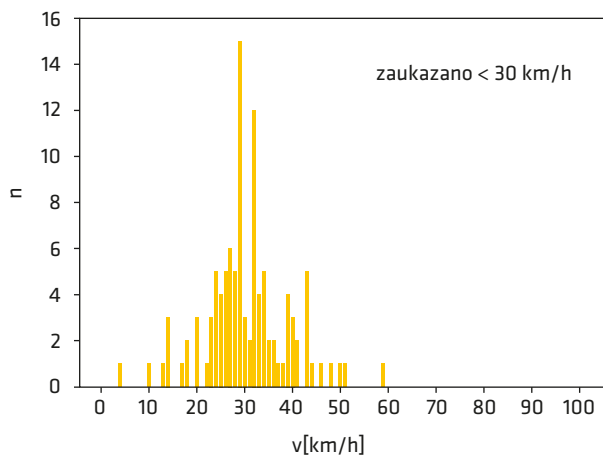
→ Stanujem v ozki uličici znotraj cone 30 km/h. To pomeni, da tu vozila ne bi smela voziti hitreje kot 30 km/h. Zaradi ozkosti ceste in dveh nepreglednih ovinkov, ki sledita na obeh straneh vhoda na naše dvorišče, bi pričakovali, da bodo tu vozila počasna tudi brez prepovedi. A izkušnje kažejo, da nekateri vozniki prehitro in kar na pamet vozijo v ovinke, kjer je srečanje z nasproti vozečim vozilom tvegano in terja veliko pozornosti tudi pri nizki hitrosti. Verjetno se zanašajo na obzirnost in previdnost ostalih voznikov. Ker moram na to cesto tudi sam bodisi z avtom, kolesom ali peš, mi takole divjanje ni niti malo zabavno, saj uličica nima pločnikov, zaradi nepreglednih ovinkov pa je izvoz avta z dvorišča precej tvegano početje. Ker na našem koncu kakega prometnega radarja nikoli še videli nismo, me je zanimalo, kako hitro v resnici peljejo vozila mimo našega vhoda, bolje rečeno, kakšna je tu porazdelitev vozil po njihovih hitrostih.

Seveda si kakšne zapletene naprave na odboj žarkov od vozila za tako ljubiteljsko merjenje ni mogoče privoščiti. Merili bomo torej na osnovi definicije hitrosti:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

Tu je Δs pot, ki jo opravi vozilo v času Δt . Na ceto torej narišemo dve vzporedni črti, ki določata Δs (v našem primeru je bilo to 5 m) in merimo čas, ki ga potrebuje vozilo, da se premakne od ene črte do druge. Čas bomo merili s štoparico, a ne z ročno, kjer bi morali čase odbirati in jih vpisovati v razpredelnico, temveč si bomo štoparico sprogramirali na prenosniku. Vsak prenosnik ima namreč natančno uro, kjer je mogoče odbirati ne le ur, minut in sekund, temveč tudi stotinke sekunde. Ob pritisku na tipko (izbrali smo tipko za presledek) si računalnik zapomni čas. Ko pritisnemo tipko drugič, nam oba shranjena časa povesta Δt , računalnik pa potem brž izračuna hitrost in jo spravi v spomin v obliki *spektra*.

S spektrom najpregledneje predstavimo izide meritve. V našem primeru razporedimo izmerke v predalčke, široke 1 km/h. Če izmerimo, da je hitrost nekega vozila 35,2 km/h, potem v predalčku, ki zajema izmerke med 35 km/h in 36 km/h, povečamo število izmerkov za ena. Nekaj predalčkov seveda ostane praznih, v nekaterih pa se nabere kar nekaj izmerkov. Naše meritve so predstavljene na sliki 1. Vidimo, da kar precej vozil preseže zapovedano hitrost, rekorder kar skoraj za dvakrat.

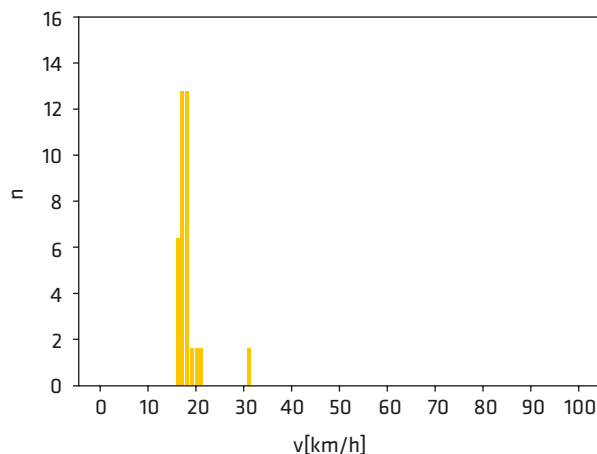


SLIKA 1.

Porazdelitev hitrosti vozil, ki so vozila mimo našega vhoda na dvorišče v obdobju ene ure.

Da bi preverili delovanje merilnika, smo merili hitrost kolesarja. Ta je poskrbel, da je mimo nas peljal s hitrostjo 18 km/h (5 m/s), kar pomeni, da bi

izmerjeni čas Δt moral biti 1 s. Izmerki, vnešeni v spekter, so predstavljeni na sliki 2. Vidimo, da je zanesljivost merilnika kar dobra, saj izmerimo hitrost na kakih 5 % natančno. Nekaj začetnih izmerkov nad 20 km/h je pripisati „ogrevanju“ kolesarja. To je v primeri z dragimi policijskimi radarji, kjer navajajo podobno napako, za tako poceni merilnik zelo dobro. Ker smo prenosnik kupili še za vse kaj drugega, v stroške merilnika ne smemo šteti njegove cene. Pri večjih hitrostih je relativna napaka nekoliko večja, saj je težje oceniti trenutke prehoda preko označb.

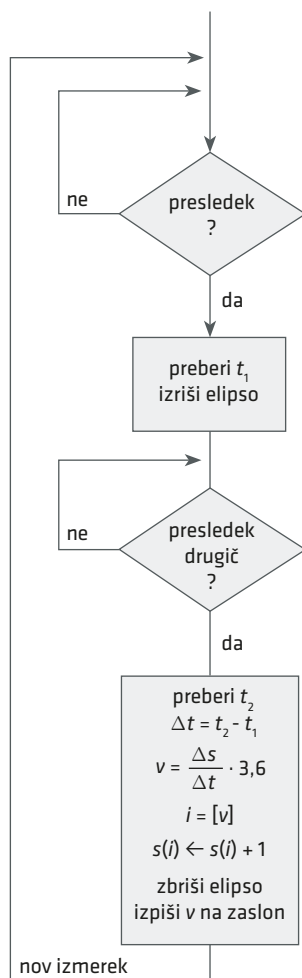


SLIKA 2.

Izmerki hitrosti kolesarja, ki se je trudil mimo vhoda peljati s hitrostjo 18 km/h, v enem primeru pa s hitrostjo 30 km/h. Iz spektra je razvidno, da je negotovost izmerkov kakih 5 %.

Oglejmo si še zasnovo programa, s katerim smo spremenili prenosnik v merilnik hitrosti. Potek je prikazan na sliki 3. Program se vrti v kratki zanki, kjer čaka na prvi pritisk tipke za presledek. Ko se ta zgodi, program shrani čas, ki ga v tem hipu kaže sistemski ura.

Na zaslonu program izriše veliko elipso, da vemo, da smo sredi meritve hitrosti. Potem se spet vrti v naslednji kratki zanki, kjer čaka na naslednji pritisk tipke. To se navadno zgodi po kakšni sekundi ali manj. Takrat program še enkrat shrani čas, določi Δt in izračuna hitrost $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ v km/h. Rezultat nato prikaže na zaslonu z dovolj velikim izpisom in shrani v spekter tako, da v nizu *spekter(i)* na mestu i , ki je celi del izmerjene hitrosti v (v navedenem primeru, kjer je izmerjena hitrost $v = 35,2$ km/h, je $i = 35$),



SLIKA 3.

Potek programa, s katerim merimo hitrost in razvrščamo vozila po hitrostih.

povečamo vsebino za 1, torej

$$\blacksquare s(i) \leftarrow s(i) + 1. \quad (2)$$

Nato program čaka na naslednjo meritev. Izhod iz programa sprožimo s pritiskom na tipko x . Takrat program izpiše nabrani spekter, da ga lahko grafično predstavimo s kakšnim primernim programom za risanje diagramov. Naš program je seveda napisan v programskem jeziku Fortran, a mlajši bralci, ki zanj še niso slišali, bodo posegli po jeziku, ki so mu kos. Pa uspešen lov na rekorde cestnih dirkačev!

XXX

Razmisli in poskusi



MITJA ROSINA



49. Slapovi in tolmuni.

Ali si kdaj pomislil, koliko segreje slap ali brzica tolmun, v katerega pada? Oцени, za koliko se poveča temperatura vode pri padcu 100 metrov. Pri tem zanemari, da se znaten del potencialne energije porabi za erozijo tal. Potemtakem dobiš pač zgornjo oceno. Ali je rezultat vzpodbuden?

Kaj pa sončna toplota? Izkušnjo imam, da se Iška v mojih priljubljenih tolmunih v vročem poletju segreje od 16 do 19 stopinj (od jutra do popoldneva). Opazuj še ti in oceni pretok, povprečno širino in hitrost Iške. Kolikšen del sončnega energijskega toka 1 kW se izkoristi za ogrevanje vode? Groba ocena podatkov je morda pretok 0,2 m³/s, širina 2 metra in hitrost 1 m/s. Preveri!

XXX



REŠITEV BARVNI SUDOKU

S STRANI 9

3	7	2	6	8	1	5	4
1	4	8	5	3	2	7	6
4	3	7	2	5	8	6	1
5	1	6	8	7	3	4	2
8	2	3	4	6	5	1	7
6	5	1	7	2	4	3	8
2	6	4	3	1	7	8	5
7	8	5	1	4	6	2	3

Obrnjena vodna ura



MOJCA ČEPIČ IN ANA G. BLAGOTINŠEK

→ Peščene ure, ki merijo čas, potreben za kuhanje jajca, verjetno vsi poznate. Ko damo kuhati jajce, obrnemo peščeno uro, pesek začne teči iz gornjega v spodnji del posode (slika 1), in ko se pretoči do kraja, je jajce mehko kuhano.

V trgovinah z „znanstvenimi“ igračami lahko kupite tudi uro, kjer proces poteka v obratni smeri. Ura, ki je oblikovana podobno kot običajna peščena ura, je napolnjena s tekočino, običajno kar vodo. V njej so drobne plastične kroglice, ki imajo manjšo gostoto kot voda in se zato naberejo v zgornjem delu posode. Ko uro obrnemo, „tečejo“ kroglice navzgor (slika 1).

Poskusimo izdelati takšno „uro“, ki bo vsebovala golj tekočine z različnimi gostotami.

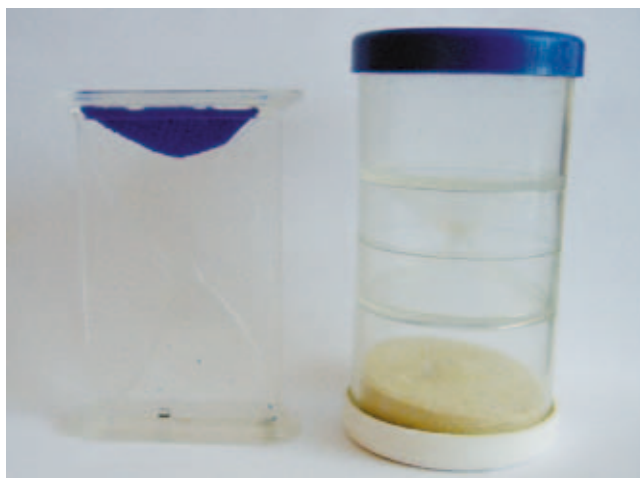
Potrebščine (slika 2):

- dve čisti plastenki s prostornino 2-3 decilitra, lahko tudi pol litra,
- vodoodporni lepilni trak,
- kapljica črnila, voda in olje.

Uro izdelajmo nad kuhinjskim lijakom, da bo lažje počistiti, če se kaj polije. Verjetno boste potrebovali tudi pomočnika, ker gre z dvema paroma rok lažje.

Eno plastenko napolnimo do vrha z oljem, drugo z vodo, obarvano z nekaj kapljicami črnila. Plastenko z oljem hitro poveznimo na odprto plastenko z vodo in z lepilnim trakom zalepimo obe steklenici skupaj, da tekočini ne iztekata. Opazujmo, kaj se dogaja. Izmerimo časovno enoto, ki jo meri takšna ura. Postavimo uro v hladilnik za uro ali dve in ponovno izmerimo časovno enoto. Se je spremenila?

Včasih ura zaradi površinske napetosti noče delo-



SLIKA 1.

Navadna peščena ura in „tekoče peščena obrnjena“ ura.



SLIKA 2.

Potrebščine za izdelavo „obrnjene tekočinske ure“.

vati. Površinsko napetost vode lahko zmanjšamo s katerimi koli dodatki: kapljico alkohola, malo soli, zelo zelo majhen „drobec“ detergenta... Z detergentom bodimo pazljivi, ker lahko začneta voda in olje tvoriti emulzijo in poskus počasi propade.

× × ×

50. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije



CIRIL DOMINKO

→ Kot je razvidno iz naslova, je imelo letos tekmovanje srednješolcev iz fizike častitljiv jubilej. Tekmovanje se je sicer začelo že leta 1951, a je kasneje prišlo do manjših prekinitev. Neprekinjeno mladi navdušenci v znanju fizike tekmujejo od leta 1964.

Regijsko tekmovanje poteka v treh tekmovalnih skupinah – I, II in III, ki se razlikujejo po snovi, in v osmih regijah. Letošnje je bilo izvedeno 23. marca 2012 istočasno na naslednjih srednjih šolah v posameznih regijah: Šolski center Slovenske Konjice-Zreče, Gimnazija Slovenske Konjice; Šolski center Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija; Gimnazija Kranj; Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Gimnazija Litija; II. gimnazija Maribor; Srednja tehniška šola Koper in Srednja šola Vena Pilon, Ajdovščina. Na tekmovanju je sodelovalo 876 dijakov iz 60-ih srednjih šol. Izdelke je ocenjevalo osem regijskih komisij, v katerih je sodelovalo 81 učiteljev fizike iz sodelujočih šol. Na tekmovanju je bilo podeljenih 297 bronastih priznanj. Komisije iz posameznih regij so predlagale skupno 129 tekmovalcev za državno tekmovanje.

Državno tekmovanje je bilo 14. aprila 2012 v Šolskem centru Velenje, Gimnazija. Tekmovanja se je izmed predlaganih z regijskega tekmovanja udeležilo 127 tekmovalcev iz 41-ih srednjih šol. Tekmovanje je izvedla tekmovalna komisija DMFA Slovenije, stroške tekmovanja pa so krili *Društvo, Ministrstvo za izobraževanje, znanost, kulturo in šport* ter soor-

ganizator državnega tekmovanja – *Šolski center Velenje, Gimnazija*. Pri izvedbi tekmovanja in ocenitvi izdelkov so sodelovali študentje, sodelavci Fakultete za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko, sodelavci Pedagoške fakultete v Ljubljani in sodelavci Inštituta Jožefa Stefana. Na tekmovanju je komisija razglasila pet prvih nagrad, 11 drugih in sedem tretjih. Zlato priznanje je prejelo 23 tekmovalcev. Svečana podelitev nagrad je bila 17. maja 2012 na prireditvi v Koloseju v Ljubljani.

Podeljene nagrade in zlata priznanja:

I. SKUPINA

I. nagrada in zlato priznanje

- ŽIGA NOSAN, Gimnazija Ledina, Ljubljana
- MIHA RIHTARŠIČ, Gimnazija Škofja Loka

II. nagrada in zlato priznanje

- PRIMOŽ KOČEVAR, Šolski center Novo mesto, SEŠTG
- JUAN GABRIEL KOSTELEČ, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- ALJOŠA KRSTIČ, II. gimnazija Maribor
- MIHA PODKRAJŠEK, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija

III. nagrada in zlato priznanje

- ANA FLACK, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- FILIP KOPRIVEC, Gimnazija Vič, Ljubljana
- GAŠPER MURN, Šolski center Novo mesto, SEŠTG

II. SKUPINA

I. nagrada in zlato priznanje

- ŽIGA KRAJNIK, Gimnazija Škofja Loka
- MIHAEL BABNIK, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija

II. nagrada in zlato priznanje

- DAVID JEREB, Tehniški šolski center Nova Gorica, TGZŠ
- ŽAN KLANEČEK, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer
- NEJC ČEPLAK, II. gimnazija Maribor

III. nagrada in zlato priznanje

- VESNA MARIJA VAN MIDDEN, Srednja šola Josipa Jurčiča Ivančna Gorica
- JAKA KRIŽ, Srednja šola Črnomelj

III. SKUPINA

I. nagrada in zlato priznanje

- DOMEN IPAVEC, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija

II. nagrada in zlato priznanje

- JURIJ TRATAR, Srednja šola Josipa Jurčiča Ivančna Gorica
- MIHA ZGUBIČ, II. gimnazija Maribor
- JAN ŠUNTAJS, Gimnazija Bežigrad, Mednarodna šola
- JAN ROZMAN, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija

III. nagrada in zlato priznanje

- MICHEL ADAMIČ, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- MATEVŽ MARINČIČ, Srednja šola Josipa Jurčiča Ivančna Gorica

Izbirno tekmovalanje za olimpijsko ekipo je bilo 4. maja 2012 na Fakulteti za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Povabljenih je bilo deset najboljših tekmovalcev iz III. tekmovalne skupine. Na 43. mednarodno fizikalno olimpijado, ki je potekala od 15. do 24. julija 2012 v Talinu in Tartuju v Estoniji, so se uvrstili: Domen Ipavec in Jan Šuntajs z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana ter Jurij Tratar in Matevž Marinčič s Srednje šole Josipa Jurčiča v Ivančni Gorici. Na olimpijado se je uvrstil tudi Veno Mramor, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija, ki pa se je odločil, da bo nastopil na matematični olimpijadi. Tako se je namesto njega uvrstil še Miha Zgubič, II. gimnazija Maribor.

× × ×

www.presek.si

www.dmfa.si

× × ×

Križne vsote

↓ ↓ ↓

→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9, tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratu na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse številke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

	16	24		21	14
12			11		
15			16		
			12		
	6				5
	18				
7					
12			9		

× × ×

↓ ↓ ↓

POPRAVEK IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE PRESEKA

→ V prejšnji številki je prišlo do neljube napake. V pripevku Andreja Likarja „Kako razložiti relativnost?“ v delu besedila na 13. strani manjka vrstica besedila. Namesto „...prostih odgovorov ni bilo več, vse se je začelo preveč zapletati.“ bi moralo pisati: „Bogdanu je zadeva počasi začela presedati. Preprostih odgovorov ni bilo več, vse se je začelo preveč zapletati.“ Bralcem in avtorju se za spodrsrljaj opravičujemo.

× × ×

A 3D diagram of a hexagonal frustum. The top face is a yellow hexagon. The side faces are colored: the front face is brown, the right face is red, and the left face is a lighter brown. The bottom face is not visible. The frustum is shown from a perspective view.

[illegible]

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poštnina je že plačana) do **15. oktobra 2012**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo za nagrado prejeli **Presekov paket**.



Iskanje šibkih nebesnih teles



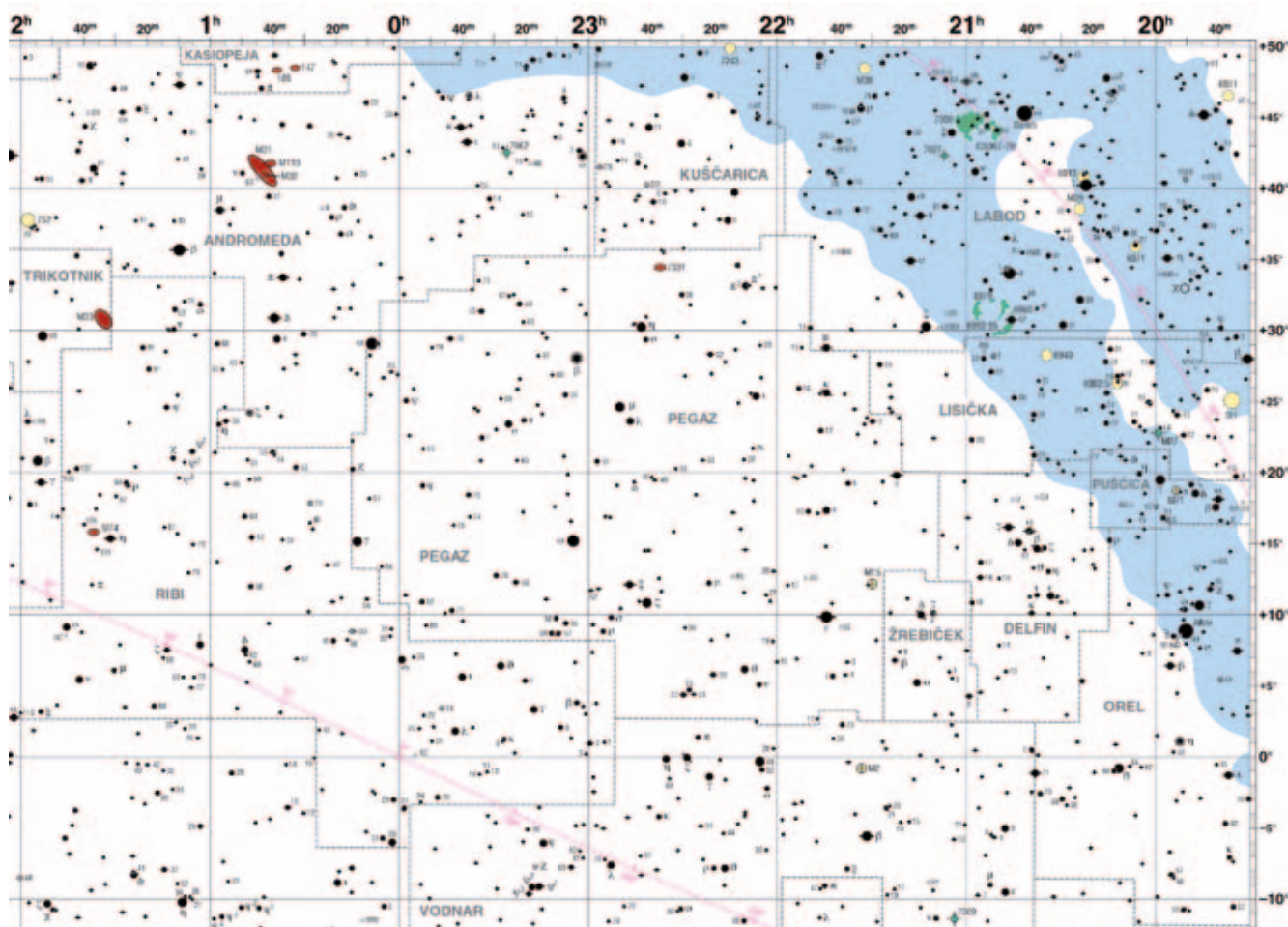
BOJAN KAMBIČ

→ Veliko je ljudi, ki so jih čudovite fotografije vesoljskih teles v kakšni knjigi ali reviji tako navdušile nad astronomijo, da so kupili manjši amaterski teleskop ali daljnogled, potem pa po le nekaj izlelih po nebu obupali, saj tam niso našli prav ničesar. Nihče jih namreč ni opozoril, da je zorno polje v teleskopu in celo v daljnogledu tako majhno, da je na začetku težko najti tudi najsvetlejše zvezde na nebu, saj so vse videti bolj ali manj enake in zato hitro izgubimo orientacijo. Če nočemo že takoj na začetku obupati, se moramo na vsako opazovanje dobro pripraviti. In priprave se začnejo že čez dan!

Še preden pade noč

Vsak resen opazovalec se mora na večerna oz. nočna opazovanja pripraviti že čez dan. Naredimo si seznam objektov, ki jih bomo iskali in/ali opazovali in ki so v času opazovanja najvišje na nebu. To zlahka preverimo z vrtljivo zvezdno karto, ki je obvezna oprema vsakega ljubiteljskega astronoma. Objektov naj bo toliko, da bomo lahko vsakemu posvetili vsaj pol ure opazovanja. Pri drvenju od objekta do objekta bomo namreč marsikaj, kar bi lahko videli, spregledali. Opazovanja niso tekma, temveč uživanje v lepotah nočnega neba!

Pripravimo si karte za pomoč pri iskanju, da bomo ponoči čim manj hodili v osvetljen prostor in si s tem pokvarili prilagoditev oči za gledanje v temi. Novo prilagajanje nam bo namreč vzelo vsaj pol ure. Priporočljivo je, da noč, ko so opazovalne razmere povprečne, izkoristimo za iskanje in spoznavanje objek-



tov, kar je lahko včasih dolgotrajno in zamudno opravilo. Ko znamo objekte brez težav najti, pa dobre in odlične opazovalne razmere izkoristimo ter uživamo v opazovanju. Da nam ponoči ne bo treba hoditi v osvetljen prostor, imejmo ob teleskopu mizico in šibko lučko, s katero si osvetlimo iskalne karte, ko potrebujemo pomoč. Lučka naj bo bela in ne, kot lahko preberemo v nekaterih priročnikih, rdeča. Ta namreč lahko povzroči neprimerno barvno prilagoditev oči in nepravilno zaznavanje barv zvezd. Kdor ne verjame, naj se za pol ure zapre v sobo z rdečo lučko in nato, ko pride na normalno svetlobo, pogleda v bel list papirja.

In kje dobimo karte? Priporočamo da imamo doma *Uranometrijo*. V tem atlasu so karte z zvezdami do 9,5 magnitude, kar je za večino objektov, vidnih v amaterskih teleskopih, dovolj. Različne karte lahko brez težav najdemo tudi na medmrežju in si jih lahko natisnemo. V knjigi *Raziskujmo ozvezdja z daljno-*

KARTA 1.

Ozvezdje Pegaz z zvezdami do 6,5 magnitude. Karta je iz Zvezdnega atlasa za epoho 2000.

gle dom 10 × 50 pa so iskalne karte za prek 250 najsvetlejših in najlepših objektov nočnega neba že pripravljene za uporabo.

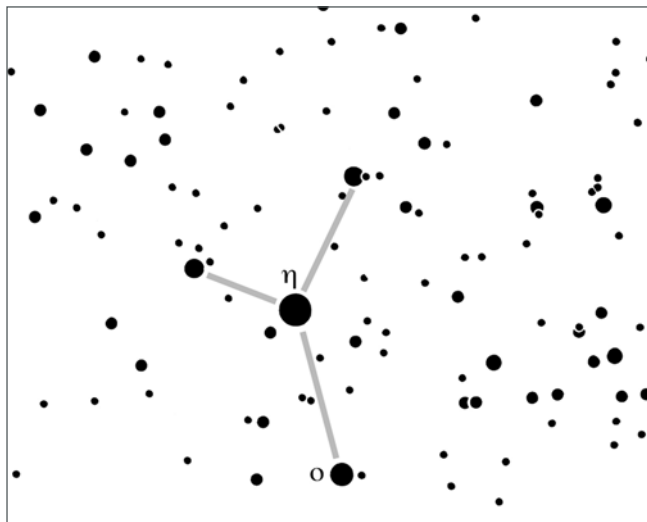
Prilagoditev oči in nočno gledanje

Omenili smo že prilagajanje oči na nočno gledanje. Kaj to pomeni? Svetlobo, ki pade v naše oko, očesna zbiralna leča zbere na mrežnici in tam nastane slika. Na mrežnici so na svetlobo občutljivi sprejemniki ali fotoreceptorji. Podnevi, ko je svetlobe veliko, so aktivni čepki, ponoči, ko je svetlobe malo, pa se iz mrežnice dvignejo barvno slepe palčke, kar traja določen čas. Prehod od dnevnega na nočno gledanje (akomo-

dacija) traja do pol ure in več. Na nočno opazovanje neba se moramo torej pripraviti oz. začeti opazovanja vsaj pol ure po tem, ko smo prišli iz osvetljenega prostora v temo. Toliko časa namreč traja prilagoditev oči na nočno gledanje. Dobri opazovalci to vedo in tudi upoštevajo.

Opazovalne razmere

Opazujemo lahko ko je jasno; tudi če zvezde na nebu veselo migotajo, tudi iz naseljenih in osvetljenih krajev, tudi če se po nebu vlečejo tanki in prosojni cirusi in tudi če sije Luna. A zavedati se moramo, da takrat opazovalne razmere niso dobre. Lahko pa si ogledamo najsvetlejša nebesna telesa, kot so Luna in planeti, še bolje pa je, če tako noč izkoristimo za iskanje tistih svetlejših objektov, ki jih še ne poznamo. V takih razmerah od daljnogleda namreč ne moremo pričakovati vsega, kar zmore. Verjetno se ne bomo niti približali meji njegove ločljivosti in mejni magnitudi. Kadar torej želimo daljnogled popolnoma izkoristiti, se moramo odpraviti na opazovališče s temnim nebom brez svetlobnega onesnaženja in počakati na odlične opazovalne razmere. A tudi te niso enake za vse namene.

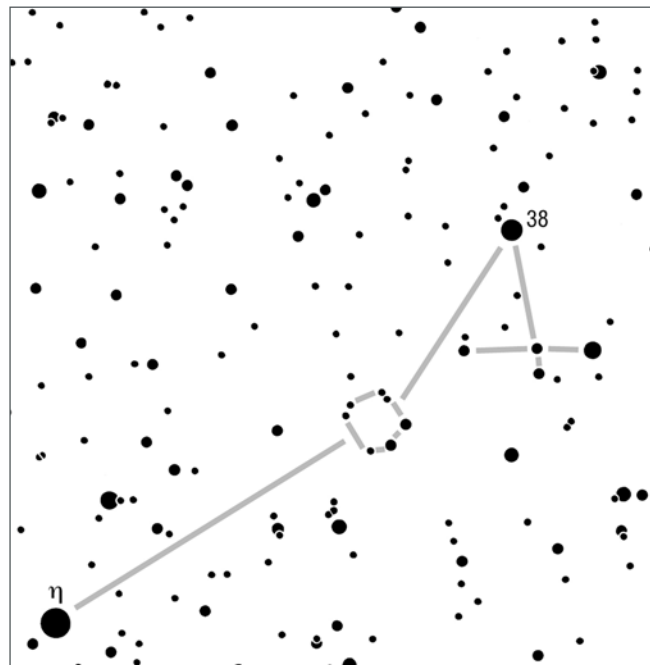


KARTA 2.

Bližnja okolica Ete Pegaza z zvezdami do 9,5 magnitude

Ko se modro popoldne z vetrjem v ozračju prevesi v temno in jasno noč ter na nebu sijoče migljajo

zvezde, imamo noč z veliko presevnostjo (transparenco). Temno nebo in velik kontrast so idealne razmere za opazovanje galaksij, meglic in šibkih zvezd. Na žalost pa se temu pogosto pridruži tudi slaba stran – zračna turbulenca. V takih nočeh je *seeing* pogosto slab. In kaj je to *seeing*? Svetloba zvezde na svoji poti skozi ozračje potuje skozi različno goste in tople plasti zraka. Na mejah se lomi in tako spreminja smer. Ker je ozračje vedno nemirno, je rezultat migetajoča slika v okularju, ki pleše, se deformira in zvija pred našimi očmi ter tako otežuje opazovanje. V okularju lahko namesto točkastih zvezd opazujemo bolj ali manj razmazane packe. Tej razmazanosti točkaste zvezde astronomi pravijo *seeing* in ga povedo v ločnih sekundah – v resnici povedo, kako velika je slika zvezde, ki bi morala biti v idealnih razmerah točka. V naših krajih je ob najboljših razmerah *seeing* redko manjši od ene ločne sekunde. To je največkrat tudi spodnja meja za ločevanje tesnih dvozvezdij in meja za velikost podrobnosti, ki jih lahko vidimo na Luni in planetih, tudi če je teoretična mejna ločljivost teleskopa pod ločno sekundo.



KARTA 3.

Bližnja okolica zvezde 38 Pegaza z zvezdami do 9,5 magnitude

Le redki so kraji na Zemlji, kjer se *seeing* ob najboljših nočeh spusti pod to mejo. To je tudi eden od razlogov, da so astronomi v orbito okoli Zemlje poslali vesoljski teleskop Hubble. *Seeingu* bi torej po slovensko lahko rekli *razmazanost*.

Opazovalci z veliko izkušnjami vedo, da presevnost in dober *seeing* ponavadi ne nastopata hkrati. Soparen brezvetrni poletni dan pogosto ustvari idealen *seeing*. Noč, ki sledi, je odlična za ločevanje tесnih dvojnih zvezd ter opazovanje podrobnosti na Luni in planetih, čeprav se po nebu vleče nežna meglica. A ozračje je takrat mirno.

Da bodo opazovalne razmere čim boljše, lahko marsikaj naredimo tudi sami. Izberimo si opazovalno mesto, ki je daleč od izvorov toplega zraka – dimnikov, streh, od popoldanskega sonca razgretih asfaltnih površin in sten. Trava in drevesa so najboljše opazovalno okolje.

Če prinesemo daljnogled iz toplega prostora, počakajmo vsaj 30 do 60 minut, da se njegova temperatura izenači s temperaturo okolice. Tako se bomo izognili turbulentam v cevi.

Nebesne objekte opazujemo, če je le mogoče, ko so najvišje na nebu, ko kulminirajo. Debelina ozračja, skozi katero gre svetloba vesoljskih teles, se namreč z manjšo višino nad obzorjem veča, s tem pa tudi vsi njeni moteči vplivi.

Lestvica opazovalnih razmer

Resni opazovalci vodijo dnevnik opazovanj, v katerega poleg splošnih podatkov (kraj, datum in ura opazovanja) vpisujejo še opazovalne razmere in morja skicirajo ali narišejo opazovani objekt. Za hitro in preprosto oceno opazovalnih razmer, ki je primerna za amatersko astronomijo, je Eugène Antoniadi (1870–1944) sestavil petstopenjsko lestvico, ki je v rabi še danes:

- I – odlične razmere. Slika zvezde je povsem mirna.
- II – dobre razmere. Slika zvezde je občasno nemirna, vendar prevladujejo obdobja popolne mirnosti.
- III – povprečne razmere. Slika zvezde migota, obdobja mirnosti so le občasna in kratkotrajna.
- IV – slabe razmere. Stalno migotanje slike zvezde.

- V – zelo slabe razmere. Slika neprestano migotajoče zvezde je razmazana v packo.

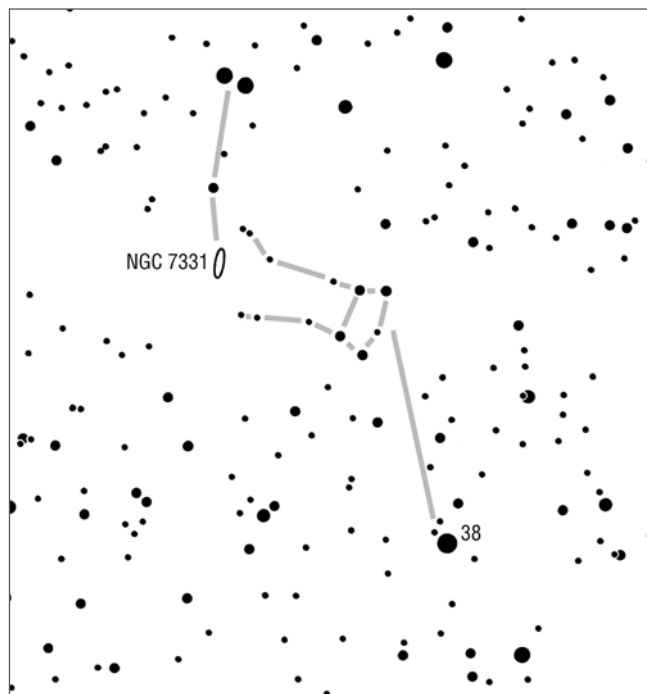
Tej lestvici nekateri dodajo še eno stopnjo, ki bi jo lahko označili kot Ia – to so izjemne opazovalne razmere. Te nastopijo takrat, ko se popolnoma mirnemu ozračju pridruži še zelo temno nebo. Največkrat naletimo na izjemne razmere pozimi, ko je vlage v zraku malo, ali pa ob toplotnih inverzijah, ko so doline (in s tem večina svetlobnega onesnaženja) skrite pod debelo plastjo megle.

Lestvic opazovalnih razmer je seveda več. Ene govorijo o mejnem siju zvezd, ki jih še vidimo; šteti moramo, koliko zvezd vidimo na vnaprej določenih predelih neba. Pri drugih lestvicah primerjamo velikost slike zvezde z uklonskimi krogi (Airyev disk). Pri nas pa se je najbolj prišla že omenjena Antoniadijeva lestvica.

Iskanje nebesnih teles

Iskanje objektov in poznavanje poti do njih je v opazovalni astronomiji najtežje. Poznati in zapomniti si moramo namreč na stotine štartnih zvezd in zvezdnih vzorcev, ki nas od zvezde do zvezde vodijo do iskanih objektov. Tu nam pomagajo le izkušnje, ki jih pridobimo z urami in urami opazovanj. A nagrada za naš trud je vedno boljše poznavanje neba. Kaj hitro bomo ugotovili, da nam nebo postaja vse bolj domače. Danes, ko so na voljo številni računalniško vodeni (GO-TO) teleskopi, bi se lahko temu trdemu delu izognili, a žal se pokaže, da lastniki teh računalniško vodenih teleskopov pogosto niti osnovne orientacije po nebu ne obvladajo. Torej?

Kadar je iskani objekt v neposredni bližini kakšne zares svetle zvezde in sta skupaj v zornem polju daljnogleda, navadno nimamo težav. Seveda pa se moramo daljnogled naučiti usmerjati v izbrani predel neba. Tu ni nobenega recepta, pomagajo samo opazovalne izkušnje. Če iskanega objekta ne vidimo, se vedno najprej prepričajmo, ali res gledamo zvezdo vodnico. To storimo tako, da v zornem polju in na karti preverimo vse šibkejšje zvezdice v njeni bližini, ki morajo biti tako v zornem polju teleskopa kot na karti na točno istih mestih in medsebojnih oddaljenostih. Če jih ni, gledamo v napačno smer! In to se nam na začetku kaj rado zgodi. Paziti moramo še na to, da vedno vemo, kako je orientirano zorno polje v daljnogledu oz. teleskopu, da torej vedno vemo, kje

**KARTA 4.**

Bližnja okolica galaksije NGC 7331 z zvezdami do 9,5 magnitude

so sever, jug, vzhod in zahod. Na kartah je sever vedno zgoraj, jug spodaj, vzhod levo in zahod desno.

Šibke objekte na praznem delu neba daleč od svetlejših zvezd pa je mnogo težje najti. Kot primer si bomo ogledali, kako pridemo do galaksije NGC 7331 v ozvezdju Pegaza, ki je v poznopoletnih in zgodnjejesenskih nočeh najvišje na nebu.

Ko smo si čez dan pripravili vse potrebno, počakamo, da pade tema, da se galaksija povzpne visoko na nebo. Iskanje se lahko začne.

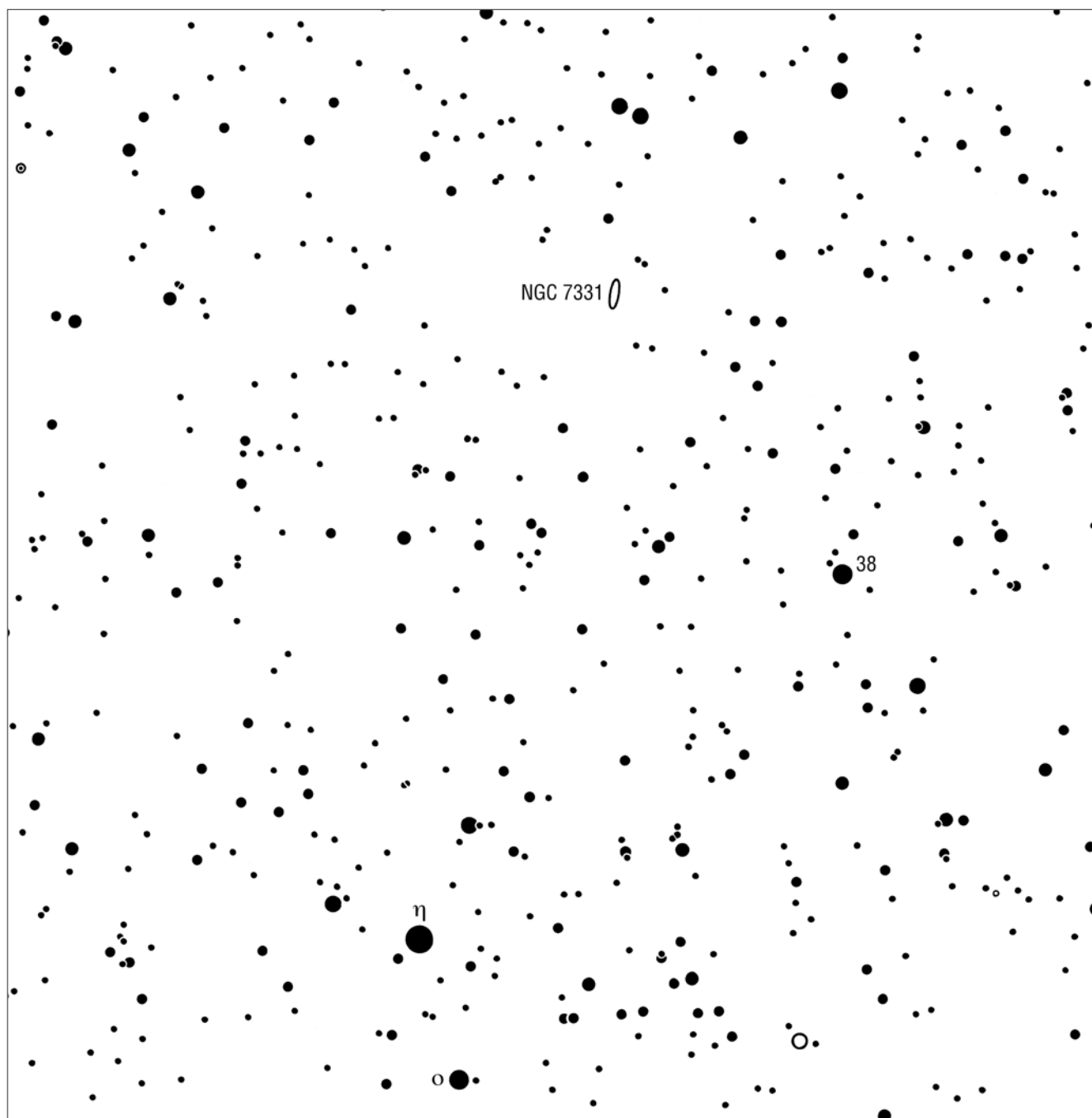
Na osnovni karti ozvezdja (karta 1) vidimo, da je iskani galaksiji najbližja svetla zvezda Eta Pegaza, ki sije z 2,9 magnitude in je torej vedno dobro vidna s prostim očesom. To naj bo naša vodnica in proti njej najprej usmerimo teleskop. Ko mislimo, da jo imamo v zornem polju, mora biti slika okoli zvezde natanko taka, kot na iskalni karti 2. Ni nam treba pregledovati vseh zvezd po vrsti, dovolj je, da npr. jugo-jugozahodno od rumenkaste Ete vidimo svetlejšo zvezdo Omikron Pegaza, ki sije s 5. magnitudo, na drugi strani Ete pa dve zvezdi 6. ma-

gnitute (ena je severovzhodno od Ete, druga pa severo-severozahodno od nje). Če vse štiri v mislih povežemo, tvorijo nekoliko popačeno obliko črke Y z Eto na sredini. Šele ko vse to vidimo, si lahko rečemo: „Aha, tole je pa Eta!“

Zdaj pomikamo teleskop proti severozahodu, dokler ne pridemo do zvezde z oznako 38 Pegaza. To je zvezda 5. magnitude, ki je v dobrih opazovalnih razmerah vidna s prostim očesom. A to nam ne pomaga kaj dosti. Pomembno je to, kar vidimo v zornem polju teleskopa. Katere vzorce bomo izbrali za prepoznavo, je odvisno od nas samih. Lahko so bolj krožni ali linearni, najboljša pa je kombinacija vseh. Nekaj smo jih označili na karti 3. Vedeti pa moramo, da bolj ko se odmikamo od svetlih zvezd, bolj šibke vzorce moramo iskati. Na karti označen krožni vzorec sestavljajo zvezdice 8. in 9. magnitude. Ta nam lahko služi kot oporna točka med premikom teleskopa proti severozahodu. Ko pa mislimo, da smo v bližini zvezde 38 Pegaza, je najboljši kažipot nekakšen križ, ki vključuje tudi iskano zvezdo. Najbolj zahodna zvezda tega križa sije celo s 6. magnitudo in je v zornem polju vedno dobro vidna, v dobrih opazovalnih razmerah celo s prostim očesom. Tu torej ne bi smeli imeti težav. Zdaj smo že bliže iskani galaksiji!

Ko smo prepričani, da je v sredini zornega polja zvezda 38 Pegaza, se moramo pomikati proti severo-severovzhodu. Svetlih zvezd je tu vse manj, zato se moramo zanesti na trapez štirih zvezdic 8. magnitude (karta 4). Z malo domišljije si lahko zamislimo, da te štiri skupaj s še šibkejšimi zvezdicami 9. magnitude tvorijo bazo nekakšnega pokala, ki je odprt proti iskani galaksiji NGC 7331. Za preverjanje, ali smo na pravem mestu, imamo na voljo še bližnji par svetlejših zvezd 6. magnitude, ki pa ležita že nad (severno) galaksijo. Ko vse to vidimo, vemo, da gledamo območje, kjer je galaksija. Če jo zares vidimo ali ne, pa je odvisno od našega teleskopa oz. daljnogleda in od trenutnih opazovalnih razmer. Če je ne vidimo, v zornem polju pa so vse druge svetlejšje zvezde in vzorci s karte 4, potem smo na pravem mestu, le opazovalne razmere so tokrat tako slabe, da se galaksija ne pokaže. Zapomnimo si pot do nje in jo poiščimo kdaj drugič, ko bodo razmere boljše.

Žal je to edini recept za uspešno iskanje šibkih objektov, predvsem tistih na meji vidnosti daljnogleda oz. teleskopa, in pa tistih, ki so daleč od svetlih zvezd. Pa srečno!


KARTA 5.

Celotno območje neba, opisano pri iskanju galaksije NGC 7331, z zvezdami do 9,5 magnitude. Polje na karti je veliko približno 7×7 stopinj.

Še osnovni podatki o opisani galaksiji. NGC 7331 na našem nebu sije z 9,6 magnitude in je na meji vidnosti v daljnogledu 10×50 . V njem se pokaže le v izjemnih opazovalnih razmerah. To pa seveda pomeni, da je že v manjših amaterskih teleskopih vi-



**SLIKA 1.**

V daljnogledu ali teleskopu se galaksija NGC 7331 v ozvezdju Pegaza pokaže le kot nežna, podolgovata lisa svetlobe. V resnici pa je to čudovita spiralna galaksija, ki je od nas oddaljena okoli 40 milijonov svetlobnih let. Prvi jo je leta 1784 opazil William Herschel. V spodnjem desnem kotu pa lahko vidimo še slavni Štefanov kvintet, skupino petih galaksij, ki so pravi izziv za srednjevelike amaterske teleskope (foto: Jurij Stare).

dna kot nežna, podolgovata lisa svetlobe. Poskusite jo najti, ne bo vam žal. Morate pa se odpraviti na opazovališče, kjer še ni svetlobnega onesnaženja.

Tehnike opazovanja

Pogled mimo

Pri nočnem gledanju je kotna ločljivost slabša kot pri dnevnem, saj so palčke redkeje posejane po mrežnici kot čepki (ljudje smo dnevna in ne nočna bitja). V rumeni pegi, kjer so čepki še posebej gosti, pa je palčk še manj kot drugod po mrežnici. Zato šibke nebesne objekte, ki so na meji vidnosti, zagledamo, če pogled usmerimo rahlo mimo iskanega objekta, da njegova slika ne nastane na rumeni pegi, ampak zraven. Poznavanje tega dejstva nam pri opazovanjih objektov na meji vidnosti še kako koristi.

Zastrta svetloba s strani (slika 2)

Čeprav je videti malce nenavadno, pa je tole najboljši način za opazovanje šibkih objektov, kot je galaksija NGC 7331. S črno gosto tkanino si prekrijemo glavo in okular teleskopa ter s tem preprečimo moteči stranski svetlobi, da bi prišla do očesa in motila opazovanje. Tako dosežemo, da je okoli nas res popolna tema. Da se nam okular pod tkanino ne bi rosil zaradi izdihanega zraka, si v usta vtaknemo dihalko in jo speljemo izpod tkanine. Tak način opazovanja je priporočljiv ne samo za šibke objekte na meji vidnosti, ampak za vse, tudi za Luno in planete, saj vidimo mnogo več podrobnosti kot sicer. Če se boste takšnih opazovanj lotili na svojem vrtu, prej opozorite sosede, da ne bodo mislili, da se vam je dokončno poslabšalo ...



SLIKA 2.

Zastrta svetloba s strani (foto: Primož Kalan).

XXX

↓↓↓

REŠITEV KRIŽNE VSOTE S STRANI 15

	16	24		21	14
12	9	3	11	6	5
15	7	8	16	7	9
	6	2	3	1	5
	18	6	9	2	1
12	7	5	9	5	4

XXX



www.presek.si

www.dmfa.si



Intelligentno priporočanje



DAMJAN STRNAD

→ V sodobni poplavi ponudbe v spletnih prodajalnah so avtomatski sistemi priporočanja izdelkov in storitev uporabno orodje tako za kupca kot tudi za prodajalca. V pričujočem prispevku opisujemo princip priporočanja na podlagi ocen, ki so jih podali drugi uporabniki izdelkov.

Predstavljajte si naslednjo situacijo – s prijateljem (ali prijateljico) si želite po dolgem času ogledati enega izmed filmov v kinu ali na izposojenem DVD-ju. Izbira filmov je pestra in odločitev ni lahka, saj čas za ogled filma le stežka najdete, pa tudi denar bi radi pametno porabili. Začetno omejitev izbire opravite sami, saj vam ustrezajo le določeni žanri. Vendar je na koncu seznam še vedno predolg. Zato se za dodatno mnenje obrnete na znance in prijatelje, ki so si katerega od filmov z vašega seznama že ogledali. Njihova priporočila se razlikujejo, zato želite iz njih izluščiti film z najvišjo skupno podporo. V tem prispevku bomo predstavili postopek *skupinskega filtriranja* (*collaborative filtering*), na osnovi katerega lahko zgradimo avtomatski *sistem priporočanja* (*recommendation system*) za pomoč pri sprejemanju odločitev v opisanem in podobnih primerih.

Računalniški algoritem za pomoč pri odločanju temelji na računskem postopku, ki filmom s seznama priredi oceno skladnosti z našim okusom. V ta namen moramo priporočila prijateljev ustrezno kvantificirati, tj., jim dodeliti številske vrednosti. Prijatelje zato poprosimo, naj vsakega od filmov na našem seznamu, ki so si ga že ogledali, ocenijo z oceno od 1 do 5. Če kateri od prijateljev določenega filma še ni videl, mu priredi simbolično oceno 0, ki pa je ne upoštevamo pri vrednotenju priporočila.

Na podlagi tako zbranih ocen bi lahko po najbolj preprostem algoritmu izbrali film, ki je dobil najvišjo skupno oceno, tj. vsoto ocen s strani vseh ocenjevalcev. Očitna slabost tega pristopa pa je, da bi bil film, ki so ga štirje ocenjevalci ocenili z nizko oceno 2, enakovreden filmu, ki sta si ga ogledala le dva in mu prisodila oceno 4.

Nekoliko bolj smotrni kriterij izbire bi bila povprečna ocena filma, vendar v tem primeru vsem mnenjem damo enako težo. V resnici pa je pogosto tako, da določenemu mnenju dajemo prednost pred drugimi. Mogoče iz izkušenj vemo, da je filmski okus prijatelja Janeza precej bližje našemu okusu kot okus znanke Mojce. Za razliko od Mojce je namreč Janez nekatere filme, ki smo si jih tudi sami že ogledali, ocenil podobno kot mi. Algoritem inteligentnega priporočanja, ki ga bomo v nadaljevanju podrobneje opisali, je naslednji:

- Na podlagi ocen že videlih filmov izračunaj *podobnost (similarity)* filmskega okusa z referenčnimi uporabniki;
- dobljene podobnosti uporabi za izračun uteženih povprečnih ocen posameznih filmov;
- izberi predloge za ogled filma med najvišje ocenjenimi filmi.

Računanje podobnosti

Za računanje podobnosti med osebami lahko uporabimo več znanih *indeksov podobnosti (similarity index)*, med katerimi je najpreprostejši Evklidska razdalja. Kot primer vzemimo Ano, Borisa in Cirila, ki so si že ogledali filme Predator, Tombstone in Forrest Gump ter jim priredili naslednje ocene:

	Predator	Tombstone	Forrest Gump
Ana	2	4	5
Boris	1	3	5
Ciril	5	4	2

Označimo z x_i oceno i -tega filma s strani osebe x in podobno z y_i ocene osebe y . Evklidska razdalja

$d(x, y)$ med ocenami oseb x in y se izračuna kot

$$\square (x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}, \quad (1)$$

kjer vsota teče po filmih, ki sta jih ocenili obe osebi.

Osebi sta si v filmskem okusu tem bolj podobni, čim manjša je razlika med njunimi ocenami filmov. Zato indeks podobnosti $s_E(x, y)$ med osebama x in y definiramo kot inverz Evklidske razdalje:

$$\square s_E(x, y) = \frac{1}{1 + d(x, y)}, \quad (2)$$

pri čemer prištevanje 1 v imenovalcu prepreči deljenje z 0. Tako definiran indeks podobnosti ima vrednost z intervala $(0, 1]$, kjer 0 predstavlja minimalno, 1 pa maksimalno podobnost (t.j. popolno uje-manje v ocenah vseh filmov).

V prej omenjenem primeru bi podobnosti med filmskimi okusi treh prijateljev izračunali na naslednji način:

$$\begin{aligned} \square s_E(\text{Ana}, \text{Boris}) &= \frac{1}{1 + \sqrt{(2-1)^2 + (4-3)^2 + (5-5)^2}} \approx 0.414 \\ \square s_E(\text{Ana}, \text{Ciril}) &= \frac{1}{1 + \sqrt{(2-5)^2 + (4-4)^2 + (5-2)^2}} \approx 0.191 \\ \square s_E(\text{Boris}, \text{Ciril}) &= \frac{1}{1 + \sqrt{(1-5)^2 + (3-4)^2 + (5-2)^2}} \approx 0.164 \end{aligned}$$

Razberemo lahko, da sta si Ana in Boris precej bolj podobna kar se tiče filmskega okusa, kot pa Ana in Ciril ali Boris in Ciril. Če bi torej Boris in Ciril Ani predlagala različna filma za naslednji ogled, bi bilo z njene strani bolj pametno upoštevati Borisov kot Cirilov nasvet.

Podobnost na osnovi Evklidske razdalje ima nekatere pomanjkljivosti. Denimo, da so osebe x , y in z film A ocenile z ocenami 2, 3 in 3, film B pa z ocenami 3, 4 in 2. Vrednost indeksa s_E je enaka za para (x, y) in (x, z) , čeprav gre pri prvem paru morda samo za razliko v strogosti kriterija (oseba x daje za 1 nižjo oceno kot oseba y), pri drugem paru pa za očitno nasprotje okusa (osebi x je bolj všeč film B , osebi z pa film A). Drug problem je ta, da Evklidska razdalja z večanjem števila skupno ocenjenih filmov



→ narašča (ali kvečjemu ostaja enaka), kar otežuje primerjavo podobnosti na podlagi različno velikih presekov. Te pomanjkljivosti odpravljajo nekateri drugi indeksi podobnosti. Eden izmed bolj znanih je *Pearsonov koeficient korelacije*, ki opisuje skladnost dveh spremenljivk, v našem primeru dveh filmskih okusov. Z uporabo enakih oznak kot prej lahko Pearsonov koeficient korelacije $s_P(x, y)$ za osebi x in y izračunamo na naslednji način:

$$s_P(x, y) = \frac{S_{xy} - \frac{1}{n}S_xS_y}{\sqrt{\left(S_{x^2} - \frac{1}{n}S_x^2\right)\left(S_{y^2} - \frac{1}{n}S_y^2\right)}}, \quad (3)$$

kjer je n število skupnih filmov, ki sta jih ocenili osebi x in y , vrednosti S pa označujejo naslednje vsote:

$$\begin{aligned} S_x &= \sum_{i=1}^n x_i & S_y &= \sum_{i=1}^n y_i & S_{x^2} &= \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ S_{y^2} &= \sum_{i=1}^n y_i^2 & S_{xy} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned} \quad (4)$$

Imenovalec v enačbi 3 je lahko enak 0. V tem primeru celoten izraz ovrednotimo z 0.

V primeru z Ano, Borisom in Cirilom lahko ugotovimo naslednje:

- $S_{Ana} = 2 + 4 + 5 = 11$
- $S_{Boris} = 1 + 3 + 5 = 9$
- $S_{Ciril} = 5 + 4 + 2 = 11$
- $S_{Ana^2} = 2^2 + 4^2 + 5^2 = 4 + 16 + 25 = 45$
- $S_{Boris^2} = 1^2 + 3^2 + 5^2 = 1 + 9 + 25 = 35$
- $S_{Ciril^2} = 5^2 + 4^2 + 2^2 = 25 + 16 + 4 = 45$
- $S_{Ana \times Boris} = 2 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 5 = 2 + 12 + 25 = 39$
- $S_{Ana \times Ciril} = 2 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 2 = 10 + 16 + 10 = 36$
- $S_{Boris \times Ciril} = 1 \times 5 + 3 \times 4 + 5 \times 2 = 5 + 12 + 10 = 27$

Iz tega lahko po enačbi 3 izračunamo:

- $s_P(Ana, Boris) = \frac{39 - \frac{1}{3} \times 11 \times 9}{\sqrt{(45 - \frac{1}{3} \times 11^2) \times (35 - \frac{1}{3} \times 9^2)}} \approx 0.982$
- $s_P(Ana, Ciril) = \frac{36 - \frac{1}{3} \times 11 \times 11}{\sqrt{(45 - \frac{1}{3} \times 11^2) \times (45 - \frac{1}{3} \times 11^2)}} \approx -0.929$
- $s_P(Boris, Ciril) = \frac{27 - \frac{1}{3} \times 9 \times 11}{\sqrt{(35 - \frac{1}{3} \times 9^2) \times (45 - \frac{1}{3} \times 11^2)}} \approx -0.982$

Kot vidimo, je vrednost Pearsonovega koeficienta korelacije med -1 in 1 , pri čemer -1 predstavlja popolno neujemanje in 1 popolno ujemanje vrednosti dveh spremenljivk. Prevedeno na naš primer to pomeni, da $s_P(x, y) = -1$ signalizira popolnoma nasprotna si filmska okusa oseb x in y (tj., če x oceni film dobro, ga y slabo in obratno), $s_P(x, y) = 1$ pa maksimalno združljiva okusa. Slednje ne pomeni nujno popolnoma enakih ocen filmov, pač pa skladnost razmerij med ocenami v smislu, kateri filmi so boljši in za koliko.

Računanje povprečnih ocen filmov in tvorba predloga

Če se vrnemo na izhodiščni problem odločanja o tem, kateri film si ogledati, lahko podobnosti lastnega filmskega okusa in okusov priporočevalcev koristno uporabimo kot težo njihovih ocen. Pri tem seveda želimo upoštevati le ocene tistih, ki imajo dovolj podoben okus (tj., imajo z nami dovolj veliko podobnost). Naj s_j označuje izračunano podobnost med nami in osebo j . Utežena ocena i -tega filma s seznama kandidatov je potem

$$v_i = \frac{\sum_{j, s_j > \theta} s_j v_{i,j}}{\sum_{j, s_j > \theta} s_j}, \quad (5)$$

kjer $v_{i,j}$ označuje oceno i -tega filma s strani osebe j , $\theta \geq 0$ pa je zahtevani prag podobnosti.

Izbrani film bi v najpreprostejšem primeru bil tisti z najvišjo oceno v_i . Naprednejši algoritem bi ocene v_i zaokrožil (na celo število ali na eno decimalko)

in med filmi z enako zaokroženo oceno predlagal tistega, ki si ga je ogledalo največ prijateljev (in ima potemtakem najbolj verodostojno oceno).

Zgled

Opisani postopek pokažimo še na praktičnem zgledu, pri katerem nastopa šest oseb (označimo jih z $A-F$) in osem filmov (označimo jih s $Film_1-Film_8$). Tabela ocen, v kateri prazno polje pomeni, da oseba filma še ni videla in ga ocenila, je naslednja:

	Film ₁	Film ₂	Film ₃	Film ₄	Film ₅	Film ₆	Film ₇	Film ₈
A	1	4	5	3	4		4	
B		2	2	4		4	3	2
C	3	1		2	2	2	5	4
D	5	3	2	3	4	1	3	4
E	2		3	2	5			3
F	4	1		2			5	3

Postavimo se v vlogo osebe F in se vprašajmo, katerega od še neogledanih filmov ($Film_3$, $Film_5$ in $Film_6$) bi bilo glede na ocene drugih vredno pogledati najprej. Prvi korak je izračun podobnosti filmskega okusa osebe F z okusi ostalih ocenjevalcev, za kar bomo uporabili Pearsonov koeficient korelacije. Oglejmo si izračun za podobnost oseb F in A , ki sta ocenili $n = 4$ skupne filme. Po enačbah 4 izračunamo:

- $S_F = 4 + 1 + 2 + 5 = 12$
- $S_A = 1 + 4 + 3 + 4 = 12$
- $S_{F^2} = 4^2 + 1^2 + 2^2 + 5^2 = 16 + 1 + 4 + 25 = 46$
- $S_{A^2} = 1^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 16 + 9 + 16 = 42$
- $S_{FA} = 4 \times 1 + 1 \times 4 + 2 \times 3 + 5 \times 4 = 4 + 4 + 6 + 20 = 34$

Če to vstavimo v enačbo 3, dobimo:

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad s_P(F, A) &= \frac{34 - \frac{1}{4} \times 12 \times 12}{\sqrt{(46 - \frac{1}{4} \times 12^2) \times (42 - \frac{1}{4} \times 12^2)}} = \\ &= -0.258. \end{aligned}$$

Podobnost z ostalimi osebami izračunamo na enak način, le da upoštevamo ocene tistih filmov, ki so skupni posameznemu paru. Na tak način dobimo še vrednosti $s_P(F, B) = 0.153$, $s_P(F, C) = 0.9$, $s_P(F, D) = 0.354$ in $s_P(F, E) = 0$. Če bi postavili $\theta = 0$, bi utežene ocene treh še neogledanih filmov izračunali kot

- $v_3 = \frac{0.153 \times 2 + 0.354 \times 2}{0.153 + 0.354} = 2$
- $v_5 = \frac{0.9 \times 2 + 0.354 \times 4}{0.9 + 0.354} = 2.56$
- $v_6 = \frac{0.153 \times 4 + 0.9 \times 2 + 0.354 \times 1}{0.153 + 0.9 + 0.354} = 1.96$

Na podlagi dobljenih ocen bi osebi F predlagali ogled filma $Film_5$.

V tem prispevku opisani sistem inteligentnega priporočanja je uporaben v podobnih primerih odločanja med množico „izdelkov“, za katere so nam na voljo ocene oseb, ki so izdelek že uporabile. Izbira knjige, restavracije, izdelkov zabavne elektronike in tudi nekaterih storitev so sorodni primeri problemov. Današnja vseprisotnost spleta in možnost ocenjevanja izdelkov na spletnih portalih, forumih in trgovinah odpirajo veliko možnosti za računalniško podprto svetovanje pri izbiri. Trenutno največja ovira pri tem je ta, da so ocenjevalci anonimni ali pa ni omogočen enostaven dostop do vseh ocen določene osebe. Slednje je potrebno za iskanje oseb s podobnim okusom, saj so njihove ocene najbolj merodajne za našo odločitev.

Literatura

- [1] T. Segaran, *Programming Collective Intelligence – Building Smart Web 2.0 Applications*, O'Reilly Media, 2007.
- [2] D. Jannach et al., *Recommender Systems – An Introduction*, Cambridge University Press, 2010.

✕✕✕

Senca

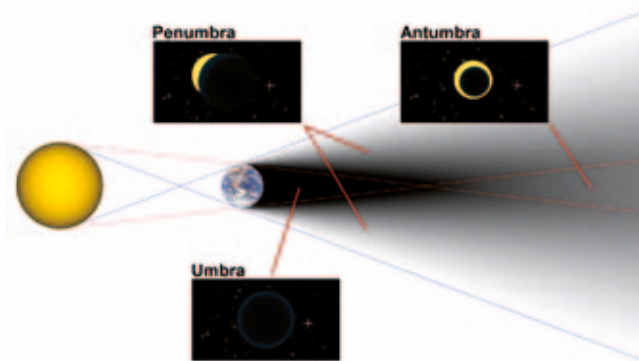


ALEŠ MOHORIČ

→ Točkasto svetilo oddaja svetlobo enakomerno v vse smeri. Smer razširjanja svetlobe opišemo z žarki. Če svetlobi na pot postavimo neprozorno telo, za telesom nastane senca, po latinsko umbra. To je območje, kamor svetloba svetila ne prodre. Točk iz tega območja ne moremo z ravno črto povezati s svetilom. Običajno opazujemo sence, ki nastanejo zaradi zastiranja sončne svetlobe. Sonce ni točkasto svetilo. Iz Zemlje je sončni disk videti pod zornim kotom $0,5^\circ$. Zato med območjem sence in popolne osvetljenosti nastane območje polumesce, latinsko penumbra. Točke iz območja polumesce lahko povežemo z ravno črto z nekaterimi točkami na svetilu, ne pa z vsemi. Čim večji del svetila je viden, svetlejša je polumesca. Polumesco opazimo na robu sence kot zabrisan rob. Ta rob je tem manj oster, čim bolj je rob

oddaljen od telesa, ki meče senco. Ločimo še tretjo vrsto sence, latinsko antumbra, ki nastane, ko telo le delno prekrije svetilo – torej telo vidimo pod manjšim zornim kotom kot svetilo.

Na fotografiji je zanimiva senca, ki jo je na koprenastem oblaku naredila kondenzacijska sled letala, ki je letelo tik nad oblaki.



Knjižnica Sigma

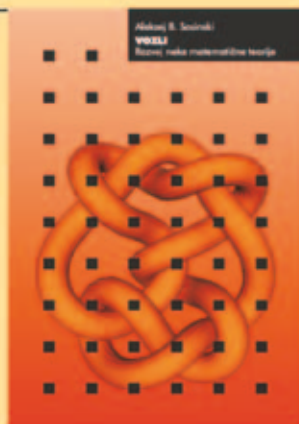
Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.

Aleksej B. Sosinski:

VOZLI
Razvoj neke
matematične teorije

160 strani
format 14 x 20 cm
mehka vezava

29,99 EUR

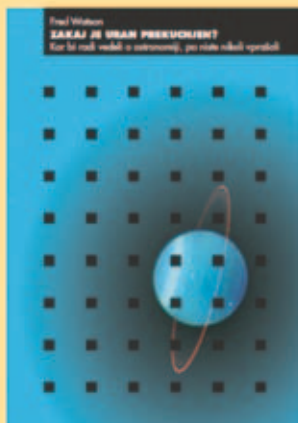
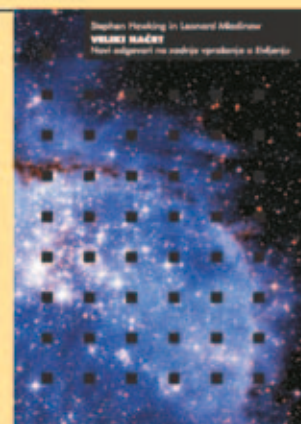


**Stephen Hawking in
Leonard Mlodinow:**

VELIKI NAČRT
Novi odgovori na zadnja
vprašanja o življenju

164 strani
format 14 x 20 cm
mehka vezava

18,69 EUR



Fred Watson:

**ZAKAJ JE URAN
PREKUCNEN?**
Kar bi radi vedeli o
astronomiji, pa niste
nikoli vprašali

200 strani
format 14 x 20 cm
mehka vezava

22,39 EUR



Janez Strnad:

**SVET NIHANJ IN
VALOVANJ**

200 strani
format 14 x 20 cm
mehka vezava

19,99 EUR

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 45 drugih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjižnice tudi naročite s popustom:

<http://www.knjiznica-sigma.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.