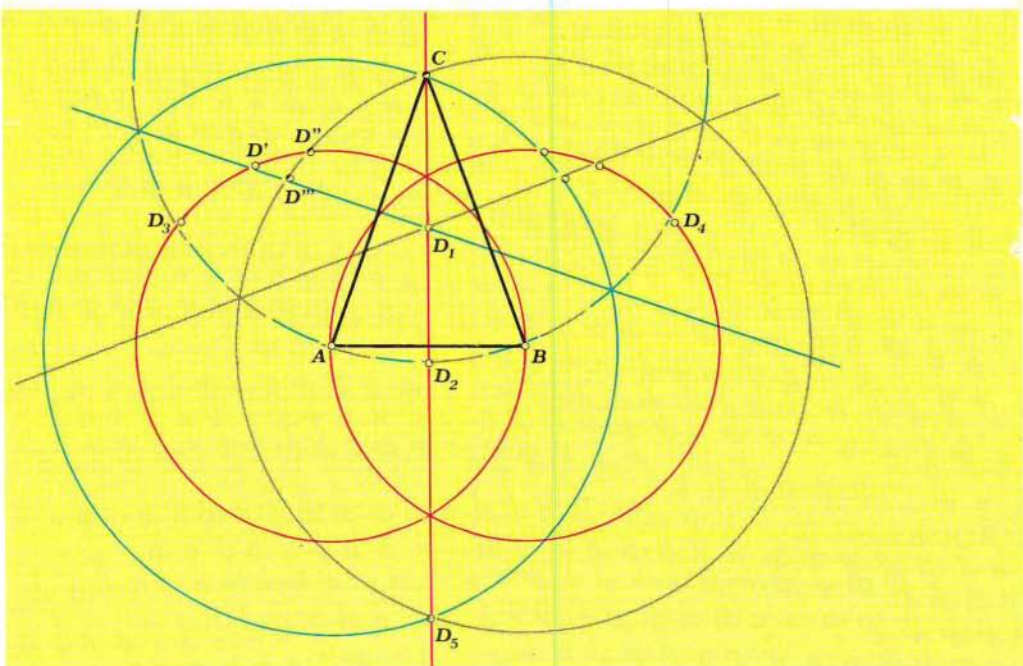


presek

4

IV 1976-77



LIST ZA MLADE

MATEMATIKE

FIZIKE

ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS



P R E S E K - LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME
4 (1976/77) ŠT.4, STR.193-256

V S E B I N A

MATEMATIKA	193	Kako se je godilo številu π - 2.del (Peter Petek)
	197	Podvojitev kocke (Danijel Bezek)
	200	Zapisovanje enačb iz danega besedila (Karel Šmigoc)
	204	Odlikovani trikotniki - 2.del (Edvard Kramar)
REŠITVE NALOG	207	Braminov prstan - rešitev iz P 4/2, str.79 (Danijel Bezek)
	208	Križanka - rešitev iz P 4/3, str.160 (Pavel Gregorc)
FIZIKA	209	Kaj je energija - 2.del (Janez Strnad)
METEOROLOGIJA	214	Veter fen (Zdravko Petkovšek)
ASTRONOMIJA	218	Astronomske efemeride "Naše nebo" (Fran Dominko)
KROŽKI	221	O delu astronomske sekcije Prirodoslovnega društva Slovenije (Jurij Šoba, foto Herman Mikuš)
FIZIKALNO RAZMIŠLJANJE NALOGE	224	(Karel Bajc in Dušan Repovš, ilustr. Božo Kos)
	228	Konstrukcija pravilnega petkotnika (Rado Torkar)
	231	Naloga o prostem padu (Karel Šmigoc)
		Nenavadna premica - rešitev str.208 (Dušan Repovš)
	232	Iščemo največji presek valja - rešitev str.206 (Rado Torkar)
MATEMATIČNO RAZVEDRILLO	234	Uganke (Pavel Gregorc)
	237	Kako "uganeš" število (Edmond Rusjan)
	239	Pešči, poštar in avtomobilist (Franci Oblak)
	240	Številska križanka (Peter Petek)
		Vprašanje za bralce 3. številke Preseka (Marjan Hribar)
PRESEKOV ŠKRAT BISTROVIDEC PREMISLI IN REŠI	241	in 217 (Ciril Velkovrh in Pavle Zajc)
	242	(Franci Oblak in Peter Petek)
	243	(Jože Dover)
	245	Mečimo vžigalice (Peter Petek)
	246	Še o šestih točkah (Peter Petek)
PISMA BRALCEV NOVICE ZANIMIVOSTI	250	(Marjan Hribar, Peter Petek in Matilda Lenarčič)
	256	Presekova pot v tiskarni ČGP "Delo" (tekst in foto Ciril Velkovrh)
NOVE KNJIGE	233	(Franci Oblak)
	IV	(Ciril Velkovrh)
BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES	213	Devet gumbov. Deset kovancev - rešitev str.206 (Dušan Repovš)
	220	$5 = 5$ - rešitev (Zdravko Plečnik)
	236	O čem se bodo pogovarjali (Peter Petek)
	249	Prapradedki in praprababice (Dušan Repovš)
NA NASLOVNI STRANI		Še o šestih točkah, sl.5 (Peter Petek)



KAKO SE JE GODILO ŠTEVILU π

2. DEL

Sreča v nesreči za matematiko je tedaj bila, da je dal Mohamed Arabcem z novo vero tudi možnosti za splošni kulturni dvig. Prevedli so v arabski jezik vsa pomembnejša dela grške matematike, med njimi seveda tudi Arhimeda. Tako so se ta dela ohranila in so jih kasneje renesančni pisci Evrope prevedli v latinščino, s čemer so postala dostopna zahodnemu kulturnemu krogu.

Indijci so tudi dobili nekaj grške dediščine v matematiki, ker pa so uporabljali zelo primeren zapis za števila - naš današnji zapis se je razvil iz indijskega - so dosegli nekaj lepih rezultatov v računanju. Tako srečamo v zapiskih indijskega matematika Aryabhata za število π vrednost 3,1416. Izvor tega rezultata ni povsem jasen; morda izhaja iz kakšnega neznanega grškega dela, ali pa ga je Aryabhatta sam dobil po Arhimedovi metodi s pomočjo 384-kotnika. Kasnejši indijski matematik Bhaskara (okrog l. 1150) je navedel razen Aryabhattovega rezultata še približka $22/7$ (Arhimed!) in $\sqrt{10}$.

Tudi Kitajci so se ukvarjali z obsegom in ploščino kroga in so pri tem naleteli na število π . V tretjem stoletju našega štetja je Li Hue po podobni poti kot je Arhimedova izračunal približek $157/50 = 3,14$. Astronom in mehanik Tsu Čung č'i iz petega stoletja pa je že poznal število π na šest decimalk natančno $\pi = 3,1415926$ in še racionalni približek $355/113$, ki je tudi dober do šeste decimalke.

Po stoletnem spanju se je začela spet buditi Evropa. Najprej so prevedli od Arabcev klasična grška dela in originalne prispevke islamskih učenjakov. V dobi renesanse se je sprostila ustvarjalna misel, ki je bila prej ujeta v spone verskih dogem.

Omeniti moramo vsekakor Leonarda Fibonaccija iz Pise, ki je živel v začetku 13. stoletja. Šel je po Arhimedovi poti in poiskal za število π točnejše meje in dal tudi racionalni približek $\pi = 864/275 = 3,1418$, ki se že ujema s pravo vrednostjo na tri decimalke. Pri tem pa je jasno povedal, da je to le približek, medtem ko so na primer njegovi predhodniki bili prepričani, da je $22/7$ točna vrednost za razmerje med obsegom in premerom kroga.

V 16. stoletju je bil decimalni zapis števil že toliko udomačen, da so matematiki iskali približek za število π v obliki decimalnega števila in ne več v obliki ulomka. S tem so takoj lahko primerjali različne vrednosti glede na to, koliko decimalk se je ujemalo. Po Arhimedovi poti je tako francoski matematik Francois Viète našel zgornjo in spodnjo mejo za število π ; obe meji sta se ujemali na devetih decimalnih mestih, zato je lahko ugotovil, da je na teh devetih mestih natanko $\pi = 3,141592653$.

Viètov sodobnik in prijatelj, holandski matematik Adriaen van Roomen je bil še vztrajnejši in je našel 15 točnih decimalk števila π . Pri računu si je pomagal s pravilnim mnogokotnikom z 2^{30} stranicami, torej z 1073741824-kotnikom. Delo ga je zaposlilo za lepo vrsto let, saj tedaj ni bilo nikakršnih računskih strojev in je moral vse račune izvesti lepo na roko.

V začetku 17. stoletja je živel Holanec Ludolf van Ceulen, ki sicer ni bil matematik, ampak učitelj telovadbe in mečevanja. V zabavo sebi in drugim se je loteval dolgih računov in zanimivih matematičnih zank. No in iz tega konjička se je rodilo tudi 35 decimalk števila π , ki jih je van Ceulen izračunal - seveda po klasični Arhimedovi metodi - s pomočjo mnogokotnika z 2^{62} stranicami. Lahko verjamemo, da je za ta račun porabil dobršen del svojega življenja. Rezultat mu je bil tako pri srcu, da je v oporoki zahteval, naj mu vklešejo na nagrobni kamen vseh 35 decimalk števila π , ki jih je izračunal.

Računanje decimalk števila π se je razpaslo kot bolezen med matematiki in ljubitelji matematike. Vsi so uporabljali Arhimedovo metodo in zapravljali cela leta za nekaj decimalk. Holandski fizik Snell je k sreči našel znatno izboljšanje klasične metode za računanje števila π , tako da je v krajšem času in z uporabo "samo" 2^{30} -kotnika dobil van Ceulenovih 35 decimalk.

Pravo olajšanje pa je pomenila uvedba metod višje matematike tudi v računanje π -ja. Škotski matematik James Gregory je leta 1671 našel neskončno vrsto za funkcijo arkus tangens (obratna kotna funkcija).

S tem orožjem v roki je bilo mogoče dosti lažje in hitreje izračunati število π na precejšnje število decimalk. Računanja so se lotili številni matematiki, omenimo naj le Leonharda Eulerja, ki je izračunal 128 decimalk, kar pa mu ni vzelo več kot 80 ur. Euler je tudi uvedel rabo simbola π za razmerje med obsegom in premerom kroga. Zakaj ravno grško črko π ? No, prejšnji avtorji so često označevali to razmerje z π/δ , pri čemer je π okrajšava za grško besedo περιμετρος (= perimeter = obseg) in δ za grško besedo διαμετρος (=diameter = premer). Euler se je zaradi krajše pisave odločil samo za eno črko π in kasnejši pisci so ga posnemali, predvsem seveda zato, ker je bil Euler izredno plodovit matematik in so bila njegova dela močno razširjena v matematičnem svetu tistega časa.



Sl.8 Nagrobnik L. van Ceulena



Sl.9 Leonhard Euler

Kot vemo, lahko vsak ulomek a/b zapišemo tudi v decimalni obliki. Če se deljenje ne izide, je dobljeno decimalno število

periodično, to se pravi, da se ponavlja določena skupina decimal - perioda. No, pri decimalkah števila π niso opazili nikakršnega ponavljanja in to je dalo slutiti, da se števila π ne da zapisati v obliki ulomka, da torej ni racionalno. Seveda, lahko bi se zgodilo, da bi bila perioda zelo dolga in bi pri tedaj izračunanih decimalkah še ne naleteli na ponavljanje. Vendar pa je nemškemu matematiku Lambertu leta 1767 uspelo dokazati, da je število π iracionalno, da torej noben ulomek a/b , ki ima za števec in imenovalec naravni števili, ne daje natančne vrednosti za razmerje med obsegom in premerom kroga.

Preteklo je več kot sto let in med tem časom so se številni matematiki lotevali decimal π -ja in jih tudi pridobili več kot 700. Med njimi je bil tudi naš Jurij Vega, ki je - če se izrazimo v jeziku športa - kakšnih 50 let držal rekord s svojimi 140 decimalkami.

Leta 1882 je Ferdinand von Lindemann, profesor matematike na univerzi v Freiburgu, dokazal, da je število π transcendentno, da ni algebrائيčno. To pomeni, da ne obstaja nobena polinomska enačba s celimi koeficienti, katere rešitev bi bilo število π . S tem je obenem rešil tudi problem kvadrature kroga: kroga samo z ravnilom in šestilom ni mogoče pretvoriti v ploščinsko enak kvadrat.

Vendar se še danes najdejo "kvadraturisti", ki ne verjamejo Lindemannu in si izmišljajo konstrukcije, s katerimi rešujejo starodavno nalogo o kvadraturi kroga.

S tem je zgodbe o številu π skoraj konec. Da, skoraj, kajti elektronski računalniki, ki so se pojavili po drugi svetovni vojni, so se dotaknili tudi števila π , ki ga je matematika že spravila v arhiv kot "rešen primer". Kaj bistveno novega seveda niso mogli prinesti, le zapoznel odmev bolezni, ki je razsajala med matematiki 18. in 19. stoletja in jih silila k računanju čim večjega števila decimal π . Ker lahko opravi računalnik v sekundi na milijone operacij, je zlahka posekal tudi najvztrajnejše računarje iz preteklih časov. Kolikor vem, so programerji iztisnili iz računalnikov že preko 100 000 decimal znamenitega števila.

Peter Petek

PODVOJITEV KOCKE

V zapuščini grške matematične misli je tudi problem "o podvojitvi kocke".

S pomočjo šestila in neoznačenega ravnila konstruiraj rob kocke, ki ima dvakrat večjo prostornino kot enotska kocka.

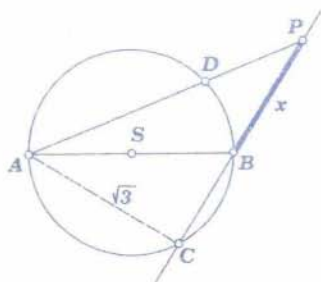
Danes vemo, da je ta problem s klasičnim orodjem nerešljiv. Bralec pa si dokaz zanj lahko poišče v knjigi : I. Vidav - Rešeni in nerešeni problemi matematike.

Obstaja pa, podobno kot za nekatere druge probleme, neklasična konstrukcija te naloge.

Poiskati moramo rob kocke x , za katero bo veljalo:

$$x^3 = 2 \quad \text{ali} \quad x^3 - 2 = 0 \quad (1)$$

Konstrukcija



Točka C leži na krožnici enotskega kroga tako, da je $\angle BCS = 60^\circ$.

Na premici (B, C) poiščemo točko P s pomočjo *označenega ravnila* s premikanjem po premici, da so A, D, P kolinearne točke in je $\overline{DP} = 1$. Potem je daljica $\overline{BP}$ iskani rob x !

Dokaz

Po izreku o potenci točke na krog velja

$$\overline{PA} \cdot \overline{PD} = \overline{PC} \cdot \overline{PB}$$

$$\text{ali} \quad \overline{PA} = (x + 1) x \quad (2)$$

Izraz (2) kvadriramo in $\overline{PA}^2$ nadomestimo z vsoto kvadratov obeh katet ($\overline{AC} = \sqrt{3}$ in $\overline{CP} = x + 1$) pravokotnega trikotnika ACP .

$$(\sqrt{3})^2 + (x + 1)^2 = (x + 1)^2 x^2$$

Enačbo uredimo in dobimo

$$(x^3 - 2)(x + 2) = 0 \quad (3)$$

Od realnih pozitivnih rešitev te enačbe (3) pride v poštev le

tista, ki je skrita v podčrtanem delu enačbe, to pa je rešitev, ki smo si jo postavili za cilj pod (1).

Oglejmo si še "posplošeni problem o podvojitvi kocke". V tem primeru iščemo tako daljico x , ki zadošča enačbi:

$$x^3 = ba^2 \quad (4)$$

pri čemer zahtevamo, da je $a > b$. Če temu ni tako, lahko vedno najdemo tak $k \in \mathbb{N}$, da to dosežemo:

$$x^3 = b/k^2 \cdot (ak)^2$$

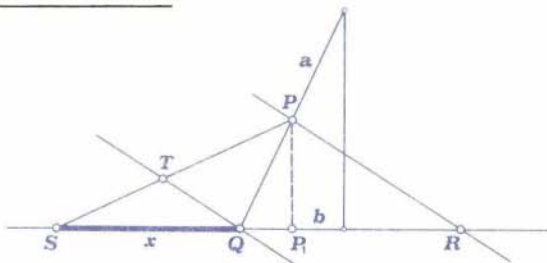
Enačbo (4) pomnožimo prvič z $x:x^4 = ba^2x$; in drugič z $b:bx^3 = a^2b^2$ in dobljeni enačbi seštejemo:

$$x^2(x^2 + bx) = a^2(b^2 + bx) \quad (5)$$

V enačbi (5) izraza v obeh oklepajih zapišemo kot razliko dveh kvadratov: $x^2((x + b/2)^2 - b^2/4) = a^2((b + x/2)^2 - x^2/4)$. Podčrtani del prenesemo na levo stran enačbe in obe strani enačbe korenimo s kvadratnim korenem in preuredimo v naslednje razmerje:

$$\sqrt{(x + b/2)^2 + (a^2 - b^2)/4} : (x + 2b) = a/2 : x \quad (6)$$

Konstrukcija količine x :



Narišemo pravokotni trikotnik s hipotenuzo a in kateto b . Na nosilki katete b poiščemo točko R ($\overline{QR} = 2b$); P je razpolovišče hipotenuze a . Skozi Q potegnemo vzporednico k premici (P, R) . Označeno ravnilo pomikamo po nosilki katete b tako, da so S, T, P kolinearne točke in je $\overline{ST} = a/2$. $\overline{SQ}$ je potem iskani rob x .

Dokaz

$\overline{P_1}$ je srednjica pravokotnega trikotnika s hipotenuzo a in kateto b : $\overline{P_1} = \sqrt{(a^2 - b^2)/4}$

Iz slike razberemo naslednje sorazmerje:

$$a/2 : x = \overline{SP} : \overline{SR}$$

$\overline{SP}$ je hipotenuza $\triangle SP_1P$ in zato velja:

$$a/2 : x = \sqrt{(x+b/2)^2 + (a^2-b^2)/4} : (x+2b)$$

To pa je izraz, ki smo ga dobili pod (6) in x je res iskani rob kocke!

Naloga Konstruiraj rob kocke, ki bo prostorninsko enaka kvadru z robovi $a < b < c$!

Rešitev Osnovno ploskev kvadra spremenimo v ploščinsko enak kvadrat s pomočjo Evklidovega izreka v pravokotnem trikotniku. Tako pridemo do posplošenega problema o podvojitvi kocke in nalogo znamo rešiti!

Danijel Bezek

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome.
4. letnik, šolsko leto 1976/77, 4. številka, maj 1977, str. 193-256

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Danijel Bezek, Andrej Čadež (urednik za astronomijo), Jože Dover, Tomaž Fortuna, Pavel Gregorc, Marjan Hribar (urednik za fiziko), Andrej Kmet, Ljubo Kostrevc, Jože Kotnik, Matilda Lenarčič, Norma Mankoč-Borštnik, Franci Oblak, Peter Petek (odgovorni urednik), Tomaž Pisanski (urednik za matematiko), Tomaž Skulj, Janez Strnad (glavni urednik), Marijan Vagaja, Ciril Velkovrh (urednik).

Rokopis sta natipkali Metka Žitnik in Anuša Rode, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 65-061/53, številka žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki številka 50100-620-107-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 20.- din, za skupinska pa 18.- din; za inozemstvo 2 \$ = 36.- din, 1300.- Lit, 36.- Asch. Posamezna številka stane 5.- din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 20.500 izvodov.

© 1977 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

ZAPISOVANJE ENAČB IZ DANEGA BESEDILA

Z nalogami, ki so dane v obliki besedila, se srečamo že v prvih letih osnovne šole. Resneje začnemo reševati take naloge šele v osmem razredu osnovne šole, ko se dobro seznanimo z enačbami. Naloge, ki jih rešujemo z enačbami, so lahko včasih zelo zamotane. Zato ni čudno, da jih imenujemo tudi probleme.

Zamotanost nekega problema se pokaže pri sestavljanju enačbe na osnovi danega besedila. Pri tem nam je največkrat v pomoč logično sklepanje. Čestokrat pa tudi s pametnim premislekom ne pridemo do kraja, ali pa zelo težko. Zato nam velikokrat koristi poznavanje metode, kako se rešujejo določene naloge.

V tem sestavku si bomo ob nalogi o mešanju ogledali pot, kako pridemo do pravičnega zaključka in do rešitve matematičnega problema. Nalogo o mešanju smo si izbrali zato, ker te naloge niso namenjene le matematičnemu urjenju, ampak imajo tudi praktičen pomen v življenju. Take naloge koristno uporabljamo pri pripravi raznih škropiv v vinogradništvu, sadjarstvu in končno tudi v zlatarstvu pri sestavljanju zlitin.

Oglejmo si najprej nekaj splošnih ugotovitev, ki jih bomo potrebovali pri reševanju teh nalog. Začnimo z izrazi. Z besedo "zmes" bomo označevali tisto sestavino, ki jo dobimo po mešanju. Posamezne snovi, zlitine, raztopine, ki jih mešamo, bomo imenovali s skupno besedo "komponente". Pri mešanju bomo vedno upoštevali, da je prostornina zmesi enaka vsoti prostornin posameznih komponent, ki sestavljajo zmes. Preostane nam še, da omenimo pojma "koncentracija" in "procentni sestav". Oba pojma si oglejmo na primeru zmesi, ki je sestavljena iz treh komponent A , B in C .

Prostornino posamezne komponente označimo z V_A , V_B in V_C . Skupno prostornino, ki jo dobimo po mešanju, označimo z V_O . Med omenjenimi prostorninami velja zveza:

$$V_O = V_A + V_B + V_C$$

če upoštevamo oznake za razmerja $c_A = \frac{V_A}{V_O}$, $c_B = \frac{V_B}{V_O}$ in $c_C = \frac{V_C}{V_O}$,

lahko pišemo prostornine posameznih komponent v obliki:

$$V_A = c_A V_O, V_B = c_B V_O \text{ in } V_C = c_C V_O$$

Razmerje med prostornino čiste komponente v zmesi in prostorni-

no celotne zmesi V_0

$$c_A = \frac{V_A}{V_0} = \frac{V_A}{V_A + V_B + V_C}$$

imenujemo prostorninsko koncentracijo dane komponente. Iz dob-
ljenega izraza je razvidno, da je koncentracija neimenovano šte-
vilo in da je vsota posameznih koncentracij enaka 1:

$$c_A + c_B + c_C = 1 \quad \dots (1)$$

S pomočjo koncentracij lahko zapišemo prostornino zmesi V_0 v ob-
liki:

$$V_0 = c_A V_0 + c_B V_0 + c_C V_0$$

Zmes je določena, če poznamo koncentracije vseh komponent, ki
jo sestavljajo. Iz zveze (1) sledi, da je pri n komponentah po-
trebno poznati samo koncentracije $n - 1$ komponent, eno koncen-
tracijo lahko vedno izračunamo iz relacije, ki je podobna za
tri komponente.

Iz obrazca za prostorninsko koncentracijo je razvidno, kako
lahko izračunamo procentni sestav (p_A) zmesi, če poznamo njeno
koncentracijo (c_A):

$$p_A = c_A \cdot 100\%$$

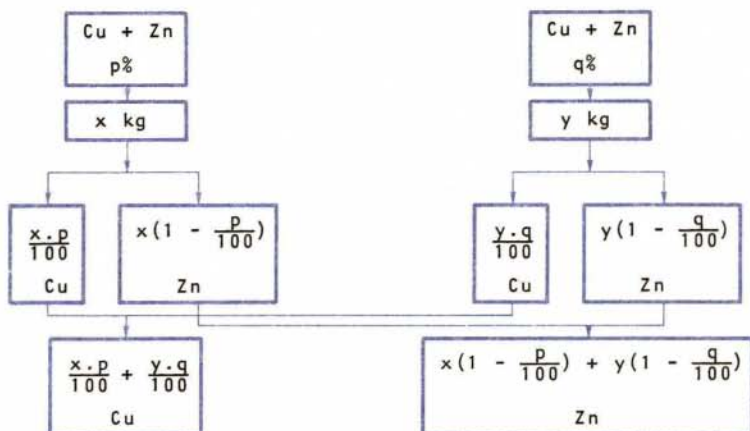
Naj bo dovolj priprav! Oglejmo si posebnosti teh nalog in
metode reševanja na primeru!

Naloga:

Na razpolago imamo dva kosa zlitine iz bakra in cinka. Prvi
kos vsebuje $p\%$, drugi pa $q\%$ bakra. Želimo dobiti zlitino, ki bo
imela $r\%$ bakra. V kakšnem razmerju naj vzamemo prvo in drugo
zlitino, da bomo dosegli zaželeni sestav?

V mnogih primerih si olajšamo reševanje naloge, če napravimo
ustrezno skico. Največkrat je skica koristna pri geometrijskih
nalogah. Vendar lahko pripomore dobra skica k boljšemu razume-
vanju tudi pri nalogah z drugačno vsebino. Takšen primer je na-
ša naloga. Če si ogledamo Sl.1, lahko iz nje hitro povzamemo
način, kako bomo rešili nalogo.

Iz prve zlitine vzamemo x kg, iz druge y kg bakra. V prvi
zlitini je koncentracija bakra $p/100$, v drugi $q/100$. Ker je
 $c_{Cu} + c_{Zn} = 1$, lahko zapišemo, koliko bakra in cinka smo vzeli
iz prve in druge zlitine.



Sl. 1

Dobimo enačbi:

$$x = x \cdot \frac{p}{100} \text{ (kg bakra)} + x(1 - \frac{p}{100}) \text{ (kg cinka)},$$

$$y = y \cdot \frac{q}{100} \text{ (kg bakra)} + y(1 - \frac{q}{100}) \text{ (kg cinka)}.$$

Masa dobljene zlitine je $(x + y)$ kg. Iz obeh zlitin je v njej $(x \cdot \frac{p}{100} + y \cdot \frac{q}{100})$ kg bakra. Koncentracija bakra v novi zlitini, zmesi, mora biti enaka koncentraciji, ki ustreza procentnemu sestavu r :

$$\frac{x \cdot \frac{p}{100} + y \cdot \frac{q}{100}}{x + y} = \frac{r}{100},$$

kar da $\frac{p \cdot x + q \cdot y}{x + y} = r \quad \dots (2)$

Naj omenimo, da smo pri naši nalogi uporabljali namesto prostorninske masne koncentracije. V enačbi (2) nastopata neznan-ki x in y . Naloga zahteva samo njuno razmerje. Če spremenimo enačbo (2) v obliko

$$x(p - r) = y(r - q) \quad \dots (3)$$

lahko iskano razmerje takoj najdemo.

Preostane nam še pregled rezultata, to je, ugotoviti moramo, kakšne so možne rešitve naloge glede na količine p , q in r .

a) $p = q = r$

Koncentracije so enake v vseh zlitinah. Ker je vseeno, koliko vzamemo prve in koliko druge zlitine, je možno nešteto rešitev.

b) $p = r \neq q$

V tem primeru dobi enačba (3) obliko: $x \cdot 0 = y(r - q)$. Iz nje vidimo, da je lahko x poljuben, $y = 0$.

c) $p \neq r = q$

Zopet dobimo enačbo $x(p - r) = y \cdot 0$, odkoder sledi obraten slučaj kot v primeru b): $x = 0$, y poljuben.

d) $p \neq r$, $p \neq q$, $q \neq r$

Če je $y \neq 0$, lahko zapišemo enačbo (3) v obliki:

$$x : y = (r - q) : (p - r)$$

Rešitve so možne, če leži r med p in q tako, da je izpolnjen pogoj $\frac{r - q}{p - r} > 0$.

Na podoben način, kot smo tu, lahko rešimo marsikatero nalogo o mešanju. Vidimo, da pravilen začetek ne olajša samo rešitev, ampak jo napravi tudi zanimivo.

KOMENTAR K ČLANKU

Zdi se mi umestno, da pojasnim, kaj želim doseči s tem člankom.

1. Zelo koristno je, če članki po vsebini ustrezajo učenčevemu znanju. Še boljše pa je, če vsebina članka kakorkoli na zanimiv način dopolnjuje učno snov. Tako učenci spoznajo, da jim je list potreben in ga z veseljem bero. Upam, da bo koristil članek v tem smislu učencem v osmem razredu.

2. Velikokrat sem opazil, da je tudi med učitelji precej nejasnosti pri reševanju problemov. Eni se držijo samo knjige in primerov v njej, drugi uberejo svoje poti, ki pa pogostokrat niso metodično izdelane. Zato ni čudno, da tudi učenci kmalu odpovedo pri težjih nalogah. Ne vem, koliko mi je uspelo. Ubral sem pot, ki je primerna za učitelja in učenca, da pokažem, kako rešujemo probleme o mešanju, ki so pri pouku najbolj zastavljene.

Karel Šmígoč

ODLIKOVANI TRIKOTNIKI

2. del

Zadnjič* smo imenovali odlikovane vse tiste trikotnike, katerih dolžine stranic so naravna števila in imajo še lepo lastnost, da je njihov obseg številsko enak λ -kratni ploščini. Poiskali smo že vse take trikotnike pri $\lambda=1$ in $\lambda=2$. Poiščimo še nekaj ostalih rešitev!

Iskani trikotnik smo pisali v obliki trojice (a,b,c) , pri čemer je bilo $a \leq b \leq c$. Vpeljali smo še naravna števila m , n in k , ki se s stranicami in srednjico s izražajo

$$m = 2(s-a), \quad n = 2(s-b), \quad k = 2(s-c)$$

Problem iskanja odlikovanih trikotnikov smo po krajšem premisleku izrazili takole: *pri danem parametru $\lambda > 0$ dobimo vse odlikovane trikotnike z razrešitvijo zahtev*

$$16(m+n+k) = \lambda^2 mnk$$

$$nk \leq 48/\lambda^2, \quad k^2 \leq 48/\lambda^2$$

$k \leq n \leq m$ ter m , n in k so iste parnosti.
Stranice trikotnika dobimo nato iz zvez

$$a = (n+k)/2, \quad b = (m+k)/2, \quad c = (m+n)/2$$

Razrešimo sedaj zgornji sistem zahtev za vse parametre λ , ki so večji od števila $\sqrt{8}$, saj kot bomo videli, jih ni prav veliko. Med rešitvami bodo vsebovani tudi morebitni trikotniki za $\lambda=3,4,\dots$

Upoštevajmo torej zahtevo $\lambda^2 > 8$ in naše ocene še malo poostriamo: $16 \cdot 3m \geq 16(m+n+k) = \lambda^2 mnk > 8mnk$. Odtod po krajšanju dobimo $kn < 6$ in še $k^2 = k \cdot k \leq k \cdot n < 6$. Očitno imamo za k edini možni rešitvi $k = 1$ ali $k = 2$. Ker je število n iste parnosti kot k , dobimo naslednje možnosti: $k = 1$; $n = 1, 3$ ali 5 ter $k = 2$; $n = 2$. Oglejmo si še, kako je s številom m , zanj imamo še največ izbire pri $k = 1$, $n = 1$, saj je lahko enak poljubnemu lihemu številu $m = 2i-1$, $i=1,2,3,\dots$ in vsak ustrezeni parameter λ bo tak, kot smo zahtevali ($\lambda_i^2 = 16(1 + 2/(2i-1)) > 8$, $i=1,2,\dots$). Pri $k=1$, $n=3$ dobimo le tri rešitve: $m = 3, 5$ ali 7 z ustreznimi para-

*Glej 2. številko, str.113

metri $\lambda_m^2 = 16(1+4/m)/3$, medtem ko je za $m \geq 9$ parameter $\lambda^2 < 8$. Hitro ugotovimo, da za $k=1$, $n=5$ ne dobimo nobene rešitve za m , kajti iz $m \geq n = 5$ sledi $\lambda^2 = 16(1+6/m)/5 < 8$. Ostane nam le še primer $k=2$, $n=2$; pri tem pa bo $\lambda^2 < 8$ le, če bo $16(4+m) = 4\lambda^2 m > 4 \cdot 8m$, to je $m < 4$. Očitno je edina možnost $m=2$. Ustrezni parameter je tedaj $\lambda^2 = 12$.

Strnimo zadnje ugotovitve: za $\lambda > \sqrt{8}$ dobimo le naslednje odlikovane trikotnike z ustreznimi parametri

a	b	c	λ	
1	i	i	$4\sqrt{1+2/(2i-1)}$	$i=1,2,3,\dots$
2	2	3	$4\sqrt{7/3}$	
2	3	4	$4\sqrt{3/5}$	
2	4	5	$4\sqrt{11/21}$	
2	2	2	$2\sqrt{3}$	

Opazili smo, da z večanjem parametra λ dobimo vse manj odlikovanih trikotnikov. Za $\lambda=1$ smo jih dobili pet, za $\lambda=2$ le enega, za večje cele vrednosti λ pa nobenega več, nekaj smo jih našli samo pri nekaterih iracionalnih vrednostih parametra (sam se prepričaj, da so zgornje vrednosti res vse iracionalna števila), največji od teh je bil $\lambda = \sqrt{48}$.

Hitro se lahko prepričamo, da je pri manjših vrednostih parametra λ veliko več odlikovanih trikotnikov, vendar jih je še vedno pri posamezni vrednosti le končno, kar sledi iz neenačb $k^2 \leq 48/\lambda^2$, $n^2 \leq 48/\lambda^2$ in iz zgornje enačbe.

Iz danih odlikovanih trikotnikov lahko naredimo seveda nove tako, da trojko (a,b,c) pomnožimo s skupnim številom x in dobimo trojko (xa,xb,xc) spet iz celih števil, če le vzamemo za x naravno število ali ulomek, katerega imenovalec je skupni delitelj števil a , b in c . Sam se prepričaj, da je novi parameter tedaj enak λ/x ! Odtod vidimo, da dobimo veliko več odlikovanih trikotnikov pri majhnih vrednostih parametra λ .

Reši sam še naslednje naloge:

- Poišči vse odlikovane enakostranične trikotnike za $1/2 < \lambda < 2$!
- Poišči vse odlikovane pravokotne trikotnike za $\lambda > 3/4$!
- Izračunaj radij včrtanega kroga odlikovanih trikotnikov!

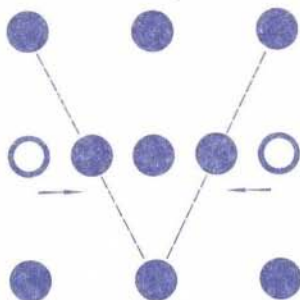
Edvard Kramar



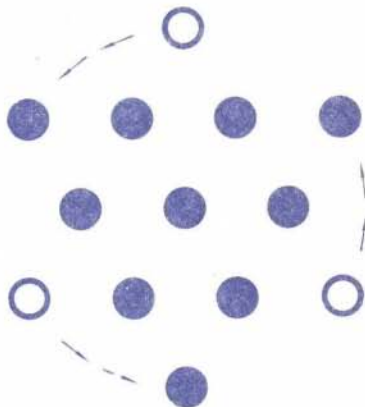
REŠITVE NALOG

REŠITVE NALOG S STRANI 213 (Dušan Repovš)

9 GUMBOV



DESET KOVANECV



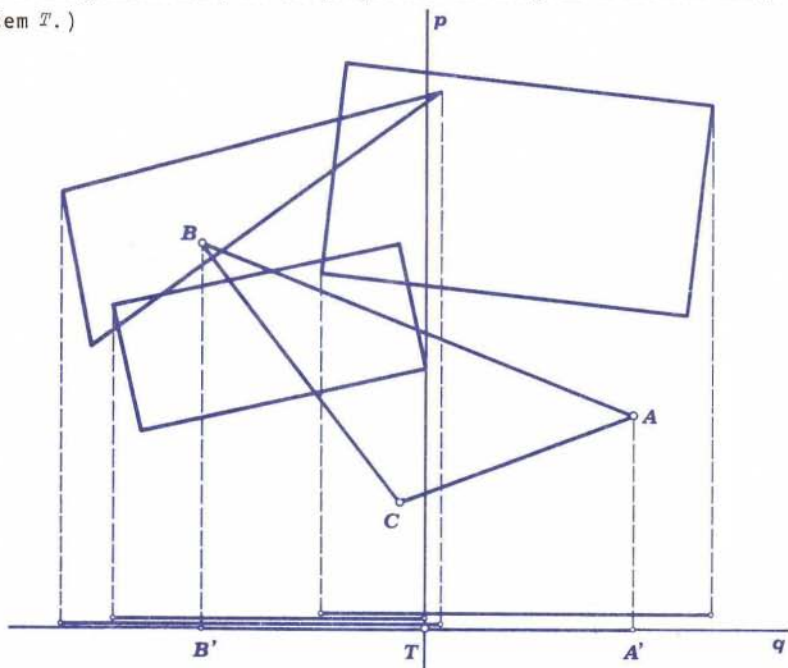
Dušan Repovš

ODGOVORI NA VPRAŠANJA O VALJEVEM PRESEKU S STRANI 232

a) $1/10$ razreda, b) Razred ima 30 učencev (ker razredov s 60 ali več učenci nimamo), c) 12 učencev. Ta relativna večina je mislila, da sta oba preseka ploščinsko enaka. č) 10 učencev. Tem se je zdela ploščina značilnega preseka večja. d) Ni se moglo odločiti 5 učencev. e) Pravilno so odgovorili le trije učenci. f) Oba preseka sta paralelograma (romboid in pravokotnik) z enako osnovnico (premer osnovne ploskve $2r$). Zato ima večjo ploščino tisti, ki ima večjo višino. To pa je presek, ki je na značilnem pravokoten. Višina tega preseka je enaka stranici (ali središčnici) valja, ki je pri poševnem valju seveda večja od njegove višine.

Rado Torkar

Vzemimo poljubno premico v ravnini, ki ne seka oz. se ne dotika nobenega izmed mnogokotnikov in pravokotno projicirajmo nanjo vse like. Očitno je projekcija vsakega lika *daljica* (npr. trikotnik ABC se projicira v daljico $B'A'$). Med vsemi *desnimi* krajišči teh daljic izberimo tisto, ki leži *najbolj levo* (na sliki je to krajišče T). V tej točki potegnimo *pravokotnico* - to je iskana premica! Res, pravokotnica v točki T seka *vse* mnogokotnike, kajti noben ne more ležati v celoti *levo* od nje (v tem primeru bi bilo namreč *desno* krajišče njegove projekcije *levo* od T , kar je v nasprotju s predpostavko, da je T *skrajno levo* ležeče *desno* krajišče) in noben ne more ležati v celoti *desno* od nje (v tem primeru bi ta mnogokotnik ne imel nobene *skupne* točke z mnogokotnikom, ki se projicira na daljico z desnim krajiščem T .)



Dušan Repovš

Pripomba: popolnoma enaka trditev velja za poljubno *končno* število *konveksnih* mnogokotnikov (mnogokotnik je *konveksen*, če daljica, ki veže poljubni dve točki v njegovi *notranjosti* ali na *robu*, leži v *celoti znotraj* mnogokotnika ali na njegovem *robu*. (npr. vsi pravilni n -kotniki so konveksni.)



KAJ JE ENERGIJA ?

II. DEL

Ko smo že pri tem, si oglejmo še pot, po kateri pridemo do energijskega zakona v šoli. Na začetku iz Newtonovega zakona izpeljemo *izrek o kinetični energiji*: sprememba kinetične energije telesa je enaka skupnemu delu zunanjih sil. Od sil nastopajo nekatere posebno pogosto, na primer teža. Tako silo izdvojimo in posebej izračunamo njeno delo. Če ima ta sila posebno lastnost - če je *konservativna* - prenesemo njeno delo na drugo stran izreka o kinetični energiji in ga z negativnim znakom proglasimo za spremembo potencialne energije. Tako dobimo *izrek o kinetični in potencialni energiji*: sprememba kinetične in sprememba potencialne energije sta enaki skupnemu delu preostalih zunanjih sil, to je zunanjih sil razen konservativne sile. Dela konservativne sile seveda ne smemo upoštevati na desni strani izreka, saj smo ga upoštevali kot spremembo potencialne energije na levi.

Sila je konservativna, če je delo, ki ga opravi pri premiku točkastega telesa, odvisno le od začetne in končne lege telesa, ne pa od poti, po kateri premaknemo telo iz začetne lege v končno. Pri premiku, ki privede telo zopet v začetno lego, je delo konservativne sile - vzeto v celoti - enako nič. Teža in druge gravitacijske sile ter električne sile med nabitimi telesi so konservativne. Trenje in upor pa sta nekonservativni sili. Lahko izdvojimo vse konservativne sile in upoštevamo njihovo negativno delo na levi strani izreka o kinetični in potencialni energiji kot spremembe potencialnih energij. Na desni strani izreka ostane potem samo še delo nekonservativnih sil.

Potencialno energijo pripišemo ponavadi telesu, ki ga premikamo v polju sile, na primer kamnu, ki ga premikamo v zemeljskem težnem polju. To je koristno, a ni čisto dosledno. Polje sil namreč izvira iz drugega telesa, to je Zemlje, in je potencialna energija pravzaprav skupna last telesa v polju in izvira polja, to je kamna in Zemlje. Podobno je tudi pri električni potencialni energiji: v vodikovem atomu pripišemo potencialno energijo elektronu, čeprav je pravzaprav skupna last elektrona in protona.

Vzemimo, da bi sestavili Zemljo iz dveh polovic, ki bi bili na začetku v veliki medsebojni razdalji. Seveda se bi pri tem spremenila skupna gravitacijska potencialna energija obeh teles. Toda potencialne energije ne bi bilo smiselno pripisati prvi ali drugi polovici. Pripišemo jo gravitacijskemu polju. Navadno izračunamo *gostoto energije gravitacijskega polja*, to je energijo polja na prostorninsko enoto.

Podobno je pri električnem polju. Skupna električna potencialna energija obeh nabojev se spremeni, ko spravimo pozitivni naboj na prvo elektrodo kondenzatorja in negativnega na drugo. Te energije ne pripišemo prvemu ali drugemu naboju, ampak kondenzatorju. Po nadaljnjem premisleku jo pripišemo električnemu polju med elektrodama. Preračunamo jo na prostorninsko enoto in dobimo *gostoto energije električnega polja*. Nič drugače ni z energijo tuljave s tokom, ki jo pripišemo njenemu magnetnemu polju in nato izračunamo

gostoto energije magnetnega polja. Vpeljava gostote energije polja je zelo koristen korak. V potujočem valovanju bi bilo namreč skoraj nemogoče ugotoviti, od kod izvira kak prispevek k energiji. Tako pa v elektromagnetnem valovanju pripišemo energijo električnemu in magnetnemu polju.

V termodinamiki odpove izrek o kinetični in potencialni energiji. Izbrani masi vode v toplotno izolirani posodi dovedemo na primer z mešanjem delo pri konstantnem tlaku, ne da bi se po končanem mešanju spremenili kinetična in potencialna energija. Opazimo pa, da se voda segreje. Temperaturna razlika je odvisna samo od dovedenega dela. Vse to kaže, da nastopa še notranja energija, ki jo popolnoma določata temperatura in tlak. Notranja energija vode se poveča tudi, če je lonec na štedilniku, a ne dovajamo dela. To nas prepriča, da moramo poleg dela upoštevati še toploto.

Pred nami je energijski zakon ali *prvi zakon termodinamike*. V njem združimo kinetično, potencialno in notranjo energijo v polno energijo. Po potrebi dodamo še druge energije. Poleg mehanskega dela moramo priznati še električno delo*, poleg toplote, ki jo dobi sistem od telesa, s katerim je v stiku, pa še toploto, ki jo dobi z absorpcijo svetlobe in drugega kratkovalnega elektromagnetnega valovanja.

Energijski zakon je tako imeniten, ker velja popolnoma splošno in je uporaben v vseh območjih fizike. Ni pojava, pri kateri bi se izneveril. O tem so nas prepričali tudi številni brezuspešni poskusi, da bi zgradili *perpetuum mobile prve vrste*. To bi bil stroj, ki bi oddajal delo, ne da bi mu dovajali delo ali toploto in ne da bi prišlo v njem do trajnih sprememb.

Vendar je treba biti previden, ko uporabimo energijski zakon za napovedovanje sprememb. Zakon je preširok: dopušča spremembe, ki v naravi niso izvedljive. Za zgled obdelajmo spremembo, ki ima dva koraka. Najprej dovedimo 1kg vode z mešalom delo 4200J, da se segreje za 1K. Nato naj voda odda toploto 4200J hladnejši okolici in se ohladi na začetno temperaturo. Najprej se notranja energija vode poveča na račun dovedenega dela, nato pa se zmanjša na začetno vrednost na račun odvedene toplote. Zdaj si zamislimo obratno spremembo. Najprej dovedimo vodi iz toplejše okolice toploto 4200J, da se segreje za 1K. Nato naj bi voda na mešalu opravila delo 4200J in se ohladila na začetno temperaturo. Zdaj se najprej notranja energija vode poveča na račun dovedene toplote, nato pa naj bi se zmanjšala na začetno vrednost na račun odvedenega dela. Obe spremembi - prvotna in obratna - sta v skladu z energijskim zakonom. Prvotna sprememba je izvedljiva, a obratna sprememba (zaradi drugega koraka) ni izvedljiva.

Po izkušnjah s tem in z drugimi poskusi sklepamo, da ni mogo-

* Napačno je govoriti o "*energiji električnega toka*" in pri tem misliti na električno delo, ki ga dobi upornik od generatorja in odda okolici kot Joulovo toploto, če ima konstantno temperaturo.

če zgraditi *perpetuum mobile druge vrste*** To bi bil *toplotni stroj*, ki bi mu dovajali samo toploto in bi oddajal tolikšno delo. S toplotnim strojem mislimo na stroj, ki se vedno znova vrača v začetno stanje, se pravi, da ponavlja *krožno spremembo* (glej prispevek R. Jermana *Stirlingov stroj*, Presek 4 (1976)17).

Toplotni stroj odda delo le, če mu dovedemo toploto pri višji temperaturi in če odda toploto pri nižji temperaturi. Razlika dovedene toplote in odvedene toplote odda stroj kot delo. Oddano delo je kvečjemu enako dovedena toplota $\times (1 - T_1/T_2)$, če je T_2 najvišja temperatura, pri kateri dovajamo stroju toploto, in T_1 najnižja temperatura, pri kateri jo od njega odvajamo. Navadno je oddano delo še precej manjše.

Temperatura T_2 ne more biti višja kot kakih 600K. (Nad kritično temperaturo vode 617K pri še tako velikem tlaku voda, ki jo uporabljamo na primer v parnih strojih in parnih turbinah, ne more biti v kapljevinskem stanju.) Temperatura T_1 se navadno suče okoli 350K. Tako izkoristi toplotni stroj le slabo tretjino dovedene toplote in jo odda kot delo. Dobri dve tretjini dovedene toplote odda toplotni stroj okolici kot toploto pri nižji temperaturi.

Toplotnemu stroju dovajamo toploto, ki nastane na račun zmanjšanja notranje energije ob sežigu goriva, na primer premoga, bencina ali plinskega olja ali zemeljskega plina. Neovrgljivo dejstvo je, da lahko s toplotnimi stroji izkoristimo samo majhen del notranje energije goriva za delo. Po domače bi lahko rekli, da je notranja energija glede možnosti za spreminjanje v delo s toplotnimi stroji slabša kot druge energije. To je daljnosežna ugotovitev, ki prispeva k tesnobi o preskrbi z energijo v prihodnosti, saj krijemo veliko večino potreb po delu prav na ta način.

V tej zvezi je poučen pregled porabe energije za 1975 v naši republiki (Sl.5). Delo, ki so ga oddale elektrarne (A), so porabili za segrevanje in razsvetljavo - uporniki so ga oddajali kot Joulovo toploto - in v manjši meri za poganjanje motorjev - ti so ga oddajali kot delo. Toploto, ki so jo oddajala goriva

** Perpetuum mobile prve vrste bi nasprotoval prvemu zakonu termodinamike ali energijskemu zakonu, perpetuum mobile druge vrste pa drugemu zakonu termodinamike ali entropijskemu zakonu, do katerega pridemo z nadaljevanjem začete razprave o reverzibilnih in ireverzibilnih spremembah.

Pregled porabe energije za 1975 v SR Sloveniji

A elektrarne

vodne	$0,84 \cdot 10^{16}$ J		
termične	$1,28 \cdot 10^{16}$ J	industrija	$1,42 \cdot 10^{16}$ J
skupaj	$2,12 \cdot 10^{16}$ J	promet	$0,06 \cdot 10^{16}$ J
		preostalo	$0,64 \cdot 10^{16}$ J

B goriva

trdna	$2,95 \cdot 10^{16}$ J		
kapljevinska	$6,49 \cdot 10^{16}$ J		
plinska	$0,35 \cdot 10^{16}$ J		
toplarna	$0,25 \cdot 10^{16}$ J	industrija	$4,54 \cdot 10^{16}$ J
skupaj	$10,0 \cdot 10^{16}$ J	promet	$2,82 \cdot 10^{16}$ J
		preostalo	$2,68 \cdot 10^{16}$ J

elektrarne in goriva skupaj
 $12,2 \cdot 10^{16}$ J

Sl.5 Tako rabimo energijo v Sloveniji. Podatki so posneti po *Osmrtku energetske bilance v letih 1976-1980* z dne 19.5.1976. Navadno so preglednice sestavljene v *terakalorijah*, 1 teracal = $4,2 \cdot 10^{12}$ J, ali v *milijardah kilovatov*, 109 kWh = $3,6 \cdot 10^{15}$ J.

Pri termičnih elektrarnah je navedeno oddano električno delo. Dovedena toplota, ki jo je treba dobiti s sežigom goriv (to ni zajeto v B), je okoli trikrat večja. V tem pogledu so jedrske elektrarne podobne termičnim. Razlika lastnih energij pri cepitvi jeler uranovega izotopa 235 se porabi za povečanje notranje energije hladilne vode, ki jo odda kot toploto parni turbini. Tako bo na primer jedrska elektrarna Krško prejela okoli 1800MW toplotnega toka, a oddajala le 600MW električne moči.

Pri "toplarni" je upoštevana oddana toplota ljubljanske toplarne (termične elektrarne), ki jo uporabljamo za ogrevanje prostorov. To je - gledano dolgoročno - posnemanja vredno varčevanje z energijo.

Energija, ki jo porabimo na Zemlji, izvira s Sonca, na katerem poteka zlivanje lahkih atomskih jeler. Vodne elektrarne izkoriščajo potencialno energijo vode, peči in toplotni stroji pa notranjo energijo goriv.

(B), so porabili večinoma v pečeh za segrevanje, na primer v metalurški industriji za taljenje kovin ... in v gospodinjstvih, samo v manjši meri za poganjanje strojev na notranje izgorevanje. Iz $2,82 \cdot 10^{16}$ J toplote so dobili ti stroji samo okoli $0,7 \cdot 10^{16}$ J dela. V končnem podatku $12 \cdot 10^{16}$ J je tedaj razmerje med delom in toploto zelo majhno, po oceni nekako 1 : 16. Na sto joulov vložene energije odpade samo kakih šest joulov dela.

Tudi to delo se naposled - enako kot toplota - porabi za povečanje notranje energije: zaradi trenja in upora pri premikanju motorjev in vozil se segreje okolica.

Gledanje na energijo se je v zadnjih letih precej spremenilo, ko smo se ljudje vse bolj začeli zavedati omejenosti njenih izvirov. To je razlog več, da ne govorimo o energiji kot o zalogi dela brez dodatnih pojasnil.

Janez Strnad

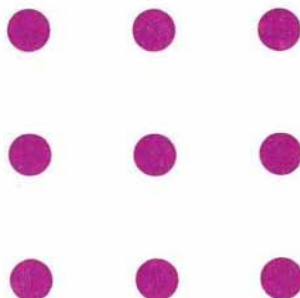


BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

DEVET GUMBOV

Na sliki je devet gumbov razmeščenih tako, da stoje v vsaki navpični in vsaki vodoravni vrsti po trije, pa tudi na obeh diagonalah ležijo natančno trije.

Preloži dva gumba tako, da dobiš razporeditev, v kateri bo v desetih vrstah stalo po troje gumbov.

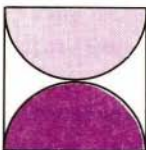


DESET KOVANCEV

Deset enakih kovancev razmestimo na mizo tako, da dobimo enakostraničen trikotnik (glej sliko). Premakni tri kovanice tako, da spet dobiš enakostraničen trikotnik, po velikosti enak prvotnemu!



Dušan Repovš



VETER FEN

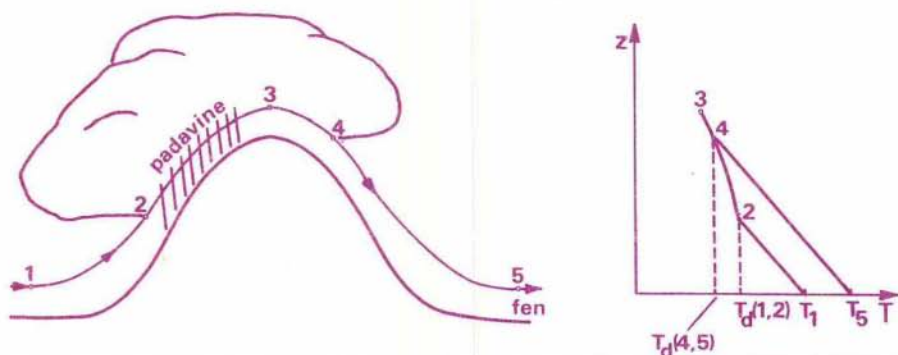
Velikokrat pihajo nad obsežnimi področji stalni vetrovi po več ur ali celo dni skupaj. Kadar leži na področju takih vetrov gorska pregraja, se mora zrak pretakati čeznjo. Na zavetrni strani grebenov je veter sorazmerno topel in suh. Pravimo mu fen. Po tem vetru so imenovali tudi sušilce las, ker ima zrak, ki piha iz njih, podobne lastnosti kot fen.

Glede na lego naših krajev imamo pri nas severni fen, kadar se zrak ob severnih vetrovih prek Alp spušča na našo stran. Ob južnih vetrovih nastaja redkeje južni fen glede na to, da smo na zavetrni strani Dinarskih grebenov in nekaterih grebenov predgorij Alp. Toda pri južnih vetrovih smo obenem na privetrni strani velikega masiva Alp in njihov učinek pogosto prevlada. Izrazit fen imajo ob južnih vetrovih kraji severno od Alp.

Kako nastane fen ?

Fen lahko nastane na dva načina. Prvi način nam ponazarja sl.1. Spremljali bomo zamišljeni del zraka na njegovi poti prek grebena. Ob vznožju grebena v točki 1 je zrak pogosto precej vlažen, pomeni, da je v zamišljenem delu zraka nekaj vodne pare. Ko se začne naš del zraka ob pobočju dvigati, se mu začne povečevati prostornina, ker prihaja v predele, kjer je tlak manjši. Temperatura zraka se med dviganjem zmanjšuje. Ker zrak opravlja delo, iz okolice pa ne dobiva toplote, se mu namreč zmanjšuje notranja energija. Pravimo, da se zrak adiabatno ohlaja. Temperaturo gibajočega se zraka v odvisnosti od višine kaže diagram na sl.1. Zrak se na poti od točke 1 do točke 2 ohladi za okoli 1 stopinjo na 100 metrov dviga. Spremembo kaže daljica 1-2 na diagramu. Pravimo ji tudi suha adiabata.

Med dvigovanjem in ohlajanjem je ostala množina vodne pare v zamišljenem delu zraka konstantna, povečevala pa se je rel. vlaga.



Sl.1 Levo: Pot zračnega dela čez gorski greben in pojavi pri fenu ob padavinah na privetrni strani pregrade.
Desno: Termodinamični diagram poti zračnega dela

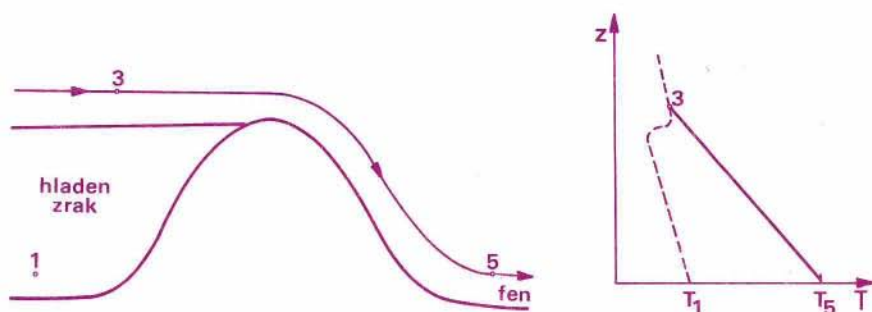
Pri vsaki temperaturi je lahko v zraku natančno določena največja množina vodne pare. Razmerje med množino vodne pare v zraku in to največjo možno množino imenujemo relativna vlaga. Ponavadi jo izrazimo v procentih. Za zrak, ki vsebuje največjo množino vodne pare, pravimo, da je nasičeno vlažen. Relativna vlaga v nasičeno vlažnem zraku je 100%. Ker je množina vodne pare v nasičenem zraku manjša pri nižji temperaturi, lahko postane nenasičen zrak nasičeno vlažen, če se dovolj ohladi. Temperaturo, pri kateri se to zgodi, imenujemo rosišče.

Do točke 2 v našem diagramu se je zrak ohladil do rosišča. Ko se zrak še nekoliko dvigne in ohladi, se začne vodna para kondenzirati in izločati v obliki drobnih kapljic. Nastane oblak, njegova baza je v višini točke 2. V oblaku je relativna vlaga povsod 100%. V zamišljenem delu zraka, ki se še naprej dviga in ohlaja, pa je vse manj vodne pare in vse več vodnih kapljic. Pri kondenzaciji oddaja vodna para zraku latentno toploto, ki jo je sprejela, ko je izhlapela iz morja ali iz vlažnih tal. Zrak se pri nadaljnjem dvigovanju od točke 2 do točke 3 na vrhu grebena na račun te toplote počasneje ohlaja kot prej. To kaže tudi krivulja 2-3 na diagramu.

Če so na privetrni strani grebena nastale padavine in je del vodnih kapljic izpadel, je v točki 3 na vrhu grebena skupna množina vodnih kapljic in vodne pare manjša kot množina vodne pare v točki 1 ali 2. Ko se prične zračni del od vrha hriba spuščati na zavetrno stran proti točki 4, se adiabatno ogreva, ker prihaja na mesta z večjim tlakom in ga stiska okoliški zrak. Spet lahko sprejme večje količine vodne pare in kapljice v njem izhla-

pevajo. Pri tem porabljajo toploto in zrak, ki je še nasičen, se le počasi ogreva vse do točke 4, ko vse kapljice izhlapijo. Tu je baza oblaka na zavetrni strani.

Točka 4 je višje od točke 2, ker je s padavinami nekaj vode izpadlo; zato je na zavetrni strani oblak manjši in je njegova baza višja. Od točke 4 navzdol se zračni del, ki ni več nasičen, spet ogreva po suhiadiabati in pride v podnožje grebena, v točko 5, znatno toplejši in bolj suh, kot je bil na isti višini na privetrni strani in kot je verjetno bil tam mirujoči zrak, predno je pričelo pihati. Zato se ob pričetku fena navadno temperatura dvigne, relativna vlaga pa močno pade. Fen je torej topel in suh veter, ki piha na zavetrni strani grebenov, največkrat tedaj, ko so na privetrni strani padavine.



Sl.2 Nastanek "višinskega fena". Hladen zrak pred pregrado miruje, nad njim pa se pretaka toplejši zrak. Na prehodu iz hladnega v toplel zrak se pojavlja temperaturna inverzija - potek črtkane črte na termodinamičnem diagramu malo pod točko 3.

Včasih leži na privetrni strani pred grebenom zajezen precej hladen zrak, ki se ne more preliti čez pregrado in obleži pred njo kot nekakšno, navadno nekoliko nagnjeno jezero hladnega zraka - slika 2. Tokovi so le v toplejšem zraku nad hladnim in toplejši zrak se na zavetrni strani spusti navzdol. V višinah je v splošnem vodne pare manj. Zrak, ki se spusti z višin na zavetrni strani ob pobočju navzdol, se adiabatno ogreje, relativna vlaga se mu še zniža in spet piha relativno topel in suh "višinski fen". Tako smo spoznali še drugi način za nastanek fena.

Podobna višinskemu fenu je burja. Tudi ta je suha, toda hladna, ker je zrak, ki priteka na grebene, sorazmerno zelo mrzel in je kljub adiabatnemu ogrevanju pri spustu še hladen.

Na severni strani Alp se pojavlja fen ob južnih vetrovih in tedaj imamo pri nas navadno padavine. Jugozahodni vetrovi piha-jo navadno na sprednji strani ciklonov in ob bližajočih se frontalnih motnjah. Ob njih se pojavljajo tudi dolgovalovna elektromagnetna valovanja, ki vplivajo na slabo počutje ljudi, na bolečine revmatikov in dr., kar so včasih pripisovali fenu.

Pri nas se največkrat pojavlja fen ob severnih in severozahodnih vetrovih po prehodu front, prinaša izboljšanje vremena in je le redko izrazito tople, ker s severnimi vetrovi običajno priteka hladnejši zrak. Ob južnih vetrovih imamo pogosto pri nas padavine že pred prihodom front, fronte od severozahoda ali severa pa so lahko zaradi fenskih učinkov zavetrne strani Alp oslabiljene in manj izrazite ter prav zato včasih brez padavin.

Posamezni grebeni pri Snežniku, Trnovskem gozdu ali bohinjski in drugi grebeni delujejo v manjšem lokalnem obsegu na podoben način tudi pri južnih vetrovih. Iz zavetrne strani grebenov opazujemo tedaj "fenski zid" - oblake, ki se grmadijo pred grebeni in jih deloma pokrivajo, a se dolgo ali pa sploh ne prevesijo na zavetrno stran, kjer piha lokalni fen.

Podobni učinki in vetrovi nastajajo tudi drugje po svetu npr. ob Grönlandiji; Indijanci so mu rekli chinook, v Argentini pa mu pravijo zonda.

Zdravko Petkovšek

PRESEKOV ŠKRAT



V tretji številki Preseka je na strani 155 po naši nerodnosti izpadlo nekaj vrstic teksta. Prosimo, da nam to oprostite.

...vidimo s prostim očesom, ampak jih raziskujejo le z najbolj zmogljivimi daljnogledi. Nekatere kopice so bolj naseljene, druge manj. Vključujejo na tisoče, stotisoče pa tudi milijone zvezd, ki so ob središču kopice do sto tisoč krat bolj gosto razporejene kot zvezde v Sončevem sosedstvu.



ASTRONOMSKE EFEMERIDE " NASE NEBO "

Že trideset let izdaja Prirodoslovno društvo skupaj z Astronomsko geofizikalnim observatorijem astronomske efemeride z naslovom "Naše nebo". Beseda efemerida je starogrškega izvora; izhaja iz izraza "epi hemeran", kar pomeni "za vsak dan", torej nekakšen dnevnik. Astronomske efemeride prinašajo za vsak datum v letu lege nebesnih teles ter pomembnejše pojave, kakor se prikazujejo opazovalcu na Zemlji. Efemeride "Naše nebo" so poenostavljene, da bi nam rabile kot priročnik pri pouku astronomije. S pridom jih lahko uporablja le, kdor pozna pomen in definicije izrazov, ki so lastni astronomski stroki, kakor na primer kulminacija, opozicija, elongacija itd. Vendar bo iz njih zvedel marsikaj koristnega in zanimivega tudi začetnik, če bo pozorno prebral navodila in poiskal razlago njemu še neznanih izrazov v učbeniku astronomije. Številne podatke pa bo zvedel iz efemerid neposredno, če le pozna najosnovnejše pojme in se zateče k zdravi pameti.

Podajmo nekoliko zgledov na podlagi efemerid za leto 1977. Na prvi strani beremo, da je začetek pomladi 20. marca ob 18. uri 43 minut, torej samo 5 $\frac{1}{4}$ ure pred polnočjo. Na straneh 2 in 3 so podatki o Soncu. Iz njih zvemo, da vzide Sonce v Ljubljani dne 21. marca ob 6. uri 5 minut, zaide ob 18. uri 15 minut; dan traja 12 ur 10 minut. Ker je to dan pomladanskega enakonočja, bi pričakovali, da traja natančno 12 ur. Poglavitni vzrok za razliko je v tem, da vidimo Sonce zaradi loma žarkov v ozračju ob vzidu, ko je v resnici še pod horizontom, ob zaidu pa ga še vidimo, ko je že pod horizontom. Obe okoliščini podaljšujeta trajanje dneva. Tega dne je v Ljubljani Sonce najvišje (kulminira) 9 minut in 7 sekund po 12. uri in ne točno ob 12^h. Spomnimo se, da so podatki dani v srednjeevropskem času in ne v astronomskem

krajevnem pravem sončnem času Ljubljane. (Vsak zakaj nas vodi k poglobljenemu razmišljanju.) Zanima nas še, koliko traja tega dne astronomski mrak. Oglejmo si grafikon na strani 13. Številke ob ordinati označujejo datume, številke na vrhu pa ure dneva. Preberimo si navodila na strani 12. Temno področje predstavlja trajanje astronomske noči, sivo pa trajanje astronomskega mraka. Dne 21. marca pade meja med nočjo in mrakom približno 10 minut pred 20.uro. Mrak torej traja od sončnega zahoda ob 18.uri 43 minut do 19.ure 50 minut, to je eno uro in sedem minut.

Drug zgled. Kdaj bo planet Jupiter viden na nočnem nebu, ali natančneje, katerega dne bo opolnoči najvišji na nočnem nebu (v zgornji kulminaciji ob opoziciji). Na že omenjenem grafikonu na strani 13 označujejo poševne črte z desne proti levi trenutke zgornjih kulminacij planetov. Vsaka črta je opremljena z ustreznim astronomskim simbolom planeta (za Jupiter je simbol **♃**). Črta, ki ustreza Jupitru, seka navpično črto, ki je označena z ničlo (polnoč), dne 23. decembra. Okoli tega datuma bo Jupiter krasil nočno nebo. Iz ustrezne krivulje na grafikonu na strani 12 odčitamo, da bo takrat Jupiter tudi najsvetlejši. Če imamo navaden daljnogled, bomo ob Jupitru videli njegove večje lune. Relativna lega lunic, kakor jih vidimo v daljnogledu, ki obrača sliko, je dne 23. decembra ob 20.uri podana na strani 29. Levo od Jupitra je četrti satelit (Kalisto), desno je najbližji prvi satelit Io, zraven je tretji Ganimed in drugi najbolj oddaljeni satelit Evropa. Zanimivo je slediti njihovemu gibanju iz dneva v dan, saj predstavlja Jupitrov sistem zmanjšani model osončja. V katerem ozvezdju je tedaj Jupiter, zvemo iz grafikona na strani 20. Ob koncu leta je Zemlja v legi, označeni s številko 1 na najmanjšem krogu grafikona, Jupiter pa je na svojem tiru v legi, ki je označena s številko 13 (začetek januarja prihodnjega leta). Premica skozi 1 in 13 kaže proti ozvezdju Dvojčkov na zunanjem krogu risbe. Navidezna pot Jupitra med zvezdami v teku leta pa je prikazana v risbi na strani 15.

Grafikon na strani 13 pove tudi, da bo na dan opozicije Jupitra kulminiral Mars ob 2.uri 40 minut, Saturn pa ob 4.uri. Na večernem nebu bodo kar trije svetli planeti. Fotografiranje neba

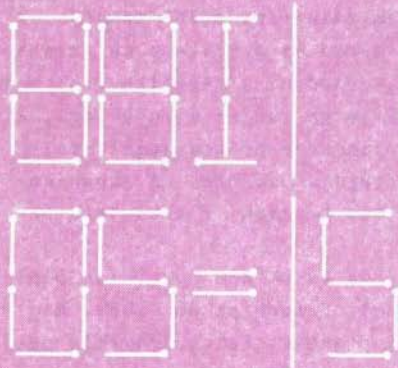
bo motila Luna. Iz preglednice na strani 8 z naslovom Lunine mene ugotovimo, da je Luna dne 25. decembra v meni ščipa.

Pregled nebesnih pojavov na straneh 22 so 25 daje časovno zaporedje vidnejših pojavov, kot so medsebojna srečanja planetov, njihova srečanja z Luno, datume vidnejših meteorskih rojev, ozvezdja, ki so v začetku meseca v meridianu in druge podatke. Na strani 17 so podatki o povratnih kometih, ki jih utegnemo zapažiti v tekočem letu ter poročilo o povratnih kometih, ki so jih zasledili, kakor tudi pregled novih kometov, ki so jih odkrili v teku prejšnjega leta.

Na straneh 30 do 33 je preglednica umetnih satelitov in kozmičnih sond, ki so bile izstreljene do konca junija 1976. Zvedmo, da je bilo po 4. oktobru 1957 poslano na pot okoli Zemlje ali v vesolje 1611 raket - nosilk. Nekatere od njih so ponesle v orbito okoli Zemlje tudi po osem satelitov hkrati. Dragocene so opombe k preglednici. Sledi poročilo o potresih v Jugoslaviji, ki so bili registrirani na observatoriju na Golovcu, s podatki o času in jakosti potresa ter lokacije epicentra. Na koncu je še preglednica močnejših svetovnih potresov.

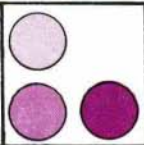
Efemeride "Naše nebo" so edine, ki izhajajo v Jugoslaviji brez prekinitve že trideset let. Uporabljajo jih tudi številni ljubitelji neba zunaj naše republike.

Fran Dominko



Naloga iz 2. številke letošnjega Preseka ima poleg rešitve, ki je že bila objavljena, tudi tole, ki vam jo prilagam.

Zdravko Plešnik



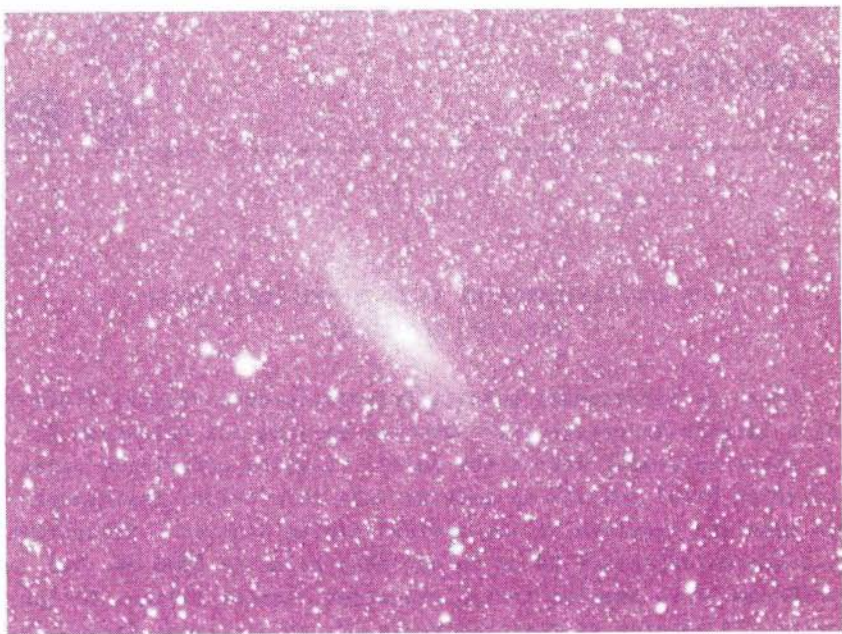
O DELU ASTRONOMSKE SEKCIJE PRIRODOSLOVNEGA DRUŠTVA SLOVENIJE

Odkar je Astronomska sekcija Prirodoslovnega društva Slovenije lastnik modernega astronomskega daljnogleda Celestron 8, je njena dejavnost dobila nov polet. Teleskop upravljajo najaktivnejši člani sekcije od začetka leta 1976 dalje. Instrument je ameriške izdelave in ima optični sistem Schmidt - Cassegrain s premerom objektiva 20 cm in goriščno razdaljo 2000 mm. Med priborom lahko omenimo serijo okularjev, sončni filter, Barlow okular in adapter za fotografiranje. Za to prekrasno darilo je sekcija pravzaprav lahko hvaležna profesorju Pavlu Kunaverju, saj je osebno vložil največ sredstev, naporov in dela, da smo dobili tak sodoben instrument.

Razumljivo je torej, da je aktiviranje Celestrona najvažnejša naloga sekcije. Pri tem si prizadeva za dvema ciljema: da bi ga vključili v Ljudsko zvezdarno, to je v opazovalnico za populariziranje astronomije nekje v Ljubljani, in pa da bi našli njegovim kvalitetam primerno opazovalnico v naravi izven mesta. Takih opazovalnic je lahko več, ker je instrument prenosen.

Za uresničitev prvega cilja se sekcija dogovarja z Osnovno šolo Trnovo, kjer je določeno mesto za bodočo Ljudsko zvezdarno. Kot povsod je tudi pri astronomih amaterjih čutiti pomanjkanje denarnih sredstev. Trenutno skuša zbrati sekcija dovolj denarja za nabavo potrebnega materiala za postavitve te opazovalnice. Terasa te šole je zelo primerna zaradi dobrega razgleda, a žal ni zavarovana z ograjo in podom.

Uresničitev drugega cilja je bliže. Član naše sekcije je izdelal podstavek poleg svoje lastne amaterske opazovalnice na črnem vrhu nad Idrijo in napeljal elektriko. Podstavek je izdelan



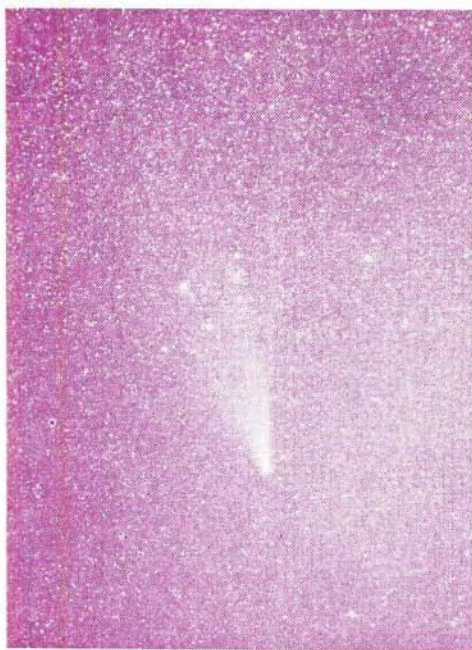
Galaksija M 31 v ozvezdju Andromede

tako, da je daljnogled takoj po namestitvi natančno usmerjen in omogoča takojšnje opazovanje. Črni vrh je slabo uro vožnje oddaljen od Ljubljane po dobri cesti. Je cca 700 m nad morjem in ima idealno čisto ozračje, brez luči v okolici. V izdelavi ima sekcijski tudi stabilizator frekvence, s katerim bo mogoče popolnoma enakomerno slediti vrtenju neba in fotografirati pri dolгих ekspozicijah.

Na tej opazovalnici bodo med letom delali dobri opazovalci amaterji in priskrbeli prve kvalitetne posnetke neba. Poleg tega bo mogoče istočasno opazovati z amaterskimi instrumenti in primerjati kvaliteto opazovanj. Tako si sekcija obeta več slikovnega materiala za populariziranje svoje dejavnosti.

V letu 1976 je sekcija večkrat opazovala s Celestronom izpred Astronomsko geofizikalnega observatorija na Golovcu. Dne 29. aprila je tudi fotografirala delni sončni mrk, o čemer smo že pisali v naši reviji. Pri ostalih opazovanjih so se člani priva-

Komet West
(fotografirano
27.3.1976 ob 3^h 40)



dili rokovanju z instrumentom. Pri tem so največkrat opazovali znane Messierove objekte in dvojne zvezde. Žal lokacija na Golovcu ni več ugodna zaradi dreves, močnih luči mesta in pogoste zamegljenosti.

Sicer pa Astronomska sekcija redno opravlja poslanstvo popularizacije astronomije na svojih mesečnih sestankih. Vsak tretji torek v mesecu se člani in preko stenčasa privabljeni Ljubljanci zberejo na oddelku za matematiko (Jadranska 19). Člani sekcije predavajo o aktualnih nebesnih pojavih v prihodnjem mesecu, o svojem delu in dosežkih na področju amaterske izdelave instrumentov, na področju astrofotografije in vizuelnih opazovanj. Redno so na programu tudi komentarji novih dosežkov v vesoljski tehniki in astronomiji ter strokovne oz. poučne teme iz astronomije. Pri tem redno sodelujeta tudi profesor Kunaver in profesor Dominko. Na sestankih sekcije skrbimo tudi za stike med ljudmi, ki jih družijo isti konjiček.

Jurij Šoba

slike *Herman Mikuž*



FIZIKALNO RAZMIŠLJANJE

OČE IN SIN

Oče je dvakrat višji od sina. Odgovori na vprašanja:

- 1) Kolikokrat daljši je očetov čevelj od sinovega?
- 2) Kolikokrat več platna porabi oče za obleke kot sin?
- 3) Kolikokrat več hrane poje oče od sina?
- 4) Zakaj je to samo približno?
- 5) Koga bolj zebe na kopanju?
- 6) Komu se bolj vdira na snegu?
- 7) Oцени, kolikokrat večja je očetova hitrost od sinove na pohajkovanju (ne pa pri hitri hoji ali teku)!

BREZ PSIČKOVE POMOČI

Prijatelj Jazbec je navdušen jamar. V gostilni Pri človeški ribici mi je pred kratkim pravil, kako je naletel na novo jamo. Skozi špranjo v skrajnem kotu že znane jame je sumljivo vleklo. Šel je tja in odkril novo jamo. "Veš, vsaj 300 m³ ima !" je zmagoslavno končal. "Pa ne, da si poslal skozi špranjo psička na ogled?" sem vprašal. "Psička? Zakaj pa vlečem za sabo anemometer in barometer?" "Aha, razumem."

Razumete tudi vi?

OČE IN SIN - ODGOVOR

- 1) Dvakrat. 2) Štirikrat. 3) Osemkrat. 4) Sin potrebuje hrano tudi za telesno rast. Poleg tega porabi pri igri več energije kot oče v pisarni. 5) Sina (njegove toplotne izgube so štirikrat manjše kot očetove, a njegove toplotne rezerve osemkrat manjše). 6) Očetu. Tlak je namreč enak teži/ploščina podlage. Očetova teža je osemkrat večja od sinove, ploščina podplatov pa samo štirikrat

večja. Sledi, da pritiska oče na sneg z dvakrat večjim tlakom. 7) 1,4 krat večja. Dolžina koraka je pri očetu dvakrat večja kot pri sinu. Pri pohajkovanju nogi prosto nihata. Če vzamemo, da sta to (daleč od resnice!!) matematični nihali, kjer je perioda odvisna od korena dolžine, je čas, potreben za en korak, pri očetu $\sqrt{2}$ krat večji kot pri sinu. Hitrost, pot/čas = $2/\sqrt{2} = \sqrt{2} \approx 1,4$ krat večja.

BREZ PSIČKOVE POMOČI - REŠITEV

V jamah, ki so z zunanjščino povezane le po tesnem rovu ali špranji, vlada praktično stalna temperatura. Kot nalašč za Boylov zakon, ki se glasi:

$$P \cdot V = \text{konst} \quad (1)$$

(P = tlak, V = prostornina). Če se zunanji tlak zmanjša (od P do $P' = P - p$), bi se prostornina morala povečati (od V do $V' = V + v$). Odvečni zrak uhaja skozi špranjo. Seveda velja

$$P' \cdot V' = \text{konst} \quad (2)$$

Iz (1) in (2) pa dobimo

$$P \cdot V = P' \cdot V' \quad \text{ali}$$

$$P \cdot V = (P - p)(V + v) = P \cdot V - p \cdot V + P \cdot v - p \cdot v$$

Zadnji člen $p \cdot v$ je običajno majhen v primeri z drugimi, zato ga zanemarimo in izračunamo:

$$v = \frac{P \cdot v}{p}$$

v lahko pišemo tudi kot $S \cdot c \cdot t$, kjer je S prečni presek špranje, c povprečna hitrost vetra (ali prepiha), ki jo zmerimo z anemometrom, t pa čas, v katerem se izravnata zunanji in notranji tlak $P \rightarrow P'$ (merjena z barometrom) in $V \rightarrow V'$. S tem dobimo za prostornino jame

$$v = \frac{P \cdot S \cdot c \cdot t}{p}$$

Podatki bi n.pr. lahko bili:

$$P = 10^3 \text{ milibar}$$

$$p = 10 \text{ milibar}$$

$$S = 10 \text{ cm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$c = 2 \text{ m/sec}$$

$$t = 1/2 \text{ ure} = 1800 \text{ sek}$$

Z njimi bi dobili:

$$v = \frac{10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 1800}{10} = 360 \text{ m}^3$$

Karel Bajc

RAČUNALNIKI OPRAVLJAJO danes večji del usmerjanja poti vesoljskih ladij. Med zelo zahtevne manevre sodi tudi trenutek vleta ladje v Zemljino atmosfero. Pri tem je izredno pomemben kot vleta. Premisli čemu in pojasni, kaj se lahko zgodi, če je kot prevelik ali premajhen!



POZIMI ČESTO HUDO PRITISNE MRAZ in v učilnicah se pogosto na notranji strani oken pojavijo vodne kapljice - stekla se orosi-jo. Pojasni zakaj in razloži, zakaj se ne orosi tudi zunanja stran oken. Zakaj začutimo vlago, če se temperatura v sobi zna-tno zniža?

ALI SI že kdaj zjutraj opazoval roso na travnatih bilkah? Zakaj rosa sploh nastane? Kdaj jo bo več - po sončnem dnevu in jasni noči ali v oblačnem vremenu brez padavin?



NA VR TENJE ZEMLJE okrog lastne osi vplivajo različni dejavniki, med drugim tudi taljenje polarnih čepic. Pojasni čemu!



KADAR OPRAVLJAJO ASTRONAVTI POSKUSE izven vesoljske ladje, medtem ko le-ta kroži okoli Zemlje, so privezani na ladjo z rešilno vrvjo. Denimo, da se vrv po nesreči odpne in vesoljec ostane brez povezave s kapsulo. Ali se ji lahko na kakšen način približa ?

- 1** Če prileti vesoljska ladja v Zemljino atmosfero pod *preostrim* kotom glede na navpičnico, zgori zaradi upora zračnih plasti. Če pa je vletni kot *prevelik*, odbije ladjo Zemljina zaščitna plast naprej v vesolje. V tem primeru so astronauti izgubljeni, saj nimajo dovolj goriva za povratek.
- 2** Gostota vodne pare v zraku je znatno večja v učilnici kot zunaj. Tako se vlaga kondenzira le na notranjih (ohlajenih) oken-skih steklih. Če se zrak v sobi znatno ohladi, pride do kondenzacije vlage in ta se prične vsedati na nas, zato jo hitro začutimo.
- 3** Rosa nastane v jutranjih urah, ko se ozračje močno ohladi in je relativna vlaga zraka blizu 100%. Količina rose bo večja v jasnem vremenu, ko v vročih dneh izpari v zrak več vode in se v jasnih nočeh površje Zemlje hitreje ohlaja. Kadar so na nebu oblaki, le-ti zadržujejo izparevanje in ohlajanje, zato rose takrat običajno ni.
- 4** Pri taljenju polarnih čepic se zaradi vrtenja Zemlje okoli osi večja množina vode ob ekvatorju. Zemlja se bolj "splošči" in se ji poveča vztrajnostni moment, zato se vrti počasneje.
- 5** Vesoljec lahko vzame kak del orodja ali opreme in ga vrže z vso silo v smeri proč od ladje. S tem si podeli gibalno količino in se tako približa ladji. Če ima s seboj plinsko jeklenko, lahko usmeri curek plina stran od ladje.

Dušan Repovš



NALOGE

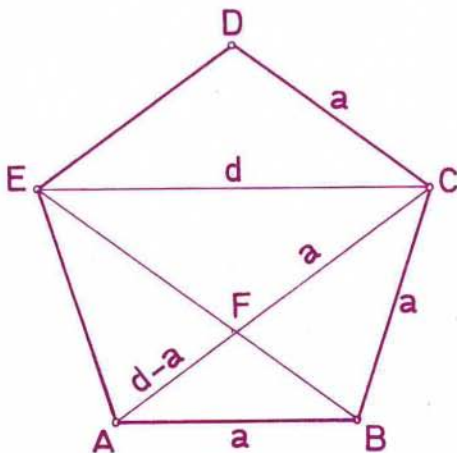
KONSTRUKCIJA PRAVILNEGA PETKOTNIKA



Kakih 30 (posebno socialističnih) držav ima na svojih državnih zastavah eno ali več peterokrakih zvezd. Tudi naša državna in vse republiške zastave imajo simbolično peterokrako zvezdo. Zato je prav, da znamo tako zvezdo narisati. Za osnovo nam služi pravilni petkotnik.

Oglejmo si konstrukcijo pravilnega 5-kotnika, če poznamo njegovo stranico a . Do risbe nas privede naslednja algebrska analiza:

V pravilnem 5-kotniku $ABCDE$ na sliki 1 (ki naj služi kot skica) načrtajmo diagonali AC in BE , ki se sekata v točki F , ter diagonalo CE . Dolžino diagonale označimo z d . Vsaka teh diagonal je vzporedna nasprotni stranici. V rombu $CDEF$ je stranica FC



sl.1

skladna z $ED = a$. $AF = d - a$. Enakokraka trikotnika ECD in ABF sta si podobna (ker se skladata v kotih). Zato sta si osnovnici in kraka v istem razmerju in velja sorazmerje $EC:ED = AB:AF$ ali $d:a = a:(d-a)$. To enačbo lahko tolmačimo tudi tako: Točka F razdeli diagonalo $AC = d$ tako, da sta diagonala AC in njen večji odsek $FC (=a)$ v enakem razmerju kakor večji odsek FC proti manjšemu odseku $AF = d - a$.

Naj ob tej priliki omenimo (čeprav za konstrukcijo tega pojma ne potrebujemo), da je sorazmerje $d:a = a:(d-a)$ poseben primer "stalnega sorazmerja" $a:b = b:c$. Delitev daljice d na dva dela (a in $d-a$) tako, da velja stalno sorazmerje $d:a = a:(d-a)$, imenujemo "zlati rez".

Če upoštevamo, da je v vsakem sorazmerju produkt zunanjih členov enak produktu notranjih členov, dobimo enačbo $d^2 - ad = a^2$. Od tod želimo izračunati d . Dopolnimo levo stran do popolnega kvadrata binoma. Kolikor bomo prišteli na levi, moramo prišteti tudi na desni.

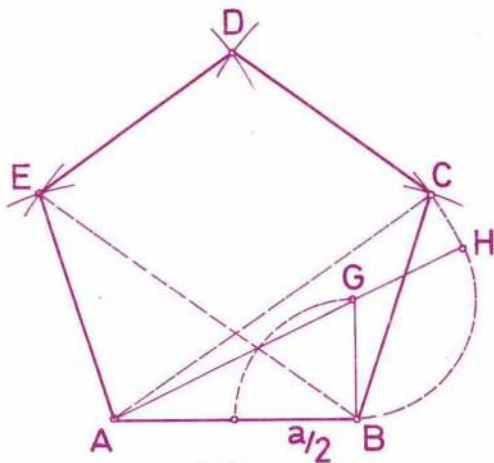
$$d^2 - 2d\frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\left(d - \frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Korenimo obe strani in prenesemo $\frac{a}{2}$ na desno:

$$d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{a}{2}$$

Ta enačba nam pa že pove, kako bomo načrtali diagonalo d , če poznamo stranico a . Po Pitagorovem izreku je $\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ hipotenuza trikotnika s katetama a in $\frac{a}{2}$. Načrtati moramo torej pravokotni trikotnik s katetama a in $\frac{a}{2}$ (na sl.2 trikotnik ABG) ter hipotenuzo podaljšati za $\frac{a}{2}$ in dobimo dolžino diagonale (na sl.2 daljica AH). Tako poznamo vse tri stranice (a, a, d) trikotnikov ABC in ABE .



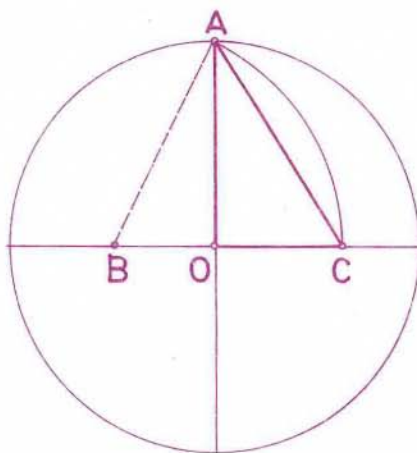
sl. 2

Sedaj zlahka načrtamo pravilni petkotnik nad dano stranico AB tako, da najprej (s šestilom) določimo oglišči C in E , nato pa še oglišče D . (Sl.2). Ko načrtamo pravilni petkotnik, pridemo do zvezde z diagonalami. Natančnost risbe lahko

še preizkusiš tako, da petkotniku očrtaš krog. Središče leži v sečišču simetral. Krožnica mora potekati skozi vsa oglišča.

Ako je namesto stranice podan polmer pravilnemu petkotniku očrtanega kroga r , uporabljamo drugačno konstrukcijo, čeprav je dokaz zanj nekoliko daljši in poteka preko pravilnega desetkotnika in zlatega reza. Kako dobiš stranico iz polmera očrtanega kroga, prikazuje (brez dokaza) slika 3.

$$OA = r, BO = \frac{r}{2}, BC = BA.$$



sl.3

Trikotnik OCA je nekaj posebnega. Njegove stranice so enake stranicam krogu včrtanih pravilnih mnogokotnikov s 5, 6 in 10 stranicami. Takoj uvidiš, da je OA stranica pravilnega 6-kotnika, saj je to polmer kroga. Daljica AC nam da stranico krogu včrtanega pravilnega 5-kotnika, daljica OC pa je enaka stranici krogu včrtanega pravilnega 10-kotnika. Poskusi!

Če boš natančno risal, se ti bo nanašanje teh daljic kot tetiv izšlo.

Seveda je možno pravilni 5-kotnik načrtati tudi z ravnilom in kotomerom (če prej izračunaš kot, ki ga boš uporabil) ali če upoštevaš, da je stranica $a = \sqrt{(5 - \sqrt{5})/2} \cdot r$ ali približno $1,1756 \cdot r$. Na primer, če je polmer očrtanega kroga $r = 4$ cm, je stranica pravilnega 5-kotnika približno $a \approx 4,70$ cm. Toda to ni konstrukcija, pri kateri moramo oglišča dobiti kot preseke premic in lokov, torej samo z ravnilom in šestilom.

Rado Torkar



NALOGE

NALOGA O PROSTEM PADU

V brezračnem prostoru telo prosto pada z višine 245 m. To višino želimo razdeliti na pet delov tako, da bodo časi padanja na vsakem odseku enaki. Kako ?

Prosto padanje je enakomerno pospešeno gibanje. To pomeni, da opravi telo v prvi časovni enoti pot s_1 , v prvih dveh enotah časa pot $4s_1$, ... v prvih n enotah časa pot n^2s_1 . Če naj opravi v prvih n enotah časa ravno predpisano pot s , postavimo

$$s = n^2 s_1$$

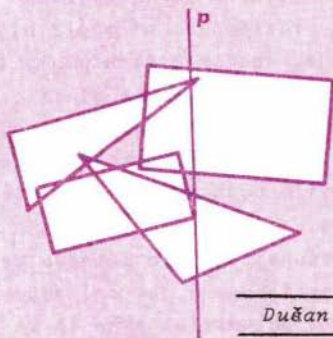
V našem primeru je prepisana pot $s = 245$ m in telo naj jo opravi v prvih petih enotah časa. Iz enačbe izračunamo za pot v prvi enoti časa $s_1 = 9,8$ m. Dolžine poti, ki jih opravi telo v naslednjih zaporednih enotah časa, pa so: $s_2 = 3s_1 = 29,4$ m, $s_3 = 5s_1 = 49,0$ m, $s_4 = 7s_1 = 68,6$ m in $s_5 = 9s_1 = 88,2$ m.

Pravilnost svojega sklepanja lahko tudi preizkusiš. Na tanko vrvico z izbrano dolžino s nanizaj več kroglic. Prvo kroglico pritrdi na prvo krajišče vrvice, druge kroglice pa v razmikih, ki jih izračunaš na zgornji način. Raztegni vrvico v navpični smeri. Prva kroglica naj se dotika tal, drugo krajišče z zadnjo kroglico pa pridrži z roko. Ko spustiš, slišiš, da udarjajo kroglice ob tla enakomerno. Kako pa bi udarjale kroglice, če bi bile nanizane na vrvico enakomerno ?

Karel Šmigoc

NENAVADNA PREMICA

V ravnini leži poljubno končno število trikotnikov in pravokotnikov. Poljubna lika imata vsaj eno skupno točko. Dokaži, da obstaja v tej ravnini premica, ki ima z vsakim od teh mnogokotnikov vsaj eno skupno točko!

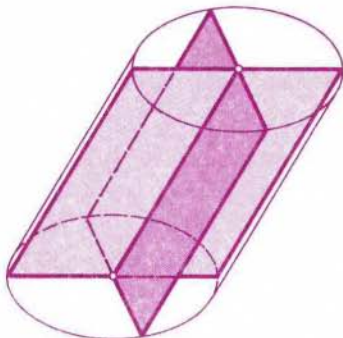


Dušan Repovš

IŠČEMO NAJVEČJI PRESEK VALJA
GLAS VEČINE NI VEDNO GLAS PRAVILNE ODLOČITVE -
- če ni dovolj premišljen

Da bi preizkusil sposobnost prostorskega predstavljanja in logičnega sklepanja, učitelj matematike na neki srednji šoli vsako leto med obravnavanjem poševnega valja zastavi učencem naslednje vprašanje: *"Kateri izmed valjevih presekov ima večjo ploščino: ali značilni presek ali tisti, ki je na tega pravokoten ter prav tako poteka skozi središčnico?"* Osnovna ploskev je krog.

Središčnica je ravna zveznica središč obeh osnovnih ploskev. Značilni presek ali karakteristični paralelogram valja dobimo, če valj presekamo z ravnino, ki gre skozi središčnico in stoji pravokotno na osnovni ploskvi. Na sliki je svetlo senčen. Presek, ki je na njem pravokoten, je temneje senčen.



Po ogledu risbe se vsakokrat večina učencev odloči napačno.

Ko je učitelj navedel tri možne odgovore, da bi učenci našli pravega, so se v nekem razredu učenci razdelili na štiri skupine:

2/5 učencev se je odločilo za prvi, žal napačni odgovor,
1/3 učencev je "glasovala" za drugi - tudi napačni - odgovor,
1/6 razreda se ni mogla odločiti, preostali pa so odgovorili pravilno, vendar brez utemeljitve.

Vprašanja za vas se glasijo:

- a) Koliki del razreda je presodil pravilno?
- b) Koliko je vseh učencev v tem razredu? Pri tem upoštevaj, da je število učencev (iz vzgojnih vidikov in zaradi prostora) omejeno.
- c) Izračunaj, koliko učencev se je odločilo za prvi (napačni) odgovor in ugani, kateri odgovor je to! ("Ugani" pač zato, ker se tu matematika neha in se začne psihologija.)

- č) Naredi isto še za drugi napačni odgovor!
- d) Koliko učencev se ni odločilo? (Ne se odločati, dokler si nismo na jasnem, je še vedno bolje, kakor odločiti se napačno.)
- e) Koliko učencev je odgovorilo pravilno?
- f) Kako bi odgovoril in odgovor utemeljil ti?

Rado Torkar

NOVE KNJIGE



Pri DDU UNIVERZUM je izšla v zbirki Osebnostno izpopolnjevanje knjiga G.Polya Kako rešujemo probleme, s podnaslovom Kako rešujemo matematične probleme.

V uvodu piše, da bo prišla knjiga prav tudi vsakomur, ki želi razumeti poti in postopke, kateri vodijo k novim zamislim in odkritjem (čeprav je napisana predvsem za potrebe tistih, ki se uče in predavajo matematiko).

V uvodnem delu nam da avtor precej konkretno navodila, kako se lotimo matematičnega problema. Ta navodila potem v knjigi dalje razčlenjuje.

Knjiga je razdeljena na štiri dele: V razredu, Kako se lotimo problemov, Kratek hevristični slovar in Problemi, namigi in rešitve. Med tekstom je raztresenih več nalog, ob reševanju katerih nam avtor prikaže uporabo navodil, ki jih daje na začetku.

Kljub visoki ceni (85.-din) knjigo zelo priporočamo vsem, ki se zanimajo za reševanje problemov in seveda učencem na vseh stopnjah, ki jih matematika veseli.

V Bistrovodcu je objavljena ena od nalog, ki so v knjigi.

Franco Oblak

kako
rešujemo
probleme





MATEMATIČNO RAZVEDRILO

UGANKE

PREMEŠANE ČRKE

Da se kolo
LAŽJE vrti,
potreben je del,
ki uganeš ga ti.

ENAKOZVOČNICA

Vektorja nasprotje
tehniki vsak pozna,
ni pa zanesljivo,
če kozla divjega.

MISELNE ENAČBE

Ugotovi razmerje med dvojico na levi strani enačaja in nadomesti x z ustrežno besedo. Primer: Hrvatska: Zagreb = Makedonija : x . Zagreb je glavno mesto Hrvatske, rešitev je torej Skopje, glavno mesto Makedonije.

1. stopinja : temperatura = volt : x
2. telegraf : Morse = žarnica : x
3. Fobos : Mars = Luna : x
4. 10^3 : kilo = 10^{-9} : x
5. množenje : multiplikacija = seštevanje : x
6. $\log A$: Briggs = $\ln A$: x
7. $(x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1)$: elipsa = $(x^2 + y^2 = x^2)$: x
8. Lira : Vega = Orel : x

Ob pravilni rešitvi dajo navpično brane začetnice besed, ki si jih vpisal namesto x , pojem iz matematike. Samo v tej uganki je kar enajstkrat omenjen.

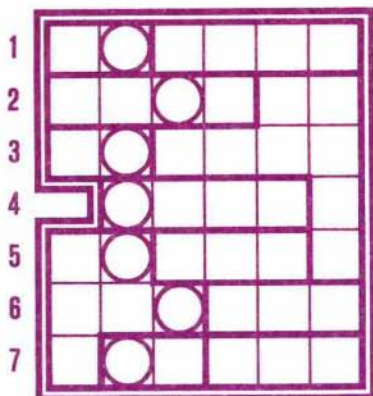
GRŠKE ČRKE

α	β	2	δ
ϵ	1	5	ϑ
ι	4	λ	μ
7	6	?	3
ϱ	σ	τ	υ
φ	χ	ψ	ω

Zgoraj je napisana grška abeceda brez osmih črk. Ugotovi, katere črke manjkajo in jih vpiši v debeleje obrobene dele vrstic lika. Številka, ki je vpisana na mestu manjkajoče črke pove, v katero vrstico lika je treba vpisati ime ustrezne črke.

Nato imena grških črk dopolni tako, da dobiš skozi ves lik besede, ki jih zahtevajo spodnji opisi.

1. okrasek v obliki rožice,
2. ovojke, golenice, 3. natakár-



4. kljunasta žuželka, drevesni škodljivec, 5. posmehljiv naziv za čevljarja, 6. finska reka, pritok Ladoškega jezera, ki tvori slapove Imatra, 7. uganka.

Ob pravilni rešitvi boš na poljih s krogci prebral ime še ene grške črke. Njeno mesto je v abecedi označeno z vprašajem.

ISKALNICA

MAR SÁMO VENOMER KURI PEČ IN ZAZIGA PLUTO? NIHČE TEGA NE VE. NE RAZUMEM, KAJ POMENI TA CINIZEM. LJADOV JE RUSKI SKLADATELJ. UPI TER ŽELJE, DA BI REDILI PURANE, SO SE NAM IZPOLNILI. KDOR HOČE PLESAT, URNO NAJ SE VRNE K STADIONU NEP. TUNINA NAM NI TEKNILA.

V gornjih stavkih so skrita imena vseh planetov našega osončja. Na kakšne načine se imena lahko skrivajo v stavkih kaže primer: Ali SO TLAčani pridelali SORAzmerno dosti proSA? VINJAK je alkoholna pijača. V obeh stavkih so skrite tri slovenske reke: Sotla, Sora in Savinja.

RAČUNSKA OPERACIJA

$$123 \quad ? \quad 45 \quad ? \quad 67 \quad ? \quad 89 \quad = \quad 100$$

Posebnost gornjih števil je ta, da jih sestavljajo zaporedne številke od 1 do 9. Namesto vprašajev vpiši znake seštevanja in odštevanja tako, da bo rezultat točno 100 !

OKRNJENE PREMESHANE ČRKE V STAVKU

Iz PRES(E)KA lahko izveš, kako se imenuje merska enota za oddaljenost zvezd, ki meri 3,26 svetlobnih let.
(Črke v oklepaju pri reševanju ne upoštevaš!)

PREMESHANE ČRKE

TAKA TÉMA MI ...

... v pogovoru ustreza, pravi fizik, ki obvlada še eno vedo.
Katero?

Pavel Gregorc

O ČEM SE BODO POGOVARJALI?

Harald Bohr, brat znanega fizika Nielsa Bohra, je bil odličen matematik. Mimogrede - bil je tudi izvrsten nogometaš, saj je nastopal v danski državni reprezentanci.

Kot povsod po svetu so tudi na Danskem vsakih nekaj let izvedli reformo šolstva in ob tej priliki so se pogovarjali tudi o učnih načrtih. Na sestanku so sedeli predavatelji vseh predmetov, ki so jih tedaj poučevali na srednjih šolah na Danskem. Pa so se oglasili profesorji tujih jezikov:

"Le zakaj tlačimo v glave naših ubogih učencev toliko matematike? Naj se raje uče tujih jezikov: angleščine, francoščine, nemščine ... Tako bomo zgradili mostove med narodi, naj se ljudje pogovarjajo med seboj!"

"Seveda, seveda," se je oglasil Harald Bohr, "ljudje naj se pogovarjajo med seboj. Ampak če ne bodo ničesar vedeli in znali, se ne bo o čem pogovarjali."

Matematika v srednjih šolah na Danskem je ostala!

Peter Petek

KAKO "UGANEŠ" ŠTEVILO

Marko in Peter sta se pogovarjala in ko jima je postalo že dolgčas, je rekel Marko:

"Izberi si število med 1 in 60!"

"Zakaj? No dobro, sem že," je odgovoril Peter.

"Deli ga s 3 in povej ostanek!"

"2. Samo ne razumem zakaj..."

"Boš že videl! Zdaj ga deli s 4 in prav tako povej, kaj ti je ostalo!"

"1"

"No, pa deli še s 5!"

"Ostalo mi je 4, a zdaj mi vendarle lahko poveš, kaj imaš za bregom."

Marko se je zamislil in potihem izračunal $(40 \cdot 2 + 45 \cdot 1 + 36 \cdot 4) : 60 = 4 + 29/60$, nato pa odgovoril: "Izbral si si število 29." *

Peter je bil zelo presenečen: "Le kako ti je to uspelo? Nauči prosim še mene!"

Pa si oglejmo še mi, kako je Marko "uganil" število. Prav gotovo ni noben čarovnik in tudi goljufal ni, pomagal si je le z matematiko.

Naj bo x izbrano število. Ostanke pri deljenju s 3, 4 in 5 označimo po vrsti z a , b in c . Potem veljajo enačbe:

$$\begin{array}{lll} x = 3p + a & \text{in} & a = x - 3p \\ x = 4q + b & & b = x - 4q \\ x = 5r + c & & c = x - 5r \end{array} \quad (1)$$

Če vrednosti na desni strani enačb (1) vstavimo namesto ostankov v izraz:

$$40a + 45b + 36c \quad (2)$$

dobimo

$$\begin{aligned} & 40(x - 3p) + 45(x - 4q) + 36(x - 5r) = \\ & = 121x - 120p - 180q - 180r = \\ & = 60(2x - 2p - 3q - 3r) + x \end{aligned} \quad (3)$$

Po deljenju s 60 dobimo za ostanek število, ki smo ga hoteli "uganiti". Paziti moramo le na poseben primer, ko so vsi ostanke enaki 0. Izbrano število takrat ni enako 0, kot bi na prvi

* Igrica je povzeta iz Instructional Aids in Mathematics, Thirtyfourth Year-book, National Council of Teachers of Mathematics 1973 in je aplikacija kitajskega izreka o ostankih.

pogled sklepali iz enačbe, ampak je enako 60. Rešitev $x = 0$ odpade zaradi omejitve $1 \leq x \leq 60$. S tem smo dokazali pravilnost enačbe

$$40a + 45b + 36c = 60k + x \quad (4)$$

s katero si je pomagal Marko.

Ali je to edina taka enačba? Ne, če se nam zdi omejitev za izbiro števila $1 \leq x \leq 60$, ki je navedena v omenjeni literaturi, preveč stroga, jo lahko razširimo na $1 \leq x \leq 420$.

V tem primeru moramo vprašati za ostanke pri deljenju s 3, 4, 5 in 7. Zaporedoma jih označimo z a , b , c in d . Sedaj si ne moremo pomagati z enačbo (4), temveč z

$$280a + 105b + 336c + 120d = 420k + x \quad (5)$$

Pravilnost enačbe lahko po prejšnjem zgledu dokažete sami.

Našteli bi lahko še veliko podobnih primerov. Toda ali lahko omejitve $1 \leq x \leq 420$ še razširimo? Lahko! Morda ste opazili, da so si števila 3, 4 in 5 paroma tuja med seboj, prav tako tudi števila 3, 4, 5 in 7. Pri deljenju s 3 imamo tri možne ostanke (0, 1, 2), pri deljenju s 4 imamo 4 ostanke, pri deljenju s 5 pa 5. Vseh možnih kombinacij je $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. To pa je omejitev za izbiro števila x , saj je na intervalu $1 \leq x \leq 60$ ravno 60 celih števil. Prav tako vidimo, da je $420 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$. Če vprašamo po ostankih pri deljenju z 4, 5, 9 in 11, lahko "uganemo" vsako število x na intervalu $1 \leq x \leq 4.5.9.11 = 1980$. V splošnem, če vemo za ostanke pri deljenju s paroma tujimi števili $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ lahko z njimi določimo vsako število $1 \leq x \leq a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n$. Za $a_1, a_2, \dots, a_n$ lahko vstavimo kar praštevila. Teh je neskončno veliko. Vidimo, da produkt $a_1 \cdot a_2 \dots a_n$ zraste čez vsako mejo, če izberemo dovolj velik n . Torej lahko določimo poljubno veliko število x , samo če poznamo dovolj ostankov pri deljenju s paroma tujimi števili. Hkrati z zgornjo mejo za izbrano število x pa se večajo tudi težave pri praktičnem določanju števila x iz ostankov. Zato je verjetno še najprimernejša omejitev $1 \leq x \leq 60$, ker lahko opravimo vse račune na pamet.

Kako pa sploh določimo izbrano število iz ostankov? V našem primeru ni bilo težav, ker smo si pomagali z enačbama (4) in (5). Kaj pa, če enačbe še nimamo? Kako pridemo do nje? Pri odgovoru na to vprašanje nam pomaga teorija števil, in sicer os-

novne lastnosti kongruenc. Na podlagi le-teh sem namreč izpeljal enačbo (5).

No, pa veliko uspeha pri kazanju svojih "čarovniških" sposobnosti prijateljem!

Edmond Rusjan

PEŠCI, POŠTAR IN AVTOMOBILIST

Pešci P_1 , P_2 in P_3 se napotijo iz kraja A v kraj G , ki leži 10 km proti vzhodu in 10 km proti jugu (torej natanko na jugovzhodu od kraja A).

Iz kraja A vodijo v kraj G odseki ravnih cest, ki povezujejo kraje A , B , C , D , E , F , G in H . Potniki hodijo samo po teh cestah. Ceste pa povezujejo kraje takole:

iz A vodijo ravne ceste v B , D in E ;

iz B vodijo ravne ceste v C in F ;

iz D v H in C ; iz E v H in F ; v G pa iz F , H in C .

Kraji leže takole: D leži 6 km od A proti vzhodu, kraj E leži od A 7 km proti jugu. Kraj B leži od A 4 km proti vzhodu in 3 km proti jugu. C leži od B 6 km proti vzhodu, F leži od B 7 km proti jugu. H leži od D 7 km proti jugu.

Kako morajo potovati omenjeni trije pešci, da nikjer ne prehodita dva istega cestnega odseka? Potnika sekata svojo pot kvečjemu v križiščih, ki ne leže v naštetih krajih. Koliko takih križišč je in na katerih cestah so? Vsak potnik izbira najkrajšo pot! (V takem križišču ni dovoljeno zaviti na drugo cesto!). Vsi potniki se odpravijo hkrati in hodijo enako hitro (6 km/h). Ali je možno, da se dva srečata v kakšnem križišču? V vsakem mestu, skozi katerega potujejo, se vsak ustavi za 30 minut. V kakšnem vrstnem redu prispejo iz A v G in čez koliko časa vsak?

Navodilo: Nalogo rešuj na kariranem papirju. Napravi načrt opisanih krajev, 1 cm naj pomeni 1 km.

Dodatni vprašanji: Kako mora potovati poštar, ki raznaša pošto iz kraja A v kraje B , C , D , E , F , G in H , da bo opravil najkrajšo pot in bo oddal pošto v vsakem od naštetih krajev. Končal bo v kraju G . Koliko časa rabi za to pot, če se vozi z mopedom s povprečno hitrostjo 21 km/h? Kako bo vozil avtomobilist, da pride po najkrajši možni cesti iz A v G , koliko časa bo rabil za to pot, če vozi s hitrostjo 64 km/h in se med potjo nikjer ne ustavi?

Franci Oblak



**MATEMATIČNO
RAZVEDRILO**

ŠTEVILSKA KRIŽANKA

Vpiši v polja križanke številke od 0 do 9. Produkt vpisanih števil mora v vodoravni ali navpični smeri ustrezati opisu v križanki, če pa pred številom v opisu stoji znak +, mora vsota ustrezati opisu.

Primer 1. Pred vodoravno vrsto treh polj stoji vpisano število 56. Na tri polja moramo tedaj vpisati ali številke 8,7,1 ali pa 7,4,2, pri čemer se za eno ali drugo kombinacijo in za vrstni red odločimo še glede na navpične vrste, ki našo vrsto križajo.

Primer 2. Nad navpično vrsto dveh polj je opis +15. Na razpolago imamo tedaj možnosti 9,6 ali 8,7 v tem ali onem vrstnem redu.

No, kar lotite se križanke! Z malo razmišljanja in poskušanja jo boste hitro ugnali.

Peter Petek

	27			756
+18			35	
		14		
		+13		
90				
0			30	
	108			
	200			
112				+6
		20		
90				

VPRAŠANJE ZA BRALCE LETOŠNJE TRETJE ŠTEVILKE PRESEKA:

S kakšno svetlobo naj bralec osvetli rumeno potiskane strani Preseka 4 (1976/77) 3, da bo čital brez težav? Odgovor utemelji!

Marjan Hribar

odgovor: modro-zelena

PRESEKOV ŠKRAT



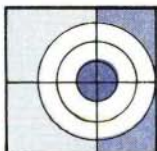
V tretji številki Preseka smo naredili narobe, ker smo izbrali za srednje strani rumeno kot drugo barvo. Oprostite, dragi bralci, ker ste zato nekatere sestavke teže brali (glej fizikalno vprašanje na strani 240).

V Zbirki rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev šestih, sedmih in osmih razredov osnovnih šol SRS, ki je izšla v Preseku III/5 pod naslovom Tekmujmo za Vegova priznanja in nadaljevanje v Preseku IV/3, je več neljubih napak. Bralce prosimo, da jih v omenjenih številkah Preseka popravijo, nam pa slabosti oprostijo.

Ciril Velkovič

Str. nal. pravilno		Str. nal. pravilno	
264	zaporedje nalog: 151,167, 168,169,152,153,154,155, 156,157,158,159,160,161, 162,163,164,165,166,170	224	$o = 9(4 + \sqrt{2})$
265	171 $o = a(1 + (2\sqrt{3})/3)$	272	227 na risbi: pravi kot E $p = a^2(5 + \sqrt{3})$
	179 $p = r^2(\pi/2 - \sqrt{3}/3)$	274	245 $x = a\sqrt{3}/3$ $o = (2a\sqrt{3}/9)(\pi + 6)$
266	185 $p = a^2/12(12 - 3\sqrt{3} + 2\pi)$	276	262 $o = a(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}/3)$
	186 $v = (a/2)\sqrt{3} + a + a/2$ $a = 2v/(\sqrt{3} + 3)$ $p = a^2(1 + \sqrt{3}/4 + \pi/4)$	278	274 $o = 3a\sqrt{2}$
	187 $p = (a^2\sqrt{3})/4 + 6 \mid \dots$	279	281 na risbi: $DE (= x)$
267	193 $p = 8[\pi(a/2)^2 \cdot 1/4 - a^2/8] +$ $+ a((\sqrt{2}-1)/2)^2 \cdot \pi$ $p \doteq 1,85 \text{ dm}^2$ $o = \pi a(\sqrt{2} + 1)$	282	315 d) $2a/2a/6 = 6$
	268	283	336 c) $y_1 = 2/3$
204	$p = (\pi r^2)/6$ (šestina kroga) $o = r(3 + \sqrt{3} + \pi/6)$	340	b) $o < (4k-9)/21 < 1$
270	214 $AD = BD = 3\sqrt{2} \text{ cm}$	344	na risbi: $x \sqrt{3}$ $x = a(\sqrt{3} - 1)/2$ $V = a^3(\sqrt{3} - 1)/4$
	216 b) $p = r^2(\pi - 1 - \sqrt{3}/2)$	285	352 na risbi manjka S
270	217 na risbi: $AD (= x)$	169	461 ..., če je 35 % enega
271	221 na risbi: $R (= O_1B)$	445	$r_1 = 4/3$
	$R = AB = a/\sqrt{3}, h = a/(2\sqrt{3})$	178	460 b) če sta le dve številki
		179	465 $(x/(x+100))^2 = \dots$
		180	466 ... velikosti je 900 cm^2

Pavle Zaje



BISTROVIDEC

Znane so tri točke A , B in C . Konstruiraj premico, ki gre skozi A in je enako oddaljena od točke B in C .
(Konstrukcijo utemelji!)

Franci Oblak

B

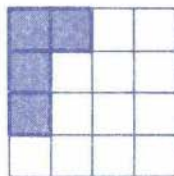
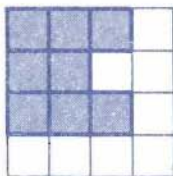
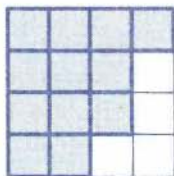
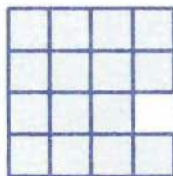
A

C

KOCKE - rešitev iz druge številke

Pravilno so našteali 39 kock v kupčku naslednji bralci: Ladka Gradišar in Nataša Centa, obe iz Roba na Dolenjskem, Liljana Kos iz Smolenje vasi, Andreja Žužek iz Ljubljane, Pavle Šijanec iz Ljubljane, Karmen Bernik z Jesenic, Nika Ahačič iz Ljubljane, Mateja Izlakar iz Celja, Aleš Perdih iz Ljubljane, Majda Duh iz Ljutomera, Danica Moti iz Ljubljane, Rastislav Potočki iz Kopra, Mateja Gajšek iz Celja, Tilka Zupan z Blejske Dobrave, Irena Kirar iz Boštajna in Gabrijel Levstek iz Velikih Lašč, ki nam je poslal rešitev razčlenjeno na sliki.

Peter Petek



PREMISLI IN REŠI



Za nalogo iz druge številke smo prejeli 217 rešitev. Pravilne rešitve so nam poslali:

Marjeta Adamič, o.š. Prežihov Voranc, Ljubljana; Nika Ahačič, gimn. I. Cankar, Ljubljana; Ivanka Agrež, o.š. Globoko; Andreja Ajster, o.š. Kostanjevica; Polona Barbič, o.š. France Bevk, Ljubljana; Jože Bartolj, o.š. M. Šobar, Novo mesto; Jože Benec, gimn. Črnomelj; Karmen Bernik, Koroška Bela; Marja Bešter, gimn. Kranj; Damijan Blatnik, o.š. Boštanj; Jožica Blatnik, o.š. Boštanj; Marko Bokalič, GPS Ljubljana; Bojan Boštjančič, Ljubljana; Marinka Bradeško, Velika Ligojna; Rajko Bradeško, Ljubljana; Dejan Bratuš, o.š. P. Voranc, Maribor; Jožica Brcar, gimn. I. Cankar, Ljubljana; Vitomir Bric, D. d. Peter Skalar, Tolmin; Andreja Britovšek, Hrastovec; Lili Brovet, Trebnje; Nataša Centa, o.š. Velike Lašče; Andreja Cizej, o.š. Murska Sobota; Tomaž Cokan, o.š. Prule, Ljubljana; Franci Cvetko, gimn. Ptuj; Katja Čečko, gimn. Ajdovščina; Miran Černe, o.š. F. Bevk, Ljubljana; Jelka Černešek, Kamnik; Ignac Dolinar, Črnuče; Boštjan Draksler, Škofja Loka; Majda Duh, gimn. Ljutomer; Vinko Erčulj, ETŠ Ljubljana; Boženka Erjavec, VI. gimn. Ljubljana; Nada Flegar, Murska Sobota; Tatjana Flisar, Murska Sobota; Mateja Fornazarič, Ajdovščina; Božo Fridrih, Murska Sobota; Mateja Gajšek, o.š. I. Kovačič, Celje; Natalija Gašpar, Murska Sobota; Breda Gobec, gimn. Maribor; Tatjana Gomboc, Murska Sobota; Nevenka Golc, I. gimn. Ljubljana; Ladka Gradišar, o.š. Velike Lašče; Janko Gramer, Kojsko; Cveto Gregorc, I. gimn. Ljubljana; Matjaž Grilec, Murska Sobota; Iztok Haki, Murska Sobota; Metka Hari, Murska Sobota; Andrej Hlastec, Vitanje; Mojca Hochstätter, Murska Sobota; Branka Hojžar, Zagorje; Rada Hostnik, gimn. ped. smeri, Ljubljana; Mitja Horvat, Maribor; Tanja Horvat, Maribor; Iztok Hudoklin, Ljubljana; Adrijana Humar, gimn. Koper; Živana Ibrahimov, gimn. Celje; Hajdeja Iglič, o.š. F. Rozman, Maribor; Matjaž Ivanc, o.š. B. Kidrič, Ljubljana; Tomi Ivanič, Murska Sobota; Melita Ivanović, o.š. V. Vodnik, Ljubljana; Mateja Izlakar, Celje; Andrej Jakobčič, Novo mesto; Helena Janežič, gimn. Moste, Ljubljana; Matjaž Janežič, Ljubljana; Vojko Jazbinšek, Celje; Andreja Jelen, PŠC Celje; Mira Jež, gimn. Nova Gorica; Dragica Jošt, gimn. Jesenice; Jernej Kadunc, gimn. Kamnik; Marjetka Kafol, o.š. Majšperk; Stanko Kajba, gimn. Celje; Andrej Kalamar, Murska Sobota; Mitja Kaligarič, o.š. Izola; Lidiya Kaučević, Maribor; Eva Kenda, Radovljica; Marta Kepic, o.š. Komenda; Jolanda Klemenčič, SEŠ Maribor; Irena Kirar, o.š. Boštanj; Igor Klancar, gimn. Postojna; Heda Kočevar, o.š. Z. Runko, Ljubljana; Jelka Kolar, Majšperk; Sonja Kolar, Maribor; Branko Kološa, Murska Sobota; Karmen Kompara, o.š. Vipava; Robert Konkolič, Murska Sobota; Metka Koren, DŠM Peter Skalar, Tolmin; Renato Korošec, Trbovlje; Liljana Kos, Novo mesto; Mirena Košnjek, o.š. Križe; Berta Kotar, o.š. Kostanjevica; Božena Kotnik, Maribor; Janez Kovač, o.š. Kočevje; Jože Kovačič, o.š. Podbočje; Jurij Kovič, gimn. Poljane, Ljubljana; Marko Kovič, gimn. Vič, Ljubljana; Olga Kožuh, o.š. Škofja Loka; Simona Kralj, Murska Sobota; Marjeta Kumer, o.š. Prevalje; Darinka Kugler, o.š. Celje; Ema Kurent, o.š. Črnuče; Kazimir Lah, gimn. Nova Gorica; Dušan Lakner, gimn.

Šentvid; Ivica Lapajne, Litija; Sonja Lavrič, GPS Ljubljana; Nevenka Leban, gimn. Nova Gorica; Andraž Legat, gimn. Kranj; Zvonka Leskovec, Logatec; Ines Lenassi, gimn. Postojna; Dušan Lešnik, o.š. Majšperk; Lojzka Levstek, gimn. Poljane, Ljubljana; Tanja Lesničar, gimn. Velenje; Andrej Lipej, I. gimn. Ljubljana; Matija Lokar, gimn. Kranj; Majda Lokar, gimn. da Lončar, gimn. Celje; Marija Loriger, o.š. Šmarje pri Jelšah; Vinko Lovenjak, o.š. Cankova; Marko Lovrečič, gimn. Koper; Lilijana Lukač, Murska Sobota; Mario Macek, Derventa; Milena Majcen, o.š. I. Kovačič, Celje; Ida Mahne, Izola; Miro Mahovlič, o.š. I. Cankar, Vrhnika; Marinka Marinčič, o.š. Grosuplje; Brane Marolt, ZVIM Kamnik; Dorica Marti, o.š. V. Kraigher, Ljubljana; Barbara Matnikar, o.š. Kamnik; Gordan Mavrič, o.š. Šempeter-Nova Gorica; Darja Medoš, gimn. Koper; Hugo Možina, o.š. Branik; Tomaž Marn, o.š. Z. Runko, Ljubljana; Bernard Nežmah, I. gimn. Ljubljana; Anita Nova, SVŠ Maribor; Polona Novak, I. gimn. Ljubljana; Srečko Natek, gimn. Celje; Nada Obad, gimn. Koper; Janez Očkerl, o.š. Sladki vrh; Lidiya Okršlar, gimn. I. Cankar, Ljubljana; Marija Oražem, Dolenja vas; Jože Oražem, Dolenja vas; Bojan Pečnik, Velenje; Brane Penca, gimn. Novo mesto; Aleš Perdih, o.š. M. Vrhovnik, Ljubljana; Igor Peršolja, I. gimn. Ljubljana; Tine Petkovšek, gimn. Poljane, Ljubljana; Nevenka Pirš, o.š. Maribor; Vesna Piršič, gimn. Kočevje; Samo Pinzl, gimn. Tolmin; Jože Podlessek, gimn. Murska Sobota; Rastislav Potočnik, o.š. Koper; Helena Povše, ESŠ Novo mesto; Peter Povše, gimn. Novo mesto; Miran Pravdič, gimn. Ravne; Robert Prebil, o.š. I. Cankar, Vrhnika; Iztok Privšek, o.š. Medvode; Tatjana Primc, LŠC J. Srebrnič, Nova Gorica; Kornelija Pustai, Murska Sobota; Arti Racman, gimn. Nova Gorica; Leon Radolovič, o.š. S. Klavara, Maribor; Jožica Ranfl, gimn. Ptuj; Nevenka Ranzinger, gimn. Trbovlje; Bojan Rajšek, Trbovlje; Ingrid Ražman, o.š. Izola; Bojan Robovšek, Ljubljana; Jožica Rogač, Murska Sobota; Borut Robič, Ljubljana; Ljubica Rošič, o.š. D. Logatec; Matej Rupel, o.š. Radovljica; Marinka Rus, o.š. Brezovica; Vida Rus, gimn. Kočevje; Darja Senčur, Murska Sobota; Andrej Senegačnik, TŠS Ljubljana; Vlasta Slak, gimn. Kranj; Branko Simšič, Laze; Petrina Sirše, Trbovlje; Zdenka Skopec, gimn. Kočevje; Vesna Starič, gimn. ped. smeri, Koper; Rajko Stibilj, o.š. Predvdor; Dušan Stepišnik, gimn. Celje; Alenka Stresen, o.š. R. Jakopič, Ljubljana; Peter Šemrl, gimn. Kranj; Pavle Šijanec, gimn. I. Cankar, Ljubljana; Ciril Šinkovec, gimn. Trbovlje; Irena Škof, gimn. Ljubljana; Miran Špelič, o.š. Z. Runko, Ljubljana; Nada Štajdohar, Črnomelj; Vinko Štern, GTŠ Maribor; Danilo Šuster, I. gimn. Ljubljana; Fani Tekavec, o.š. Škofljica; Jana Terbuc, SVŠ Maribor; Irena Toš, Vitomarci; Primož Tramte, gimn. Celje; Pavel Troha, ŠC Idrija; Urška Valenčič, gimn. Celje; Maja Valentin, VI. gimn. Ljubljana; Jožica Verber, gimn. Ravne; Sonja Visinski, o.š. Miklavž na Dravskem polju; Libor Vončina, Ljubljana; Erik Vrtič, Maribor; Karmen Vučko, o.š. Lackov odred, Kamnica; Igor Vuga, Maribor; Cvetka Zalokar, gimn. Kamnik; Brane Zemljak, ETŠ Ljubljana; Ester Žimic, gimn. Tolmin; Ida Zmrzlikar, o.š. F. Marn, Vodice; Igor Zorko, gimn. Maribor; Vida Zorko, Murska Sobota; Tilka Zupan, Blejska Dobrava; Jože Zupanc, gimn. Kranj; Irena Zupanc, gimn. Ravne; Mojka Žagar, GPS Ljubljana; Andreja Žužek, VI. gimn. Ljubljana in še dva neznana reševalca iz Maribora oz. Murske Sobote.

Objavljamo rešitev, ki jo je poslal Iztok Hakl iz Murske Sobote.

a) Alenka je stara 25 let. Napačno je trdila, da je Marinka stara 25 let, čeprav je stara le 22 let.

b) Jožica je stara 23 let. Njena napačna trditev je to, da je rekla, da je stara 22 let, čeravno je eno leto starejša.

c) Marinka je stara 22 let. Napačna trditev je to, da je Alenka tri leta starejša od Jožice, čeprav je razlika le dve leti.

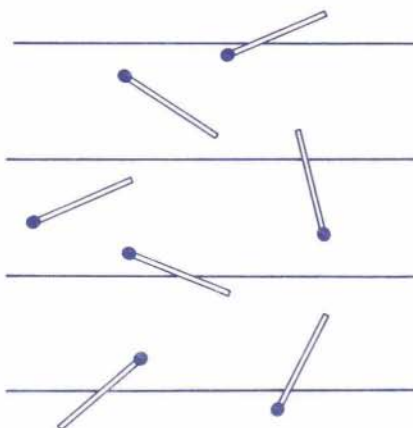
Izžrebani so bili: Anita Novak iz Maribora, Janez Očkerl s Sladkega vrha in Zdenka Skopec iz Kočevja. Za nagrado prejmejo knjigo Jožeta Grassellija: *Osnove teorije števil* iz zbirke Sigma.

Kot novo nagradno nalogo vam tokrat predlagamo matematični eksperiment z vžigalicami. Rezultate pošljite do 25. junija 1977.

Jože Dover

MEČIMO VŽIGALICE

Vzemite večji karton (prav primeren je pokrov škatle od srajce) in nanj narišite vzporedne črte. Razdalja med črtami naj bo enaka dolžini vžigalice. Zdaj pa na delo! Stokrat ponovite naslednji poskus: vžigalico vržete v zrak, tako da pade na karton. Pogledate, ali je vžigalica padla tako, da seka katero od vzporednih črt ali ne in si rezultat poskusa zapišete (da - ne). Če vam pade vžigalica izven počrtanega kartona ali pa ste v dvomu, kakšen je rezultat, tisti poskus enostavno izpusťte. Po stotih uspešnih poskusih, ko ste vsakič dobili odgovor da ali ne, preštejte, kolikokrat je bil odgovor da. Delite s tem številom število dvesto (dvakratno število vseh poskusov). Dobljeni rezultat daje približno vrednost za število π *. Rezultat nam sporočite v obliki takele preglednice:



Število poskusov	Število odgovorov "da"	Približek za π
100		

Peter Petek

* O tem bi se lahko prepričali s pomočjo verjetnostnega računa, toda izpeljava zahteva znanje višje matematike.

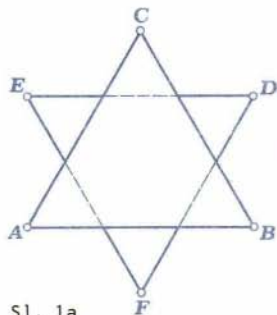
SE O ŠESTIH TOČKAH

V prvi številki tega letnika smo vam na strani 57 zastavili nalogo: postavi šest točk v prostor tako, da vedno dobiš enakokrak trikotnik, kakorkoli že izbereš tri točke, pri tem pa nobena peterica točk ne sme ležati na isti ravnini.

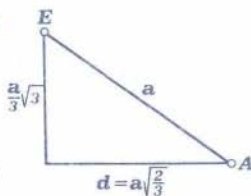
Med odgovori smo dobili dve bistveno različni rešitvi (glej tretjo številko str. 185): enakorobo pravilno tristrano prizmo in dvojno pokončno piramido nad kvadratom.

Rešitev je pa še mnogo več in zanimivo bi bilo poiskati vse rešitve naloge. Poglejmo si najprej še nekaj novih rešitev, ki jih ni bilo med vašimi!

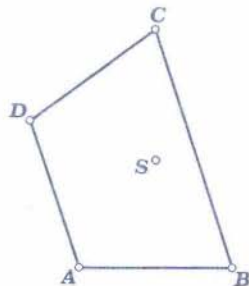
Zidovska zvezda. Na sliki 1 vidimo dva enakostranična trikotnika ABC in DEF , ki ležita v vzporednih ravninah, zveznica središč trikotnikov je pravokotna na ravnini, lika pa sta zasukana za 60° . Pri tem pa mora biti razdalja med vzporednima ravninama taka, da je $\overline{AE} = \overline{AB} = a$. (Po Pitagorovem izreku izračunamo, da mora biti razdalja $a\sqrt{\frac{2}{3}}$.)



Sl. 1a

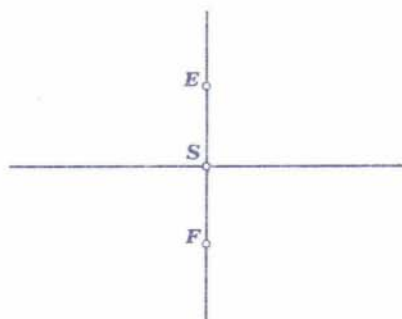


Sl. 1b

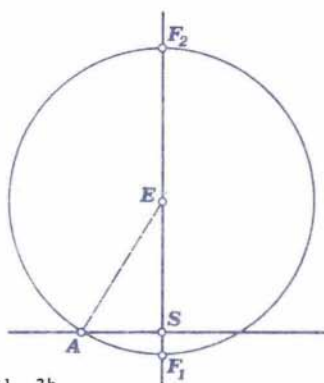


Sl. 2

$\frac{4}{5}$ pentagona. Na sliki 2 so štiri od petih oglišč pravilnega petkotnika (pentagona) A, B, C in D . Točka S je središče očrtega kroga - to je le pomožna točka in ni med izbranimi, saj bi bila to že peta točka v isti ravnini. Pač pa izberemo naslednji dve točki na pravokotnici na ravnino v točki S . Peto točko E izberemo kjerkoli izven ravnine, za šesto pa imamo tri možnosti: lahko jo izberemo simetrično glede na ravnino (slika 3a), lahko pa vzamemo v šestilo razdaljo $r = \overline{EA} = \overline{EB} = \overline{EC} = \overline{ED}$ in z njo očrtamo kroglo okrog točke E . Prebodišči krogle s pravokotnico sta tudi možna položaja šeste točke F (slika 3b).



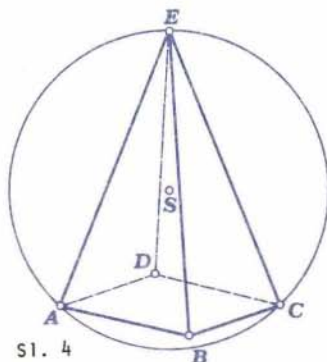
Sl. 3a



Sl. 3b

Kvadratna piramida s središčem očrtane krogle. Vsaki pokončni kvadratni piramidi je moč očrtati kroglo. Pet oglišč piramide in središče očrtane krogle kot šesta točka ustrezajo pogojem naloge (slika 4).

Daleč sem od tega, da bi trdil, da sem našel vse možne rešitve. Vendar bi rad pokazal, kako naj bi se te naloge lotili, če bi jo hoteli v popolnosti rešiti.



Sl. 4

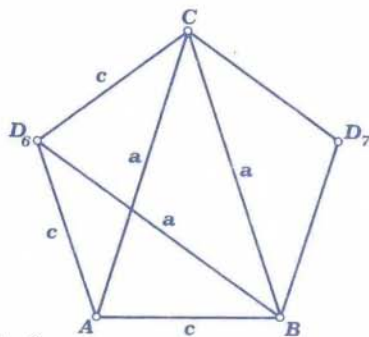
Začnimo s postavljanjem točk v prostor. Prve tri A , B , C morajo seve ležati v isti ravnini, kot pač vsake tri točke, obenem pa morajo po pogojih naloge biti v ogliščih enakokrakega trikotnika. Recimo, da je C vrh in AB osnovnica enakokrakega trikotnika, ki pa je zaenkrat še čisto poljuben. Kam postaviti četrto točko D ? Tu sta dve možnosti, ali točka D leži v ravnini ABC ali pa ne leži. Nisem uspel najti nobenega primera, kjer ne bi ležale štiri točke v isti ravnini - pri židovski zvezdi na primer leže točke A , B , D , E v isti ravnini. To seveda ne pomeni, da take rešitve tudi res ni. Odgovora enostavno ne vem.

Zato vzemimo, da leži četrta točka D v ravnini ABC . Kje pa naj leži? Vsak položaj že ne bo dober, saj morajo biti enakokraki trikotniki ABD , ACD in BCD .

Na sliki 5* vidimo osnovni trikotnik ABC in še raznobarvne kroge in premice. Z rdečo barvo je označena množica točk v ravnini, kjer bi nam četrta točka D dala enakokrak trikotnik ABD . Na simetrali stranice AB namreč leže točke, ki so enako oddaljene od A in od B , zato dobimo v tem primeru enakokrak trikotnik ABD s stranico AB kot osnovnico. Če leži točka D na rdečem krogu s središčem v točki A , je seveda $\overline{AD} = \overline{AB}$ in je trikotnik enakokrak z osnovnico BD . Podobno sklepamo naprej in narišemo še zeleno in rjavo množico točk; zelena naredi enakokrak trikotnik ACD , rjava BCD . Ker pa je $\overline{AC} = \overline{BC}$, je zato krog s središčem v točki C zelen in rjav hkrati.

Rešitev naloge, položaj točke D , moramo iskati v preseku vseh treh raznobarvnih množic. S slike preberemo najprej točko D_1 - sečišče straničnih simetral oziroma središče trikotniku ABC očrtanega kroga. Torej je prva rešitev pod šifro "trikotnik s središčem". Točka D_2 nam ne da nič novega, saj je zdaj le točka C prevzela središčno vlogo v trikotniku ABD_2 in šifra je ista. Podobno je s točkama D_3 in D_4 . Pač pa točka D_5 ustvari novo šifro "romb".

Na sliki zdaj ne opazimo nobenih presečišč vseh treh barv več, vendar ne smemo pozabiti, da morda pri kakšnem drugem razmerju med osnovnico in krakom trikotnika ABC padejo skupaj kakšna dvobarvna presečišča. Na sliki vidimo, da leže točke D' , D'' in D''' blizu skupaj. Pa recimo, da so padle v isto točko; kaj lahko povemo o trikotniku ABC ? Takrat seve padejo v isto točko tudi tri točke, ki leže simetrično glede na rdečo simetralo. Označimo skupno lego točk D' , D'' in D''' z D_6 in simetrično ležečo točko D_7 . Prepričali se bomo, da točke A , D_6 , C , D_7 , B leže v ogliščih pravilnega petkotnika (slika 6).



Sl. 6

* Slika 5 je na naslovni strani.

Ker leži točka D_6 na rdečem krogu, je $\overline{AD_6} = \overline{AB} = c$. Ker pa leži tudi na zeleni simetrali, je točka D_6 oddaljena od C ravno toliko kot A , torej za c . Če ponovimo sklepe za točko D_7 , vidimo, da ima petkotnik enake stranice. Točka D_6 pa leži tudi na modrem krogu in je zato $\overline{BD_6} = \overline{BC} = a$. Trikotnika ABD_6 in D_6CA sta skladna, ker imata vse tri stranice skladne. Zato sta skladna tudi kota BAD_6 in AD_6C . Podobno sklepamo še za ostale kote trikotnika, ugotovimo, da so enaki, in petkotnik pravilen. Ali se odločimo za točko D_6 ali D_7 , vedno dobimo štiri oglišča pravičnega petkotnika, zato šifra " $\frac{4}{5}$ petkotnika", ki smo jo uporabili že pri naštevanju nekaterih rešitev s šestimi točkami.

Sedaj pa nastane vprašanje, ali morda pri kakšnem drugačnem razmerju padejo skupaj kakšna druga presečišča. No, vse tri premice se sekajo vedno le v točki D_1 , čim pa vzamemo presečišče le dveh premic, takoj dobimo isto točko. Trije raznobarvni krogi nimajo skupne točke - razen tedaj, ko je trikotnik ABC enakokraten in se rdeči in zeleni krog okrog točke A zlijeta, ampak to nam da le nov izvod romba.

Če povzamemo: v ravnini imamo tri bistveno različne položaje štirih točk, ki ustrezajo pogojem naloge: trikotnik s središčem, romb in $\frac{4}{5}$ petkotnika.

Kam postaviti peto in šesto točko, pa je že zahtevnejša naloga, toliko bolj, ker si prostorske situacije ne moremo več narisati v različnih barvah na list papirja. Zato tu odnehajmo.

Peter Petek

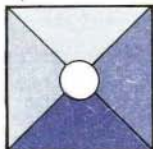
PRAPRADEDKI IN PRAPRABABICE

Koliko največ prapradedkov in praprababic so imeli tvoji prapradedki in praprababice?

Rešitev: Ker ima vsak človek 8 prapradedkov in 8 praprababic, ima torej vsak izmed 16 praprastaršev tudi 16 prednikov v četrtem kolenu. Iskano število je torej $256 = 16 \times 16$.

Število prednikov v osmem kolenu bo manjše v primeru, da so se med seboj poročali sorodniki v nižjih kolenih. Nariši si rodovno deblo!

Dušan Repovš



PISMA BRALCEV

Vsem, ki ste nam pisali, se prav lepo zahvaljujemo. Žal ne bomo mogli odgovoriti vsem v tej številki. Srečali se bomo v prihodnji številki v rubriki Pisma bralcev.

Spoštovano uredništvo! Kot vaša stalna bralka vam najprej želim še nadalje mnogo uspehov v letu 1977. Pišem vam zato, ker sem malo zmedena in ne vem, kdo ima prav. V našem učbeniku Fizike za 8.razred piše na 15.strani v 18.vrsti sledeče:

Pospešek, s katerim se je gibala kroglica, ki je spočetka mirovala in je nato v 4 sekundah dosegla hitrost 20 cm/s dobimo, če 20 cm/s delimo s 4s ; $20 \text{ cm/s} : 4\text{s} = 5 \text{ cm/s}^2$. Pospešek 5 cm/s² (Izgovori: 5 centimetrov na kvadratno sekundo!)

Očka pa pravi, da je to neumnost. Trdi, da je to sekunda na kvadrat in ne kvadratna sekunda, ker ta izraz ničesar ne pomeni.

Pišem vam tudi zato, ker se je očka posebej razjezil, ko je prišel k njemu sin nekega njegovega prijatelja, ki hodi v 2.letnik gimnazije. Tudi on je namreč govoril "kvadratna sekunda" in ne sekunda na kvadrat. Kdo ima prav?

Če ima prav moj očka, prosim, da bi obvestili vse šole in da bi popravili napako v učbeniku, ker se dogaja, da učenci dokočajo srednjo šolo, pa se jim drugi smejejo, ker govorijo neumnosti.

Lep pozdrav

Snežana Kurilič

Sestavljene enote v fiziki so predstavljene s produkti ali kvocienti osnovnih enot. Pri branju teh enot se ravnamo po predpisih, ki veljajo v matematiki. Tako bi izraz $a^2 b^3 / c^2$ prebrali kot "a na kvadrat b na tri deljeno s c na kvadrat". Poševno črto preberemo v fiziki kot "na", da s tem poudarimo, da gre za enote. Enoto za pospešek bomo torej pravilno prebrali takole

m/s^2 = meter na sekundo na kvadrat.

Zaradi lažjega govorjenja pravimo velikokrat kar "meter na sekundo kvadrat". Na podoben način prebiramo tudi druge izraze, v katerih nastopajo količine s potenco 2.

Izraz v knjigi "meter na kvadratno sekundo" je sicer dopusten, vendar se mu raje izognimo. Tak način prebiranja pri drugih enotah lahko vodi do napačnega razumevanja. Mnogokrat n.pr. preberejo enoto " kWh " kot "kilovatna ura" in ji dajo prizvok enote za čas. Pravilno bomo brali "kilovat ura". To je namreč produkt enote za moč kW (kilovat) in enote za čas h (ura) in pomeni enoto za delo ali za energijo. Podobno preberemo enoto za energijo v atomski fiziki eV pravilno "elektron volt" in ne "elektronski volt", ker bi ji dali prizvok enote za napetost.

Marjan Hribar

- - -

Željko Pajek iz Kamnice nam je poslal rešitev križanke, pri tem pa je lik križanke iztrgal iz Preseka.

Veš, dragi Željko, kar malo škoda se mi je zdelo, da nimaš več celega Preseka. Ker križanke niso nagradne, prosimo vse bralce, naj nam ne pošiljajo rešitev križank, temveč preizkušajo svoje znanje v lastno zadovoljstvo.

- - -

Spoštovani urednik!

Čeprav sem na Presek naročen že odkar obstaja, to je četrto leto, se javljam šele prvič. Presek mi je všeč, le križank je premalo. Po mojem mišljenju bi morala biti v vsaki številki ena križanka. Ne vem, zakaj ne objavljate rešitev nalog in izšrebancev že v naslednji številki. Upam tudi, da bo Presek naslednje leto izšel vsaj šestkrat.

Zanima me, kako bi lahko dobival Presek tudi potem, ko bom končal srednjo šolo. Rad pa bi vedel, če bi lahko po pošti dobil značko PRESEČKO, seveda, če je ne bom mogel dobiti v šoli. Hvala za prostor.

Tovariški pozdrav!

Brane Penca

Nena Kirar iz OŠ Boštajn je napisala takole:

Hodim v 8.razred in sem letos že tretje leto naročena na Presek in moram priznati, da sem nad revijo zelo navdušena in mi je zelo všeč. Všeč mi je Bistrovidec, še posebno pa rubrika Premisli in reši. Tudi to pot sem vam poslala rešitev. Vendar pogrešam naloge za osnovno šolo. V zadnji številki sem vesela odkrila življenjepis Nikole Tesle in upam, da boste pisali še o kakšnem velikem fiziku.

Hvala, Nena. Vse, kar si nam napisala, bomo gotovo poskušali uresničiti. Želimo ti še naprej veselja ob Preseku in upamo, da nam boš še pisala.

- - -

Mateja Fornazarič iz Ajdovščine pa pravi:

Revijo Presek imam letos prvič v rokah, zato je ne poznam še dobro, vendar me je očarala že s prvo številko. Všeč mi je, ker so v njej zapletene naloge, pogrešam pa matematični humor in naloge za sedmi razred.

Mateja, hvala za pozdrave! Komaj si spoznala Presek, si nam že napisala svoje misli o njem. Tako je prav! S skupnimi močmi bomo naredili Presek dostopen tudi našim najmlajšim bralcem.

- - -

Iz OŠ v Kopru se je oglasil Dean Mozetič:

Prisrčno se Vam zahvaljujem za pravkar poslano številko Preseka. Prvo številko sem dobil, ko sem hodil v 1.razred OŠ. Zdel se mi je zelo zanimiv, čeprav nekaterih stvari nisem razumel. Z veliko nestrpnostjo pričakujem vsako številko. Mislim, da je njegova vsebina dovolj pestra in zanimiva. Škoda je le, da izhaja tako redko. Želim vam mnogo sreče pri nadaljnjem urejanju.

Dean, ker slediš že več let našemu Preseku, že veš, kako je z njegovim izhajanjem. Hvala za tvoje prijateljsko pismo. Prepričani smo, da boš ob zvestem prebiranju strokovne literature izuril svoje sposobnosti, pri čemer ti želimo kar največ uspeha.

- - -

Oglasil se je naš novi prijatelj David iz Maribora, ki med drugim pravi:

Vest, da izhajaš, smo prejeli v tem šolskem letu januarja. Tvoja pestrost mi je zelo všeč in zato sem se odločil, da ti pišem, dragi Fresek. Predlagal bi ti, da uvedeš nekoliko daljšo rubriko Bolj za šalo kot zares in da bi izhajal vsaj mesečno.

David, hvala ti za prisrčno pismo. Praviš, da vas je 15 naročnikov in zato predlagam, da si organizirate skupne pogovore ob branju Preseka. Morda boste tudi sami sestavili kaj za šalo, pa tudi kaj za res!

- - -

Alenka Stresen iz Ljubljane je že dve leti naročena na Presek in pravi, da so ji zelo všeč zlasti nekateri članki, ki ji nudijo razvedrilo, le naloge za 6. in 7. razred osnovne šole ji manjkajo.

Alenka, hvala za poslano rešitev. Prav gotovo bomo poskrbeli, da boš kmalu našla v Preseku več zelenih nalog.

- - -

Ljiljana Kos iz Novega mesta se je odločila poslati rešitve in nekaj prijaznih vrstic:

Naj vam povem, da mi je Presek zelo všeč. Pravzaprav mi je najbolj všeč, ker je v njem veliko nalog, ki so prava poslastica. Tudi veliko zanimivega branja najdem v njem. Pri nadaljnjem urejanju vam želim še obilo uspehov s željo, da bi bilo za nas osmošolce še več primernih nalog. Prav lepe pozdrave vsem od vaše zveste bralke.

Ljiljana, kako lepo je slišati, da so ti matematične naloge poslastica! Le tako naprej! Zakaj letos ne moreš tekmovati, saj se ti obeta kot osmošolki zlato Vegovo priznanje!? Veselo delaj še naprej in še nam piši!

- - -

Sedmošolka Andreja Ajster iz Kostanjevice na Krki je letos prvič naročena na Presek in piše:

Z veseljem rešujem naloge, ki jih zastavljate v rubriki "Premisli in reši". Všeč so mi tudi prispevki bralcev. Pošiljam vam lep pozdrav in mnogo sreče pri nadaljnem urejanju Preseka.

Hvala, Andreja! Piši nam tudi, če ti kdaj kaj ne bo všeč.

- - -

Rada Hostnik iz Ljubljane piše:

Na revijo Presek sem naročena že od začetka njegovega izhajanja. Rada se ukvarjam z zapletenimi matematičnimi problemi, še posebej pa s fizikalnimi nalogami. Zelo bi bila vesela, če bi bilo v Preseku več nalog s področja fizike. Zdi pa se mi, da je vse premalo nalog za osnovnošolce. Moje pravilno rešene naloge so mi vlile poguma in sem se odločila, da vam v bodoče pošljem tudi nekaj svojih prispevkov, kajti študiju matematike in fizike se posebej posvečam. Pri nadaljnem urejanju vaše in naše revije vam želim še veliko uspehov.

Draga Rada, komaj čakamo tvojih prispevkov, ki naj bi izpolnili želje naših najmlajših bralcev. Hvala ti, da z nami deliš skrb za čim boljši Presek.

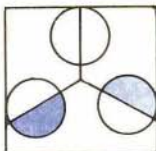
- - -

Ljubica Rošić iz Dol.Logatca nam je napisala takole:

Revijo Presek naročam že drugo leto, čeprav sem šele v sedmem razredu. Zelo mi je všeč, saj izvem mnogo zanimivega. Redno jih shranjujem, saj mi bodo s svojo vsebino razširile in dopolnile obzorje, tudi ko bom starejša. Mislim, da bi lahko izhajal vsak mesec. Vsečina je bogata, primanjkuje pa snovi za višje razrede osnovne šole. Zelo sem bila vesela križanke in fizikalnega razmišljanja v zadnji številki.

Ljubica, hvala za prijazne misli o Preseku. Že veliko smo premišljevali o pogostejšem izhajanju, pa še ne gre, kot bi si želeli. Glede primernejših nalog za osnovno šolo pa obljubljam, da se bomo poboljšali. Lepo in koristno je, da si bogatiš svojo knjižnico tudi z urejenimi številkami Preseka!

Matilda Lenarčič



NOVICE-ZANIMIVOSTI



1

PRESEKOVA POT
V TISKARNI
ČGP "DELO"



2



3



9



8

PRESEK - list za mlade matematike, fizike in astronome tiskamo že od prve številke prvega letnika v tiskarni ČGP "DELO" (sl.1) v Ljubljani, Titova c.35. Pred štirimi leti smo bili s prvim rokopisom prijazno sprejeti, čeprav nismo vedeli, da bo naklada lista narasla kar na 20.000 izvodov. Prav tako je tudi še danes. Marsikaj so nas naučili, tudi tega, kako pripraviti rokopis, da je doba čakanja od dneva, ko oddamo rokopis tov. Marjanu Stanovniku (sl.2 - prvi z leve) do izida, ko ga v ekspeditu (sl.9) pod vodstvom tovarišice Slavke Vidmar pripravijo za razpošiljanje po vseh krajih Slovenije, čim krajša. Nekaj jih pošiljamo tudi v druge republike in na slovenske šole v zamejstvu.

Danes vam v slikovni obliki predstavljamo nekatere postaje proizvodnega procesa PRESEKA. Rokopis, ki je v grobem že pripravljen, morajo v pripravi dela pod vodstvom tov. Toneta Rožanca (sl.3 - stoji) natančno pregledati in dodati vsa podrobna navodila za fotografiranje. Na sl.4 je eden izmed velikih fotografskih aparatov v tiskarni Delo. Vse manjše napake popravijo in po potrebi dodajo v oddelku za retuširanje izdelanih filmov (sl.5). V oddelku za montažo zložijo vse filme v pravem vrstnem redu po straneh, pa tudi za pravilno pokrivanje črno-belih in barvnih strani morajo poskrbeti (sl.6). Na sliki 7 je lepo viden stroj s štirimi valji, kjer tiskajo ovitek v vseh štirih barvah hkrati na umetniškem papirju. Na podobnem večjem stroju tiskajo tudi notranje strani Preseka v dveh barvah na papirju formata 86x122 cm. Natiskane pole strojno zložijo, jih vložijo v barvni ovitek ter spete z žico obrežejo (sl.8) v lično brošuro, ki jo vsi štirikrat letno nestrpno pričakujemo.

Tekst in fotografije

Ciril Velkovich

4



5

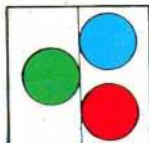


6



7





NOVE KNJIGE

Hogben Lancelot, Matematika v nastajanju, Mladinska knjiga, Ljubljana, 1976. Cena 360.- din.

Mladinska knjiga je izdala še eno knjigo v sklopu svojih "velikih slikanic", kar je dandanes moda pri popularizaciji znanosti. Zgodovinski pregled matematičnih dosežkov od najzgodnejših dob civilizacije do današnjih dni je opremljen z zelo kvalitetnimi in raznolikimi slikami, med katerimi ne primanjkuje znamenitih podob iz zgodovine, nazornih črtnih slik, fotografij in faksimilov pomembnih strani matematične literature. Za mladega ljubitelja matematike je v knjigi veliko koristnega, prav tako pa bo našel kaj zanimivega tudi odrasli bralec. Vsebina knjige je razdeljena na naslednjih štirinajst poglavij: Štetje in merjenje, Hindujska dediščina, Naš dolg Egiptu in Mezopotamiji, Dilema starih Grkov, Velika pravda, Ptolomejska sinteza, Prispevek Orienta, Prebujenje Evrope, Koordinatna mreža in funkcija, Newton-Leibnitzov infinitezimalni račun, Stoletje tabel, Stave pri igrah na srečo, Novejša geometrije, Velika bispija.

Lavo Čermelj, Jožef Štefan - Življenje in delo velikega fizika, Mladinska knjiga, Ljubljana 1976, 123 str., 75.- din.

Avtor tega dela je prvič napisal ta tekst že 1935. leta. Ker takrat knjiga ni mogla iziti, je moral čakati na prvo izdajo kar petnajst let. Od tedaj se je marsikaj spremenilo, zato je tekst predelal in dopolnil.

Ciril Velkourh

