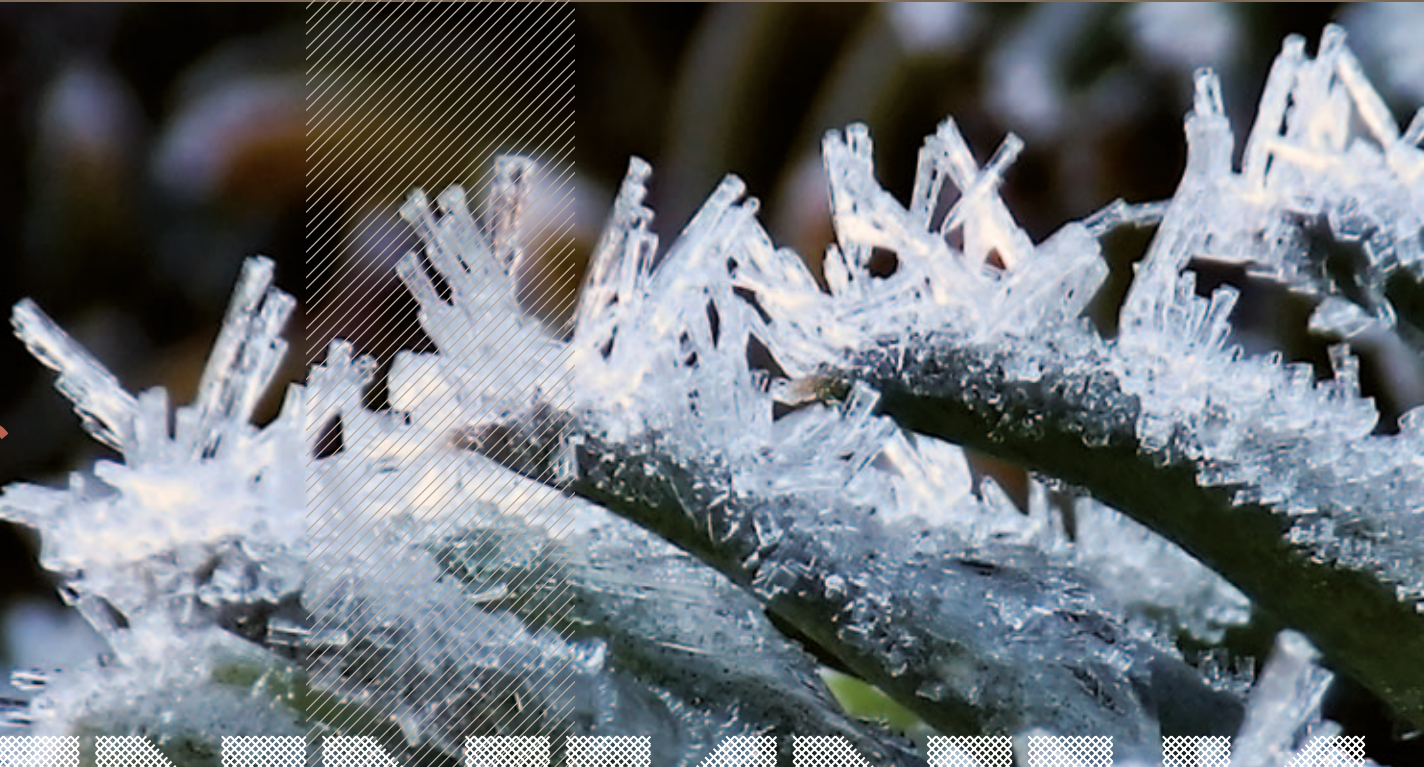




PRESEK LETNIK 39 (2011/2012) ŠTEVILKA 5



PRESEK

KDO
JOČE?

- KONSTRUKCIJA PRAVILNEGA PETNAJSTKOTNIKA
- ZVOČNIK IZ LONČKA, ŽICE IN MAGNETA
- SEVERNI SIJ
- PRIREJANJE GRAFOV IN MATURANTSKI PLES

ISSN 0351-6652



9 770351 665951

Izraba vetrne energije



→ Matematika nam na več načinov pomaga pri postopkih pretvorbe vetra v uporabno energijo. Vetrni modeli večjih območij nam pomagajo pri iskanju primerne lokacije, bolj natančni in osredotočeni modeli pa predvidijo najboljšo razporeditev vetrnih turbin v okviru izbrane lokacije tako, da upoštevajo tudi vpliv turbulenc in medsebojne motnje vetrnic. Z dinamiko fluidov lahko opišemo tudi pretok zraka in vleko v okolici turbin. To nam pomaga pri določitvi strukturne in aerodinamične oblike listov, ki izrabijo čim več vetrne energije, pri tem pa niso niti predragi niti preglasni.

Z matematiko lahko odgovorimo tudi na dve osnovni vprašanji o vetrnih turbinah.

Zakaj ima večina vetrnic ravno tri liste?

Turbine z manj listi izkoristijo manj vetrne energije, hkrati pa so zaradi hitrejšega vrtenja bolj glasne. Turbine z več listi bi sicer lahko izkoristile do tri odstotke več energije, vendar to ne bi opravičilo dodatnih stroškov.

Kolikšen del vetrne energije lahko uporabijo turbine?

S pomočjo analize in zakonov o ohranitvi energije lahko utemeljimo Betzov zakon, ki pravi, da nobena turbina ne more ujeti več kot 60 odstotkov energije vetra. Moderne turbine imajo izkoristke med 40 in 50 odstotki. Tako nikakor ne verjemite komurkoli, ki vam bi skušal prodati vetrnico s 65 odstotnim izkoristkom.

Veliko več o izkoriščanju vetrne energije lahko najdete v leta 2010 izdani knjigi *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*. Napisali so jo James F. Manwell, Jon G. McGowan in Anthony L. Rogers.

× × ×



Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 39, šolsko leto 2011/2012, številka 5

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek, Vilko Domajnko, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar, Damjan Kobal, Lucijana Kračun Berc (tekmovanja), Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič (odgovorni urednik), Marko Petkovšek (glavni urednik), Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj, Matjaž Zaveršnik.

Dopisi in naročnine: DMFA-založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2011/2012 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBAS12X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA-založništvo

Tehnična urednica Tadeja Šekoranja

Oblikovanje in ilustracija Polona Šterk Košir, Ines Kristan

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1600 izvodov

© 2012 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1864

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učenec višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželeno velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva DMFA-založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

MATEMATIČNI TRENTKI

- 2** Izraba vetrne energije

MATEMATIKA

- 4-8** Konstrukcija pravilnega petnajstkotnika
(*Marko Razpet*)
- 8-9** Mednarodna matematična olimpijada 2011
(*Gregor Dolinar*)
- 9-10** Presek – dobitnik priznanja Slovenske
znanstvene fundacije
(*Marija Vencelj*)

FIZIKA

- 11-13** Zvočnik iz lončka, žice in magneta
(*Bor Gregorčič*)
- 14-15** Poizkuševalnica v mrzli naravi –
odgovor naloge – Kako nas pogreje?
(*Mojca Čepič*)
- 18-19** Poizkuševalnica v sobi –
Akvarij
(*Mojca Čepič*)
- 19-20** Razmisli in poskusi –
Preprost kompas
(*Mitja Rosina*)

ASTRONOMIJA

- 21-23** Severni sij
(*Matic Smrekar*)
- 24** Vabilo na SMART
(*Astronomsko društvo Labod*)

RAČUNALNIŠTVO

- 25-29** Prirejanje grafov in maturantski ples
(*Matej Kren*)

RAZVEDRILO

- 30-31** Naravoslovna fotografija –
Jutranje padavine
(*Aleš Mohorič*)
- 16-17** Nagradna križanka
(*Marko Bokalič*)
- 30** Rešitev nagradne križanke Presek 39/4
(*Marko Bokalič*)
- 10,19,29** Barvni sudoku
- 13** Križne vsote
- 20** Futošiki

TEKMOVANJA

- priloga** 2. tekmovanje v znanju astronomije za
učence osnovnih šol – šolsko tekmovanje
- priloga** 2. tekmovanje v znanju astronomije za dijake
srednjih šol – šolsko tekmovanje
- priloga** 2. tekmovanje v znanju astronomije za
učence osnovnih šol – državno tekmovanje
- priloga** 2. tekmovanje v znanju astronomije za dijake
srednjih šol – državno tekmovanje

SLIKA NA NASLOVNICI: Opis slike tokratne naslovnice je v prispevku
Jutranje padavine na strani 30. Foto: Andrej Guštin.



Konstrukcija pravičnega petnajstkotnika

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Ljudje smo že zdavnaj spoznali, da nekatere pravične n -kotnike lahko konstruiramo samo z ravnilom in šestilom, nekatere pa ne. Pod besedo *konstrukcija* bomo v tem članku razumeli samo konstrukcijo z ravnilom in šestilom.

Kdaj pravični večkotnik sploh lahko konstruiramo?

Tako enakokranični trikotnik, kvadrat, pravični petkotnik, šestkotnik, osemkotnik, desetakotnik, dvajstkotnik konstruiramo brez težav, pravičnega sedemkotnika pa ne. Mnogi so se ukvarjali s problemom, zakaj ne. Matematik Carl Friedrich Gauß (1777–1855) je vložil precej truda v konstrukcijo pravičnega 17-kotnika, ki mu je uspela leta 1796. V svojem znamenitem delu *Disquisitiones arithmeticae* je Gauß leta 1801 objavil in dokazal trditev, ki pove, kdaj je mogoče konstruirati pravični n -kotnik.

Če je $n = 2^r$, kjer je $r = 2, 3, 4, \dots$, ali če je n zmnožek različnih Fermatovih praštevil in potence 2^r , kjer je $r = 0, 1, 2, 3, \dots$, potem je mogoče pravični n -kotnik konstruirati.

Omenjena oblika števila n je torej zadostni pogoj za konstrukcijo pravičnega n -kotnika. Gauß je vedel, da je ta pogoj tudi potreben, a dokaza ni objavil. To je storil leta 1837 matematik Pierre-Laurent Wantzel (1814–1848).

Čeprav je bilo o Fermatovih številih, ki jih je študiral Pierre de Fermat (1601–1665), v Preseku že veliko

napisanega, ponovimo: *Fermatova števila* so števila $F_m = 2^{2^m} + 1$, kjer je $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Če je Fermatovo število praštevilo, ga imenujemo *Fermatovo praštevilo*. Seveda ni vsako praštevilo Fermatovo število, pa tudi vsako Fermatovo število ni praštevilo, kot vidimo iz prvih nekaj Fermatovih števil:

- $F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65\,537,$
- $F_5 = 4\,294\,967\,297 = 641 \cdot 6\,700\,417.$

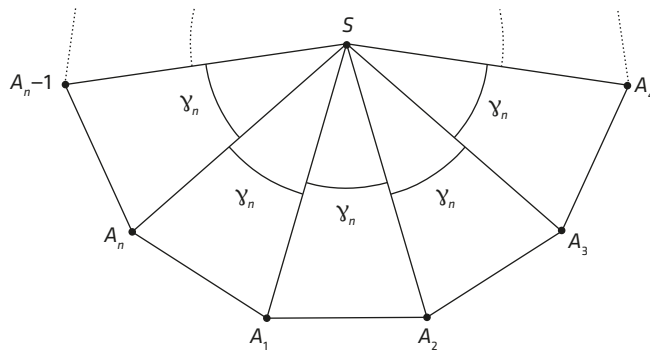
Kot zanimivost povejmo, da je bil sam Fermat leta 1640 prepričan, da so vsa njegova števila praštevila. To trditev je zapisal v pismu Marinu Mersennu (1588–1648) in z njo seznanil tudi druge matematike, kar je zbudilo precejšnje zanimanje za Fermatova števila. Toda Leonhard Euler (1707–1783) je leta 1732 ugotovil, da F_5 ni praštevilo, ker je deljivo s 641.

Konstruirati je mogoče torej tudi pravilni petnajstkotnik, pravilni enainpetdesetkotnik in pravilni petinosemdesetkotnik, ker je $15 = 3 \cdot 5$, $51 = 3 \cdot 17$, $85 = 5 \cdot 17$ in so $F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17$ različna Fermatova praštevila. Posvetili se bomo seveda najenostavnejšemu od teh, pravilnemu petnajstkotniku.

Najprej velja čisto splošno. Ker je mogoče konstruirati pravilni m -kotnik in pravilni n -kotnik, če sta števili m in n različni Fermatovi praštevili, potem znamo konstruirati tudi pravilni mn -kotnik. Seveda sta si v takem primeru m in n tuji. Kako, si bomo v nadaljevanju ogledali na preprostem zgledu. Spomnimo na to, da znamo brez težav seštevati in odštevati kote. Pravilni n -kotnik znamo razdeliti na n skladnih enakokrakih trikotnikov, ki imajo skupni vrh v središču S tega n -kotnika. Kot γ_n ob vrhu takega enakokrakega trikotnika pa meri $\gamma_n = 360^\circ/n$. Z njim sta preostala kota tega trikotnika natančno določena in s tem notranji ter zunanji koti pravilnega n -kotnika. Če znamo razdeliti kot 360° na n enakih delov, znamo konstruirati tudi pravilni n -kotnik in obratno. Ko enkrat imamo kot γ_n , brez težav konstruiramo kote $\gamma_n/2, \gamma_n/4, \gamma_n/8, \dots$, kajti razpolavljanje kateregakoli kota poteka brez težav. Prav tako postopamo pri pravilnem m -kotniku.

Kot $\gamma_{m \cdot n}$ pa lahko konstruiramo s seštevanjem in odštevanjem kotov γ_m in γ_n . To pomeni, da je vredno najti taki celi števili x in y , za kateri bo veljala enakost

$$\gamma_{m \cdot n} = x \cdot \gamma_m + y \cdot \gamma_n \quad (1)$$



SLIKA 1.

Kot $\gamma_n = 360^\circ/n$ v pravilnem n -kotniku

oziroma

$$\gamma_{m \cdot n} = x \cdot \gamma_m + y \cdot \gamma_n.$$

Po preureditvi dobimo preprosto diofantsko enačbo

$$nx + my = 1,$$

ki ima pri med seboj tujih si številih m in n neskončno celoštevilskih rešitev (x, y) . Z eno od njih konstruiramo kot $\gamma_{m \cdot n}$ pravilnega mn -kotnika z uporabo kotov γ_m in γ_n pravilnega m -kotnika oziroma pravilnega n -kotnika.

Zgornja enačba je poseben primer splošnejše diofantske enačbe $ax + by = c$, kjer so a, b, c cela števila. Pri diofantskih enačbah vedno iščemo samo celoštevilске rešitve. Znani izrek v teoriji števil pravi, da je diofantska enačba $ax + by = c$ rešljiva natanko tedaj, ko največji skupni delitelj koeficientov a in b deli prosti člen c . Tedaj je rešitev neskončno mnogo. Navadno eno poiščemo z Evklidovim algoritmom, vse ostale pa se z njo preprosto izražajo. V zelo enostavnih primerih pa lahko rešitev poiščemo tudi kako drugače.

V primeru pravilnega petnajstkotnika, kjer je $\gamma_{15} = 24^\circ$, vzamemo $m = 5$ in $n = 3$. Ustrezna kota sta $\gamma_5 = 72^\circ$ in $\gamma_3 = 120^\circ$. Rešiti je treba še enačbo

$$3x + 5y = 1 \quad (2)$$

v celih številih. Izrazimo

$$x = (1 - 2y - 3y)/3 = (1 - 2y)/3 - y.$$



→ Ker morata biti x in y celi števili, mora biti število $1 - 2y$ 3-kratnik drugega celega števila, denimo z . Tako imamo

$$\blacksquare 1 - 2y = 3z.$$

Zato je

$$\blacksquare y = (1 - z - 2z)/2 = (1 - z)/2 - z.$$

Število $1 - z$ mora biti sodo število, kar pomeni, da mora za neko celo število u veljati zveza $1 - z = 2u$. Zato je

$$\blacksquare z = 1 - 2u, \quad y = u - z = 3u - 1, \\ x = z - y = 2 - 5u.$$

Enačba (2) ima torej nešteto rešitev v celih številih, in sicer

$$\blacksquare x = 2 - 5u, \quad y = 3u - 1,$$

pri čemer je u poljubno celo število. Za $u = 0$ dobimo rešitev $x = 2$ in $y = -1$, ki zaradi relacije (1) ustreza $y_{15} = 2y_5 - y_3$ oziroma $24^\circ = 144^\circ - 120^\circ$. To relacijo, ki bi jo lahko navsezadnje tudi uganili, vzamemo za osnovo konstrukcije pravičnega petnajstkotnika. Primerna je tudi relacija $12^\circ = 72^\circ - 60^\circ$.

Konstrukcija pravičnega petkotnika

Konstrukcija pravičnega šestkotnika, ki je včrtan danemu krogu, nam ne dela težav. Preden pa se lotimo konstrukcije pravičnega petkotnika, skupaj spoznajmo njegovo čudovito lastnost:

Diagonala pravičnega petkotnika je $(1 + \sqrt{5})/2$ -krat daljša od njegove stranice.

V ta namen si oglejmo pravični petkotnik $ABCDE$ na sliki 2. Vse njegove stranice imajo dolžino a , vse diagonale pa d . Diagonali $|AC|$ in $|BD|$ se sekata v točki M . Iz očitno podobnih trikotnikov MBC in MDA takoj dobimo enačbo

$$\blacksquare \frac{a}{d-a} = \frac{d}{a}.$$

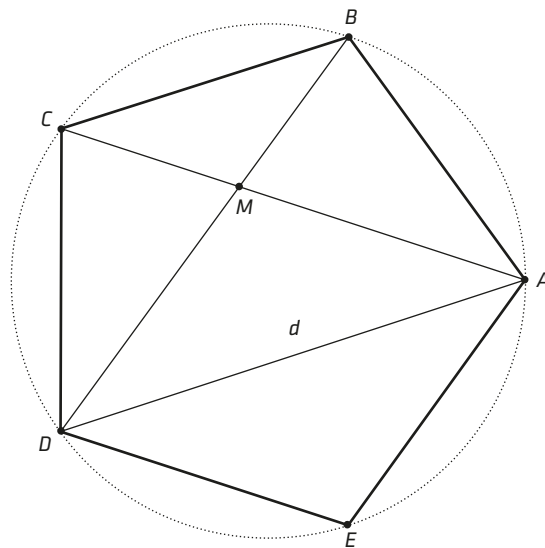
Po njeni preureditvi pridemo do kvadratne enačbe za neznanko d/a

$$\blacksquare (d/a)^2 - (d/a) - 1 = 0$$

z rešitvama

$$\blacksquare d/a = (1 + \sqrt{5})/2 \quad \text{in} \quad d/a = (1 - \sqrt{5})/2.$$

Edina smiselna rešitev je prva, iz katere dobimo $d = a(1 + \sqrt{5})/2$. Druga rešitev je negativna in tu ne pride v poštev. S tem smo osnovno lastnost pravičnega petkotnika dokazali. Število $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$ je poleg Pitagorovega izreka eden od biserov matematike in se pojavlja še marsikje. Imenujemo ga *zlato razmerje*. Njegova osnovna lastnost je $\tau^2 = \tau + 1$. V pravičnem petkotniku je torej diagonala d ravno τ -krat daljša od stranice a , to se pravi $d = \tau a$. Drugače povedano, diagonali v pravičnem petkotniku se sekata v zlato razmerju.



SLIKA 2.

Presek dveh diagonal v pravičnem petkotniku

Sedaj bomo izrazili stranico a pravičnega petkotnika s polmerom R , kateremu je včrtan. Višina na stranico $|AB|$ enakokrakega trikotnika ABS naj bo v . Potem je višina enakokrakega trikotnika ABD na stranico $|AB|$ enaka $R + v$. Sedaj dvakrat uporabimo Pitagorov izrek (slika 3):

$$\blacksquare (R + v)^2 + (a/2)^2 = d^2, \quad v^2 + (a/2)^2 = R^2. \quad (3)$$

Z upoštevanjem zveze $d = \tau a$ hitro dobimo iz prve enačbe v (3)

$$\blacksquare R + v = a\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}/2,$$

iz druge pa

$$\blacksquare R^2 - v^2 = (R - v)(R + v) = (a/2)^2.$$

Torej je po krajšanju

$$\blacksquare (R - v)\sqrt{5 + 2\sqrt{5}} = a/2$$

in na razpolago imamo enačbi

$$\blacksquare R + v = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}, \quad R - v = \frac{a}{2} \cdot (1/\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}),$$

ki ju seštejemo in dobimo povezavo med R in a :

$$\blacksquare 2R = \frac{a}{2} \cdot (\sqrt{5 + 2\sqrt{5}} + 1/\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}) = a(3 + \sqrt{5})/\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}.$$

Od tod zlahka izrazimo a in dobimo

$$\blacksquare a = 2R\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}/(3 + \sqrt{5}) = (R/2)\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}(3 - \sqrt{5}).$$

Nazadnje je pred nami iskani rezultat:

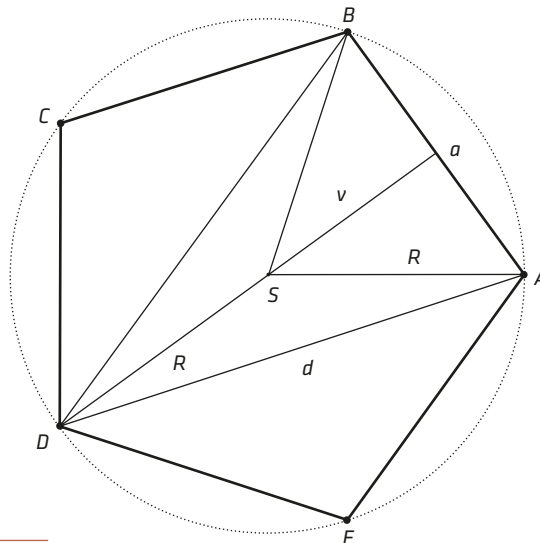
$$\blacksquare a = (R/2)\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$$

Pomaga nam konstruirati pravilni petkotnik. Zapišimo ga v enakovredni obliki, v kateri spoznamo Pitagorov izrek:

$$\blacksquare a^2 = R^2 + (\sqrt{5}R/2 - R/2)^2. \quad (4)$$

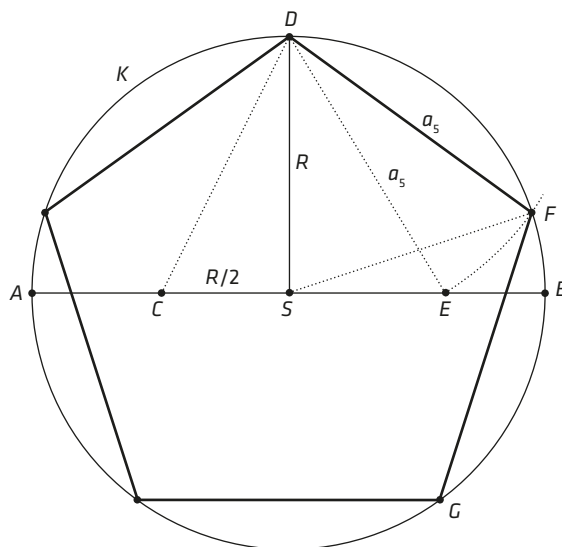
Ker znamo konstruirati pravokotni trikotnik s kate-tama R , $\sqrt{5}R/2 - R/2$ in hipotenuzo a , znamo konstruirati tudi pravilni petkotnik, včrtan krogu $\mathcal{K}$ pol-mera R .

Naj ima $\mathcal{K}$ središče v točki S . Načrtamo premer $|AB|$ kroga, nato središče C polmera $|SA|$ in polmer



SLIKA 3.

Stranica, diagonalna in polmer očrtanega kroga pravilnega petkotnika



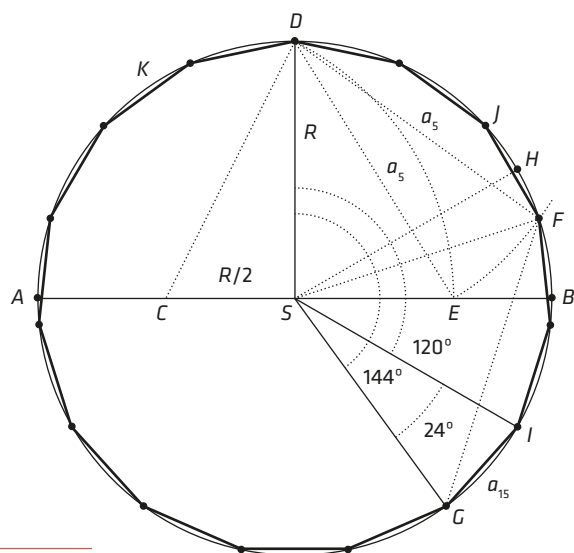
SLIKA 4.

Konstrukcija pravilnega petkotnika.

$|SD|$, pravokotno na premer $|AB|$, na katerem po-tem konstruiramo točko E , ki je oddaljena od C za toliko, kolikor je D oddaljena od C (slika 4). Očitno je $|CD| = |CE| = \sqrt{5}R/2$ in $|SE| = \sqrt{5}R/2 - R/2$, zato je po (4) $|DE|$ ravno stranica $a_5 = a$ iskanega pravilnega petkotnika. S šestilom lahko določimo na $\mathcal{K}$ vsa njegova oglišča. S tem smo dobili tudi $\angle DSF = 72^\circ$.

→ Konstrukcija pravilnega petnajstkotnika

Za konstrukcijo pravilnega petnajstkotnika (slika 5) je treba samo nekoliko nadaljevati konstrukcijo pravilnega petkotnika s slike 4. Če je D eno oglišče pravilnega petkotnika, potem brez težav konstruiramo naslednji oglišči, F in G . Očitno je $\angle DSG = 144^\circ$. Nato vzamemo D za eno od oglišč krogu $\mathcal{K}$ včrtanega pravilnega šestkotnika. Konstruiramo še njegovi oglišči H in I . Seveda je $\angle DSI = 120^\circ$ in zato $\angle ISG = 24^\circ$. Dolžina daljice $|IG|$ je potem stranica a_{15} iskanega pravilnega petnajstkotnika. S šestilom nazadnje z lahkoto dobimo vsa preostala oglišča pravilnega petnajstkotnika.



SLIKA 5.
Konstrukcija pravilnega petnajstkotnika.

Lahko pa uporabimo tudi $\angle HSF = 12^\circ$. Tedaj preizcalimo točko F prek daljice $|SH|$ in dobimo točko J , ki je tudi oglišče pravilnega petnajstkotnika. Očitno je $|JF|$ njegova stranica.

Literatura

- [1] K. Devlin, *Nova zlata doba matematike*, Knjižnica Sigma, DMFA, Ljubljana 1993.
- [2] J. Grasselli, *Diofantske enačbe*, Knjižnica Sigma, DMFA, Ljubljana, 1984.
- [3] H. Wußing, *Carl Friedrich Gauß*, Teubner, Leipzig, 1989. × × ×

Mednarodna matematična olimpijada 2011



GREGOR DOLINAR

→ Lani je Mednarodna matematična olimpijada (MMO) potekala od 12. do 24. julija v Amsterdamu na Nizozemskem. S pripravami dijakov na MMO začnemo vsako leto že veliko prej, in sicer tradicionalno takoj na začetku šolskega leta. Od 6. do 8. septembra 2010 smo na Fakulteto za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani povabili 22 dijakov, ki so poslušali naslednja predavanja: Teorija števil (deljivost), Geometrija (skladnost, podobnost), Barvanja, Dirichletov princip. Naslednje strnjene priprave so potekale od 24. do 28. januarja 2011. Pripravili smo naslednja predavanja: Geometrija (Cevov in Menelajev izrek), Teorija števil (kongruence), Bijekcije, Neenakosti, Teorija grafov.

V šolskem letu 2010/2011 smo organizirali še 14 predavanj: eno predavanje v oktobru 2010, pet v novembru 2010, dve v decembru 2010, po eno januarja 2011, marca in aprila 2011 ter tri predavanja maja 2011.

Olimpijska ekipa je bila izbrana na podlagi rezultatov štirih izbirnih testov (98 točk) in rezultatov državnega tekmovanja (28 točk). Prvi test v decembru je pisalo 26 dijakov, drugi in tretji test, ki sta bila v februarju, je pisalo 24 dijakov, zadnji test v marcu pa je pisalo 22 dijakov. Državnega tekmovanja v aprilu se je udeležilo 153 dijakov. V slovensko olimpijsko ekipo so se uvrstili: Nik Jazbinšek, Matjaž Leo-

nardis in Venó Mramor z Gimnazije Bežigrad ter Aleš Omerzel, Mihaela Pušnik in Neža Žager-Korenjak s I. gimnazije v Celju.

Dijake sva na MMO spremljala Gregor Dolinar in Jure Vogrinc. Pot na olimpijado je dijake, ki jih je spremljal Jure Vogrinc, vodila prek Švice, kjer so imeli skupaj s švicarsko ekipo še zadnje priprave. Le-te so potekale na prestižni univerzi ETH v Zurichu.

Nekaj dni pred prihodom ekip na MMO v Amsterdam smo se predstavniki iz 101 države zbrali v majhnem kraju blizu Eindhovna in izbirali naloge za lansko MMO. Po dolgem času sta bili med šestimi izbranimi nalogami dve nalogi s področja kombinatorike in samo ena naloga s področja geometrije. Odločitev je bila sprejeta z zelo tesno večino in je za marsikoga pomenila veliko razočaranje.

V času pred samim reševanjem nalog je imel veliko dela tudi Posvetovalni odbor MMO, v katerega sem bil izvoljen tudi Gregor Dolinar iz Slovenije. Ker je Google za organizacijo MMO v prihodnjih petih letih doniral milijon evrov, je moral odbor pri Gospodarski zbornici Nizozemske ustanoviti posebno fundacijo, ki bo upravljala z omenjenim denarjem. Poleg tega so bile lani po nekaj letih negotovosti in pomanjkanja kandidatov za organiziranje prihodnjih MMO (stroški organizacije so trenutno okrog 2 milijona evrov) izbrane gostiteljice MMO za leta od 2013 do 2015.

Na tekmovanju, ki se ga je udeležilo 564 tekmovalcev iz 101 države, se je izmed članov slovenske ekipe najbolje odrezal Venó Mramor, ki je osvojil bronasto medaljo. Le-to je za malo zgrešil Matjaž Leonardis, ki je dobil pohvalo. Pohvalo sta dobila tudi Neža Žager-Korenjak in Nik Jazbinšek. Letos bo MMO v Mar del Plati v Argentini. × × ×

www.presek.si

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

× × ×

Presek – dobitnik priznanja Slovenske znanstvene fundacije



MARIJA VENCELJ

→ Dne 15. decembra 2011 je Slovenska znanstvena fundacija podelila Preseku prestižno priznanje „Prometej znanosti za odličnost v komuniciranju“ za leto 2011.

Slovenska znanstvena fundacija je bila ustanovljena leta 1994. Njene ustanoviteljice in ustanovitelji so najpomembnejše slovenske znanstvene, visokošolske, industrijske, trgovinske, bančne in medijske organizacije. Osnovni namen ustanove je ustvarjanje in zagotavljanje pogojev za več znanosti na Slovenskem. Deluje tako, da podpira osebni razvoj slovenskih raziskovalcev s pomočjo donacij, to je neodvisnih denarnih podpor, ki jih prispevajo tako gospodarske družbe kot posamezniki.

Priznanje **Prometej znanosti za odličnost v komuniciranju** podeljuje Slovenska znanstvena fundacija od leta 2005 dalje, in sicer enkrat letno. V obzornosti je navedeno, da ga je Presek prejel za 40 let populariziranja matematike, fizike, astronomije in računalništva med mladimi.

Na naslovnici tele številke Preseka sicer piše, da gre šele za 39. letnik revije. Vendar bo konec letošnjega marca minilo 40 let od tistega občnega zbora



→ Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije v Murski Soboti, na katerega je skupina mladih navdušencev prinesla prvo in edino številko lista z imenom praPresek in z njo napovedala Presekovo rojstvo.

Ogrodje praPreseka so sestavljali zapisi z matematičnih in fizikalnih tekmovanj v letu 1971, dodan je bil po en matematični, fizikalni in astronomski članek, pa rubrike Premisli in reši, Bolj za šalo kot zares in Bistroidec.

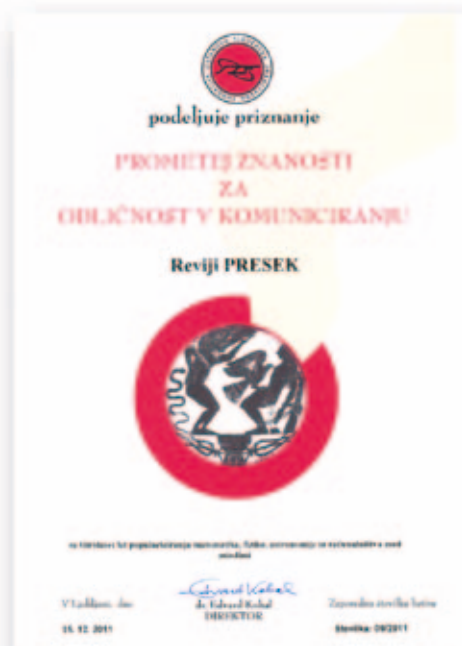
Poldrugo leto za praPresekom je izšla prva številka Preseka, lista za mlade matematike, fizike in astronome. Odtlej je Presek redno izhajal, postal spotoma še revija za računalnikarje in v štiridesetih letih našel svoje ugledno mesto v slovenski strokovni literaturi za mlade.

Presek je pravzaprav svojevrsten fenomen v svetovni matematični, fizikalni in astronomski periodiki za mlade. Ko je pred leti na fizikalno olimpijado v Avstraliji naša ekipa prinesla nekaj izvodov Preseka kot darila sotekmovalcem, so v mednarodnih krogih poželi občudovanje in začudenje, da ima jezikovno tako majhna narodnostna skupina časopis, kakršnega veliko večji narodi ne premorejo.

Zato se s ponosom in brez lažne skromnosti lahko veselimo podeljenega priznanja Slovenske znanstvene fundacije. Priznanje pripada številnim bivšim in sedanjim sodelavcem, ki so kakorkoli prispevali ali prispevajo k nastajanju in kakovosti Preseka.

Doslej je izšlo že okrog 220 števil Preseka. Na spletni strani *presek.si* lahko najdete kolofone in kazala vsebin vseh dosedanjih Presekov ter tudi ponatise večine člankov do vključno 31. letnika. Iz njih lahko razberete, kako velikemu številu ljudi gre za sluga za kakovost Preseka in za to, da je ves čas nemoteno izhajal. Ob odgovornih urednikih so tu poduredniki za posamezna področja, ki poleg zbiranja in tudi pisanja člankov skrbijo za strokovno neoporečnost besedil in razumljiv strokovni jezik. Nепrecenljiva je vloga avtorjev, posebno tistih najzvestejših, ki redno pišejo ali so pisali za Presek. Ne gre prezreti skrbnega lektoriranja in kakovostnega tehničnega dela. Vsi, ki so sodelovali tako ali drugače, zaslužijo našo pohvalo in zahvalo.

www.presek.si



xxx

Barvni sudoku

↓↓↓

→ V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

	8	4		3			
1		2		8			
					4	6	2
6		7			1		
2					5	1	
5			7				
		1					
			5				6



Zvočnik iz lončka, žica iz magneta



BOR GREGORČIČ

→ Majhen zvočnik iz lončka, žice in magneta je preprosto izdelati, mehanizem njegovega delovanja pa je enak kot pri običajnih zvočnikih, ki jih običajno uporabljamo za poslušanje glasbe. Za izdelavo zvočnika potrebujemo lakirano bakreno žico, debeline 0,1 mm (lahko tudi 0,2 mm), plastičen ali stiroporen lonček ter majhen močan magnet. Neodimovi magneti so še posebej primerni.

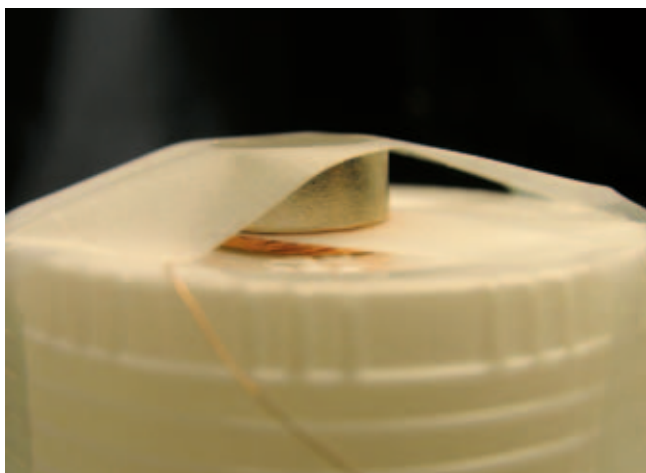
Najprej žico navijemo v tuljavo. To storimo s pomočjo kemičnega svinčnika, na katerega navijemo približno tri metre 0,1 mm žice. Če imamo na voljo ohmmeter, lahko izmerimo upor odmerjene žice in se prepričamo, da je njen upor 8Ω . Tuljavo stisnemo med prsti, da jo nekoliko sploščimo. Na obeh koncih pustimo približno deset centimetrov proste žice, da bomo tuljavo lahko priključili na ojačevalnik. Tuljavo na spodnjo stran dna lončka prilepimo z lepilnim trakom (slika 1). Nato na ta trak z novim



SLIKA 1.

Tuljavo z lepilnim trakom prilepimo na spodnjo stran dna lončka. Na sliki je tuljava, narejena iz 0,1 mm debele žice.





SLIKA 2.

Preko tuljave z novim kosom lepilnega traku nalepimo še nedimov magnetek. Os tuljave naj sovпада z osjo magnetka.

kosom lepilnega traku prilepimo še magnet tako, da njegova os sovпада z osjo tuljave (slika 2).

Konca žice obrusimo z brusnim papirjem ali postrgamo z ostrim nožem, da odstranimo izolacijski lak. Zvočnik je sedaj nared in ga lahko preizkusimo.

Obrušena priključka tuljave priključimo na izhod avdio ojačevalnika, ki je namenjen priključevanju zvočnikov. Nato previdno povečujemo glasnost, dokler ne zaslišimo zvoka. Z glasnostjo ne pretiravamo. Glasnosti ne povečujemo preko vrednosti, pri kateri poslušamo glasbo z običajnimi zvočniki. Pazimo tudi, da priključkov ojačevalnika ne staknemo. Ojačevalnik za delovanje potrebuje vhodni signal. Kot vir glasbe nanj lahko priključimo predvajalnik plošč, prenosni predvajalnik mp3 ali pa radio sprejemnik.

Če hočemo zvočnik napajati neposredno iz predvajalnika mp3, se moramo nekoliko bolj potruditi. Čeprav je izhodna moč tovrstnih predvajalnikov običajno nizka in je malo verjetno, da bi s priključitvijo zvočnika s prenizkim uporom škodovali mp3 predvajalniku, je bolje, da upor našega zvočnika povečamo na 16Ω , kolikor je običajna vrednost upora slušalk. Če bi v tuljavo navili dvakrat več žice, debeline $0,2\text{ mm}$, bi dobili že precej nerodno veliko tuljavo (slika 3). Upor lažje povečamo tako, da k naši tuljavi zaporedno vežemo še 8Ω upornik. To je kompromisna rešitev. Dodatni upornik varuje predvajalnik,

vendar pa ima zvočnik zaradi tega slabši izkoristek. Del energije, ki jo oddaja predvajalnik, porablja upor za gretje in le preostali del se porabi za delovanje zvočnika. Zvočnik brez dodatnega upora lažje naredimo, če imamo na voljo žico debeline $0,1\text{ mm}$. Približno šest metrov žice, debeline $0,1\text{ mm}$ zadostuje za tuljavo z uporom 16Ω . Zvočnik s takšno tuljavo ima boljši izkoristek in je glasnejši.



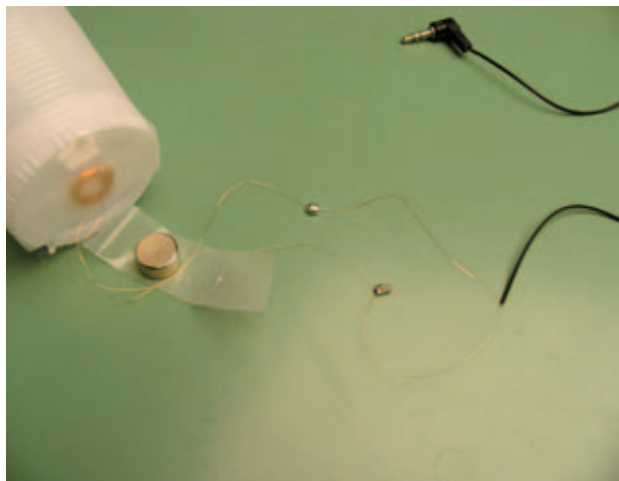
SLIKA 3.

Na sliki sta tuljava iz $0,1\text{ mm}$ debele žice (pod magnetom) in tuljava iz $0,2\text{ mm}$ žice. Obe imata upor 16Ω . Če hočemo narediti tuljavo z enakim uporom iz $0,2\text{ mm}$ debele žice, moramo uporabiti štirikrat daljšo žico kot v prvem primeru. Prostornina bakra v tuljavi iz $0,2\text{ mm}$ žice je torej šestnajstkrat večja kot pri $0,1\text{ mm}$ žici.

Zvočnik priključimo na izhod predvajalnika mp3 tako, da razdremo stare slušalke in žički, ki vodita v eno slušalko, povežemo na priključka tuljave. Žico, ki vodi do ene od slušalk, odrežemo pri slušalki in s konca žice snamemo plastični ovojo. Znotraj ovoja sta dve tanjši žici, ki sta običajno različnih barv. Konca teh dveh žic obrusimo, kot smo to storili s priključkoma tuljave. Žici, ki sta prej vodili v slušalko priclinimo na priključka našega zvočnika (slika 4).

Glasnost takšnega sistema je precej manjša kot pri uporabi ojačevalnika, prav tako pa je izdelava nekoliko bolj zapletena (potrebujemo tanjšo žico, ki je težje dostopna, za izdelavo pa je potrebno tudi cinjenje žic). Če želimo glasnejši in preprostejši zvočnik, je priporočljiva 8Ω različica iz $0,2\text{ mm}$ debele

žice. Tak zvočnik za delovanje potrebuje avdio ojačevalnik.



SLIKA 4.

Na zvočnik lahko pripeljemo signal z enega od obeh kanalov predvajalnika mp3, ki ima običajno stereo izhod. Na sliki sta žici, ki sta vodili v eno od slušalk, pricinjeni na priključka tuljave.

Kakovost zvočne reprodukcije tako izdelanega zvočnika je seveda slaba, vendar zadostuje za poslušanje govora. Tudi stara glasba zveni precej očarljivo. Oceno razmerja cene in kakovosti pa naj naredi bralec sam.

Literatura

- [1] Leoš Dvořák, *Informal Physics Education and Teachers' Training – Some Examples and Experiences*.
- [2] Planinšič G. in Mohorič A., *Informal learning and public understanding of physics: selected contributions*, Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics, 2006, str. 86–95.

× × ×

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

Križne vsote

↓ ↓ ↓

→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9, tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratu na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse številke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

	14	11					
16						14	8
6			6		12		
	4			16			
		22		10			
			7				

↓ ↓ ↓

REŠITEV

		5	2	7			
		6	8	5	22		
1	9	9	10	1	3	4	
7	5	20	16	6	1	5	9
8	14				7	6	16
					11	14	

× × ×

Kako nas pogreje?

ODGOVOR NALOGE



MOJCA ČEPIČ

→ Grelne blazinice so iz snovi, imenovane natrijev acetat, s kemijsko formulo NaCH_3COO , ki se pri temperaturi okoli 58°C stali. Je pa snov mogoče krepko podhladiti. Kaj pravzaprav pomeni podhlajena tekočina, smo razpravljali že v poizkuševalnici [1]. Tedaj smo podhladili vodo za nekaj stopinj in potem opazovali njeno skoraj hipno zmrzovanje.

Podhlajena je tekočina takrat, kadar je njena temperatura nižja od temperature strdišča oziroma tališča (za vodo pravimo tudi zmrzišče), nahaja pa se še vedno v tekočem stanju. Destilirano vodo, obdano z mešanico ledu in soli, je mogoče podhladiti za 10°C in več pod njeno običajno zmrzišče 0°C . Ob tresljaju podhlajena voda nenadoma zmrzne, pri zmrzovanju odda toploto, ki preostalo vodo segreje natanko do temperature tališča, torej do 0°C .

Dogajanje v grelnih blazinicah je enako, le da ima natrijev acetat višjo temperaturo tališča oziroma strdišča, ga je mogoče precej podhladiti in je poleg tega podhlajen zelo stabilen. Ko pravimo stabilen, pomeni, da že z rahlim tresljajem ne sprožimo kristalizacije, kot je to pri vodi.

Z grelno blazinico torej postopamo na naslednji način. Če je že kristalizirana, jo najprej segrejemo preko temperature tališča natrijevega acetata. To najlažje storimo tako, da jo vržemo v vrelo vodo in čakamo tako dolgo, da se stali ves kristal. Potem jo ohladimo. Blazinica je videti takšna kot blazinica pri nalogi v prejšnji številki Preseka. Napolnjena je s tekočino.

V blazinici se nahaja bodisi plošček bodisi palička.

Plošček ali paličko prepognemo in spustimo, kristalizacija se sproži. Okoli ploščka zacvetijo kristali, blazinica pa se segreje na temperaturo tališča acetata. Dogajanje je hitro, saj celotna kristalizacija traja le okoli deset sekund. Kako poteka, vidimo na slikah 1a–d. Toplotna kapaciteta blazinice je precejšnja, zato si z blazinico, ko se je segrela ob kristalizaciji, lahko grejemo roke skoraj kakšno uro.

V literaturi najdemo razlago, da se v narezljanih delih ploščka skrivajo kristali, ki se med segrevanjem zaradi večjega tlaka ob stisku kovine med zarezi niso stali [2]. Te kristale sprostimo pri prepogibu ploščka in potem služijo kot kondenzacijska jedra, ki sprožijo kristalizacijo. Sama nisem prepričana, da je to res pravi razlog. Razmislek je naslednji: odvisnost tališča od tlaka je navadno takšna, da moramo tlak povečati za nekaj 100 barov, da se tališče spremeni za nekaj stopinj. Kakšna je dejansko ta odvisnost pri natrijevem acetatu, ne vemo, pa tudi hiter pregled literature ne pomaga. K temu razlogu lahko prispevajo tudi interakcije natrijevega acetata s površinami prožilne ploščice. Če te interakcije vplivajo tako, da je za natrijev acetat ugodnejše, da se nahaja v kristalnem stanju, če je ob stiku s kovino, potem v zarezah morda res kristalčki lahko preživijo. A vseeno se zdi, da je vpliv ploščice preprostejši.

Da se kristalizacija sproži, je potrebna energija, podobno kot pri vžigalich. Snov na kapici vžigalice in les sam na zraku ne zagorita sama od sebe. Kemijska reakcija, ki se kaže v gorenju, se sproži šele, ko vžigalico podrgnemo ali približamo ognju. Pri drgnjenju ob stranico vžigalice škatlice pride snov v stik s snovjo na stranici, ki zniža potrebno temperaturo snovi za vžig. To temperaturo dosežemo že s trenjem vžigalice ob drgnjenju. Če vžigalico ob stranico samo prislonimo, vžigalica ne bo zagorela. Lahko pa seveda vžigalico močno pogrejem tako, da jo vtaknemo v ogenj in tedaj zagori brez dodatka snovi s površine škatlice vžigalic. V obeh primerih

smo za začetek procesa, ki poteka sam od sebe, morali dodati začetno energijo.

Z upogibom in sprostitvijo ploščice povzročimo, da se molekule snovi ob ploščici začno hitreje premikati, pri trkih med njimi so energijske izmenjave večje in kristalizacija se sproži. Zakaj menimo, da je ta razlaga bolj verjetna? V fiziki poznamo načelo, da so navadno enostavnejše razlage za pojave bolj verjetne, in ta se zdi enostavnejša od spreminjanja tališča s tlakom v kombinaciji z interakcijami s površinami. Imamo tudi grelno blazinico brez ploščke. V njej je paličica. Paličica je take oblike, da nikjer ni mogoče skriti ali zatakniti nestaljenih kristalov. Pa vseeno deluje. Paličko prepognemo, jo spustimo in kristalizacija se začne.

Literatura

- [1] Čepič M., *Podhlajena voda: odgovor naloge*, Presek, 2007/2008, 35 5, 18-19.
- [2] Sandnes B., *The physics and the chemistry of the heat pad*, Am. Jou. Phys., 2008, 76, 546-550.



SLIKA 1.

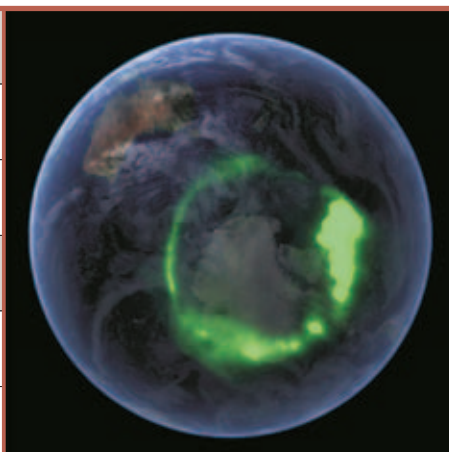
Slika a) Grelna blazinica s snovjo v tekočem stanju. Dobro je viden tudi prožilni plošček. b) Začetek kristalizacije, ki se širi navzven od začetka na prožilnem ploščku. c) Nadaljevanje kristalizacije. d) Blazinica z natrijevim acetatom kristaliziranim v celoti. (Foto: Katarina Susman)

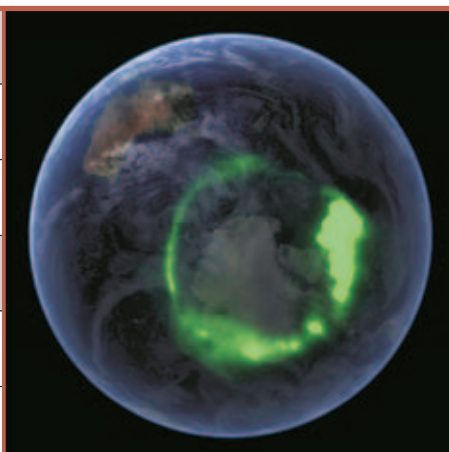


XXX

AVTOR MARKO BOKALIČ	MUZIKANT AVSENIK	SKUPEK NOVO-NASTALIH IZROJENIH CELIC	DOBA, ERA	KITARIST IN PEVEC JANEZ ZMAZEK	IRIDIJ	PRIPRAVA, KI KAJ VARUJE	SOVJETSKA TAJNA POLICIJA V ČASU LENINA	NENA-VADNOST, POSEBNOST
KRAJ, KJER DOLGO LEŽI SNEG V GORAH								
SIGNALNA PRIPRAVA PROME-TNIKA		1						
GROFIJA IN REKA V JUGO-ZAHODNI ANGLIJI					OZNAKA ZA NEZNANO ŠTEVILO			
ZAZNA-VANJE VONJA				ZADNJI KRALJ VANDALOV V AFRIKI	LJUBITELJ TUJE LASTNINE			
VELIKAN					MI, VI, ?			
							OHMSKA UPORNOST OKRASNI PRISITEK NA KAPI	

	GRŠKI NARAVO-SLOVEC. TALESOV UČENEC	VEDA O PRETVORBI SVTELOBNE V ELEKTRIČ. ENERGIJO	PEVKA Z ZELENO-RTSKIH OTOKOV (CESARIA)	FRANCOSKI NARAVO-SLOVEC (JEAN BAPTISTE)	PODZEMNI HODNIK DROGA IZ RDEČ. ALG. KARAGEN		CIFRA NA ZADNJEM MESTU ŠT. GLASBENI POJEM						ZAPORNIK, JETNIK	OSREDNJI PRSTOR GRŠKEGA TEMPLJA	AMERIŠKA IGRALKA (ANGELINA)
OD SONCA NAJBOLJ ODDALJENA TOČKA TIRA					14		VISOKO PRIZNANJE								
MESTO ZAH. OD MILANA V ITALIJI		4					PORT. NO-GOMETAS COSTA MALAJSKA BLAZNOST	8		BIVŠI PREDSE-DNIK ZDA (GEORGE)	STARO-EGIPTOV. VLADAR IGRALNA KARTA	3			
VRGLI SO JO NA HIROŠIMO IN NAGASAKI											NAVPIČNE CEVASTE LUKNJE V KRAŠKIH KAMNINAH				
GIB NOGE PRI HOJI, TEKU ALI PLESU					SMRKAVOST PRI ŽIVALIH NAŠ NEKO. KOMORNI TRIO	6					ROMARSKO MESTO V SREDNJI ITALIJI	15			
OPOZORILO							UMETNOST (LATINSKO) PORABLJEN DENAR, STROŠKI			LAHKOTNO ODRSKO GLASBENO DELO	NIKOLA TESLA OAZNO MESTO V PALESTINI			ENAKA SAMO-GLASNIKA	
JUPITROVA LUNA	5		MOČNATA JED (MNOŽ.) NEMŠKO IME REKE ISARCO				ŠE NEDOLŽNO DEKLE	HODILNI PRIPO-MOČEK SREBRO						NIKARA-GOVSKI DRŽAVNIK (DANIEL)	OSREDNJA DNEVNA INFOR-MATIVNA ODDAJA
DELAVEC V PROIZ-VODNJI MLEČNIH IZDELKOV							SVETOVNA VELESILA INDONEZ. DEL NOVE GINEJE		IT. MATE-MATIK (GIUSEPPE) GUSTAV KLIMT	9					NAŠ SKLA-DATELJ (RISTO)
OČKA, OČI				NEMŠKI FILOZOF (MARTIN) KLIC, POZIV								MAJHNA MOČVIRSKA PTICA IZLOČEK JETER	16		
AMERIŠKA USTANOVA ZA VESOLJSKE RAZISKAVE					ČLOVEKOVA NARAVA STARA MATI, BABICA	7		SPODNJI PREDEL HRBTA NASPROTNO OD NOTER						LITERARNI KRITIK KER-MAUNER	
PROZORNA FOTOGRA-FIJA ZA PROJICI-RANJE									ODMEV (PO GRŠKI NIMFI) NACE SIMONČIČ					UŠESNA TROBLJA PIVO STARIH SLOVANOV	
SRBEČI IZPUŠČAJI NA KOŽI						NAGLASO-SLOVJE									
PREKLA		22					ODTENEK, TANČINA					V TISKU OBJAVLJEN PRISPEVEK			

 		GRAFIČNO OBLIKO- VANJE MATEVŽ BOKALČ	PLOČNIK	NAPRAVA ZA MERJE- NJE VLAŽ- NOSTI IN IZPAREV.	ASTAT	NAJVEČJI OTOK KORNATOV	X	SIMBOL	NAŠA SODOBNA PISATE- LJICA	"KONEC" POMOLA	
		KOLIČNIK SILE IN PLOSKEVE					VIR TRP- LJENJA NEMSKI IZUMITELJ TELEFONA				
		TRIVRST. KITICA V ITAL. LJUDSKI PESMI					2				
		OZIROMA			MADRIDSKI SP. KLUB ALICE ?, HOT ?, COLORADO ?				REKA V ŠPAN. IMENIH		
		NAŠ SLI- KAR (JOŽE)	21								
KLEPETAČ, KLEPETUN							BIZMUT IZRASTEK V USTIH				
BOB ALI KAJAK ZA ENEGA	X	ODISEJEV OČE ODRASEL SAMEC GOVEDA	13				IZLOČEK SKOZI KOŽO BIBLIJSKI OČAK				
	GLASBENIK RODOŠEK				NAJVEČJI ŽIVEČI PTIČ ZVOK IZ GRLA			VPELJAVA			
	IGOR PRETNAR		PREVLEKA KERAMIČNIH IZDELKOV KRAJ NA POHORJU	12				VRTNA ZAČIMBA			
	OZNAKA ŠIBENIKA							ZNIŽANI TON A			
		10					REZERVOAR ZA GORIVO RAVNINSKA GEOMETR. TVORBA	11			
									GLASBENI SLOG Z JAMAJKE GL. MESTO JORDANJE		
		TOMAŽ SLIVNIK KOPRIVI PODOBNA DIŠAVNICA		"KONEC" KLOBASE MOŠKI POTOMEČ		GOZDNA ZVER POVRŠIN. POŠKODBA, ODRGNINA			INTELEKT PRITOK IRTISA PRI OMSKU		
	NIZOZEM- SKA REKA SKALNAT VRH NAD LEDOM				VRTILNA KOLIČINA DELCA KOREJSKI AVTO			ITAL. KOLESAR (GILBERTO) ZAPOSLENA ZENSKA	20		
					RDEČI KRIŽ OBDELANA KMETIJSKA POVRŠINA			NOBELOV IZUM KREDITNA PLAČILNA KARTICA			
VODLBINA S POLOŽNI- MI NAGIBI MOČVIRSKO RASTLINJE			17				BOKSAR ZAVEČ NEMSKI PISATELJ (GUSTAV)			NIKELJ	
				GRŠKI TRAGIK SPOJ MED LUKNJO IN ČEPOM							
		RUTENIJ GIB BATA GOR IN DOL V VALJU			GRAFIČNA PODOBICA PROGRAMA NEVTRAL ZA MNOŽ.		18				
19											
		OVREDNO- TENJE ZNAJKA					NAJVEČJI JADRANSKI OTOK SIMBOL ZA MOČ				
		NAJMOČ- NEJŠA ŠAHOVSKA FIGURA				KRMNA POLJIŠČINA					

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poštnina je že plačana) do 15. maja 2012, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo za nagrado prejeli **Presekov paket**.

X X X

Akvarij?



MOJCA ČEPIČ

→ Danes se ne bomo pogovarjali o ribah v akvariju, o vzdrževanju stalne temperature akvarijske vode, o problemih čiščenja vode v akvariju. Pogovarjali se bomo o totalnem odboju svetlobe in o disperziji, o dveh fizikalnih pojavih, katerih zanimive posledice lahko v običajnem akvariju opazimo brez težav.

Če akvarija nimate, je mogoče enake pojave opazovati v vsaki večji stekleni posodi z vodo. Morda vas pa naloga vzpodbudi za obisk akvarija? Tedaj se ne posvečajte le fizikalnim pojavom ampak tudi živim bitjem v akvarijskih posodah.

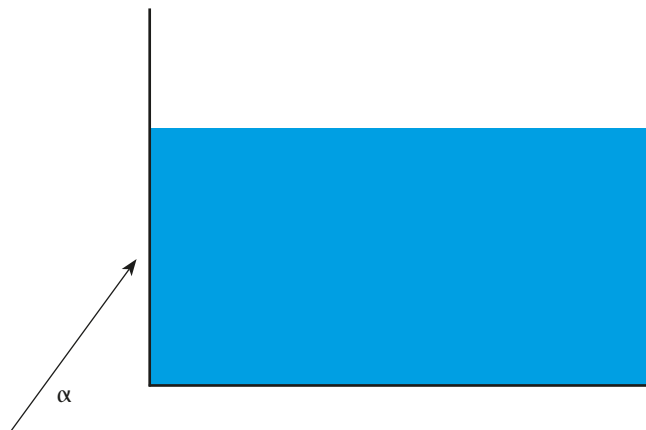
Potrebščine:

- večja steklena posoda, skoraj do roba napolnjena z vodo,
- baterija, s katero lahko osvetlite vodo v posodi,
- kapljica ali dve mleka,
- kamen, kovanec ali podoben predmet, ki se lahko zmoči,
- lahek predmet, ki v vodi plava, gumijasta igračka ali kaj podobnega.

Če boste opazovali pojave v akvariju, potem ne potrebujete niti mleka niti baterije niti predmetov. Nekateri pojavi bodo vidni bolje, če ima akvarij notranjo osvetlitev.

Nalijte vodo v posodo in jo postavite na rob mize v dobro osvetljeni sobi. Počakajte, da se gladina umiri.

Najprej pogledajte skozi posodo od spodaj s strani tako, da poskusite pogledati skozi vodo (slika). Kaj vidite?



SLIKA 1.

Postavitev poskusa. Smer, v kateri gledamo skozi vodo, nakazuje puščica.



SLIKA 2.

Veliki akvarij v Lizboni. Za fizikalna opazovanja je navadna posoda z vodo boljša, pravi akvarij pa je mnogo lepši.

V vodo spustite kamen in plavajočo igračko. Kaj vidite sedaj? V pravem akvariju opazujte ribe in rastline, predmetov ne potrebujete.

Nato prislonite glavo čim bližje k posodi in posku-

site pogledati skozi vodno gladino v strop (kot α naj bo čim manjši). Poskusite ugotoviti, kateri del prostora vidite v delu, kjer lahko gledate skozi vodno gladino od spodaj navzgor.

Oglejte si rob, ki ločuje del gladine, ki je videti kot zrcalo, in del, skozi katerega lahko vidite. Ali ima barve? Če jih ima, kako si sledijo po vrsti?

Poskusite narediti še naslednji poskus. V vodo kane kapljico ali dve mleka, da postane nekoliko motna. Vodo osvetlite z baterijo, prostor pa čim bolj zatemnite. Ali se je barvni rob kaj spremenil?

Če opazujete akvarij z notranjo osvetlitvijo, enostavno zatemnite prostor in ugasnite ostale luči v prostoru.

× × ×

REŠITEV BARVNI SUDOKU

S STRANI 10 ↓ ↓ ↓

7	8	4	6	3	2	5	1
1	5	2	3	8	6	7	4
8	3	5	1	7	4	6	2
6	2	7	4	5	1	3	8
2	4	3	8	6	5	1	7
5	1	6	7	2	8	4	3
3	6	1	2	4	7	8	5
4	7	8	5	1	3	2	6

× × ×

www.presek.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

Razmisli in poskusi – Preprost kompas

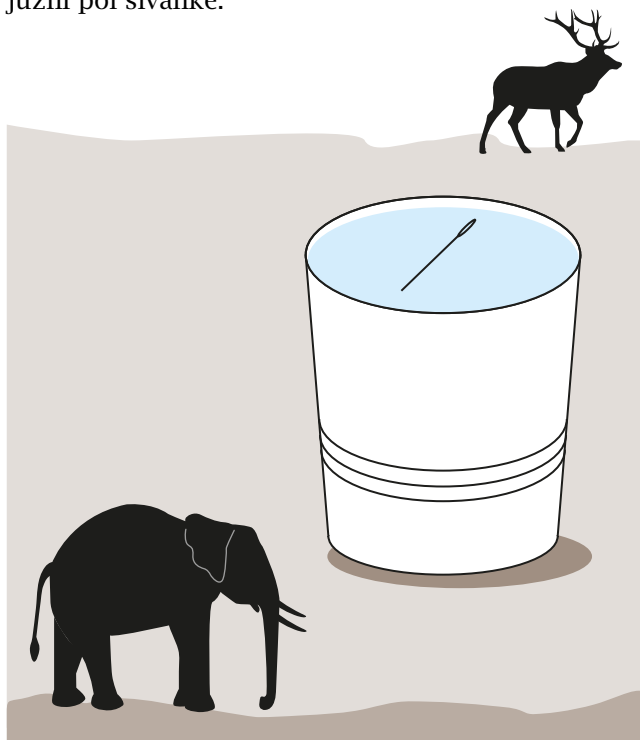
↓ ↓ ↓

MITJA ROSINA

→

47. Preprost kompas

Namagneti šivanko tako, da jo nekajkrat potegneš vzdolž permanentnega magneta. V kozarec nalij vodo in previdno položi šivanko na površino vode. Čeprav ima šivanka mnogo večjo gostoto od vode, plava na vodi zaradi površinske napetosti vode. Ker je trenje majhno, se šivanka zlahka obrne v smeri sever-jug (slika 1). Če veš, kje je sever, lahko določiš severni in južni pol šivanke.



Naloge

1. Približaj permanentni magnet in ugotovi, kje ima severni in kje južni pol (vemo, da se nasprotna pola privlačita, enaka pa odbijata).
2. Ko si potegnil šivanko vzdolž paličastega permanentnega magneta, se je namagnetila. Ali se je namagnetila v isti smeri, kot kaže severni pol palice, ali v obratni? (Severni pol palice si določil pri prvi nalogi.)
3. Koliko časa ostane šivanka namagnetena? Več ur ali celo več dni?
4. Koliko zmoti tak kompas, če ga približaš raznim kovinskim predmetom v sobi, tudi zidu in radiatorju?
5. Poskuse ponovi z buciko in z britvico. Ali se odzivata bolj ali slabše kot šivanka?
6. Ali lahko šivanko namagnetimo tudi z drgnjenjem ob volneno krpo?

× × ×

Futoški

↓ ↓ ↓

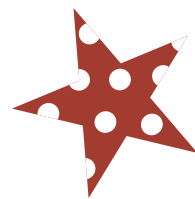
→ V $n \times n$ kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n , tako da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter, da bodo izpolnjene vse relacije.

	5			
	>		>	
	<			
	>		>	2
			<	2
				3

↓ ↓ ↓

REŠITEV

5	2	1	4	3
2	4	5	1	3
5	3	4	2	1
1	5	2	3	4
4	1	3	5	2



VELIK
SPEKTAKEL
MATI
NARAVE.



Severni sij



MATIC SMREKAR

→ Kadar je na Soncu večja skupina peg, lahko na tistem območju pričakujemo več izbruhov. Vročna plazma, iz katere je zgrajeno Sonce, izbruhne s površja. Takšni izbruhi so pogosti in jih lahko opazujemo že skozi manjši teleskop, prirejen za opazovanje Sonca v absorpcijski vodikovi črti H-alfa (t. i. H-alfa teleskop). Če ima snov v takem izbruhu dovolj hitrosti, lahko pobegne Sončevi težnosti in odleti v medplanetarni prostor. Hitrost takšnega izbruha je lahko od več 100 km/s do več 1000 km/s.

Če je izbruh usmerjen proti Zemlji, potem ti visoko energijski delci priletijo v njeno magnetno polje. Veliko elektronov in protonov nato potuje vzdolž silnic magnetnega polja proti obema Zemljinima poloma. Nekaj 100 kilometrov nad površjem Zemlje začnejo trkati ob atome v ozračju in jim oddajo del svoje energije. Atomi na ta način preidejo v vzbujeno stanje. Takoj za tem začnejo prehajati nazaj v svoje osnovno stanje in pri tem oddajajo odvečno energijo s sevanjem svetlobe točno določene valovne dolžine. To svetlobo vidimo kot polarni sij, ki mu na severni polobli rečemo tudi severni sij.

Močnejši in hitrejši kot je tok delcev s Sonca, globlje v Zemljino atmosfero prodrejo elektroni, preden izgubijo vso energijo. Višje od 250 kilometrov nad površjem Zemlje nastaja značilna rdečkasta svetloba, ki jo oddajajo vzbujeni kisikovi atomi. Nižje od 250 km pa sevajo kisikovi atomi v tipični svetlozeleni svetlobi. Če elektroni Sončevega izbruha zadenejo dušikove atome nad 100 km višine, ti oddajajo vijolično svetlobo, pod to višino pa modro. Tako dobivamo štiri najbolj značilne barve polarnega sija.

Najpogosteje bomo tako opazili rdečkasto ali zelenkasto obarvan polarni sij, saj za njun nastanek potrebujemo manjšo energijo Sončevega vetra kot za modrega ali vijoličnega. Manjši, šibkejši izbruhi so na Sončevem površju namreč precej bolj pogosti od močnejših.

Opazovanje polarnega sija

Za načrtno opazovanje polarnega sija moramo spremljati aktivnost Sonca, npr. na spletnem naslovu spaceweather.com. Po izbruhu nabiti delci potrebujejo do Zemlje od 24 ur do štiri dni. To pomeni, da smo o morebitnem pojavljanju polarnega sija obveščeni vnaprej in se na opazovanje lahko pripravimo. Tisti izbruhi, ki povzročijo pri nas viden polarni sij, običajno pridejo v 24-ih urah.

Iz Slovenije bomo polarni sij najlažje opazovali, če se odpravimo na kraj, kjer je čim manj svetlobnega onesnaženja. Predvsem je pomembno, da gremo severno od večjih svetlobnih onesnaževalcev (mest, vasi, industrijskih con, reklamnih panojev, cerkva). Tako bomo imeli severno nebo, kjer polarni sij pričakujemo, manj onesnaženo. Dobro je, da gremo čim višje, saj bo prosojnost zraka tam boljša. Dobro je tudi, da si pogledamo, ali je na nebu Luna, ki lahko precej moti morebitna opazovanja. Opazovanja v oblačnem vremenu seveda odpadejo. Ali bomo polarni sij videli ali ne, je odvisno predvsem od tega, kako močen je bil izbruh na Soncu in če je tok nabitih delcev zadel Zemljo.

Fotografiranje polarnega sija je preprosto. Pripravimo si čim bolj širokokotni objektiv (čim manjše gorišče, npr. 18 mm ali manj) s čim večjo svetlobno jakostjo (f/2,8; f/3,5). Fotoaparat usmerimo proti severnemu obzorju, izostrimo in naredimo minuto ali dve dolg posnetek. Pri digitalnih fotoaparatih je primeren čas osvetlitve mogoče sproti preverjati na zaslonu fotoaparata in ga prilagajati svetlosti polarnega sija. Uporaba fotografskega stojala je seveda obvezna. Če je polarni sij prisoten, bo severno ob-





SLIKA 1.

Fotografija polarnega sija 6. avgusta 2011 ob 00:05h po lokalnem času, posneta iz Ribniške kočice na Pohorju. Malenkost nad sredino fotografije leži zvezda Severnica (najsvetlejša na tem območju). Nad kočico in osvetljenim drevesom vidimo moder pramen severnega sija, levo od njega pa rdečega. Oba pramena sta se v noči preselila proti zahodnemu, desnemu delu fotografije, modri se je povzpel celo 70 stopinj nad obzorje. (Foto: Matic Smrekar)

zorje tipično rdečkasto obarvano. V primeru močnejšega izbruha lahko vidimo posamezne pramene, ki se s časom spreminjajo. Takrat lahko s fotoaparatom zabeležimo celo zeleno barvo, zavese in druge pojave v polarnem siju.

Vpliv polarnega sija

V primeru, da je tok delcev s Sonca dovolj velik, lahko v električnih omrežjih na Zemlji ojači električni tok, kar lahko privede do izpada omrežja (to se je v

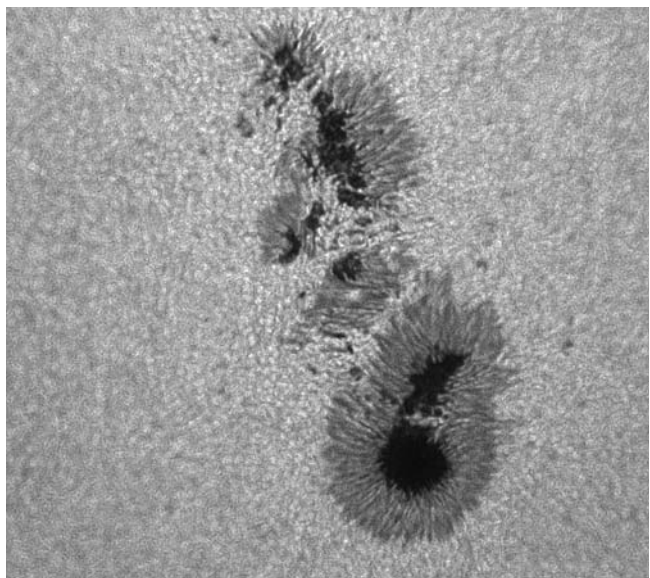
preteklosti že dogajalo). Polarni sij lahko zmoti plast atmosfere, imenovano ionosfera. Posledično nastanejo motnje pri komunikaciji v območju kratkih radijskih valov. Na močne tokove nabitih delcev so občutljivi še sateliti okoli Zemlje, na katerih severni sij lahko poškoduje elektroniko in sončne celice.

Polarni sij na drugih planetih

Na vsakem planetu, ki ima atmosfero, lahko opazujemo polarne sije. Pri planetu, kot je Venera, ki

**SLIKA 2.**

Takšni izbruhi so na Soncu pogosti in jih lahko opazujemo skozi t. i. Halfa sončni filter. Če je izbruh močnejši in usmerjen proti Zemlji, lahko pričakujemo, da bo polarni sij viden tudi v naših krajih. (Foto: Matic Smrekar)

**SLIKA 3.**

Skupina peg 1263, ki je povzročila severni sij v noči s 5. na 6. avgust 2011, posneta 5. avgusta, torej na dan, ki je obetal nočno predstavo. Lepo vidimo zapleteno strukturo, značilno za večje pege, ki najpogosteje povzročajo polarni sij. (Foto: Matic Smrekar)

ima zelo gosto atmosfero, vendar je praktično brez magnetnega polja, je pojavljanje polarne sija prostorsko precej nepravilno razporejeno. Jupiter, Saturn, Uran, Neptun in Zemlja pa imajo dovolj močno magnetno polje, ki tok delcev s Sonca spelje k magnetnim polom, kjer se v atmosferah teh planetov tudi najpogosteje pojavlja polarni sij. Pri Jupitru in Saturnu sta magnetna pola blizu rotacijskih polov, medtem ko je na Uranu in Neptunu blizu ekvatorja. Polarni sij lahko opazujemo celo na nekaterih večjih lunah, ki imajo atmosfero (npr. Jupitrova luna Io).

Polarni sij viden tudi iz Slovenije

Polarni sij je nad severnimi kraji (Aljaska, Kanada, Skandinavija, Islandija) pogost pojav. V naših krajih pa se pojavi le ob močnejših izbruhih na Soncu, zato je njegovo opazovanje in spremljanje precej bolj zanimivo.

Tako smo 6. avgusta 2011 med polnočjo in drugo uro zjutraj po lokalnem času udeleženci astronomskega tabora SMART 2011 opazovali polarni sij s Pohorja. Severno nebo so sicer pokrivali oblaki, vendar je bil sij tako obsežen, da je segel visoko in se prikazal nad oblaki. S prostim očesom žal ni bil viden, smo ga pa lahko fotografirali. Polarni sij smo pričakovali, saj je bil pred tem močan izbruh na Soncu usmerjen proti Zemlji, zato smo vso noč nanj čakali v fotografski zasedi.

Prav tako smo polarni sij fotografirali 26. septembra 2011 v večernih urah, vendar ni bil tako očiten, kot avgustovski. Obenem pa smo ga fotografirali s Krima, ki leži južno od Ljubljane, kar pomeni, da se je precej svetlobe sija izgubilo v oranžno obarvanem ljubljanskem svetlobnem onesnaženju.

Pogostost pojavljanja severnega sija je neposredno odvisna od Sončeve aktivnosti. V zadnjih nekaj letih smo bili priča zelo nizki Sončevi aktivnosti. Lani pa se je Sonce začelo prebujati in je proti poletju postajalo vse bolj aktivno. Letni časi in aktivnost Sonca seveda niso povezani. Gre za običajen cikel aktivnosti Sonca, ki se ponavlja vsakih 11 let. V prihajajočih letih, ko se Sonce predvidoma približuje maksimumu svoje aktivnosti, pričakujemo še kakšno predstavo polarne sija, ki bo vidna tudi pri nas. Opazujte! ✕ ✕ ✕

www.presek.si

Vabilo na SMART



ASTRONOMSKO DRUŠTVO LABOD

→ **Mladinski astronomski raziskovalni tabor SMART** je največji mladinski astronomski tabor v Sloveniji. Namenjen je tako popolnim začetnikom kot izkušenim astronomom, saj zahtevnost programa prilagajamo predznanju in željam posameznika. SMART je namenjen spoznavanju astronomije, neba, zvezd, teleskopov in raziskovanju v počitniškem okolju, polnem sproščenega in veselega druženja.

Tabor bo potekal na Medvedjem Brdu, med 10. in 19. avgustom 2012. Vodilo ga bo deset izkušenih mentorjev, ki bodo poskrbeli, da bo SMART 2012 za vse udeležence zopet ostal nepozaben dogodek.

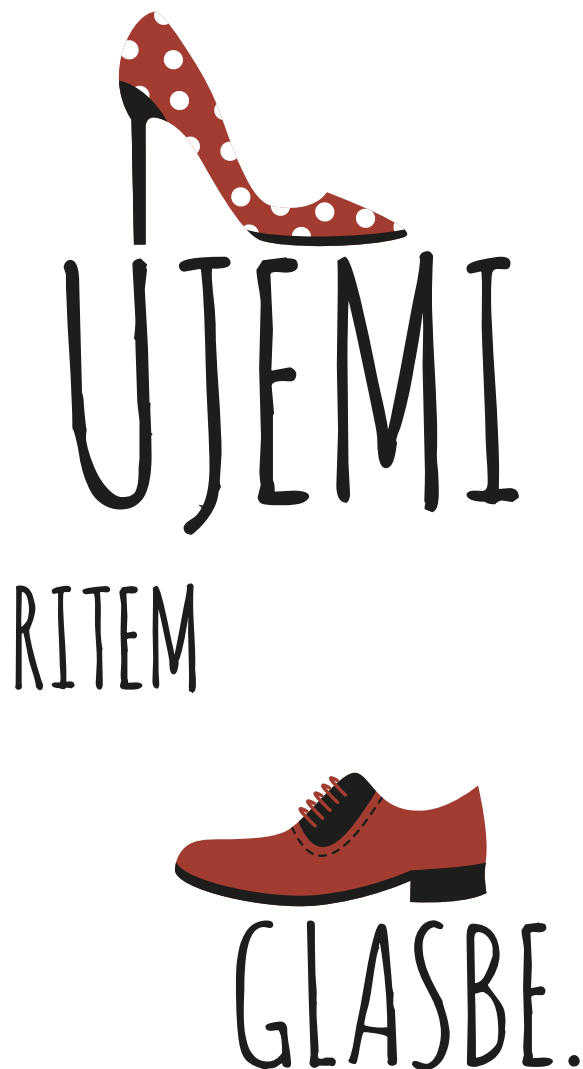
Delovne skupine na taboru bodo:

- Uvod v astronomijo,
- Astronomska opazovanja,
- Astrofizika in astronomske simulacije,
- Astrofotografija,
- Meteorji,
- Temno nebo.

Vse informacije o taboru, ter tudi vtise s prejšnjih taborov, o delovnih skupinah, o mentorski ekipi in o prijavi najdete na naši spletni strani: www.ADL.si.



× × ×



Prirejanje grafov in maturantski ples



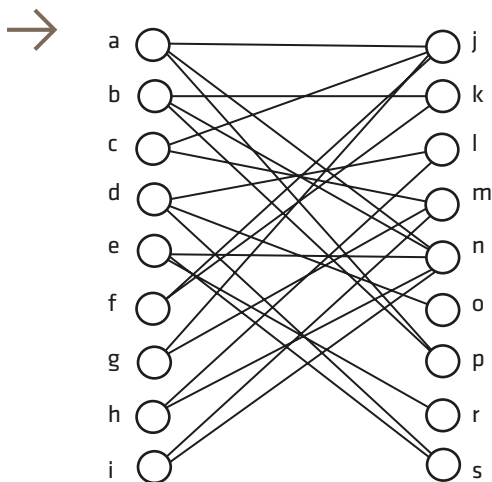
MATEJ KREN

→ V zadnjem letniku srednje šole si vsak dijak izbere spremljevalko oziroma spremljevalca za maturantski ples. Seveda ima svoje želje, s kom bi želel zaplesati oziroma s kom ne, zato se lahko zgodi, da ostane brez plesnega partnerja. Da se v letošnjem letu to ne bi zgodilo, smo se odločili, da poiščemo algoritem, ki ob upoštevanju vseh želja dijakov sestavi plesne pare tako, da čim manj dijakov ostane brez plesnega partnerja.

Vsak dijak poda seznam oseb, s kom bi želel plesati. Ker mora biti želja po plesu obojestranska, izločimo enostranske želje. Opazimo, da smo nalogo preoblikovali tako, da moramo izbrati čim večje število takih želja, da bi čim manj dijakov ostalo brez spremljevalca, pri čemer en dijak nastopa v natanko eni izbrani želji.

Matematična struktura, ki nam bo pomagala rešiti problem, se imenuje graf. Graf določata množica vozlišč $V(G)$ in množica njegovih povezav $E(G)$. Vozlišča grafa bodo predstavljala dijake, želje dijakov pa bodo povezave grafa G . Primer na sliki 1 prikazuje osemnajst dijakov in njihove želje.





SLIKA 1.
Primer grafa G

Predstavimo naj še nekaj osnovnih pojmov, ki jih bomo potrebovali za boljše razumevanje algoritma.

Elemente množice $E(G)$ imenujemo povezave in jih označujemo z $e = [u, v] = [v, u]$ ali kar $e = uv$. Naj bo $e = uv$. Vozlišči u in v imenujemo krajišči povezave e . Vozlišči u in v sta sosednji, če obstaja povezava e , ki ju povezuje. Pravimo, da je povezava e incidentna z vozliščema u in v . Stopnja vozlišča u je število povezav, ki so incidentne z u . Zaporedje vozlišč $v_1 v_2 \dots v_n$, kjer je $v_i v_{i+1} \in E(G)$, za $i = 1, 2, \dots, n-1$, se imenuje sprehod med začetnim in končnim vozliščem. Če so vsa vozlišča v sprehodu paroma različna, govorimo o poti v grafu G . Cikel v grafu G je sklenjena pot v grafu G . Dolžina sprehoda je definirana kot število povezav, ki jih sprehod vsebuje. Podgraf H grafa G je graf, za katerega velja $V(H) \subseteq V(G)$ in $E(H) \subseteq E(G)$. Graf je povezan, če med poljubnima dvema vozliščema grafa obstaja vsaj ena pot. Če je graf brez ciklov povezan, ga imenujemo drevo. Gozd je nepovezana unija dreves.

Množico M paroma disjunktih povezav grafa G imenujemo prirejanje, drugače povedano, množica povezav M grafa G je prirejanje, če nobeni dve povezavi iz M nista incidentni. Velikost prirejanja je velikost množice M . Velikost kateregakoli največjega prirejanja imenujemo moč največjega prirejanja, kar bomo označevali z $\nu(G)$.

Naša naloga je izbrati čim več povezav, pri čemer en dijak nastopa kot krajišče največ ene povezave grafa G . Naloga je podobna iskanju moči največjega prirejanja grafa G , vendar moramo dejansko poiskati eno izmed največjih prirejanj grafa G .

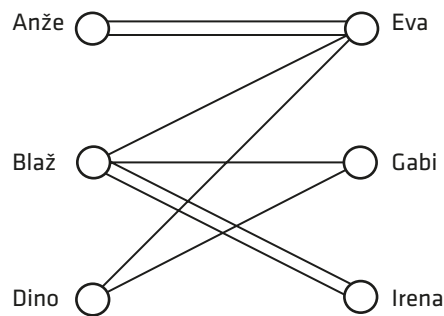
Naj bo M prirejanje grafa G . Vozlišče v je nasi-

čeno, če obstaja taka povezava iz M , ki je incidentna z v . Vozlišče, ki ni krajišče nobene povezave iz M , je nenasičeno. Pot P je M -alternirajoča pot, če so povezave iz P izmenično v in izven prirejanja M . Pri tem je dovoljeno, da se M -alternirajoča pot začne in konča s povezavo izven prirejanja M ; tako pot imenujemo M -povečana pot. Prirejanje je popolno, kadar pokrije celotno množico $V(G)$. V najboljšem primeru lahko torej vsakemu dijaku najdemo plesnega partnerja, glede na izražene želje.

Če lahko množico vozlišč grafa G razbijemo na dve taki disjunktne neprazni množici A in B , $V(G) = A \cup B$, da ima vsaka povezava grafa G eno krajišče v množici A in drugo v množici B , pravimo grafu G dvodelni graf ali bigraf. $A \cup B$ imenujemo biparticija grafa G . Ker lahko množico vozlišč našega grafa G razdelimo na dekleta in fante in ker vsaka povezava grafa G povezuje enega fanta z enim dekletom, je graf G dvodelen. Biparticijo bi lahko označili $V(G) = \{\text{fantje}\} \cup \{\text{dekleta}\}$.

Primer

Graf G na sliki 2 je dvodelen z biparticijo $V(G) = \{\text{Anže, Blaž, Dino}\} \cup \{\text{Eva, Gabi, Irena}\}$. Povezavi, označeni z dvojnimi črtami, tvorita prirejanje M . Vozlišči Dino in Gabi sta nenasičeni in med njima obstaja povezava, zato očino prirejanje M ni največje. Prirejanje $M \cup \{[\text{Dino, Gabi}]\}$ je največje in tudi popolno, saj pokrije celotno množico vozlišč.



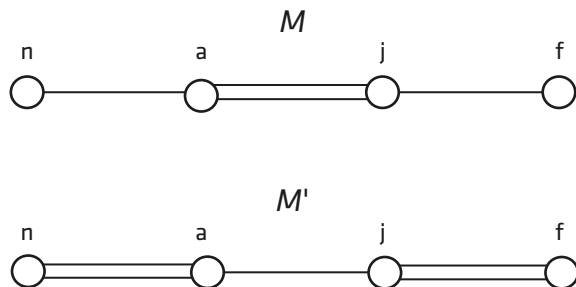
SLIKA 2.
Graf G z prirejanjem M (dvojne črte)

Algoritmi za iskanje največjega prirejanja

Naivni algoritem za iskanje največjega prirejanja

Spomnimo se, da je vozlišče v nenasičeno glede na prirejanje M , če ne obstaja povezava iz M , ki bi bila incidentna z v . Očitno je, da če G vsebuje kakšno

M -alternirajočo pot P , ki povezuje dve nenasičeni vozlišči, potem M ne more biti največje prirejanje, saj graf G vsebuje večje prirejanje M' . Tega dobimo tako, da odvezamo povezave iz $P \cap M$ in dodamo povezave iz $P \setminus M$.



SLIKA 3.

Primer povečanja prirejanja M na M' . Povezave, ki so v ustreznem prirejanju, so označene dvojno.

Izrek

Prirejanje M grafa G je največje prirejanje natanko tedaj, ko v grafu G ne obstaja nobena M -povečana pot. (Lovász, Plummer [1])

S pomočjo tega izreka sestavimo algoritem.

- VHOD: Graf G
- IZHOD: Prirejanje M

1. Začnemo s poljubno povezavo v grafu G in jo uvrstimo v prirejanje M .

2. Poiščemo M -povečano pot v grafu G :

- (i) Če takšna pot obstaja, prirejanje M povečamo kot v prejšnjem razmisleku. Ponovi korak 2.
- (ii) Če takšna pot ne obstaja, je po prejšnjem izreku prirejanje M največje prirejanje grafa G . Konec.

Algoritem je zapisan brez podrobnosti, saj je v praksi neuporaben. Izkazuje se, da moramo pri iskanju M -povečane poti v grafu na vsaki ponovitvi preveriti vse robne primere za vsako vozlišče, zato je s programerskega stališča ta algoritem neuporaben.

Madžarski algoritem za iskanje največjega prirejanja

Naj bo G bigraf z bipartitcijo $A \cup B$ in naj bo M poljubno prirejanje grafa G . Naj bosta A_1 in B_1 množici nenasičenih vozlišč v A in B , v tem vrstnem redu. Sedaj želimo poiskati M -povečano pot, ki povezuje A_1 z B_1 , če obstaja. Naj bo množica U množica vozlišč v A dostopnih iz A_1 z M -alternirajočo potjo. Množico U skonstruiramo s pomočjo maksimalnega gozda F v grafu G . Tak gozd ima naslednje lastnosti:

- (i) Vsako vozlišče b iz F v množici B je stopnje 2 in natanko ena povezava iz F , ki je incidenčna z b , pripada prirejanju M .
- (ii) Vsako drevo v gozdu F vsebuje vozlišče iz A_1 .

Če vozlišče iz A_1 ni povezano z nobenim krajiščem povezav iz M , potem ga v F uvrstimo kot samostojno komponento. Iz tega sledi, da je $U = V(F) \cap A$.

Lema

Naj G , M , A , B , A_1 , B_1 in F ustrezajo zgornjim zahtevam. Prirejanje M je največje natanko tedaj, ko nobeno vozlišče iz B_1 ni sosednje z nekim vozliščem v F . (Lovász, Plummer [1])

Z zgornjo lemo lahko sestavimo bistveno učinkovitejši algoritem, ki poišče največje prirejanje v dodelnem grafu.

- VHOD: Graf G
- IZHOD: Prirejanje M in gozd F

1. Zgradimo bipartitcijo $A \cup B$ grafa G . Določimo množici $A_1 = A$ in $B_1 = B$.

2. $M = \{\}$

3. Sestavimo maksimalni gozd F glede na prirejanje M , ki ima lastnosti (i) in (ii).

4. Če obstaja povezava med $V(F) \cap A$ in vozliščem iz B_1 , povečamo prirejanje M kot na sliki 3. Ustrezno odstranimo na novo prirejena vozlišča iz A_1 in B_1 . Vrnemo se na korak 3.

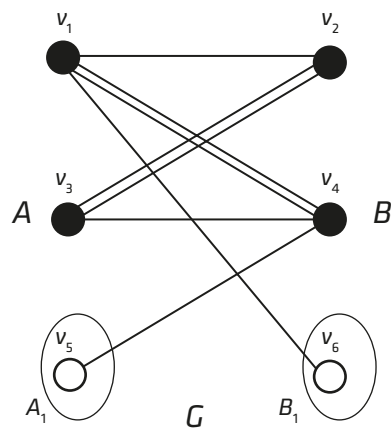
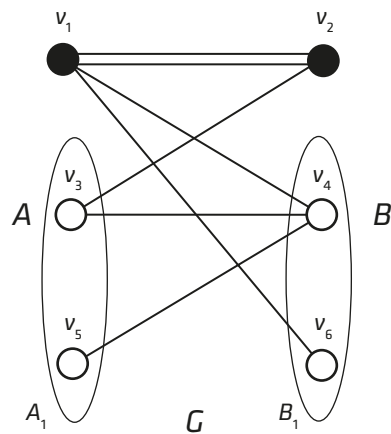
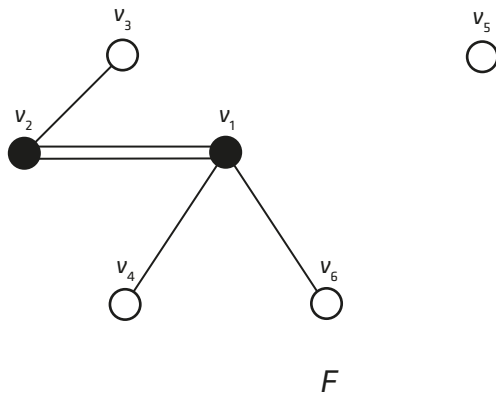
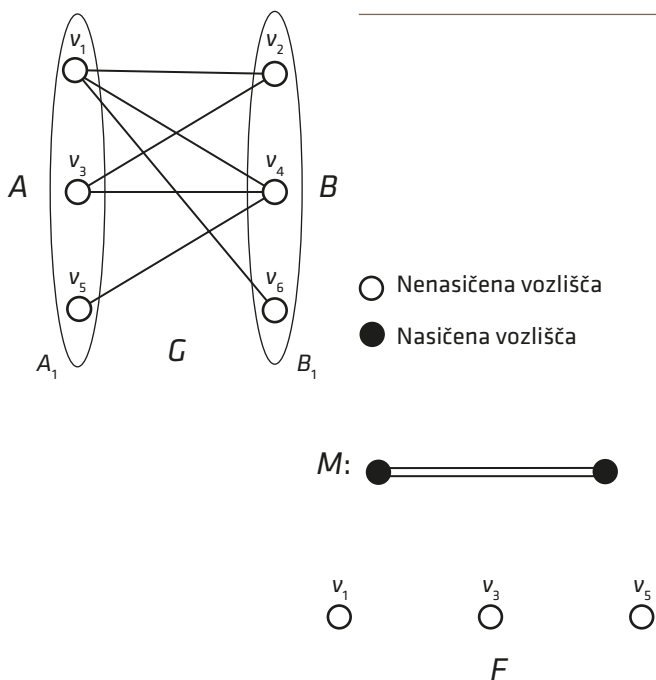


→ 5. Če ni povezave, ki bi povezovala $V(F) \cap A$ z B_1 , potem je po zgornji lemi prirejanje M največje prirejanje. Konec.

Naj bo $n = |V(G)|$ in $m = |E(G)|$. Madžarski algoritem je možno implementirati tako, da teče v času $O(n^2m)$. (Lovász, Plummer [1])

Primer

Predstavili bomo delovanje algoritma na grafu G . Najprej poiščemo bipartitcijo in zgradimo gozd F . Poiščemo pot iz B_1 v A_1 , glede na F .

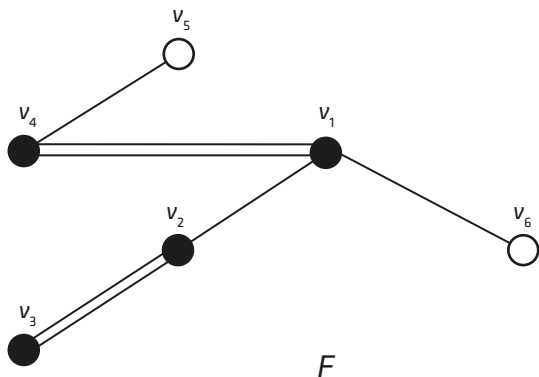


Prva povezava, ki jo algoritem najde, je povezava v_1v_2 . To povezavo damo v prerejanje $M = \{v_1v_2\}$.

Ponovno zgradimo gozd F . Poiščemo pot iz B_1 v A_1 , glede na F .

Ponovno zgradimo gozd F . Poiščemo pot iz B_1 v A_1 , glede na F .

Pot $v_3v_2v_1v_4$ je M -povečana in kot na sliki 3 ustrezno povečamo prirejanje $M = \{v_3v_2, v_1v_4\}$.



[2] A. S. Asratian, T. M. J. Denley in R. Häggkvist, *Bipartite graphs and their applications*, United Kingdom, 1998.

xxx

Sudoku

↓↓↓

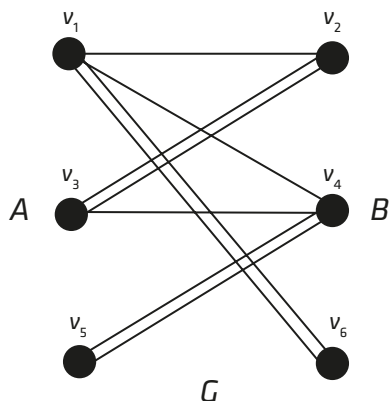
→ V 9×9 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 9, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih nastopalo vseh 9 števil.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A		1		5					
B				7			8	5	
C							6	4	3
D		4	9	3	8				
E									
F					6	9	4	2	
G	5	8	3						
H		6	1			2			
I						3		7	

→
→
→
REŠITEV

8	7	1	3	5	9	2	6	4	I
5	3	6	2	4	8	1	9	7	H
4	6	2	1	7	6	3	8	5	G
7	2	4	6	9	1	5	3	8	F
6	8	3	5	2	4	9	7	1	E
9	1	5	7	8	3	6	4	2	D
3	4	9	8	1	2	7	5	6	C
1	5	8	9	6	7	4	2	3	B
2	6	7	4	3	5	8	1	9	A
I	4	3	6	5	2	7	8	1	

Edina M -povečana pot, ki jo sedaj najdemo, je $P = v_6 v_1 v_2 v_3$. Prirejanje M povečamo na $M = \{v_3 v_2, v_6 v_1, v_4 v_5\}$.

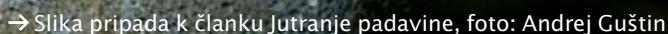


Ponovno zgradimo gozd F , vendar graf G ima vsa vozlišča nasičena glede na prirejanje M . Tako ne moremo več najti poti iz B_1 do $V(F) \cap A$ in po zgornji lemi je M največje prirejanje.

Razmisli, kako bi potekal algoritem za graf G na sliki 1, in poskusi implementirati svojo verzijo madžarskega algoritma za iskanje največjega prirejanja.

Literatura

[1] L. Lovász in M. D. Plummer, *Matching theory*, North-Holland, 1986.



→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz četrte številke 39. letnika Preseka je **Trikotnik v trikotniku**. Izmed pravih rešitev smo izžrebali, NAJO BEDEK iz Polzele, IVANKO ČEDE iz Petrovč in MAJO ARH iz Bohinjske Bistrice, ki so razpisane nagrade prejeli po pošti.

_____ XXX

Jutranje padavine



ALEŠ MOHORIČ

→ Ali regratove lučke zjutraj jočejo ali pa se morda znojijo? Je za travo še prezgodaj, da bi si obrila ledeno brado? Tokratni naravoslovni fotografiji (ena je na naslovnici) prikazujeta pogost pojav, ki ga ni težko razložiti. Oba pojava vtaknemo v predal z nalepko „padavine“. Najbolj znana med njimi sta dež in sneg, vsem pa je skupno, da jih sestavlja voda in da pridejo iz zraka. Naštejmo še ostale: pršenje, so snežica, ledene iglice, zrnat sneg, babje pšeno, soda, toča, ivje, poledica, rosa, slana, žled in virga (padavine iz oblakov, ki pa ne sežejo do tal).

Zrak je zmes plinov in aerosolov. V zraku je največ dušika in kisika. Poleg tega so v zraku še voda (predvsem v obliki pare), ogljikov dioksid, žlahtni plini, žveplov dioksid, metan, ozon in drugi plini, vendar v manjših količinah. Aerosoli so trdni (dim in prah) ter tekoči (meglica) delci razpršeni v zraku. Vodi v plinastem stanju rečemo para. Količino pare v zraku podamo na veliko načinov: npr. z absolutno vlažnostjo, z masno ali prostorninsko koncentracijo, z relativno vlažnostjo, itd. Absolutna vlažnost je delna gostota vodne pare v vlažnem zraku in pove maso pare v enoti zračne prostornine. Absolutna vlažnost ne more biti poljubno visoka. Če preseže mejno vrednost, del pare spremeni agregatno stanje. Mejna vrednost za absolutno vlažnost je močno odvisna od temperature. Pri 0°C je mejna gostota vodne pare $4,8 \text{ gm}^{-3}$, kar predstavlja prostorninski delež pare v zraku približno tričetrto odstotka, pri 20°C je prostorninski delež 1,5 %, pri 30°C pa že 2,5 %. Kvocient absolutne vlažnosti in mejne absolutne vlažnosti pri dani temperaturi vlažnega zraka je relativna vlažnost. Če se vlažni zrak ohlaja, slejkoprej doseže temperaturo, pri kateri ima absolutna vlažnost mejno vrednost. Takrat je relativna vlažnost enaka 1 (če jo merimo v odstotkih, je to 100 %). To temperaturo imenujemo rosišče. Če se zrak ohladi pod to temperaturo, se del pare v zraku pretvori v vodo ali pa v led, če je rosišče dovolj pod lediščem (ledišče je temperatura, pri kateri se led tali – 0 °C). Na ta način nastanejo oblaki in megla. Nastanek oblakov je drugačen od nastanka megle: ko se zrak dviga, prihaja v območje, kjer je zračni tlak

nižji, zato se razpenja, za to pa mora odrivati okolišnji zrak – to delo ob odrivanju pa „plača“ iz zaloge svoje notranje energije. Kapljice ali kristalčki, ki nastanejo, so mikrometrskih velikosti, zato praktično nič ne padajo. Za padavine morajo nekateri oblačni delci zrasti do milimetrskih velikosti – kar je glede mase za milijardo-krat. Ta rast se ne zgodi v vsakem oblaku – zato tudi ni iz vsakega oblaka padavin. Megla pa nastane, ko se zrak ohlaja ob tleh, npr. ko se tla preko noči hladijo s toplotnim sevanjem. Te kapljice ali kristalčki le težko zrastejo do velikosti, pri kateri bi znatno padali – zato so ob megli tla lahko tudi povsem suha.

Rose pravzaprav ne vidimo „padati“, tako kot pada dež ali sneg. Rosa začne nastajati kar na podlagi, ko se temperatura tal, rastlin ali drugih predmetov zaradi toplotnega sevanja zniža pod rosišče hitreje kot temperatura zraka. Zaradi počasnega izločanja vode iz zraka nastanejo in se obdržijo drobne kaplje tudi na zelo majhnih resah regratove lučke (slika). Rosa nastaja predvsem v jasnih, hladnih nočeh, jeseni in spomladi kmalu po sončnem zahodu, poleti pa včasih šele v jutranjih urah. Nastajanje rose je poleti izdatnejše kakor v hladnejših mesecih, ker je poleti začetna vlažnost v toplem zraku večja kot v hladnem. Slana se pojavi, ko pade temperatura telesa pod rosišče, ki pa je pod lediščem. Pri tej temperaturi vodna para sublimira – preide neposredno iz plinastega v trdo stanje in se izloča v obliki tankih ledenih kristalov, ki imajo obliko iglic ali perja. Slani na videz podobna, po nastanku pa povsem drugačna padavina je ivje, ki nastaja v meglenem in hladnem vremenu. Ivje nastaja, ko kapljice podhlajene megle trkajo ob predmete, npr. ob vejice grmovja in drevja in nanje primrzujejo. Torej ivje nastaja samo ob meglenem hladnem vremenu saj je tudi v na videz povsem mirnem zraku vsaj nekaj rahle sapice, ki meglene kapljice nosi s seboj: ivje raste v smer, odkoder vleče ta sapica. (Če je veter močnejši, kapljice ne utegnejo hipoma primrzniti, tedaj nastaja tim. trdo ivje. Če pa dežuje pri temperaturah pod nič stopinj Celzija, pa na predmetih lahko nastaja žled.)

Poskusite iz oblike ledenih kristalčkov presoditi, ali je na sliki slana ali ivje (namig: Ali so kristalčki vsi obrnjeni v isto smer?).

× × ×

Knjižnica Sigma

Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.

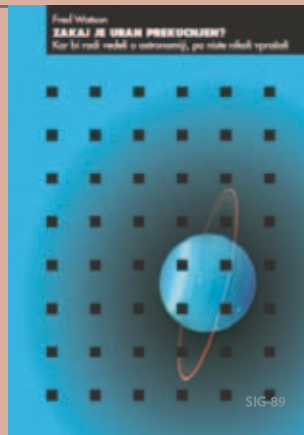
Fred Watson:

ZAKAJ JE URAN PREKUCNJEN?

Kar bi radi vedeli o
astronomiji, pa niste
nikoli vprašali

200 strani
format 14×20 cm
mehka vezava

22,39 EUR

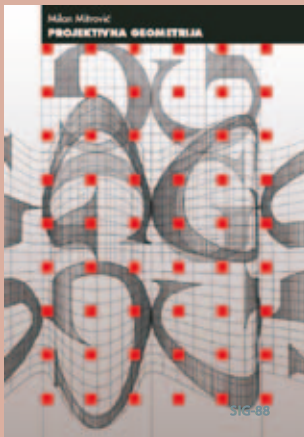


Janez Strnad:

SVET NIHANJ IN VALOVANJ

200 strani
format 14×20 cm
mehka vezava

19,99 EUR

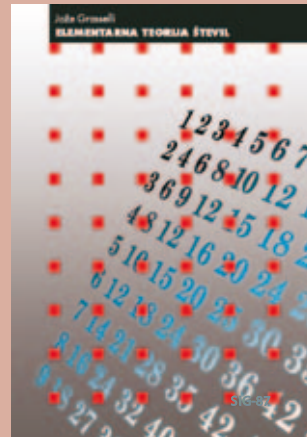


Milan Mitrović:

PROJEKTIVNA GEOMETRIJA

158 strani
format 14×20 cm
mehka vezava

20,99 EUR



Jože Grasselli:

ELEMENTARNA TEORIJA ŠTEVIL

168 strani
format 14×20 cm
mehka vezava

14,99 EUR

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 45 drugih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjižice tudi naročite s popustom:

<http://www.knjiznica-sigma.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.