presek

3

IV 1976-77

LIST ZA MLADE

MATEMATIKE

FIZIKE

ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS

P R E S E K - List za mlade matematike, fizike in astronome.
4. letnik, šolsko leto 1976/77, 3. štev., marec 1977, str. 129 - 192

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Rokopis je natipkala Metka Žitnik, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 65-061/53, štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki štev. 50100-620-107-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 20.-din, za skupinska pa 18.-din, za inozemstvo 2 $ = 36.-din, 1300.-Lit, 36.-Asch. Posamezna številka stane 5.-din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 19.500 izvodov.

Predsednik DRUŠTVA MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SRS prof. dr. Sergej PAHOR podpisuje v prostorih SOCIALISTIČNE ZVEZE DELOVNEGA LJUDSTVA SLOVENIJE DRUŽBENI DOGOVOR O FINANCIRANJU MLADINSKE PERIODIKE

UVODNIK

DRUŽBENI DOGOVOR O FINANCIRANJU MLADINSKEGA TISKA

Že v začetku leta 1975 je Socialistična zveza delovnega ljudstva Slovenije ugotovila, da bo treba urediti financiranje mladinskega periodičnega tiska enotno za vse publikacije, ki izhajajo v Sloveniji. Do zdaj so namreč izdajatelji mladinskih revij in časopisov nastopali večidel kot potrošniki družbenega denarja in so si morali izprositi potrebne subvencije pri ustreznih skupnostih, ki so držale v roki vrečo z družbenim denarjem. V skladu z novo ustavo pa naj bi se enakopravno dogovarjali predstavniki posameznih samoupravnih interesnih skupnosti in izdajatelji mladinske periodike; ugotovili naj bi družbeni interes za posamezne revije in časopise, se pomenili o potrebnih finančnih sredstvih in programski usmeritvi te ali one publikacije.

Na pobudo Socialistične zveze smo se zato nekajkrat sestali izdajatelji štirinajstih listov in sedmih interesnih skupnosti. Primerjali smo stroške iz prejšnjih let in med seboj ugotavljali, kje bi se dalo morda malo zategniti pas in prihraniti kakšen družbeni dinar. 24. dec. 1976 je bil družbeni dogovor po temeljitem delu pripravljen in v imenu Društva matematikov, fizikov in astronomov ga je podpisal predsednik prof.dr. Sergej Pahor.

Za Presek je podpis dogovora vsekakor veliko družbeno priznanje. Izhajamo šele četrto leto, kljub temu pa družba že ve za nas in nas preko interesnih skupnosti podpira. Zato smo lahko ohranili prejšnjo ceno in vam lahko še vedno za 20 dinarjev (18 dinarjev za skupinska naročila po šolah) nudimo Presek v enakem obsegu kot lani. To priznanje je tudi obveza, da bomo v bodoče delali tako kot doslej ali pa še bolje. Pri tem si, dragi bralci, želimo vaše pomoči in računamo nanjo.

Peter Petek

MATEMATIKA

O PARADOKSIH*

Uvod

Za slovite *Butale* in njih imenitne vaščane - *Butalce* ste menda že slišali? No, v Butalah imajo tudi brivca, ki pa ni kar tako; brije namreč *natanko tiste* vaščane, ki se *sami* ne brijejo. Tako mu je zapovedal župan. Toda, kaj pa je z brivcem? Ali se sme obriti ali ne?

Pa malo razmislimo: če bi se brivec bril sam, bi sodil med tiste vaščane Butal, ki se sami brijejo. Zatorej se ne bi smel briti, kajti on-brivec sme briti le tiste, ki se sami ne brijejo. Protislovje!

Če pa bi se brivec ne bril sam, bi sodil med tiste, ki se sami ne brijejo, zato jih mora briti on-brivec. Torej bi se brivec moral briti sam. Protislovje!

Vse skupaj se zdi prava zmešnjava stavkov, nesmiselna besedna igra. Pa vendar, ste kdaj pomislili, da so takšni "nesmiselni" paradoksi zatresli temelje "nezmotljive in popolne" matematike?

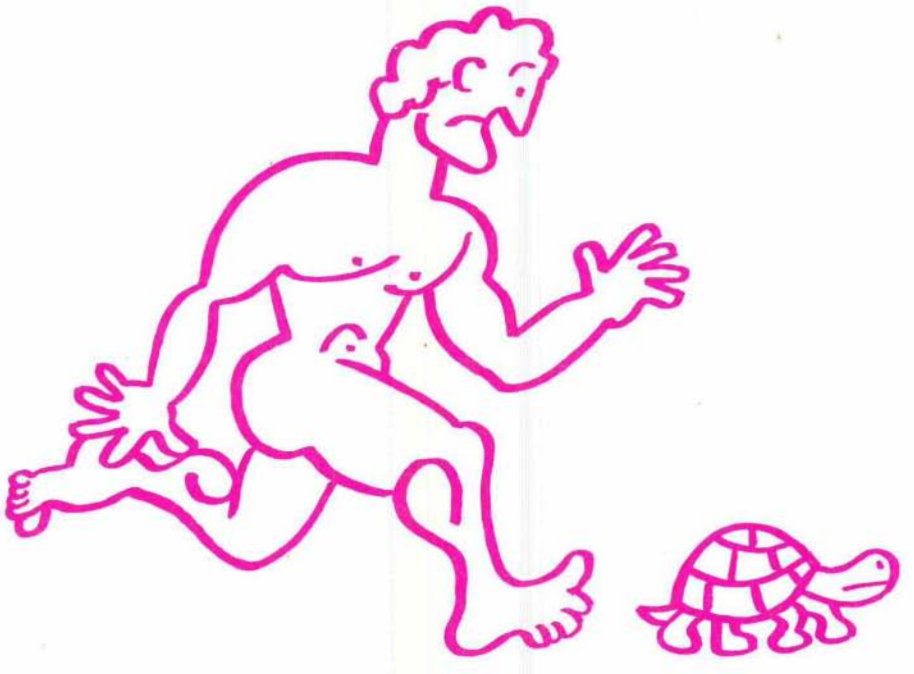
V matematiki moramo vedno natančno opredeliti vse pojme s katerimi rokujemo, zato bomo najprej opredelili pojem *paradoksa*, da bomo lahko kasneje o njem povedali kaj več.

---

* Prispevek je priredil in prevedel v slovenščino *Dušan Repovš*, ilustriral *Božo Kos*

Kaj je paradoks

1. V vsakdanjem življenju imenujemo paradoks nekaj, kar je sicer resnično, pa vendar v nasprotju z našimi predstavami in izkušnjami ("Saj to je vendar paradoksalno!").
2. Sklepanje iz navidezno pravilnih dejstev, ki nas privedejo do nesmiselnega rezultata, ravno tako imenujemo paradoks. Npr. antični paradoks *o Ahilu in želvi*.



Hitronogi vojščak Ahil in počasna želva sta se pomerila v teku. Želva teče 10 krat počasneje od Ahila, zato ji dá plemeniti bojevnik 10m prednosti na startu. Start! Ko Ahil preteče 10m, preteče želva 100cm, ko Ahil preteče teh 100cm, je želva pred njim še za 10cm, ko Ahil preteče 10cm, je želva pred njim še za 1cm, itd. Torej, želva je ves čas *pred* Ahilom, zato je ta nikoli ne ujame.
3. Nas bo zanimal samo tretji pomen paradoksa: *dokazovanje, da veljata hkrati neka trditev in njena negacija*, t.j. trditvi nasprotna trditev ("brivec se brije in brivec se ne brije").

Paradoks v matematiki

Matematika je *deduktivna* znanost. Pri izgradnji vseh teorij izhajamo iz nekega *sistema osnovnih pojmov* in nekaterih *trditev (aksiomov)*, ki *vežejo* te pojme med seboj in ki jih *ne dokazujemo*. Vse *nadaljnje izreke* v teoriji dokazujemo s pomočjo teh aksiomov po *pravilih sklepanja* in *izpeljevanja*. Poglejmo, kaj se zgodi s teorijo, če se v njej pojavi tak paradoks, kot smo ga opisali v točki 3 prejšnjega poglavja. Torej: iz aksiomov (ki jih imamo za neoporečne) moremo *hkrati* izpeljati trditev in njeno negacijo. Zakon klasične logike *tertium non datur* ("tretje možnosti ni") pove, da je ena od trditev resnična, druga lažna. Tako smo dobili *neresnično* trditev v teoriji, za katero smo predpostavljali, da bo dala samo resnične trditve, saj ima le v tem primeru razlog za nastanek in obstoj. Če bi bilo z našim razmišljanjem vse v redu, bi to pomenilo konec te teorije.

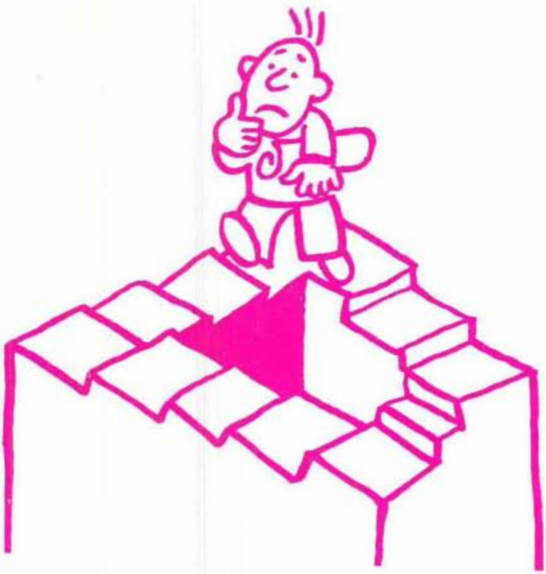
In tako so paradoksi, ki so dotlej služili le za zabavo veselim akademskim družbam, naenkrat postali predmet resnih raziskav.

Začetek krize

Vrnimo se na začetek tega stoletja, v čas, ko so bili odkriti nenavadni paradoksi. Takratno matematiko je ožarjala Cantorjeva* teorija množic, nova genialna teorija, za katero so takrat mislili, da bo postala *temelj vseh matematičnih znanosti*. Pojavljale so se trditve, da se dá iz teorije množic *izpeljati vsaka matematična teorija*. Na področju *aritmetike* je to na primer trdil veliki logik *Frege***, ki ga imajo poleg *Aristotela**** in *Boola***** za enega največjih logikov vseh časov. Toda pota usode so včasih nenavadna. Ko je *Frege* že končaval drugi del svojega življenjskega dela *Osnovni zakoni aritmetike******, je od takrat še neznanega mladega matematika *Russella* prejel kratko pismo s presenetljivimi podatki (Slika 3) V žalostnem *Dodatku* je *Frege* na koncu svoje knjige napisal:

*"Verjetno je najhujše, kar se lahko zgodi znanstveniku, da se mu po zaključku dela podre eden od temeljev zgradbe, na katerih je gradil. Sam sem se znašel v takšnem položaju, ko sem ob zaključku tiskanja knjige prejel pismo gospoda B. Russella. Solatium miseris socius habuisse dolorum******. S tem se tudi*

jaz tolažim, če je to lahko sploh kakšna tolažba, kajti vsak, ki je v svojih dokazih uporabljal teorijo množic, je v istem položaju kot jaz. Ni vprašanje moj posebni način snovanja aritmetike, marveč - ali sploh obstajajo logične osnove aritmetike... Gospod Russell je odkril paradoks, ki ga lahko takole oblikujemo..."



Poglejmo si ta znameniti *Russellov paradoks*, ki je tako presenetil ne le Fregeja, marveč vse tedanje matematike. Za vsako množico X in za vsako reč x velja: ta reč *je* vsebovana v tej množici $x \in X$ ali ta reč *ni* vsebovana v tej množici $x \notin X$. (Pri tem je lahko reč že sama zase množica nekih elementov $x = \{a,b,c, \dots\}$) Zato se lahko za vsako množico S vprašamo ali *je* ali *ni* sama svoj element. Množicam z lastnostjo, *da vsebujejo same sebe kot element*, ($S \in S$) bomo rekli *iregularne*, ostalim pa *regularne* ($S \notin S$). *Vse* regularne množice naj sestavljajo novo množico A. Kakšna je množica A - *regularna* ali *iregularna*? Če je A *regularna* množica, *mora* vsebovati samo sebe kot element, ker vsebuje A *vse* regularne množice. Toda, brž ko A vsebuje samo sebe kot element, je iregularna. Če pa je A *iregularna* množica, vsebuje samo sebe kot element. Toda elementi A so *samo* regularne množice, zato bi bila A regularna.

Tako smo dobili paradoks. Ena od trditev T1: *A je regularna množica* in T2: *A je iregularna množica*, bi morala biti *pravil-*

---

* *Georg Cantor* (1845-1918), nemški matematik, *"Grundlagen der einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre"* (1883) *(op. prev.)*

***Gottlob Frege* (1848-1925), nemški matematik, logik in filozof *(op. prev.)*

****Aristotel(es)* (384 p.n.š.-322 p.n.š.), grški filozof *(op. prev.)*

*****George Boole* (1815-1864), angleški matematik in logik *(op. prev.)*

******Grundgesetze der Aritmetik begriffschriftlich abgeleitet*, Jena, 1903

*******Žalostna je tolažba, da imamo prijatelja v težavah. (lat.)*

na, druga pa *nepravilna*. Toda iz ravnokar navedenega sklepanja sledi, da sta *obe trditvi hkrati* resnični, *brž ko je ena* od njiju resnična.

Bralec je morebiti že sam zaslutil, da je na začetku članka navedeni *paradoks brivca* le poseben - za širše občinstvo izdelan vzorec Russellovega paradoksa.

Kaj sedaj?

Mirno lahko trdimo, da je kriza, ki so jo povzročili paradoksi, največja in najglobja v vsej zgodovini matematike. Seveda, noben matematik po odkritju paradoksov ni opustil svoje ljubezni do matematike. Pravzaprav je velika večina matematikov nemoteno nadaljevala s svojim delom, saj so se ukvarjali predvsem z drugimi problemi in jih vprašanja osnov matematike niso niti preveč zanimala. Za teoretike pa je bil to hud udarec. Vseeno pa so se lotili dela tako, kot da gre za nove, zanimive probleme, ne pa za poraz in uničenje vsega do takrat znanega. In ravno raziskovanje paradoksov je obrodilo bogate rezultate, ki niso bili pomembni samo za matematiko, marveč tudi za logiko nasploh in deloma tudi za filozofijo.

Paradoksi so torej pokazali, da *klasična aristotelska logika* ni zadovoljiva za strogo aksiomatsko izgradnjo matematičnih teorij. Zato so matematiki in logiki iskali drugačne rešitve in jih na srečo tudi našli. Na žalost pa rešitve, ki jih je bilo *več*, *niso popolne*. To je seveda privedlo do *cepitve* logikov na *razne smeri*, ki obstajajo še danes. Vsaka smer ima svoje prednosti in pomanjkljivosti. Lahko rečemo, da ima danes že vsak pomembnejši logik *svoj* pogled na osnove matematike.

Nepoučeni bi se lahko čudil takemu stanju v matematiki, ki jo (po krivem) imenujemo *absolutno*, večno, nespremenljivo in nezmotljivo znanost. Nasprotno, matematika je tako kot vse druge znanosti živa veda, v stalnem razvoju in spreminjanju. Osnovni problemi so še vedno neraziskani in vse večje število različnih pristopov in razlag ter tudi rezultatov samo pospešuje njen burni razvoj.

Sava A. Krstić

Literatura za dopolnilno branje:

Niko Prijatelj: *Uvod v matematično logiko* , Ljubljana 1973
Frane Jerman: *Med logiko in filozofijo*, Ljubljana 1970
Berka, Mleziva: *Kaj je logika*, Ljubljana 1972

PRAVI IN UGANKARSKI KRIPTOGRAMI

Vam beseda kriptográm kaj pove? Nič? Ste morda razvozlali skrivnostni napis na naslovni strani prve številke letošnjega letnika Preseka? Ta napis je lep primer slikovnega kriptograma. Zakaj?

Če sliko, ki na prvi pogled izgleda samo okrasek, dvignete v ravnino oči, se pokaže ime lista - PRESEK. V okrasku je torej skrito neko sporočilo - v tem primeru ime lista - ki ga je treba še poiskati. (Vtis okraska je dosežen tako, da je beseda PRESEK napisana z vseh štirih strani.)

Táko skrito, na neki način šifrirano sporočilo, imenujemo *kriptográm* (kriptos - *grško* skrit, gramma - *gr.* pismenka, črka). Slovensko ime za kriptogram je *skrit napis, skrito pismo ali tajnopis*. Neko sporočilo šifriramo zato, da preprečimo nepoklicani osebi branje sporočila. Šifrirano sporočilo lahko prebere le tisti, ki pozna šifro. Šifra ali ključ je način, s katerim skrijemo pravi tekst sporočila in ga ponovno uporabimo pri branju (dešifriranju) sporočila. S šifriranjem in dešifriranjem sporočil se ukvarja *kriptografija*.

Sistemov za šifriranje (kriptografskih sistemov) je zelo veliko. Ločimo jih v dve veliki skupini. Prvo tvorijo *dislokacijski ali porazdelitveni sistemi*, drugo pa *substitucijski ali zamenjalni sistemi*. Pri porazdelitvenih sistemih originalne elemente teksta (črke, zloge, besede) porazdelimo oziroma premestimo tako, da lahko njihov pravilni vrstni red ugotovi le tisti, ki pozna uporabljen ključ porazdelitve. Pri zamenjalnih sistemih pa elemente originalnega teksta (črke, zloge, besede, celo cele stavke) zamenjamo po nekem določenem ključu (pravilu) s povsem drugačnimi znaki, črkami ali besedami. Možen je tudi *mešani kriptografski sistem* - na istem tekstu najprej uporabimo zamenjalni sistem in nato še porazdelitvenega.

Tisti, ki ga zanima vsebina šifriranega sporočila, pa ne pozna šifre, skuša odkriti šifro z raznimi metodami. Tako so se razvili *dešifrirni (dekriptažni) sistemi*. Za šifriranje in dešifriranje uporabljajo posebne besednjake (kodekse), razne matematično - statistične metode, delo pa olajšujejo mehanske in elektronske naprave (avtomatski šifrerji in dešifrerji).

Kriptografijo uporabljajo tam, kjer je potrebno zagotoviti tajnost sporočil, to je predvsem v vojski, tajni diplomaciji, obveščevalni službi in drugod. Na teh področjih so tudi prvič uporabili kriptografske postopke. Poznali so jih že stari Grki (Špartanci so pošiljali svojim vojaškim diplomatskim predstavnikom sporočila z nepomembno vsebino na pergamentnih lističih, te lističe so odposlanci ovili okrog palice določenega premera in po dolžini palice prebrali zaupno sporočilo, ki se je tako razkrilo) in Rimljani (rimski pisec Svetonij navaja, da je Cezar v času svojega bivanja v Galiji pošiljal svojim pristašem v Rimu šifrirana sporočila), njihov razvoj pa se je nadaljeval v srednjem veku. Takrat so se pojavili tudi prvi teoretski zapisi o kriptografiji (Anglež Roger Bacon, Italijan Cicco Simonetta, Nemec Johannes Trithemius), pa tudi kasneje so se s kriptografijo ukvarjali številni matematiki in kriptologi (Italijan Gerolamo Cardano, Francoz Blaise de Vigenère, Anglež Francis Bacon, Francoz Antoine Rossignol, Nemec J. L. Klüber in drugi.). V novejšem času se je kriptografija posebno razmahnila z uvedbo telegrafije in radiografije ter sodobnih telekomunikacijskih sistemov (Morsejeva abeceda je primer šifrirane pisave).

Zanimive kriptografske metode najdemo tudi v delih znanih pisateljev. Za svoje zgodbe so jih uporabili n.pr. ameriški pesnik in pisatelj Edgar Allan Poe ("Zlati hrošč"), Francoza Jules Verne ("Popotovanje v središče Zemlje") in Honoré de Balzac ("Fiziologija zakona"), Anglež Conan Doyle ("Plesalec"), in še kdo.

Ugankarski kriptogrami

Kriptograme smo zaradi njihove "ugankarske narave" prevzeli tudi v ugankarstvo. V enigmatiki (ugankarstvu) jih ločimo po obliki na *besedne kriptograme* in *slikovne kriptograme*, poznamo pa tudi kombinacije obeh osnovnih vrst. Sestavljamo jih na osnovi dislokacijskih in substitucijskih kriptografskih sistemov, uporabljamo pa še številne druge, predvsem za ugankarstvo značilne prijeme.

Skrit napis ali kriptogram je zelo zanimiva uganka, ki ima neko posebnost. Kriptogram je namreč edina uganka, za katero ni mogoče povedati splošno veljavnega pravila za reševanje, ampak se vsak kriptogram rešuje drugače. Ta posebnost je posledica dejstva, da ima kriptogram pravo vrednost le, če je šifra enkratna - torej pri vsakem kriptogramu drugačna. Ključ, ki vodi do rešitve, je treba poiskati vsakokrat znova.

Naloga reševalca kriptograma je podobna nalogi dešifrerja - odkriti mora šifro, da bo lahko prebral rešitev uganke. Sestavljalec skritega napisa seveda ne sme uporabiti "nerešljive šifre", uganko sme zaplesti le toliko, da reševalec s splošnim znanjem, ostrim opazovanjem, kombiniranjem in logičnim sklepanjem lahko najde pot do rešitve. Pri tem mu je v pomoč le tole skopo navodilo: *rešitev ugankarskega kriptograma je ena ali več besed ali cel stavek (pregovor, misel). V navedenih besedah ali risbah kriptograma mora reševalec poiskati črke (ali zloge ali črkovne skupine), ki sestavljajo rešitev. Katere so te črke (zlogi, črkovne skupine) in v kakšnem vrstnem redu jih je treba odbirati, pa pove ključ (šifra) kriptograma.* Pri iskanju ključa je treba paziti na vsako malenkost, primerjati med seboj "podatke" uganke, upoštevati več možnosti reševanja, izločati nemogoče kombinacije, paziti na slepilne vložke in se tako postopoma približevati rešitvi uganke.

Pri ugankarskih kriptogramih lahko rešitev celo nekoliko nakažemo. Pri kvalitetnih ugankarskih kriptogramih je namreč rešitev uganke smiselno (tematsko) povezana z elementi uganke. Ta povezava pa ni obvezna, v mnogih primerih niti ni izvedljiva. Če bi npr. risba uganke prikazovala geometrijske like, bi bila tudi rešitev uganke geometrijski pojem. To sicer nasprotuje ideji pravega kriptograma, kjer je treba sporočilo čim bolj zakriti, dovoljeno pa je pri ugankarskem kriptogramu, saj je le rešljiva uganka smiselna za reševalca.

Slikovni kriptogram se od besednega razlikuje po tem, da so namesto besed sličice ali ena sama slika. Elementi slikovnega kriptograma so lahko brez oznak, lahko so označeni s črkami (zlogi, črkovnimi skupinami) ali pa so črke razporejene posebej. Lastnosti in značilnosti narisanih elementov - njihova velikost, razporeditev, lega, njihovo število, smer, v katero kažejo in podobno, povedo reševalcu, v katerem vrstnem redu mora upoštevati črke, da bo prebral rešitev uganke. Najtežji so "čisti" slikovni skriti napisi (brez oznak), kjer je treba najprej poiskati v risbi skrite besede, iz katerih nato po ključu odvzemamo prave črke (zloge, črkovne skupine).

Iz vsega povedanega in iz primerov, ki jih boste reševali, sledi, da potrebujemo za reševanje kriptogramov precej iznajdljivosti, sposobnost logičnega mišljenja in sklepanja, znati moramo dobro opazovati, stalno primerjati dejstva, biti moramo potrpežljivi in imeti nekoliko domišljije. Vse te lastnosti potrebujemo tudi na drugih področjih človekovega delovanja in zato je prav, da jih razvijamo.

Za to številko smo vam pripravili šest kriptogramov (glej str. 159). Najprej jih poskusite rešiti brez pomoči, ker pa v začetku verjetno ne bo šlo, si oglejte rešitve na strani 188. V prihodnjih številkah pa se boste s kriptogrami še srečali.

Pavle Gregorc

NALOGE Z ELEKTRIJADE

1) Nariši črto, ki ima samo en konec! Ali je mogoča?
2) V avtomobilu sta mož in žena. Prvo polovico poti vozi žena s hitrostjo 60 km/h, drugo polovico pa mož. S kakšno hitrostjo mora peljati mož, da bo skupna povprečna hitrost 120 km/h ?
3) Sestaviti hočemo verigo iz štirih delov, ki jih vidite na sliki

   Koliko bi plačali, da bi jo kovač skoval, če zaračuna za vsak obroček, ki ga razklene in zopet sklene, pet dinarjev?
4) Spomladi kupimo 5 kg jagod, v katerih je 99% vode. Spravimo jih v zmrzovalnik, jeseni jih vzamemo ven, odtajamo in ugotovimo, da vsebujejo le še 98% vode. Koliko tehtajo jagode jeseni?

Stanislav Hrovat

SREČNO NAKLJUČJE

Z Zemlje se nam Luna in Sonce zdita enako velika. Da je to približno res, je seveda golo naključje. Naključja pa tudi včasih obrnemo v svoj prid. Kaj lahko v tem primeru dobimo?
(Glej odgovor na strani 144)

Karel Bajc

KAKO SE JE GODILO ŠTEVILU π

1. DEL

Človek je že davno v prazgodovini opazil, da je obseg kroga nekako trikrat večji kot njegov premer. Ta podatek je služil pletarju, ki je zvijal šibe v okrogle koše, pa kolarju, ki je izdeloval kolesa za bojne vozove.

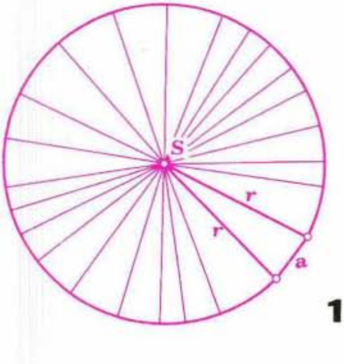
V starih kitajskih knjigah, papirusih Indije in Egipta ali na glinastih ploščicah Mezopotamije je moč srečati naloge, ki zahtevajo računanje obsega kroga, ali obratno, premer kroga pri znanem obsegu. Tole so na primer našli na ploščici s klinastimi znaki:

Če je krožnica 60, *je tretjina od* 60 *enaka* 20. *To je premer.*

Tu že opazimo napredek od čisto obrtniškega navodila, čeprav se je tedanja matematika zadovoljila z nekaj rešenimi primeri, od koder je učenec sam razbral splošno pravilo. Dandanes si moramo zapomniti le formulo $o = \pi d$ in vedeti, da pomeni o obseg in d premer kroga. Kaj pa pomeni grška črka π (pi)? No, to pa je, kot vsi dobro vemo, stalno razmerje med obsegom in premerom kroga, ki znaša približno 3,14.

V Egiptu so učenjaki prvič opazili, da število 3 ne predstavlja popolnoma natanko tega razmerja. Resda je bilo v Egiptu število π skrito v drugačno preobleko. Egipčani so se dosti ukvarjali z merjenjem ploščin; vemo pa, da pomeni π tudi razmerje med ploščino kroga in kvadrata, ki ima za polmer stranico. Ali s formulo $p = \pi r^2$.

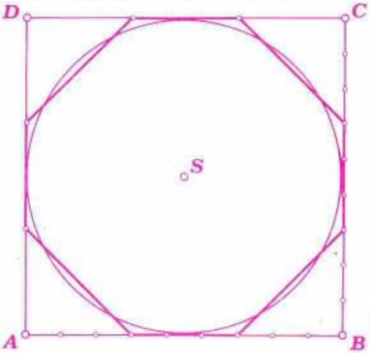
Ali je kaj presenetljivega v tem, da se število π pojavlja v obeh formulah, za obseg in za ploščino kroga? Ne, seveda ne. Kar oglejmo si sliko 1. Ploščino kroga si sestavimo iz velikega števila krožnih izsekov. Če je izsek dovolj majhen, ga mirno lahko nadomestimo s trikotničkom. Višina trikotnička je enaka polmeru r, osnovnico označimo z a. Ploščina mu je tedaj $ra/2$. Da dobimo ploščino kroga, moramo sešteti ploščine vseh izsekov-trikotničkov.



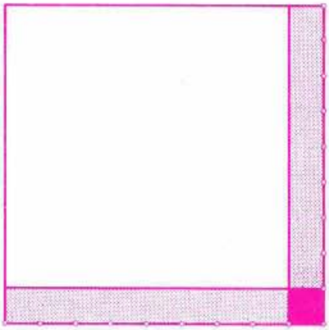
1

če v vsoti izpostavimo $r/2$, nam ostane ravno vsota vseh osnovnic, to je pa natanko obseg kroga $o = 2\pi r$. Po krajšanju z 2 imamo $p = \pi r^2$.

V znamenitem Rhindovem papirusu je izračunana ploščina kroga, ki ima premer 9 hetov*. Oglejmo si sliko 2. Ploščina kroga je (seve približno) enaka ploščini osmerokotnika, ki ga dobimo, ko odrežemo kvadratu $ABCD$ vogale - enakokrake pravokotne trikotnike s stranico treh hetov. Ploščina celega kvadrata je enaka 81 setov**, ploščina vseh štirih odrezkov je enaka dvojni ploščini kvadrata s stranico 3 hetov, to je 18 setov. Približno bi bila tedaj ploščina kroga enaka 63 hetom. Vendar pa je neznani računar vzel rajši rezultat 64 hetov. Poglejmo zakaj. No, morda se mu je kar takole na oko zdelo, da je ploščina kroga le nekoliko večja kot ploščina osmerokotnika. Prav gotovo mu je bilo pa važno, da je dobil lep rezultat: krog ima isto ploščino kot kvakvadrat s stranico 8 hetov. Tudi do tega rezultata je prišel s pomočjo risbe - slika 3. Ploščini obeh kvadratov je odvzel tako, da je od velikega kvadrata s stranico 9 hetov odrezal dva pravokotnika, ki sta vsak zase ploščinsko enaka kvadratu s stranico 3 hetov. Resda je pri tem štel potemnjeni kvadratek v preseku obeh pravokotnikov dvakrat, a to ga ni motilo glede na približnost računa in lepi rezultat. Saj je vendar ostal kot ploščinsko enak krogu spet kvadrat, tokrat s stranico 8 hetov.



2


3

Kakšen je približek za število π dobimo iz zgornjega egipčanskega računa. Polmer kroga je enak $r = 9/2$, njegova ploščina $p = \pi . 81/4$. Po Rhindovem papirusu bi bilo to enako 64, torej

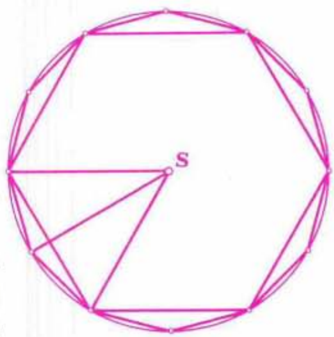
$$\pi . \frac{81}{4} = 64 \quad \text{ali} \quad \pi = 4 . \frac{64}{81} = 4 . \left(\frac{8}{9}\right)^2$$

* het = egipčanska dolžinska mera
** set = kvadratni het

če izračunamo dve decimalki, dobimo približek za π enak 3,16, kar je resda za celi dve stotinki preveč, a napredek od približka $\pi = 3$ je velikanski.

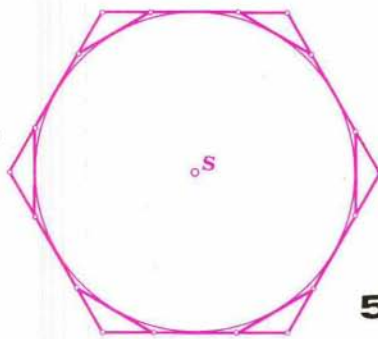
Plamenico znanosti so od Egipčanov prevzeli Grki. Matematika jim ni pomenila več samo zbirke receptov za računanje in zemljemerstvo, ampak so jo predelali v logičen sistem, kjer je bilo treba vsako trditev dokazati, izvesti iz nekaj osnovnih, očitnih resnic - aksiomov. Ploščine kroga se je lotil eden največjih umov antike - Arhimed iz Sirakuz (287-212 p.n.š.). Bilo je to tisočletje in pol po nastanku Rhindovega papirusa.

Poglejmo, kako je računal Arhimed! Na sliki 4. vidimo krog polmera a in vanj včrtan pravilni šestkotnik. Obseg šestkotnika je nekoliko manjši kot obseg kroga. Enak je $6a$. Če bi iz tega približka izračunali število π, bi dobili prastari rezultat $\pi = 3$. Če namesto pravilnega šestkotnika vzamemo pravilni dvanajstkotnik, dobimo boljši rezultat, ki pa da za število π še vedno premajhno vrednost. Krogu očrtani šestkotnik ima večji obseg od kroga, očrtani dvanajstkotnik ima spet manjši obseg od šestkotnika, še vedno pa seveda večjega od kroga (slika 5).



4

Arhimed je nadaljeval to igro z včrtanim in očrtanim 24-kotnikom, 48-kotnikom in 96-kotnikom. Dobil je na ta način zgornjo in spodnjo oceno za število π. Njegov rezultat se glasi: *Število* π *je večje od* $3\frac{10}{71}$ *in manjše od* $3\frac{1}{7}$. Posebno zadnji približek $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ je dobro znan in ga še danes često uporabljamo kot nadomestek števila π, saj je ličen ulomek, kjer ne števec ne imenovalec nista preveliki števili.



5

Pomen Arhimedovega računa pa je dalekosežnejši od samega približka. Dve stvari sta, ki dvigata njegovo delo visoko nad račun iz Rhindovega papirusa. Arhimed je podprl svoj račun z dokazom in se ni zadovoljil le s približno skico; njegova metoda daje možnost - če je računar dovolj vztrajen in natančen - izračunati število π poljubno natančno.

Skoraj celih dva tisoč let se znanje o številu π ni premaknilo bistveno naprej od Arhimedovih spoznanj. Resda so v tem času izračunali precej boljših približkov od Arhimedovih 22/7, vendar je metoda računanja ostala njegova.

Od helenskih matematikov po Arhimedu velja omeniti še Ptolemeja iz Aleksandrije (približno leta 150 p.n.š.). V znameniti knjigi Syntaxis mathematica je navedel tablico tetiv za kote od 0° do 180° in sicer s korakom pol stopinje. Od tod je izvedel tudi vrednost za število π. Dal je približek 377/120, ki se ujema s pravo vrednostjo π = 3,1415926.. že na štiri decimalke.

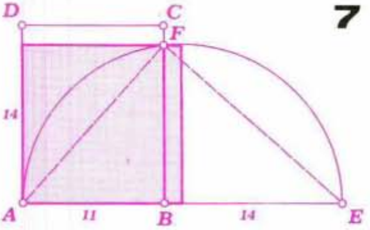
6

Arhimed

Grki so bili hudi matematični puristi. Rešitev kake geometrijske naloge so priznali le, če je bila konstrukcija izvedena z ravnilom in šestilom. Tako so se lotili tudi kroga in nastal je znameniti problem kvadrature kroga, ki zahteva: samo s šestilom in ravnilom pretvori dani krog v ploščinsko enak kvadrat. Recimo, da ima krog polmer r, iskani kvadrat stranico a; potem je $\pi r^2 = a^2$ in $a = r\sqrt{\pi}$. Ta račun nam pokaže, da je rešitev naloge o kvadraturi kroga močno odvisna od števila π. Ker pa je naloga tako enostavno formulirana - rešitev pa sploh ni enostavna - so se je lotevali nešteti matematiki in "matematiki". Kvadratura kroga je postala že prava bolezen in je povzročila poplavo člankov z "rešitvami", dokler ni končno Lindemann leta 1882 dokazal, da je naloga nerešljiva.

Rimljani, ki so za Grki prevzeli vodilno politično in gospodarsko vlogo v Sredozemlju, niso dali matematiki ničesar novega. A prava nesreča za znanost se je začela z nastopom srednjega veka. Zanimanje za vse vede, tudi za matematiko, je upadlo. Samostani so sicer še hranili primerke starih grških knjig, a bral in razumel jih ni več nihče.

Oglejmo si, kako so se lotili kvadrature kroga v srednjem veku. Iz oslovske kože ali iz pergamenta so izrezali krog s premerom 14 palcev in pravokotnik s stranicama 11 in 14 palcev. Izrezana lika so potem položili na skodelici tehtnice in ker je bila le-ta v ravnovesju, so sklepali, da imata oba lika enako ploščino. Seveda, če vzamemo približek $\pi = 22/7$, res dobimo za ploščino kroga $(22/7).7^2 = 22.7 = 11.14$, torej isto ploščino, kot jo ima pravokotnik. In tudi tehtanje likov kot raziskovalni pripomoček bi bilo čisto v redu, če ne bi poznali že veliko boljšega Arhimedovega postopka. Ker tedanji matematiki niso razumeli, da je 22/7 le približek, so menili, da nastopi težava šele zdaj, ko je treba pravokotnik pretvoriti v ploščinsko enak kvadrat. Vemo pa, da je ta naloga otročje lahka. Kar poglejmo na sliko 7. Pravokotnik $ABCD$ ima stranici 11 in 14. Na podaljšek stranice AB nanesemo daljico $BC = 14$ in dobimo točko E. Nad daljico AE narišemo polkrog. Ta seka daljico BC v točki F in daljica BF je stranica iskanega kvadrata $BF = \sqrt{11.14}$ (višinski izrek v pravokotnem trikotniku AEF).



7

Žal pa so se dogajale v tem temnem času z matematiko še hujše reči. Ker je na nekem mestu v Bibliji omenjeno starodavno obrtniško navodilo, da je obseg kroga trikrat večji od premera, so se takoj našli učenjaki, ki so z Biblijo v roki dokazovali, da je $\pi = 3$!

Peter Petek

MATEMATIKA

REŠITVE NALOG

OTROKOVE TEŽAVE PRI IGRANJU - rešitev s strani 149.

Če bi iz vseh malih kock sestavili kvadrat, bi malih kock bilo n^2 (kjer je n naravno število, ki nam pove, koliko kock tvori rob tega kvadrata). Če bi nam uspela velika kocka, bi bilo vseh malih kock n^3.

Otroku je uspela velika kocka brez enega roba. Ima torej $n^3 - n$ malih kock. Razstavimo ta izraz:

$$n^3 - n = n.(n^2 - 1) = n.(n - 1).(n + 1) = (n - 1).n.(n + 1)$$

Zadnji izraz nam pove, da je število kock enako zmnožku treh *zaporednih* naravnih števil. Med tremi zaporednimi naravnimi števili pa je eno ali dve sodo, deljivo z dva. Sledi, da je tudi iskano število deljivo z dva.

Med tremi zaporednimi naravnimi števili je natanko eno, ki je deljivo s tri. Sledi, da je tudi iskano število deljivo s tri. Če pa je deljivo z dva in s tri, je deljivo tudi s šest.

"Velika kocka brez roba" je torej vedno deljiva s šest. Ali velja tudi obratna trditev: Če je število malih kock deljivo s šest, ali jih je vedno mogoče razporediti v veliko kocko, ki ji manjka rob?

SREČNO NAKLJUČJE - rešitev s strani 138

Če se nam omenjeni nebesni telesi dozdevata enako veliki, pomeni, da ju vidimo pod istim zornim kotom. Če spojimo opazovalčevo oko s krajišči Luninega premera in prav tako s krajišči Sončevega premera, dobimo dva trikotnika.

Ta dva trikotnika se ujemata v zornem kotu. Ker pa sta povrh še oba enakokraka, se ujemata v vseh kotih. Zato sta si podobna. Sledi veljavnost sorazmerja:

razdalja Zemlja-Luna : razdalja Zemlja-Sonce = premer Lune : premer Sonca

Če poznamo tri od teh štirih količin, lahko izračunamo četrto. Navadno se spominjamo povprečne razdalje Zemlja-Luna = 380.000 km, razdalje Zemlja-Sonce = 150.10^6 km in Luninega premera = 3.500 km. Če vse to vstavimo v gornje sorazmerje, dobimo za iskani Sončev premer okroglo 1.380.000 km.

Če dobljeno število primerjamo z razdaljo Zemlja-Luna, ugotovimo, da bi v votlem Soncu Luna lahko krožila okoli Zemlje v nespremenjeni razdalji. Nič posebnega, ko pa so zvezde (rdeče velikanke), v katerih bi našel prostora naš planetni sistem tja do Saturna.

Ob koncu pa še vprašanje: Kaj mislite se mora zdeti večje z Luninega površja, Zemlja ali Sonce?

Karel Bajc

NALOGE Z ELEKTRIJADE - REŠITVE s strani 144

1)

2) Naloga ni rešljiva, ker porabi žena za prvo polovico poti ves razpoložljivi čas.

3) Plačamo 10 dinarjev - kovač razklene del z dvema obročkoma, ki ju porabi za povezavo.

4) Jeseni tehtajo jagode 2,5 kg. Suha snov se namreč ohrani; in ker je le-ta predstavljala spomladi 1% celotne teže, jeseni pa že 2%, se je morala celotna teža zmanjšati za polovico.

Stanislav Hrovat

FIZIKA

KAJ JE ENERGIJA ?

Pri poučevanju in pri učenju fizike ne kaže postavljati v ospredje *definicij*. Mnogo bolj kot ob definicijah si pridobivamo znanje in razumevanje ob opisovanju *pojavov* in uporabi *zakonov*. Pogosto katerega izmed pojmov tudi ni mogoče definirati, ne da bi hkrati definirali druge. Pojmi v fiziki so kot vozli v mreži: vsak vozel je povezan z večjim številom drugih. Niso kot vozli na ravni vrvici, na kateri je pred vsakim vozlom eden in za njim eden.

Včasih pa se znajde fizik v položaju, ko se ne more izogniti definiciji. Do tega pride na primer pri sestavljanju slovarjev in leksikonov. Pri splošnih slovarjih in leksikonih opravijo delo navadno tudi pri fizikalnih pojmih nefiziki - z večjo ali manjšo srečo (Sl.1). Pri strokovnem leksikonu pa čaka celo izkušenega fizika veliko težav. Dodatna težava izvira še iz zahteve po jedrnatosti definicije. Vse kaže, da moramo biti s slovarji in leksikoni zadovoljni že, če dajo pravi vtis in če v

energija -e ž 1. v fiziki veličina, s katero merimo količino gibanja teles (pri vseh oblikah gibanja ostane količina energije ista; zakon o ohranitvi energije, ki izraža enotnost materialnega sveta, je osnovni zakon narave).
Verbinc, *Slovar tujk*

energija 2. zaloga dela, zmožnost za delo. V mehaniki ločimo gibalno energijo in potencialno energijo (e. lege) teles. Tudi neka oblika energije, vezane na električne naboje, je potencialna energija, druga oblika električne energije pa ni vezana na naboje, ampak skupno z magnetno energijo predstavlja elektromagnetno energijo elektromagnetnega polja; k njej spada tudi svetloba. Energije se ne da niti ustvariti niti uničiti (zakon o energiji), ampak jo spreminjati iz ene oblike v drugo. Vsaki masi ustreza določena energija in vsaki energiji določena masa.
Leksikon Cankarjeve založbe (prevod *Volksbrockhausa*)

Sl.1 *"Energija"* v *Slovarju tujk* F. Verbinca (Cankarjeva založba, Ljubljana 1968), str. 184 (a) in v *Leksikonu Cankarjeve založbe* (Ljubljana 1973), str. 229 (b).

njih ni preočitnih laži. Trditve, ki ne zajemajo podrobnosti ali niso popolnoma splošne in kaj zamolčijo, pa so skoraj neizbežne.

Take misli so me obhajale, ko sem pregledoval rokopis prevoda malega fizikalnega leksikona založbe Herder, ki ga namerava izdati Cankarjeva založba. Tedaj - zaradi naštetih težav sem delal s precejšnjim odporom - mi je šinila v glavo neka misel. Ali ne bi bilo poučno za učence in dijake, ki jim je leksikon namenjen, če bi jim podrobneje razčlenil katero od definicij? Tako bi se bolje seznanili s tistim pojmom, pogledali v ozadje definicije in spoznali, čemu lahko služijo leksikoni in kakšne meje so jim postavljene.

Kar samo od sebe se je vsililo geslo *"energija"*. To je eden od najpomembnejših pojmov v fiziki; nekaterih ni strah napisati, da je najpomembnejši. V novi izdaji ameriškega srednješolskega učbenika PSSC (Physical Science Study Committee), katerega prva izdaja je znana pri nas po srbskohrvaškem prevodu, teče energija kot rdeča nit od začetka do konca.

V originalu Herderjevega leksikona (Sl.2) energija ni posrečeno razložena. Trditev, da je energija zmožnost za opravljanje dela ali zaloga dela, močno zavaja, čeprav jo srečamo tudi drugje. Če bi držala, danes še ne bi bilo skrbi o pomanjkanju energije v prihodnosti. R.L. Lehrman je v članku *Energija ni zmož-*

energija (iz grškega - *energeia*, delavnost, sila) zmožnost sistema, da opravi delo, njegova delazmožnost. Oblike energije, ki jih lahko spreminjamo drugo v drugo, so po ohranitvenem izreku za energijo v določenem razmerju, ki ga podaja *energijski ekvivalent*(→ ekvivalentnost). Oblike mehanske energije: *potencialna energija* zaradi lege telesa v gravitacijskem polju ali drugem polju sil ali zaradi prožnostne deformacije (vzmet). *Kinetična energija*(→ energija gibanja) zaradi translacije ali vrtenja telesa z dano hitrostjo, sem sodi tudi kinetična energija neurejenega gibanja molekul, ki se kaže kot *toplotna energija* (oziroma temperatura), energija, ki je potrebna za nastanek električnih in magnetnih polj, *energija sevanja* elektromagnetnega valovanja in *energija električnega toka*, ki se v splošnem spremeni v Joulovo toploto. *Kemijska energija* izvira od električnih polj v elektronskih oblakih atomov in molekul, atomska energija, bolje *jedrska energija*, pa izvira od polj v notranjosti atomskih jeder. Po → teoriji relativnosti sta → masa in energija med seboj ekvivalentni (→ ekvivalentnost). Enote za energijo so → joule → erg oz. → elektronvolt.

Sl.2 *"Energija"* v Herderjevem leksikonu *Fizika* (skoraj dobeseden prevod iz nemščine). Puščice (kazalke) opozarjajo, da je vredno poiskati v leksikonu ustrezna gesla za dodatna pojasnila.

*nost za opravljanje dela** nekoliko zajedljivo ugotovil, da bi na kratko smeli energijo definirati le kot zmožnost za oddajanje toplote. Dvomim, da bi bil kdo zares zadovoljen s to definicijo.

Poskusimo sestaviti definicijo, ki ne bo zavajala, ne bo napačna in ne bo predolga (Sl.3). Po formalni logiki naj vsebuje definicija nadrejeni pojem in značilnosti, po katerih se naš pojem razločuje od drugih pojmov svoje vrste. Energija je *fizikalna količina* - mirno lahko pristavimo ena od najpomembnejših. Zanjo je značilno, da nastopa v *energijskem zakonu*, ki je tudi eden najimenitnejših zakonov. Toda to je ne opredeljuje dovolj.

Pomudimo se ob energijskem zakonu, ki daje energiji njeno veljavo. Preden uporabimo ta zakon, se moramo dogovoriti, kaj bomo šteli k *sistemu*. Tako pravimo telesu ali skupini teles, za katera se zanimamo. Vsa druga telesa štejemo k *okolici*. *Energija sistema* je skupna energija vseh teles v sistemu. Sistem lahko izmenjuje energijo z okolico: lahko prejme energijo iz okolice in se mu energija poveča, lahko pa energijo okolici odda in se mu energija zmanjša.

Sistem izmenja energijo z okolico kot *delo*, kot *toploto* ali kot delo in toploto. *Toplotno izoliran sistem* prejme delo, ko zunanja sila katerega izmed teles iz okolice premakne telo v sistemu v svoji smeri.

<u>energija</u> , ena izmed najpomembnejših fizikalnih količin, nastopa v → energijskem zakonu: sprememba *polne energije* sistema je enaka vsoti dovedenega dela in dovedene toplote. Polno energijo sestavljajo → *kinetična energija*, ki jo ima telo zaradi svojega gibanja, → *potencialna energija*, ki jo ima telo zaradi svoje lege glede na druga telesa, delujoča nanj z gravitacijsko silo (*težnostna potencialna energija*) ali z električno silo (*električna potencialna energija*), → *energija električnega polja*, ki jo ima električno polje, → *energija magnetnega polja*, ki jo ima magnetno polje, → *notranja energija* , ki jo ima telo zaradi svojega stanja, → *lastna energija*, ki jo ima telo zaradi svoje lastne mase... Kinetična, potencialna energija in nekatere druge energije so "zaloga dela": telo delo prejme, ko se mu poveča energija, in ga lahko v celoti zopet odda, ko se mu zmanjša energija. Za notranjo energijo ta trditev ne velja, če jo izkoriščamo s → toplotnimi stroji. → entropijski zakon → ireverzibilnost. Enota za merjenje energije je → joule.

Sl.3 *"Energija"* v slovenski izdaji Herderjevega leksikona *Fizika*

* R.L. Lehrman, *Energy is not the ability to do work*, The Physics Teacher, <u>11</u> (1) (1973) 15.

ENERGIJSKI ZAKON

$$W_2 - W_1 = A + Q$$

spremenba polne energije = dovedeno delo + dovedena toplota

$$(W = W_k + W_p + W_n + \ldots)$$

polna energija = kinetična energija + potencialna energija + notranja energija

TOPLOTNO IZOLIRAN SISTEM $Q = 0$

$$W_2 - W_1 = A$$

Delo se porabi za segrevanje vode

$$W_{n2} - W_{n1} = A$$

(vpeljava notranje energije)

SISTEM, KI MU NE DOVAJAMO DELA $A = 0$

$$W_2 - W_1 = Q$$

Lonec vode na kuhalniku

$$W_{n2} - W_{n1} = Q$$

(vpeljava toplote)

IZREK O OHRANITVI ENERGIJE

SISTEM, KI MU NE DOVAJAMO NE DELA NE TOPLOTE

$$Q = 0, \quad A = 0$$

$$W_2 = W_1$$

ali

$$W_{k2} + W_{p2} + W_{n2} + \ldots = W_{k1} + W_{p1} + W_{n1} + \ldots$$

Sl.4 Energijski zakon in izrek o ohranitvi energije

Sistem, na katerem zunanje sile ne opravijo dela, pa prejme toploto, ko ga spravimo v stik s toplejšim telesom iz okolice.

Doslej smo govorili o *polni energiji* sistema. To je vsota večjega števila členov - *energij* -, ki jih nekaj naštejmo. *Kinetično energijo* ima telo zaradi gibanja. *Potencialno energijo* ima telo zaradi svoje lege glede na druga telesa, ki delujejo nanj s silo, na primer z gravitacijsko silo ali z električno silo. *Površinsko energijo*** ima gladina kapljevinskega telesa zaradi površinske napetosti. *Prožnostno energijo*** ima prožno telo zaradi spremembe oblike. *Notranjo energijo**** ima telo zaradi svojega stanja, ki ga določajo tlak, temperatura, prostornina, koncentracije sestavin in morda še druge termodinamične spremenljivke. *Lastno energijo* ima telo zaradi svoje lastne mase...

V izbranem primeru obdržimo v energijskem zakonu (Sl.4) samo tiste od naštetih energij, ki se v tem primeru spremenijo. V mehaniki sestavljata polno energijo kinetična in potencialna energija (poleg tega ni izmenjavanja toplote). V termodinamiki je polna energija navadno kar enaka notranji energiji. Lastno energijo je treba upoštevati samo pri jedrskih reakcijah in reakcijah med osnovnimi delci...

Posebna oblika energijskega zakona je *izrek o ohranitvi energije*. Velja za sistem, ki ne dobi iz okolice niti dela niti toplote. Polna energija takega sistema je konstantna. Energijski zakon pove več kot ta izrek. Vendar je izrek zelo pomemben, ker izrecno zagotavlja, da energije ni mogoče ustvariti iz nič in je ni mogoče uničiti. Pravzaprav so prišli do zakona preko izreka. Količino, za katero velja izrek o ohranitvi, je J. Bernoulli 1717 prvič imenoval *energijo*.

Janez Strnad

** Površinska in prožnostna energija sta pravzaprav dela notranje energije, ki ju sistem lahko vedno v celoti odda kot delo.
*** Govorjenje o kaki *"toplotni"*, *"kemijski"* ali podobni *energiji* je napačno.

OTROKOVE TEŽAVE PRI IGRANJU

Otrok se igra s kockami; postavlja jih eno k drugi, eno na drugo. Njegov cilj je velika kocka, sestavljena iz samih malih, osnovnih kock. Nima sreče: natanko en rob malih kock mu zmanjka, ko je na tem, da dopolni veliko kocko.

Dokažite, da je število vseh malih kock deljivo s 6 !

Karel Bajc

NIKOLA TESLA - RAZSIPNI GENIJ
2. DEL

Frekvenca izmeničnega toka, s katerim je dosegel Tesla prve uspehe, je bila 60 s^{-1}. Navdušen je pričakoval še mnogo več od električnih tokov z višjimi frekvencami. V mislih je snoval električne generatorje s frekvencami, ki bi segale vse do svetlobnih frekvenc.

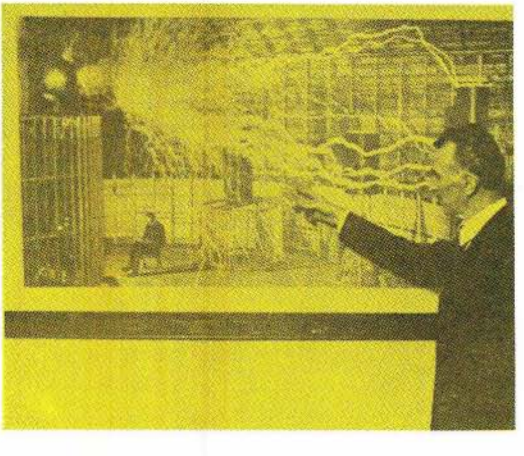
Najprej je frekvence povečeval z dodajanjem vedno večjega števila magnetnih polov. Njihovega števila pa ni nikdar povečal preko 384 tako, da so bile frekvence električnih tokov, ki jih je na ta način lahko proizvajal, nekako 10 kHz. Ko je raziskoval lastnosti teh tokov, je odkril, da lahko transformator pri teh frekvencah deluje že brez železnega jedra.

1881 pa je odkril popolnoma novo metodo za generiranje visokih frekvenc. Najbolje jo razložimo na osnovi sheme. Napetost dinamostroja najprej transformiramo. Sekundarna tuljava tega transformatorja napaja preko stikala nihajni krog, ki ga sestavljata kondenzator C in tuljava L. Iskrišče služi tu kot stikalo. Vsi elementi so izdelani tako, da imajo čim manjši ohmski upor. Pri vsakem preskoku iskre v nihajnem krogu zaniha napetost. Napetost te frekvence se inducira tudi v koaksialni tuljavi L'. Tuljavi L in L' sta neke vrste transformator brez železnega jedra, ki sta danes znani kot Teslov transformator. Tesla je preizkusil različne izvedbe. Najbolj se je navduševal za izvedbo, s katero je dosegel frekvence do 100 kHz.

Lastnosti visokofrekvenčnega toka je Tesla demonstriral na velikem številu predavanj. Morda je ena od najbolj presenetljivih lastnosti kožni pojav. Tok ni porazdeljen po vsem preseku vodnika ampak le na njegovem površju. Visokofrekvenčni tok ni nevaren človeku. To je Tesla dokazoval na vseh svojih predavanjih. Jakost toka je bila dovolj majhna zaradi uporabe transformatorja, s katerim je napetost več stotisočkrat povečal. Poslušalce je o tem prepričeval tako, da je pustil teči tokove skozi svoje telo.

Na teh predavanjih je nakazoval tudi možnosti uporabe teh tokov. Predvidel je fluorescenčne žarnice, rentgenske žarke, katodno cev in še mnogo drugih naprav, ki smo jih v resnici začeli uporabljati dosti kasneje. Za široko javnost je postal skoraj čarovnik na svetovni razstavi v Chicagu 1893. S to razstavo je Amerika proslavljala 400-letnico. Po Teslinih načrtih so postavili električno centralo, ki je dajala dovolj energije za razsvetljavo in stroje na razstavi. Svoja odkritja je kazal obiskovalcem razstave.

Na majhni mizici je imel kovinsko jajce. Pod njo je ustvaril vrteče se magnetno polje in jajce na mizici se je začelo vrteti z veliko kotno hitrostjo. Steklene cevi z razredčenim plinom, ki jih je držal v rokah ali pa so kar visele v zraku, so svetile. Danes vemo, da je s svojim transformatorjem dobil visokofrekvenčno elektromagnetno polje, zaradi česar se je v ceveh inducirala dovolj visoka napetost, da so lahko svetile.



Tesla razkazuje posnetek eksperimenta v Colorado Springsu

Naslednji njegov veliki uspeh je bila hidrocentrala na Niagari. Z energijo Niagarskih slapov je po daljnovodu oskrboval 33 km oddaljeno ameriško mesto Buffalo. Končna moč te centrale je bila okoli 35 MW.

V času, ko je bil na vrhuncu slave, pa so se začele tudi težave. Mnogo znanih in neznanih izumiteljev si je lastilo pravice do Teslinih odkritij. Celo na sodišču se je moral boriti za svoje pravice. Še huje ga je prizadelo, ko mu je pogorel laboratorij z vso opremo in dokumentacijo. Vse to pa ni zavrlo njegovega raziskovalnega dela. Ob pomoči neke ameriške denarne ustanove je že pet mesecev kasneje imel nov laboratorij. Opreme zanj seveda nikjer ni mogel kupiti. Izdelali so jo delavci pod njegovim neposrednim vodstvom.

V tem okolju se je začel ukvarjati s predhodnikom sodobnega radia. Možnosti, ki jih je ta način prenosa informacij nudil, je demonstriral z daljinsko vodenim modelom ladje. Delo je kronal 1899 , ko je v ameriški državi Colorado postavil pravo radijsko postajo z močjo 200 kW. Signale iz postaje je lahko sprejemal celo v 1000 km oddaljenem kraju. Delo pa je zaradi različnih spletk moral prekiniti in se vrniti v New York. Znašel se je v dolgovih, ki jih je le težko vračal. Počasi so prenehale vse denarne podpore, ki so jih različni denarniki namenjali Teslovim odkritjem, ker je denar Tesla dajal upnikom, katerim je bil dolžan.

V New Yorku je začel delati poskuse s turbino, ki naj bi ne imela lopatic. Zgradil je več modelov, delo pa je spet moral prekiniti zaradi pomanjkanja denarja.

Čeprav ni imel več tolikšnih uspehov kot ob koncu 19. stoletja, je bil l. 1912 predlagan za Nobelovo nagrado. Nekateri trdijo, da jo je odklonil, ker naj bi jo za iste stvari dobil skupaj z Edisonom. Tri leta prej je Nobelovo nagrado prejel G. Marconi za odkritje radia, kar pa je bilo, kot rečeno, Teslovo odkritje. Vse to je imel za omalovaževanje svojega dela in je le po dolgem prigovarjanju sprejel Edisonovo medaljo. Mnogo univerz in akademij ga je imenovalo za častnega člana. Vse to pe je Tesli le malo pomenilo.

Od elektrotehniških problemov se je usmeril tudi na področja fizike. Pravil je, da je razvil neko teorijo gravitacije. Ta naj bi bila v popolnem nasprotju s tedaj že znano Einsteinovo teorijo. Podrobnosti te teorije ni nikoli objavil. Le v nekem govoru l. 1938 jo je na kratko omenil. Trmasto nepopustljiv je bil do drugih sodobnih fizikalnih teorij. Kritiziral je kvantno mehaniko in trdil, da je atomska energija iluzija in da cepitve jeder ni. Njegovi znanci, ki naj bi pisali o tem, so tako mišljenje zadrževali, da bi mu ohranili ugled.

Zadnji dnevi njegovega življenja so bili neprijetni. Dolžan je bil velike vsote denarja. Pozabljen in osamljen je umrl 7. januarja 1943.

Viri:

[1] Dž. Stanojević, *Nikola Tesla i njegova odkrića*; 1894 (faksimile: Beograd 1976)

[2] J.O'Neil, *Življenje Nikole Tesle* - prevod, Ljubljana DZS 1951

[3] B. Đurić, *Veliki fizičari*, Beograd, Tehnička knjiga 1964

[4] M. Pertot, *Nikola Tesla*, Ljubljana, ELES 1962

[5] Č. Petešić, *Genij s našeg kamenjara*, Zagreb, Školske novine 1976

Tomaž Fortuna

NALOGE NAŠIH BRALCEV

1. Reši naslednjo enačbo: PI X PI = XSI !
   Vsaka črka pomeni eno številko, enake črke enake številke, različne pa različne. Enačba ima dve rešitvi. Poišči obe!
2. V trapezu je razmerje med osnovnico in vsako drugo stranico 2 : 1. Dokaži, da se sekata diagonali pod kotom 60° !

Tomaž [illegible]

3. V žari so enako velike kroglice v štirih različnih barvah. Najmanj koliko jih moraš vzeti na slepo, da bodo med njimi vsaj tri enake barve?
   (rešitev: 9)

4. 27 enakih kroglic iz plastelina zgneteš v eno kroglo. Kolikokrat večji je polmer krogle kot so polmeri kroglic?
   (rešitev: 3 krat)

[illegible]

5. V škatlo, ki ima obliko kocke z robom a, lahko zložiš 6 enakih žog. Vsaka žoga se dotika samo ene mejne ploskve škatle in štirih sosednjih žog. Izračunaj premer žoge!
   (rešitev: $2r = a(\sqrt{2} - 1)$)

[illegible]

KOPICA NA SPOMLADANSKEM NEBU - M13

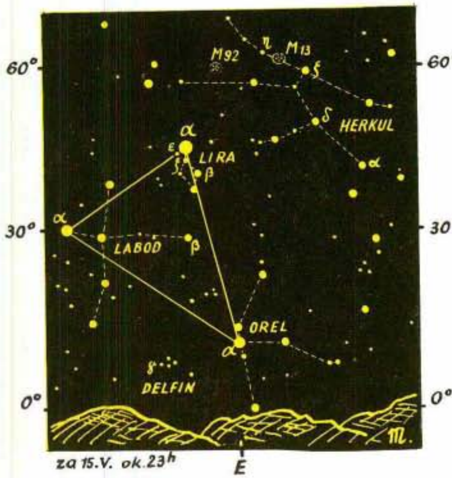
Že z daljnogledom manjše povečave moremo opaziti v ozvezdju Herkula približno na sredini med zvezdama zeta in eta šibko megličasto pego. To je znamenita *Herkulova kopica - M13*. Vidna je v spomladanskih večerih na vzhodnem delu neba (Sl.1). V temnih nočeh brez Lune in čistem ozračju (npr. v gorah) jo vidimo celo s prostimi očmi. S 15-centimetrskim daljnogledom na obrobju kopice že razločimo posamezne zvezde. Močan daljnogled pa nam pokaže, da je M 13 skupina zelo velikega števila zvezd, ki so zbrane v kroglasti prostornini. V sredini so zvezde zelo na gosto razporejene, proti robu pa njihova gostota pada. Podobnih kopic lahko vidimo z dobrimi daljnogledi še več. Zaradi njihove oblike jih imenujemo *kroglaste zvezdne kopice* (1).

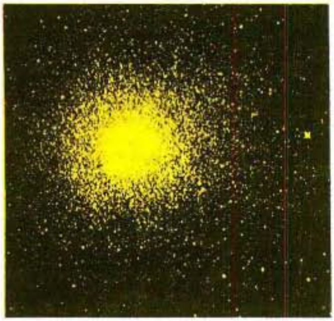
Herkulova kopica je najbolj znana in najsvetlejša kroglasta kopica severnega neba. Od nas je oddaljena okoli 30 tisoč svetlobnih let, zavzema pa prostor krogle s premerom 150 svetlobnih let. V tem prostoru se gnete kakih pol milijona zvezd, ki so ob središču tako tesno druga ob drugi, da jih ne razloči niti daljnogled niti fotografija (Sl.2). Zvezde, vidne z daljnogledom in zabeležene na fotografskih posnetkih kopice, so same velikanke in nadvelikanke, ki so mnogo večje od Sonca. Z razdalje 30 tisoč svetlobnih let namreč ni mogoče zabeležiti šibkejših zvezd, ker je njihov sij šibak zaradi velike oddaljenosti, razen tega pa zvezde, ki bi jih same morda še videli na tej razdalji, zasenči množica svetlih zvezd v kopici (2). Gostota zvezd ob središču M13 je več tisočkrat večja od gostote zvezd v okolici Sonca. Predstavljajmo si, da bi živeli na nekem planetu v osrednjem delu kopice! S številnimi zvezdami posuto nebo bi kar bleščalo, saj bi najsvetlejše zvezde svetile tako močno kot

(1) F. Avsec in M. Prosén, ASTRONOMIJA, Ljubljana, DZS 1975, str. 145 do 148.

(2) Glej nalogo *Kolikšen sij bi imelo Sonce v M13 ?*

Sl. 1. Spomladanska ozvezdja na vzhodnem delu neba. Vrisan je spomladanski trikotnik, ki ga sestavljajo zvezde: α Orla-Atair, α Laboda-Deneb in α Lire-Vega. *Opomba*: Za opazovanje kroglastih kopic izbiramo najboljše opazovalne pogoje: trdo temo in čisto nebo. Povečava daljnogleda: 50 do 80-kratna.



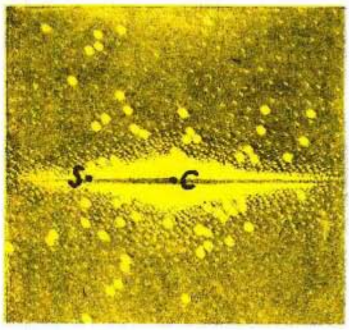


Sl. 2. Fotografski posnetek M13, ki so ga napravili z zelo zmogljivim daljnogledom.

sveti pri nas polna luna. Od tam bi videli v jasni noči več stotisoč zvezd istočasno, medtem ko jih z Zemlje vidimo le nekaj tisoč.

Kaj vemo o kroglastih kopicah? To so razmeroma velike zvezdne gruče, katerih premer je okoli 100 svetlobnih let. Kroglaste kopice ležijo na robu našega zvezdnega sistema - Galaksije (3) in so torej zelo daleč; celó najbližje so oddaljene več tisoč svetlobnih let. Večine kopic ne vidimo s prostim očesom, ampak

Sl. 3. Razporeditev kroglastih kopic v naši Galaksiji (Pogled na Galaksijo z boka). S - Sonce, C - središče Galaksije



(3) Glej Presek 2 (1974/75), str. 109 !

Za kroglaste kopice je značilno, da v njih ni prahu niti plina, to je medzvezdne snovi, ki je prav pogosta v Galaksiji in iz katere nastajajo zvezde. Ta in še nekateri drugi podatki nakazujejo, da so zvezde v kroglastih kopicah zelo stare. Verjetno so nastale tedaj, ko se je rojevala naša Galaksija.

Danes je znanih v naši Galaksiji nekaj več kot sto kroglastih kopic (Sl.3). Astronomi domnevajo, da je poleg njih še kakih sto kopic, ki so zaradi oblakov medzvezdne snovi skrite našemu pogledu.

Marijan Prosén

ASTRONOMIJA

NALOGA:

Kolikšen sij bi imelo Sonce v M13 ?

Kolikšen sij bi imelo naše Sonce, če bi ga postavili med zvezde kroglaste kopice M13 v razdaljo 3.10^4 sv. let? Ali bi ga mogli zaznati z najzmogljivejšim refraktorjem na svetu, ki "vidi" zvezde do $+17^m$? Sij Sonca je -27^m, razdalja Sonce-Zemlja pa 15.10^{10}m (1 sv. leto = $9,5.10^{15}$m). Kaj je sij, preberi v (1) na strani 21.

REŠITEV:

Gostota svetlobnega toka je obratno sorazmerna s kvadratom razdalje. Naj bo j_o gostota svetlobnega toka s Sonca v razdalji r_o in j gostota svetlobnega toka, ki bi jo namerili, če bi bilo Sonce v kopici M13 v razdalji r. Tedaj velja: $j_o/j = (r/r_o)^2$. Iz enačbe $j_o/j = (r/r_o)^2 = 10^{-0,4(m_o-m)}$ sledi: $2\log(r/r_o) = -0,4(m_o-m)$ in končno $m = m_o + 5\log(r/r_o) = -27^m + 5.0,3^m + 45^m = +19,5^m$. Kot priča rezultat, Sonca v M13 z najzmogljivejšim refraktorjem ne bi zaznali.

Marijan Prosén

MATEMATIČNO RAZVEDRILO

PREVAŽANJA ČEZ REKO
Nekaj nalog za kratek čas

Najbrž sodi med najbolj poznane naloge iz prevažanja čez reko, poleg naloge iz Preseka 2(1974/75)3.št.,3.str.ovoja, naslednja:

Kmet, volk, koza in zelje: Na breg reke je prispel kmet, ki ima s seboj volka, kozo in zelje. Rad bi vse skupaj prepeljal čez reko, toda na voljo ima le čoln, ki prenese njega in le še eno od živali ali pa zelje. Poleg tega ne sme pustiti kozo samo z volkom, ker bi jo ta pojedel. Ravno tako bi sama koza pojedla zelje. Baje je kmetu uspelo s čolnom spraviti vso trojico čez reko. Ali bi to uspelo tudi tebi?

Poglejmo si še nekaj manj poznanih nalog! Najprej ena za ogrevanje:

Nedeljski sprehod: Korenčkova mama in ata tehtata vsak po 100 kg, njuna sinova Janez in Peter pa vsak po 50 kg. Neke sončne nedelje so na skupnem sprehodu prispeli do rečnega brega. S seboj so imeli tudi hišnega ljubljenčka, psička Murija, ki po teži ne presega 50 kg. Kako naj se prepeljejo čez reko s čolnom, ki vzdrži le 100 kg?

Sedaj pa še nekaj težjih:

Trije ljubosumneži: Na bregu reke so se srečali trije zakonski pari, ki bi radi prišli na drugi breg.Imajo čoln za dve osebi in vse bi bilo v redu, če ne bi bili možje strašansko ljubosumni. Noben mož noče, da bi bila njegova žena brez njega v prisotnosti drugega moškega. Kako naj urede "vozni red"?

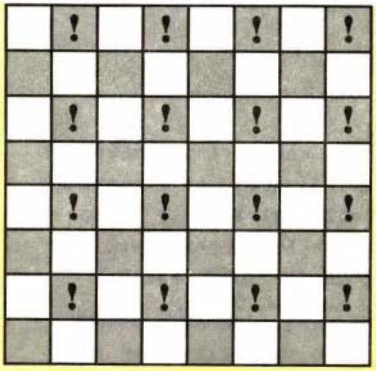
Če imamo namesto s tremi zakonskimi pari opravka s petimi in je na razpolago čoln za tri osebe, smo se znašli pred nalogo o petih ljubosumnežih.

Naloga o štirih ljubosumnežih s čolnom za dve osebi ni rešljiva; pač pa je rešljiva, če obstaja na sredi reke še otok, na katerem lahko začasno ostane ena oseba ali več oseb. Pri reševanju moramo seveda paziti, da ne pride do situacije, v kateri mož ne bi mogel preprečiti "ogroženosti" svoje žene.

Zaklad: Trije pustolovci Tomo, Egon in Jernej so se dokopali do starega zemljevida, na katerem je bil označen kraj, kjer je zakopan zaklad. Skrivoma so se odpravili tja. Spotoma so morali, ker v okolici ni bilo nobenega mostu, s čolnom za dve osebi priti čez reko. Nato pa še četrt ure in znašli so se na označenem mestu. Pljunili so v roke in v potu svojega obraza v nekaj urah izkopali tri skrinje dragocenosti. Zatem so si zaklad po zaslugah razdelili. Ker je za zemljevid zvedel Tomo, je dobil polovico vsega zaklada. Egon, ki je zemljevid priskrbel, pa je dobil nekaj več kot Jernej. Pospravili so vsak svoj delež v svojo skrinjo in se težko otovorjeni odpravili proti reki. Toda izkazalo se je, da čoln vzdrži največ dve osebi ali pa eno osebo in eno skrinjo. Kako naj prepeljejo čez reko sebe in skrinje, ne da bi kdo (ali dvojica) prišel v skušnjavo, da si poveča svoj delež in jo pobriše?

Če ti katere izmed nalog ni uspelo rešiti, si preberi rešitev na strani 187.

Vladimir Batagelj



Presekov škrat

POPRAVKI iz druge številke

Morda ste opazili drobno napako v naslovu francoske knjige na strani 71 (namesto om mora biti du), a to je vendarle malenkost, ki ne moti razumevanja teksta.

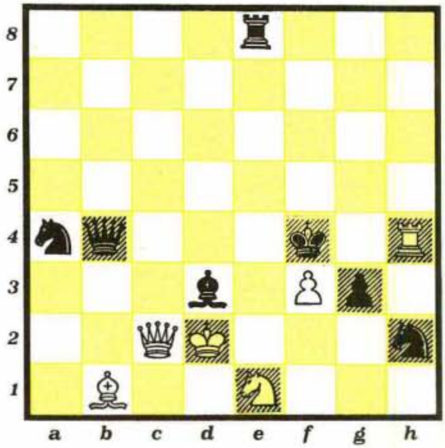
Bolj neprijetno je to, da smo na strani 108 pri rešitvi Oblakove naloge z damo na šahovski deski pozabili objaviti sliko.

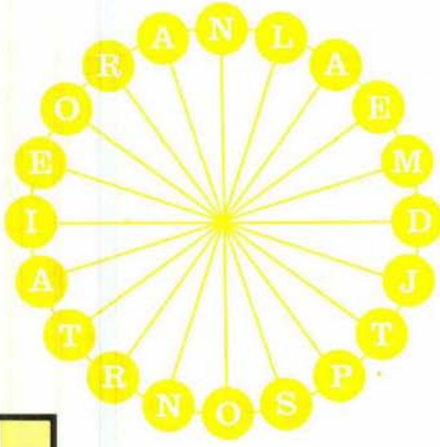
KRIPTOGRAMI

I. SKRIT NAPIS
SESTRIČNA - KLEPETULJA - EDVARD - BOLNIČARKA - ENAKONOČJE - KRITOSEMENKA

II. KRIPTOGRAM
LOGARITEM 985612

III. KRIPTOGRAM





IV. SKRIT NAPIS

V. SKRIT NAPIS
GERMANIJ - EVROPIJ - LITIJ - CINK - TERBIJ - INDIJ - BERILIJ - NATRIJ

VI. kripTOgram
PRIDELEK - ANTENA - TRMA - TRINOM - ALEKSANDRIJA - NOVOTARIJA

Pavle Gregorc

MAGIČNI KVADRAT:

V prazna polja postavi števila 1-9, tako da bo v vsaki vrsti, stolpcu in diagonali vsota 15!

MAGIČNI TRIKOTNIK:

V prazna polja postavi števila 1-9, tako da bo vsota v vsaki vrsti 17!

Meta Valentinčič

ZAKRITJE NEBESNEGA TELESA
ZGORNJI DEL STOPALA
OBMOČJE, OKROŽJE
DEL OBLAČILA
IVAN TAVČAR
MALO-PRIDNEŽ
BORIŠČE, PRIZORIŠČE

IZVEDENEC ZA RAKETE
VRELA VODA
IME ČRKE P
ZVEZDA, KI ZAŽARI IN UGASNE

Z ENAČAJEM POVEZANA MATEMAT. IZRAZA
OSMI PLANET NAŠEGA SISTEMA
OSEBNI ZAIMEK
HIMALAJSKA KOZA
TALIJ
MESTO V JV TURČIJI
MESTECE SZ OD ZADRA
STATUA

KOLIČINA ZA MERJE-NJE KOLIČIN ISTE VRSTE
PRAVOSLAV. VERSKA PODOBA

PLAVALEC MILOŠ
SPOJ PRI OBLEKI
TANTAL
POŽELENJE
HAMILTONOV OPERATOR V VIŠJI MATEM.
CATHERINE (KRAJŠE)

NAPRAVA
FRANC. MATEMATIK (BLAISE)

ČEČ TONČKA
KONEC POLOTOKA
NATRIJ
OPLEME-NITENO ŽELEZO
SUKNO IZ GROBE VOLNE
GORENJE S PLAMENOM
BARKA
OSMRTNICA

MOČAN SEVEROVZ. VETER
ORODJE ZA PREKO-PAVANJE
ŠAHOVSKA FIGURA

HRVAŠKI PISATELJ KOVAČIČ
PASJA PASMA
STOLETJE

GEOMETR. TELO
EVA JELER

PRETAKA-NJE SOLZ

PREDEL BREZ LAS NA VRHU GLAVE
UJEMANJE KONČNIH ZLOGOV PRI PESMI
EMA (LJUBKOVALNO)
REŠETO
ETIKA
ZAREBRNICA

MEJNA VREDNOST
PLAST TRANSISTORJA
ŠABAC
DEL ŠOLSKE OPREME
ČEBELAM PODOBNE ŽUŽELKE
GEOMET. TELO
ANTIMON
VZKLIK PRI BIKOBORBI

SEŠTEVEK
UP
ORODJE ŽANJIC
POLOVICA ZEMELJSKE OBLE
PRIPADNIK APAČEV
DEBELA ODEJA
GRŠKA BOGINJA NESREČE

NAKAZA

EDO BRAJNIK
POROMUNJEN GRK, CINCAR
TRUŠČ
NIZEK Ž. GLAS

FR. MATEMAT. IN FIZIK (PIERRE-SIMON)
RIMSKA "LJUBLJANA"

ŠPORTNI KLUB IZ MADRIDA
22. IN 4. ČRKA
RAČUNSKA TABLICA
ŠOLSKA KAZEN
POBA

DESNI PRITOK IRTIŠA
KRADLJIVEC
RAZJEDA V SLUZNICI
UGO FOSCOLO
O

DELO, OPRAVLJENO V ČASOVNI ENOTI
DENARNA USTANOVA
=

NAELEKTREN DELEC

SLOVANSKI ZLI DUH
DIKTAT

NALOGE-TEKMOVANJA

TEKMOVANJA ZA VEGOVE ZNAČKE UČENCEV Z OBALNE REGIJE

Letos so potekala tekmovanja v obalnih primorskih občinah zelo slovesno. Člani Društva matematikov, fizikov in astronomov in Zavoda za šolstvo SR Slovenije so poskrbeli, da so pokrovitelji že na občinskih tekmovanjih učencem po končanih tekmovanjih razdelili lepe nagrade. Letos so sodelovali na občinskih tekmovanjih tudi učenci iz osnovnih šol z italijanskim učnim jezikom, seveda so dobili naloge v italijanščini. V Izoli je bil pokrovitelj tekmovanja kolektiv tovarne Mehanotehnika, ki je obdaril tekmovalce. Darila so dobili od svojih pokroviteljev tudi učenci v Piranu in Kopru. V Piranu je letos pomagala Splošna plovba, v Kopru pa podjetje Slavnik. Zlasti so učenci zadovoljni s tem, da pokrovitelji pošljejo svojega zastopnika na tekmovanje, ki jih pozdravi in prinese spominska darila. Tako sta prišla predstavnika Kreditne banke Koper na šolo v Semedeli, kjer je bilo občinsko tekmovanje, in vsem tekmovalcem razdelila značke, svinčnike in denarnice. Učencem ta pozornost kolektivov veliko pomeni.

Posebno slovesno je bilo letošnje republiško tekmovanje, ki je bilo v Gostinskem šolskem centru v Izoli. Pokrovitelj tekmovanja je bilo podjetje Intereuropa. Poleg pokrovitelja so z darili sodelovali še Poklicna kovinarska in avtomehaniška šola iz Kopra, Kreditna banka Koper, Slavnik - Koper, Zavarovalnica Croatia, Stavbenik iz Kopra in založba Lipa. Za spomin pa so dobili vsi tekmovalci knjigo dr. I. Vidava: *Rešeni in nerešeni problemi matematike*, darilo DMFA. Z denarnim prispevkom je podprla tekmovanje še podružnica Ljubljanske banke v Kopru, Obalna izobraževalna skupnost pa je - letos prvič - nagradila več učiteljev mentorjev, ki že vrsto let požrtvovalno delajo z mladimi matematiki. Pohvaljena je bila tudi podružnica DMFA v Kopru.

Nagrade učencem so bile razdeljene takole:

1. nagrada: ALJA CILENŠEK, o.š. Vojka Šmuc, Izola. Dosegla je vse možne točke in dobila tudi zlato Vegovo priznanje
2. nagrada: MARJETKA GARZAROLLI, o.š. Dušan Bordon, Semedela
MILOVAN MATKOVIČ, o.š. dr.B. Magajna, Divača
3. nagrada: MANUELA FERENČIČ in ETBIN ŽIBERNA, oba o.š. Srečko Kosovel, Sežana
DRAGOMIR BRATKOVIČ in TICIANA BARUCA, oba o.š. Dušan Bordon, Semedela
4. nagrada: RUDOLF ZDENKO, o.š. Postojna
5. nagrada: TOMAŽ STADINA, o.š. Dušan Bordon, Semedela
6. nagrada: KARMEN BOLČINA, o.š. Postojna
DARJA ZGONC, o.š. Dušan Bordon, Semedela
BOŠTJAN LOVŠIN, o.š. Vojka Šmuc, Izola

Bogomila Kolenko

TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA

Pred nekaj tedni smo vam poslali, kar smo vam obljubili z obvestilom na zadnji strani ovitka v prvi letošnji številki vašega Preseka: brezplačni izvod Zbirke rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev šestih, sedmih in osmih razredov osnovnih šol SRS z naslovom TEKMUJMO ZA VEGOVA PRIZNANJA. Naloge je zbral in pripravil Pavle Zajc, učitelj matematike in fizike na osnovni šoli Majde Vrhovnikove v Ljubljani. Že dolgo vrsto let vodi pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS podkomisijo za popularizacijo matematike v osnovni šoli. Vsako leto opravi vsa organizacijska dela pri republiškem tekmovanju, bedi pa tudi nad občinskimi in šolskimi tekmovanji, ki jih sicer organizirajo učitelji matematike. Naloge so prav gotovo koristile tistim, ki so se v letošnjem letu ali pa se še bodo pripravljali na tekmovanja.Skrbno recenzijo zbirke je opravil prof.F.Galič.

Da smo vas lahko s tem presenetili, ni naključje. Naj vam na kratko le razložimo dogodke, ki so nam omogočili to. V zadnjih letih smo zaradi pomanjkanja finančnih sredstev nekaj številk Preseka tiskali le na 32 straneh. To smo storili zato, da ne bi prišlo do primanjkljaja. Ko smo kasneje iskali dodatna finančna sredstva za subvencioniranje Preseka, sta nam Republiška izobraževalna in Republiška raziskovalna skupnost ob podpori Socialistične zveze delovnega ljudstva SR Slovenije priznali kot primanjkljaj tudi našo obveznost do vas, ki ste prejeli nekajkrat le po dvaintrideset strani namesto štiriinšestdeset.

V ta namen smo dobili od Raziskovalne skupnosti, kasneje pa še pri Republiški konferenci socialistične zveze delovnega ljudstva Slovenije znatno namensko subvencijo. Razliko, ki nam je bila potrebna za kritje vseh stroškov pri izdaji te izredne številke Preseka, smo pokrili iz dela dohodka, ki smo ga imeli pri prodaji Presekovih značk.

Rokopis je obsegal 18 strani nalog več, kot smo jih lahko objavili v peti številki Preseka, katerega lahko tiskamo le na 32 ali 64 ali 96 straneh - 32 strani je ena tiskovna pola. Zato te naloge objavljamo v tej številki.

Bralcem se še opravičujemo za napako na ovitku, kjer bi moralo pisati: letnik III, leto 1975/76.

Peter Petek in Ciril Velkovrh

21. RAZMERJA IN SORAZMERJA

391. Izračunaj neznani člen v sorazmerjih:
a) $x : (2 + x) = 10{,}5 : 21$
b) $15 : (2x - 1) = \frac{5}{3} : (x - 4)$
c) $(x + a) : (x + 6a) = (x - a) : (x + 2a)$

392. Iz $x : y : 6 = 2 : 5 : 3$ izračunaj x in y!

393. Razdeli razdaljo 912m na tri dele, ki so v razmerju $\frac{2}{3} : \frac{9}{8} : \frac{7}{12}$!

394. Napiši in poenostavi razmerje volumnov enakostraničnega stožca, krogle in enakostraničnega valja, če so premeri skladni!

395. Prva delovna brigada opravi delo v 12 dneh, druga v 24 dneh, tretja v 8 dneh. Koliko delavcev je v vsaki brigadi, če je vseh delavcev 60 in če delajo vsi enako?

396. Koliki so robovi kvadra, če so v razmerju 6 : 3 : 2 in je površina kvadra $648m^2$?

397. Krogli s polmerom r sta včrtani pokončni valj in enakostraničen stožec. Koliko je razmerje površin in prostornin teh treh teles?

398. Enakostraničnemu trikotniku s stranico a očrtamo in včrtamo krog. Like zavrtimo okoli višine trikotnika. Določi razmerje površin in prostornin nastalih vrtenin!

399. Trije delavci so opravili neko delo za 4920 din. Prvi delavec je delal 15 dni po 6 ur na dan, drugi 9 dni po 8 ur na dan, tretji pa 12 dni po 7 ur na dan. Koliko je zaslužil vsak delavec?

400. Pravilnemu šestkotniku s stranico a včrtamo pravilni šestkotnik tako, da zapored zvežemo razpolovišča stranic. Napiši razmerja:
a) ploščin, b) obsegov, c) diagonal (krajše in daljše)!

401. Zapiši razmerje merskih števil ploščine kolobarja in njegovega obsega!

402. Enakostranični trikotnik, kvadrat in pravilni šestkotnik imajo enake ploščine. Kateri od teh likov ima najmanjši obseg?

22. FUNKCIJE

403. Načrtaj grafe funkcij: a) $y = |x|$ b) $y = |3x - 4|$ c) $y = -|x|$

404. Načrtaj premico, ki ima enačbo $y = \frac{2}{3}x - 3$. Odsek na premici, ki ga določata presečišči z osjo x in osjo y, je stranica romba, ki ima diagonali na koordinatnih oseh.
a) Zapiši koordinate oglišč romba!
b) Zapiši enačbe premic, na katerih ležijo druge tri stranice romba!
c) Izračunaj ploščino kroga, ki je rombu včrtan!

405. Kvadrat ABCD s stranico a (poseben primer a = 4) leži v I. kvadrantu tako, da leži oglišče A na osi x in oglišče D na osi y, stranica AB pa oklepa z abscisno osjo kot 45°.
a) Zapiši koordinate oglišč kvadrata (obče in posebno)!
b) Zapiši enačbi premic, na katerih ležita diagonali!
c) Zapiši enačbe premic, na katerih ležijo stranice kvadrata!
d) Izračunaj volumen vrtenine, ki nastane, če se kvadrat zavrti okoli diagonale $AC \parallel y$!

406. Romb ABCD s stranico $a = 4$ in $\alpha = 45^\circ$ leži v I. kvadrantu, tako da je oglišče A v koordinatnem začetku in oglišče B na osi x:
a) Določi koordinate oglišč (obče in posebno)!
b) Napiši enačbe premic, na katerih ležijo stranice romba!
c) Kolika sta površina in volumen vrtenine, če se romb zavrti okoli osi x?

407. Stranica a enakostraničnega trikotnika ABC je vzporedna z osjo x ter je v I. in II. kvadrantu. Središče trikotnika je v koordinatnem začetku.
a) Zapiši koordinate oglišč trikotnika (obče in posebno za $a = 6$)!
b) Zapiši enačbe premic, na katerih ležijo stranice trikotnika!
c) Zapiši enačbe, na katerih ležijo težiščnice trikotnika!

408. Načrtaj funkciji $x + 2y = 4$ in $x + 2y = 10$. Lik, ki ga omejujeta premici in koordinatni osi, rotira okoli osi x. Kolik je volumen vrtenine?

409. Kvadrat ABCD s stranico $a = 4$ leži v II. kvadrantu tako, da leži oglišče A na osi x, oglišče B na osi y, stranica $\overline{AB}$ pa oklepa z osjo x kot 30°.
a) Zapiši koordinate oglišč kvadrata; obče in posebno!
b) Zapiši enačbe premic, na katerih ležijo stranice kvadrata!
c) Kolika je dolžina pravokotne projekcije diagonal AC in BD na os x?

23. OBČINSKA TEKMOVANJA VIII.r.

<u>1972</u>

410. Enačbi $\frac{x - 5}{3} - \frac{x - 2}{2} = x - 3$ in $(a - 3)x + (a + 1)(3 - x) = a + x - 1$ sta ekvivalentni. Določi število a !

411. Veslač je veslal proti toku reke 75 min in prevesl l $2\frac{1}{2}$ km dolgo pot.
Na povratku ni veslal, ampak ga je nesel vodni tok in je porabil za isto razdaljo 50 minut.
Izračunaj: a) hitrost vode v km/h,
b) hitrost veslača v mirni vodi v km/h,
c) čas, ki bi ga veslač porabil za povratek, če bi veslal z isto močjo proti toku !

412. Pravokotniku povečamo osnovnico za tretjino. Za koliko mu moramo hkrati zmanjšati višino, da se njegova ploščina ne bo spremenila?

413. V trikotniku je kot α za 20% manjši od kota β, a za $33\frac{1}{3}\%$ večji od kota γ. Koliko meri vsak kot?

114. Plašč pravilne šeststranične piramide je 7-krat večji od osnovne ploskve; osnovni rob piramide je a. Kolika je višina piramide?

<u>1973</u>

415. Vsota štirih zaporednih števil je 230. Katera so ta števila?

416. V pravokotnem koordinatnem sistemu so oglišča štirikotnika O(0,0), A(3,0), B(4,4), C(0,3). Izračunaj ploščino štirikotnika!

417. Zlatar ima dve različni zlitini zlata in srebra. V eni sta zlato in srebro v razmerju 3:2, v drugi pa v razmerju 3:5. Koliko kg vsake zlitine naj vzame, da bo dobil 9 kg nove zlitine, v kateri bo enako zlata in srebra?

418. Na mizi sestavimo iz 55 kock z robom a stopničasto piramido; pobarvamo vidni del površja sestavljenega telesa.
a) Kolikšna je pobarvana površina?
b) Koliko kock sploh ni pobarvano?

419. Padlo je 2,2mm dežja. Koliko kapljic je padlo na $1 m^2$ površine, če je poprečna masa kapljice $\frac{1}{12}$ g ?

1974

420. Vrednost izrazov $2n$, $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ so dolžine trikotnikovih stranic. Dokaži, da je trikotnik pravokoten!

421. V nasadu je 2860 dreves. Na vsakih 10 jablan so 3 hruške in 2 slivi. Število češenj je $33\frac{1}{3}\%$ števila vseh jablan, hrušk in sliv. Koliko je v tem nasadu češenj?

422. Pri katerih številih a in b bo vrednost izraza $a(2x + 3y) + b(2x - 3y)$ enaka nič za $x = 1$ in $y = 1$? Navedi tri take dvojice števil a in b !

423. Imamo dva kvadra. Njuni dolžini sta v razmerju 1:2, širini v razmerju 2:3, višini pa v razmerju 3:4. V kakem razmerju sta njuni prostornini?

424. V pravokotniku ABCD s stranicama $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 8$ označi z M razpolovišče stranice AB, z N razpolovišče stranice BC in s T sečišče premice skozi točki M in N s podaljškom stranice DA. Določi prostornino telesa, ki nastane pri vrtenju trikotnika CTN okrog osi skozi stranico CN!

1975

425. Kraja A in B sta 200 km narazen. V kraju A stane tona premoga 400 din, v kraju B pa 480 din. Prevoz stane 20 din za kilometer in tono.
a) Za katere kraje med krajema A in B je ugodneje kupovati premog v kraju B?
b) Za kateri kraj med krajema A in B je vseeno, kje nabavimo premog?

426. V škatli so bele in črne kroglice. Njihovo skupno število je večje od 300 in manjše od 400. Če jemljemo iz škatle po 10 kroglic ali če jih jemljemo po 12, jih v škatli ostane vselej po 7. Črnih kroglic je za 25 več kot belih. Koliko je belih kroglic in koliko črnih?

427. Valju s prostornino $18\pi dm^3$ je včrtana piramida, ki ima za osnovno ploskev enakokraki pravokotni trikotnik s hipotenuzo $3\sqrt{2}$dm. Izračunaj prostornino te piramide!

428. Iz kovinske plošče, ki ima obliko kvadratne prizme z osnovnim robom a = 1dm in debelino 5mm, izsekamo odprtino, kakor kaže slika. V kakšnem razmerju sta masa prvotne in masa sedanje plošče?

REPUBLIŠKA TEKMOVANJA VIII.

1972

429. Prvo število je $\frac{4}{5}$ drugega. Drugo in tretje število sta v razmerju $0,5 : \frac{9}{20}$. Vsota prvega in tretjega števila je za 70 večja od drugega števila. Katera so ta tri števila?

430. V pravokotniku meri ena stranica 75% druge. Če krajšo stranico povečaš za 3cm, daljšo pa zmanjšaš za 6cm, nastane pravokotnik z obsegom 50cm. Koliko merita stranici pravokotnega trikotnika?

431. Načrtaj graf funkcij $5x + 12y = 60$ in $3x + 4y = 12$. Izračunaj obseg in ploščino štirikotnika, katerega oglišča so presečišča premic s koordinatnima osema!

432. Pravilni oktaeder sestavljata dve enakorobni štiristranični piramidi, ki se stikata z osnovnima ploskvama. Njegov rob meri 6cm. Izračunaj volumen oktaedra in volumen očrtane krogle!

433. Ravnina seka kocko tako, da gre skozi razpolovišča robov: EF, FG, GC, CD, DA, AE. Presečni lik naj bo osnovna ploskev enakorobne pokončne prizme. Razlika med prostorninama prizme in kocke je $\frac{3\sqrt{6}}{8} - 1$. Izračunaj prostornini obeh teles!

1973

434. Nad severnim polom so sočasno trije zemeljski sateliti. Prvi obkroži Zemljo v 90 minutah, drugi v 105 minutah, tretji v dveh urah. Kolikokrat bo prvi satelit obkrožil Zemljo do trenutka, ko bodo prvič spet vsi trije sateliti nad severnim polom?

435. Pet delavcev je opravilo delo za 10 500 din. Denar si razdelijo tako, da dobita prva dva skupaj $\frac{2}{5}$ skupnega deleža ostalih treh. Prva dva si svoj delež razdelita v razmerju 2:3, drugi trije pa v razmerju 3:4:5. Koliko dobi vsak?

436. V krogu s polmerom r nariši med seboj pravokotna premera AB in CD. Načrtaj krog s središčem A in polmerom AC. Primerjaj ploščini trikotnika ACD in lika, ki ga omejujeta krajša loka CD obeh krožnic!

437. V koordinatnem sistemu konstruiraj točki $A(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ in $B(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$. Določi linearno funkcijo, katere graf gre skozi dani točki! ($\sqrt{2}$ in $\sqrt{5}$ konstruiraj z ravnilom in šestilom; za dolžinsko enoto vzemi 3cm!)

438. Na kvadratnem zemljišču s stranico 12m kopljejo valjasto jamo s premerom 8m. Izkopano zemljo enakomerno razsujejo po preostalem delu zemljišča in jo stlačijo. Kako globoko morajo kopati, da bo jama globoka 3m?

1974

439. Vlak pelje s hitrostjo 60km/h iz kraja A proti kraju B. Zaprt signal na progi ga zadrži 3 minute. Vožnjo nadaljuje s hitrostjo 75km/h in prispe v B po voznem redu. Koliko km pred krajem B stoji signal?

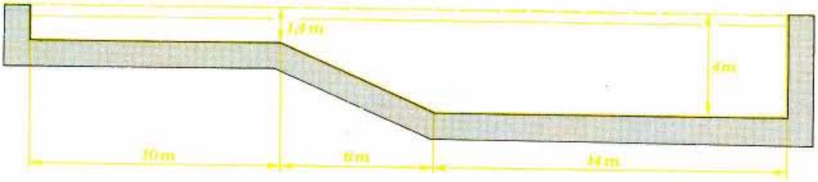
440. Steber sestavljata polkroga in pokončni stožec, ki imata skupni osnovni krog. Polmer polkrogle je 2dm, višina stožca pa je v cm izražena rešitev enačbe:

$$\frac{x - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} - \frac{2x + \frac{4}{5}}{1 - \frac{1}{5}} + x + 10 = 0$$

Izračunaj površino in prostornino stebra!

441. Vrt ima obliko pravokotnika z oglišči A, B, C in D. V vrtu raste jablana, ki je oddaljena 7m od oglišča A, 2m od oglišča B in 6m od oglišča C. Koliko je oddaljena od oglišča D?

442. Na sliki je prerez bazena.
a) Koliko hl vode je v bazenu, če je gladina vode 2dm pod robom?
b) Za koliko se dvigne gladina vode v bazenu, če dotočimo še 10hl vode?



443. Za katere vrednosti x je izraz $(2x + 1)(x - 5)$ enak nič in za katere je pozitiven?

1975

444. Razstavi izraz $(x - 0{,}1)^2 - (0{,}2x + 1)^2$ na produkt dveh faktorjev!

445. Načrtaj graf funkcije y, ki je dana z enačbo:
$(4x - 8y)(-\frac{1}{2}) + 11 = (7x + 2)^2 - (7x + 3)^2$. Lik, ki ga omejujejo graf funkcije in koordinatni osi, se zavrti prvič okrog osi x in drugič okrog osi y. Izračunaj razmerje med plaščema nastalih vrtenin!

446. Premer polkroga je 2r. Iz krajišča premera sta narisani tetivi t_1 in t_2. Kota med premerom in tetivo t_1 ter med tetivama t_1 in t_2 merita po 30°. Tetivi razdelita polkrog na 3 like. Izračunaj ploščino vsakega lika!

447. Krogli s polmerom r očrtaj pravilno tristranično prizmo. Določi razmerje prostornin obeh teles!

448. Prva številka šestmestnega naravnega števila je 9. Če to številko prestavimo s prvega na zadnje mesto, dobimo število, ki je štirikrat manjše od prvotnega. Določi prvotno število!

25. ZVEZNA TEKMOVANJA - 7. razred

1972

449. Člani matematičnega krožka so se dogovorili, da bo v počitnicah vsak napisal po eno razglednico vsem drugim članom. Koliko je bilo članov krožka, če je bilo napisanih 342 razglednic?

450. Pismene naloge iz matematike ni rešilo 12% učencev, delno je naloge rešilo 32% učencev, pravilne rešitve je imelo 14 učencev. Koliko učencev je bilo v razredu?

451. Poenostavi izraz
$A = |(4a + 5b)^2|^2 - |(4a - 5b)^2|^2 - 160ab(4a - 5b)^2$
Rezultat preveri za $a = 1$ in $b = -2$!

452. Na isti strani premice $p = (M,N)$ ležita točki A in B. Določi točko P na dani premici tako, da bo kot MPA 2-krat večji od kota NPB !

453. V kvadrat s stranico a načrtaj drug kvadrat, katerega oglišča ležijo na stranicah danega kvadrata. Kot med stranicama je 30°. Koliki del ploščine danega kvadrata zajema včrtan kvadrat? Izrazi v procentih!

1973

454. Določi najmanjše naravno število, katerega produkt s številom 8316 je kvadrat naravnega števila!

455. Ceno platna so znižali za 20%. Sedaj dobimo za 240 din 1m platna več, kot smo ga dobili za 270 din. Kolika je bila cena platna pred znižanjem?

456. Iz krajev A in B, ki sta med seboj oddaljena 250km, sočasno odpeljeta drug proti drugemu dva motociklista. Hitrost enega je za 10km/h večja od hitrosti drugega. Po dveh urah vožnje sta še 30km narazen. Kolika je hitrost vsakega motociklista?

457. Vsota dvomestnega števila in števila, ki ima isti številki v obratnem redu, je kvadrat nekega naravnega števila. Poišči vsa taka dvoštevilčna števila!

458. Dana je krožnica s središčem O in premerom $\overline{AB} = 4$cm.
a) Nariši tri tangente, od teh dve v točkah A in B; tretjo tangento pa nariši tako, da prvi dve odrežeta na njej odsek $\overline{CD} = 5$cm.
b) Kolik je kot $\sphericalangle COD$?
c) Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujejo odseki tangent in krožnica!

1974

459. Če neko število delimo s številom 72, dobimo količnik n in ostanek 68. Kolika sta količnik in ostanek, če isto število delimo s 24?

460. Dano je trimestno število. S premeščanjem števk dobimo različna števila; vsota vseh teh števil je 1998. S katerimi števkami je zapisano dano triševilčno število? Navedi vse primere!

461. Vsota dveh števil je 135. Kateri sta ti dve števili, če je 25% enega števila enako 28% drugega števila?

462. Dan je paralelogram ABCD. Točka M je središče stranice AB, točka N pa središče stranice CD. Dokaži, da daljici DM in BN delita diagonalo AC na tri enake dele.

463. Izračunaj ploščino osenčenega dela kvadrata ABCD s stranico a. Središči lokov sta točki A in B !

8. RAZRED

1972

464. V prazna polja preglednice vpiši taka števila, da bo vsota treh sosednih števil v isti vrsti in v istem stolpcu vedno enaka 12!

	5						
					1		
6							
			2				

465. Helikopter in letalo vzletita sočasno drug drugemu nasproti. Do srečanja je helikopter preletel 100km manj kot letalo, a na vzletišče letala je priletel 3 ure po srečanju. Letalo je priletelo na vzletišče helikopterja 1 uro in 20 minut po srečanju. Izračunaj hitrosti letala in helikopterja ter razdaljo med vzletišči!

466. Izbočeni šestkotnik ABCDEF sestavljajo enakokraki trapez ACDF in dva enakokraka trikotnika ABC in FDE z enakima višinama v = 12cm. Stranice šestkotnika merijo: $\overline{AB} = 15$cm, $\overline{AF} = 25$cm, $\overline{EF} = 20$cm. Kostruiraj šestkotnik in izračunaj njegovo ploščino v dm^2 (merilo 1:5).

467. Brigada traktoristov je morala izorati dve njivi, od katerih je prva dvakrat večja od druge. Prvi dan so vsi orali prvo njivo. Drugi dan je polovica brigade končala oranje prve (večje) njive. Druga polovica brigade je orala drugo njivo, ni pa je do konca izorala in je zato moral en traktorist orati še dva dni. Koliko traktoristov je štela brigada? (Predpostavljamo, da so vsi traktoristi delali v enakih razmerah in z isto produktivnostjo).

468. Pravilna enakorobna tristranična prizma ima osnovno ploskev $6{,}25\sqrt{3}cm^2$.
a) Izračunaj osnovni rob tega telesa.
b) Določi razmerje med prostornino tej prizmi očrtanega in včrtanega valja, ki ima isto višino kot prizma.
c) Ali to razmerje velja za vsako pravilno tristranično prizmo?

1973

469. Vzemimo dve poljubni števili. Vsota, razlika in produkt teh dveh števil so tri nova števila. Dokaži, da je vsaj eno od teh treh števil deljivo s 3!

470. Po znižanju cene blaga za 20% lahko kupimo za 240 din 1m več blaga kot smo ga pred znižanjem kupili za 270 din. Po čem je bilo blago pred znižanjem cene?

471. V ravninskem pravokotnem koordinatnem sistemu XY načrtaj pravokotnik ABCD, če so znane koordinate oglišč: A(-3,-1), B(5,-1), C(5,3). Določi
a) koordinati točke D,
b) koordinati presečišča daljic AC in BD,
c) enačbe premic, na katerih leže stranice in diagonali pravokotnika.

472. Osnovnici AB in CD trapeza ABCD podaljšamo na obe strani. Simetrali zunanjih kotov trapeza pri A in D se sečeta v točki M, simetrali zunanjih kotov pri B in C pa v točki N. Določi obseg trapeza ABCD, če je $\overline{MN} = 2k$!

473. Vrh enakostraničnega stožca leži v središču osnovne ploskve pokončnega valja, osnovna ploskev tega stožca pa je koncentrična z drugo osnovno ploskvijo valja. Polmer osnovne ploskve valja je r, višina pa h. Volumen stožca in valja sta enaka.
a) Kolik je polmer osnovne ploskve stožca (izraženo z r)?
b) Kolik je volumen tistega dela valja, ki je v notranjosti stožca (izražen z r in h)?

474. Osnovna ploskev pokončne štiristranične prizme je romb s ploščino $\frac{2}{3} \cdot k^2$. Manjši diagonalni presek prizme je kvadrat s ploščino k^2.
a) Izračunaj površino in prostornino prizme (izraženo s k)!
b) Koliko je k, če sta merski števili površine in prostornine med seboj enaki?

475. Krožnici je včrtan enakostranični trikotnik ABC. Poljubna točka M pripada loku BC, na katerem ne leži točka A; dokaži, da je $\overline{BM} + \overline{CM} = \overline{AM}$!

476. Na krožni stezi, dolgi 1650m, se gibljeta dva motociklista s konstantno hitrostjo. Če se motociklista gibljeta v nasprotni smeri, se srečata vsako minuto; če pa se gibljeta v isti smeri, dohiti hitrejši motociklist počasnejšega vsakih enajst minut. Določi hitrosti motociklistov!

477. Nariši v pravokotnem koordinatnem sistemu (enota = 1cm) premici p_1 in p_2, ki imata enačbi: $p_1: y = x - 4$ in $p_2: y = 2x - 2 = 0$. Izračunaj:
a) ploščino figure (lika), ki ga omejujeta premici in koordinatni osi,
b) volumen vrtenine, ki nastane, če trikotnik, omejen s premicama p_1, p_2 in ordinatno osjo, rotira okoli ordinatne osi.

UGANKA S SODI - rešitev iz P4/2

Rešitev a 32sodov

28 sodov

Rešitev b 36 sodov

Roman Červ

REŠITVE NALOG

391. a) $x = 2$ b) $x = 5$ c) $x = 4a$

392. $x = 4 \quad y = 10$

393. 256m, 432m, 224m

394. $\sqrt{3} : 4 : 6$

395. x_1, x_2, x_3, števila delavcev v brigadah. Ker je število delavcev obratno sorazmerno s številom dni, je:
$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{12} : \frac{1}{24} : \frac{1}{8} = 2:1:3$
$x_1 = 2x$, $x_2 = x$, $x_3 = 3x$
$2x + x + 3x = 60$
$x = 10$
Prva brigada ima 20 delavcev, druga 10 in tretja 30 delavcev.

396. $a = 6x$, $b = 3x$, $c = 2x$
$P = 2.36x^2 \quad x = 3$
$a = 18m$, $b = 9m$, $c = 6m$

397. $P_1 : P_2 : P_3 = 4 : 6 : 9$
$V_1 : V_2 : V_3 = 4 : 6 : 9$

398. $P_1 : P_2 : P_3 = 9 : 4 : 16$
$V_1 : V_2 : V_3 = 9 : 4 : 32$

399. $x : y : z = 90 : 72 : 84$
$x : y : z = 15 : 12 : 14$
$15k + 12k + 14k = 4290$,
$k = 120$
Odgovor zapiši sam!

400. a) $p_1 : p_2 = 4 : 3$
b) $o_1 : o_2 = 2 : \sqrt{3}$
c) $\sqrt{3} : 2$

401. $\pi(R^2 - r^2) : 2\pi(R - r) =$
$= (R + r) : 2$

402. $p_1 = p_2 = p_3$

$$p_1 = \frac{a_1^2\sqrt{3}}{4}, \quad p_2 = a_2^2,$$

$$p_3 = \frac{3a_3^2\sqrt{3}}{2}$$

$$a_1^2 : a_2^2 : a_3^2 = \frac{4\sqrt{3}}{2} : 1 : \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$a_1^2 : a_2^2 : a_3^2 = 21 : 3\sqrt{3} : 2 = 12 : \sqrt{27} : 2$$

$$a_1 : a_2 : a_3 = 2\sqrt{3} : \sqrt[4]{27} : \sqrt{2}$$

$$o_1 : o_2 : o_3 = 6\sqrt{3} : 4\sqrt[4]{27} : 6\sqrt{2} = 3\sqrt{3} : 2\sqrt[4]{27} : 3\sqrt{2}$$

$$o_1 : o_2 : o_3 = \sqrt[4]{9} : \sqrt[4]{\frac{16}{3}} : \sqrt[4]{4}$$

Pri enakih ploščinah ima najmanjši obseg pravilni šestkotnik.

Funkcije

Navodilo za reševanje nalog, ki zahtevajo, da napišemo enačbo premice skozi dve dani točki:

Linearna funkcija $y = ax + b$ je določena, če poznamo koeficienta a in b. Določimo ju tako, da vstavimo v enačbo $y = ax + b$ dani vrednosti za x in y.

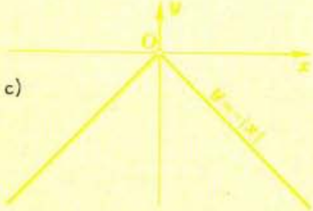
Primer:
Določi enačbo premice, ki gre skozi točki $A(4,-4)$ in $B(-2,5)$.

$-4 = 4a + b \Rightarrow b = -4a - 4$
$5 = -2a + b \Rightarrow b = 2a + 5$
$-4a - 4 = 2a + 5$
$a = -\frac{3}{2}, \quad b = 2$
$y = -\frac{3}{2}x + 2$

403. a)

b)

c)



404.

a) $A(0,-3)$, $B(\frac{9}{2}, 0)$ $C(0,3)$, $D(-\frac{9}{2}, 0)$

b) p_{AB} $y = \frac{2}{3}x - 3$

p_{CD} $y = \frac{2}{3}x + 3$

p_{AC} $y = -\frac{2}{3}x - 3$

p_{BC} $y = -\frac{2}{3}x + 3$

c) $AB = a = 7$, $r = 1{,}9$
$p = 11{,}68$

405.

a) $A(\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0)$, $B(a\sqrt{2}, \frac{a\sqrt{2}}{2})$

$C(\frac{a\sqrt{2}}{2}, a\sqrt{2})$, $D(0, \frac{a\sqrt{2}}{2})$

b) $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $(x = 2\sqrt{2})$

$y = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $(y = 2\sqrt{2})$

c) p_{AB} $y = x - 2\sqrt{2}$
p_{DC} $y = x + 2\sqrt{2}$
p_{AD} $y = -x + 2\sqrt{2}$
p_{BC} $y = -x + 6\sqrt{2}$

d) $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$

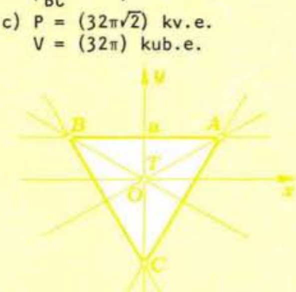
406.

a) $A(0,0)$, $B(4,0)$,
$C(4 + 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$, $D(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

b) p_{AB} $y = 0$
p_{CD} $y = 2\sqrt{2}$
p_{AD} $y = x$
p_{BC} $y = x - 4$

c) $P = (32\pi\sqrt{2})$ kv.e.
$V = (32\pi)$ kub.e.

407.



a) $A(\frac{a}{2}, \frac{a}{6}\sqrt{3})$, $B(-\frac{a}{2}, \frac{a}{6}\sqrt{3})$

$C(0, -\frac{a}{3}\sqrt{3})$

b) $x = 0$, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

c) p_{AB} $y = \sqrt{3}$
p_{AC} $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$
p_{BC} $y = -\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$

d) $D(2,0)$, $E(-2,0)$, $F(0,\sqrt{3})$

408.

$V = V_1 - V_2$ $V = 278{,}4$

409.

a) $A(-\frac{a}{2}\sqrt{3}, 0)$, $B(0, \frac{a}{2})$

$C(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{3})$

$D(-(\frac{a}{2}\sqrt{3} + \frac{a}{2}), \frac{a}{2})$

b) p_{AB} $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

p_{DC} $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + (2 + \frac{8\sqrt{3}}{3})$

p_{AD} $y = -\sqrt{3}x - 6$

p_{BC} $y = -\sqrt{3}x + 2$

c) $AC = 2(\sqrt{3} - 1)$
$BD = 2(\sqrt{3} + 1)$

410. $\frac{x-5}{3} - \frac{x-2}{2} = x - 3$
$x = 2$
$(a-3).2 + (a+1)(3-2) = a + 2 - 1$
$a = 2$

411. a) $v_v = 3\text{km/h}$ b) $v = 5\text{km/h}$
c) $t = \frac{5}{16}$ h

412. $ab = (a + \frac{a}{3})x \qquad x = \frac{3}{4}b$

413. $\alpha = \frac{4\beta}{5}, \quad \alpha = \frac{4\gamma}{3}$
$\frac{4\beta}{5} = \frac{4\gamma}{3}, \quad \beta = \frac{5\gamma}{3}$
$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$, $\alpha = 60^{\circ}$,
$\beta = 75^{\circ}$, $\gamma = 45^{\circ}$

414. $3av_1 = 7.\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \qquad v_1 = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$
$v = 6a$

415. $n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 230$
Zaporedna števila so: 56, 57, 58, 59

416. $p = 12$

417. $\frac{3}{5}x + \frac{3}{8}(9 - x) = \frac{2}{5}x + \frac{5}{8}(9 - x)$
$x = 5$
5kg prve in 4kg druge zlitine

418. $p = 25a^2 + 15a^2.4 = 85a^2$
a) Pobarvana površina meri $85a^2$,
b) 14 kock ni pobarvanih.

419. 26400 kapljic

420. $a = 2n \qquad b = n^2 - 1$
$c = n^2 + 1$
$(n^2 + 1)^2 = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$

421. $10 + 3 + 2 + 5 = 20$
$33\frac{1}{3}\%$ od $15 = \frac{1}{3}$ od $15 = 5$
715 češenj

422. $a(2+3) + b(2-3) = 0$
$5a - b = 0 \qquad b = 5a$
npr.: $a = 0$, $b = 0$
$a = 1$, $b = 5$
$a = -\frac{1}{2}$, $b = -2{,}5$

423.

	Prvi kvader:	Drugi kvader
dolžina	a	2a
širina	2b	3b
višina	3c	4c

$V_1 : V_2 = (6abc) : (24abc)$
$V_1 : V_2 = 1 : 4$

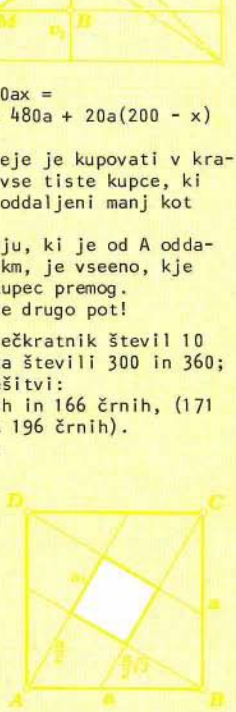
424. $V = \frac{\pi a^2}{3}(v_1 - v_2)$
$v_1 = \frac{3b}{2}, \quad v_2 = b$
$V = \frac{\pi a^2 b}{6} \qquad V = 192\pi$

425. $400a + 20ax = 480a + 20a(200 - x)$
$x = 102$
a) Ugodneje je kupovati v kraju B za vse tiste kupce, ki so od B oddaljeni manj kot 98km.
b) V kraju, ki je od A oddaljen 102km, je vseeno, kje nabavi kupec premog.
Poišči še drugo pot!

426. Skupni večkratnik števil 10 in 12 sta števili 300 in 360; odtod rešitvi:
141 belih in 166 črnih, (171 belih in 196 črnih).

427. $V = 6\text{dm}^3$

428.



Izrez iz ploščice ima obliko kvadratne prizme z osnovnim robom a_1
$a_1 = (\frac{a}{2}\sqrt{3} - \frac{a}{2})$
$m : m_1 = 2 : \sqrt{3}$

429. Drugo število 10x
Prvo število $\frac{4}{5}.10x = 8x$
$0{,}5 : \frac{9}{20} = 10 : 9$

Tretje število $9x$
$8x + 9x - 10x = 70$
$x = 10$
Števila so 80, 100, 90

430. $a = 4x, \quad b = 3x$
$2.(4x + 3x) = 14x$
$2(4x - 6) + 2(3x + 3) = 50$
$x = 4$
Stranici pravokotnika merita 16cm in 12cm.

431. $5x + 12y = 60$
$x = 0 \Rightarrow y = 5$
$y = 0 \Rightarrow x = 12$
$3x + 4y = 12$
$x = 0 \Rightarrow y = 3$
$y = 0 \Rightarrow x = 4$
$A(0,5)$, $B(12,0)$, $C(0,3)$, $D(4,0)$
$p = 18$

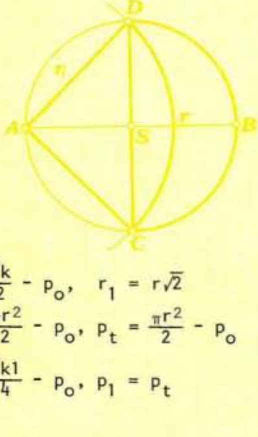
432. $V_o = 2.\dfrac{(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2 . \frac{a\sqrt{2}}{2}}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$
$V_o = 36\sqrt{2}\,cm^3$
$V_k = \dfrac{4\pi r^3}{3}, \quad r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
$V_k = \dfrac{4\pi a^3\sqrt{2}}{12}, \quad r^3 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$
$V_k = 72\pi\sqrt{2}\,cm^3$

433. $V_p - V_k = \dfrac{3\sqrt{6}}{8} - 1, \quad a_6 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
$a^3(\dfrac{3\sqrt{6}}{6} - 1) = \dfrac{3\sqrt{6}}{8} - 1;$
$a^3 = 1, \quad a = 1$
$V_p = \dfrac{3\sqrt{6}}{8} \quad V_k = 1$

434. $v(90, 105, 120) = 2520$
$2520 : 90 = 28$
Prvi satelit bo obkrožil Zemljo 28-krat.

435. $A + B = \dfrac{2}{5}.(C + D + E)$
$C + D + E = x$
$A + B = \dfrac{2}{5}x$
$x + \dfrac{2}{5}x = 10500$
$x = 7500$
$\dfrac{2}{5}x = 3000$
$A : B = 2 : 3$
$y = 600$
$2y + 3y = 3000$
$C : D : E = 3 : 4 : 5$
$3z + 4z + 5z = 7500$
$z = 625$
A......$2y = 1200$
B......$3y = 1800$
C......$3z = 1875$
D......$4z = 2500$
E......$5z = 3125$

436.



$P_1 = \dfrac{P_k}{2} - P_o, \quad r_1 = r\sqrt{2}$
$P_1 = \dfrac{\pi r^2}{2} - P_o, \ P_t = \dfrac{\pi r^2}{2} - P_o$
$P_t = \dfrac{P_{k1}}{4} - P_o, \ P_1 = P_t$

437.

438.

$$\pi r^2 x_2 = a^2(v - x) - \pi r^2(v - x)$$

$$x = \frac{a^2 v - \pi r^2 v}{a^2} = \frac{v(a^2 - \pi r^2)}{a^2}$$

$x = 1{,}95\text{m}$

Kopati morajo 1,95m globoko.

439.

$v_1 = 60\text{km/h}, \quad t_1 = \frac{x}{60}$

$v_2 = 75\text{km/h}, \quad t_2 = \frac{x}{75} + \frac{1}{20}$

$(3\text{min} = 1/20\ \text{h})$

$\frac{x}{60} = \frac{x}{75} + \frac{1}{20}, \quad x = 15\text{km}$

Vlak stoji 15km pred krajem B

440. $x = 50\text{cm} = 5\text{dm} = v$

$s = \sqrt{4 + 25} \doteq 5{,}39$

$$P = 2\pi r^2 + \pi r s = \pi r(2r + s) \doteq 58{,}97$$

$$V = \frac{2\pi r^3}{3} + \frac{\pi v r^3}{3} = 12\pi \text{dm}^3$$

441.

$$\begin{array}{l} \underline{x^2 = a^2 + d^2} \\ \left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 49 \\ b^2 + c^2 = 4 \ \big|\,.(-1) \\ \underline{c^2 + d^2 = 36} \end{array}\right\} + \\ a^2 + d^2 = 49 + 36 - 4 \\ x^2 = 81 \qquad x = 9 \end{array}$$

442. $V = (14.3{,}8 + 16.1{,}2 + 3.2{,}6) + 3.2{,}6).12 = 962{,}4$

$V = 9624\text{hl}$

$(10\text{hl} = 1000\text{l} = 1\text{m}^3)$

Gladina vode se dvigne za x m:

$30.12.x = 1, \ x = \frac{1}{360}\ \text{m} \doteq 3\text{mm}$

Gladina vode se dvigne za 3mm.

443. Produkt dveh števil je enak 0, če je vsaj en faktor enak 0:

$2x + 1 = 0, \quad x - 5 = 0$

$x = -\frac{1}{2}, \quad x = 5$

Produkt je pozitiven, če imata oba faktorja enak predznak

1) $2x + 1 > 0, \ x - 5 > 0$

$x > -\frac{1}{2}, \ x > 5$

Oba pogoja izpolnjuje $x > 5$

2) $2x + 1 < 0, \ x - 5 < 0$

$x < -\frac{1}{2}, \ x < 5$

Oba pogoja izpolnjuje $x < -\frac{1}{2}$

444. $(x - 0{,}1)^2 - (0{,}2x + 1)^2 =$

$= [(x - 0{,}1) + (0{,}2x + 1)] . [(x - 0{,}1 - (0{,}2x + 1)] =$

$= (1{,}2x + 0{,}9)(0{,}8x - 1{,}1)$

$1{,}2x + 0{,}9 = 0$

$x = -\frac{3}{4}$

$0{,}8x - 1{,}1 = 0, \quad x = \frac{11}{8}$

445. $(4x - 8y)(-\frac{1}{2}) + 11 = (7x + 2)^2 - (7x + 3)^2$

$y = -3x - 4$

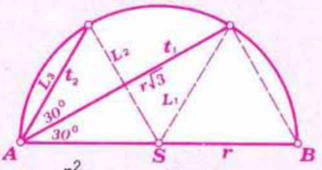
$s_1 = s_2 = s$

$r_1 = \frac{3}{4}, \ r_2 = 4$

$pl_1 : pl_2 = \pi r_1 s : \pi r_2 s$

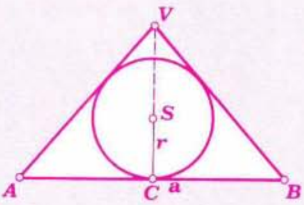
$pl_1 : pl_2 = 1 : 3$

446.



$$P_{L_1} = \frac{r^2}{12}(2\pi + 3\sqrt{3})$$
$$P_{L_2} = \frac{r^2}{12}(2\pi - 3\sqrt{3})$$
$$P_{L_3} = \frac{\pi r^2}{2} - (L_1 - L_2) = \frac{\pi r^2}{6}$$

447.



$r = \frac{a}{6}\sqrt{3} \Rightarrow a = 2r\sqrt{3}$

$v = 2r$

$V_p : V_k = 9\sqrt{3} : 2\pi$

448. Prvotno število : $900000 + x$
Novo število: $10x + 9$

$900\,000 + x = 4(10x + 9)$

$x = 23076$

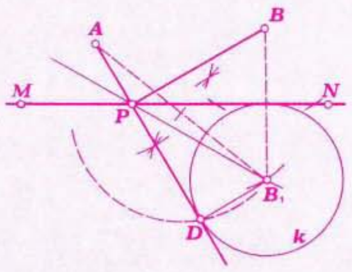
Iskano število je 923076

449. n je število članov krožka, vsak član krožka je napisal $(n - 1)$ razglednic.
$n(n - 1) = 342$, (produkt dveh zaporednih naravnih števil)
$342 = 2.3.3.19 = 18.19$
V krožku je bilo 19 članov.

450. Odstotek učencev, ki so pravilno rešili nalogo, je:
$100\% - (32\% + 12\%) = 56\%$, to je 14 učencev.
V razredu je 25 učencev.

451. $A = 6400a^2b^2$, preizkus: 25600

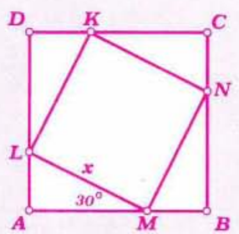
452. Nariši točko B_1, ki je simetrična točki B glede na premico (M,N). Nato nariši krožnico k, ki ima središče v B_1 in se dotika premice (M,N).



Iz točke A nariši tangento na krožnico k, njeno dotikališče je D. Sečišče te tangente z dano premico je iskana točka P.

$\measuredangle MPA = \measuredangle NPD = 2.\measuredangle NPB_1 = 2.\measuredangle NPB$

453.



Trikotnik LMA je polovica enakostraničnega trikotnika s stranico LM.

$LM = x$, $AL = \frac{x}{2}$, $AM = \frac{x}{2}\sqrt{3}$

$a = \frac{x}{2}\sqrt{3} + \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3} + 1}$

$a = \frac{x}{2}(\sqrt{3} + 1) \quad p_1 = a^2$

$p_2 = x^2 = \frac{4a^2}{(\sqrt{3} + 1)^2}$

$p_2 : p_1 = 2(2 - \sqrt{3})$

$p_2 = 2(2 - \sqrt{3}).p_1 \doteq 0{,}54.p_1 = 54\%.p_1$

454. $8316 = 2.2.3.3.3.7.11 = 2^2.3^3.7.11$
Najmanjše naravno število, s katerim moramo pomnožiti 8316, da dobimo kvadrat naravnega števila, je 3.7.11.
$8316.3.7.11 = 2^2.3^4.7^2.11^2 = (2.9.7.11)^2 = 1386^2$
Iskano število je 1386.

455. Naj bo x število metrov in y cena za 1m platna.

$x.y = 270$

$(x + 1).\frac{80y}{100} = 240$

$x = \frac{270}{y}$

$(\frac{270}{y} + 1).\frac{80y}{100} = 240$

$y = 30din \quad x = 9m$

Cena platna je bila pred znižanjem 30din za meter.

456. Hitrost prvega: v km/h

Hitrost drugega: (v - 1) km/h

Čas: t = 2h

Pot: s = v.t

$2.v + 2.(v - 10) = 220$

$v = 60$

Hitrosti motociklistov sta 60km/h in 50km/h.

457. Označimo številki: x in y. Vsota števil, ki jih zapišemo s tema številkama je

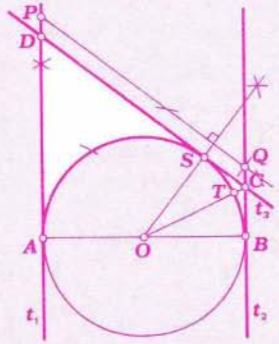
$(10x + y) + (10y + x) = 11(x + y)$.

To število je kvadrat naravnega števila, zato je

$x + y = 11$

x	2	3	......	9
y	9	8	......	2

458.



a) Narišemo tangenti (t_1 in t_2) skozi točki A in B. Na tangenti t_1 izberemo poljubno točko P. Narišemo lok s polmerom 5cm, ki seče tangento t_2 v točki Q. Skozi središče O danega kroga narišemo pravokotnico na daljico PQ.

Sečišče pravokotnice s krožnico je dotikališče tangente t_3 ($t_3 || \overline{PQ}$).

b) $\sphericalangle COD = \sphericalangle COS + \sphericalangle SOD =$

$= \frac{1}{2}(\sphericalangle AOS + \sphericalangle BOS) =$

$= \frac{1}{2}.180 = 90^o$

c) $p_1 = \frac{AD + BC}{2}.AB =$

$= \frac{DS + SC}{2}.AB = \frac{CD.AB}{2} = 10$

$p_2 = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$

$p = 10 - 2\pi$

459. Dano število zapišemo v obliki: $72n + 68$

$(72n + 68) : 24 = 3n + 2$ in ostanek 20

460. a) Če so vse številke (cifre) različne: a, b in c, dobimo 6 števil:

$100a + 10b + c$

$100a + 10c + b$

$100b + 10a + c$

$100b + 10c + a$

$100c + 10a + b$

$100c + 10b + a$

vsota: $222a + 222b + 222c = 1998$

$a + b + c = 9$

Dano število je zapisano s številkami:

1, 2 in 6

1, 3 in 5

2, 3 in 4

b) Če sta le dve števili različni: x in y, dobimo 3 števila:

$100x + 10x + y$

$100x + 10y + x$

$100y + 10x + x$

vsota: $222x + 111y = 1998$

$2x + y = 18$

Dano število je zapisano s številkami:

5, 5 in 8

7, 7 in 4

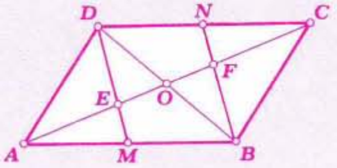
8, 8 in 2

461. Naj bo prvo število a. Drugo število je (135 - a).

$\frac{35.a}{100} = \frac{28.(135 - a)}{100} \Rightarrow a = 60$

Prvo število je 60, drugo pa 75 !

462.

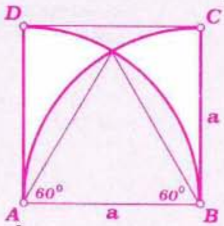


Težišče trikotnika ABD je točka E. Težišče trikotnika BCD je točka F. Na osnovi lastnosti težišča trikotnika je:

$AE = \frac{2}{3}\ AO$ in $CF = \frac{2}{3}\ OC$, zato je $AE = CF$

$OE = \frac{1}{2}\ AE$ in $OF = \frac{1}{2}\ FC$, zato je $OE + OF = AE = FC$

463.



$$p = 2\left|\frac{\pi a^2}{4} - \frac{\pi a^2}{6} - \left(\frac{\pi a^2}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)\right| = a^2 \cdot \frac{3\sqrt{3} - \pi}{6}$$

464.

	5			5			5
		1			1		
6			6			6	
2			2			2	

2	5		2	5		2	5
		1			1		
6			6			6	
2	5		2	5		2	5

Naj bodo a, b, c in d štiri sosedna števila v isti vrsti (istem stolpcu). Iz pogoja $a + b + c = b + c + d$ sledi, da je $a = d$.

To pomeni, da se števila v isti vrsti (stolpcu) ponavljajo po vsakih dveh preskočnih poljih. Nato tabelo lahko dopolnimo po vrstah (sl.1) in nato še po stolpcih (sl.2). Ostala števila dobimo iz pogoja, da je vsota treh zaporednih števil v vsaki vrsti (stolpcu) enaka 12 (sl.3).

2	5	5	2	5	5	2	5
4	7	1	4	7	1	4	7
6	0	6	6	0	6	6	0
2	5	5	2	5	5	2	5

465. Oddaljenost vzletišč je 500km, hitrost helikopterja je 100km/h, letala pa 150km/h.
Rešitev: Naj bo pot helikopterja do srečanja x km, tedaj je letalo do srečanja preletelo (x + 100) km. Hitrost helikopterja je

$\frac{x + 100}{3}$ km/h, hitrost letala

pa $\frac{x}{1\frac{1}{3}}$ km/h. Od svojega vzletišča do mesta srečanja je helikopter letel

$x : \frac{x + 100}{3} = \frac{3x}{x + 100}$ ur;

letalo je letelo od svojega vzletišča do srečanja:

$\frac{1\frac{1}{3}\ (x + 100)}{x}$ ur.

Velja enačba:

$$\frac{3x}{x + 100} = \frac{\frac{4}{3}(x + 100)}{x}$$

$\left(\frac{x}{x + 100}\right) = \frac{4}{9}$, od tod dobimo

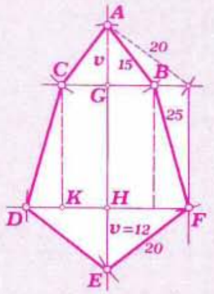
$\frac{x}{x + 100} = \pm\ \frac{2}{3}$, ker je

$(\frac{2}{3})^2 = (-\ \frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$. Števili x in x + 100 pa sta pozitivni, zato ustrezata samo enačbi

$\frac{x}{x + 100} = \frac{2}{3}$.

Dobimo rešitev x = 200 km itd.

466.



Geometrijsko konstrukcijo delaj sam!
Ploščina šesterokotnika ABCDEF v pravi velikosti je 900 cm .
Rešitev:
Po Pitagorovem izreku dobimo:
$\overline{CG} = 9$cm, $AC = 18$cm
$\overline{DH} = 16$cm, $DF = 32$cm
$\overline{CK} = 24$cm
Iskana ploščina je
$p = p_{ABC} + p_{ACDF} + p_{FDE} = 9\text{dm}^2$

467. Brigada je štela 8 traktoristov. Rešitev:
Brigada naj šteje x traktoristov. Če merimo delo z enoto "traktor na dan" (delo traktorja v enem dnevu), dobimo

$x.1 + \frac{x}{2}.1$ - delo za oranje prve njive
$\frac{x}{2}.1 + 2$ - delo za oranje druge njive

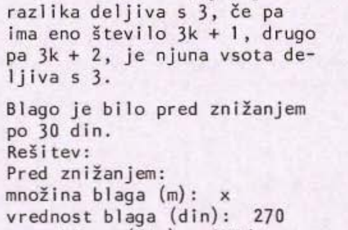
Enačba: $x + \frac{x}{2} = 2.(\frac{x}{2} + 2)$
$x = 8$

468. a) Iz $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6{,}25\sqrt{3}$, dobimo
$a = 5$
b) Polmer včrtanega valja je
$r = \frac{1}{3}\, h = \sqrt{3}$,
polmer očrtanega valja je
$R = \frac{2}{3}\, h = \frac{a}{3}\sqrt{3} = 2r.$
(h je višina osnovne ploskve)
$V_1 : V_2 = \pi R^2 v : \pi r^2 v =$
$= V_1 : V_2 = R^2 : r^2 =$
$= V_1 : V_2 = 4r^2 : r^2 =$
$= V_1 : V_2 = 4 : 1$
Za vse take prizme je razmerje vedno isto.

469. Vsako naravno število lahko zapišemo v eni izmed oblik: 3k, 3k + 1, 3k + 2, (k = 1, 2, 3, ...). Če je vsaj eno od števil a in b oblike 3k, je njun produkt deljiv s 3. Če imata a in b obliko 3k + 1 ali obliko 3k + 2, je njuna razlika deljiva s 3, če pa ima eno število 3k + 1, drugo pa 3k + 2, je njuna vsota deljiva s 3.

470. Blago je bilo pred znižanjem po 30 din.
Rešitev:
Pred znižanjem:
množina blaga (m): x
vrednost blaga (din): 270
cena blaga (din): 270/x
Po znižanju:
množina blaga (m): x + 1
vrednost blaga (din): 240
cena blaga (din): 240/(x + 1)
Pri sestavljanju enačbe upoštevamo, da je cena po znižanju 20% manjša, torej 80% cen cene pred znižanjem.
$\frac{240}{x+1} = \frac{270}{x}\cdot\frac{4}{5}$, $x = 9$
$270 : 9 = 30$

471.



a) Koordinati četrtega oglišča sta D(-3,3).
b) Koordinati presečišča diagonal $\overline{AC}$ in $\overline{BD}$ sta:
$x_s = \frac{-3 + 5}{2} = 1$
$y_s = \frac{-1 + 3}{2} = 1$

c) c) Enačbe premic, na katerih leže stranice pravokotnika, so:
AB : y = -1
BC : x = 5
CD : y = 3
DA : x = -3

Enačbi premic, na katerih ležita diagonali $\overline{AC}$ in $\overline{BD}$, določimo tako, da koordinate (A in C ter B in D) vstavimo v enačbo:
$y = ax + b$ ter določimo koeficienta a in b.
Rešitev je:
diagonala e: $x - 2y + 1 = 0$
diagonala f: $x + 2y + 1 = 0$

472.

Ker leži točka M hkrati na simetrali zunanjega kota z vrhom A in na simetrali zunanjega kota z vrhom D, je enako oddaljena od premic $\overline{AB}$ in $\overline{CD}$. Na enak način ugotovimo, da je točka N enako oddaljena od premic $\overline{AB}$ in $\overline{CD}$. Zato ležita točki M in N na srednjici trapeza. Daljica $\overline{MN}$ je enaka polovici obsega trapeza. Trikotnika NAE in BMF sta namreč enakokraka in je
$\overline{NE} = \frac{d}{2}$, $\overline{FM} = \frac{b}{2}$.
$o = 2.2k$, $o = 4k$

473.

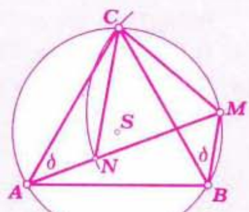
a) Polmer osnovne ploskve stožca je R. Ker je $V_s = V_v$, velja
$\frac{R^2h}{3} = r^2h \Rightarrow R = r\sqrt{3}$
b) Iz podobnosti trikotnikov BQN in OQS sledi:
$\frac{\overline{BN}}{\overline{OS}} = \frac{R - r}{R}$

$\overline{BN} = \overline{OS}.\frac{r\sqrt{3} - r}{r\sqrt{3}}$
$h_1 = h.\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}$
$h_1 = h.\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$
Prostornina valja, ki je v stožcu, je:
$V = \pi r^2 h.\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

474. Iz ploščine diagonalnega preseka ugotovimo, da sta krajša diagonala romba in višina prizme enaki k. Iz ploščine romba dobimo daljšo diagonalo
$\frac{d.k}{2} = \frac{2}{3}k^2 \Rightarrow d = \frac{4}{3}k$
Stranico romba dobimo iz prapravokotnega trikotnika v rombu
$a = \frac{5}{6}\ k$

a) a) $V = \frac{2}{3}\ k^3$, $P = \frac{14}{3}\ k^2$
b) $V = P \Rightarrow \frac{2}{3}\ k^3 = \frac{14}{3}\ k^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow k = 7$

475. 475.



Na daljici AM konstruiraj točko N tako, da je MN = CM. Kot ∢AMC je načrtan nad stranico AC in je enak kotu ∢ABC = 60° (kota nad isto tetivo). Trikotnik CMN je enakostraničen in tako je CN = CM.
Iz skladnosti trikotnikov ACN in BCM sledi, da je AN = BM. Po konstrukciji je MN = CM, zato je
AM = AN + NM = BM + CM

(Nadaljevanje na str. 188)

NOVICE

LETNA ŠOLA MLADIH MATEMATIKOV

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Hrvatske je letos organiziralo že peto letno šolo mladih matematikov v Primoštenu. Med 12. in 18. julijem 1976 smo se v tem prijetnem turističnem kraju zbrali mladi matematiki iz vse Jugoslavije. Izbrali so nas po rezultatih republiških tekmovanj in zveznega tekmovanja. Slovenijo smo zastopali: Matjaž Vidmar - zdaj učenec 4. razreda gimnazije v Novi Gorici, ki je pravi rekorder, saj je bil v Primoštenu že tretjič; Luka Šušteršič - učenec 4. razreda I. gimnazije v Ljubljani je sodeloval v letni šoli drugič in Edmond Rusjan - učenec 3. razreda I. gimnazije v Ljubljani prvič.

Primošten je zelo lep turistični kraj ob morju med Šibenikom in Splitom. Starejši del mesteca leži na majhnem polotoku, ki ga le ozek pas povezuje s kopnim, kjer rastejo sodobni hoteli. Zraven njih je tudi tabor esperantistov, kjer smo stanovali.

Dopoldne smo imeli tri ure predavanj, ki so jih vodili univerzitetni profesorji. Dr. Kurnik je predaval o izbranih problemih o konveksnih množicah, dr. Mičić o algebrskih in transcendentnih številih, dr. Palman pa o projektivni geometriji. Predavanja so bila zelo zanimiva, vendar precej zahtevna.

Popoldne in zvečer smo bili prosti. Takrat smo se kopali, igrali minigolf, šah in se sprehajali po Primoštenu. Veliko smo se tudi pogovarjali in to o najrazličnejših temah. Izvedel sem marsikaj zanimivega o življenju mladih drugod po Jugoslaviji, s kakšnimi zunajšolskimi dejavnostmi se ukvarjajo in kaj jih najbolj zanima. Razumljivo, da je pogovor nanesel tudi na matematiko. Kolegi iz Beograda so me vprašali, če imamo tudi v Sloveniji kakšno matematično gimnazijo. Ko sem jim povedal, da tudi jaz obiskujem oddelek za intenzivno matematiko, jih je zanimalo, koliko ur matematike imamo. Odgovoril sem, da imamo 9 ur v dveh tednih. Čudili so se, kakšen intenziven oddelek sploh je to, saj imajo oni 9 ur na teden, v Zagrebu pa 7 ur na teden.

Predzadnji dan smo odšli na izlet z ladjo na otoka Krapanj in Zlarin. Teden v Primoštenu je hitro minil in odšli smo domov s tiho željo, da bi se še vrnili.

Še nekaj nalog, ki so jih zastavili predavatelji, pa tudi kolegi:

1. V kotu šahovnice stoji šahovski konj. Ali lahko skače tako, da skoči na vsako polje natanko enkrat in da konča potovanje v nasprotnem kotu šahovnice?
2. Dokaži, da število 0,12112111211112... ni racionalno!
3. Dokaži, da je od vseh števil oblike $2p + 1$ (p je praštevilo) samo eno kub naravnega števila!
4. Če sta a in b tuji si števili $(a,b) = 1$, dokaži

$$(a + b,\ a^2 - ab + b^2) = 1 \text{ ali } 3.$$

Rešitve:

1. Šahovski konj skoči vedno z belega na črno polje, s črnega pa na belo. Če začne svoje potovanje na belem polju, bo po eni potezi stal na črnem polju, po dveh na belem itd. Po $2k-1$ potezah bo stal na črnem, po $2k$ potezah pa spet na belem. Ker ima šahovnica 64 polj in mora skočiti na vsako polje enkrat, bo napravil 63 potez. Na koncu potovanja bo stal na polju druge barve kot na začetku. Polji v nasprotnih kotih šahovnice pa sta iste barve. Zato ne more začeti skakati v enem kotu šahovnice, končati pa v nasprotnem.
2. Za vsako racionalno število obstaja enoličen neskončen periodičen decimalni zapis. Predpostavimo, da je 0,121121112.... racionalno število. V njegovi periodi so enice in dvojke. Poskusimo ugotoviti, koliko cifer je v periodi! Samo ena ne more biti, ker bi bila to enica ali dvojka, ne pa oboje. Dve cifri ne moreta biti v periodi, ker imamo v zapisu dve enici zaporedoma in mora biti v periodi vsaj ena dvojka. Podobno sklepamo za tri cifre, za štiri itd. Za poljubno naravno število n lahko najdemo n zaporednih enic, zato n ne more biti število cifer v periodi. Ker 0,121121112.. nima periodičnega decimalnega zapisa, ni racionalno število.
3. Če enačbo

$$2p + 1 = k^3 \qquad (p \text{ je praštevilo})$$

malo preoblikujemo, dobimo

$$k^3 - 1 = 2p$$
$$(k - 1).(k^2 + k + 1) = 2p$$

Ker je p praštevilo, sta sedaj le dve možnosti.

1. $k - 1 = 1$, $k = 2$ in $k^2 + k + 1 = 2p$, $4 + 2 + 1 = 2p$, kar vodi v protislovje: $7 = 2p$.
2. $k - 1 = 2$, $k = 3$ in $k^2 + k + 1 = p$, $9 + 3 + 1 = p$, $p = 13$

Od vseh števil oblike $2p + 1$ je kub samo število 27:

$$2.13 + 1 = 3^3 = 27.$$

4. Če $a^2 - ab + b^2$ delimo z $a+b$, dobimo

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b).(a - 2b) + 3b^2$$

Če je število k delitelj dveh števil, je tudi delitelj njune vsote in razlike. S pomočjo tega izreka se lahko prepričamo, da velja

$$(a^2 - ab + b^2, a + b) = (a + b, 3b^2)$$

$(a + b, 3b^2)$ je lahko enak 3, na primer $a = 4$, $b = 5 \Rightarrow (9, 75) = 3$, lahko pa tudi 1, na primer $a = 1$, $b = 3 \Rightarrow (4, 27) = 1$.

Dokažimo, da ne more biti nobeno praštevilo p skupni delitelj števil $a+b$ in b^2 !

Iz $p|b^2$ sledi $p|b$ in $b = p.c$

Iz $p|(a+b)$ sledi $a + b = p.d$

$$a = (a + b) - b = p.d - p.c = p.(d-c)$$

Torej $p|(a,b)$, kar je protislovje.

Vsak skupni delitelj števil $a+b$ in b^2 lahko razstavimo v produkt praštevil. Vsako od teh praštevil je tudi skupni delitelj števil $a+b$ in b^2. Malo prej pa smo dokazali obratno: nobeno praštevilo ni skupni delitelj števil $a+b$ in b^2.

Torej tudi nobeno sestavljeno število ni skupni delitelj števil $a+b$ in b^2.

S tem pa smo že dokazali

$$(a + b, 3b^2) = 1 \text{ ali } 3$$

in

$$(a^2 - ab + b^2, a + b) = (a + b, 3b^2) = 1 \text{ ali } 3$$

Edmond Rusjan

PREMISLI IN REŠI

Za nalogo v Preseku IV/1 smo dobili 39 rešitev in od teh so bile napačne samo štiri.

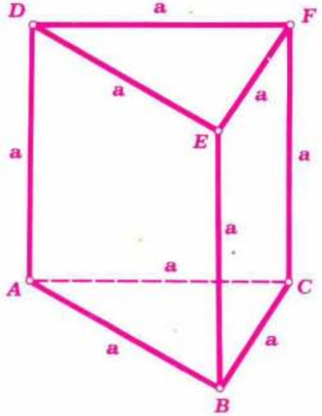
Naloge so pravilno rešili:

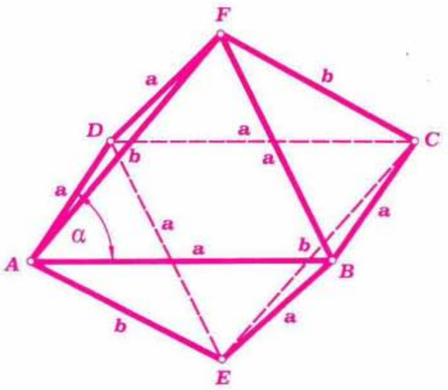
Ivanka Arlež, osn.š. M. Tominc, Globoko, Igor Bahovec, gimnazija Šentvid, Jasna Brovč, gimnazija Tolmin, Tomislav Ceravc, osn.š. I. Cankar, Vrhnika, Maruša Dobljekar, gimnazija M. Zidanšek, Maribor, Anica Dominko, osn.š. Odranci, Bernarda Drganc, gimnazija Stična, Peter Fajfar, gimnazija Jesenice, Barbara Dradišek, gimnazija Kamnik, Ferdo Humski, Maribor, Bojan Hvala, gimnazija Idrija, Stanko Kac, gimnazija Ravne, Stanko Kajba, gimnazija Celje, Branko Kancler, gimnazija Ptuj, Marija Kavaš, osn.š. Odranci, Albin Klanjšček, gimnazija Nova Gorica, Jože Kociper, gimnazija Maribor, Eda Kofol, slovenska gimnazija Koper, Marko Kogoj, gimnazija Jesenice, Igor Kraševac, gimnazija M. Zidanšek, Maribor, Ivan Kresnik, gimnazija Ravne, Srečko Natek, gimnazija Celje, Barica Nedelko, osn.š. Odranci, Bernard Nežman, gimnazija Bežigrad, Nada Obad, slovenska gimnazija Koper, Brane Penca, gimnazija Novo mesto, Tone Petkovšek, gimnazija Poljane, Peter Povše, gimnazija Novo mesto, Miran Pravdič, gimnazija Ravne, Vida Rus, gimnazija Kočevje, Dušan Seljak, gimnazija Škofja Loka, Alojz Trček, elektro poklicna kovinarska šola, Ljubljana, Pavel Troha, gimnazija Idrija, Ester Zimic, gimnazija Tolmin, Marija Zver, osn.š. Odranci.

PREMISLI IN REŠI

Pravilno rešitev* dajo oglišča

1. Enakorobe pravilne tristrane prizme
2. Dvojne pokončne piramide, ki imajo osnovno ploskev romb in po 2 stranska robova enaka osnovnemu robu; posebna oblika - oktaeder.





Izžrebani so bili:
Albin Klanjšček, gimnazija Nova Gorica
Ivan Kresnik, gimnazija Ravne
Alojz Trček, elektro poklicna kovinarska šola, Ljubljana

Za nagrado prejmejo knjigo Ivana Vidava: Rešeni in nerešeni problemi matematike.

Nova naloga:

V letu 1976 je imel mesec februar pet nedelj. Katerega leta bo imel februar zopet pet nedelj?

Mnogo uspeha pri reševanju zanimive naloge.
Rešitve nam pošljite do 20. aprila 1977.

Jože Dover

*Nekaj več o reševanju te naloge bomo objavili v naslednji številki.

REŠITVE NALOG

MAGIČNI KVADRAT - REŠITEV s strani 159

Izpišimo vse trojice števil, ki nam dajo vsoto 15!

1,5,9	2,5,8	3,5,7
1,6,8	2,6,7	4,5,6
2,4,9	3,4,8	

Vsot je ravno 8, toliko kot je vsot v magičnem kvadratu:3 vrste, 3 stolpci in 2 diagonali. Število 5 nastopa v njih štirikrat, zato ga bomo postavili v sredino magičnega kvadrata, kjer se križajo štiri vsote: srednji stolpec, srednja vrsta in obe diagonali.

Soda števila nastopajo v zgornjih vsotah po trikrat, zato bodo stala v ogliščih magičnega kvadrata, kjer se stikajo vrsta, stolpec in diagonala.

Postavljanje sodih števil nam pušča nekaj svobode. Če recimo postavimo 2 levo spodaj, bo desno zgoraj 8,4 in 6 pa lahko postavimo potem na dva načina.

Preostala števila se dajo v kvadrat vpisati na en sam način.

	5	

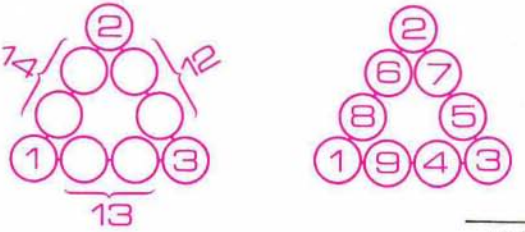
		8
	5	
2		

6		8
	5	
2		4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

MAGIČNI TRIKOTNIK - REŠITEV s strani 159

Vsota vseh števil do 9 je 1+2+...+8+9 = 45, vsota vseh treh trikotnikovih stranic pa 17.3 = 51. Razlika 51-45 = 6 nastane, ker smo števila v vogalih šteli po dvakrat. Vsota vogalnih števil je torej 6 in edina možnost za vogalna števila 1,2 in 3. Preostala polja bo bralec hitro izpolnil sam.



Ljubomir Kostrevc

Kmet, volk, koza in zelje: Označimo s K - kmet, v - volk, k - koza, z - zelje in * - čoln. Obstajata dve rešitvi, ki ju popisujeta tabeli

	1. breg	2. breg
1	K v k z *	
2	v z	K k *
3	K v z *	k
4	z	K v k *
5	K k z *	v
6	k	K v z *
7	K k *	v z
8		K v k z *

	1. breg	2. breg
1	K v k z *	
2	v z	K k *
3	K v z *	k
4	v	K k z *
5	K k v *	z
6	k	K v z *
7	K k *	v z
8		K v k z *

Nedeljski sprehod: Označimo M - mama, A - ata, J - Janez, P - Peter, m - Muri in * - čoln. Rešitev prikazuje tabela

	1. breg	2. breg
1	M A J P m *	
2	M A m	J P *
3	M A J m *	P
4	A J m	M P *
5	A J P m *	M
6	A m	M J P *
7	A P m *	M J
8	P m	M A J *
9	J P m *	M A
10	m	M A J P *
11	P m *	M A J
12		M A J P m *

Trije ljubosumneži: Označimo z velikimi črkami moške, a z malimi ženske. Zakonski par določa ista črka.

	1. breg	2. breg
1	A a B b C c *	
2	A a B C	b c *
3	A a B b C *	c
4	A B C	a b c *
5	A a B C *	b c
6	A a	B b C c *
7	A a B b *	C c
8	a b	A B C c *
9	a b c *	A B C
10	a	A B b C c *
11	a b *	A B C c
12		A a B b C c *

Pet ljubosumnežev:

	1. breg	2. breg
1	A a B b C c D d E e *	
2	A a B b C D E	c d e *
3	A a B b C c D E *	d e
4	A a B C D E	b c d e *
5	A a B b C D E *	c d e
6	A a B b	C c D d E e *
7	A a B b C c *	D d E e
8	a b c	A B C D d E e *
9	a b c d *	A B C D E e
10	a	A B b C c D d E e *
11	a b *	A B C c D d E e
12		A a B b C c D d E e *

Štirje ljubosumneži:

	1. breg	otok	2. breg
1	A a B b C c D d *		
2	A a B b C D		c d *
3	A a B b C c D *		d
4	A a B C D	b c *	d
5	A a B b C D *	c	d
6	A a B b	c	C d d *
7	A a B b C *	c	D d
8	A B C	a b c *	D d
9	A a B C *	b c	D d
10	A a	b c	B C D d *
11	A a	b c d *	B C D
12	A a	b	B C c D d *
13	A a B *	b	C c D d
14	a	b	A B C c D d *
15	a	b c *	A B C D d
16	a		A B b C c D d *
17	a b *		A B C c D d
18			A a B b C c D d *

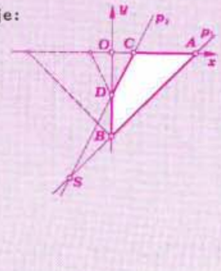
Zaklad: Označimo T - Tomo, E - Egon, J - Jernej in z malimi črkami t, e in j ustrezne skrinje. Potem je rešitev podana s tabelo

	1. breg	2. breg
1	T t E e J j *	
2	T t J j	E e *
3	T t E J j *	e
4	t E J	T e j *
5	T t E J *	e j
6	T t	E e J j *
7	T t J j *	E e
8	J j	T t E e *
9	E e J j *	T t
10	e j	T t E J *
11	T e j *	t E J
12	j	T t E e J *
13	J j *	T t E e
14		T t E e J j *

Vladimir Batagelj

476. Naj prevozi prvi motociklist x metrov v minuti in drugi y metrov v minuti.
Iz prvega pogoja sledi:
$x + y = 1650$, iz drugega:
$x - y = \frac{1650}{11} = 150$
Rešitev sistema enačb je:
$x = 900$m v minuti in
$y = 750$m v minuti ali
54km/h in 45km/h.

477. a) $p_{ABCD} = p_{OAB} - p_{OCD} = 7cm^2$
b) Iskana prostornina je enaka razliki prostornin dveh stožcev z vrhom D in B:
$$V = V_1 - V_2 = \frac{2^2\pi 4}{3} - \frac{2^2\pi 2}{3} = \frac{8\pi}{3}$$



Pavle Zajc

REŠITVE KRIPTOGRAMOV s strani 159

Prvi kriptogram razlagamo bolj obširno, pri ostalih pa zaradi pomanjkanja prostora navajamo le rešitve.

I. V prvi številki letošnjega letnika smo na strani 37 objavili uganko "Skrita števila". Uganka, pri kateri smo sicer navedli način reševanja, bi bila lahko tudi kriptogram. V navedenih besedah so namreč skrita števila in njihova lega v besedah določa, katere črke upoštevamo za rešitev. Podobno je pri tem kriptogramu.

V besedah se skrivajo števila TRI, PET, NIČ, ENA, OSEM. Ko to odkrijemo, sklepamo naprej: črke pred števili ne morejo dati rešitve, ker je ENA v besedi ENAKONOČJE na začetku, črke za števili (ČURAKE) ne pomenijo ničesar. Enako je z mešanim odbiranjem - za in pred števili (ČERLKO), mešano odbiranje pred in za števili pa sploh ni mogoče. Torej moramo iskati drugje. Poskusimo zaporedoma odbirati črke, ki ustrezajo skritim številom. Tretja črka besede SESTRIČNA je S, peta črka besede KLEPETULJA je E, druga v besedi EDVARD je D, imamo že SED. V besedi BOLNIČARKA pa se skriva nič, torej ni treba iz te besede vzeti nobene črke (primer slepilnega vložka, ki naj zavede reševalca!), iz zadnjih dveh besed pa dobimo na podoben način še črki E in M, skupaj besedo SEDEM - rešitev kriptograma. Rešitev je spet število (smiselna povezava med elementi in rešitvijo uganke!).

II. Izračunana vrednost log 985612 gotovo ni rešitev. Zakaj pa je beseda LOGARITEM izpisana v celoti in ni samo log ? Zaporedoma odbirane črke te besede, ki ustrezajo posamezni številki števila 985612, sestavljajo rešitev - besedo MERILO.

III. Rešitev: LARSEN : KAVALEK. (Bent Larsen je danski, Lubomir Kavalek pa ameriški šahovski velemojster.) Številka vrste, na kateri stoji figura, pove črko, ki jo je treba vzeti iz imena figure. To je "čisti" slikovni kriptogram, pri katerem smo morali besede (imena figur) najprej poiskati. Odvzete črke beremo posebej pri belih figurah in posebej pri črnih, obakrat pa v smeri linij šahovnice (od a do h). Iz imen belih figur odvzete črke sestavljajo besedo Larsen, iz črnih pa Kavalek.

Primer: beli: L̲OVEC - 1. vrsta - črka L, DA̲MA - 2. vrsta - črka A itd.
črni: SKAK̲AČ - 4. vrsta črka K, DAMA̲ - 4. vrsta - črka A itd.

IV. Črke ob krogu odbiramo ustrezno dogovorjenim oznakam kvadrantov, narisanim povezavam s premeri in pozitivni smeri kroženja (nasprotno smeri urinega kazalca). Začnemo torej pri D, preko kroga do I, v pozitivni smeri kroženja do A, spet preko kroga do M, naprej do E itd. Na koncu sestavljajo odbrane črke besedi DIAMETRALNO NASPROTJE (smiselna povezava ideje kriptograma in njegove rešitve!).

V. Valenca posamezne kemične prvine pove, katero črko je treba vzeti iz njenega imena. Germanij (4) - M, evropij (4) - O, litij (1) - L, itd. Rešitev je MOLIBDEN.

VI. Ključ za rešitev kriptograma se skriva v naslovu uganke. V njem sta srednji dve črki natisnjeni z verzalkama, ostale so male. V navedenih besedah moramo zaporedoma odbirati srednji dve črki besed, kar da rešitev - DE-TE-RM-IN-AN-TA.

Pavle Gregorc

PISMA BRALCEV

Posebno smo bili veseli Petrovega pisma iz Senčurja, ker se nam je ponovno oglasil:

Lepo pozdravljeni! Najprej se vam lepo zahvaljujem za prijazno vzpodbudo in povabilo, naj vam večkrat pišem. Hvala! Zadnjič sem se predstavil le po imenu, zato naj povem, da obiskujem drugi letnik gimnazije v Kranju. Že dolgo časa se zanimam za astronomijo in fiziko. Prebral sem več knjig s teh dveh zelo povezanih področij, naročen pa sem tudi na več revij, s katerimi spoznavam sodobno znanost in njene probleme. Najbolj me zanima jedrska fizika.

Večkrat sem že bral, da nastane pri razpadu β tudi nevtrino, delec, ki se lahko giblje skozi zelo goste snovi, ne da bi se mu kaj zgodilo. Zanima me, kaj nastane pri trku dveh nevtrinov. Zanima me tudi tole: Mislimo si, da prevrtamo Zemljo po osi in v vrtino spustimo kamen. Kaj se bo zgodilo? Bo nihal kamen od pola do pola, ali bo obstal v središču?

Vesel bi bil, če bi mi odgovorili na vprašanja.

Hvala za pismo in pohvala za zanimanje, ki ga kažeš za fiziko in astronomijo. Upamo, da se boš oglasil, morda s krajšim prispevkom, ki bo zanimiv tudi za druge bralce. Na vprašanje o nevtrinu bomo skušali odgovoriti s prispevkom v eni od prihodnjih številk. Upamo tudi, da se bodo z vprašanjem o gibanju kamna skozi izvrtano Zemljo spoprijeli bralci in nam o tem pisali.

Marjan Hribar

Ljubica Rošič iz Dolenjega Logatca je rešitvi "Premisli in reši" dodala kratko pisemce:

Presek sem naročila letos, ko so ga tudi druge punce. Tovarišica nam je rekla, da je zelo dober! Ker pa hodim šele v 6.

razred osnovne šole, me malo moti, da skoraj ničesar ni za nas, mislim nalog za računanje. Hodim k matematičnemu krožku in tam se veliko naučimo. Ne vem, če je prav, ampak vseeno ni "vrag poslati", mogoče je pa le! Nisem vedela kam s kuponom, pa sem ga kar na kuverto prilepila!

Seveda ni "vrag poslati", veseli smo tako korajžnih bralk in bralcev, pa še rešitev je bila pravilna. Kupon smo pa, kot ste verjetno že opazili, kar opustili. Morda bi nam pa iz vašega matematičnega krožka poslali kaj, kar bi bilo primerno za mlajše bralce? Napišite nam kaj o delu krožka!

\- - -

Dragi Presek!

Z željo, da bi bila naslednja številka še pestrejša, ti pošiljam nekaj nalog. Najbrž bodo zanimive predvsem za osmošolce. Verjetno vse naloge niso kvalitetne, pa zato kar sam izberi, katere so primerne za tvoje bralce. Mnogo uspeha pri nadaljnem izhajanju ti želi

Tomaž Zwitter,
Cankarjeva gimnazija, Ljubljana

Kot vidiš, Tomaž, smo izbrali dve od tvojih treh nalog in jih objavili v tej številki. Rešitev nismo dodali, ker se nam zdi, da sta nalogi taki, da ju bodo bralci znali sami rešiti. Še nam piši!

Peter Petek

Čeprav sem že od vsega začetka naročen na Presek, vam pišem in pošiljam prvo rešitev šele sedaj. Glede lista se mi zdi, da je vreden hvale, saj je izredno zanimiv, pa tudi poceni je, če ga primerjam z drugimi matematičnimi revijami v Jugoslaviji. Tudi jaz sem za to, da bi izšlo na leto več številk. Lep pozdrav

Maks Romih

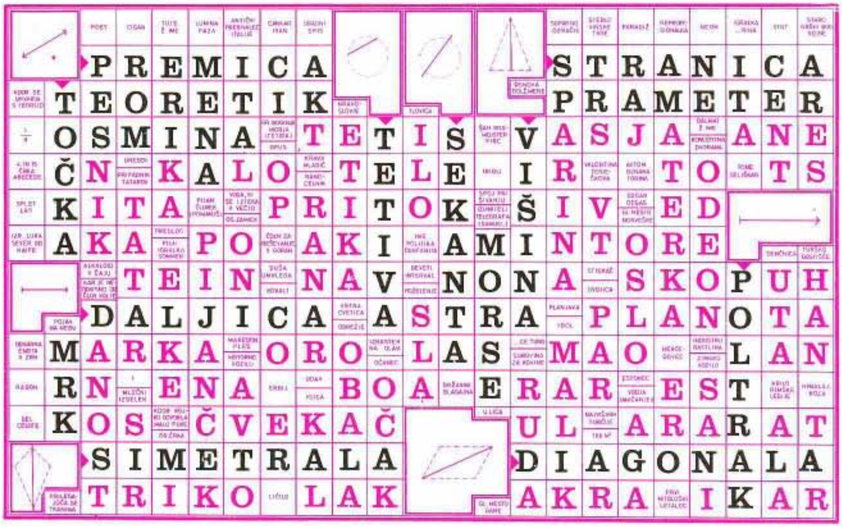
Maksu iz Ljubljane se lepo zahvaljujemo za poslano rešitev. Tudi letos še ne bomo zmogli izdati več številk. Veseli smo pa, da bereš Presek z zanimanjem! Piši nam še!

Spoštovano uredništvo! Najprej vas lepo pozdravljam. Na Presek sem naročen prvo leto, berem ga pa že drugo. Ta revija mi je zelo všeč. Najbolj me zanimata astronomija in fizika. Rad rešujem vaše naloge, posebno v prostem času. Prosil, oziroma predlagal bi, da bi bilo v Preseku še več podobnih nalog, kot so Bistrovidec, naloge s številkami in vžigalicami. Lepo vas pozdravljam! Upam, da se moje pismo ne bo znašlo v košu.

Tako nam je pisal Jože Rehberger, učenec 8. razreda iz Nove vasi pri Preddvoru. Kot vidiš tvojega pisma nismo vrgli v koš, nasprotno, zelo veseli smo ga bili. Pri tvojem poglabljanju v astronomijo in fiziko ti želimo veliko uspeha. Veš, v naši družbi si želimo več fizikov in astronomov. Torej vztrajaj na tej poti! Potrudili se bomo, da bomo v prihodnjih številkah ustregli tvojim željam. Ali se boš še kdaj oglasil?

Matilda Lenarčič

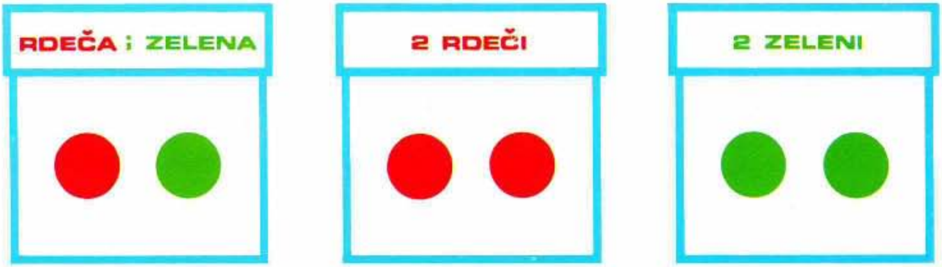
KRIŽANKA - rešitev iz P 4/2, str. 160-161 (*Pavle Gregorc*)



P R E S E K - LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME
4 (1976/77) ŠT. 3, STR. 129 - 192

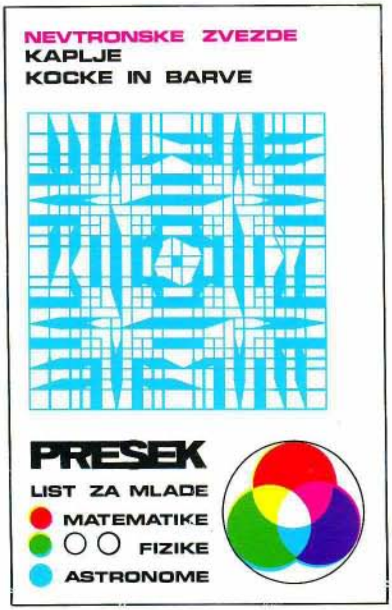
V S E B I N A

BISTROVIDEC



Tri rdeče in tri zelene kroglice razmestimo v tri škatle tako, da sta v vsaki škatli dve kroglici, pri tem pa pazimo, da je vsebina, glede na barvo kroglic, v vseh treh škatlah različna. Škatle so tudi opremljene z napisi o barvi kroglic v škatlah. Toda nekdo je napise tako pomešal, da niti eden ne odgovarja resničnemu stanju v škatlah. Dokaži, da je ob pravilnem ravnanju dovolj, da na slepo sežemo v eno od škatel in na podlagi izvlečene kroglice določimo resnično vsebino v vseh treh škatlah!

Danijel Bezek



BISTROVIDEC - rešitev iz 1. številke

Skrivnostni napis z naslovne strani so razbrali in nam pisali: Diana Hrvatin iz Dekanov, Olga Rašeta z Jesenic, Eda Kofol iz Kopra in Alenka Razboršek z Jesenic. Preberimo, kaj nam je napisala Eda Kofol!

Kar precej časa sem se mučila, da bi razbrala skrivnostni napis, a je bilo zaman. Zato sem ga postavila na vrh kupa zvezkov. Ko sem pa še enkrat pogledala proti Preseku, sem opazila skrivnostni napis, prebrala sem

PRESEK - ꓘƎSƎЯԀ

Ugotovila sem tudi, da kakorkoli list Presek obrneš, vedno prebereš PRESEK.

Verjetno večina bralcev ne ve, da je v marcu 1972, še pred rednim začetkom izhajanja Preseka izšel Prapresek ali Presek 0, če hočete. Natisnjen je bil v nakladi 3000 izvodov v tovarni Rog - Savlje. In na naslovni strani Prapreseka je bil odtisnjen isti skrivnostni napis.

Peter Petek