presek

5

IV
1976-77

PAVLE ZAJC

TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA

Zbirka rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev šestih, sedmih in osmih razredov osnovnih šol SRS

LIST ZA MLADE
MATEMATIKE
FIZIKE
ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS

Za uvod

V Sloveniji učenci višjih razredov osnovnih šol že vrsto let tekmujejo iz matematičnega znanja za bronasta, srebrna in zlata Vegova priznanja.

Če si pripravljen vztrajno delati, pobrskaj po nalogah, ki jih imaš pred seboj! Na koncu zbirke so rešitve, ki ti naj bodo le v oporo za preverjanje samostojnega reševanja. Bodi zadovoljen, če boš prišel do rezultata po svoji izvirni in enostavnejši poti.

Še nasvet! Ne prepisuj slepo postopkov rešitev, ker se boš tako malo naučil. Posvetuj se s svojim učiteljem - mentorjem!

Pavle Zajc

VI. RAZRED

1. ODNOSI MED ŠTEVILI

1. Kolikokrat je vrednost izraza

$$0{,}6 : \frac{1\frac{1}{2} + 0{,}5 : 2\frac{1}{2} - 0{,}25}{15 - 0{,}5}$$ manjša od 48?

2. Vrednost izraza

$$0{,}4 : \frac{1\frac{1}{2} - 0{,}2 : 1{,}2}{0{,}2 \cdot \frac{1}{5}}$$ povečaj za $66\frac{2}{3}$ % !

3. $\frac{3}{4} \cdot (\frac{3}{5} - \frac{1}{3}) - x = 0{,}9 : 9$

4. a) $\frac{x + 2}{5} = \frac{18}{10}$ b) $\frac{4}{x + 2} = \frac{12}{15}$

5. a) $\frac{1}{x + 2} + 1 = 1{,}125$ b) $\frac{1}{x} + 0{,}75 = \frac{5}{6}$

6. $(7\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4}) \cdot 4 + (4\frac{5}{6} - 1\frac{2}{9}) \cdot 1\frac{5}{13} = 8\frac{1}{2} \cdot x$

7. $1\frac{5}{28} \cdot (x : 4\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) = 2\frac{5}{14}$

8. $66{,}6 : (5 + 3{,}2 : \frac{0{,}8 - 0{,}4 . x}{0{,}5}) - 7{,}15 = 0{,}25$

9. $[(6\frac{3}{7} - \frac{\frac{3}{4}x - 2}{0{,}35}) \cdot 2{,}8 - 1\frac{3}{4}] : \frac{1}{20} = 235$

10. a in b sta naravni števili.
Kdaj je a) $\frac{a}{b} < 1$, b) $\frac{a}{b} = 1$, c) $\frac{a}{b} > 1$

11. Za katera naravna števila a in b so pravilne trditve:
a) $\frac{a}{3} = 2$, b) $\frac{5}{b} = 1$, c) $\frac{4}{a} = 1$

12. Razvrsti po velikosti ulomke:
a) $\frac{a}{b}$, $\frac{d}{b}$, $\frac{e}{b}$, $\frac{c}{b}$, če je $a > d > c > e$
b) $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{d}$, če je $a > d > c > b$

13. a, b in k so naravna števila. Primerjaj po velikosti ulomke, če je $a < b$ in $k > 1$:
a) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a.k}{b}$, b) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a}{b.k}$, c) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a:k}{b}$, d) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a}{b:k}$

e) $\frac{a.k}{b}$ in $\frac{a}{b:k}$, f) $\frac{a:k}{b}$ in $\frac{a}{b.k}$, g) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a.k}{b.k}$, h) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a:k}{b:k}$

14. a) $x + \frac{1}{4} = 0{,}625$ b) $5\frac{7}{12} - y = 4\frac{5}{24}$ c) $2\frac{11}{12} + z = 6\frac{3}{4}$

15. a) $x + \frac{1}{4} > 2 + \frac{1}{4}$ b) $4 - x > 4 - \frac{1}{2}$ c) $\frac{9}{8} + x < \frac{9}{8} + \frac{1}{2}$

16. Dokaži, da je
$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} > \frac{1}{2}$
Ne računaj vsote, ker to ni potrebno. Premisli, vsak sumand je ..... od $\frac{1}{10}$. Imamo pet sumandov, torej .....!

17. Dan je ulomek $\frac{a - 1}{a}$, a je naravno število. Kaj se dogaja z ulomkom, če večamo a? Ali more biti vrednost danega ulomka enaka 1 ali večja od 1?

18. Primerjaj ulomke po velikosti!
a) $\frac{a}{5}$ in $\frac{a}{3}$ b) $\frac{9}{b}$ in $\frac{4}{b}$ c) $\frac{a}{b}$ in $\frac{b}{a}$, če je $a > b$
Za katero vrednost števila a bo vrednost ulomka
a) $\frac{a - 1}{a} = 0$ b) $\frac{3 - a}{a} = 0$

19. a in b sta naravni števili in $a < b$. Primerjaj po velikosti ulomka:
a) $\frac{a}{b}$ in $\frac{a - 1}{b - 1}$ b) $\frac{a + 1}{b + 1}$ in $\frac{a}{b}$

20. a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 12$ b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1$

21. a) $4 \,.\, x - \frac{2}{3} = 7\frac{1}{3}$ b) $2{,}03 + 1{,}2 \,.\, x = 2\frac{3}{100}$ c) $7 - \frac{x}{2} = 4$

22. a) $6 - \frac{x}{6} = 0$ b) $\frac{\frac{11}{12}}{x} = 11$ c) $\frac{x}{7} - 5 = 0$ d) $\frac{\frac{1}{5}}{y} = 10$

23. Za koliko moramo zmanjšati $\frac{11}{12}$, da dobimo $\frac{3}{40}$?

24. Vsota treh števil je $15\frac{41}{45}$. Prvo število je $4\frac{1}{3}$, drugo je za $1\frac{8}{15}$ večje od prvega. Koliko je tretje število?

25. Vsota polovice, petine in osmine nekega števila je 66. Katero je to število?

26. Če neko število povečaš za petino tega števila, dobiš 30. Katero število je to?

2. SKLEPNI IN PROCENTNI RAČUN

27. Če stočimo iz polnega zbiralnika $\frac{2}{3}$ vode in še $\frac{2}{3}$ ostanka, ostane v zbiralniku 84 l. Koliko hl drži zbiralnik?

28. Nekdo je porabil $\frac{3}{5}$ denarja, ki ga je imel, nato še $\frac{5}{9}$ ostanka, nato še $\frac{3}{8}$ novega ostanka. Ostalo mu je 80 din. Koliko denarja je imel na začetku?

29. Prva cev napolni zbiralnik v 9 urah, druga cev pa izprazni polnega v 12 urah. Koliki del zbiralnika je napolnjen v 6 urah, če je bil zbiralnik v začetku prazen in smo odprli obe cevi?

30. Pešec je najprej prehodil $\frac{5}{12}$ poti in nato še 13,8 km. Skupaj je to štiri petine poti. Kako dolga je celotna pot?

31. 64 jabolk razdeli med 5 učencev tako, da dobi prvi $1\frac{1}{2}$ deleža drugega, tretji $1\frac{1}{3}$ deleža prvega, četrti $2\frac{1}{2}$ deleža drugega in peti ostanek. Koliko jabolk dobi vsak učenec, če jih dobi drugi 8 ?

32. Kolesarska dirka poteka v štirih etapah. V prvi etapi prevozijo 20% celotne poti, v 2. etapi pa za tretjino več kot v prvi. V tretji etapi prevozijo 60 km, to je 25% celotne poti, v 4. etapi pa ostanek. Koliko km so prevozili v posameznih etapah?

33. Na 7 velikih tovornjakov in na 3 manjše tovornjake naložimo $36\frac{1}{2}$ t, na vsak manjši dvakrat manj kot na velikega. Izračunaj tovor na manjšem in tovor na velikem tovornjaku!

34. V škatli je 56 kroglic. Rdečih je dvakrat toliko kot belih, črnih pa petkrat toliko kot belih. Koliko je kroglic vsake barve?

35. V tovarni sadnih sokov so pretočili 205 litrov soka v 500 večjih in manjših steklenic. Število manjših steklenic je za 100 večje od števila večjih. Večje steklenice držijo po 0,5 l. Koliko držijo manjše steklenice in koliko je steklenic vsake vrste?

36. V $\frac{3}{5}$ minute je letalo preletelo $\frac{8}{5}$ km. Koliko preleti v eni minuti?

37. Teža $2\frac{1}{4}$ litra nafte je $1\frac{4}{5}$ kg. Izračunaj težo nafte, s katero napolnimo cisterno, ki drži 15 ton vode!

38. Volumen leda je za $\frac{1}{15}$ večji od volumna vode, iz katere je nastal. Koliko litrov vode dobimo iz kvadra ledu z robovi 75 cm, 24 cm, 18 cm?

39. Dani sta števili a in b. Število a povečamo za 10%, b pa zmanjšamo za 10%. Za koliko % se pri tem spremeni produkt obeh števil?

40. Športno igrišče dolžine a metrov so podaljšali za 25%, širino b pa skrajšali za 20%. Za koliko % se je spremenila površina igrišča?

41. Teža 27 večjih in 55 manjših konzerv je $39\frac{1}{2}$ kg. Vsaka večja konzerva tehta za $\frac{2}{5}$ kg več kot manjša. Izračunaj težo 55 večjih konzerv in 170 manjših!

42. Človek potroši na leto približno 50 kg krompirja. Kolikšno stranico mora imeti kvadratno zemljišče, na katerem pridelamo to količino, če je hektarski donos 200 q?

43. Za 25% povečana dolžina pravokotnega igrišča meri 12,5 m, za 10% povečana širina pa 8,8 m. Izračunaj stranici prvotnega igrišča in povečanje njegove ploščine!

44. Sveža goba vsebuje 90% vode, suha pa 12%.
    a) Koliko kg suhih gob dobimo iz 10 kg svežih?
    b) Koliko kg svežih gob moramo posušiti, da dobimo 10 kg suhih?

45. Trgovina je plačala za sadje 2400 din. Polovico tega sadja proda s 15% dobička, tretjino z 8% dobička, a ostanek s 6% izgube. Kolik je zaslužek?

46. Bazen polnijo tri cevi. Prva cev ga napolni sama v 8 urah, druga v 10 urah in tretja v 20 urah. Koliko % bazena se napolni, če vsako cev odpremo za 2 uri?

47. Ceno blaga so znižali za 10%. Za koliko % bi morali novo ceno zvišati, da bi bila spet enaka kot prej?

48. Drugo število je za 25% večje od prvega. Za koliko % je prvo število manjše od drugega?

49. Če zmanjšamo število za 70%, dobljeni ostanek pa za 20%, dobimo 63. Katero število je to?

50. Vsota dveh števil je 120. Izračunaj ti števili, če je 40% prvega števila enako 60% drugega!

51. Kako se spremeni vrednost ulomka, če števec zmanjšamo za 10%, imenovalec pa povečamo za 10%?

52. Za kolik procent moramo povečati število 48, da dobimo 80% števila 75?

53. Dolg poravnamo v štirih obrokih: prvi obrok je $\frac{3}{8}$ dolga, drugi $\frac{2}{5}$ ostanka, tretji $\frac{1}{6}$ novega ostanka, četrti pa 300 din. Kolik je dolg, koliki so posamezni obroki?

54. Hipotenuza je enaka $\frac{5}{3}$ manjše katete, večja kateta pa $\frac{4}{3}$ manjše katete. Obseg trikotnika je 48 cm. Za koliko je hipotenuza oddaljena od nasprotnega oglišča?

55. V dveh garažah je 110 strojev, v prvi jih je $1\frac{1}{2}$ krat več kot v drugi. Koliko strojev je v vsaki garaži?

56. Pri nakupu avtomobila sodelujejo 3 člani družine. Prvi prispeva 20% kupne cene, drugi $\frac{2}{5}$ kupne cene, tretji pa 7400 din. Koliko plača vsak?

57. Sveže izkopan črni premog je vseboval 2% vode, zdaj pa je vsebuje 15%. Koliko tehta premog, ki je ob izkopu tehtal $13\frac{3}{8}$ t?

58. V stanovanjskem bloku stanujejo 4 družine. Prva ima 3 člane, druga 5 članov, ostali dve družini pa po 4 člane. Kako si bodo - sorazmerno s številom družinskih članov - razdelili stroške za vodo v višini 5504 din? Izrazi deleže posameznih družin v procentih!

59. Na $743\frac{2}{3}$ cm dolgem obodu kolesa so zobje. Vsak zob je širok $3\frac{5}{6}$ cm, presledek med dvema zobema pa je $4\frac{1}{4}$ cm.
Koliko zob ima kolo?

3. TRIKOTNIKI, ŠTIRIKOTNIKI IN KOTI

60. Trikotnik in trapez imata enako osnovnico a = 7 dm. Višina trikotnika je $\frac{5}{7}$ osnovnice trikotnika, višina trapeza pa je $\frac{3}{5}$ višine trikotnika. Koliko meri druga osnovnica trapeza, če je ploščina trapeza za 20 cm^2 večja od ploščine trikotnika?

61. Ploščina trikotnika ABC meri 95 dm^2. Na stranici BC leži točka D tako, da je razdalja $\overline{BD}$ petina razdalje $\overline{BC}$. Kolika je ploščina trikotnika DCA?

62. Nariši trikotnik ABC s podatki: a = 3cm, b = 4,3cm, t_a = 5cm. Nariši še simetrično ležeči trikotnik glede na simetralo s, ki seka podaljšek stranice $\overline{BC}$ v kotu 105^o, 1cm daleč od oglišča B.

63. Vsota treh kotov je $67\frac{1}{4}{}^o$. Koliko meri vsak, če je drugi kot dvakrat večji od prvega, tretji pa trikrat večji od drugega?

64. Izračunaj kote trikotnika, če meri prvi kot $\frac{2}{5}$ drugega in hkrati četrtino tretjega kota!

65. Iz točke, ki leži v notranjosti topega kota α, sta narisani dve pravokotnici na kraka. Pravokotnici oklepata kot, ki meri $\frac{2}{3}$ kota α. Koliko meri kot α?

66. Kolik kot oklepata simetrali ostrih kotov v pravokotnem trikotniku?

67. V enakokrakem trapezu meri kot med simetralo kota α in višino 56^o. Koliko merijo koti enakokrakega trapeza?

68. Za koliko % se mora povečati višina trikotnika, da se njegova ploščina poveča za 25%? (a = 25cm, v_a = 14cm)

69. Ploskev ima obliko trapeza s pravima kotoma α in δ, njena ploščina pa meri 548m^2. Diagonala $\overline{AC}$ deli trapez na dva dela, od katerih je eden dvakrat večji od drugega. Kolikšni sta vzporednici trapeza, če meri njuna razdalja 104m?

70. Nariši trikotnik s podatki: b = 5cm, v_a = 4cm, t_b = 6cm!

71. Nariši trikotnik s podatki: a = 8,4cm, v_b = 5,8cm, s_γ = 6,9cm!

72. Nariši trikotnik s podatki: c = 6cm, v_c = 4cm, $\beta = 75^o$ ter ga
   a) dopolni v paralelogram
   b) dopolni v deltoid!
   Izračunaj ploščini teh dveh likov in razloži, zakaj sta enaki!

73. Rombu s podatki: $\alpha = 60^o$, e = 7cm včrtaj krog!

74. Nariši pravokotni trapez ($\alpha = 90^o$) s podatki: p = 33cm^2, a = 6cm, c = 0,4dm. (Potrebne podatke izračunaj)!

75. V enakokrakem trapezu je diagonala pravokotna na krak. Kje leži središče očrtanega kroga?

76. Nariši poljuben trikotnik s kotoma $\alpha = 45^o$, $\beta = 60^o$. V njem nariši vse višine. Izračunaj vse kote, ki jih dobiš na sliki!

77. Nariši enakokraki trapez s podatki: a = 7cm, c = 4cm in $\alpha = 75^o$!

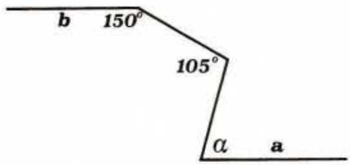
78. a) Simetrala kota ob vrhu oklepa z osnovnico trikotnika kot 98^o in je enaka enemu izmed krakov. Določi kote trikotnika!
   b) Nariši paralelogram s stranico 4cm in diagonalama 7cm in 8cm!

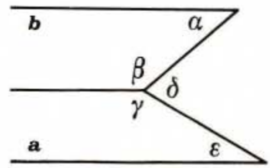
79. Kolik kot oklepata kazalca na uri ob času četrt na ena?

80. Nariši pravokotni trikotnik s kateto a = 6cm in kotom $\beta = 37^o\ 30'$ (s šestilom in ravnilom)! Nariši še višino na hipotenuzo in izračunaj vse kote, ki jih dobiš na sliki!

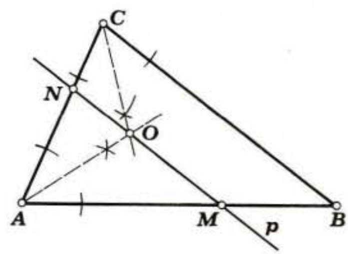
81. Nariši romb s podatki: v_a = 4cm in $\alpha = 135^o$!

82. a) Izračunaj kot α, če sta kraka a in b vzporedna
b) Izračunaj kote: α, β, γ, δ in ε, če je $\beta = 4\alpha$, $\gamma = 5\varepsilon$ in sta kraka a in b vzporedna!



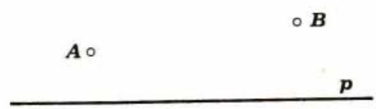


83. V trikotniku ABC je O središče včrtanega kroga. Skozi središče načrtamo vzporednici s stranico $\overline{BC}$, ki seče $\overline{AB}$ v točki M in $\overline{AC}$ v točki N. Dokaži, da je $\overline{MN} = \overline{BM} + \overline{CN}$! (slika)



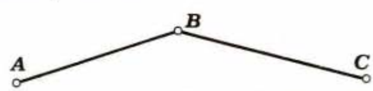
84. a) Dan je krožni lok. Določi središče krožnice, ki ji pripada ta lok!
b) Načrtaj simetralo poljubnega kota, katerega vrh leži zunaj risalne ravnine! (razloži konstrukciji!)

85. Na dani premici p (glej sliko) določi tako točko C, da bo vsota razdalj od nje do danih točk A in B najmanjša. Razloži konstrukcijo!



86. Točka E je središče kraka AD trapeza ABCD (CD || AB). Dokaži, da je ploščina trikotnika EBC enaka polovici ploščine trapeza ABCD!

87. Nariši krožnico k, če sta AB in BC njegovi tetivi! Razloži konstrukcijo! (slika)

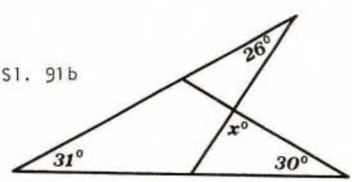


88. Dani sta stranica pravokotnika b = 10cm ter vsota diagonale in druge stranice: a + d = 15cm. Nariši pravokotnik!

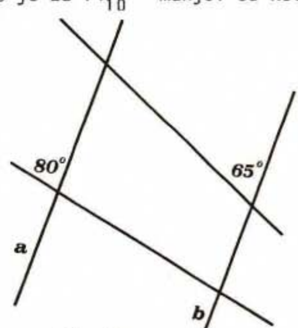
89. Izračunaj ploščino romba z obsegom 24cm in kotom $\alpha = 30^\circ$!

90. V štirikotniku meri kot $\alpha = 98\frac{4}{15}\,^\circ$, kot β je za $14\frac{7}{10}\,^\circ$ manjši od kota α in kot γ je za $22\frac{2}{5}$ večji od kota α.
Koliko meri kot δ?

91. a) Poišči preostale kote, če sta premici a in b vzporedni!
b) Poišči kot x!



Sl. 91b



Sl. 91a

92. Kot α je za 50% večji od svojega sokota. Koliko meri?

93. Če stranico kvadrata ABCD povečamo za 2cm, se ploščina kvadrata poveča za $24cm^2$. Kolika je ploščina prvotnega kvadrata?

4. OBČINSKA TEKMOVANJA

1970

94. Načrtaj deltoid ABCD ($\overline{AB} = \overline{BC}$), če je $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{DC} = 6cm$, $\delta = 150^\circ$!

95. $\frac{2}{3} + 6\frac{2}{3}(11\frac{1}{3} - 5{,}4) : 9\frac{8}{9}$

96. Rozine dobimo iz grozdja, ki ob sušenju izgubi 68% teže. Koliko grozdja potrebujemo za 2kg rozin?

97. V enakokrakem trapezu merita osnovnici 11cm in 5cm, diagonala trapeza pa razpolavlja njegov ostri kot. Izračunaj obseg trapeza!

98. V trikotniku ABC je $\alpha = 58^\circ$ in $\beta = 84^\circ$. Kolikšen je kot med simetralo kota γ in višino na stranico c?

1971

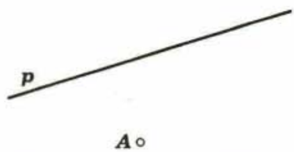
99. Dopolni "magični kvadrat" tako, da bodo vsote števil v vseh vrstah, stolpcih in na obeh diagonalah enake! Okrajšaj ulomke! (slika)

$\frac{1}{6}$		
	$\frac{5}{12}$	
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

100. Po redu plovbe izpluje ladja A iz pristanišča vsak četrti dan, ladja B vsak osmi dan in ladja C vsak deseti dan. Dne 29. maja so izplule vse tri ladje. Katerega dne bodo naslednjič vse tri ladje zapustile pristanišče?

101. Pravokotno šolsko igrišče, ki je bilo 80m dolgo in 48m široko, so povečali, tako da so zvečali dolžino za 15%, širino pa za četrtino. Za koliko % je sedaj ploščina igrišča večja?

102. Premica p naj bo simetrala enakokrakega trikotnika, točka A pa eno izmed njegovih oglišč. Načrtaj trikotnik, če je njegova višina enaka osnovnici! Opiši načrtovanje!



103. Iz belih kock z robom 1cm sestavimo večjo kocko z robom 3cm. Površje te kocke rdeče prepleskamo.
a) Koliko malih kock sestavlja večjo kocko?
b) Koliko malih kock nima prepleskane nobene ploskve?
c) Koliko malih kock ima prepleskano le eno ploskev?
d) Koliko malih kock ima prepleskani 2 ploskvi?
e) Koliko malih kock ima prepleskane 3 ploskve?
f) Koliko malih kock ima prepleskane 4 ploskve?

1972

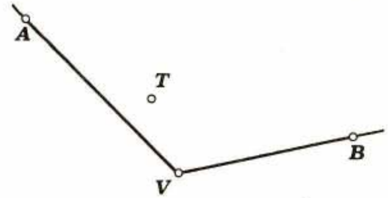
104. Kolikokrat je vsota števil $2\frac{3}{4}$ in $6\frac{5}{12}$ večja od njune razlike?

105. Na tekmovanju so dosegli: Janez $83\frac{1}{3}\%$ vseh možnih točk, Marko $\frac{4}{5}$, Meta 75%, Milica $\frac{7}{8}$ in Boris $\frac{2}{3}$ vseh točk. Določi vrstni red tekmovalcev po uspehu!

106. Merska števila trikotnikovih stranic so naravna števila. Ena stranica meri 7cm, druga pa 1cm.
a) Kakšen je ta trikotnik?
b) Kolikšen je njegov obseg?

107. Pravokotnik in romb sta ploščinsko enaka. Pravokotnikova osnovnica meri 8dm 5cm, obseg pa 29dm. Višina romba meri 3dm 4cm. Izračunaj obseg romba!

108. Dan je topi kot AVB in v njegovi notranjosti točka T. Skozi točko T nariši premico p tako, da bo na krakih kota odrezala daljici $\overline{VM} = \overline{VN}$! Opiši, kako si načrtoval! (slika)



1973

109. Popotnik je prehodil $\frac{3}{8}$ poti med dvema krajema. Ko bo prehodil še 5km, bo na polovici poti. Kolikšna je razdalja med tema krajema?

110. Zapiši v prazna polja taka števila, da bo produkt vseh treh števil v vsaki vodoravni in vsaki navpični vrsti enak 5! (slika)

$\frac{1}{8}$		4
	$\frac{1}{5}$	
20		

111. V trikotniku merita kota $\alpha = 40^\circ$ in $\beta = 74^\circ$. Nariši simetrali njunih zunanjih kotov in izračunaj kot, ki ga oklepata.

112. Obleka je stala 800 din. Ceno so zvišali za 10%, čez nekaj časa pa znižali za 10%. Koliko stane obleka zdaj?

113. Nariši pravokotnik ABCD ($\overline{AB} = 8$cm, $\overline{BC} = 6$cm). Na stranici CD določi točko E, ki je od D oddaljena 5cm. Zveži A in E. Kolikšen del pravokotnika je lik ABCE?

1974

114. Določi za a, b in c take vrednosti, da velja:
$\frac{a + 2}{5} = \frac{12}{10}$ $\quad \frac{b - 2}{5} = \frac{12}{10}$ $\quad \frac{4}{c + 2} = \frac{12}{15}$

115. Ko so prodajalko vprašali, koliko jajc ima v košari, je rekla: Če jemljem iz košare po 2 jajci, po 3 ali po 4 jajca, mi vselej 1 ostane; če jih jemljem po 7, mi ne ostane nobeno. Zagotovo pa vem, da jih je manj kot 100. Koliko jajc je bilo v košari?

116. Nariši pravokotnik s stranicama a in b. Razdeli stranico a na 4 enake dele, stranico b pa na 5 enakih delov. Osenči del pravokotnika, ki predstavlja $(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5})$ njegove ploščine!

117. Nariši poljuben paralelogram in ga s tremi premicami, ki gredo skozi isto oglišče, razdeli na 4 ploščinsko enake dele. Opiši lego teh premic!

1975

118. Če seštejemo zmanjševanec, odštevanec in razliko, dobimo 624. Razlika je za 56 večja od odštevanca. Koliki so zmanjševanec, odštevanec in razlika?

119. V tovarni so povečali načrtovano proizvodnjo v prvem polletju za 18%, v drugem polletju pa še za 12% glede na prvo polletje. Koliko je bilo skupno letno povečanje glede na načrtovano proizvodnjo?

120. V pravokotnem trikotniku ABC je stranica AB hipotenuza. Podaljšaj jo prek krajišča A za dolžino stranice AC in prek krajišča B za dolžino stranice BC. Dobljeni krajišči E in F zveži z ogliščem C! Koliko meri kot ECF?

121. V enakokrakem trapezu ABCD merita osnovnici 8cm in 12cm, višina pa 5cm. Razpolovišča trapezovih stranic so oglišča novega štirikotnika.
a) Kakšen lik je to?
b) Primerjaj njegovo ploščino s ploščino trapeza!

DODATEK

1976 (Rešitve so na strani 248)

1. Izračunaj: $(\frac{4}{45} - \frac{1}{15}).30 + \frac{2,55 : 0,85 - 1 : 0,5}{(5,292 - 5,289) : 0,001} =$

2. Planet Jupiter obkroži Sonce v 12 letih, planet Saturn pa v 30 letih. Leta 1941 sta bila oba hkrati na isti strani Sonca in smo ju z Zemlje videli oba skupaj. Katerega leta ju bomo spet lahko videli oba skupaj?

3. Marjan, Janez, Borut, Bojan, France in Milan so tekmovali v vožnji s kolesi. Marjan je prišel na cilj za Janezom, a pred Borutom. Za Bojanom ni prišel nihče več. France je prišel na cilj četrti, Milan je bil na cilju pred Marjanom, vendar ni bil zmagovalec. Zapiši imena fantov po vrstnem redu, kakor so prihajali na cilj!

4. Dan je kvadrat. Če mu podaljšamo stranico za 2cm, ima novi kvadrat za $24cm^2$ večjo ploščino. Kolika je ploščina prvotnega kvadrata?

5. V enakokrakem trapezu merita osnovnici 18cm in 13cm, diagonala trapeza leži na somernici ostrega kota. Izračunaj obseg trapeza!

VII. RAZRED

5. ALGEBRAJSKI IZRAZI

122. Od izraza $10x^2 - 8x + 4$ odštej kvadrat binoma $2x - 3$! Preveri rezultat za $x = -3$!

123. Produkt izrazov $\frac{1}{2}x^2 - a^2$ in $x + a$ zmanjšaj za $(x - a)^2$! Preveri rezultat za $x = -2$, $a = \frac{1}{2}$!

124. Za katere vrednosti a in b sta vrednosti izrazov: $a + 3b - 2$ in $2a + b - 3$ enaki, če vemo, da je $b = a - 5$?

125. Izračunaj vrednost izraza:

a) $\frac{a^2 - b^2}{a + b} : \frac{a - b}{a + b}$, če je $a = 0,5$, $b = \frac{2}{5}$!

b) $\frac{a - b^2}{a + b} : a^2$, če je $a = -2\frac{1}{2}$, $b = 0,5$!

126. $2a\{-2a - a[2a - (a - 1)] - a(a - 1)(a + 1)\} =$

127. $(3p + 4q)(3p - 4q) + (9p^2 + 16q^2)(p - q)$, za $p = 1$, $q = -1$!

128. $\frac{4a - 3b + 7}{5b - 4a + 4} - \frac{b - a}{a - b}$, za $a = 2$, $b = -1$!

129. $\frac{2 + 2a}{6 - 3a} : \frac{a^2 - 1}{4 - a^2}$, za $a = -5$!

130. Trikratnik produkta izrazov $-2b + 3$ in $\frac{1}{2b - 1}$ zmanjšaj za kvadrat izraza $0,\dot{1}b - 5$. Poišči vrednost novega izraza za $b = 3$!

131. Izračunaj vrednost izraza:
$4ab - 3\{5ac - 2[bc - (ab - bc)] - 6bc\}$ za: $a = -2$, $b = 1$, $c = 0$.

132. Izračunaj vrednost izraza:
$2t - 3[t + \frac{1}{2}(t - 1) - 1]$ za $t = -12$!

133. Izračunaj vrednost številskega izraza za $a = -1$!
$[a - \frac{a}{3} + a : (a + \frac{a}{3})] \cdot [a - \frac{a^2}{2} - a : (2a + a^3)]$

134. Ali velja enakost:
$(x - 1)(x + 2)(x - 3) = x^3 - (x^2 + 3x - 2) + (4 - 2x - x^2)$?

135. Določi cela števila a, ki zadoščajo relaciji $\frac{2}{5} < \frac{a + 7}{6} \leq \frac{5}{3}$

136. V množici naravnih števil poišči vse rešitve enačbe $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

137. Dokaži, da je razlika kvadratov dveh zaporednih lihih števil deljiva z 8! Zapiši tri posebne primere!

138. Neko naravno število n ima lastnost: produkt dveh zaporednih naravnih števil za številom n je za 600 večji od produkta dveh zaporednih naravnih števil pred številom n. Določi število n!

139. Dokaži: če produkt poljubnih treh zaporednih naravnih števil povečamo za drugo izmed teh števil, dobimo kub tega drugega števila!

140. Dokaži, da vsota petih zaporednih naravnih števil ne more biti praštevilo!

141. Izračunaj: $x = \sqrt{\dfrac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}} + \sqrt{\dfrac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}}$

142. Razlika kvadratov dveh zaporednih naravnih števil je 173. Kateri števili sta to?

143. Določi k, če je $\dfrac{x - 2}{x + 2} = k\left(\dfrac{x + 2}{x - 2}\right)$ za $x = -\dfrac{10}{3}$!

144. Določi, za katero naravno število n velja:
a) $\dfrac{n^2 - 1}{8}$ je najmanjše praštevilo,
b) $2^n - 1$ je najmanjše sestavljeno število!

145. Izraz $\dfrac{a - 2}{2} - 4x^2$ ima za $x = \dfrac{1}{2}$ vrednost 1. Določi vrednost za a!

146. Izračunaj vrednost izraza:
$-(0{,}3a^2 - 0{,}2b^3)^2 - (-0{,}3a^2 - 0{,}2b^3)^2 - (-0{,}3a^2 - 0{,}2b^3)(-0{,}3a^2 + 0{,}2b^3)$
Preizkus: $a = 2$ in $b = -1$

147. Določi x, če je a) $\left[(-3\tfrac{3}{35}) : (-\tfrac{2}{3})\right]x = 7{,}2 : (-1\tfrac{5}{9})$
b) $x : \left[(-6\tfrac{2}{3}) : (-2)\right] = (-3{,}18) : 5{,}3$

148. Preveri enakost:
a) $\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1} - \dfrac{\sqrt{5} - 1}{3 - \sqrt{5}} = 0$ b) $(1\tfrac{1}{3})^2\ (2\tfrac{2}{3})^2\ (1\tfrac{1}{4})^3\ (\tfrac{2}{5})^3\ (1\tfrac{1}{2})^4 = 8$

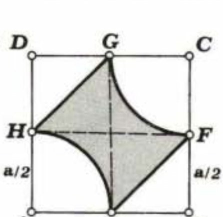
149. Določi najmanjše naravno število n tako, da bosta ulomka $\dfrac{40}{93}$ in $\dfrac{3n + 1}{7n + 2}$ enaka!

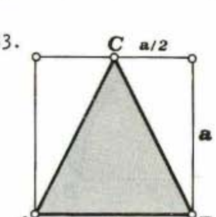
150. Poenostavi s pomočjo obrazca za razliko kvadratov izraz:
$A = \left[(a - b)^2\right]^2 - (a^2 + b^2)^2 + 4ab(a - b)^2$. Napravi preizkus za $a = 0{,}5$ in $b = 2$!

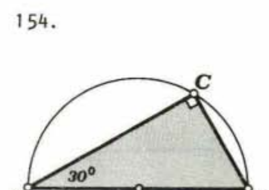
151. Za koliko procentov se spremeni produkt vsote in razlike števil p in q, če prvi faktor za 20% zmanjšamo in drugi faktor za 20% zvečamo?

6. UPORABA PITAGOROVEGA IZREKA

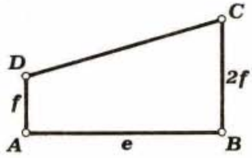
Kot pripravo za reševanje težjih nalog iz planimetrije in stereometrije reši naloge 152 do 176. Pri vsaki nalogi so zapisane dane količine. Izračunaj obseg in ploščino vsakega lika. Rezultat ustrezno skrči!

152.


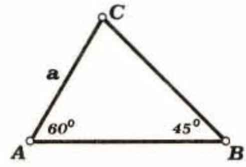
153.


154.


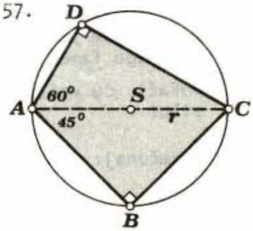
155.



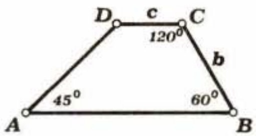
156.



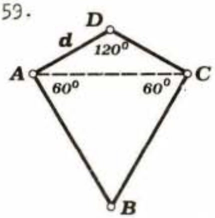
157.



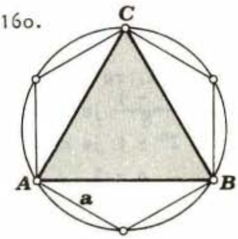
158.



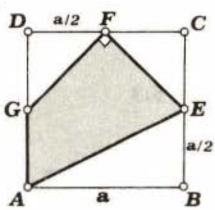
159.



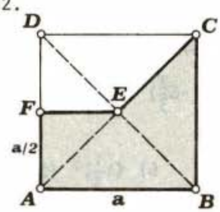
160.



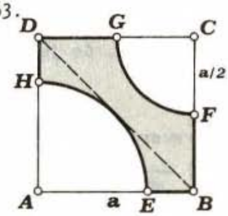
161.



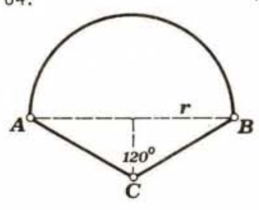
162.



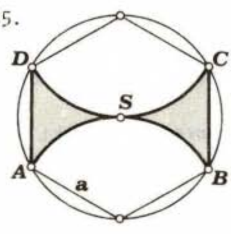
163.



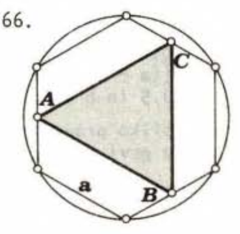
164.



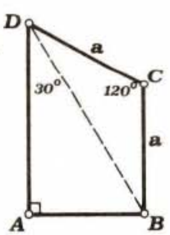
165.



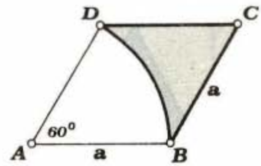
166.



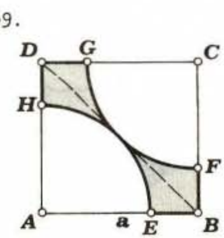
167.



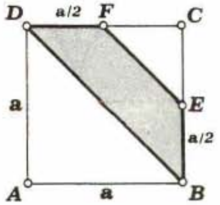
168.



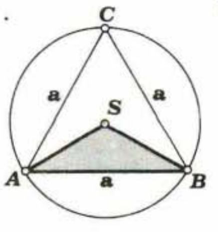
169.



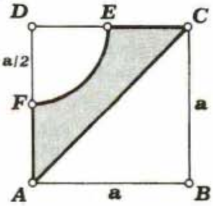
170.



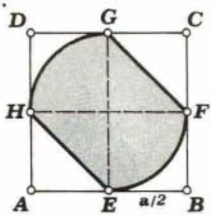
171.



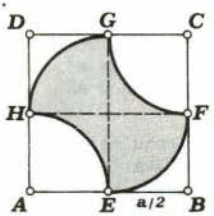
172.



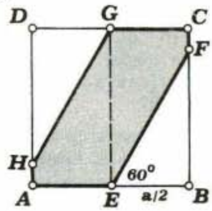
173.



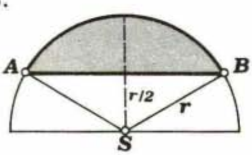
174.



175.



176.

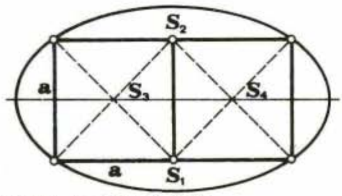


7. KROŽNICA IN KROG

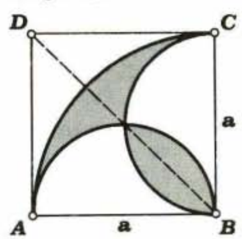
177. Na 20cm dolgem vretenu premera 10cm je navita žica premera 0,05mm. Koliko metrov žice je v prvi plasti? (Pri računanju obsega zanemarimo debelino žice.)

178. Izračunaj ploščino in obseg "elipse", očrtane pravokotniku s stranicama 2a in a. Središči daljših lokov sta v razpoloviščih daljših stranic, krajših lokov pa v sečiščih diagonal kvadratov.

179. Polkrogu s premerom $\overline{AB}$ = 12cm izsekamo enakokrak trikotnik ABC s kotom ob vrhu $\sphericalangle$ C = 120°. Izračunaj obseg in ploščino preostalega dela polkroga!



Slika k nalogi 178



Slika k nalogi 180

Slika k nalogi 183

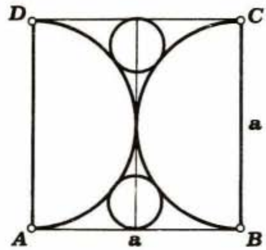
180. V kvadrat ABCD načrtamo lok AC s središčem v B in polkroga s premeroma AB in BC. Izračunaj obseg in ploščino črtkanega dela, če je stranica kvadrata 6cm!

181. Nad nasprotnima stranicama kvadrata sta navzven narisana polkrog in enakokrak pravokoten trikotnik. Razdalja od vrha pravokotnega trikotnika do temena polkroga je 12cm. Izračunaj obseg in ploščino sestavljenega lika!

182. Dan je kvadrat ABCD s stranico a = 6cm. Nariši lok AC s središčem v B in lok BD s središčem v A. Kolika sta obseg in ploščina lika, ki ga omejujeta stranica a in dela lokov AC in BD?

183. Žleb ima v pravokotnem prerezu obliko polkroga s premerom 1m. Kolika je višina skladovnice treh žlebov? (Slika)

184. Kvadratu ABCD s stranico a = 16cm včrtaj dva polkroga, ki se dotikata s temeni v središču kvadrata S. V ostali ploskvi ABS in CDS včrtaj kroga, ki se dotikata polkrogov in stranice kvadrata. Kolika je ploščina obeh polkrogov in krogov?

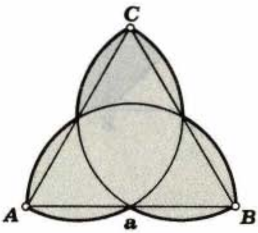


Slika k nalogi 184

185. Kvadratu ABCD s stranico a včrtaj lok AC s središčem v B in lok BD s središčem v A. Kolika je ploščina in obseg ploskve med stranico CD in krajšima lokoma?

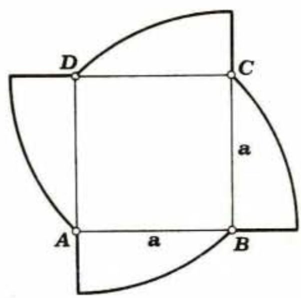
186. Nad nasprotnima stranicama kvadrata sta navzven načrtana polkrog in enakostraničen trikotnik. Kolika je ploščina sestavljenega lika, če je razdalja temena polkroga in vrha trikotnika $(3 + \sqrt{3})$?

187. Enakostraničnemu trikotniku s stranico a = 4cm narišemo tri polkroge s premerom a in s središčem v razpolovišču stranic. Kolik je obseg in ploščina lika?



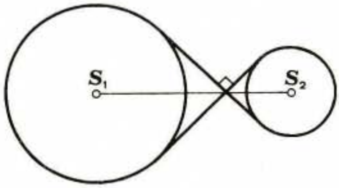
Slika k nalogi 187

188. Izračunaj ploščino in obseg lika, ki ga sestavljajo kvadrat ABCD s stranico a = 8cm in štiri enaki deli kroga. Polmer kroga je diagonala kvadrata!

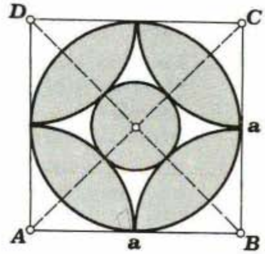


Slika k nalogi 188

189. Prek dveh koles s polmeroma $r_1 = 40$cm in $r_2 = 20$cm teče jermen, tako kot kaže slika. (Jermena se navidezno sekata pod pravim kotom) Izračunaj:
a) dolžino jermena,
b) središčno razdaljo koles!



190. V sekstant (šestino kroga) s polmerom $r = 9cm$ včrtaj krog. Izračunaj njegovo ploščino!



191. V krogu sta dani med seboj pravokotni tetivi $\overline{AC} = 8cm$ in $\overline{BC} = 6cm$. Izračunaj ploščino manjšega dela kroga, ki je omejen s tema tetivama in krožnim lokom $\overline{AC}$!

192. Okrog vsakega oglišča enakostraničnega trikotnika s stranico a nariši krog, ki gre skozi težišče trikotnika. Izračunaj ploščino nastale trilistne rozete!

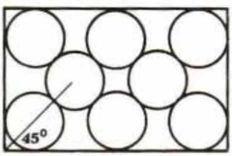
193. Izračunaj ploščino in obseg črtkanih ploskev, če meri stranica kvadrata $a = 2dm$!(slika)

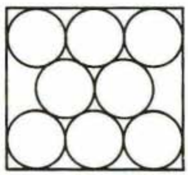
194. Načrtaj enakokrak trikotnik z osnovnico $c = 6cm$ in kotom 120^o ob vrhu. Oglišča trikotnika so središča treh krogov, ki se med seboj dotikajo od zunaj. Kolika je ploščina manjšega kroga?

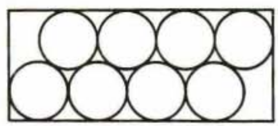
195. Kako konstruiramo krog, katerega ploščina je enaka vsoti ploščin krogov s polmeroma $r_1 = 6cm$ in $r_2 = 8cm$?

196. Kako konstruiramo krog, katerega ploščina je dvakrat večja od ploščine danega kroga s polmerom r_1?

197. Osem enakih krogov s polmerom 1cm leži na tri različne načine v pravokotnikih. V katerem primeru je obseg pravokotnika največji in v katerem je najmanjši?







198. Dva različna kroga k_1 in k_2 s polmeroma R in r, kjer je $R > r$, se dotikata od zunaj. Iz središča večjega kroga O_1 nariši tangento na krog k_2; iz njenega dotikališča A s krogom k_2 pa nariši tangento na krog k_1, ki se tega dotika v B. Kolika je razdalja dotikališč tangent A in B?

199. V krog s polmerom R včrtaj tri enake kroge, tako da se med seboj dotikajo. Kolik je premer krogov?

200. Premici a in b se sekata v točki A pod kotom 30^o. Na premici b je točka B, ki je od točke A oddaljena 4cm. Načrtaj krog, ki se dotika premice a v točki A in gre skozi točko B! Izračunaj obseg in ploščino kroga!

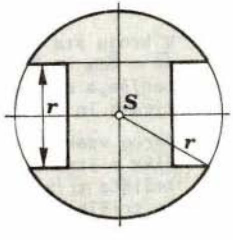
201. V krog s polmerom R včrtaj štiri enake kroge tako, da se zapored dotikajo in da se hkrati dotikajo danega kroga. Izračunaj ploščino včrtanih krogov!

202. Ploščina 7dm širokega kolobarja meri $4{,}18m^2$. Izračunaj notranji in zunanji premer! ($\pi = \frac{22}{7}$)

203. V kvadrat s stranico $a = 4cm$ načrtaj štiri enake kroge, ki se dotikajo diagonal in stranice. Izračunaj ploščino krogov!

204. Kolik del kroga zavzema lik, ki ga omejujeta vzporedni tetivi AB in CD s središčnima kotoma 120^o in 60^o ter loka AD in BC? Kolik je obseg tega lika?

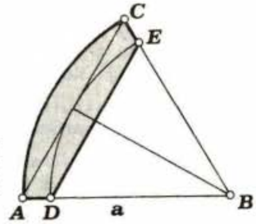
205. Slika kaže prerez dvojne T kotve elektro motorja. Koliko cm^2 meri ta presek, če je polmer 10cm? (slika)



206. Dani sta koncentrični krožnici k_1 in k_2. Tetiva večje krožnice, ki se dotika manjše krožnice, meri 8cm. Kolika je ploščina kolobarja, omejenega s krožnicama k_1 in k_2?

207. Dana je krožnica k.
a) Izberi tri take točke na krožnici, da bodo dolžine lokov v razmerju 2 : 3 : 4 !
b) Skozi te točke načrtaj tangente!
c) Določi kote trikotnika, ki ga omejujejo odseki tangent!

8. TRIKOTNIK



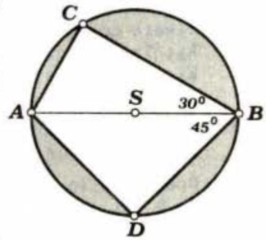
208. V enakostraničnem trikotniku ABC narišemo iz oglišča B lok AC in lok DE, ki se dotika stranice AC. Kolika je ploščina lika, ki ga omejujejo lok AC, tetiva loka DE in enaka odseka na stranicah AB in BC?

209. Izračunaj obseg in ploščino trikotnika ABC s stranico b = 8cm in kotoma $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$!

210. Načrtaj trikotnik ABC, če meri $\overline{AC} = 12cm$, $\overline{BC} = 6cm$ in kot $\gamma = 120^\circ$. Skozj oglišče A načrtaj premico, ki je paralelna s simetralo kota γ in seče podaljšek stranice BC v točki E! Pokaži, da je trikotnik ACE enakostraničen!

211. Na številski premici določi točke, ki predstavljajo $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ in $\sqrt{5}$! (Uporabi Pitagorov izrek.)

212. Ploščina trikotnika ABC je $18cm^2$. Točka D leži na stranici AC tako, da je $\overline{DC} = 2\overline{AD}$. Kolika je ploščina trikotnikov ABD in DBC?



213. Iz polkroga s premerom 2r = 10cm izrežemo pravokotni trikotnik, ki ima za eno stranico premer, za drugo pa polmer polkroga. Kolika sta obseg in ploščina trikotnika?

214. V krogu s premerom 6cm so načrtane tetive AC, BC, AD in BD. Tetiva BC oklepa s premerom AB kot 30°, tetiva AD pa 45°. Izračunaj:
a) dolžino tetiv AC, BC, AD in BD,
b) skupno ploščino manjših krožnih odsekov, ki pripadajo tetivam! (slika)

215. V trikotniku ABC je dano: stranica b, kot $\alpha = 60^\circ$ in $\beta = 45^\circ$. Določi obseg in ploščino trikotnika!

216. Pravokotni trikotnik ABC ima stranico $\overline{AB} = c$, $\alpha = 2\beta$, C je vrh pravega kota. Nad stranicama tega trikotnika načrtaj navzven enakostranična trikotnika CAE in CBF!
a) Koliko merita stranici AC in BC?
b) Dokaži, da je $CE \perp BF$!
c) Dokaži, da imata trikotnika CEF in CEA enaki ploščini!
d) Kolika je ploščina štirikotnika ABFE?

217. V trikotniku je dana stranica $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = 2c$, $\overline{CA} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{2}$.
Kakšen je ta trikotnik (ostrokoten, pravokoten ali topokoten)? Kolika je višina na stranico AB v tem trikotniku?

218. Na daljici AB dolžine $3a$ je točka T med točkama A in B, tako da je $\overline{AT} = 2a$. Nariši enakostranična trikotnika ATC in TBD ter zveži oglišči C in D. Izračunaj ploščino štirikotnika ABDC!

219. V trikotniku ABC je $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, višina $\overline{CD} = 6$cm. Kolik je obseg trikotnika?

220. V enakokrakem trikotniku ABC je $\gamma = 120^\circ$, $c = 8\sqrt{3}$cm. Izračunaj obseg, ploščino in v_a trikotnika!

221. V enakokrakem trikotniku ABC je $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\sphericalangle A = 120^\circ$ in $\overline{BC} = a$ Določi $\overline{AB}$ ter polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga!

222. V trikotniku ABC so dane stranice $a = 87$cm, $b = 65$cm, $c = 88$cm. Kolika je v_c in kolika ploščina trikotnika?

223. Kvadratu ABCD s stranico a je včrtan enakokrak trikotnik ABE tako, da je vrh E razpolovišče stranice CD. Če načrtamo iz oglišča B višino na krak tega trikotnika, dobimo trikotnik BEF. Dokaži, da je razmerje stranic trikotnika BEF 3:4:5!

224. Stranici trikotnika sta 21 in $9\sqrt{2}$; kot med njima je 45°. Izračunaj obseg in ploščino trikotnika!

225. Izračunaj razmerje stranic v trikotniku, če so koti v razmerju 3:4:5!

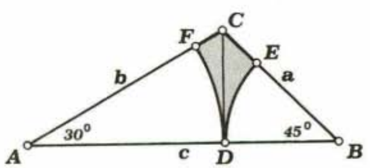
226. Dan je pravokotni trikotnik ABC s hipotenuzo $\overline{AB} = 2a$ in $\alpha = 30^\circ$. A je središče krožnega loka s polmerom AC, ki seče stranico AB v točki E, B pa središče loka s polmerom BC, ki seče stranico AB v točki D. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujejo: narisana loka CD in CE ter daljica ED!

227. V pravokotnem trikotniku ABC, kjer je AB hipotenuza, narišemo iz razpolovišča D stranice BC pravokotnico na hipotenuzo. Dokaži, da velja relacija $\overline{AE}^2 - \overline{BE}^2 = \overline{AC}^2$!

228. Izrazi polmer pravokotnemu trikotniku včrtanega kroga s stranicami trikotnika a, b in c!

229. Krogu s središčem O in polmerom r je včrtan trikotnik ABC s kotom ABC = 45°. Kolika je stranica AC?

230. Izrazi obseg in ploščino šrafiranega lika z dano stranico b trikotnika. Nalogo reši še za posebni primer b = 12! (slika)



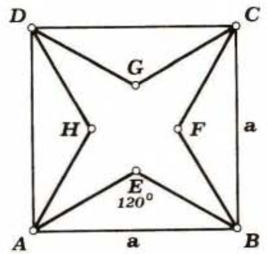
231. Iz vrha pravega kota se po krakih gibljeta dve telesi. Prvo se giblje s $\frac{3}{4}$ hitrosti drugega. Po 10 minutah je razdalja med telesoma 100m. Izračunaj hitrost teh teles!

232. Dan je trikotnik ABC s stranicama $\overline{AB} = 2a$, $\overline{AC} = a$ in kotom $\alpha = 120^\circ$. Nad danima stranicama nariši kvadrata BAMN in ACOP. Zveži oglišči M in P. Izračunaj ploščino in obseg tako nastalega lika!

233. Krogu s polmerom r je včrtan in očrtan enakostraničen trikotnik. Kolika je ploščina dela ravnine med trikotnikoma? (Poseben primer: r = 2cm!)

234. V krog s središčem S načrtamo tetivo, ki je enaka polmeru kroga $r = 4cm$. Ta tetiva je osnovnica enakokrakega trikotnika, ki ima vrh C na krožnici k. (Vrhova kotov sta na isti strani tetive). Izračunaj ploščino štirikotnika ASBC in njegove notranje kote!

235. Nad stranicami romba ($a = 2cm$, $\alpha = 120^\circ$) načrtaj kvadrate navzven. Zveži prosta oglišča kvadratov. Koliki sta ploščina in obseg tako sestavljenega osemkotnika?



236. V rombu s podatki: $a = 4\sqrt{2}$ cm in $\alpha = 45^\circ$ načrtamo okrog oglišča A in C loka s polmerom a. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta loka!

237. Iz kvadrata s stranico $a = \sqrt{3}$ izrežemo ob njegovih stranicah enakokrake trikotnike s kotom 120° ob vrhu. Kolika sta obseg in ploščina štirikrake zvezde in koliko merijo notranji koti? (slika)

238. Konstruiraj kvadrat, ki je enak vsoti petih enakih kvadratov! Stranica $a = 2cm$!

239. Nad stranicami kvadrata ($a = 3cm$) so navzven načrtani enakostranični trikotniki. Zveži zaporedna središča trikotnikov. Kolika je ploščina tako nastalega kvadrata?

240. V trapezu ABCD meri daljša osnovnica $\overline{AB} = 3a$; krajša osnovnica $\overline{CD}$ in krak $\overline{AD}$ merita a. Kot z vrhom A meri 60°. Izračunaj:
a) ploščino trapeza,
b) obseg trapeza,
c) razdaljo razpolovišč osnovnic!

241. Na premicah, ki se sekata pod kotom 60°, ležita srednjici paralelograma, katerega stranice so oddaljene od premic 4cm oziroma 3cm. Določi obseg in ploščino paralelograma!

242. V enakokrakem trapezu so dani: stranica c, kot $\alpha = 60^\circ$ in višina $v = 3c$. Določi ploščino, obseg in diagonalo trapeza!

243. V trapezu ABCD ($\overline{AB} = 26cm$, $\overline{BC} = 10cm$) je stranica AC pravokotna na BC. Izračunaj višino trapeza!

244. V štirikotniku ABCD je $\overline{AB} = 6dm$, $\overline{AD} = 4dm$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 60^\circ$, $\sphericalangle D = 90^\circ$. Izračunaj diagonali in ploščino štirikotnika!

245. Okrog središča kvadrata s stranico a načrtaj krog tako, da odseka na stranicah kvadrata tetive, ki so enake polmeru kroga. Kolika sta obseg in ploščina lika, ki je skupen krogu in kvadratu?

246. Diagonali trapeza sta pravokotni na kraka trapeza. Kolika je ploščina trapeza, če meri diagonala 20cm in krak 15cm?

247. V krog s polmerom r je včrtan enakokrak trapez tako, da je ena stranica diameter, višina pa je enaka r/2. Dokaži, da je obseg trapeza

$o = r(2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2 - \sqrt{3}})$!

248. Osnovnici enakokrakega trapeza sta 8cm in 6cm, višina pa je 7cm. Kolik je polmer očrtane krožnice?

249. Izračunaj ploščino štirikotnika ABCD, če je $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{DA} = 5cm$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90^\circ$.

250. V krogu s polmerom $r = 24cm$ pripadajo lokom AB, BC in CD središčni koti: 120°, 60° in 90°. Izračunaj ploščino in obseg štirikotnika ABCD!

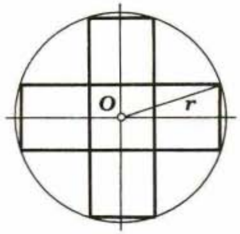
251. Diagonala nekega kvadrata je $a + b$. Kolik je obseg drugega kvadrata, ki ima dvakrat večjo ploščino od prvega?

252. V kvadratu ABCD s stranico a nariši enakostranična trikotnika z osnovnicama AB in CD. Kolika je ploščina skupnega dela teh dveh trikotnikov?

253. Če v enakokrakem trapezu ABCD zaporedno zvežemo razpolovišča stranic, dobimo kvadrat EFGH z dano diagonalo h.
a) Pokaži, da je krak trapeza

$$b = d = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2}}.$$

b) Izračunaj ploščino trapeza!



254. V enakokrakem trapezu je diagonala, ki meri 84cm, pravokotna na krak, ki meri 13cm. Kolik je premer trapezu očrtanega kroga?

255. V krog s polmerom r je včrtanih 5 enakih kvadratov, kot kaže slika. Kolika je stranica kvadrata?

256. V trapezu z osnovnicama a in c ter višino v zveži razpolovišče enega kraka s krajiščema drugega kraka! Izračunaj ploščino nastalega trikotnika ter utemelji rešitev!

257. V kvadrat s stranico a narišemo okrog oglišč A, B, C in D loke s polmerom $\frac{a}{2}$. Kolika sta obseg in ploščina kvadrata, ki ga omejujejo odseki na tangentah teh lokov?

258. Dan je trapez s stranicami $\overline{AB} = 7cm$, $\overline{AD} = 5cm$, $\overline{DC} = 15cm$. Kota z vrhom A in vrhom D sta prava kota. Določi točko M na stranici AD tako, da je ploščina trikotnika MBC $23{,}5cm^2$!

259. V trapezu ABCD s kotom $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ je diagonala AC pravokotna na stranico BC in razpolavlja kot DAB. Obseg trapeza je 10k cm. Izračunaj:
a) dolžino stranice AB izrazi s k!
b) ploščino trapeza!

260. Stranica kvadrata je 3cm. Točka T leži na diagonali kvadrata in je od oglišča A oddaljena 1cm. Izračunaj na dve decimalki razdalji $\overline{TB}$ in $\overline{TC}$!

261. V kvadrat s stranico a je včrtan kvadrat z oglišči na danih stranicah kvadrata. Kot med stranico danega kvadrata in včrtanega kvadrata je 30°. Kolika sta obseg in ploščina včrtanega kvadrata?

262. Iz enakokrakega pravokotnega trikotnika ABC z osnovnico $AB = 12cm$ izrežemo enakokrak trikotnik ABC_1 s kotom $C_1 = 120^\circ$. Kolika sta ploščina in obseg štirikotnika AC_1BC?

10. VEČKOTNIKI

263. Dan je romb ABCD s podatki: $\sphericalangle BAD = 60^\circ$. $\overline{AB} = 8cm$. Skozi točko M, ki deli stranico $\overline{AB}$ v razmerju 1:3, nariši daljico MN vzporedno z diagonalo BD danega romba. (Točka N leži na stranici AD). Kolika je ploščina petkotnika MBCDN?

264. Nad stranicami pravilnega šestkotnika ABCDEF s stranico $a = 2cm$ načrtaj navzven enakostranične trikotnike. Prosta oglišča zveži zaporedno. Kolika je ploščina nastalega šestkotnika?

265. V pravilni šestkotnik s stranico $a = 4cm$ je včrtanih šest enakih krogov, tako da se dotikajo med seboj in stranic šestkotnika. Izračunaj:
a) ploščino krogov,
b) ploščino kolobarja med krožnicama, ki se dotikata vseh šestih krogov!

266. Od kvadrata odsekamo pri vsakem oglišču trikotnik tako, da nastane pravilni osemkotnik s stranico $a = 3\sqrt{2}$. Določi stranico kvadrata in ploščino osemkotnika!

267. Tri nezaporedna razpolovišča stranic pravilnega šestkotnika s stranico $a = 4cm$ zvežemo in tako dobimo trikotnik. Kolika sta njegova ploščina in obseg?

268. V krog s polmerom r načrtaj dve vzporedni tetivi, od katerih je ena stranica včrtanega enakostraničnega trikotnika in druga stranica včrtanega pravilnega šestkotnika. Kolika je ploščina lika med tetivama? (Dve rešitvi!)

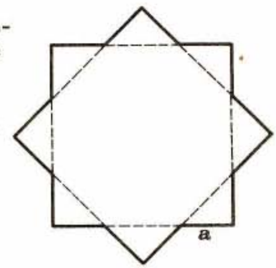
269. Izrazi ploščino pravilnega osemkotnika s stranico a s polmerom očrtanega kroga!

270. Dan je krog s polmerom $r = 2cm$. Kolika sta obseg in ploščina pravilnega osemkotnika, ki je včrtan danemu krogu?

271. Kolika sta obseg in ploščina pravilnega dvanajstkotnika, če je dan polmer očrtanega kroga r?

272. Najkrajša diagonala pravilnega 12-kotnika je $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$; kolika je njegova stranica?

273. Izrazi ploščino osemkrake zvezde s stranico $a = 1$. Reši tudi splošno! (slika)



274. Nad stranicami enakostraničnega trikotnika ABC s stranico $a = 4cm$ nariši enakokrake pravokotne trikotnike. Kolika sta ploščina in obseg tako dobljenega šestkotnika?

11. PODOBNI TRIKOTNIKI

275. Osnovnica enakokrakega trikotnika ABC je 15cm, višina na osnovnico je 18cm. Kolik odsek odreže na kraku trikotnika premica p, ki je vzporedna z osnovnico in oddaljena od nje 6cm?

276. V enakokrak trikotnik z osnovnico $c = 10cm$ in višino na osnovnico $v_c = 12cm$ včrtaj največji kvadrat tako, da leži stranica kvadrata na osnovnici c. Kolika je ploščina kvadrata?

277. V enakostraničen trikotnik s stranico a včrtaj kvadrat tako, da leži stranica kvadrata na stranici trikotnika. Izrazi ploščino kvadrata s stranico a trikotnika!

278. Osnovnica enakokrakega trikotnika je 30cm, polmer včrtanega kroga je 10cm. Koliko meri krak trikotnika?

279. Dan je pravokotni trikotnik ABC s katetama a in b. Načrtaj krog, ki se dotika hipotenuze in gre skozi vrh pravega kota. Izračunaj polmer iskanega kroga!

280. Enakostraničnemu trikotniku s stranico a včrtaj tri enake kroge, ki se med seboj dotikajo. Vsak krog se dotika dveh stranic danega trikotnika. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujejo krožni loki s krajišči v dotikališčih narisanih krogov!

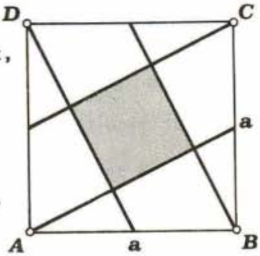
281. Dan je kvadrat ABCD s stranico a. Stranica AB je premer polkroga, ki je včrtan kvadratu. Tangenta iz oglišča C se dotika polkroga v T. Podaljšek polmera OT seče stranico AD v točki E.
a) Izračunaj CT in pokaži, da je ET = ED!
b) Izračunaj ET = x v odvisnosti od a!
c) Izračunaj stranico trikotnika COE, njegovo ploščino in višino iz točke E!

282. V pravokotnem trikotniku sta dani kateti $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$. Nariši simetralo pravega kota, ki seka hipotenuzo v D. Vzporednica s to simetralo skozi točko A seče podaljšek stranice $\overline{BC}$ v E.
a) Pokaži, da je CE = AC in izračunaj $\overline{AE}$ in $\overline{CD}$!
b) Izračunaj ploščino trapeza CDAE!

283. Dani sta kateti a in b pravokotnega trikotnika ABC. Simetrala njegovega pravega kota seče hipotenuzo v točki M. Nariši krog, ki ima središče v M in se dotika katet a in b. Izračunaj polmer kroga!

284. V dani pravokotni trikotnik ABC včrtaj kvadrat, tako da bo stranica kvadrata DE na hipotenuzi AB, oglišči F in G pa na katetah. Pokaži, da je ploščina kvadrata enaka produktu odsekov $\overline{AD} = m$ in $\overline{EB} = n$ na hipotenuzi!

285. V kvadrat ABCD s stranico a nariši 4 daljice, ki vežejo oglišča kvadrata s središči stranic. Kolika je ploščina štirikotnika, ki ga omejujejo odseki narisanih daljic? (Slika)



286. Enakokrakemu trikotniku ABC z osnovnico c = 12cm in v_c = 9cm včrtaj polkrog, tako da se dotika osnovnice. Kolik je polmer polkroga?

287. Kolika je dolžina kotne simetrale pravega kota v pravokotnem trikotniku ABC z danima katetama a in b?

288. Dan je trapez z osnovnicama 5,1 in $4\frac{1}{4}$ ter krakom 4. Za koliko je treba podaljšati dani krak, da seče drugi krak trapeza?

289. Krak enakokrakega trapeza je dolg 4cm. Diagonala deli srednjico trapeza na odseka, ki merita 3cm in 5cm. Izračunaj:
a) obseg trapeza,
b) kote trapeza.

12. A. MEDOBČINSKA TEKMOVANJA
Kranj 1968

290. Izračunaj vrednost izraza $0{,}001a^3b^3$, če je a enak največjemu dvoštevilčnemu negativnemu številu, b pa najmanjšemu celemu številu, ki leži med -2,5 in -5,3!

291. Vlak bi moral prevoziti 720 km v 14 urah in 24 minutah. Ko je prevozil $\frac{3}{4}$ te poti, je moral zaradi okvare na progi čakati 16 minut. S kakšno hitrostjo mora nadaljevati pot, da bo pravočasno prispel na cilj?

292. Dokaži, da je

$$\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2 = ab$$

293. Pravokotnemu trikotniku s katetama 1dm 1cm 2mm in 6cm 6mm očrtaj krog. Za koliko se razlikujeta ploščini kroga in trikotnika?

Jesenice 1966

294. Izračunaj:

$$(1{,}6 - 1\tfrac{1}{7})\{[4 - 3\tfrac{1}{2}(2\tfrac{1}{7} - 1\tfrac{1}{5})] : 0{,}16\}$$

295. Izračunaj:

$$8a^4 - \{-(a^2 - 1)^2 + a^4[4a^4 - (2a^2 + 1)(2a^2 - 1)]\}$$

in napravi preizkus za $a = \frac{1}{2}$!

296. V 1kg medenine je 0,45kg bakra. Iz 100kg rude dobimo 15kg bakra. Koliko rude potrebujemo za 64kg medenine?

297. Ploščina kvadrata je $3136cm^2$. Daljica, ki gre iz enega oglišča in je dolga 65cm, razdeli kvadrat na dva enaka dela. Izračunaj ploščini in obsega obeh delov!

298. Lok s polmerom 9cm in središčnim kotom 120° zvijemo v krog. Izračunaj polmer in ploščino kroga!

Ljubljana 1970

299. Človek porabi letno približno 50kg krompirja. Kolikšno stranico bi moralo imeti kvadratno zemljišče, na katerem bi mogli pridelati to količino krompirja, če je hektarski donos 200q krompirja?

300. Kroga s polmeroma 9cm in 16cm se dotikata od zunaj. Potegni skupno tangento! Izračunaj dolžino na tej tangenti!

301. Kot BAC trikotnika ABC je 135°. Določi stranico BC, če je $\overline{AC} = \sqrt{50}$ in $\overline{AB} = 7$!

302. Nad stranicami enakokrakega pravokotnega trikotnika (c = 4cm) so narčtani kvadrati. Zveži središča teh kvadratov. Izračunaj ploščino tako dobljenega trikotnika!

303. Iz izraza:

$$k \cdot \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{x - 2}{x + 2}$$

izračunaj vrednost števila k, če je $X = -3\frac{1}{3}$!

12. B. OBČINSKA TEKMOVANJA

1972

304. V številskem izrazu 7 . 6 + 12 : 3 - 1 postavi oklepaje tako, da bo vrednost izraza a) 17, b) 27, c) 45, d) 48, e) 69 !

305. Za koliko % se zveča ali zmanjša produkt števil a in b, če prvi faktor za 10% zvečamo, drugega pa za 10% zmanjšamo?

306. Vrednost izraza $\frac{m - 3}{m^2 + 1}$ je lahko pozitivno ali negativno število, pač glede na to, kakšno je število m. Za katera števila m je vrednost izraza pozitivna?

307. Notranji kot paralelograma meri 150°, višini paralelograma pa merita $v_1 = 4cm$ in $v_2 = 5cm$. Izračunaj obseg in ploščino paralelograma!

308. Dan je krog s polmerom $\overline{AB} = 2m$ in središčem S. Polmer $\overline{SC}$ oklepa s polmerom $\overline{SB}$ kot 45°. Tangenta na krog v točki C seka podaljšek premera AB v točki D. (Nariši!)
Izračunaj: a) ploščino trikotnika SDC,
b) ploščino lika, ki ga omejujejo daljica $\overline{CD}$, daljica $\overline{BD}$ in lok $\overline{BC}$.
c) obseg tega lika!

1973

309. Za koliko se razlikujeta vrednosti izrazov
$\frac{1}{3a^2 - 2a + 1}$ in $\frac{1}{-a^2 + 2a - 3}$, če je $a = -2$?

310. V trikotniku merita stranici 17cm in 25cm, višina na tretjo stranico pa 15cm. Izračunaj obseg in ploščino trikotnika!

311. Veriga je sestavljena iz 100 krožnih obročkov. Vsak obroček je izdelan iz 15mm debele okrogle žice. Premer odprtine obročka meri 8cm. Izračunaj dolžino stegnjene verige!

312. Pravokotni trikotnik ima kateti $a = 24cm$ in $b = 32cm$. Ob vsakem oglišču odrežemo od trikotnika izsek kroga s polmerom 10cm. Koliko merita obseg in ploščina dobljenega lika?

313. Enaki krožnici s polmeroma $r = 2cm$ se sekata tako, da gre ena skozi središče druge. Izračunaj obseg in ploščino skupnega dela krogov, ki ju omejujeta dani krožnici!

1974

314. V izrazu $a + b \,.\, c^3$ so izpadli oklepaji. Postavi jih tako, da bo vrstni red operacij naslednji:
- seštevanje, potenciranje, množenje;
- množenje, potenciranje, seštevanje;
- seštevanje, množenje, potenciranje;

Izračunaj vsakič tudi vrednost izraza, če je $a = 1$, $b = 1$, $c = -1$!

315. Števec ulomka je 2a. Napiši ulomek, kateregà imenovalec je:
- za 6 večji od števca,
- 6 krat večji od števca,
- za 6 manjši od števca,
- 6 krat manjši od števca.

Vsak ulomek okrajšaj!

316. Vrednosti izrazov $2n$, $n^2 + 1$, $n - 1$ so dolžine trikotnikovih stranic. Dokaži, da je trikotnik pravokoten!

317. Diagonala, ki je hkrati simetrala deltoida, meri 13cm, ena stranica pa 12cm. Vsota kvadratov dveh različnih stranic je 169. Kolika je ploščina deltoida?

318. Polkrogu s polmerom $r = 1$ včrtamo enakostranični trikotnik, tako da leži ena stranica na premeru, višina pa je enaka polmeru. Koliko % ploščine polkroga je ploščina trikotnika?

1975

319. $((-\frac{4}{9})^2 : ((-\frac{2}{3})^3)^2 : (-\frac{3}{4})^2 =$

320. Poišči ulomka z enomestnim imenovalcem, ki sta večja od $\frac{7}{9}$, toda manjša od $\frac{8}{9}$!

321. V enakokrakem trapezu je krajša vzporednica za 12cm daljša od kraka, krak pa je za 22cm krajši od daljše vzporednice. Obseg trapeza meri 86cm. Izračunaj njegovo ploščino!

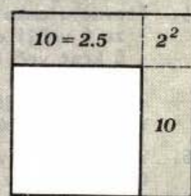
322. Na premici p so take točke A, B in C, da je AB = 2,5cm, BC = 6cm. V točki A postavi pravokotnico na premico p in določi na njej tako točko M, da je AM = 2cm; na pravokotnici iz točke C na isti strani premice p določi tako točko N, da je CN = 7,5cm. Pokaži, da je trikotnik MBN pravokoten!

Rešitve nalog z občinskih tekmovanj leto 1976 s strani 233:

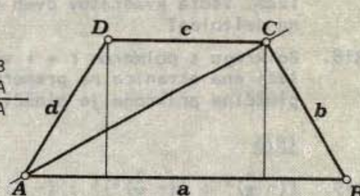
1. Vrednost izraza je 1.

2. v(12,30) = 60
   1941 + 60 = 2001
   Skupaj ju bomo videli spet leta 2001

3. Vrstni red tekmovalcev je: Janez, Milan, Marjan, France, Borut in Bojan.



4. Iz skice razberemo, da je ploščina prvotnega kvadrata $25cm^2$ (slika)



5. Po definiciji somernice je: ∢DAC = ∢CAB
   Zaradi lege krakov je: ∢CAB = ∢DCA
   Iz tega sledi: ∢DAC = ∢DCA

   Zaradi odnosa med koti in stranicami trikotnika je: DC = DA
   Zaradi lastnosti trapeza je: DA = BC

   Iz tega sledi: $\overline{DC} = \overline{DA} = \overline{BC} = 13$cm
   o = 18 + 3.13
   o = 57cm

VIII. RAZRED

13. ENAČBE

323. Reši enačbe: $\frac{1 + y}{1 - y} = m$

324. $\frac{a + x}{a + 2b - x} = \frac{a}{b}$

325. $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} + \frac{x}{c} = bc + ac + ab$

326. Kaj ugotoviš glede rešitev enačb:
a) $\frac{1 + 3x}{3} - \frac{6x + 5}{15} = \frac{3x}{5}$
b) $x + 8 = 4x - 3(x - 2\frac{2}{3})$
c) $1 - \frac{x - 4}{2} = \frac{3 - x}{2}$

327. Ali sta enačbi ekvivalentni?
$(x + 3)(x - 3) = x(x - 4) + 18$ in
$5(x - 1) - 4(x - 3) = -20$

328. Pokaži, da sta enačbi ekvivalentni:
$23 - 9x - 11 = 24 - 15x$ in $4x^2 - (3 - 2x)(2 + x) = (2x + 1)(3x - 2)$

329. Za katero števila a ima enačba koren $x = 2$?
$x + a - (x + 4a)(x - 4a) = 16a^2$

330. Reši enačbo $\frac{a - x}{a - b} - \frac{x - b}{a + b} = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$

331. a) $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; izračunaj l!
b) Prostornino soda izračunamo po obrazcu $V = \frac{\pi}{4}(\frac{2D + d}{3}).H$;
Izračunaj višino soda H!

332. Iz optike poznamo obrazec $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; izračunaj f!

333. Dani sta enačbi
$\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} = 2$ in $\frac{y + a}{b} + \frac{y - b}{a} = \frac{2y}{b} + \frac{2y}{a}$
Reši enačbi in nato ugotovi, kakšen mora biti odnos med števili a in b, da je rešitev prve enačbe dvakrat večja od rešitve druge enačbe, to je $x = 2y$.

334. V enačbah
(1) $4mx - (2m + 1)y + 14 = 0$
(2) $(4m + 5)x - (8m - 1)y + 21 = 0$
določi število m tako, da se premici (1) in (2) sekata na osi y. Izračunaj ploščino trikotnika, ki ga omejujeta ti premici in os x!

335. Reši enačbo
$$(0{,}8x - 0{,}3)^2 - (0{,}7x - 0{,}2)^2 = (0{,}5x - 0{,}3)(0{,}3x - 0{,}7) - 0{,}1(1{,}6 - 0{,}4x)$$

336. Nekatere enačbe rešimo tako, da upoštevamo, kdaj je produkt dveh ali več faktorjev enak nič.
Reši enačbe:
a) $(x + 3)(x - 1) = 0$ (Rešitev : $x_1 = -3$, $x_2 = 1$)
b) $(-5 + x)(-4 + x) = 0$ c) $(2 - 3y)(5y - 1)(3y - 4) = 0$
d) $x(x + 1)(1 - x) = 0$ e) $x^2(2 - 5x)(2 - x) = 0$
f) $z^3 - 2z^2 = 0$

337. Kvadratni koren iz negativnega števila ne obstaja. Povej, zakaj ne obstaja npr. $\sqrt{-4}$!
Ugotovi, za katere vrednosti spremenljivke obstaja kvadratni koren danega izraza!
a) $\sqrt{x^2 - 25}$ b) $\sqrt{y^3 - 125}$ c) $\sqrt{4 - z^2}$
d) $\sqrt{0{,}01 - a^2}$ e) $\sqrt{a^2 - 0{,}0001}$ f) $\sqrt{y^2 - 0{,}2y + 0{,}01}$

338. Dokaži, da je
$(x^2 + xy - y^2)^2 - (x^2 - xy - y^2)^2 = 4xy(x - y)(x + y)$!

339. Preveri Evklidove identičnosti:
a) $ab + (\frac{a + b}{2} - b)^2 = (\frac{a + b}{2})^2$
b) $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$
c) $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$
d) $4(a + b)a + b^2 = [(a + b) + a]^2$
e) $(2a + b)^2 + b^2 = 2[a^2 + (a + b)^2]$
f) $a^2 + b^2 = 2[(\frac{a + b}{2})^2 + (\frac{a + b}{2} - b)^2]$

340. Reši enačbo $\frac{1}{4}(7x + 3) : \frac{2}{3} = k : 2$ in nato še
a) določi vrednost k, če je $x = \frac{1}{7}$,
b) za katere celoštevilčne vrednosti spremenljivke k je $0 < x < 1$?

14. PRIZME

341. Če kocko z robom a presekamo z ravnino, ki gre skozi tri njena oglišča, dobimo enakostranični trikotnik. Koliki sta površina in prostornina kocke, če je ploščina tega trikotnika $1m^2$?

342. Rob kocke $a = \sqrt[4]{48}$. Izračunaj ploščino lika, ki nastane, če kocko presekamo s simetrijsko ravnino telesne diagonale!

343. Osnovna ploskev pokončne tristranične prizme je pravokotni trikotnik, pri katerem meri ena kateta 9cm, druga pa je za 3cm krajša od hipotenuze Kolika je prostornina te prizme, če je njen plašč 1,4-krat večji od osnovne ploskve?

344. Pokončno enakorobno tristranično prizmo z robom a presekamo z ravnino skozi stranski rob in sicer pod kotom 45° glede na stransko ploskev prizme, Kolika sta površina in prostornina večjega dela prizme?

345. Osnovna ploskev poševne prizme je romb s stranico $a = 4\sqrt{3}$ in kotom $\alpha = 60°$. Večji diagonalni presek prizme je romb s kotom $\beta = 60°$. Izračunaj: a) vsoto vseh robov, b) ploščino diagonalnega preseka, c) volumen prizme!

346. Tristranična prizma ima za osnovno ploskev enakostranični trikotnik s stranico a. Pravokotni presek skozi višino osnovne ploskve je romb s kotom $\alpha = 60°$. Izračunaj: a) volumen prizme, b) ploščino preseka prizme, c) diagonali presečnega lika!

347. Leseno kocko s prostornino $1 m^3$ popleskamo z rdečo barvo. Kocko nato razrežemo na dm^3. Koliko kock ima popleskane 3 ploskve (2 ploskvi, 1 ploskev, nobene ploskve)?

348. Ploščina največjega diagonalnega preseka pravilne šeststranične prizme je $4 m^2$. Razdalja paralelnih stranskih mejnih ploskev je 2m. Kolik je volumen prizme?

349. Koliki sta površina in prostornina pravilne tristranične prizme, če je pravokotni presek skozi višino osnovne ploskve kvadrat s stranico k?

350. Osnovna ploskev prizme je enakokrak trikotnik s krakom $b = 5cm$ in polmerom trikotniku očrtanega kroga $r = \frac{25}{8}$ cm. Telesna višina je enaka višini na osnovnico osnovne ploskve. Koliki sta površina in prostornina prizme?

351. Osnovna ploskev pokončne prizme je romb s stranico a in s kotom $\alpha = 60°$. Koliki sta površina in prostornina prizme, če je telesna višina enaka daljši diagonali osnovne ploskve?

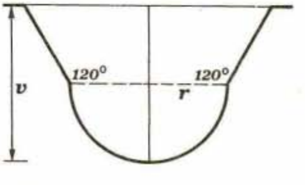
15. VALJ

352. Iz kocke z robom a = 10cm izrežemo dva pokončna valja, tako da se dotikata priležnih mejnih ploskev in diagonalnega preseka. Kolik je volumen obeh valjev?

353. Koliki sta površina in volumen valja, ki je očrtan kvadru z robovi a = 24cm, b = 18cm, c = 45cm?

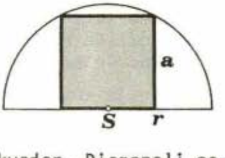
354. Iz pravilne enakorobne šeststranične prizme z robom a = 4dm izrežemo tri enake valje, tako da se dotikajo med seboj in s stranskimi mejnimi ploskvami prizme. Koliki sta površina in prostornina vseh treh valjev?

355. Presek betonskega kanala je polkrog s premerom 2r = 12m. Koliko vode je v 100m dolgem kanalu, če je gladina vode na polovici globine kanala?



356. Na sliki je prečni prerez 4m globokega zbiralnika za vodo. Koliko litrov vode je v polnem zbiralniku, če je dolžina zbiralnika enaka 10m, premer polvalja pa 2r = 4m. (Slika)

357. Iz enakostraničnega valja s premerom 2r = 10cm izrežemo pravilno osemstranično prizmo. Kolika je prostornina prizme?

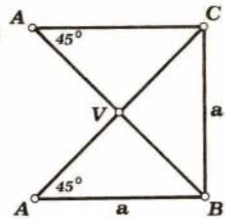


358. Iz polvalja s polmerom r = 10cm in višino v = 50cm izsekamo kvadratno prizmo. Koliki sta površina in volumen prizme? (slika)

359. Iz enakostraničnega valja (2r = 20cm) izsekamo kvader. Diagonali osnovne ploskve kvadra se sekata pod kotom 120°. Koliki sta površina in prostornina kvadra? Določi razmerje prostornin valja in kvadra!

360. Značilni presek poševnega valja je romb s kotom $\alpha = 45^o$. Kolik je volumen valja, če je premer valja $2r = 12cm$?

16. PIRAMIDA



361. Kocka ABCDEFGH ima rob a. Koliki sta površina in prostornina tetraedra z oglišči B, D, E in G?

362. V pravilno štiristranično piramido, ki ima osnovni rob a in stranski rob $\frac{3}{4}$ a, je včrtana kocka tako, da so oglišča zgornje mejne ploskve kocke na stranskih robovih piramide. Kolika je prostornina kocke?

363. Izračunaj volumen tristranične piramide z robom a, če je mreža plašča taka, kot kaže slika?

364. Od oktaedra z robom a odsekamo v vsakem oglu piramido, kateri stranski robovi merijo $\frac{a}{2}$. Kolika je prostornina tako nastalega telesa?

365. Izračunaj površino in prostornino telesa, ki nastane, če kocki z robom a odsekamo v vsakem oglu piramido, katere stranski robovi merijo $\frac{a}{2}$!

366. Pokončni valj ima premer $2r = 12$ in diagonalo osnega preseka $d = 13$. Izračunaj volumen včrtane tristranične pravilne piramide!

367. Osnovno ploskev pokončne štiristranične piramide tvorita dva enakostranična trikotnika s stranico a. Krajši stranski rob je enak osnovnemu robu. Koliki sta površina in prostornina piramide?

368. V tristranični piramidi merita dva nasprotna robova 4cm in 12cm, drugi robovi pa 7cm. Kolik je volumen piramide?

369. Izračunaj volumen pravilne tristranične piramide, če je telesna višina za tretjino večja od osnovnega roba in je dan polmer r osnovni ploskvi očrtanega kroga!

370. Osnovna ploskev piramide je enakokrak trapez z osnovnicama 2a in $\alpha = 60^o$. Telesna višina piramide je pravokotnica iz oglišča A in je enaka diagonali osnovne ploskve. Izračunaj: a) vsoto stranskih robov, b) površino in prostornino piramide!

371. Na pravilno enakorobno šeststranično prizmo z robom a je postavljena (s skupno osn. ploskvijo) pravilna šeststranična piramida. Plašč piramide je dvakrat večji od njene osnovne ploskve. Izračunaj površino, volumen in višino sestavljenega telesa!

372. Dana je enakorobna tristranična piramida (tetraeder) z robom $a = 4\sqrt{2}$. Središče robov te piramide so oglišča novega telesa. Izračunaj površino in prostornino novega telesa!

373. Dan je enakokrak pravokoten trikotnik ABC s stranico $\overline{AC} = \overline{BC} = a$. Iz oglišča B načrtamo pravokotnico na ravnino trikotnika in na njej odmerimo razdaljo $\overline{BS} = a\sqrt{2}$. Tako dobimo tetraeder SABC.
a) Koliki sta površina in prostornina tetraedra?
b) Načrtaj s šestilom in ravnilom mrežo tetraedra SABC (enoto za dolžino izberi sam)!

17. STOŽEC

374. V trikotniku ABC so dane vse tri stranice $a = 65$, $b = 61$, $c = 36$. Kolika sta površina in volumen vrtenine, ki nastane z rotacijo trikotnika okoli stranice c?

375. Silos za cement ima obliko pokončnega stožca s premerom 6m in višino 9m. Koliko m^3 cementa je v njem, če sega v silosu 7,5m visoko? (Stožec je obrnjen)!

376. Površina enakostraničnega stožca je πm^2. Kolika je njegova prostornina?

377. Posoda ima obliko enakostraničnega valja, ki se na dnu podaljšuje v enakostranični stožec. Koliko litrov drži posoda, če smo zanjo (vključno s pokrovom) porabili $28\pi m^2$ pločevine?

378. Enakokraki trapez ABCD s kotom $\sphericalangle A = \sphericalangle B\ 45^\circ$, $a = 2c$ rotira okoli kraka. Koliki sta površina in prostornina vrtenine?

379. Pravokotni trikotnik ABC s hipotenuzo a in kotom 60° zavrtimo okoli vseh treh stranic. Določi razmerje površin in prostornin nastalih vrtenin!

380. Najdaljša stranica poševnega stožca $\overline{AC}$ meri 16cm, najkrajša stranica $\overline{BC}$ pa 10cm; stranici oklepata kot 60°. Kolika je prostornina stožca?

381. V enakostranični stožec s polmerom r včrtaj enakostranični valj. Kolika je površina tega valja?

382. Pravilni enakorobni tristranični prizmi z robom a očrtaj enakostranični stožec. Kolika sta volumen in površina stožca?

383. Osnovna ploskev stožca ima ploščino $7\pi cm^2$. Plašč, razvit v ravnino, je enak osmini kroga. Izračunaj površino in prostornino stožca!

18. KROGLA

384. Izračunaj površino in volumen oktaedru očrtane in včrtane krogle, če je dan rob a oktaedra!

385. Teža krogelne lupine iz železa ($\sigma = 7,2\ p/cm^3$) je 2945,112p, zunanji polmer $R = 5cm$. Kolika je debelina lupine?

386. Krogla ima polmer 4dm. Izračunaj ploščino tistega preseka krogle z ravnino, ki ga vidimo, če gledamo kroglo iz točke A, za 8dm oddaljene od središča krogle!

387. Iz pokončnega stožca s stranico s, ki oklepa z osnovno ploskvijo kot 30°, izsekamo največjo kroglo. Izračunaj njeno površino!

388. Posoda, ki ima obliko enakostraničnega valja s premerom 10cm, je napolnjena z vodo do $\frac{11}{12}$ svoje višine. Kolik je polmer največje krogle, ki jo lahko potopimo v vodo, tako da voda ne izteka?

389. Osnovni rob pravilne štiristranične piramide je a, stranski rob pa $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Določi prostornino piramide in očrtane krogle!

390. Pravilnemu tetraedru z robom $a = 9cm$ očrtaj in včrtaj kroglo. Izračunaj razliko prostornin teh dveh krogel in razmerje njunih polmerov!

R E Š I T V E

1. Osemkrat

2. Vrednost izraza je 24, število je 500.

3. $x = \frac{1}{10}$

4. a) $x = 9$ b) $x = 3$

5. a) $x = 6$ b) $x = 12$

6. $x = 1$

7. Uporabimo zakonitosti računskih operacij!
   a) Izračunamo neznani faktor!
   $(x : 4\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) = 2\frac{5}{14} : 1\frac{5}{28}$
   b) Izračunamo neznani zmanjševanec (minuend)!
   $x : 4\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{7}$
   c) Izračunamo neznani deljenec!
   $x = 2\frac{1}{7} \cdot 4\frac{1}{5} = 9$

8. a) Izračunamo neznani zmanjševanec
   $66{,}6 : (5 + 3{,}2 : \frac{0{,}8 - 0{,}4.x}{0{,}5}) = 0{,}25 + 7{,}15$
   b) Izračunamo neznani delitelj (divizor)
   $65 + 3{,}2 : \frac{0{,}8 - 0{,}4.x}{0{,}5}) = 66{,}6 : 7{,}4$
   c) Izračunamo neznani seštevanec (sumand)
   $3{,}2 : \frac{0{,}8 - 0{,}4.x}{0{,}5} = 9 - 5$
   d) Izračunamo neznani delitelj
   $\frac{0{,}8 - 0{,}4.x}{0{,}5} = 3{,}2 : 4$
   e) Izračunamo neznani deljenec
   $0{,}8 - 0{,}4.x = 0{,}8 \cdot 0{,}5$
   f) Izračunamo neznani odštevanec (subtrahend).
   $0{,}4.x = 0{,}8 - 0{,}4$
   $x = 1$

9. a) Izračunamo neznani deljenec.
   $(6\frac{3}{7} - \frac{\frac{3}{4}.x - 2}{0{,}35}).2{,}28 - 1\frac{3}{4} = 235.\frac{1}{20}$
   b) Izračunamo neznani zmanjševanec.
   $(6\frac{3}{7} - \frac{\frac{3}{4}.x - 2}{0{,}35}) : 2{,}8 = 11\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$
   c) Izračunamo neznani faktor.
   $(6\frac{3}{7} - \frac{\frac{3}{4}.x - 2}{0{,}35}) = 13\frac{1}{2} : 2{,}8$
   e) Izračunamo neznani odštevanec.
   $\frac{3}{4}.x - 2 = 1\frac{17}{28} \cdot 0{,}35$
   f) Izračunamo neznani zmanjševanec in nato še neznani faktor.
   Dobimo: $x = 3\frac{5}{12}$

10. a) $a < b$ b) $a = b$ c) $a > b$

11. a) $a < 6$ b) $b < 5$ c) $a = 4$

12. a) $\frac{a}{b} < \frac{c}{b} < \frac{d}{b} < \frac{a}{b}$
    b) $\frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c} < \frac{1}{b}$

13. a) $\frac{a}{b} < \frac{a.k}{b}$ b) $\frac{a}{b} > \frac{a.k}{b.k}$
    c) $\frac{a}{b} > \frac{a:k}{b}$ d) $\frac{a}{b} > \frac{a}{b:k}$
    e) $\frac{a.k}{b} = \frac{a}{b:k}$ f) $\frac{a:k}{b} = \frac{a}{b.k}$
    g) $\frac{a}{b} = \frac{a.k}{b.k}$ h) $\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$

14. a) $x = \frac{1}{8}$ b) $y = \frac{3}{8}$
    c) $z = 3\frac{5}{6}$

15. a) $x > 2$ b) $x > \frac{1}{2}$ c) $x < \frac{1}{2}$

16. Reši sam!

17. Vrednost ulomka narašča, če večamo število a, vsak od teh ulomkov pa je manjši od 1.

18. a) $\frac{a}{5} < \frac{a}{3}$ b) $\frac{9}{b} > \frac{4}{b}$ c) $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$

19. a) $\frac{a}{b} > \frac{a-1}{b-1}$ b) $\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b}$

20. a) $x = 12$ b) $x = \frac{15}{8}$

21. a) $x = 2$ b) $x = 0$ c) $x = 6$

22. a) $x = 36$ b) $x = \frac{1}{12}$

c) $y = \frac{1}{50}$

23. $\frac{89}{120}$ 24. $5\frac{32}{45}$ 25. 80

26. Iskano število označimo z x.
Potem je $\frac{6}{5}.x = 30$
$x = 30 : \frac{6}{5} = 25$

27. 1. ostanek: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
$\frac{2}{3}$ od $\frac{1}{3} = \frac{2}{9}$
2. ostanek: $1 - (\frac{2}{3} + \frac{2}{9}) = \frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$ zbiralnika je 84 litrov.
Zbiralnik drži 7,56hl.

28. 1. ostanek: $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
$\frac{5}{9}$ od $\frac{2}{5} = \frac{2}{9}$
2. ostanek: $1 - (\frac{3}{5} + \frac{2}{9}) = \frac{8}{45}$
$\frac{3}{8}$ od $\frac{8}{45} = \frac{1}{15}$
3. ostanek: $\frac{8}{45} - \frac{1}{15} = \frac{1}{9}$
Na začetku je imel 7200 din.

29. 1. cev v 1 uri napolni $\frac{1}{9}$ nabiralnika, 2. cev v 1 uri izprazni $\frac{1}{12}$ zbiralnika; v 1 uri je napolnjeno $\frac{1}{36}$ zbiralnika; v 6 urah je napolnjeno $\frac{1}{6}$ zbiralnika.

30. $\frac{4}{5} - \frac{5}{12} = \frac{23}{60}$, kar znaša 13,8km. $\frac{1}{60}$ poti je 0,6km. Celotna pot je dolga 36km.

31. 1. oseba dobi 12, druga 8, tretja 16, četrta 20 in peta oseba 8 jabolk.

32. V 1. etapi so prevozili 48km, v drugi 64km, v tretji 60km in v 4. etapi 68km.

33. Tovor manjšega tovornjaka:
$36\frac{1}{2}$ t : 17 = $2\frac{5}{34}$ t.
Tovor večjega tovornjaka:
$2\frac{5}{34}$ t . 2 = $4\frac{5}{17}$ t.

34.
rdeče	bele	črne
2.x	x	5.x

$8.x = 56$; $x = 7$. Rdečih kroglic je 14, belih 7 in črnih 35.

35. Število steklenic:
(500 - 100) : 2 = 200
Manjših steklenic je 300. V večjih steklenicah je 100 l soka. V manjših steklenicah je 105 l soka. Vsaka manjša steklenica drži 0,35 l.
Manjših steklenic je 300, vsaka drži 0,35 l.

36. Letalo preleti v eni minuti $4\frac{4}{9}$ km.

37. 12000kg 38. 30,375 litrov

39. a) $a + \frac{a}{10} = \frac{11}{10}a$
b) $b - \frac{b}{10} = \frac{9}{10}b$
c) $\frac{11}{10}a \cdot \frac{9}{10}b = \frac{99}{100}ab$
d) Produkt se zmanjša za 1%.

40. $p = \frac{5.a}{4} \cdot \frac{4.b}{5} = ab$
Površina igrišča se ni spremenila.

41. Vseh konzerv je 82. Enako število malih konzerv tehta $(39\frac{1}{2} - 27 \cdot \frac{2}{5})$kg, ena mala konzerva tehta torej
$(39\frac{1}{2} - \frac{2}{5}.27) : 82 = 0,35$
Male konzerve tehtajo 0,35kg, velike pa 0,75kg. Skupna teža je $99\frac{3}{4}$kg.

42. Stranica kvadratnega zemljišča meri 5m.

43. Igrišče je povečano za 30m² ali 37,5%.

44. a) 10kg svežih gob vsebuje 9kg vode (vode je 90%) in 1kg suhe tvarine. 1kg suhe tvarine predstavlja v suhih gobah 88% (12% je vode). Iz 10kg svežih gob dobimo 1,136kg suhih.
b) 10kg suhih gob vsebuje 1,2kg vode (12% vode) in 8,8kg suhe tvarine. 8,8kg suhe tvarine predstavlja v svežih gobah 10%. Posušiti moramo 88kg svežih gob.

45. Zaslužek je 220 din.

46.

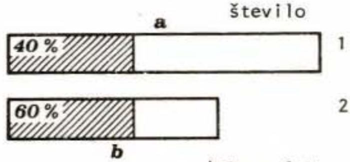
	cev 1.	2.	3.	
v 1 uri napolni	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	bazena
v 2 urah napolni	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	bazena

Vse tri napolnijo v 2 urah $\frac{11}{12}$ bazena. Če so vse tri cevi odprte 2 uri, se napolni 55% bazena.

47. Stara cena je celota ali 100%. Nova cena je 90% = $\frac{9}{10}$ stare cene. Stara cena je torej $\frac{10}{9}$ nove cene, zato moramo novo ceno zvišati za $\frac{1}{9} = 11\frac{1}{9}\%$

48. 1. število 100%   2. število 125%
125% - 100% = 25%
25% je petina od 125%. Prvo število je za petino ali za 20% manjše od drugega.

49. 100% - 70% = 30%
20% od 30% = 6%
30% - 6% = 24%
63% je 24% iskanega števila.
Iskano število je 262,5.

50. 

40%a = 60%b
a = 1,5b

Prvo število je 1,5 krat večje od drugega števila. Vsota obeh števil je enaka 2,5 kratnemu drugemu številu.
2. število   1. število
120 : 2,5 = 48   48.1,5 = 72

Preizkus: 40% od 72 = 28,8
60% od 48 = 28,8
Prvo število je 72, drugo število pa 48.

51. Prvotni ulomek je $\frac{a}{b}$. Pomanjšan števec za 10% je $\frac{9}{10}$ a. Povečan imenovalec za 10% je $\frac{11}{10}$ b, dobimo ulomek
$\dfrac{\frac{9}{10}a}{\frac{11}{10}b}$. Poenostavimo dvojni ulomek in dobimo $\frac{9a}{11b}$.
Vrednost novega ulomka je torej $\frac{9}{11} = 81\frac{9}{11}$ % prvotnega ulomka. Vrednost ulomka se je zmanjšala za $18\frac{2}{11}$ %.

52. 80% števila 75 je 60.
60 - 48 = 12, 12 je četrtina od 48. Število 48 moramo povečati za 25%.

53. 1. obrok: $\frac{3}{8}$ dolga
Ostanek: $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
$\frac{2}{5}$ od $\frac{5}{8} = \frac{1}{4}$
2. obrok: $\frac{1}{4}$ dolga
Ostanek: $1 - (\frac{3}{8} + \frac{1}{4}) = \frac{3}{8}$
$\frac{1}{6}$ od $\frac{3}{8} = \frac{1}{16}$
3. obrok: $\frac{1}{16}$ dolga
4. obrok: $\frac{5}{16}$ dolga, kar je 300 din.
Dolg je 960 din.
1. obrok 120 din, 2. obrok 240 din, 3. obrok 60 din.

54. Manjša kateta je enota.
$1 + \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = 4$, 48cm : 4 = 12cm

Manjša kateta meri 12cm, večja kateta meri 16cm, hipotenuza pa meri 20cm. Višina na hipotenuzo je v_c.

$p = \frac{a.b}{2} = \frac{c.v_c}{2} = 96\text{cm}^2$

$v_c = \frac{2.p}{c} = 9{,}6\text{cm}$

Hipotenuza je oddaljena od nasprotnega oglišča 9,6cm.

55. V drugi delavnici naj bo x strojev; potem jih je v prvi $1\frac{1}{5}.x$. Zato je $2\frac{1}{5}.x = 110$
V prvi garaži je 60 strojev, v drugi pa 50 strojev.

56. 1. član plača 3700 din
2. član plača 7400 din
3. član plača 7400 din

57. 2% od $13\frac{3}{8}$ t $= \frac{107}{400}$ t
$13\frac{3}{8}$ t sveže izkopanega premoga vsebuje $\frac{107}{400}$ t vode in $13\frac{43}{400}$ t suhega premoga. Po določenem času znaša $13\frac{43}{400}$ t suhega premoga 85%. Celotna masa premoga je 100%. Po določenem času tehta $13\frac{3}{8}$ t sveže izkopanega premoga $15\frac{143}{340}$t.

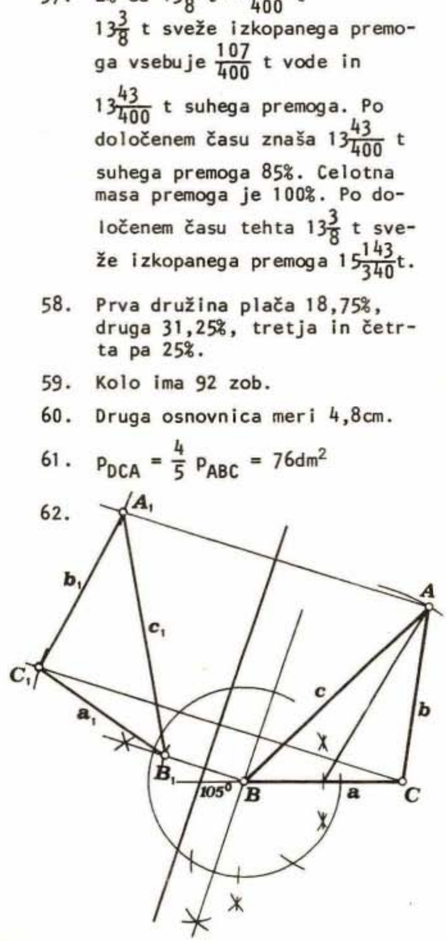
58. Prva družina plača 18,75%, druga 31,25%, tretja in četrta pa 25%.

59. Kolo ima 92 zob.

60. Druga osnovnica meri 4,8cm.

61. $P_{DCA} = \frac{4}{5} P_{ABC} = 76\text{dm}^2$

62.

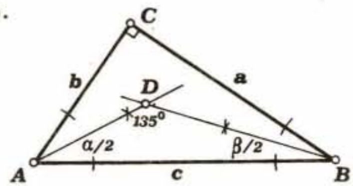


63. $67\frac{1}{4}^\circ : 6 = 11\frac{5}{24}^\circ$
Prvi kot meri $11\frac{5}{24}^\circ$, drugi $22\frac{5}{12}^\circ$ in 3. kot $33\frac{5}{8}^\circ$

64. 1. kot $\frac{2}{5}.x^\circ$, 2. kot x°
3. kot $\frac{2}{5}.x^\circ.4 = \frac{8}{5}.x^\circ$
$\frac{2}{5} + 1 + \frac{8}{5} = 3$
$180^\circ : 3 = 60^\circ$
Prvi kot meri 24°, drugi 60° in tretji 96°

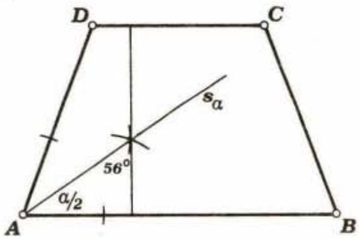
65. Dani kot je α, kot med pravokotnicama pa $\frac{2}{3}\alpha$. Kota s pravokotnimi kraki sta suplementarna, torej je
$\alpha + \frac{2}{3}\alpha = 180^\circ$
$\frac{5}{3}\alpha = 180^\circ$
$\alpha = \frac{3}{5}.180^\circ = 108^\circ$

66.



$\measuredangle ADB = 180^\circ - (\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2})$
$\alpha + \beta = 90^\circ$
$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 45^\circ$
$\measuredangle ADB = 135^\circ$
Simetrali ostrih kotov v pravokotnem trikotniku oklepata kot 135°.

67.



$\frac{\alpha}{2} = 90^o - 56^o = 34^o$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^o$

$\alpha = \beta,\ \gamma = \delta$

$\gamma = \dfrac{360^o - 2\alpha}{2}$

$\alpha = \beta = 68^o$

$\gamma = \delta = 112^o$

68. $p_1 = \frac{a.v_a}{2} = 200cm^2$

Povečana ploščina $p_1 = 225cm^2$

$p_1 = \frac{a_1.v_{a1}}{a_1} \quad a_1 = a$

$v_{a1} = 18cm$

Višino moramo povečati za 2cm, to je za 12,5%.

69. $p_{ABCD} = p_{ABC} + p_{ACD}$

$p_{ABC} = 2.p_{ACD}$

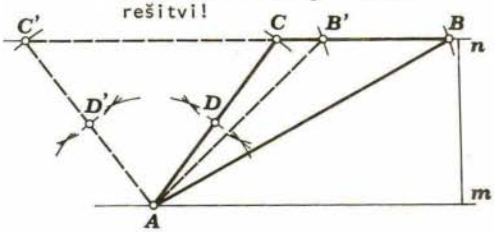
$p_{ACD} = p_{ABCD} : 3 = 9516m^2$

$p_{ABC} = 19032m^2$

$p_{ABC} = \frac{a.v}{2}$

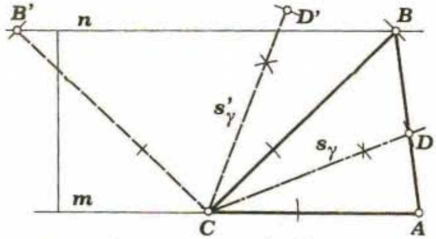
$a = \dfrac{2.p_{ABC}}{v} = 366m$

70. Načrtamo vzporednici m in n v razdalji v_a. Iz poljubne točke A premice m načrtamo krožni lok (A,b), ki določa na n točko C in C'. Iz razpolovišča D daljice $\overline{AC}$ načrtamo krožni lok (D,t_b), ki na premici n določi oglišče B. Isto napravimo iz razpolovišča stranice $\overline{AC'}$. Naloga ima dve rešitvi!



71. Načrtamo vzporednici m in n v razdalji v_b. Iz poljubne točke C premice m načrtamo krožni lok (C,a), ki na premici n določi točki b in B'. B je oglišče trikotnika. Načrtamo simetralo kota γ in odmerimo na njej $\overline{CD} = 6,9cm$.

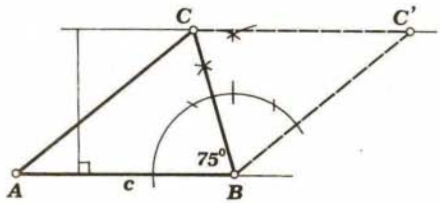
Premica, ki poteka skozi točki B in D, določa na premici m oglišče A.

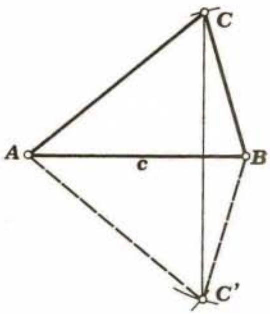


72. a) $p_p = c.v_c = 24cm^2$

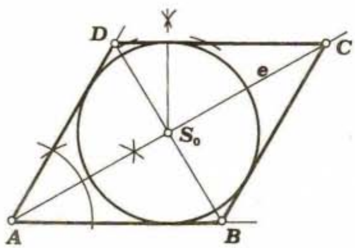
$p_d = \frac{e.f}{2} = \frac{c.2v_c}{2} = 24cm^2$

Paralelogram in deltoid imata enako ploščino, ker sta sestavljena iz dveh skladnih trikotnikov.



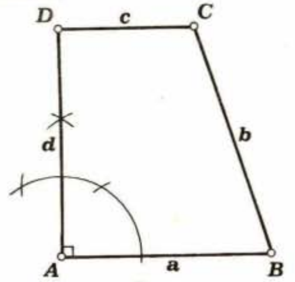


73.



Ko načrtamo kot α in na simetrali kota α odmerimo diagonalo e, načrtamo simetralo diagonale e, ki seče kraka kota α v ogliščih B in D. Polmer včrtanega kroga je dolžina pravokotnice iz presečišča diagonal S na stranico romba.

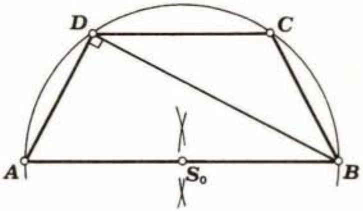
74.



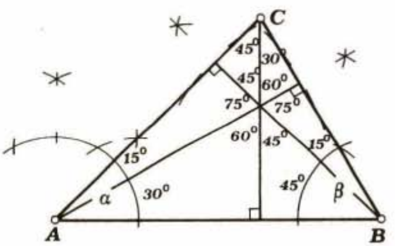
$p = s.v \qquad v = \frac{p}{s} = 5{,}5\text{cm}$

$s = \frac{a + c}{2} \qquad a = 2s - c = 8\text{cm}$

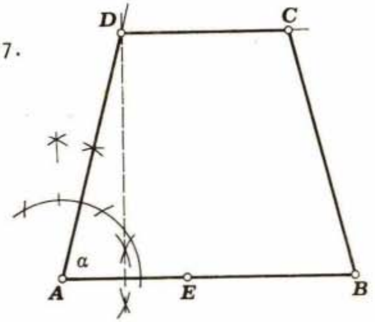
75. Središče trapezu očrtanega kroga leži v razpolovišču stranice AB.



76.



77.

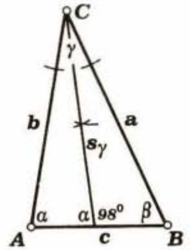


$\overline{BE} = \overline{CD}$

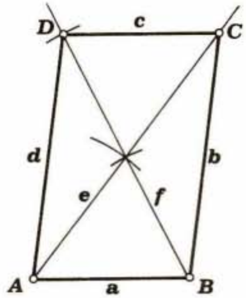
Oglišče D je presečišče kraka kota α in simetrale daljice $\overline{AE}$.

78. a)

$\alpha = 82^\circ$
$\beta = 66^\circ$
$\gamma = 32^\circ$

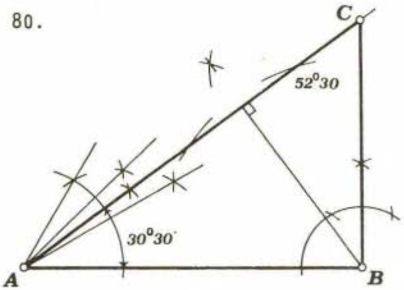


b)



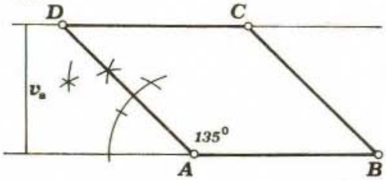
79. Kazalca oklepata ob 12 uri kot 0°. Konica minutnega kazalca napravi v eni uri lok s središčnim kotom 360°, v 15 minutah lok s središčnim kotom 90°. Konica urnega kazalca napravi v 12 urah lok s središčnim kotom 360°, v 1 uri 30°, v 15 minutah 7,5°. Razlika med kotoma je enaka 90° - 7,5° = 82,5°. Urna kazalca tvorita ob četrt na eno kot 82° 30'.

80.

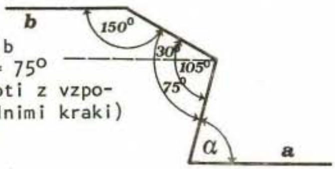


Nadaljuj sam!

81.

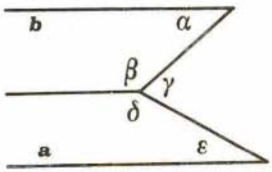


82. a)



a||b
$\alpha = 75^\circ$
(Koti z vzporednimi kraki)

b)



$\alpha + \beta = 180^\circ$
$\alpha + 4\alpha = 180^\circ \quad , \ \beta = 4\alpha$
$5\alpha = 180^\circ$

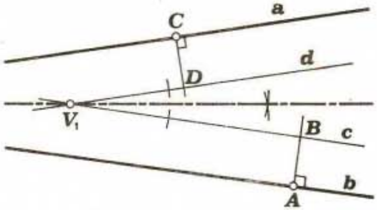
$\alpha = 36^\circ$
$\beta = 144^\circ$

$\gamma + \varepsilon = 180^\circ$
$5\varepsilon + \varepsilon = 6\varepsilon \quad , \ \gamma = 5\varepsilon$

$\varepsilon = 30^\circ$
$\gamma = 150^\circ$

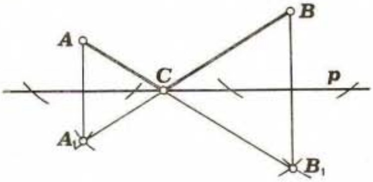
83. $\sphericalangle MBO = \sphericalangle CBO$
Iz $MN \| BC \Rightarrow \sphericalangle MOB = \sphericalangle MBO$
zato je trikotnik BOM enakokrak in je $\overline{OM} = \overline{BM}$. Na enak način določi dolžino $\overline{CN}$!

84. a) Simetrale tetiv istega ali enakega kroga se ....!
b)



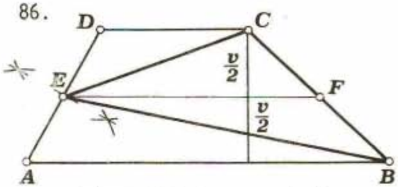
AB = CD a||d, b||c
Pokaži sam še drug način!

85.



Določimo točko A_1, ki je točki A simetrična glede na premico p. Presečišče daljice A_1B in premice p je iskana točka C. Sam dokaži, da je vsota razdalj $\overline{AC} + \overline{CB}$ najmanjša! (Vzemi drugo točko D na premici p; po zakonitosti o vsoti trikotnikovih stranic dokaži, da je AC + BC
AC + BC < AD + DB)

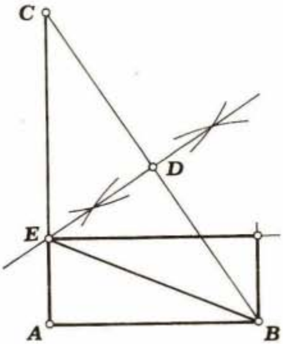
86.



Dokaz: Načrtamo srednjico trapeza EF. Tedaj je
$P_{ABCD} = EF.v$ (v je višina trapeza)
$P_{ABC} = P_{FEB} + P_{EFC} =$
$= \frac{1}{2}.EF.\frac{v}{2} + \frac{1}{2}.EF.\frac{v}{2} = \frac{EF.v}{2}$
$P_{EBC} = \frac{1}{2} \cdot P_{ABCD}$

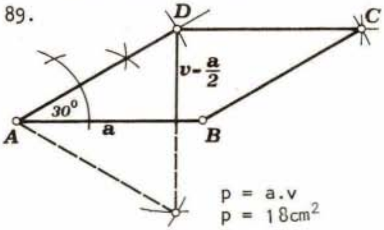
87. Glej nalogo 84/a !

88.



Naj bo $\overline{AB} = b$ in $\overline{AC} = a + d$. Konstruiraj trikotnik ABC in načrtaj simetralo $\overline{DE}$ stranice $\overline{BC}$. Točka E je oglišče iskanega pravokotnika ($\overline{EB} = \overline{EC}$)!

89.



$p = a.v$
$p = 18\text{cm}^2$

$o = 4.a \quad a = 6\text{cm}$

$v = \frac{a}{2} \quad v = 3\text{cm}$

90. Kot δ meri $57^\circ\ 30'$

91. a) Nalogi reši sam! Upoštevaj pravila o sokotih, sovršnih kotih in kotih z vzporednimi kraki!
b) $x^\circ = 63^\circ$

92. $\alpha + \beta = 180^\circ \quad \beta = \frac{3}{2}.\alpha$

$\alpha + \frac{3}{2}.\alpha = 180^\circ$

$\frac{5}{2}\alpha = 180^\circ$

$\alpha = 180^\circ : \frac{5}{2} = 60^\circ$

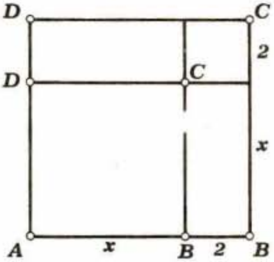
$\beta = 120^\circ$

93. Stranica prvotnega kvadrata naj meri x. Ploščina prvotnega kvadrata se poveča za dva enaka pravokotnika s stranicama 2 in x in za kvadrat s stranico 2.

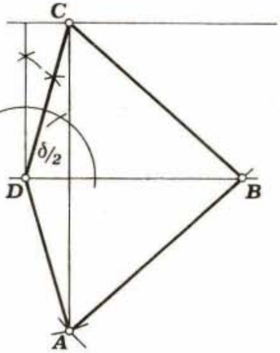
$2.x + 2.x + 2.2 = 24$

$4x = 20 \quad x = 5$

$p_1 = 25\text{cm}^2 \quad p_2 = 49\text{cm}^2$



94.



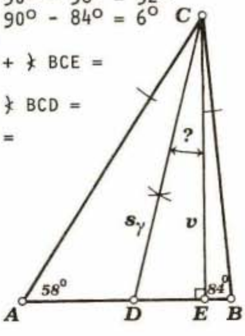
95. $4\frac{2}{3}$

96. Za 2 kg rozin potrebujemo 6,25 kg grozdja.

97. $\sphericalangle BAC = \sphericalangle CAD$
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACD$ (kota z vzporednimi kraki)
$\sphericalangle CAD = \sphericalangle ACD$
Δ ACD je enakokrak.

$\overline{AD} = \overline{CD} \quad \overline{AD} = 5\text{cm}$
$\overline{BC} = \overline{AD} \quad \overline{BC} = 5\text{cm}$
Obseg meri 26cm.

98. $\sphericalangle ACE = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$
$\sphericalangle BCE = 90^\circ - 84^\circ = 6^\circ$
$\sphericalangle ACB =$
$= \sphericalangle ACE + \sphericalangle BCE =$
$= 38^\circ$
$\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCD =$
$= \frac{\sphericalangle ACB}{2} =$
$= 19^\circ$



$\sphericalangle DCE = \sphericalangle BCD - \sphericalangle BCE = 13^\circ$
Kot med simetralo kota γ in višino na stranico c meri 13°.

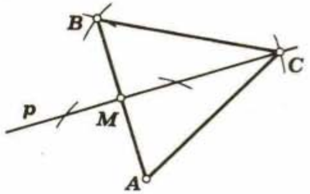
99.

$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

100. $v(4,8,10) = 40$
40 dni po 29. maju je 8. julij. Naslednjič bodo vse tri ladje hkrati zapustile pristanišče 8. julija.

101. Ploščina igrišča je večja za 43,75%.

102.



Točki A poiščemo simetrično ležečo točko B. Daljica AB je osnovnica trikotnika; simetrala seka osnovnico AB v točki M. Narišemo še MC = AB in tako dobimo vrh C iskanega trikotnika.

103. a) 27 kock d) 12 kock
b) 1 kocka e) 8 kock
c) 6 kock f) nobena kocka

104. $(2\frac{3}{4} + 6\frac{5}{12}) : (6\frac{5}{12} - 2\frac{3}{4}) = 2,5$
Vsota danih števil je 2,5krat večja od njune razlike.

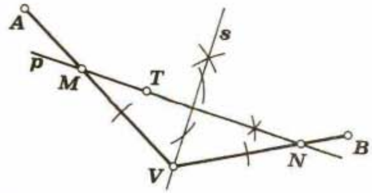
105.

Milica	87,5%
Janez	$83\frac{1}{3}$%
Marko	80%
Meta	75%
Boris	$66\frac{2}{3}$%

106. a) Trikotnik je enakokrak
b) $o = 15$cm

107. $o = 600$cm

108.

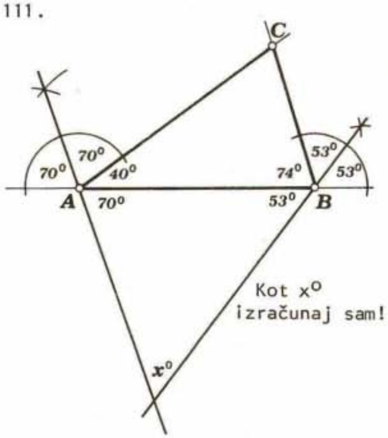


109. Pot meri 40km.

110.

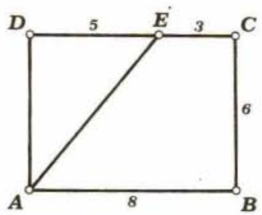
$\frac{1}{8}$	10	4
2	$\frac{1}{5}$	$12\frac{1}{2}$
20	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

111.



112. Zvišana cena obleke je 880 din. Znižana cena obleke je 792 din.

113.



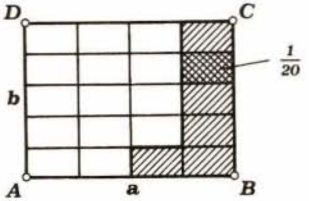
$p_{ABCD} = 48 cm^2$
$p_{ABCE} = 33 cm^2$
$p_{ADE} = 15 cm^2$
$p_{ABCE} : p_{ABCD} = \frac{11}{16}$

Ploščina trapeza ABCE je $\frac{11}{16}$ ploščine pravokotnika ABCD.

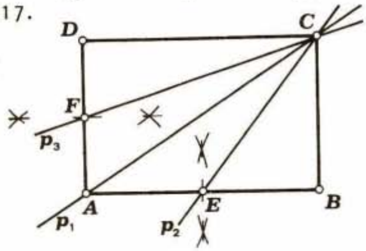
114. a = 4, b = 8, c = 3

115. V košari je bilo 84 jajc.

116.



117.

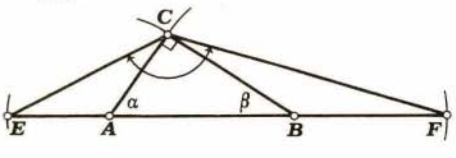


$\triangle ABC = \triangle CDA$
$\triangle AEC = \triangle EBC$
$\triangle FAC = \triangle DFC$

118. Ker je vsota razlike in odštevanca enaka zmanjševancu, je dano število dvakratnik zmanjševanca. Od tod sledi:
zmanjševanec je 312,
odštevanec je 128,
razlika je 184.

119. Načrtovana proizvodnja: 100%
po prvem povečanju: 118%
12% od 118% je 14,16
proizvodnja po drugem povečanju: 132,16%
Povečanje je torej: 32,16%

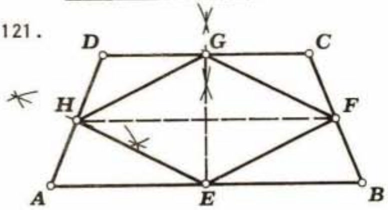
120.



$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ$
$\sphericalangle AEC = \sphericalangle ECA = \frac{\alpha}{2}$
$\sphericalangle BFC = \sphericalangle FCB = \frac{\beta}{2}$
$\sphericalangle ACB = 90^\circ$

$\sphericalangle ECF = \frac{\alpha}{2} + 90^\circ + \frac{\beta}{2}$
$\sphericalangle ECF = 135^\circ$

121.



a) Lik je romb.
b) Njegova ploščina je polovica trapezove ploščine, ker je $p_t = s.v$
$p_r = \frac{e.f}{2} = \frac{s.v}{2}$

122. 37

123. $-8\frac{7}{8}$

124. a = 9 b = 4

125. a) -1/10 b) 11/50

126. $-2a^4 - 2a^3$

127. 43 128. - 1

129. 1/3 130. - 26

131. 4 132. 34,5

133. - 11/9 134. Enakost velja

135. Relaciji zadoščajo števila: - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3 !

136. a) x ne more biti 1 ali 2
b) x > 2 in y > 2
c) $x = 3,\ \frac{1}{3} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2},\ y = 6$
d) $y = 3,\ \frac{1}{x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2},\ x = 6$
Torej:
x = 3, y = 6
x = 4, y = 4
x = 6, y = 3
Preveri, ali velja za 5!

137. 2n - 1 in 2n + 1
$(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$

138. Naj bo iskano število n:
$(n + 1)(n + 2) -$
$- (n - 1)(n - 2) = 600$
$n = 100$

139. Označimo zaporedna števila:
$(n - 1), n, (n + 1)$
$(n - 1).n.(n + 1) + n = n^3$

140. $n + (n + 1) + (n + 2) +$
$+ (n + 3) + (n + 4) = 5(n + 2)$
Število je deljivo s 5, zato ni praštevilo!

141. $x = \sqrt{6}$

142. $n^2 - (n - 1)^2 = 173$
$n = 87$ in 86

143. $k = - 16$

144. Vstavljaj zaporedna naravna števila $n = 1, 2, 3, \ldots$, tako dolgo, da dobiš iskani rezultat!

145. $a = 8$

146. $- 0{,}27a^4 - 0{,}04b^6$
Preizkus: $- 4{,}36$

147. a) $- 1$ b) $- 2$

148. Preveri sam!

149. $n = 13$ 150. $A = -4a^2b^2$

151. Prvi faktor: $p + q$
drugi faktor: $p - q$
produkt faktorjev:
$(p + q)(p - q)$
za 20% zmanjšani faktor:
$4(p + q)/5$
za 20% zvečani faktor:
$6(p - q)/5$
produkt novih faktorjev:
$24(p^2 - q^2)/25$
razlika produktov:
$(p^2 - q^2) - 24(p^2 - q^2)/25 =$
$= (p^2 - q^2)/25 = 4\%(p^2 - q^2)$

152. $o = e + 3f + \sqrt{e^2 + f^2}$
$p = \frac{3ef}{2}$

153. $o = \frac{a}{2}(3 + \sqrt{3} + \sqrt{6})$
$p = \frac{a^2}{8}(\sqrt{3} + 3)$

154. $o = r(1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3})$
$p = r^2(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1)$

155. $o = \frac{b}{2}(3 + \sqrt{3} + \sqrt{6}) + 2c$
$p = \frac{b^2}{8}(3 + \sqrt{3}) + \frac{bc\sqrt{3}}{2}$

156. $o = 2d(1 + \sqrt{3})$
$p = d^2\sqrt{3}$

157. $o = 3a\sqrt{3}$ $p = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$

158. $o = \frac{a}{2}(1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{5})$
$p = \frac{a^2}{2}$

159. $o = a(3 + \frac{\sqrt{2}}{2})$ $p = \frac{5a^2}{8}$

160. $o = a(3 - \sqrt{2}) + \frac{\pi a}{4}(\sqrt{2} + 1)$
$p = a^2(1 - \frac{\pi}{4})$

161. $o = r(\frac{4}{3}\sqrt{3} + \pi)$
$p = r^2(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\pi}{2}) = r^2.\frac{2\sqrt{3} + 3\pi}{6}$

162. $o = 2a(\frac{2\pi}{3} + 1)$
$p = a^2(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{3}) = a^2\frac{9\sqrt{3} - 4\pi}{6}$

163. $o = \frac{9a}{2}$
$p = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}$

164. $o = \frac{a}{2}(7 + \sqrt{3})$
$p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}(1 + \frac{3}{2})$

165. $o = a(2 + \frac{\pi}{3})$
$p = a^2(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}) = \frac{a^2(3\sqrt{3} - \pi)}{6}$

166. $o = a(4 - 2\sqrt{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{2})$
$p = a^2(1 - \frac{\Pi}{4})$

167. $o = a(\frac{\pi}{2} + \sqrt{2})$
$p = a^2(\frac{3}{4} - \frac{\pi}{8}) = \frac{a^2}{8}(6 - \pi)$

168. $o = a(1 + \sqrt{5})$
$p = \frac{a^2}{2}$

169. $o = r(3 + \sqrt{3})$
$p = \frac{r^2\sqrt{3}}{2}$

170. $o = a(1 + \frac{3\sqrt{2}}{2})$
$p = \frac{3a^2}{8}$

171. $o = a(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2})$

$p = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$

172. $o = a(\sqrt{2} + 1 + \frac{\pi}{4})$

$p = a^2(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{16}) = a^2 . \frac{8 - \pi}{16}$

173. $o = a(\sqrt{2} + \frac{\pi}{2})$

$p = a^2 . \frac{2 + \pi}{8}$

174. $o = \pi a \qquad p = \frac{a^2}{2}$

175. $o = a(5 - \sqrt{3}) \qquad p = a^2(1 - \frac{\sqrt{3}}{4})$

176. $o = r(\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3})$

$p = r^2(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4})$

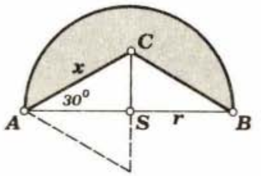
177. $s = d\pi . n \qquad n = 4000$
(n je število navojev)
$s = (400\pi)m$

178. $o = 2.\frac{a\sqrt{2}\pi}{4} + 2.\frac{\frac{a}{2}\sqrt{2}\ \pi}{4}$

$o = \frac{3\pi a\sqrt{2}}{4}$

$p = \frac{b^2}{4}(5\pi - 2) \qquad a^2 = 2b^2$

179.



x je krak trikotnika ABC.

$r = \frac{x\sqrt{3}}{2} \qquad x = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$

$o = 2x + \pi r$

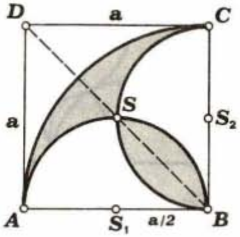
$\underline{o = r(\frac{4\sqrt{3}}{3} + \pi)}$

$p = p_1 - p_2$

$p = r^2(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3})$

$\underline{p = 6r^2(3\pi - 8)}$

180.



$o = \frac{5}{2}r\pi = \frac{5a\pi}{4}$

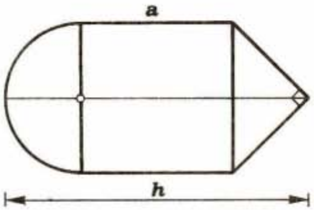
$p = \frac{a^2\pi}{4} - \frac{1}{2}(\frac{a}{2})^2\pi -$

$- 2[(\frac{a}{2})^2 - \frac{1}{4}(\frac{a}{2})^2\pi] =$

$= \frac{a^2}{4}(\pi - 2) = 10,26$

$\underline{p = 10,26cm^2}$

181.



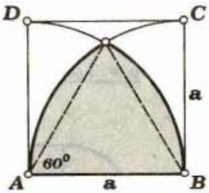
$a = 2r = 6cm$

$p = a^2 + \frac{(\frac{a}{2})^2\pi}{2} + \frac{a^2}{4}$

$\underline{p = \frac{a^2}{8}(10 + \pi)}$

$\underline{o = a(2 + \frac{\pi}{2} + \sqrt{2})}$

182.

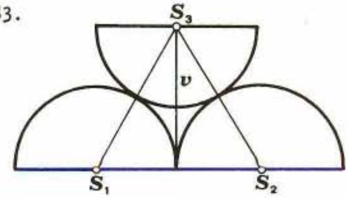


$p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2(\frac{a^2\pi}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4})$

$p = a^2(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}) = 20,76cm^2$

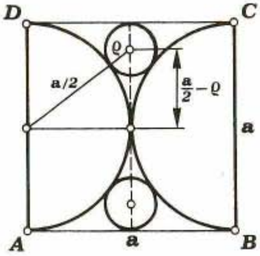
$o = \frac{2a\pi}{3} = 18,56cm$

183.



$v = (r\sqrt{3})m$

184.

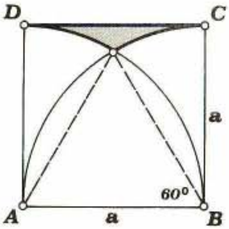


$(\frac{a}{2} + \rho)^2 = (\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2} - \rho)^2$

$\rho = \frac{a}{8}$

$p = \frac{a^2\pi}{4} + 2\pi(\frac{a}{8})^2 = \frac{9a^2\pi}{32}$

185.

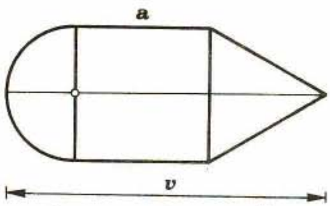


$p = a^2 - (\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\pi}{6})$

$p = a^2(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6})$

$\underline{p = 12a^2(12 - 3\sqrt{3} + 2\pi)}$

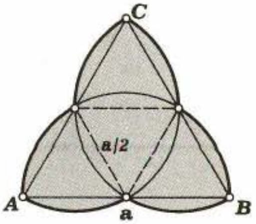
186.



$v = \frac{a}{2}\ 3 + a + \frac{a}{2}\ ,\ a = \frac{2v}{c + 3}$

$p = a^2(1 + \frac{3}{4} + \frac{\pi}{4})$

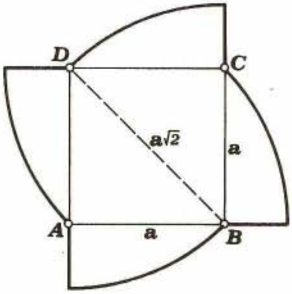
187.



$p = \frac{a^2 3}{4} + 6[(\frac{a}{2})^2\ \frac{\pi}{6} - (\frac{a}{2})^2\ \frac{\sqrt{3}}{4})]$

$\underline{p = \frac{a^2}{8}(2\pi - \sqrt{3})}$

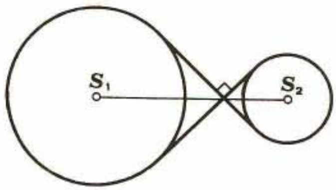
188.



$p = \frac{\pi d^2}{2} - a^2$

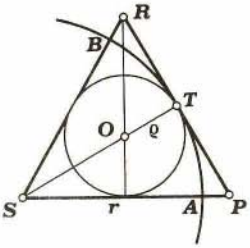
$\underline{p = a^2(\pi - 1)}$

189.



a) $s = 90\pi + 120 = 402{,}6cm$
b) $c = (60\sqrt{2})\,cm$

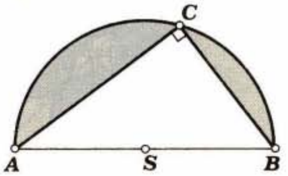
190.



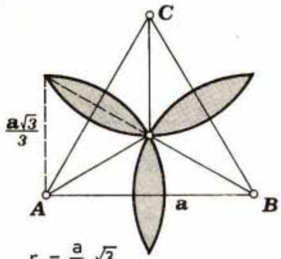
Načrtaj tangento v razpolovišču T loka AB. Podaljšaj polmera SA in SB, da sekata tangento v P in v R. Δ SPR je enakostraničen; $r = v$!

$\rho = \frac{1}{3}v$, $P = (9\pi)\,cm^2$

191. $p = 15{,}25cm^2$



192.

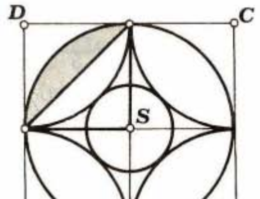


$r = \frac{a}{3}\sqrt{3}$

$p = 6[(\frac{a}{2}\sqrt{3})^2\,\frac{1}{6} - (\frac{a}{3}\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}]$

$\underline{p = \frac{1}{6}a^2(2\pi - 3\sqrt{3})}$

193.

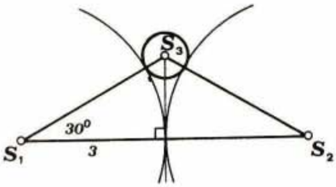


$p = 8(\frac{a}{2})\pi\cdot\frac{1}{4} + \frac{(a\sqrt{2} - a)\pi}{4}$

$\underline{p = (2\pi + 3 - 2\sqrt{2})\ dm^2}$

$\underline{o = a(\sqrt{2} + 1)\ cm}$

194.



$r = 2\sqrt{3} - 3$

$p = \pi(21 - 12\sqrt{3})\ cm^2$

195. r je polmer iskanega kroga.

$\pi r^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$r^2 = r_1^2 + r_2^2$

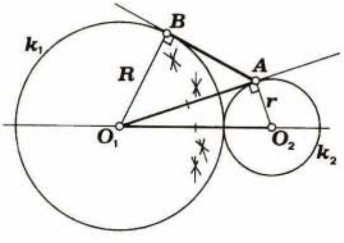
r je hipotenuza pravokotnega trikotnika s katetama r_1 in r_2

$r = 10cm$.

196. r je enak hipotenuzi trikotnika s katetama r_1 !

197. Na vsaki risbi poišči enakostranični (enakokraki) trikotnik, ki ga dobiš, če zvežeš nekatera središča krogov. Iz trikotnikovih stranic izračunaj obsege posameznih pravokotnikov in jih primerjaj!

198.



Iz trikotnika O_1O_2A dobimo:

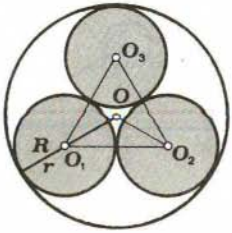
$\overline{O_1A}^2 = \overline{O_1O_2}^2 - \overline{O_2A}^2 =$

$= (R + r)^2 - r^2 = R^2 + 2Rr$

Iz pravokotnega trikotnika O_1AB dobimo:

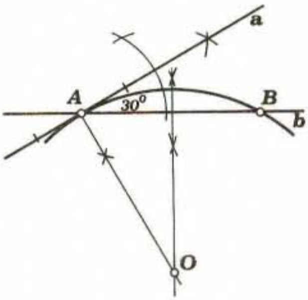
$\overline{AB} = \sqrt{R^2 + 2Rr - R^2} = \sqrt{2Rr}$

199. $O_1O_2O_3$ je enakostranični trikotnik s stranico 2r.



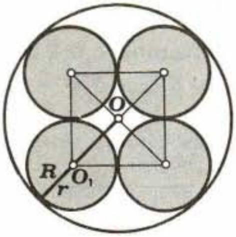
$$R = r + \frac{2r\sqrt{3}}{3}$$
$$r = \frac{3R}{2\sqrt{3} + 3} = R(2\sqrt{3} - 3)$$

200.



A je dotikališče tangente a kroga, $\overline{AB}$ pa tetiva kroga. Sečišče pravokotnice na a v točki A in simetrale tetive $\overline{AB}$ je središče kroga.
$r = AB = 4cm \quad o = (8\pi)\,cm$
$p = (16\pi)\,cm^2$

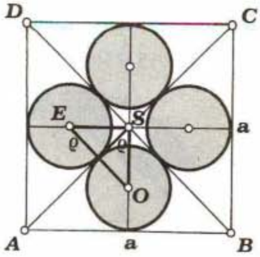
201.



$$R = r + r\sqrt{2}$$
$$r = \frac{R}{\sqrt{2} + 1} = R(\sqrt{2} - 1)$$

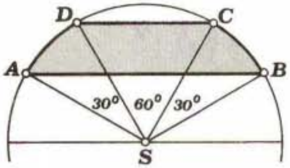
202. 12dm; 26dm

203.



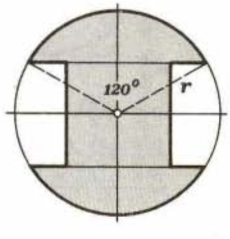
Iz trikotnika ESO dobimo:
$$\left(\frac{a}{2} - \rho\right)^2 = 2\rho^2$$
$$\frac{a}{2} - \rho = \rho\sqrt{2}$$
$$\rho = \frac{a}{2(\sqrt{2} + 1)} = \frac{a(2 - \sqrt{2})}{2}$$
$$p = 16\pi(3 - 2\sqrt{2})\,cm^2$$

204.



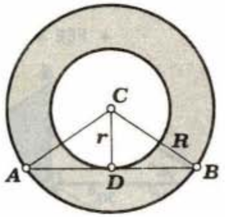
$$p = \left(\frac{r^2\pi}{3} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4} - \left(\frac{r^2\pi}{6} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}\right)\right.$$
$p = \frac{r^2\pi}{8}$ (osmina kroga)
$o = r(3 + \sqrt{3} + \pi/4)$
Dve rešitvi!

205.



$$p = r^2\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)$$

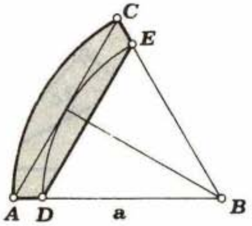
206.



$p = (16\pi)\,\mathrm{cm}^2$

207. a) Loki pripadajo središčnim kotom: 80°, 120° in 160°.
c) Koti trikotnika merijo: 60°, 100° in 20°.

208.

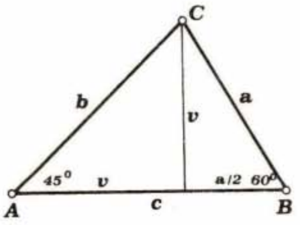


Določiti je treba razliko ploščin krožnega izseka in enakostraničnega trikotnika, katerega stranica je višina prvotnega trikotnika.

$$p = \frac{\pi a^2}{6} - \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}$$

$$p = a^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$$

209.



$o = a + b + c \qquad c = \frac{b\sqrt{2}}{2} + \frac{a}{2}$

$v = \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{b\sqrt{2}}{2}$

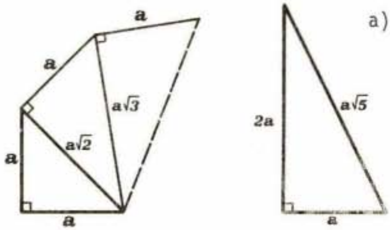
$a = \frac{b\sqrt{6}}{3} = 6{,}52\,\mathrm{cm} \qquad c = 8{,}92\,\mathrm{cm}$

$o = 23{,}44\,\mathrm{cm} \qquad p = 25\,\mathrm{cm}^2$

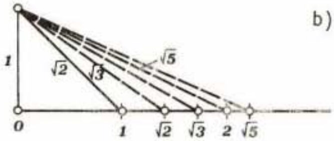
210. Upoštevaj pravilo o suplementarnih kotih in kotih, katerih kraki so nasprotno smiselno vzporedni!

211. Najprej rešimo nalogo za vsoto ploščin dveh kvadratov. Stranica podvojenega kvadrata je $a\sqrt{2}$. Nalogo nadaljujemo tako, da upoštevamo prejšnjo rešitev!

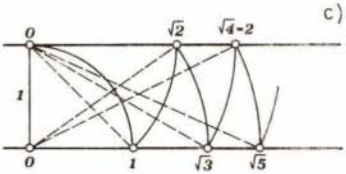
a)



b)

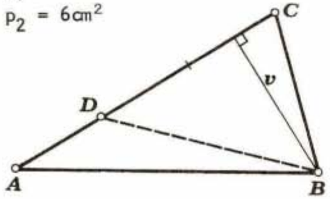


c)

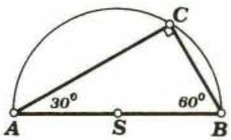


$\sqrt{5}$ dobimo še bolj preprosto takole:
$a^2 + (2a)^2 = 5a^2$

212. Višini trikotnika ABD in DBC sta enaki. Osnovnici sta v razmerju 1:2!
$p_1 = 12\,\mathrm{cm}^2$
$p_2 = 6\,\mathrm{cm}^2$



213.

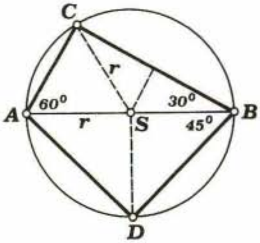


$AC = r\sqrt{3}$

$p = \frac{r^2\sqrt{3}}{2} = (50\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

$o = 3r + r\sqrt{3} = r(3 + \sqrt{3})\,\mathrm{cm}$

214.

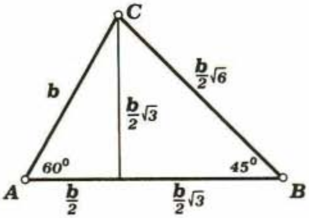


a) $AC = 3\,\mathrm{cm}$ $\quad BC = 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

$BC = BD = 3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

b) $p = r^2(\pi - 1 - \sqrt{2})$

215.



$a = \frac{b}{2}\sqrt{3}\sqrt{2} = \frac{b\sqrt{6}}{2}$

$c = \frac{b}{2} + \frac{b}{2}\sqrt{3} = \frac{b}{2}(\sqrt{3} + 1)$

$o = \frac{b}{2}(3 + \sqrt{3} + \sqrt{6})$

$p = \frac{b^2}{8}(\sqrt{3} + 3)$

216. a) $AC = \frac{c}{2}$, $\quad BC = \frac{c}{2}\sqrt{3}$

$(\alpha = 60^\circ,\ \beta = 30^\circ)$

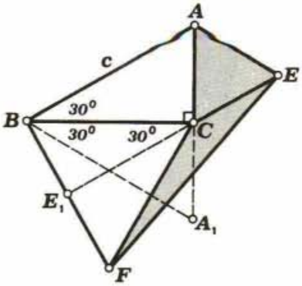
b) $CE \perp BF$, ker je kot $CBF = 60^\circ$, $\sphericalangle E_1 = 90^\circ$.

Točka F je oddaljena od daljice EC za $c\sqrt{3}/4$.

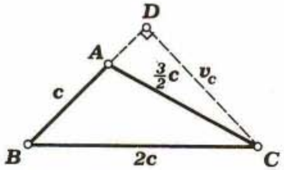
c) $CEF = \frac{c^2}{16}\sqrt{3}$, $\quad ACE = \frac{c^2}{16}\sqrt{3}$

d) $ABEF = ABC + BCF + AEC + {}$

$+ FCE = \frac{7c^2}{16}\sqrt{3}$



217.



Kvadrat največje stranice je večji od vsote kvadratov drugih dveh stranic. Trikotnik je topokoten.

$\overline{AD} = x$

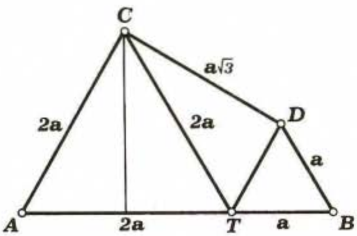
$\overline{CD} = \sqrt{\frac{9}{4}c^2 - x^2}$ in

$\overline{CD} = \sqrt{4c^2 - (c + x)^2}$

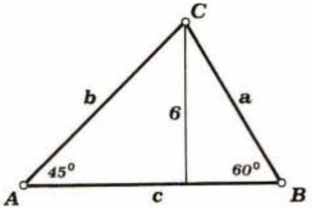
$\frac{9}{4}c^2 - x^2 = 4c^2 - (c + x)^2$

$x = \frac{3}{8}c$, $\quad CD = \frac{3c}{8}\sqrt{15}$

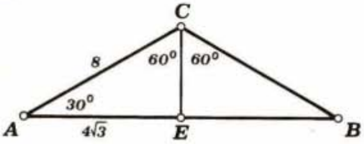
218. $p = \frac{7a^2}{4}\sqrt{3}$



219. $o = 6(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)$

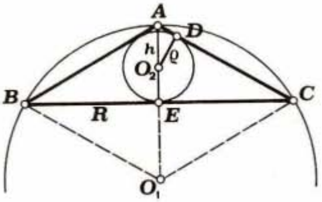


220.



$o = 8(2 + \sqrt{3})$ cm
$p = 16\sqrt{3}$ cm^2
$v_a = 4$ cm

221.



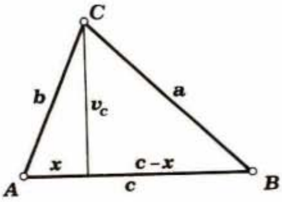
$R = AB = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$, $h = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Trikotnik AO_2D je polovica enakostraničnega trikotnika s stranico $AO_2 = h - \rho$

$\overline{O_2D} = \rho = \dfrac{(h - \rho)\sqrt{3}}{2}$

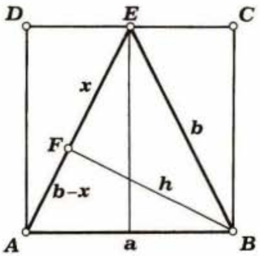
$\rho = \dfrac{a}{2(2 + \sqrt{3})} = \dfrac{a}{2}(2 - \sqrt{3})$

222.



$b^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$
$p = 2640$

223.



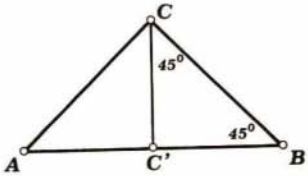
Trikotnik BEF:
$b^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{4}$

$b = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{5a}{2\sqrt{5}}$ $\quad h = \dfrac{2a}{\sqrt{5}} = \dfrac{4a}{2\sqrt{5}}$

$x = \dfrac{3a}{2\sqrt{5}}$

$x : h : b = 3 : 4 : 5$

224.



Naj bo: $\overline{AB} = 21$, $\overline{BC} = 9\sqrt{2}$ in $\measuredangle B = 45^\circ$. Potem je:
$\overline{CC'} = \overline{BC'} = 9$
$\overline{AC'} = 12$, $\overline{AC} = 15$
$o = \dfrac{9(4 + \sqrt{2})}{2}$ $\quad p = 94{,}5$ cm^2

225. $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 5$
$\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 75^\circ$
Označimo s C_1 nožišče višine v_c. Izrazimo vse stranice z $\overline{AC_1}$!

$\overline{AC_1} = \overline{CC_1}$, $\overline{AC} = \overline{AC_1}\sqrt{2}$

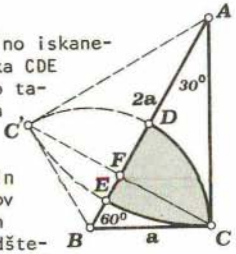
$\overline{BC} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \overline{AC_1}$

$\overline{AB} = \overline{AC_1} + \overline{BC_1}$

$\overline{AB} = \overline{AC_1}\,(1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3})$

$\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 2\sqrt{3} : 3\sqrt{2} : (3 + \sqrt{3})$

226. Ploščino iskanega lika CDE dobimo tako, da od vsote ploščin izsekov AEC in BCD odštejemo ploščino Δ ABC.



$p = p_1 + p_2 - p\Delta$

$p_1 = \frac{1}{12}\pi(a\sqrt{3})^2$

$p_2 = \frac{1}{6}\pi a^2$

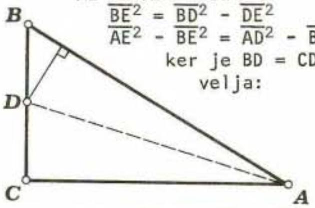
$p_{CDE} = \frac{a^2(5\pi - 6\sqrt{3})}{12}$

227. $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{DE}^2$

$\overline{BE}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{DE}^2$

$\overline{AE}^2 - \overline{BE}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{BD}^2$

ker je BD = CD, velja:



$\overline{AE}^2 - \overline{BE}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2$

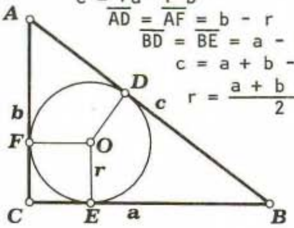
228. $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\overline{AD} = \overline{AF} = b - r$

$\overline{BD} = \overline{BE} = a - r$

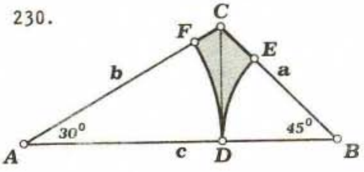
$c = a + b - 2r$

$r = \frac{a + b - c}{2}$



229. Obodni kot je enak polovici središčnega kota. Kot AOC = $= 90^\circ$. AC = $r\sqrt{2}$.

230.



$o = x$

$\overline{AD} = \frac{b\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BD} = \overline{CD} = \frac{b}{2}$

$\overline{FC} = b - \frac{b}{2}\sqrt{3}$, $\overline{CE} = b\sqrt{2} - b$

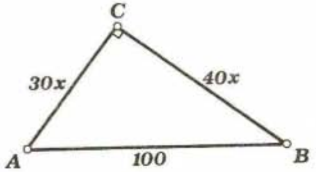
$o = \frac{\pi b\sqrt{3}}{12} + \frac{\pi b}{4} + (b - \frac{b}{2}\sqrt{3}) +$
$+ (b\sqrt{2} - b)$

$o = \frac{\pi b(\sqrt{3} + 3)}{12} + b(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})$

$p = p_{ABC} - (p_1 + p_2)$

$p = \frac{b^2}{32}\left[4(1 + \sqrt{3}) - 3\pi\right]$

231.



$v_1 = 3x$, $v_2 = 4x$

$s_1 = 3x.10 = 30x$

$s_2 = 4x.10 = 40x$

$(30x)^2 + (40x)^2 = 100^2$

$v_1 = 6\text{m/min}$, $v_2 = 8\text{m/min}$

232. $\overline{CD} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MP = a\sqrt{3}$

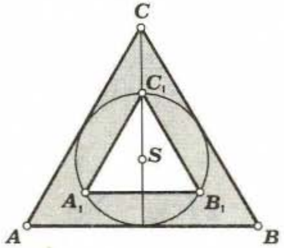
$\overline{BC}^2 = (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{5a}{2})^2$

$\overline{BC} = a\sqrt{7}$

$o = a(6 + \sqrt{3} + \sqrt{7})$

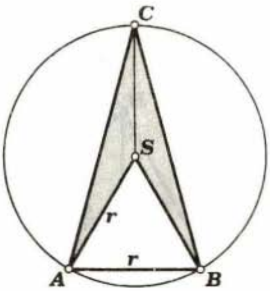
$p = a^2(5 + \frac{3\sqrt{3}}{2})$

233.



$p = \frac{9r^2\sqrt{3}}{4} = (9\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

234.

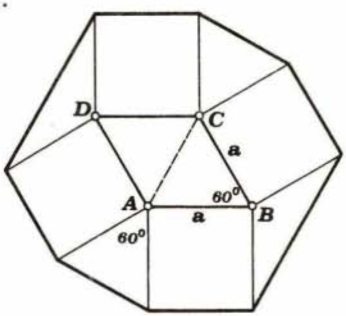


$$p = \frac{r^2\sqrt{3}}{4} = (4\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 15^\circ, \ \sphericalangle S = 300^\circ.$$

$$\sphericalangle C = 30^\circ$$

235.

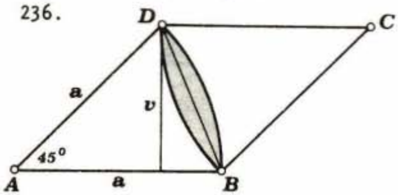


$$p = 6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 4a^2$$

$$p = (6\sqrt{3} + 16)\,\mathrm{cm}^2$$

$$o = 2a(3 + \sqrt{3})\,\mathrm{cm}$$

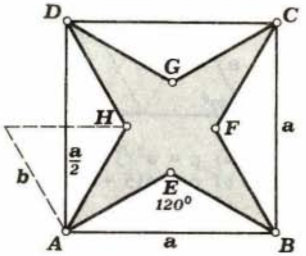
236.



$$p = 2.\left(\frac{a^2\pi\alpha}{360} - \frac{av}{2}\right) \qquad v = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$p = 8(\pi - 2\sqrt{2})\,\mathrm{cm}^2$$

237.



b je dolžina kraka

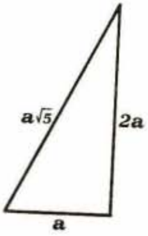
$$p = p_k - 4p_t \ , \ b = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$p = a^2 - 4.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.\ \frac{\sqrt{3}}{4}$$

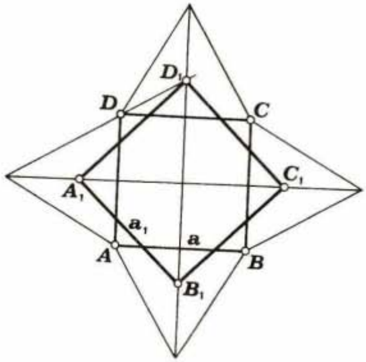
$$p = a^2\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

238. $a^2 + (2a)^2 = 5a^2$

$a_1 = a\sqrt{5}$



239.

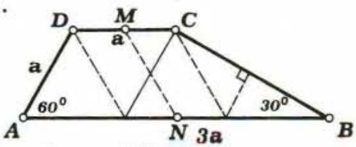


$$d = A_1C_1 = a + 2.\frac{a}{6}\sqrt{3} =$$

$$= a\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

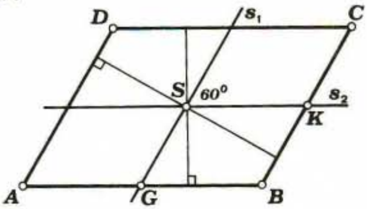
$$p = \frac{d^2}{2} = \frac{a^2(2 + \sqrt{3})}{3} = 14{,}19\,\mathrm{cm}^2$$

240.



a) $p = a^2\sqrt{3}$
b) $o = a(5 + \sqrt{3})$
c) $MN = a$

241.



$SK = \frac{a}{2}$, $SP = \frac{b}{2}$

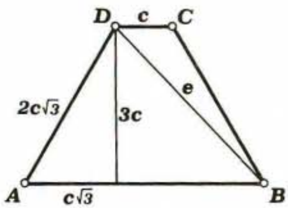
$a = 2\overline{SK} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$,

$2\overline{SG} = b = 4\sqrt{3}$

$o = 2(a + b) = 18\frac{2}{3}\sqrt{3}\,cm$

$p = (32\sqrt{3})\,cm^2$

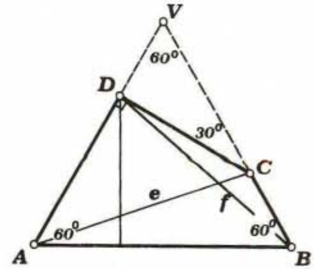
242.



$a = 2c\sqrt{3} + c \qquad b = d = 2c\sqrt{3}$
$v = 3c$
$p = \frac{2c\sqrt{3} + 2c}{2} \cdot 3c$
$p = 3c^2(\sqrt{3} + 1)$
$o = 2c(3\sqrt{3} + 1) \qquad e = f$
$e^2 = (3c)^2 + (c\sqrt{3} + c)^2$
$e = c\sqrt{13 + 2\sqrt{3}}$

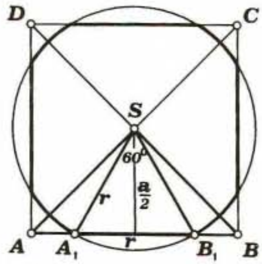
243. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$
$\overline{AC} = 24\,cm$
$v = 9{,}2\,cm$

244.



$\overline{BD} = \sqrt{28} = (2\sqrt{7})\,dm$
$\overline{AC} = (2\sqrt{7})\,dm$
$p = p_{ABV} - p_{DVC} = 7\sqrt{3}\,dm^2$

245.



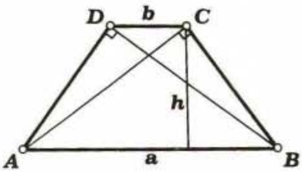
$\frac{a}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{9}$

$p = \pi r^2 - 4\left(\frac{\pi r^2}{6} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}\right)$

$p = \frac{a^2}{9}(\pi + 3\sqrt{3})$

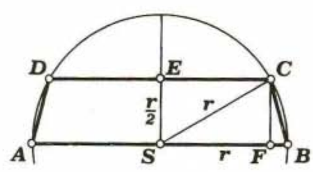
$o = \frac{a\sqrt{3}}{9}\left(\frac{2\pi}{3} + 4\right)$

246.



$a = 25\,cm \qquad p_{ABC} = 150\,cm^2$
$h = 12\,cm \qquad b = 7\,cm$
$p = \frac{(a + b) \cdot h}{2} = 192\,cm^2$

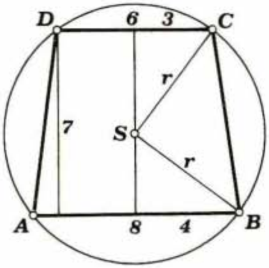
247.



$CE = \frac{r}{2}\sqrt{3}$, $BC = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

Nadaljuj sam!

248.



$\overline{SB} = \overline{SC}$

$(7 - x)^2 + 3^2 = r^2 = x^2 + 4^2$

$x = 3, \quad r = 5$

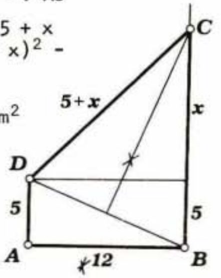
249. $p = \frac{\overline{BC} + \overline{DA}}{2} \cdot \overline{AB}$

$\overline{BC} = \overline{CD} = 5 + x$

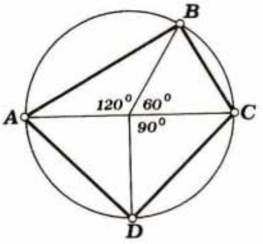
$12^2 = (5 + x)^2 - x^2$

$x = 11{,}9$

$p = 131{,}4 cm^2$



250.



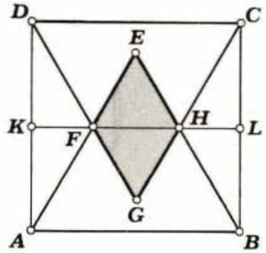
$p = (72 + 18\sqrt{3})\,cm^2$

$o = 33{,}3 cm$

251. $d = (a + b)$, $p = \frac{(a + b)^2}{2}$

$p_1 = (a + b)^2$, $o = 4(a + b)$

252.



Romb sestavljata dva skladna enakostranična trikotnika. Stranica trikotnika je FH.

$\overline{FH} = \overline{KL} - 2\overline{KF}$

$\overline{FH} = x, \quad \overline{KF} = y$

$\overline{AK} = \frac{a}{2}, \quad \frac{a}{2} = y\sqrt{3}, \quad y = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$\overline{KL} = a$

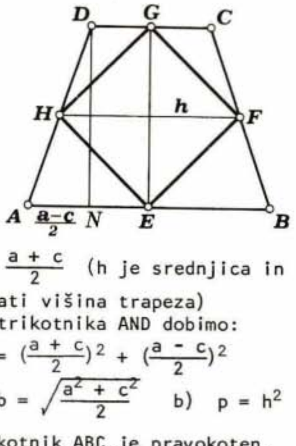
$x = a - 2y = a - \frac{a}{3}\sqrt{3}$

$x = \frac{a}{3}(3 - \sqrt{3})$

$p = 2 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{[\frac{a}{3}(3 - \sqrt{3})]^2}{2} \cdot \sqrt{3}$

$p = \frac{a^2}{2}(2\sqrt{3} - 3)$

253.



$h = \frac{a + c}{2}$ (h je srednjica in hkrati višina trapeza)

Iz trikotnika AND dobimo:

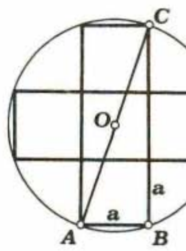
$b^2 = (\frac{a + c}{2})^2 + (\frac{a - c}{2})^2$

a) $b = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2}}$ b) $p = h^2$

254. Trikotnik ABC je pravokoten.

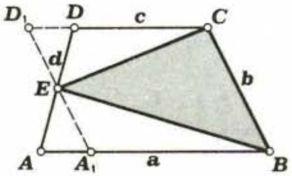
$2r = \overline{AB} = 85 cm$

255.



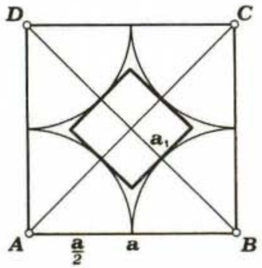
$(2r)^2 = a^2 + (3a)^2$
$a = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

256.



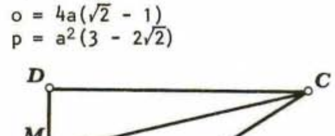
$P_{ABCD} = P_{A_1BCD_1}$
(trapez, paralelogram)
$P_{BCE} = \frac{1}{2}P_{ABCD}$

257.



a_1 je stranica kvadrata
$a_1 = a\sqrt{2} - a = a(\sqrt{2} - 1)$
$o = 4a(\sqrt{2} - 1)$
$p = a^2(3 - 2\sqrt{2})$

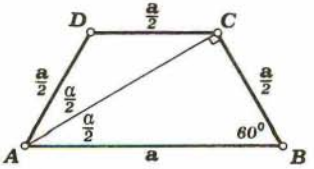
258.



$\frac{(5 - x).7}{2} + 23,5 + \frac{15}{2}x =$
$= \frac{7 + 15}{2} . 5$

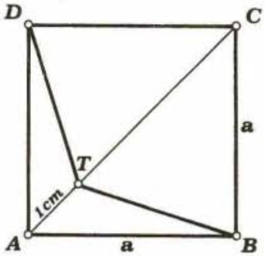
$x = 3,5$
$\overline{MD} = 3,5cm$, $\overline{MA} = 1,5cm$

259.



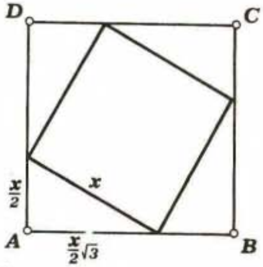
a) $10.k = a + 3\frac{a}{2}$
$\overline{AB} = a = 4k$
b) $p = 3k^2\sqrt{3}$

260.



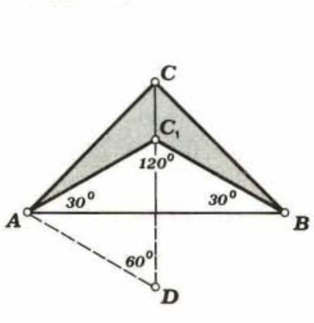
$\overline{TC} = 3\sqrt{2} - 1$
$\overline{TB} = \overline{TD} = \sqrt{10 - 3\sqrt{2}}$

261.



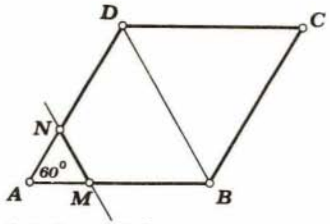
$x = \frac{2a}{\sqrt{3} + 1} = a(\sqrt{3} - 1)$
$o = 4a(\sqrt{3} - 1)$
$p = a^2(\sqrt{3} - 1)^2$

262.



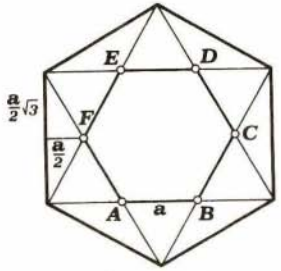
$$o = a(\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{3}}{2})$$
$$p = a^2(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{12})$$

263.



$$p = p_{ABCD} - p_{AMN}$$
$$p = \frac{\overline{AB}^2\sqrt{3}}{2} - \frac{\overline{AM}^2\sqrt{3}}{4}$$
$$p = 16(\sqrt{3} - 1)\,\text{cm}^2$$

264.



$$a_1 = 2.\frac{a}{2}\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$
$$p = \frac{9a^2\sqrt{3}}{2} = (18\sqrt{3})\,\text{cm}^2$$

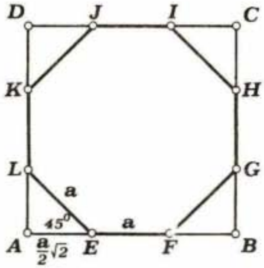
265.

a) $p = 6\pi(\frac{a}{6}\sqrt{3})^2 = \frac{a^2\pi}{2}$

b) $R = \frac{a}{2}\sqrt{3},\ r = \frac{a}{6}\sqrt{3}$

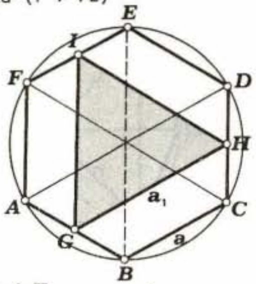
$$p = \pi(R^2 - r^2) = \frac{2a^2\pi}{3}$$

266.



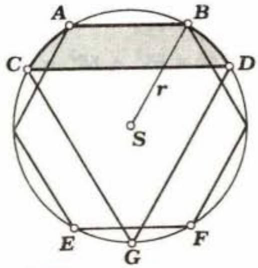
$$a_1 = a + a\sqrt{2} = a(1 + \sqrt{2})$$
$$p = a^2(1 + \sqrt{2}) - a^2$$
$$p = 2a^2(1 + \sqrt{2})$$

267.



$$p = \frac{9a^2\sqrt{3}}{16}, \quad a_1 = \frac{3}{2}a$$

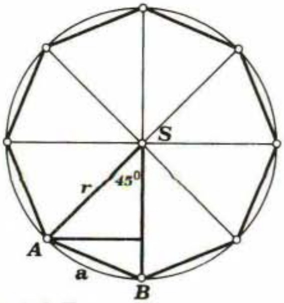
268.



p_1 = ploščina kroga
p_2 = ploščina enakostranične- ga trikotnika
p_3 = pl. včrtanega pravilnega šestkotnika
p_4 = ploščina ABCD
p_5 = ploščina CDEF

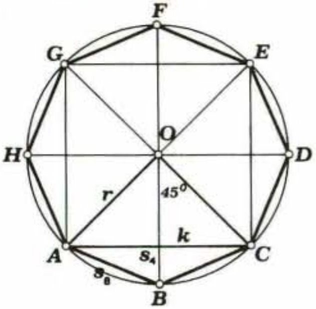
$$p_1 = r^2\pi,\ p_2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$$
$$p_3 = \frac{3r^2\sqrt{3}}{2}$$
$$p_4 = \frac{p_1 - p_2}{3} - \frac{p_1 - p_3}{6} = \frac{r^2\pi}{6}$$
$$p_5 = p_1 - (\frac{p_1 - p_2}{3} + \frac{p_1 - p_3}{6})$$
$$p_5 = \frac{r^2}{2}(\pi + \sqrt{3})$$

269.



$p = 2r^2\sqrt{2}$

270.



Najprej izračunamo stranico kvadrata, včrtanega v krog. Iz trikotnika AOC dobimo:

$s_4 = r\sqrt{2}$

$s_8^2 = AK^2 + KB^2 =$

$= (\frac{s_4}{2})^2 + (OB - OK)^2 =$

$= \frac{s_4^2}{2} + (r - \frac{r\sqrt{2}}{2})^2$

$s_4^2 = 2r^2$

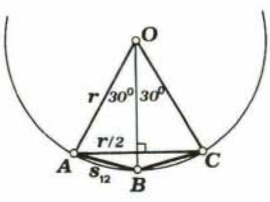
$s_8^2 = \frac{2r^2}{4} + r^2 - r^2\sqrt{2} + \frac{r^2}{2}$

$s_8 = r\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

$o_8 = 8r\sqrt{2 - \sqrt{2}} = 12{,}28\text{cm}$

$P_8 = 8.p_{OAB} = 8.\ \frac{r.s_4/2}{2} =$
$= 2r.r\sqrt{2} = 2r^2\sqrt{2}$

271.



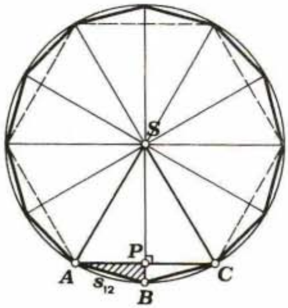
$s_{12}^2 = \frac{r^2}{4} + (r - \frac{r}{2}\sqrt{3})^2$

$s_{12} = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

$o = 12r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

$P_{12} = 12.\frac{r.\frac{r}{2}}{2} = 3r^2$

272.

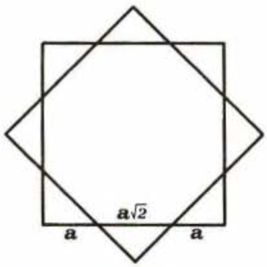


Najkrajša diagonala pravilnega 12-kotnika je stranica pravilnega šestkotnika;
$d = r$
Iz trikotnika ABP dobimo:

$a = AB = \sqrt{\frac{d^2}{2} + \frac{d^2}{4}(2 - \sqrt{3})^2} = 1$

$a = 1$

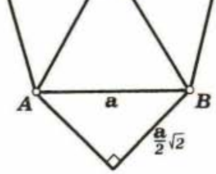
273.



Stranica kvadrata je a_1

$a_1 = 2a + a\sqrt{2}$
$p = 4a^2(2 + \sqrt{2})$

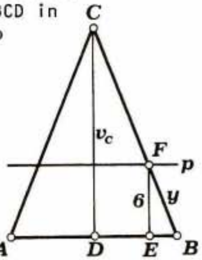
274.



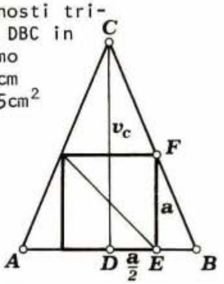
$$p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2}{4}$$

$$p = \frac{a^2}{4}(\sqrt{3} + 3) \quad o = 3a(1 + \sqrt{2})$$

275. Iz podobnosti trikotnikov BCD in BEF dobimo
$y = 6{,}5\text{cm}$



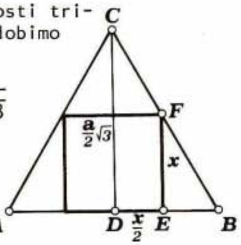
276. Iz podobnosti trikotnikov DBC in EFB dobimo
$a = 5{,}45\text{cm}$
$p = 29{,}75\text{cm}^2$



277. Iz podobnosti trikotnikov dobimo stranico

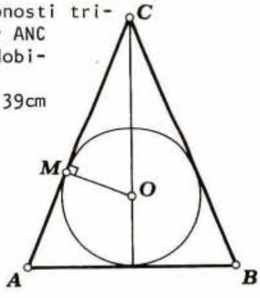
$$x = \frac{a\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

pomnožimo števec in imenovalec z $(2 - \sqrt{3})$



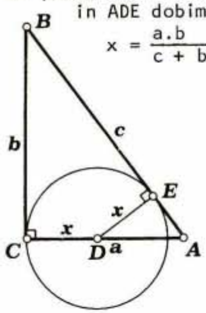
$x = a\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$
$p = 3(7 - 4\sqrt{3})a^2$

278. Iz podobnosti trikotnikov ANC in OMC dobimo krak
$a = b = 39\text{cm}$

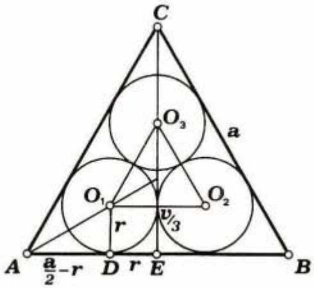


279. Iz podobnosti trikotnikov ABC in ADE dobimo

$$x = \frac{a.b}{c + b}$$



280.



Po pravilu o razmerju stranic v podobnih trikotnikih je:

$$\left(\frac{a}{2} - r\right) : r = \frac{a}{2} : \frac{v}{3} = \frac{a}{2} : \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{a}{2(\sqrt{3} + 1)}$$

Spojnice središč krogov tvorijo enakostranični trikotnik s stranico 2r

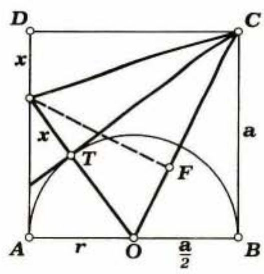
$$p_1 = r^2\sqrt{3}, \quad p_2 = \frac{r^2\pi}{2}$$

$$p = \frac{r^2(2\sqrt{3} - \pi)}{2} =$$

$$= \frac{a^2(2\sqrt{3} - \pi)}{8(\sqrt{3} + 1)^2} = \frac{a^2(2\sqrt{3} - \pi)}{16(2 + \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{a^2(2\sqrt{3} - \pi)(2 - \sqrt{3})}{16}$$

281.



$\overline{CT} = \overline{CB} = a$

a) $\triangle CET \cong \triangle CDE$, sledi:
$\overline{ET} = \overline{ED}$

b) $\overline{ET} = x$, $\overline{AO} = \frac{a}{2}$,

$\overline{OE} = \frac{a}{2} + x$, $\overline{AE} = a - x$

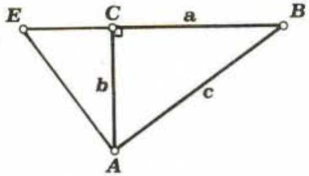
$x = \frac{a}{3}$

c) $\overline{OC} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$, $\overline{EC} = \frac{a}{3}\sqrt{10}$,

$\overline{OE} = \frac{5}{6}a$, $p = \frac{5a^2}{12}$, iz enačbe za p dobimo

$\overline{EF} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$

282.



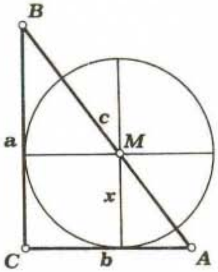
a) Iz $CD \parallel AE$ sledi: $\angle EAC = \angle ACD = 45°$. Trikotnik AEC je enakokrak: $\overline{AC} = \overline{EC} = b$.
Iz podobnosti trikotnikov BCD in BEA sledi:
$\overline{DC} : a = b\sqrt{2} : (a + b)$ in

$\overline{DC} = \frac{ab\sqrt{2}}{a + b}$

b) b) $p = \frac{\overline{CD} + \overline{AE}}{2} \cdot h \quad h = \frac{b\sqrt{2}}{2}$

$p = \frac{b^2(2a + b)}{2(a + b)}$

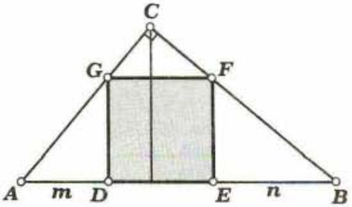
283.



x je polmer kroga. Iz podobnosti trikotnikov ABC in AMD sledi:
$a : x = b : (b - x)$

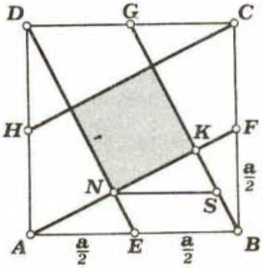
$x = \frac{a.b}{a + b}$

284.



Iz podobnosti trikotnikov ADG in EBF ($\angle GAD = \angle BFE$) sledi:
$m : \overline{GD} = \overline{FE} : n \quad (\overline{EF} = \overline{GD})$
$\overline{GD}^2 = m.n$

285.



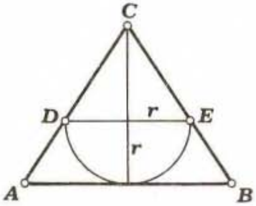
Če načrtamo $\overline{NS} \parallel \overline{AB}$, dobimo trikotnika NSK in ABF. Iz razmerja $\overline{NK} : \overline{AB} = \overline{NS} : \overline{AF}$ sledi:

$\overline{NK} = \frac{\overline{AB}.\overline{NS}}{\overline{AF}} = \frac{a.\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$

$(\overline{AF}^2 = a^2 + (\frac{a}{2})^2)$

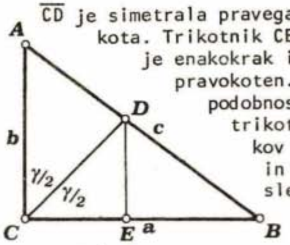
Štirikotnik je kvadrat s stranico $KL = a/\sqrt{5}$ in ploščino $p = \frac{a^2}{5}$

286.



Iz podobnosti trikotnikov ABC in DEC sledi:
$12 : 2r = 9 : (9 - r)$
$r = 3{,}6$cm

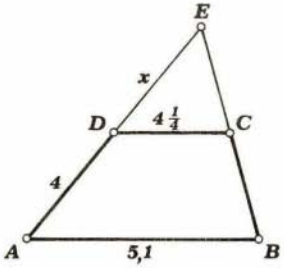
287. $\overline{CD}$ je simetrala pravega kota. Trikotnik CED je enakokrak in pravokoten. Iz podobnosti trikotnikov ACB in DEB sledi:



$$\overline{DE} = \frac{a.b}{a+b}$$

$$\overline{CD} = \overline{DE}\sqrt{2} = \frac{ab\sqrt{2}}{a+b}$$

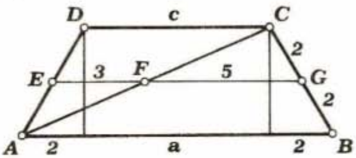
288.



Iz podobnosti trikotnikov ABE in DCE sledi:

$5{,}1 : (4 + x) = 4\frac{1}{4} : x$
$x = 20$

289.



a) Iz podobnosti trikotnikov CDA in EFA sledi:
$2 : 3 = 4 : c$
$c = 6\text{cm}$
Iz trikotnikov ABC in FGC sledi:
$2 : 5 = 4 : a$
$a = 10\text{cm}$
b) $\sphericalangle\, \alpha = \sphericalangle\, \beta = 60^\circ$
$\sphericalangle\, \gamma = \sphericalangle\, \delta = 120^\circ$

290. 6 249 975 291. 54km/h

292. Dokaži sam!

293. $p_k - p_t = 9571\,\text{mm}^2$

294. 2

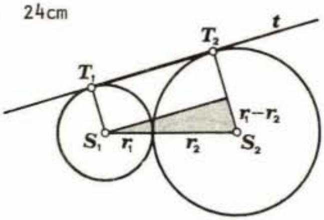
295. $8a^4 - 2a^2 + 1$ Preizkus 1

296. 192kg

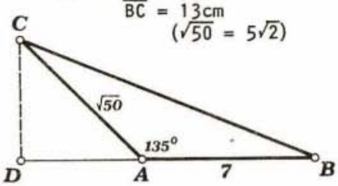
297. $p_1 = 924\text{cm}^2$ $o_1 = 154\text{cm}$
$p_2 = 2212\text{cm}^2$ $o_2 = 200\text{cm}$

298. $p = 9\pi\text{cm}^2$ 299. 5m

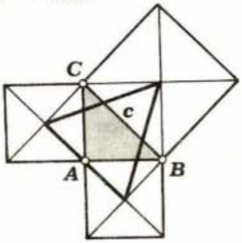
300. 24cm



301. $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2$
$\overline{BC} = 13\text{cm}$
$(\sqrt{50} = 5\sqrt{2})$



302. $p = c^2 = 16\text{cm}^2$



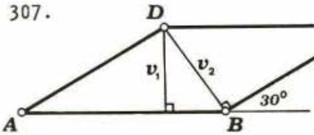
303. $k = 16$

304. a) $(7.6 + 12) : 3 - 1 = 17$
b) $(7.6 + 12) : (3 - 1) = 27$
c) $7.6 + (12:3) - 1 = 45$
d) $7.6 + 12:(3 - 1) = 48$
e) $7.(6 + 12 : 3) - 1 = 69$

305. $a.b$
$\frac{11}{10}\,a \cdot \frac{9}{10}\,b = \frac{99}{100}\,ab$
Produkt se zmanjša za 1%.

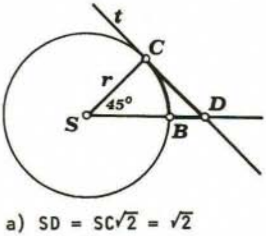
306. $m > 3$

307.



$a = 2.v_2 = 10cm$
$b = 2.v_1 = 8cm^2$
$p = 80cm^2$
$o = 36cm$

308.



a) $SD = SC\sqrt{2} = \sqrt{2}$
$p = \frac{1}{2}m^2$
b) $p = \frac{r^2}{2} + .\frac{r^2\pi}{8} = \frac{r^2}{2}(1 + \frac{\pi}{8}) =$
$= 0,11m^2$
c) $o = (2 + \frac{\pi}{4}) = 2,17m$

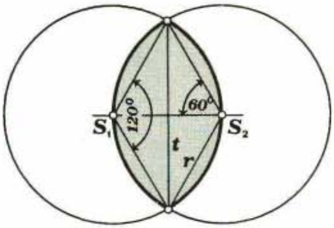
309. $\frac{28}{181}$

310. $p = 110cm^2$ $o = 70cm$

311. Veriga je dolga 803cm.

312. $o = 67,4cm$ $p = 368,3cm^2$

313.



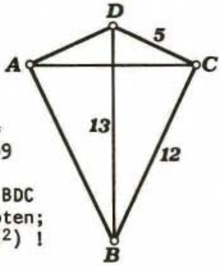
$p = 2.(\frac{\pi r^2}{3} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}) =$
$= 2r^2(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4})$
$o = \frac{4\pi r}{3}$

314. a) $(a + b).c^3$ a) -2
b) $a + (b.c)^3$ b) 0
c) $[(a + b).c]^3$ c) -8

315. a) $\frac{2a}{2a + 6} = \frac{2a}{2(a + 3)} = \frac{a}{a + 3}$
b) $\frac{2a}{12a} = \frac{1}{6}$
c) $\frac{2a}{2a - 6} = \frac{2a}{2(a - 3)} = \frac{a}{a - 3}$
d) $\frac{2a}{\frac{a}{6}} = 6$

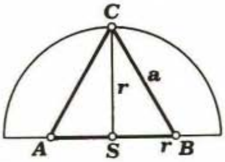
316. $n^2 + 1 = c$
$n^2 - 1 = b$
$2n = a$
$(n^2 + 1)^2 = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$
$4n^2 = 4n^2$

317.



$12^2 + x^2 =$
$= 169$
$x = 5$
Trikotnik BDC je pravokoten; $(5^2+12^2=13^2)$!
$p = 60cm^2$

318.



$p_1 = \frac{\pi r^2}{2} = 1,57$
$p_2 = \frac{r^2\sqrt{3}}{3} = 0,58$ $(r = \frac{a}{2}\sqrt{3})$

319. Vrednost številskega izraza je 9.

320. Po razširjanju danih ulomkov na ustrezne imenovalce in krajšanju, dobimo 4 take ulomke: $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$. Poišči še drugačen način; (dana ulomka pretvori v decimalno število)

321. $a + c + 2b = 86$
$b + 22 + b + 12 + 2b = 86$
$4b + 34 = 86$
$b = 13cm$, $c = 25cm$
$v = 12cm$, $p = 360cm^2$

322. $\overline{BM}^2 = 2^2 + 2{,}5^2 = 10{,}25$
$\overline{BN}^2 = 6^2 + 7{,}5^2 = 92{,}25$
$\overline{BM}^2 + \overline{BN}^2 = 102{,}50$
$\overline{MN}^2 + \overline{MR}^2 + \overline{RN}^2$
$\overline{MN}^2 = 8{,}5^2 + 5{,}5^2 = 102{,}50$

323. $y = \frac{m - 1}{m + 1}$ 324. $x = a$

325. $x = abc$

326. a) $0.x = 0$, enačba je identiteta!
b) $x + 8 = x + 8$, enačba je identiteta!
c) $0.x = - 3$, enačba je protislovna!

327. Rešitev enačb je $x = 27$ in $x = - 27$, torej ...

328. Koren $x = 2$ zadošča obema enačbama!

329. $a = 2$ 330. $x = \frac{a^2 - b^2}{2a}$

331. a) $l = \frac{gt^2}{4\pi}$
b) $H = \frac{12V}{2\pi D + d}$

332. $f = \frac{ab}{a + b}$

333. $x = a + b$, $y = a - b$, $a = 3b$

334. $m = 1/2$. Oglišča trikotnika: $(0,7)$, $(-7,0)$, $(-3,0)$

335. $x = 0$

336. b) $x_1 = 5$ $x_2 = 4$
c) $y_1 = \frac{3}{2}$ $y_2 = \frac{1}{5}$
d) $x_1 = 0$ $x_2 = -1$, $x_3 = 1$
e) $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{2}{5}$ $x_3 = 2$
f) $z^2(z - 2) = 0$, $z_1 = 0$
$z_2 = 2$

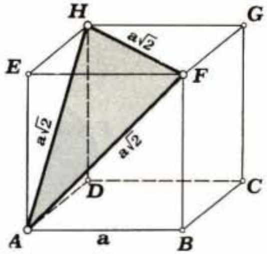
337. a) $x \leqq -5$ $x \geqq 5$
b) $y \geqq 5$
c) $-2 \leqq z \leqq 2$
d) $-0{,}1 \leqq a \leqq 0{,}1$
e) $a \leqq -0{,}01$ $a \geqq 0{,}01$
f) $y \leqq -0{,}1$ $y \geqq 0{,}1$

338. Preveri sam!

339. Preveri sam!

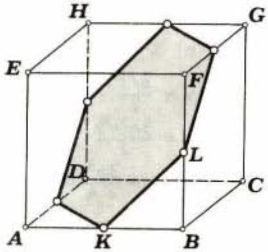
340. $x = \frac{4k - 9}{21}$, a) $\frac{1}{7} = \frac{4k - 9}{21}$, $k = 3$
b) $0 \quad \frac{4k - 9}{21} \quad 1$
Cela števila za k so: 3, 4, 5, 6 in 7.

341.



Stranica enakostraničnega trikotnika je $a\sqrt{2}$.
$\frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = 1$, $a^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$P = (4\sqrt{3})m^2$, $V = (\frac{2\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}}}{3})m^3$

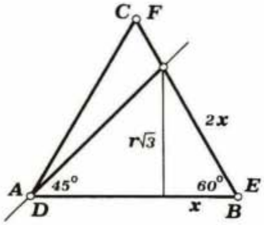
342.



$\overline{SK} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = KL$
Presečni lik je pravilni šestkotnik.
$p = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 = 9$, $a^2 = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

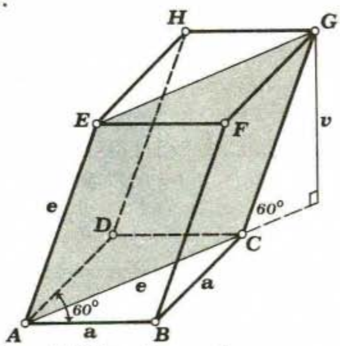
343. $c = 15$, $V = 113{,}4 cm^3$

344.



$a = x\sqrt{3} + x$ $x = \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{4}$
$P = \frac{a^2(3 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6})}{2}$
$V = \frac{a^3(\sqrt{3} - 1)}{4} = \frac{a^3(3 - \sqrt{3})}{4}$

345.



S = ploščina diagonalnega preseka

e = daljša diagonala osnovne ploskve - romba

a) Vsota robov je :

$4a(2 + \sqrt{3})$, $e = a\sqrt{3}$

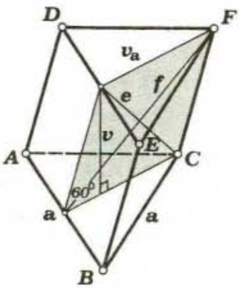
b) $S = e.v = a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}$

$v = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}$ $v = \frac{3a}{2}$

$S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$

c) $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

346.



a) $v = \frac{v_a\sqrt{3}}{2}$, $v_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$v = \frac{3a}{4}$ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

b) $S = v_a.v$

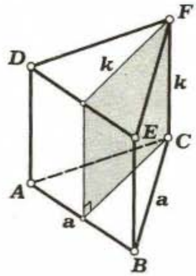
$S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$

c) $e = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ $f = \frac{3a}{2}$

347. 3 rdeče ploskve - 8 kock
2 rdeči ploskvi - 96 kock
1 rdečo ploskev - 384 kock
nobene rdeče ploskve -
- 512 kock

348. $V = 6m^3$

349.

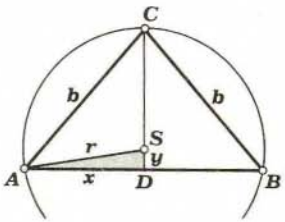


$k = \frac{a}{2}\sqrt{3}$, $a = \frac{2k\sqrt{3}}{3}$

$p = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3.ak$

$P = \frac{8}{3}.k^2\sqrt{3}$ $V = \frac{k^3\sqrt{3}}{3}$

350.



$V = 0.v_c$

$0 = \frac{AB.CD}{2}$, $AD = x$, $DS = y$

Iz trikotnika ADS dobimo:

1) $x^2 = r^2 - y^2$

Iz trikotnika ACD dobimo:

2) $(r + y)^2 = b^2 - x^2$

Iz enačbe 1) vstavimo x^2 v enačbo 2) in dobimo:

$r^2 + 2ry + y^2 = b^2 - r^2 + y^2$

$2ry = b^2 - 2r^2$

$200y = 175$, $y = \frac{7}{8}$

$CD = r + y = 4$

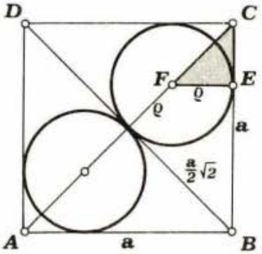
$x^2 = b^2 - CD^2 = 9$

$x = 3$

$0 = 12cm^2$; $P = 44cm^2$, $V = 48cm^3$

351. $P = 5a^2\sqrt{3}$, $V = \frac{3a^3}{4}$

352.



Iz podobnosti trikotnikov BSC in FEC sledi:

$$a : \frac{a\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - \rho\right) : \rho$$

$$\rho = \frac{a}{2 + \sqrt{2}} = \frac{a(2 - \sqrt{2})}{2}$$

$$V = \pi a^3(3 - 2\sqrt{2})$$

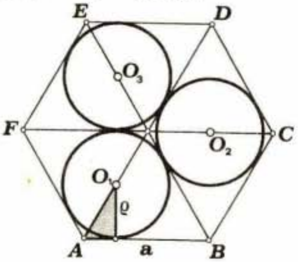
353. $r = v_c$

$$65^2 - (36 - x)^2 = 61^2 - x^2$$

$x = 11 \qquad v_c = 60$

$P = 7560\pi \qquad v = 43200\pi$

354.

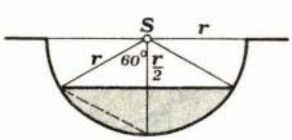


$$\rho = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$P = 3.2\rho(\rho + a)\pi = 46,72\text{dm}^2$$

$$V = \frac{9\pi a^3}{16} = 36\pi\text{dm}^3$$

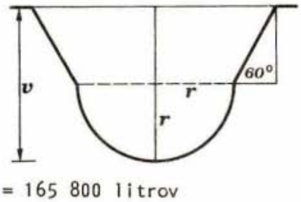
355.



$$V = \frac{r^2(4\pi - 3\sqrt{3})}{12} .l$$

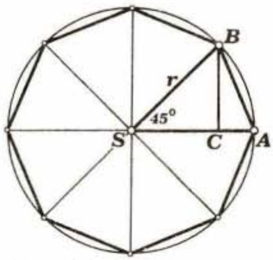
(l = dolžina kanala)

356.



V = 165 800 litrov

357.

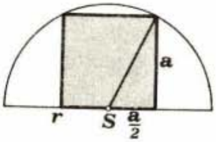


$$O = 8.\frac{\overline{SA}\ .\ \overline{BC}}{2}$$

$\overline{SA} = r, \qquad \overline{BC} = \frac{r\sqrt{2}}{2}$

$O = 2r^2\sqrt{2} \qquad V = 4r^3\sqrt{2}$

358.



$$r^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

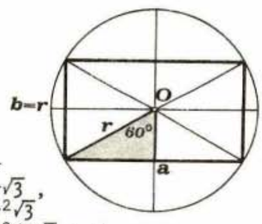
$$r^2 = \frac{5}{4}a^2$$

$$r = \frac{a}{2}\sqrt{5}\ , \quad a = \frac{2r\sqrt{5}}{5}$$

$$P = \frac{8r(r + v\sqrt{5})}{5}$$

$$V = \frac{4}{5}r^2v$$

359.



$b = r$

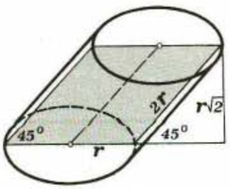
$a = r\sqrt{3}$,

$O = r^2\sqrt{3}$

$P = r^2(6\sqrt{3} + 4)$

$V = 2r^3\sqrt{3}\ , \quad V_v : V_k = \pi : \sqrt{3}$

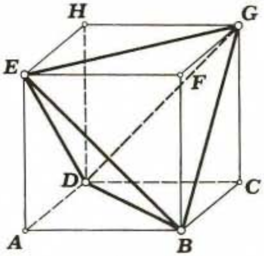
360.



$V = \pi r^2 . v, \qquad v = r\sqrt{2}$

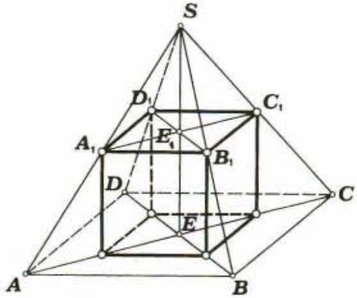
$V = \pi r^3\sqrt{2}$

361.



$P = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} \qquad V = \frac{a^3}{3}$

362.



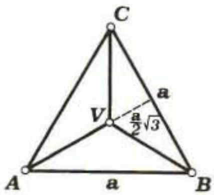
Iz Δ AES $\Rightarrow v = \frac{a}{4}$

Iz podobnosti ΔSAE in ΔSA_1E_1:

$\frac{a}{2}\sqrt{2} : \frac{x}{2}\sqrt{2} = \frac{a}{4} : (\frac{a}{4} - x)$

$x = \frac{a}{5} \qquad V = \frac{a^3}{125}$

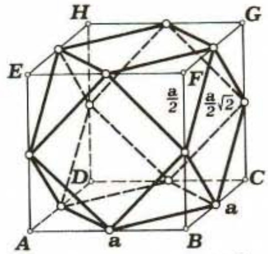
363. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$



364. Volumen oktaedra je $\frac{a^3}{3}\sqrt{2}$. Volumen šestih odsekanih piramid je $\frac{a^3}{8}\sqrt{2}$.

$V = \frac{5.a^3}{24}\sqrt{2}$

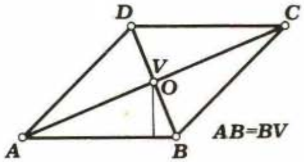
365.



$P = a^2(3 + \sqrt{3}) \qquad V = \frac{5a^3}{6}$

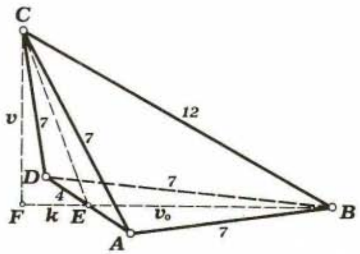
366. $V = 5\sqrt{3}$

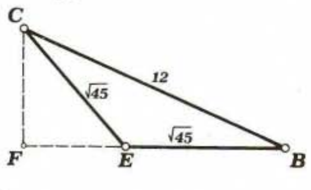
367.



$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}(1 + \sqrt{5}) \qquad V = \frac{a^3}{4}$

368.





v_o = višina osnovne ploskve
v = telesna višina piramide
$v_o = 5\sqrt{3}$
Iz pravokotnih trikotnikov CFB in CEF dobimo enačbo:

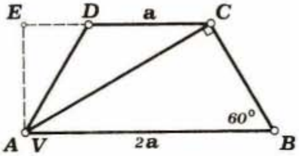
$$12^2 - (k + 3\sqrt{5})^2 = (3\sqrt{5})^2 - k^2$$

$k = \frac{9}{\sqrt{5}}$, $v = \frac{12}{\sqrt{5}}$

$V = 24\text{cm}^3$

369. $V = r^3$

370.



a) $VB + VC + VD + VA = a(2 + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{7})$

b) $P = a^2(\frac{11}{4}\sqrt{3} + \sqrt{6}) = a^2\sqrt{3}.(\frac{11}{4} + \sqrt{2})$

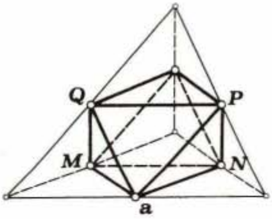
$V = \frac{3a^3}{4}$

371. Stranska višina piramide: $v_1 = a\sqrt{3}$, višina piramide $v = \frac{3}{2}$ a.

$P = 3a^2(\frac{3\sqrt{3}}{2} + 2)$

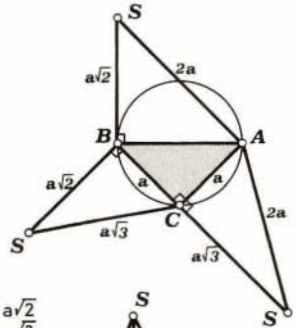
$V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$

372.

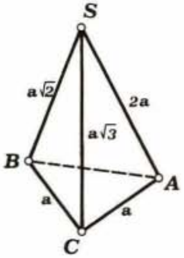


Novo telo je oktaeder z osnovno ploskvijo MNPQ - kvadrat z diagonalo MP = 4cm.
$P = 16\sqrt{3}\text{cm}^2$
$V = 10\frac{2}{3}\text{cm}^3$

373.

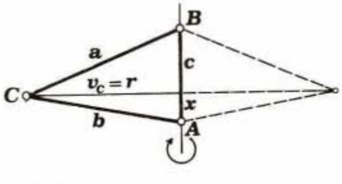


$\overline{SB} = a\sqrt{2}$
$\overline{SC} = a\sqrt{3}$
$\overline{SA} = 2a$



$P = \frac{a^2}{2}(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$

374.



$r = v_c$
$65^2 - (36 - x)^2 = 61^2 - x^2$
$x = 11$ $v_c = 60$
$P = 7560\pi$ $V = 43200\pi$

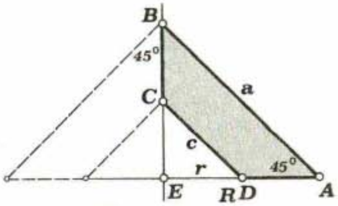
375.

Iz podobnosti trikotnikov dobimo:
$x = 2{,}5\text{m}$
$V = 15{,}625\pi\text{m}^3$

376. $V = \frac{\pi}{9}\ \text{m}^3$

377. $V = 64495$ litrov

378.



$\overline{AE} = R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\overline{DE} = r = \frac{a}{4}\sqrt{2}$

$V_1 - V_2 = \frac{7\pi a^3\sqrt{2}}{96}$

$P = \frac{\pi a^2}{8}(5\sqrt{2} + 3)$

379. $V_1 : V_2 : V_3 = 3 : 2\sqrt{3} : 6$

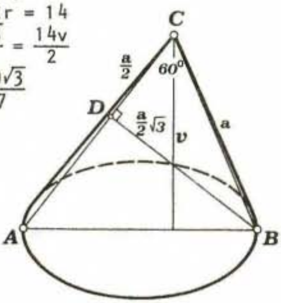
$P_1 : P_2 : P_3 = 3:6:4(\sqrt{3} + 1)$

380. $\overline{BD} = 5\sqrt{3}$

$\overline{AB} = 2r = 14$

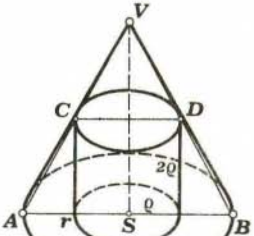
$\frac{16.5\sqrt{3}}{2} = \frac{14v}{2}$

$v = \frac{40\sqrt{3}}{7}$



$V = \frac{280\pi\sqrt{3}}{3} = 507{,}6 cm^3$

381.



Iz podobnosti trikotnikov ASV in CEV sledi:

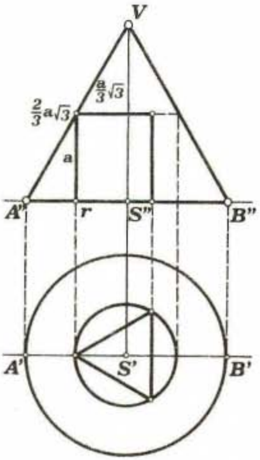
$r : r\sqrt{3} = \rho : (r\sqrt{3} - 2\rho)$

$\rho = \frac{r\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = r(2\sqrt{3} - 3)$

382. $r = 2.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

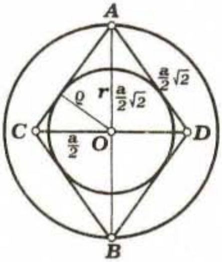
$P = 4\pi a^2$

$V = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} . (\frac{2r\sqrt{3}}{3})^3 = \frac{8\pi r^3}{9}$



383. $V = 49\pi cm^3$ $P = 63\pi cm^2$

384.



Polmer očrtane krogle naj bo r.

$r = \frac{a}{2}\sqrt{2}$ $P_1 = 2\pi a^2$

$V_1 = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$

Presek skozi simetrijsko os oktaedra in središči dveh osnovnih robov je romb ABCD s stranico $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

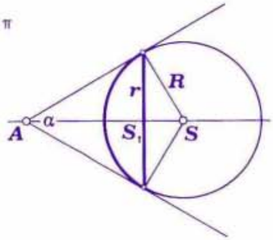
Ploščina tega preseka-romba je $\frac{a^2}{2}\sqrt{2}$, je pa tudi enaka $\frac{a}{2}\sqrt{3}.2\rho$. Iz tega dobimo:

$\rho = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

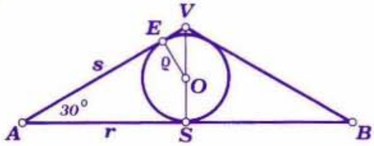
$P_2 = \frac{2\pi a^2}{3}$, $V_2 = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$

385. $R - r = 3\text{cm}$

386. $P = \frac{3R^2}{4}\pi$



387.



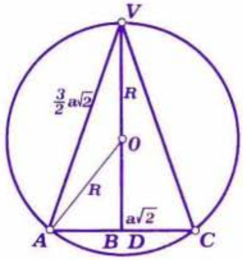
Iz podobnosti trikotnikov ASV in OEV sledi:

$\rho = s(2\sqrt{3} - 3)$

$P = 4\pi\rho^2$

388. $R = \frac{5}{2}\text{cm} = 2{,}5\text{cm}$

389.



$R = \frac{9a}{8}$ $V_p = \frac{2a^3}{3}$

$V_k = \frac{243}{128}a^3$

390. $P_s = \frac{P}{2}(1 + \sqrt{3})$

$P_s = 428{,}93\text{m}^2$

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome. 3. letnik, šolsko leto 1975/76, 5. štev., dec. 1976, str. 225-288.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Rokopis je natipkala Metka Žitnik, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, slike je narisal Slavko Lesnjak.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 65-061/53, štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki štev. 50100-620-107-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 20.-din, za skupinska pa 18.-din, za inozemstvo 2 \$ = 36.-din, 1300.-Lit, 36.-Asch. Posamezna številka stane 15.-din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno. To številko smo tiskali v nakladi 20.000 izvodov.