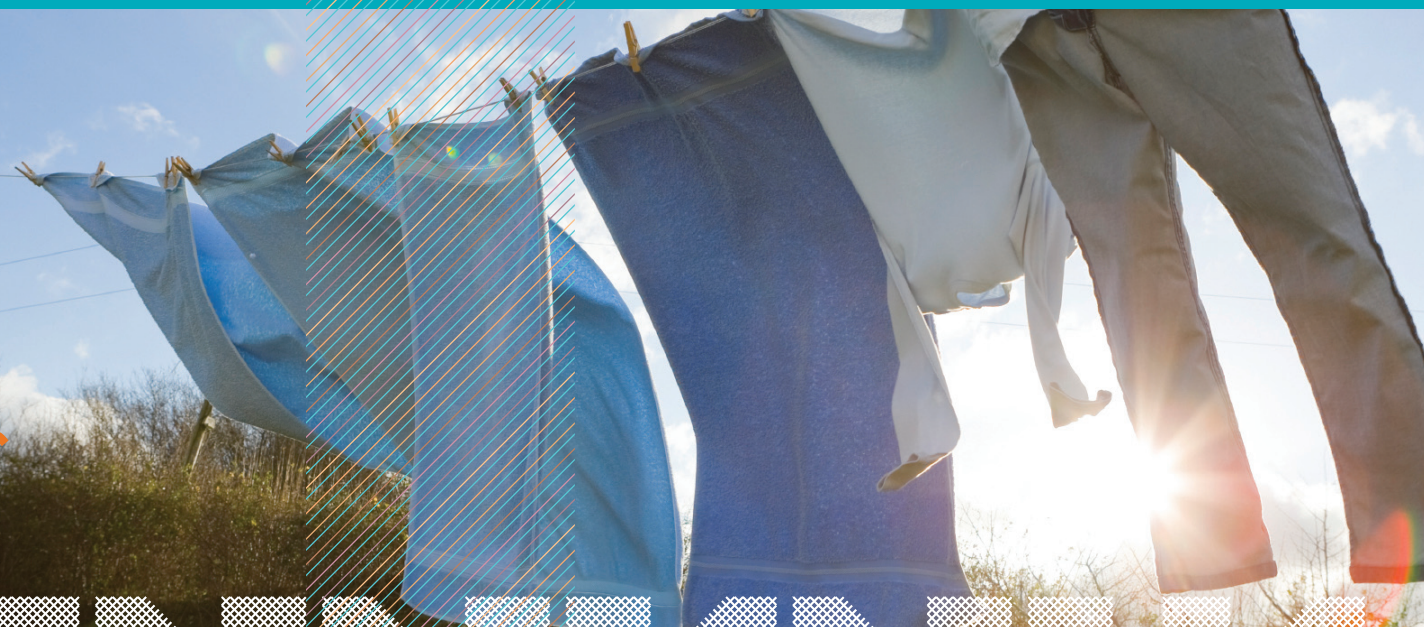




PRESEK

- KAKO SE SUŠI PERILO
- ERATOSTENOV REŠETO
- PRESEKOVA MATURA
- NAGRADNA KRIŽANKA

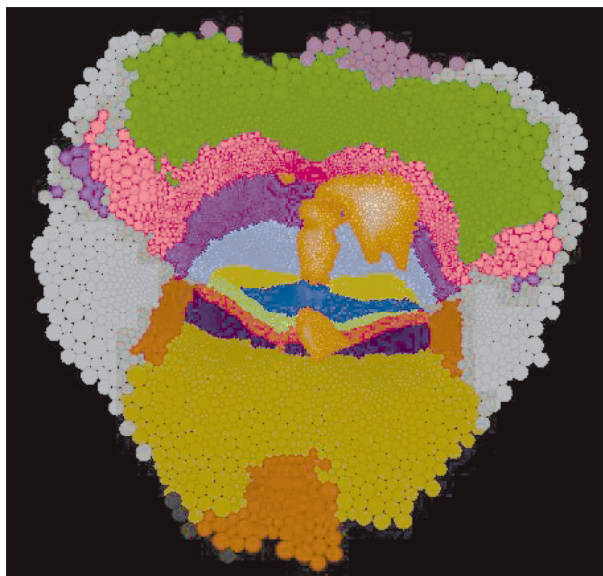


ISSN 0351-6652



9 770351 665760

Zemljevidi možganov



→ Matematiko so znanstveniki uporabili, da bi vsi lahko bolje razumeli, kateri del možganov opravlja točno določeno funkcijo. Najnovejše raziskave na tem področju zajemajo tudi poskus preslikave naših tri-dimenzionalnih možganov v dve dimenziji, podobno kot preslikujemo globus na zemljevid.

Točke možganov, ki so v različnih globinah, se na običajnih zemljevidih lahko pojavijo blizu skupaj. Da bi ustvarili zemljevide, ki razlikujejo take točke, raziskovalci uporabljajo topologijo in geometrijo, med drugim hiperbolično in sferično geometrijo. Konformne preslikave—ujemanje med možgani in zemljevidi, ki ne izkrivljajo kotov med točkami—so posebej pomembne za natančne predstavitve možganov. Ravno tako kot zemljevid Zemlje pomaga pri navigaciji, konformne preslikave pomagajo znanstvenikom pri njihovem prizadevanju, da bi delovanje možganov zares dobro razumeli.



POJASNILO: Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.



Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje letnik 37, šolsko leto 2009/2010, številka 6

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2009/2010 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBAS12X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje in tehnično urejanje Polona Šterk

Ilustracija Ines Kristan in Polona Šterk

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1700 izvodov

© 2010 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1787

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učenec višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA–založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

MATEMATIČNI TRENUTKI

- 2** Zemljevidi možganov

MATEMATIKA

- 4-7** Eratostenovo rešeto
(Aleksandar Jurišić in Matjaž Urlep)
- 8,11** Presekova matura
(Darka Hvastija)
- 8** Vsota treh kubov – Bistrovidec – rešitev naloge
(Marko Razpet)
- 9** Trikotniki – Predstavitev knjige
(Jože Malešič)
- 10** Elementarna teorija števil – Predstavitev knjige
(Marko Razpet)

FIZIKA

- 12-15,18** Kako se suši perilo
(Janez Rakovec)
- 18-21** Kje plavajo in zakaj je tako? –
Poizkuševalnica v kuhinji – odgovor naloge
(Mojca Čepič)
- 21** Kateri se hitreje kotali? –
Poizkuševalnica v kuhinji
(Mojca Čepič)
- 22-23** Razmisli in poskusi
(Mitja Rosina)

ASTRONOMIJA

- 24-27** Kako so prišli teleskopi v šole
(Zorko Vičar)

RAČUNALNIŠTVO

- 27-30** Glasbeni avtomat v Laškem
(Tomaž Pisanski)

RAZVEDRILO

- 16-17** Nagradna križanka
(Marko Bokalič)
- 30** Rešitev nagradne križanke Presek 37/5
(Marko Bokalič)
- 11, 21** Barvni sudoku
- 9** Futoški

TEKMOVANJA

- priloga** Razpis 21. državnega tekmovanja v
razvedrilni matematiki
- priloga** Mednarodni matematični kenguru 2009 –
izbor nalog
- priloga** 7. tekmovanje v znanju poslovne matematike
za srednje šole – šolsko tekmovanje

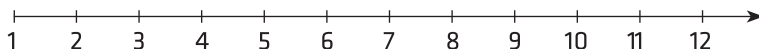
SLIKA NA NASLOVNICI: Če se boste med poletnimi počitnicami kdaj dolgočasil, vas vabimo, da preverite izsledke kakšnega od člankov iz te številke. Fotografija na naslovnici se tokrat navezuje na članek iz fizike.

Eratostenovo rešeto



ALEKSANDAR JURIŠIĆ IN MATJAŽ URLEP

→ Doma (v točki ena) nam postane dolgčas in podamo se na sprehod po številski premici.



SLIKA 1.

Naravna števila, predstavljena na številski premici

Hitro opazimo, da se večkratniki števil pojavljajo enakomerno. Poglejmo si dva primera.

- Vsako *sodo* število se pojavi na vsakem drugem koraku (pri tem seveda privzamemo, da je dolžina našega koraka ravno enaka enoti), ali če želite, ob desni nogi (če smo začeli naš sprehod z levo).
- Vsak večkratnik števila *tri* se pojavlja izmenično enkrat na levi, enkrat na desni nogi, vsakokrat pa na dveh vmesnih korakih manjka.

Kaj pa, če opazujemo cela števila, ki niso večkratniki nobenega drugega števila kot le samega sebe in enice (s slednjo bi tako ali tako pokrili vsa števila)? Tem številom pravimo *praštevila* oziroma nerazcepna števila, saj jih ni moč razcepiti v produkt dveh od ena različnih števil.

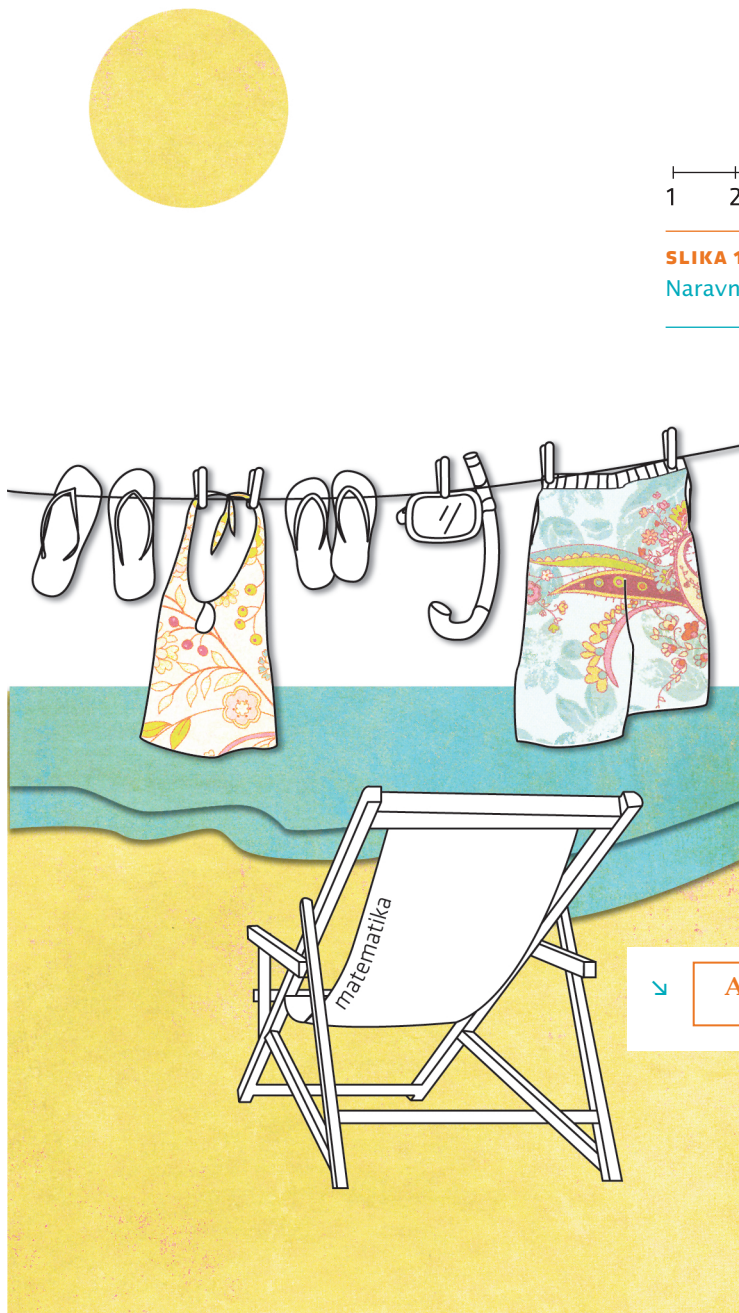


Ali se tudi praštevila pojavljajo po kakšnem pravilu?

V tem sestavku bomo spoznali, kako bi se s tem lahko ukvarjal Carl Friedrich Gauss, če bi imel na voljo računalnik. Prav on je bil namreč tisti, ki je postavil *domnevo o gostoti praštevil*.

Rešeto

Gotovo ste v šoli že slišali za *Eratostenovo rešeto*. To



je eden od najstarejših algoritmov, s pomočjo katerega lahko najdemo praštevila. Sestavimo tabelo števil od 1 do 400. Za začetek prečrtamo vsa soda števila, z izjemo prvega, nato vse večkratnike števila 3, zopet z izjemo prvega. Ker smo število 4 že prečrtali, nadaljujemo z večkratniki števila 5. Po tem postopku pridejo na vrsto še večkratniki števil 7, 11, 13, 17 in 19.

➤ **Gotovo veste, zakaj nam v tabeli ostanejo samo še praštevila skupaj z enico?**¹

Ni kaj, to je kar učinkovit algoritem. Ko enkrat že poznamo praštevila do 20, je morda bolj zabavno

opravljati izločanje sestavljenih števil v obratnem vrstnem redu, od večkratnikov števil 19, 17, ..., pa vse do večkratnikov števila 2. V pomoč ti je lahko zapisana tabela, lahko pa skočiš na spletno stran

<http://www.hbmeyer.de/eratosiv.htm>

kjer lahko opazuješ kakšne vzorce naredijo izginjajoča sestavljena števila. Zabava gor ali dol, a ne zanimajo nas praštevila samo do 400. Če hočemo še naprej, si bomo seveda pomagali z računalnikom. Zapišimo kodo, ki opravi to delo namesto nas. To bo psevdo koda, poenostavljena koda, ki ni pisana za noben konkretni programski jezik, temveč skuša predstaviti samo idejo algoritma na čim enostavnejši način.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

SLIKA 2.

Tabela prvih 400 naravnih števil za tiste, ki bodo poskusili izvajati postopek Eratostenskega rešeta na roke.

¹Naj vam zaupava, da najmanjši izmed faktorjev sestavljenega števila ni nikoli večji od korena tega števila.



Eratosthenes se je rodil leta 276 pr. n. št. v severni Afriki (ki je danes del Libije) in študiral v Atenah (bil je tudi tretji glavni knjižničar v Aleksandriji). Poleg svojega rešeta je izračunal tudi obseg Zemlje, pa oddaljenost Sonca in Lune. Gre za briljantnega znanstvenika, ki je bil prijatelj Arhimeda, enega največjih matematikov v zgodovini. Zavistneži so ga morda prav zaradi tega klicali tudi Beta – bil naj bi drugi najboljši med svojimi sodobniki v vsem. Toda zgodovina je pokazala, da je bil prvak na številnih področjih, ki vključujejo astronomijo, geografijo, literaturo, poezijo, filozofijo in matematiko. Celo „biti drugi“ na tolikih področjih in še v času neverjetnega napredka *Eratostena* postavlja med največje genije vseh časov.

```
n <-- 1000;
p <-- array[1..n];
for i <-- 1 to n do
  p[i] <-- 0
p[1] <-- 1;
for i <-- 2 to n do
  if p[i] = 0 then
    for j <-- 2 to n / i do
      p[j * i] <-- 1;
```



SLIKA 3.

Psevdo koda *Eratostenovega rešeta*

Poglejmo si, kako koda deluje. V prvi vrstici pove-
mo, da bomo iskali vsa praštevila do 1000. To šte-
vilo lahko pri pravilno napisani kodi nadomestimo s
poljubnim drugim naravnim številom, ki je večje od
1. Nato si v drugi vrstici pripravimo tabelo *p* prvih
1000 naravnih števil. V tretji in četrti vrstici se s *for*
zanko sprehodimo po vseh naravnih številih od 1 do
n in postavimo vse vrednosti v tabeli na 0, kar naj
pomeni, da so še neprečrtane². Črtanje števila *i* v
tabeli bomo označili tako, da bomo vrednost *p*[*i*]
postavili na 1. V peti vrstici tako prečrtamo število
1, ki ni ne praštevilo ne sestavljeno število. Nato pa
sledimo postopku, ki smo ga opisali zgoraj. Tako
se v šesti vrstici s *for zanko* ponovno sprehodimo
po vseh naravnih številih od 2 do *n*, saj vnaprej ne

vemo, katera števila bodo že prečrtana in katera še
ne. To ugotovimo v sedmi vrstici, ko z *if stavkom*
preverimo, ali je trenutno število *p*[*i*] že neprečr-
tano (*p*[*i*] = 0), torej ali je praštevilo. Samo v tem
primeru namreč črtamo njegove večkratnike. To na-
redi *for zanka* v osmi vrstici, ki nas popelje od dru-
gega pa do $\lfloor n/i \rfloor$ -tega večkratnika. Samo črtanje več-
kratnikov opravimo v deveti vrstici, ko postavimo us-
trezne elemente tabele na 1. Ko se postopek konča,
imamo v tabeli *p* spravljene podatke o tem, katera
števila so sestavljena (imajo vrednost 1) in katera ne
(vrednost 0). Zgornjo kodo lahko seveda zapišemo v
poljubnem programskem jeziku in popravimo tako,
da uporabnik sam vpiše zgornjo mejo *n*.

Pozoren bralec bo hitro opazil, da je mogoče zgor-
njo kodo še bistveno izboljšati. V zadnji *for zanki*
smo črtali kar vse večkratnike, ne glede na to, ali so
bili že črtani ali ne. Ker je branje precej hitrejše od
pisanja, lahko z dodatnim *if stavkom*, ki preveri ali
je večkratnik že prečrtan ali ga še moramo, naš pro-
gram precej pohitrimo (za okoli 27%). Nadalje smo
že omenili, da je v *for zanki* v šesti vrstici dovolj gle-
dati le do korena števila *n*. Na ta način prihranimo
veliko klicev *if stavka* v sedmi vrstici in s tem pohit-
rimo naš program še za okoli 37%.

Vsak izkušen programer bi nam tudi povedal, da
je deljenje števil v računalniku dosti počasnejše od
množenja, ki je tudi počasnejše od seštevanja. Zato
bi lahko osmo in deveto vrstico zgornjega programa
spremenili tako, da bi začeli z dvakratnikom števila
i in na vsakem koraku prištevali *i* namesto 1. S tem
se znebimo tako deljenja kot množenja in pridobimo
že 25%.

Nadalje lahko opazimo, da nam v *for zanki* iz osme
vrstice ni potrebno začeti pri dvakratniku števila *i*,
ampak lahko začnemo šele pri *i*-kratniku števila *i*,
torej z i^2 . Vsi večkratniki števila *i*, ki so manjši od
 i^2 , so namreč ravno *i*-ti večkratniki števil 2, ..., *i* - 1.
S tem pridobimo še dodatne 4%. Skupno je naš pro-
gram sedaj trikrat hitrejši.³

Poglejmo si, kako bi izgledal naš program, vklju-
čno z vsemi izboljšavami, v programskem jeziku C.

³Mogoče so seveda še nadaljnje izboljšave. Če, recimo, upo-
števamo, da je 2 edino sodo praštevilo, bo program kar štirikrat
hitrejši od začetnega.

⁴Ali kdo ve, kako bi iz vrednosti $\log_a b$ dobili dolžino zapisa
števila *b* v številskem sistemu z osnovo *a*?

²Za postavljanje vrednosti v tabeli na 0 ponavadi poskrbi že
operacijski sistem.

Iskal bo vsa praštevila do 100.000.000.

```
#include <stdio.h>

#define MAX 100000000
#define SQRT 10000

char p[MAX + 1];

int main(void) {
    int i, j;

    for (i = 2; i <= SQRT; i++)
        if (p[i] == 0)
            for (j = i * i; j <= MAX; j += i)
                if (p[j] == 0)
                    p[j] = 1;
```

SLIKA 4.
Eratostenovo rešeto v programskem jeziku C

Označimo s $p(n)$ število praštevil, ki so manjša ali enaka n . To je ravno število polj v tabeli p , katerih vrednost je enaka 1. Pri različnih vrednostih konstante MAX dobimo naslednje rezultate:

MAX	$p(n)$	$\frac{p(n) \ln(n)}{n}$
100	25	1,151292546
1.000	168	1,160502887
10.000	1.229	1,131950832
100.000	9.592	1,104319811
1.000.000	78.498	1,084489948
10.000.000	664.579	1,071174789
100.000.000	5.761.455	1,061299232

TABELA 1.
Število praštevil

Gotovo ste opazili, da se v tabeli nahaja tudi *logaritemska funkcija* $\ln n$. V srednji šoli pride ta snov na vrsto v drugem letniku⁴. Si predstavljate, da je Gauss prišel do podobnih rezultatov peš (brez računalnika) in pri šestnajstih letih postavil naslednjo domnevo:

➤ Za dovolj veliko število n je število praštevil do števila n približno $\frac{n}{\ln n}$.



Pri tem imejte v mislih, da je bilo v tistih časih že računanje naravnega logaritma povsem netrivialno (oziroma zelo zamudno) opravilo, saj še ni bilo žepnih računal. V nekem trenutku so bile na voljo *Vegove tablice* kot najmodernejši pripomoček za računanje (kateremu bi danes rekli računalnik) tistega obdobja.

Iz zgornje ocene lahko dobite z osnovnim znanjem o limitah tudi oceno za velikost n -tega praštevila p_n :

➤ $p_n \approx n \ln n,$

ki vpelje nekakšen red med dovolj velika praštevila.

xxx

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.presek.si

xxx

Vsota treh kubov

REŠITEV

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Za naravno število $n \geq 2$ so števila $x = n^3 + 1$, $y = 2n^3 - 1$, $z = n^4 - 2n$ in $u = n^4 + n$ očitno tudi naravna. Preveriti je treba še relacijo $x^3 + y^3 + z^3 = u^3$. Uporabiti moramo enakost $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Račun poteka tako:

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 &= \\ &= (n^3 + 1)^3 + (2n^3 - 1)^3 + (n^4 - 2n)^3 = \\ &= (n^9 + 3n^6 + 3n^3 + 1) + \\ &\quad + (8n^9 - 12n^6 + 6n^3 - 1) + \\ &\quad + (n^{12} - 6n^9 + 12n^6 - 8n^3) = \\ &= n^{12} + 3n^9 + 3n^6 + n^3 = \\ &= (n^4 + n)^3 = u^3. \end{aligned}$$

Za $n = 2, 3, 4$ dobimo:

- $9^3 + 15^3 + 12^3 = 18^3$,
- $28^3 + 53^3 + 75^3 = 84^3$,
- $65^3 + 127^3 + 248^3 = 260^3$.

xxx

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.presek.si

xxx

Presekova matura

↓↓↓

DARKA HVAŠTIJA

→ Poglejmo si primer vprašanja iz verjetnosti na francoski maturi, podobne naloge pa srečamo tudi na slovenski maturi.

Naloga se začne z verzom čilskega pesnika in politika Pabla Nerude, ki je leta 1971 dobil Nobelovo nagrado za književnost. Mogoče bodo verzi koga med bralci celo spomnili na film Poštar.

Parmi les plumes qui effraient, parmi les nuits,
Parmi les magnolias, parmi les telegrammes,
parmi le vent du sud et l'ouest marin,
te voici qui vient en volant.

Vseh besed, pri čemer l'ouest (člen le in samostalnik ouest) štejemo za dve besedi, je 29. Vsako besedo napišemo na svoj listek in listke damo v škatlo.

1. Naenkrat izvlečemo tri listke izmed 29-ih.

- (a) Izračunajte verjetnost dogodka A, da so na njih zapisane besede **parmi**, **les**, **plumes**.
- (b) Izračunajte verjetnost dogodka B, da je beseda **parmi** vsaj na enem listku.

2. V naslednjem poskusu izvlečemo en sam listek.

- (a) Kolikšna je verjetnost dogodka C, da je na njem beseda **parmi**?
- (b) Poskus ponovimo trikrat in listek vsakič vrnemo v škatlo. Kolikšna je verjetnost dogodka D, da smo listek z besedo **parmi** izvlekli natanko enkrat?

xxx

Predstavitev knjige



JOŽE MALEŠIČ

→ Dušan Stanislav Modic: **TRIKOTNIKI**, založba MATH d.o.o., Ljubljana 2009, 127 strani.

Knjiga *Trikotniki* je bogata zbirka načrtovalnih nalog; samo osnovnih nalog brez variant je več kot 160. Ker je sistematično urejena, je iskanje po njej hitro in enostavno. Sistem ureditve je izviran avtorjev dosežek: osnovan je na prvih dveh podatkih od treh neodvisnih, ki določajo trikotnik. Na primer: **naloge tipa A** imajo za prva dva podatka dva notranja kota, **naloge tipa B** stranico in priležni kot, **naloge tipa C** kotno simetralo in pripadajoč kot, **naloge tipa Z** vsoto ali razliko stranic, stranice in simetrale, stranice in višine, stranice in težiščnice, **naloge tipa Ž** pa razliko kotov ob osnovnici. Pri tem abecedni red kaže težavnost tipa.

Vsak tip je glede na tretji podatek razdeljen na podtip, na primer: **A1** pomeni nalogo o konstrukciji trikotnika z danima notranjima kotoma in stranico ob teh kotih, **A2** nalogo z danima notranjima kotoma in stranico nasproti enemu od kotov, **A3** nalogo z danima notranjima kotoma in simetralo tretjega kota itd. Višja številka spet pomeni težjo nalogo.

V prvem delu je natančno opisan sistem ureditve, vsebuje vrsto koristnih tabel, ki olajšajo iskanje po zbirki. Drugi del je jedro knjige, v njem so zbrane rešitve načrtovalnih nalog.

Tretji del z naslovom Algebrske rešitve vsebuje formule, po katerih se iz treh podatkov načrtovalne naloge izračunajo stranice in drugi elementi trikotnika. Te formule omogočijo diskusijo (iskanje pogojev za rešljivost in števila rešitev). Seveda pa po vsaki od teh formul lahko tudi najdemo pot za rešitev tako, da številske izraze prevedemo v geometrijske konstrukcije.

Knjigi je priložena zgoščenka, ki omogoči na računalniškem zaslonu opazovati reševanje načrtovalnih nalog korak za korakom. Ker je sestavljena z orodjem za dinamično geometrijo, lahko v trikotniku



spreminjamo stranice, kote in na ta način raziskujemo konstrukcijo. Zgoščenka je delo Petre Žibert.

Avtor je konstrukcije trikotnikov zbiral desetletja, z njimi je seznanjal svoje dijake, kolege matematike na številnih seminarjih, knjiga pa je izšla nekaj let po njegovi 80-letnici. Zagotovo jo bodo radi prebirali ljubitelji geometrije, v pomoč bo tudi učiteljem matematike na vseh stopnjah.

Bralci Preseka lahko knjigo naročite pri DMFA-založništvo po znižani ceni 20 EUR.



Futoški



→ V kvadratke vpišite začetna naravna števila od 1 do 4 tako, da bodo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopala vsa štiri števila, ter da bodo izpolnjene vse relacije.

4	>		<		>	1
			>			
1		4				
	>					



REŠITEV

2	4	1	3
3	2	4	1
4	1	3	2
1	3	2	4



Predstavitev knjige



MARKO RAZPET

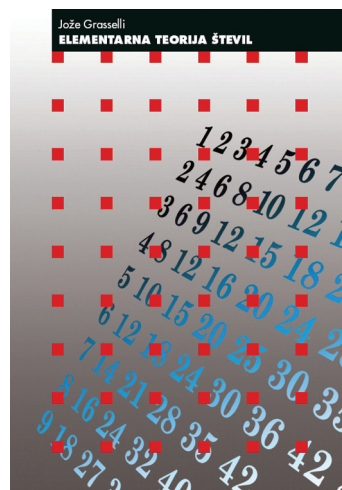
→ **Jože Grasselli: ELEMENTARNA TEORIJA ŠTEVIL,**
Knjižnica Sigma – 87, DMFA–založništvo, Ljubljana
2009, 168 strani.

Teorija števil je matematično področje, ki raziskuje lastnosti in odnose v množici celih števil. Navadno si ni težko izmisliti naloge iz teorije števil, lahko pa jo je zelo težko ali pa celo nemogoče rešiti. Knjižica prof. Grassellija se ukvarja z elementarno teorijo števil.

Kratkemu uvodu, v katerem so razloženi osnovni pojmi, sledi osrednji del knjige, ki je razdeljen na šest poglavij. V prvem je govora o deljivosti celih števil, kamor spadajo največji skupni delitelj, Evklidov algoritem, reševanje enačbe $ax + by = c$ v celih številih, najmanjši skupni večkratnik in praštevila, torej tudi nekatere stvari, ki so že znane iz šole. Drugo poglavje obravnava aritmetične funkcije in njihove lastnosti: število in vsoto deliteljev celega števila, znamenito Eulerjevo funkcijo $\varphi(n)$, funkcijo celi del, Möbiusovo funkcijo in funkcijo $\pi(\xi)$, ki pove, koliko je praštevil, ki ne presegajo realnega števila ξ .

Tretje poglavje se ukvarja s kongruenco števil, kongruenčnimi razredi in sistemi ostankov, pa tudi s Fermatovim, Eulerjevim ter Wilsonovim izrekom. Poglavje avtor konča z obravnavo reda števila glede na dani modul. V tem poglavju se lahko med drugim naučimo reševati tekmovalne naloge, pri katerih je treba najti ostanek pri deljenju kakšnega zelo velikega celega števila z danim naravnim številom.

Četrto poglavje nas najprej vodi skozi reševanje linearnih kongruenc in sistemov linearnih kongruenc. Tu srečamo znameniti kitajski izrek o ostankih. Prof. Grasselli pa se ne zadržuje le pri linearnih kongruencah, ampak kar obsežno nadaljuje z višjimi kongruencami in konča pri moduli s primitivnimi koreni ter indeksih števila za dani primitivni koren po izbranem modulu.



Peto poglavje je v resnici kar zahtevno, prinaša namreč kvadratni reciprocitetni zakon. Njegov dokaz poteka elementarno, korak za korakom. Avtor najprej uvede Legendrov simbol in opiše njegove lastnosti. Nato navede in dokaže Gaussovo lemo ter formulira in dokaže kvadratni reciprocitetni zakon. Poglavje zaključi s splošno kvadratno kongruenco.

Zadnje, šesto poglavje se spopada z diofantskimi enačbami. Pri teh iščemo celoštevilске rešitve algebrskih enačb, ki imajo celoštevilске koeficiente. Najprej so na vrsti linearne diofantske enačbe, katerim sledi Lagrangev izrek, ki pravi, da je vsako naravno število vsota štirih kvadratov celih števil. Izvemo tudi, kdaj je mogoče naravno število zapisati kot vsoto dveh kvadratov celih števil. Poglavje na koncu z Legendrovim izrekom odgovarja še na vprašanje o rešljivosti diofantske enačbe $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ in o racionalnih točkah na stožnicah, katerih enačbe imajo racionalne koeficiente.

Knjižica je napisana v lepem, klenem slovenskem jeziku, je primerno strukturirana, izreki so oddvojeni in oštevilčeni, opremljena je s številnimi zgledi, nalogami in opombami. Definicije niso posebej razvidne, ampak so vtakane kar v besedilo. Prav tako dokazi, za katere pa je nesporno razvidno, kje se začnejo in kje končajo.

V dodatku lahko preberemo precej zanimivih zgodovinskih podatkov, ki povejo, kako se je razvijala teorija števil. Na kratko so podane tudi osnovne ideje, kako se elementarna teorija števil uporablja v kriptografiji. Ne manjkajo pa rešitve nalog, ki so podane sproti, na koncu poglavij, seznam literature in stvarno kazalo.

Delo je namenjeno med drugim tudi dijakom, saj za razumevanje ni potrebno posebno matematično predznanje.

Knjižico lahko bralci Preseka naročite pri DMFA-založništvo po znižani ceni 11,99 EUR.

XXX

↓↓↓ REŠITEV PRESEKOVE MATURE

1. V prvem poskusu izberemo tri listke, zato je število vseh možnih izidov

$$\blacksquare \binom{29}{3} = 3654.$$

(a) Preštejemo, kolikokrat se v verzu pojavijo posamezne besede, in dobimo, da je število ugodnih dogodkov $m = 5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$, torej je

$$\blacksquare P(A) = \frac{10}{1827}.$$

(b) Nalogo najlažje rešimo z nasprotnim dogodkom $\bar{B}$, da nismo izvlekli besede parmi. Verjetnost nasprotnega dogodka je

$$\blacksquare P(\bar{B}) = \frac{\binom{24}{3}}{\binom{29}{3}} = \frac{1012}{1827},$$

verjetnost dogodka B pa je

$$\blacksquare P(B) = 1 - \frac{1012}{1827} = \frac{815}{1827}.$$

Lahko pa verjetnost dogodka B izračunamo direktno. Število ugodnih izidov za dogodek B je

$$\blacksquare m_B = \binom{5}{3} + \binom{5}{2} \binom{24}{1} + \binom{5}{1} \binom{24}{2}.$$

2. (a) Verjetnost dogodka $P(C) = \frac{5}{29}$.

(b) Listek z besedo **parmi** lahko izvlečemo prvič, drugič in tretjič pa ne. Dogodki so med seboj neodvisni, zato je verjetnost dogodka D_1 , da smo izvlekli to besedo samo prvič,

$$\blacksquare P(D_1) = \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{24}{29}.$$

Lahko pa smo to besedo izvlekli samo drugič (dogodek D_2),

$$\blacksquare P(D_2) = \frac{24}{29} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{29},$$

ali pa samo tretjič (dogodek D_3),

$$\blacksquare P(D_3) = \frac{24}{29} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{5}{29}.$$

Dogodek D se zgodi, če se zgodi ali dogodek D_1 ali D_2 ali D_3 . Ti dogodki so nezdružljivi, zato je verjetnost njihove vsote kar vsota verjetnosti in dobimo, da je

$$\blacksquare P(D) = 3 \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{24}{29} = 0,354.$$

XXX

Barvni sudoku

↓↓↓

→ V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

						6	1
	8	1					
	7		4	3			
				5		8	
2			5				
	1					4	
8		5		1			
6	4				2		8

XXX

Kako se suši perilo



JOŽE RAKOVEC

→ Vsi vemo, da se perilo najhitreje posuši ob lepem in vetrovnem vremenu. Veter odnaša vodno paro proč od perila in iz perila voda zato lahko ves čas izhlapeva. Zrak je ob takim vremenu čist in perilo potem diši po svežem (in ne morda po pralnem prašku ali po kakih mehčalcih), če sije sonce, se belo bombažno perilo na soncu tudi nekoliko obeli. Perilo se posuši hitro (in zastonj!) – skratka, ob lepem, vetrovnem vremenu je najlepše sušiti perilo zunaj – na dvorišču, vrtu ali na balkonu.

Mlade mamice pa morajo perilo sušiti pogosto tudi ob slabem vremenu v stanovanju ali pa – kadar dovoljen prehitro kakajo – celo v strojih za sušenje perila – kar seveda ni zastonj. Koliko vode je treba „iz-sušiti“, je odvisno od tega, koliko je ostane v perilu po ožemanju. To je odvisno tudi od tega, kako močno se perilo sme ožemati – občutljivo perilo prenese le blago, bombažno pa kar krepko centrifugo. Učinkovitost ožemanja je seveda odvisna tudi od kvalitete centrifuge – ocene so od A do G. Pri tem razred A pomeni najbolj učinkovito ožemanje, pri katerem na 5 kg suhega perila ostane v perilu manj kot 2,25 kg vode, najslabši razred G pa pomeni, da je po ožemanju v perilu še več kot 4,5 kg vode¹. Recimo, da je v perilu 2,5 kg vode. Za to, da se en kilogram tekoče vode pretvori v paro, je potrebno 2 in pol milijona Joulov energije (kar je okrog 0,7 kWh) – tej količini rečemo izhlapljalna toplota h_i . Za 2,5 kg



¹Več o tem v Prilogi IV k Odredbi za energijsko označevanje gospodinjskih pralnih strojev; npr. na internetnem naslovu <http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=2001104-&stevilka=5080> – iz Uradnega lista RS 104/2001, stran 10913.

vode torej okrog 6,25 MJ (ali nekaj manj kot 2 kWh). Cena električne energije za gospodinjstva je pri nas okrog 0,14 EUR/kWh. Torej bi sušenje ene žehle perila na prostem prihranilo najmanj četrta evra v primerjavi s sušenjem v sušilnem stroju – v resnici pa še več, ker sušilni stroji precej energije tudi nekoristno izgubljajo. Mlade mamice z dojenčki perejo vsaj enkrat dnevno. Sušenje na prostem jim torej prihrani okrog 10 evrov mesečno ali 120 evrov na leto. Torej se tudi denarno splača sušiti na prostem, če seveda imaš to možnost.

V nadaljevanju pogledjmo, kako se perilo sploh suši in zakaj so mokre rjuhe mrzle.

Sušenje perila v brezvetrju

Kot smo že rekli – perilo se na prostem najhitreje suši ob suhem, sončnem in vetrovnem vremenu. Za to, da se perilo hitro suši, je dobro, da je zrak čim bolj suh. To, kako je suh, povemo npr. z relativno vlažnostjo $f = \rho / \rho_{\text{nas}}$, ki je razmerje med gostoto vodne pare ρ v zraku in največjo možno gostoto vodne pare v zraku pri isti temperaturi – tej rečemo nasičena gostota ρ_{nas} . Nasičena gostota vodne pare je odvisna od temperature:

$$\rho_{\text{nas}}(T) = \frac{a}{T} e^{b(1 - \frac{T_0}{T})}. \quad (1)$$

Koeficienta a in b sta odvisna od tega, katero izhodiščno temperaturo T_0 izberemo. Če je $T_0 = T_1 = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$, je $a_1 = 1,32\text{ kg/mK}^3$ in $b_1 = 19,9$. Če pa npr. izberemo $T_0 = T_2 = 15^\circ\text{C} = 288\text{ K}$, pa je $a_2 = 3,69\text{ kg/mK}^3$ in $b_2 = 18,8$.

Za to, da se tekoča voda spreminja v paro, je potrebna energija. Kadar vodo vremo na štedilniku, to energijo voda dobiva iz kuhalne plošče, če pa se perilo suši na zraku, mora energija ves čas prihajati iz okolice do perila. Ob sušenju perila na soncu nekaj energije za izhlapevanje priskrbi kar sonce. Čim bolj je perilo temno, tem več energije za izhlapevanje vode perilo dobi neposredno od sončnega obseva, čim bolj pa je perilo svetlo, tem več se sončnega sevanja od njega odbije. Kaj pa, če je oblačno? Tedaj dotoka energije neposredno od sonca ni – perilo jo dobiva samo iz okolišnjega zraka. In če je vreme ob tem še brez vetra?

V brezvetrju se prenos energije iz okolišnjega zraka k perilu dogaja s prevajanjem toplote skozi miren zrak. Ker toplota teče od tam, kjer je tempera-

tura višja, tja, kjer je nižja, mora biti okolišnji zrak toplejši (T), perilo pa bolj mrzlo (T_{per}) – kar potipajte mokro perilo in začutili boste, da je hladno. Za toplotni tok k perilu iz okolice torej velja:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda(T - T_{\text{per}})f(L). \quad (2)$$

λ je toplotna prevodnost zraka in pove, kako učinkovit je pri neki temperaturni razliki toplotni tok skozi miren zrak (od tam, kjer je temperatura višja, tja kjer je nižja) in znaša pri običajnih pogojih v naravi okrog $\lambda = 0,02\text{ W/mK}$. Funkcija $f(L)$, ki opisuje geometrijo dogajanja, ima dimenzije dolžine in je sorazmerna z velikostjo L perila, zajema pa tudi vpliv bolj ali manj zapletenih oblik posameznih kosov – npr. od preprostih „ravnih“ rjuh, brisač ali robcev, do npr. bluz z rokavi, ovratniki, morda umetelno ukrojenimi naborki itd.

Ta količina toplote ΔQ se porabi za to, da se Δm vode spremeni v paro:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = h_i \frac{\Delta m}{\Delta t}. \quad (3)$$

Tu smo s $h_i \approx 2,5\text{ MJ/kg}$ označili količino toplote, ki je potrebna, da se masna enota tekoče vode pretvori v paro².

Če naj se perilo ves čas suši, mora vsa para, ki izhlapi iz perila, sproti zapuščati neposredno okolico perila. To se v brezvetrju dogaja tako, da se molekule vodne pare z masnim tokom selijo od tam, kjer jih je več, tja, kjer jih je manj. Da se vodna para na ta način seli proč od perila, je potrebna razlika v gostoti vodne pare tik ob perilu in v njegovi okolici: gostota pare tik ob perilu (ρ_{per}) mora biti večja, v okolici pa zrak bolj suh in gostota pare (ρ) manjša:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = D(\rho_{\text{per}} - \rho)f(L). \quad (4)$$

²Velika večina vode na svetu ne izhlapi pri 100°C , temveč pri temperaturi, ki je v naravi nad tlemi in nad oceani. Torej je izhlapevanje (izhlapevanje pri 100°C) bolj izjema, kot pravilo. Pri temperaturah v ozračju pri tleh (torej okrog ničle – poleti nekaj deset stopinj nad ničlo, pozimi pa celo pod ničlo) je specifična toplota izhlapevanja $h_i = 2,5\text{ MJ/kg}$. Pri višjih temperaturah je izhlapevanje energijsko manj zahtevno – npr. pri 100°C se za pretvorbo kilograma tekoče vode v paro porabi le še 2,26 MJ toplote (vendar je bilo za to prej treba segreti tekočo vodo do 100°C – kar je spet zahtevalo nekaj energije).



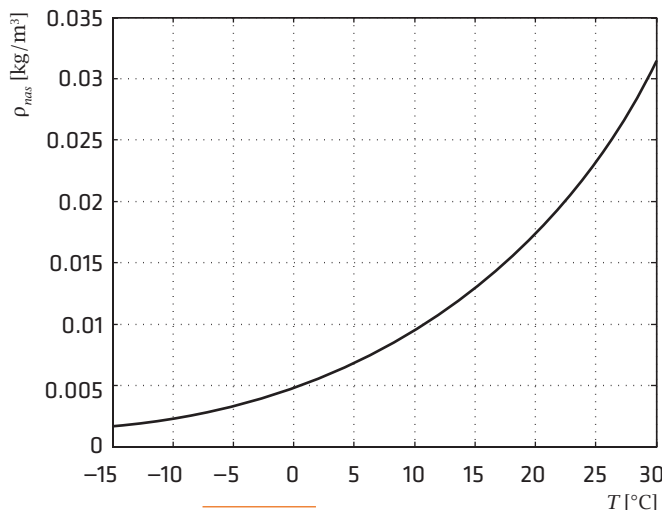
Podobno kot λ v enačbi (2) opisuje toplotni tok skozi miren zrak, tukaj D opisuje, kako učinkovit je pri neki razliki gostot masni tok molekul skozi miren zrak (v našem primeru gre za masni tok molekul vodne pare) od tam, kjer je gostota večja, tja kjer je manjša. D ima ob običajnih pogojih v naravi vrednost okrog $0,00002 \text{ m}^2/\text{s}$.

Ko izenačimo oba izraza za izhlapelo količino vode $\frac{\Delta m}{\Delta t}$, vidimo povezavo med temperaturno razliko in razliko vlažnosti. Vlažnost tik ob perilu je večja kot v okolici, temperatura pa nižja kot v okolici:

$$\blacksquare \quad T - T_{\text{per}} = \frac{Dh_i}{\lambda} (\rho_{\text{per}} - \rho). \quad (5)$$

Kako vlažen je zrak v okolici, nam pove relativna vlažnost zraka $f = \rho / \rho_{\text{nas}}$. Z enačbo (1) smo povedali, da je nasičena gostota vodne pare ρ_{nas} eksponentno odvisna od temperature – tako kot to prikazuje slika 1. Če v enačbi (1) za izhodiščno temperaturo T_0 vzamemo kar temperaturo v okolici: $T_0 = T$, je $(1 - \frac{T}{T}) = 0$ ter $e^{b(1-\frac{T}{T})} = 1$. Zato lahko gostoto ρ v okolici zapišemo kot:

$$\blacksquare \quad \rho = f \rho_{\text{nas}} = f \frac{a}{T}. \quad (6)$$



SLIKA 1.

Odvisnost nasičene gostote vodne pare v zraku od temperature.

Zrak tik ob perilu je nasičeno vlažen: $\rho_{\text{per}} = \rho_{\text{nas}}(T_{\text{per}})$. Nasičeno gostoto tik ob perilu tudi določimo z enačbo (1) in z isto izhodiščno temperaturo $T_0 = T$:

$$\blacksquare \quad \rho_{\text{per}} = \rho_{\text{nas}}(T_{\text{per}}) = \frac{a}{T_{\text{per}}} e^{b(1-\frac{T}{T_{\text{per}}})}. \quad (7)$$

Ti dve gostoti vodne pare vstavimo v enačbo (5), jo delimo s T , definiramo $x = T/T_{\text{per}}$, enačbo še enkrat prepisemo in vidimo, da ima obliko:

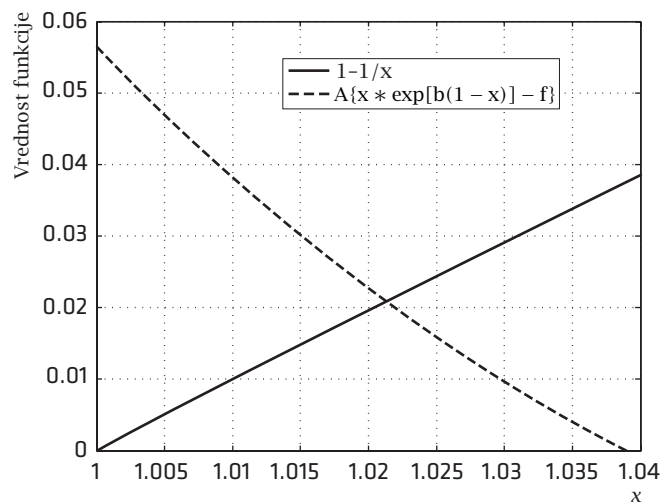
$$\blacksquare \quad 1 - \frac{1}{x} = A[xe^{b(1-x)} - f], \quad (8)$$

pri čemer so pri 50 % vlažnosti in temperaturi zraka $T = 15^{\circ}\text{C} = 288 \text{ K}$ vrednosti koeficientov $A = \frac{Dh_i a_2}{\lambda T^2} = 0,113$, $b = b_2 = 18,8$ in $f = 0,5$.

Enačbo (8) dandanes, ko je na razpolago cela vrsta računalniških programov za risanje funkcij, najlažje rešimo z risanjem. Narišemo krivuljo $1 - \frac{1}{x}$ in krivuljo $A[xe^{b(1-x)} - f]$ in tisti x , pri katerem se krivulji sekata, je rešitev enačbe. Narisana je na sliki 2: vidimo, da je rešitev pri $x = 1,021$, kar pomeni

$$\blacksquare \quad T_{\text{per}} = \frac{T}{1,021} = \frac{288 \text{ K}}{1,021} = 282 \text{ K} = 9^{\circ}\text{C}.$$

Perilo je torej za šest stopinj hladnejše od okolišnje-ga zraka, ki ima temperaturo 15°C .

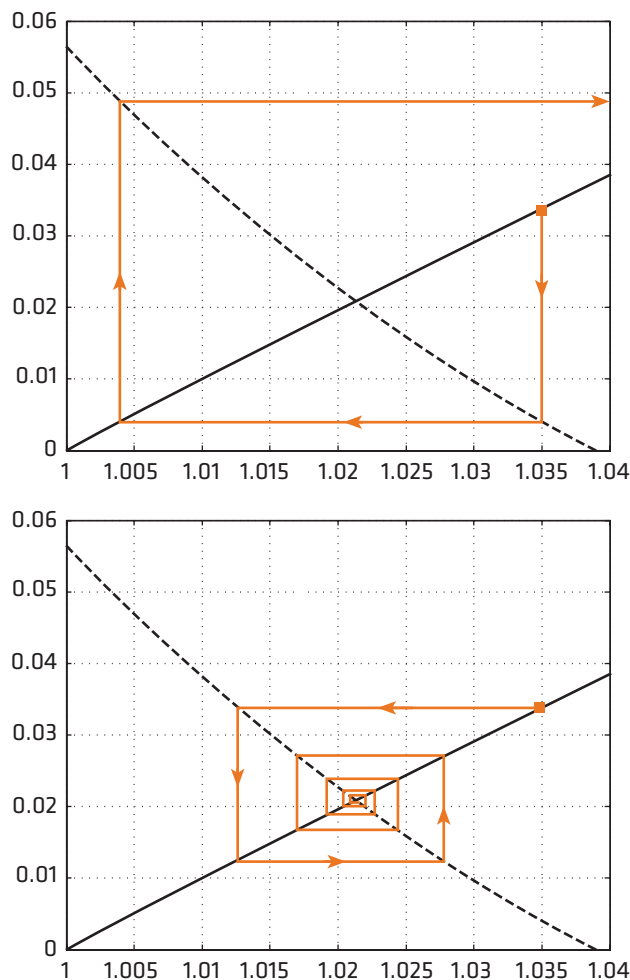


SLIKA 2.

Grafična rešitev enačbe 8, ki pove, da enačaj velja pri $x = 1,021$.

Enačbo bi lahko poskusili reševati tudi z zaporednimi računskimi približki. Za začetek bi npr. na desni strani enačbe nasičeno gostoto pri T_{per} približno ocenili kar z nasičeno gostoto pri T . Izračunali bi prvi približek za $T - T_{\text{per}}$ in z dobljeno vrednostjo

T_{per} izračunali drugi približek za nasičeno gostoto pri T_{per} . Izračunali bi še drugi približek za $T - T_{\text{per}}$ ter tako nadaljevali do rešitve. Toda pozor, tak način nas lahko privede do rešitve, ali pa tudi ne. Zgoraj opisani način nas že ne bi, saj se od rešitve z vsakim korakom vse bolj oddaljujemo, kot kaže slika 3 zgoraj. Če pa bi računali v „drugo smer“, tako kot kaže slika 3 spodaj, pa bi nas zaporedni koraki res pripeljali k rešitvi. Očitno je treba najprej premisliti, kako se je treba lotiti računanja presečišča dveh krivulj.



SLIKA 3.

Postopno numerično reševanje enačbe 8 nas morda nikoli ne privede do rešitve! Če pa pri tem uberemo „obratno smer“, lahko rešitev dobimo z nekaj zaporednimi računskimi koraki.

Kaj pa ob vetru?

Vse drugače pa je ob vetru. Takrat se para proč od perila ne prenaša skozi miren zrak (kar je relativno počasen prenos), temveč z vetrom k perilu prihaja vedno znova in znova bolj suh zrak, vanj izhlapeva vodna para, ki jo veter sproti odnaša proč. Zato je seveda proces izhlapevanja vode iz perila ob močnem vetru lahko tudi precej hitrejši. Podrobna obravnava izhlapevanja ob vetru torej zahteva drugačen razmislek, kot je bil prejšnji za prevajanje toplote in masni tok molekul skozi miren zrak.

Do zelo podobne rešitve, kot velja za miren zrak, pridemo ob šibkem vetru (s hitrostjo okrog 2 m/s). Tedaj se, prvič, zrak dovolj dolgo nahaja ob perilu, da vanj izhlapi največja možna količina pare, tako da je njena gostota nasičena, drugič, obenem pa tak veter že zagotavlja sprotno odnašanje pare proč od perila. Za tak zmeren veter se pokaže, da je temperaturna razlika približno:

$$\blacksquare \quad T - T_{\text{per}} = \frac{h_i}{\rho_z c_p} (\rho_{\text{per}} - \rho). \quad (9)$$

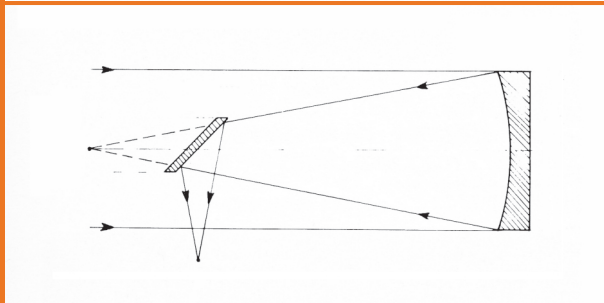
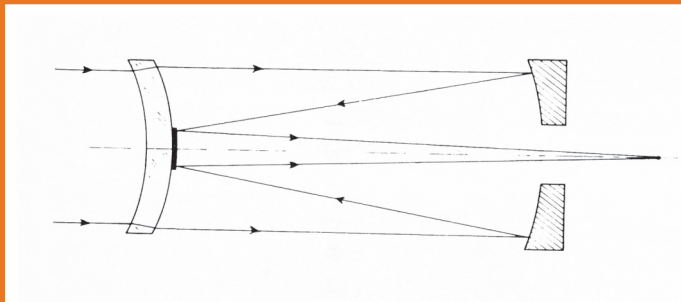
Tu je ρ_z gostota zraka, c_p pa specifična toplota zraka pri stalnem tlaku $c_p = 1004 \text{ J/kgK}$. Enačba je po obliki enaka enačbi (5), samo koeficient na desni pred razliko dveh vlažnosti je drugačen³. Prej smo imeli $\frac{Dh_i}{\lambda}$, sedaj pa $\frac{h_i}{\rho_z c_p}$. Začuda sta vrednosti skoraj enaki! Pri običajnih pogojih (npr. pri 15°C) je $\frac{Dh_i}{\lambda} \approx 2500 \text{ m}^3 \text{K/kg}$, pri tleh, kjer je gostota zraka $\rho_z \approx 1 \text{ kg/m}^3$, pa je vrednost $\frac{h_i}{\rho_z c_p}$ skoraj natančno enaka! Zato se ob šibkem vetru perilo sicer suši drugače – paro odnaša proč premikajoči se zrak, toda temperatura rjuh pa je enaka!

In ob močnem vetru? Za ta primer je analitična

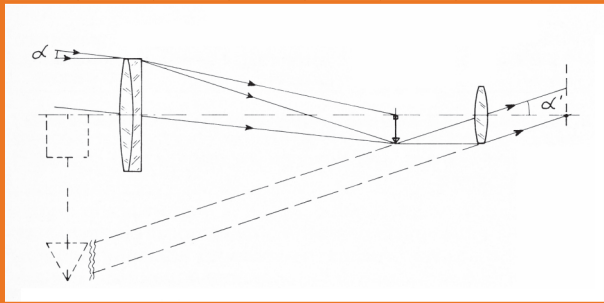
³Enačbi (9) zelo podobno enačbo uporabljajo meteorologi za merjenje vlažnosti zraka. Vzamejo dva termometra in enega ovijejo z bombažno krpico, ki jo omočijo z vodo. Z ventilatorjem zagotovijo, da mimo obeh teče zrak s hitrostjo 2 m/s. „Suh“ termometer kaže T , „mokri“ pa nižjo temperaturo T' . Iz razlike izračunajo vlažnost zraka ρ . Očitno bi lahko uporabljali tudi termometra brez ventilatorja in enačbo, podobno enačbi (5), ki velja za brezvetrje. Da pa se izognejo negotovosti glede tega, ali gre res za popolno brezvetrje, ali pa morda vseeno malce pihlja, raje uporabljajo v ohišje z ventilatorjem vstavljena termometra. Če tega nimajo, pa z njima vsaj v iztegnjeni roki s primerno hitrostjo nekajkrat zakrožijo skozi zrak.



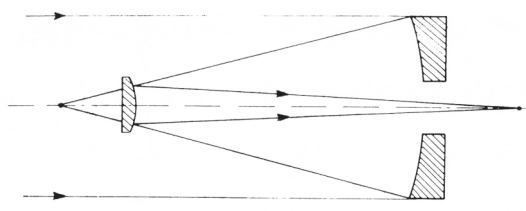
Nagradna križanka



MITIČNO BITJE S ČLOVEŠKO GLAVO IN LEVIJM TRUPOM	GOZDNATO HRIBOVJE V BELGIJI	BRITANSKI FILMSKI REZISER IN SNEMALEC (RONALD)	ZAPOREDNI ČRKI	POMANJKANJE TEKA PRI JEDI	
				OČE	NAŠ KOŠARKAR (ERAZEM)
SANDALE Z OPETJEM					
GLAVNO MESTO SIERRE LEONE		10			
ŽENSKO IME, KI JE OD ZADAJ MOŠKO			MESTO V GRČJI MESTO NA MADŽAR- SKEM		
KAPITAN POD- MORNICE NAUTILUS				IGRALKA DEREK PRVI SOLMIZ. ZLOG	
SKRB ZA ZAROD PRI PTICAH					
PRVI IN TRETJI SAMO- GLASNIK		PRISTA- NIŠKA NAPRAVA			ŽIVORODNA KAČA VELIKANKA



HITRO DVIGANJE TELESA V ZRAK Z ODRIVANJEM Z NOGAMI OD TAL	STRUP ORGAN- SKEGA IZVORA	SKRAJNA TOČKA NA TIRNICI NE- BESNEGA TELESA	REKA V BELGIJI, NA NIZO- ZEMSKEM MAAS	KOS TKANINE NA MIZI	AZUSKI RAKUNJI PES	DELITELJ	OKEJ
BREZGLAV BEG ČREDE ŽIVINE							
POLJSKI ASTRONOM (NIKOLAJ) GIBANJE Z ROKAMI	1						ROČNO KOVINSKO ORODJE
MAJHEN INDIJSKI JELEN Z BELIMI PEGAMI					LIKOVNA UMETNINA SPOPAD S PRAS- KANJEM		
POKOJNI KOROŠKI DEŽELNI GLAVAR (JÖRG)					HLADNI DEL LETA IZGINITEV TELESA POD VODO		
RUSKA SOPRA- NISTKA NETREBKO			GRŠKI BOG SONCA NEKD. AM. ROKOVSKA SKUPINA		2		
NEW JERSEY VULKAN NA SICILJI		ŠTAJERSKI HUMORIST (VINKO)	VELIK ZAPRT PROSTOR ČENČAČ				
						OZNAKA HRVAŠKE	ORODJE ZA DOLBENJE NAŠ LEKSI- KOGRAF (LUG)
		IGRALCA BAN IN GODNIČ SMUČI			ENOTA ZA ELEK- TRIČNO UPORNOST		
		IMA JO VEKTOR			PRENOS LASTNI- ŠTVA		
		PIŠKOT VELIKA POLZEČA GMOTA LEDU			CESTNI PRELAZ NAD SENJEM	PRAVNI AKT V SOD- NEM ALI UPRAVNEM POSTOPKU	AMERIŠKA REKA S SLAPOVI JAMBOR
					PRIPADNIK OBOROŽE- NIH SIL MESTO V IZRAELU		
		SENZACIO- NALNA ZADEVA	MADŽARSKI PLES ISTRSKO LETOVIŠČE				
			KOTLASTA GLOBEL NA VRHU OGNJENIKA MOZOLJI	3			
							SIMBOL ZA IRIDIJ ČEBELI PODOBNA ŽUŽELKA
NEOME- JENOST V MATE- MATIKI							
VELIKA ISLAMSKA DRŽAVA V AZIJI				ŠTORKLIJ PODOBEN TROPSKI PTIČ	11		
MESO S HRBTA ŽIVALI S KOSTJO				BRAZILSKI NOČOMET- NI ZVEZD- NIK PRI REALU			

						PRIPADNIK AZIJSKEGA KONJENŠKEGA LJUDSTVA, KI JE V 6. STOLETJU PRODRLO V EVROPO	RIBJE PARJENJE	ABESINSKI KNEŽJI NASLOV	HLAPLJIVA ORGANSKA TEKOČINA, NEKDANJI NARKOTIK	HODILNA OKONČINA	GORSKA CVETICA, LEPI JEGLIČ	NEKDANJA ROMUNSKA DISKA MANOLIU	ANGLEŠKI ARHITEKT IN SCENO- GRAF JONES	VISOKA PLANOTA NAD VIPAVSKO DOLINO
						HORMON NADLED- VIČNE ŽLEZE				9				
						MESO Z VRATU FRANČOSKI LIRIK (RENE)								
DRUGI NAJVIŠJI TAROK	PODROČJE MATE- MATIKE	DRŽAVA V SREDNJI AMERIKI, KI MEJI Z MEHIKO	ČEŠKI FILMSKI REŽISER FORMAN	PEVEC SMOLAR	HRANA	VELIK IN VITEK PES AM. JEZIKO- SLOVEC CHOMSKY			ITAL. RADIO- TELE- VIZIJA			JAPONSKA IGRA IZRAELSKI DRŽAVNIK ŠARON		
		NE- OBDELAN VAŠKI SVET			6		BISTVENA SESTAVINA, IZVLEČEK	ZDRAVILNA IN ZAČIMBNA RASTLINA	ČETRTI SAMO- GLASNIK IN DRUGI SOGLASNIK	LETOVIŠČE V BOKI KOTORSKI	ZMEDA ANGLEŠKI KEMIČ IN FIZIK (JOHN)			
		NAPRAVA ZA SNEMA- NJE IN PRE- DVAJANJE S TEVEJA											PISATELJ ROZMAN	NEKRŠ- ČANSKO SVETIŠČE
		IT. FILM. IGRALKA VALLI PESNIK ŽALOSTINK				ČLAN SOCI- ALISTIČNE STRANKE OZNAKA PULJA								
				ENOTA ZA ELEKT. TOK MANE- KENKA BOWIE				VRH NAD ZAGREBOM NARIT KUPČEK ZEMLJE					7	
NAŠ GEOGRAF (SVETOZAR) VPITJE, VREŠČANJE	4					EDINI PRIMEREK IZDELKA SLONJI SEKALEC					NAJDALJŠI PRITOK DRINE REZERVOAR ZA GORIVO			
			DRŽAVNIK CETUNG RITMIČNA GIMNA- STIKA			FR. FIZIK (KROŽNA SPRE- MEMBA) ELAN				8		LUCIJA POLAVDER RTV NOVINAR LIPICER		
				ENERGIJA DELCA BLEDEŽ					PERJE PRI RASTLINAH Z GOMOLJI (NAREČNO) MOUNT					
	MAKEDON. PRAZNIK FRANČOSKI PISATELJ (JEAN-PAUL)					KJER JE ?, JE TUDI OGENJ KRAJ POD MENINO					AMERIŠKA IGRALKA (PATRICIA)			
"ELEKTR". MOR. RIBA ZVER IZ DRUŽINE MAČK				ČLAN MNOŽICE ŠVEDSKA IGRALKA (LENA)							TELOVADNI IMA ROČAJE			
		MERSKA ENOTA ZA MNOŽINO SNOVI KRALJI SLOVANSKE PLEMENSKE ZVEZE V 7. STOLETJU		12		GOSTIL- NIŠKA IGRA S PRSTI BLAGAJNA								
		SOL SILI- CIJEVE KISLINE						NAJVEČJI DESNI PRITOK VOLGE	MOČNA PRIPEKA, VROČINA					
		JAP. FILM. REŽISER KUROSAVA OLIVER CROMWELL				ORODJE ZA REZANJE OZNAKA TURČIJE								
VEDA O ROMAN- SKIH JEZIKIH														
ITAL. PISATELJ (UMBERTO)				AVTOR MARKO BOKALIČ	GRADBENI STROJ ZA KOPANJE JARKOV									

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poštni- na je že plačana) do **30. junija 2010**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo za nagrado prejeli **Presekov paket**.

XXX



15
nadaljevanje
s strani

obravnavava zelo zapletena – gre za hitro odnašanje pare proč od perila ter za turbulentno mešanje zraka. Hitro odnašanje pare proč zagotovo pripomore k hitremu sušenju. Po drugi strani pa ni gotovo, da bi se zrak ob močnejšem vetru ob perilu utegnil navlažiti prav do nasičenja – kar pa bi hitrost sušenja lahko nekoliko zmanjšalo. No – vsekakor iz izkušenj vemo, da se perilo suši hitreje ob močnem vetru. Torej prvi učinek prevlada nad drugim.

xxx

Kje plavajo in zakaj je tako?

ODGOVOR NALOGE



MOJCA ČEPIČ

→ Danes poskušamo odgovoriti na dve vprašanji: kje plavajo različne vrste semen v kozarcu s „kupčkom“ in brez, ter kako je videti karirasto dno skozi površino vode, na kateri plavajo predmeti. Obe vprašanji se ukvarjata z istim pojavom, površinsko napetostjo in njenim vplivom na obliko površine vode. Ker je obliko površine vode težko opazovati, smo uporabili zvijačo ter površino vode opazovali preko navidežno spremenjenih oblik črt na dnu posode.

V današnjem prispevku se bomo ukvarjali z obliko površine okoli relativno velikih predmetov, kovanca in stiroporne kroglice. Od tod bomo sklepali na obnašanje manjših predmetov, kot so semena.

Oglejmo si najprej nekaj slik.

Natančen ogled slike 1 pokaže, da sta površini vode ob obeh predmetih ukrivljeni v nasprotnih smereh. Površina vode je ob kovancu izbočena, ob stiroporju pa vbočena. Ker sta pojma izbočeno in vbočeno matematično sicer definirana, v praksi pa je raba izrazov odvisna od kraja, s katerega opazujemo, si na skici še oglejte, kdaj govorimo o izbočeni in kdaj o vbočeni površini.

Ker je takšno površino težko opazovati, smo si privoščili še dodatno zvijačo. Svetloba se ob prehodu iz vode v zrak lomi, kar smo opazovali že v nekaj preteklih poizkuševalnicah. Zato je mogoče majhne spremembe v obliki površine opazovati iz spremenjene slike kariraste podlage. Na sliki 3 si oglejmo še enkrat, kako je videti izbočena in kako vbočena površina ob uporabi te zvijače.

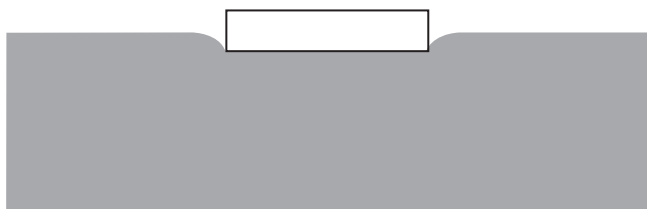
Sedaj smo pripravljeni za bolj zamotane situacije. Na sliki 3 vidimo, da sta kovanec in kroglica oddaljena drug od drugega. Tudi po daljšem času bi bilo tako. Ali bi bilo enako tudi z dvema kovancema ali dvema stiropornima kroglicama?

Za predmeta, ki ju obliva voda z enako oblikovano površino (bodisi vbočeno bodisi izbočeno), se zdi,

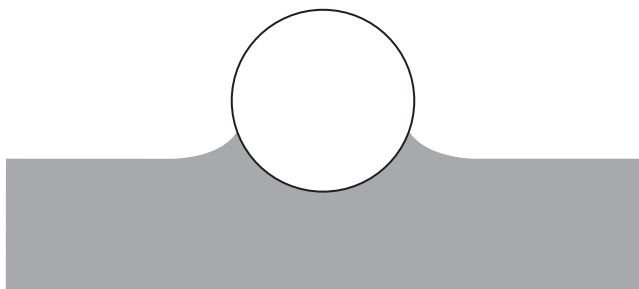


SLIKA 1.

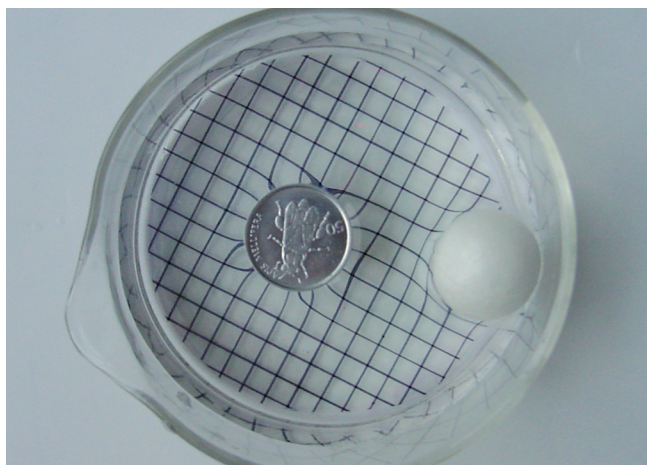
Kovanec iz aluminija za 50 starih slovenskih stotinov plava na vodni površini (zgoraj). Tudi stiroporna kroglica plava na površini (spodaj).

**SLIKA 2.**

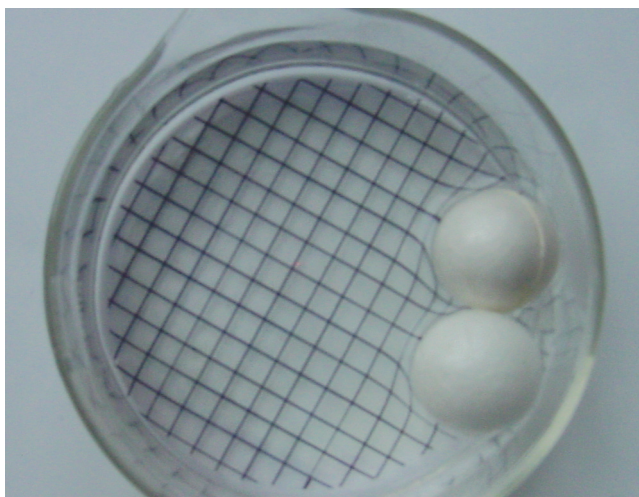
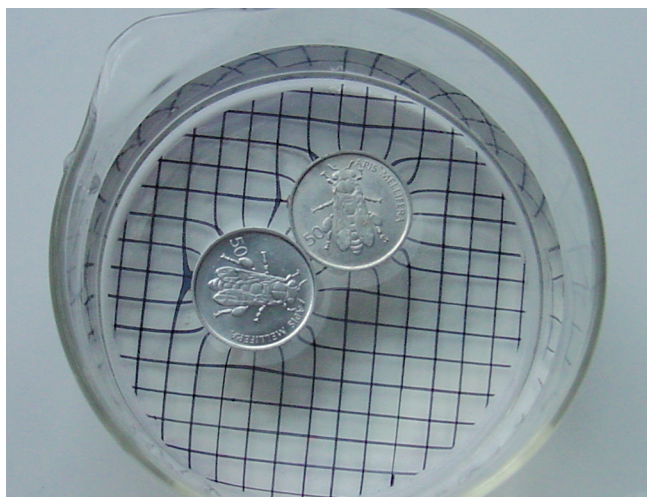
Vodna površina ob kovancu je izbočena (levo), ob stiroporju pa vbočena (desno).

**SLIKA 3.**

Zaradi izbočene površine so črte na dnu kozarca videti ukrivljene proti kovancu, zaradi vbočene površine pa je videti, kot da se stiroporni kroglici njih podoba poskuša izogniti.



da se privlačita. Tudi če predmeta razmaknemo, se čez nekaj časa približata. Vemo, da med predmetoma sil ni. Zato lahko sklepamo, da so „privlačne“ in „odbojne“ sile posledica površine vode, na kateri predmeti plavajo. Še bolj natančno, te sile so posledica interakcij med molekulami vode in molekulami na površini predmetov.

**SLIKA 4.**

Tako kovanca kot stiroporni kroglici se „privlačita“, a kovanca plavata na sredini, kroglici pa ob robu.

Zakaj se take sile pojavijo? Površinska napetost je pravzaprav drug izraz za „energijsko ceno“, ki jo „plačuje voda“ za svojo površino. Velja namreč, čim večja je površina gladine, tem večja je površin-



ska energija povezana z njo. Na površini vode imajo namreč molekule manj sosedov kot pod njo, kar je energijsko manj ugodno. Z zmanjšanjem površine vodne gladine se zmanjša energija vode v celoti (npr. v kozarcu).

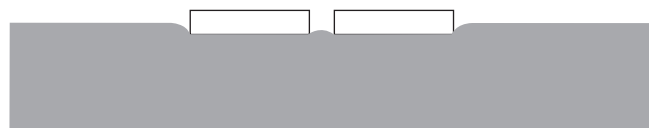
V naravi vse teži k zmanjševanju lastne mehanske energije, če k njej štejemo potencialno, prožnostno in površinsko energijo. Zato reke tečejo navzdol, zato so neobremenjeni predmeti nedeformirani in zato imajo kapljice okroglo obliko. Prosto padajoče kapljice imajo namreč obliko, pri kateri je površina za enako prostornino najmanjša, to pa je krogla. V naših poskusih pa je v igri več energij: površinske energije ob stikih vode s stenami posode, ob stiku z zrakom, ob stiku s kovancem, pa še potencialne energije kovancev, kroglic in vode same. Voda se

prelije in oblikuje tako, da je skupna energija najmanjša. Pri tem se oblikuje takšna površina vode, ki je čim manjša. Sedaj lahko razumemo, zakaj se dve stiroporni kroglici in dva kovanca privlačita. Na sliki 5 lahko vidimo površino med dvema kovancema in kroglicama, če sta le-ta blizu ali daleč, pa tudi površino med kovancem in kroglico. Slike so narisane pretirano, da lahko vidimo, kdaj so površine večje. Pozorni bodite le na ukrivljene dele površin in jih primerjajte med seboj.

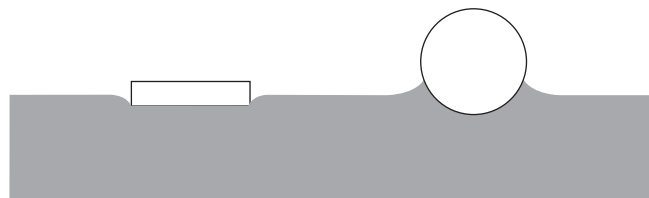
Sedaj lahko tudi razumemo, zakaj kovanec odplava na sredino, kadar kozarec ni poln, in zakaj se lepi ob rob, kadar je poln (slika 6). Ob steklu je gladina vbočena, ob kovancu pa izbočena, zato se kovanec od stene odmakne in tako se površina vodne gladine zmanjša. V kozarcu s kupčkom pa je vodna gladina



(a)



(b)



(c)

SLIKA 5.

Oblika vodne površine med kovancema (a) med kroglicama (b) in med kovancem in kroglico (c).

**SLIKA 6.**

V kozarcu napolnjenem s kupčkom je slika nasprotna. Kovanec plava ob robu, stiroporna kroglica pa na sredini.

izbočena, enako kot ob kovancu, zato se robu kozarca približa in površina vodne gladine se zmanjša. Enak razmislek velja tudi za stiroporno kroglico (slika 6).

Prav enaki razmisleki veljajo tudi za semena, le da so ta manjša in je dejansko obliko površine ob njih nemogoče opazovati s preprostimi pripomočki, ki so nam na voljo.

xxx

Potrebščine:

- manjša plastenka z zamaškom,
- riž,
- predmeti za podlaganje mize (npr. časopisi),
- miza ali daljša deska (npr. za ročno pripravo testa),
- štoparica,
- tehtnica.

REŠITEV BARVNEGA SUDOKUJA

↓↓↓

7	5	2	3	4	8	6	1
4	8	1	6	2	3	7	5
5	7	8	4	3	1	2	6
1	3	6	2	5	4	8	7
2	6	4	5	8	7	1	3
3	1	7	8	6	5	4	2
8	2	5	7	1	6	3	4
6	4	3	1	7	2	5	8

xxx

Kateri se hitreje kotali?

↓↓↓

MOJCA ČEPIČ

→ Kadar postavimo okroglo telo na ravno nagnjeno podlago, pričakujemo, da se bo telo po podlagi odkotalilo. Oglejmo si poskus, ki naša pričakovanja nekoliko zmede.

- Ogledali si bomo, kako se plastenka kotali po klancu.
- Za klanec bomo uporabili mizo ali desko, ki jo bomo na eni strani podložili. Del raziskovalne naloge je lahko tudi ugotavljanje vpliva strmine klanca na kotaljenje plastenke. Da pa poskus ne bo preveč preprost, bomo v plastenko nasuli še riž.
-

Na nagnjeni mizi ali deski označimo lego, s katere bomo plastenko spuščali, ter lego, pri kateri bomo nehali meriti čas kotaljenja. To nagnjeno površino bomo v nadaljevanju imenovali klanec. Nato spustimo prazno plastenko po klancu in izmerimo čas, ki ga za kotaljenje po klancu potrebuje plastenka. V plastenko postopoma dodajamo riž. Vsakič nasujemo vanjo po 100 g riža. Če želimo meritev izvesti bolj natančno, lahko dodajamo riž po 50 g. Vsakič izmerimo čas, ki ga plastenka potrebuje za kotaljenje. Poskus zaključimo z meritvijo časa kotaljenja plastenke, ki je do vrha napolnjena z rižem.

Iz rezultatov poskusov želimo odgovoriti na naslednji vprašanji. *Koliko je napolnjena plastenka, ko je čas kotaljenja najkrajši? Koliko je napolnjena plastenka, ko je čas kotaljenja najdaljši?* Narišite graf odvisnosti časa kotaljenja od mase riža v plastenki.

Kaj se dogaja z rižem med kotaljenjem? Kako se gibanje riža med kotaljenjem razlikuje glede na hitrost kotaljenja? Če se plastenke nehajo kotaliti, s podlaganjem povečajte naklon klanca. Za vse meritve, pri katerih boste narisali graf, mora biti naklon klanca enak.

xxx

Razmisli in poskusi

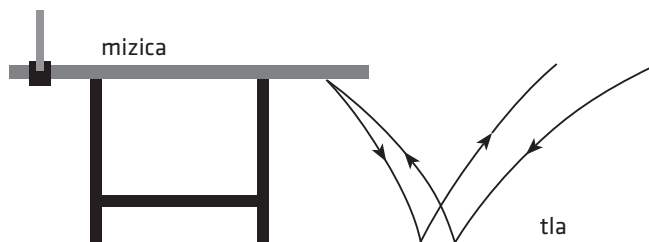


MITJA ROSINA



38. Odboj vrtavke ali žoge. Če vržemo žogo proti ravni ploskvi (tlem, mizi, steni, loparju), vsaj približno uboga **odbojni zakon**: odbiti kot je enak vpadnemu kotu. Če je žoga „rezana“, tako da se vrti okrog vodoravne osi (ima *spin*), pa odbojni zakon ne velja več. Opazuj vpadne in odbite kote pri žogici za ping-pong, tenis ali žogi za košarko v odvisnosti od osi in smeri spina ter zabeleži rezultate!

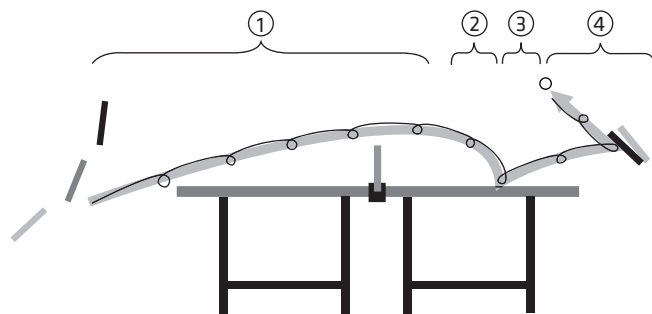
Poskuse zlasti lepo delaš z vrtavko v škatli z navpičnimi robovi, na katerih se vrtavka odbija. Najbolje pa se obnese polna gumijasta žogica, ki si pri poševnem vpadu pridobi nekaj *spina* že zaradi lepenja (ob času stika s tlemi se nekoliko zakotali) in je ni treba vnaprej rezati. Znan je „met pod mizico“ (slika 1), pri katerem se žogica vrne nazaj k tebi. Preveri in razloži.



SLIKA 1.

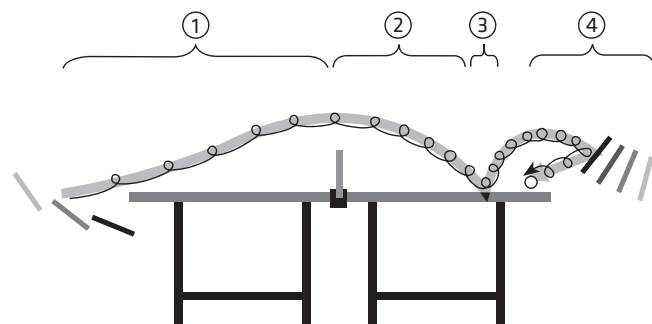
Met pod mizico

IZPELJAVA. Preveri, ali drži naslednji poenostavljeni model. Pri *topspinu* se žogica vrti spodaj nazaj in pri trku podrsa nazaj na mizo. Miza ji pri trku torej podeli sunek sile navzgor (ker se je deformirala) ter sunek sile naprej (zaradi trenja). Sunek sile navzgor jo odbije navzgor z isto velikostjo z-komponente gibalne količine (vendar v obrnjeni smeri), sunek si-



SLIKA 2.

Pot ping-pong žogice pri *topspinu* – na vrhu se vrti v smeri gibanja. Zavojčki nakazujejo smer vrtenja, ne gibanja.



SLIKA 3.

Pot ping-pong žogice pri *backspinu* – na vrhu se vrti nazaj.

le trenja pa ji doda gibalno količino v smeri naprej. Predpostavimo, da je sila trenja odvisna samo od sile na podlago in ne od hitrosti podrsavanja: $F_x = kF_z$, pri čemer je $k \sim 0,1 \rightarrow 0,5$ tipični koeficient trenja. Potem velja za gibalne količine (črtica označuje količine po trku)

$$\blacksquare \quad G'_z = -G_z, \quad G'_x = G_x + 2k G_z.$$

Pa imamo „lomni zakon“ za kote glede na navpičnico $\text{tg } \theta = G_x/G_z$, $\text{tg } \theta' = G'_x/G'_z$:

$$\blacksquare \quad \text{tg } \theta' = \text{tg } \theta + 2k.$$

Analogno se pa pri *backspinu* odbojni kot zmanjša, $\text{tg } \theta' = \text{tg } \theta - 2k$.

OPOMBA. Za pot žoge je poleg odboja pomemben tudi *Magnusov efekt*, pri *topspinu* vleče žogo navzgor,

pri *backspinu* pa navzdol. Razloži, zakaj. Ker razpravljamo le o odboju, nas trenutno ta efekt ne zanima, pri igri pa prevlada.

ODGOVOR NA VPRAŠANJE IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE PRESEKA

37. *Zaigrajmo s kozarci! Kako lepo zazvenijo kozarci, kadar si nazdravimo. Gotovo pa si že slišal „virtuoza“, ki je zaigral zahtevno melodijo na kozarcih. Poskusi še ti. Kozarce „uglasi“: napolni jih z vodo do različne višine, ki jo določiš s poskušanjem.*

Ali se z dolivanjem vode višina tona (frekvenca) zviša ali zniža? Zakaj? Zakaj kozarci zazvenijo medlo, če namesto vode natočimo pivo ali šampanjec?

Ali ti je uspelo kozarce uglasiti in zaigrati kako melodijo?

ODGOVOR. Višina vode v kozarcu vpliva na višino tona na dva načina. Po eni strani ima nihalo z večjo maso nižjo frekvenco. Po drugi strani pa je prazen „resonančni prostor“ v kozarcu z več vode manjši in bi bila lahko valovna dolžina krajša in s tem frekvenca višja. Morda pa je pomembnejši „resonančni prostor“ z vodo in je pri večji višini vode valovna dolžina večja in frekvenca nižja. Pri različnih kozarcih prevlada različni učinek.

Ko se širi zvok v tekočini, si sledijo področja povečanega in zmanjšanega tlaka. V pivu in v šampanjcu nastane pri zmanjšanem tlaku mehurček CO_2 , ki potem spet izgine, pri tem pa pride do izgube energije (absorpcije zvoka).

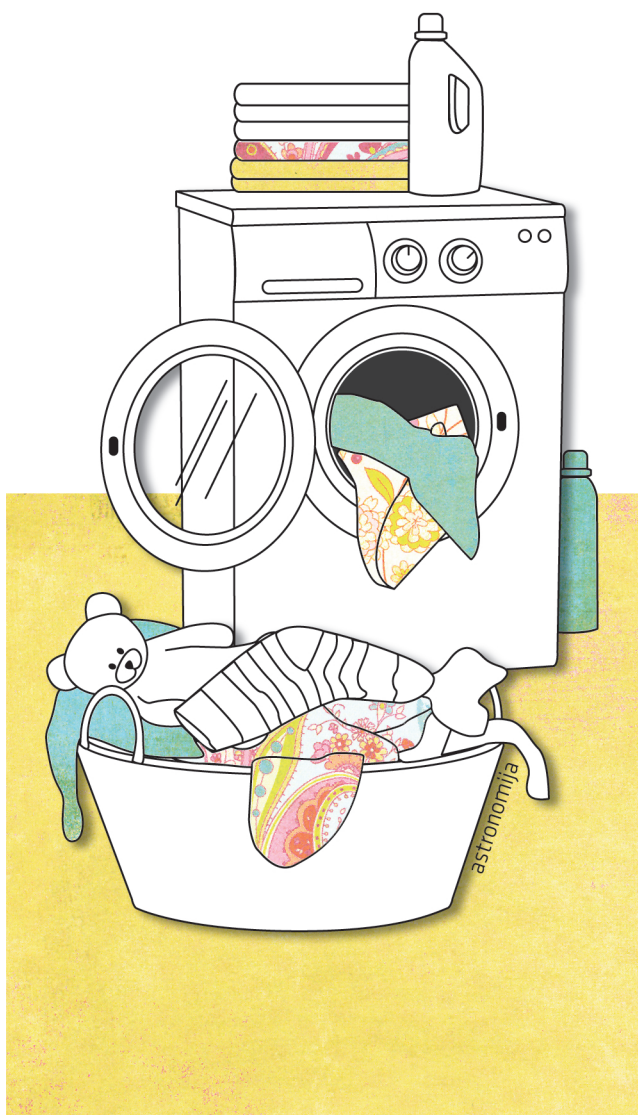
xxx

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.presek.si

xxx



Kako so prišli teleskopi v šole



ZORKO VIČAR

→ Predstaviti želim potek projekta Teleskop v vsako šolo in vlogo ter odziv slovenskih šol na ponujeni izziv v Mednarodnem letu astronomije 2009 (MLA 2009). Izid akcije je bil namreč izjemen.

Oprema je poceni in trajna. Astronomska oprema je lahko, tudi na šolah, zelo častitljive starosti. Na Gimnaziji Šentvid imamo vsaj 60 let staro Kunaverjevo stojalo s 30 let staro optiko (Prosenov oz. Vegin AT140) in oprema je še zmeraj uporabna – kot pred desetletji. Sam sem sploh prvič zares opazoval prav skozi omenjeni teleskop. AT140 sem slučajno odkril v temnem šolskem kotičku, obilno zaprašena in pozabljenega. Ta „arheološka“ najdba me je spodbudila, da je na Šentvidu spet zaživela astronomija. Po začetnih nerodnostih samouka sem bil presenečen nad podrobnostmi, ki jih razkrije teleskop in hkrati nad tem, da astronomska opazovanja niso tako zapletena.

Amaterska astronomija in astronomija kot izbirni predmet. Astronomija je v osnovnih šolah med naravoslovnimi predmeti prvi izbirni predmet, po željah otrok seveda. Na začetku je bila med vsemi predmeti celo na drugem mestu. Na osnovnih in srednjih šolah deluje tudi nekaj deset astronomskih krožkov. Število astronomskih društev je v Sloveniji iz enega v letu 1991 naraslo na 18 v letu 2009. V povprečju se torej ustanovi eno društvo na leto. Takega trenda naraščanja seveda v bodoče ni več pričakovati, vsekakor pa že trenutno število astronomskih društev kaže na veliko zanimanje Slovencev za dogajanje na nebu. Tudi število javnih opazovanj v MLA2009 je bilo v Sloveniji glede na Evropo in svet nadpovprečno. Je pa sociološko, etnološko, antropološko in zgodovinsko zanimivo, da so določene slovenske pokrajine takorekoč izključene iz astronomskega dogajanja (južna in jugovzhodna Slovenija).

Astronomska opazovanja so izjemno pomembna učna metoda. Galileo Galilei je prav z opazovanji ne-

besnih teles, meritvami in s sklepanji, predvsem pa z objavami videnega, bistveno prispeval k heliocentrizmu, pravilnejši podobi vesolja. Hkrati je postavil nekaj temeljnih kamnov moderne znanstvene metode. Zemlji, človeku je sicer vzel središčno vlogo, a nam je hkrati dal nekaj več – spoznanja, načela in orodja za globlje razumevanje in raziskovanje narave, vesolja in samega sebe. In če je njemu uspelo v tistih „težkih“ pogojih, je danes nerazumljivo, da morajo otroci verjeti na besedo, a nič videti in preveriti.

Verjeti ali videti. Astronomija že sama po sebi vključuje bistvena načela znanstvene metode (opazovanja, merjenja, sklepanja, ponovljivost, izračune bodočih dogodkov). Če ne šola, kdo pa je poklican, da vpelje mlade v svet razmišljanja, logičnega sklepanja, opazovanj in merjenja?

Pobuda Teleskop za vsako šolo

Že dolgo sem vedel, da si kar nekaj šol želi astronomskih opazovanj, opreme, in da nekateri pedagogi celo iz lastnega žepa kupujejo teleskope in jih uporabljajo v šolskem procesu. Zakaj torej vsaj enkrat od nastanka javnega šolstva pri opremljanju šol ne bi prišla na vrsto najstarejša veda – astronomija. In če ne v letu astronomije, kdaj potem? Pobudo sem poslal na tri naslove: na Ministrstvo za šolstvo in šport (MŠŠ), na odbor MLA2009 in na Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo. Sledi nekaj citatov iz odgovorov iz junija 2008: „Predlog se mi zdi seveda zanimiv, vendar ne vem, ali je izvedljiv, . . .“; „Veseli smo vaših prizadevanj in naporov ter tudi pobude, s katero želite otrokom približati astronomijo in veselje do opazovanja nebesnih teles; ministrstvo predlaganega financiranja ni vključilo v svoj redni delovni načrt in ni planiralo sredstev v te namene, . . .“; „Z zanimanjem smo prebrali vašo pobudo za izvedbo akcije Teleskop v vsako šolo, vendar žal ugotavljamo, da na ministrstvu trenutno nimamo pravne podlage za tak projekt . . .“

Bilo je veliko dopisovanja, izmenjanih argumentov, besed razumevanja, večinoma pa „obžalovanja“ z izgovori, da je proračun že sprejet, da ni zakonske podlage, da se šole lahko prijavijo na razpise (a za nekaj 10 evrov na šolo in z desetimi izgubljenimi ur za birokracijo). Potrpežljivo sem čakal, kakšen odgovor je vseboval nekaj upanja, obljub, a v resnici se nič ni premaknilo v smeri pozitivne rešitve. Je pa res, da so vladne službe vsaj odgovarjale na pobudo.

Po prvem zagonu sem pobudo potisnil na stran in sem mislil, da imajo prav tisti, ki me opozarjajo, da kaj takega v Sloveniji ni mogoče. A čez kakšen teden sem spet zbral pogum in prošnjo naslovil še na zadnjo možno instanco, na prvega ministra vlade. Zgodil se je „čudež“. 29. julija 2008 sem dobil, na svoje veliko presenečenje, pozitiven odgovor. Počutil sem se kot ob rojstvu otroka. In kaj sedaj, kako to informacijo razširiti in komu, da bi dobil še kaj zaveznikov? Pozitiven odgovor je šel v zapisnik MLA2009. To se mi je zdelo zelo pomembno in za začetek dovolj. Sem pa zavezo vlade, MŠŠ objavil tudi v jesenskem Preseku (leto 2008) kot še eno garancijo – iskal sem vsako bilko pomoči, javno zavezo.

MŠŠ mi je obljubilo, da me bodo o višini sredstev, ki jih bodo lahko namenili projektu, obvestili. A obvestila ni bilo, prišle so namreč volitve, gospodarska kriza in kdo bi se še ukvarjal s tako banalno temo, kot je izobraževanje otrok z astronomskimi opazovanji. Previdno sprašujem, čakam na pomoč, a nič. Večinoma sem dobil odgovor o prahu, ki da se bo nabiral na opremi – kot da se na neastronomski opremi ne nabira. MLA2009 je bilo pred vrati, kaj sedaj? Odločim se, da ponovim vajo iz spomladi in poletja 2008, a tokrat z obljubo prejšnje vlade. To je bil zadnji adut – „e pur si muove“ in projekt se je, s še enim pozitivnim dopisom MŠŠ 27. januarja 2009, nadaljeval.

Potek nabave teleskopov. Prejel sem očitek, da bodo šole sedaj imele boljše opremo kot astronomska društva, maja 2009 pa se je celo omenjalo javno pismo ... Bil sem na trnih, a ne dolgo. V bran projektu je kmalu nastopila prav vsa relevantna astronomska stroka – odbor MLA2009, Fakulteta za matematiko in fiziko, revija Spika, profesorji, mentorji.

23. aprila 2009 so, kot je bilo obljubljeno, osnovne in srednje šole ter šole s prilagojenimi programi prejele dopise MŠŠ za nakup astronomske opreme – do 550 EUR na šolo. Znesek ni bil ravno visok, sam sem pričakoval dvakrat večjo donacijo. A kot se je izkazalo, je bilo tudi za ta denar moč kupiti zelo solidno astronomsko opremo. Projekt je tekel od konca aprila pa do konca septembra 2009. Učitelji so bili tokrat še posebej zadovoljni, ker jim je MŠŠ dalo dovolj časa za kakovostno izvedbo nakupa.

Prišlo je do živahne razprave, kateri optični tip teleskopa (refraktor, reflektor, kombiniran katadioptrični itn.) in montaže je primeren za šole. Sam sem zagovarjal večje odprtine, do 20 cm (dobra ločljivost,

svetla slika, še zmeraj jih je moč prenašati) in hkrati računalniško krmiljene teleskope, ki so tudi ročno vodljivi. Zelo pa sem navijal tudi za teleskope s H-alfa filtrom za opazovanje Sonca.

Zaradi zadržanosti določenih kolegov, skeptikov, se je v meni poglobil strah, da bo odziv klavrn (pozitivnih napovedi o uspešnosti projekta praktično ni bilo). Glede na število krožkov, izbirnih predmetov, kolegov, ki poučujejo, sem pričakoval, da se bo vsaj 10%, okrog 60 šol, odločilo za nakup. V primeru, da bi se za nakup odločilo 100 šol, pa bi bil zame projekt izjemno uspešen.

Ko smo konec septembra 2009 prejeli opremo še na Gimnaziji Šentvid, sem hkrati vprašal ponudnika, koliko šol je opremil. Vsebina odgovora je bila izjemna – nad 100 šol. Enako številko sem dobil pri konkurentu. Konec septembra 2009 sem zaprosil še za statistiko na MŠŠ. Odgovorili so, da vsak dan prejemo nove in nove račune in da me bodo o končni bilanci obvestili oktobra. Po teh izjemno vzpodbudnih številkah sem si oddahnil in oceno pogumno povišal na 400 do 500 šol z novo astronomsko opremo – in nisem se veliko zmotil.

Izjemen odziv. Učitelji so se izkazali in dokazali, da delajo za otroke, za naravoslovje, kljub skromnim plačam, kdaj podrejenemu družbenemu statusu, nezaupanju, skromni avtonomiji. Za nakup astronomske opreme so se odločili v več kot 80 odstotkih.

ŠOLE	ŠT. KUPljenih TELESKOPOV	ŠT. ŠOL	IZPLEN
osnovne šole	406	449	90%
srednje šole	113	165	68%
zavodi za izobraževanje otrok s posebnimi potrebami	7	28	25%
SKUPAJ	526	642	82%

TABELA.

Statistika pobude Teleskop v vsako šolo

Posebej je razveseljiv odziv osnovnih šol. Razlogov za tako velik odziv je več: astronomija je na osnovnih šolah izbirni predmet, prvinska radovednost mladih, želja po praktičnem delu, motiviranost učiteljic in učiteljev. Zakaj je odziv na srednjih šolah

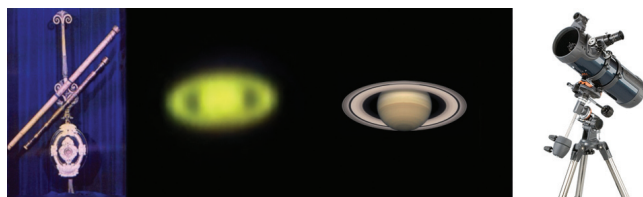
nekoliko slabši, a še vedno zelo dober? Astronomija je zelo šibko zastopana v učnih programih srednjih šol, natrpanost programov in predmetov. Pozitivno so me presenetili zavodi za izobraževanje otrok s posebnimi potrebami.

V tujini je bila podobna pobuda, a v zelo okrnjeni obliki, izpeljana le v Angliji. So pa korak Slovenije v smeri opremljanja šol z astronomsko opremo, v tujini sprejeli zelo pozitivno.

Kako naprej – izobraževanja?

Odgovorov, možnosti je več. Verjamem, da se bodo mnogi učitelji in učiteljice, učenke in učenci sami prebili skozi prve korake uporabe teleskopa. Zgostovo so in bodo veliko pomagali amaterji, tudi univerza. Bilo je že nekaj regijskih izobraževanj, kjer so pomagali tako amaterji kot profesionalni astronomi iz AGO-Golovec. Eno izmed izobraževanj smo skupaj z ZRSŠ organizirali 3. decembra 2009 tudi na Gimnaziji Šentvid. Šole so na delavnico pripeljale kar nekaj nove astronomske opreme. Po kratkem teoretičnem delu smo šentvidski astronomi pomagali pri praktičnem delu – sestavljanje in vodenje teleskopa. Mnogi udeleženci so že dodobra spoznali novo opremo, tako da si nekatere šole že lahko medsebojno pomagajo.

Tudi trgovci z astronomsko opremo so pripravili zelo poučne tečaje uporabe te opreme. Vsekakor pa si večina želi več znanja predvsem iz praktične opazovalne astronomije. Tukaj lahko veliko pripomorejo revije (Spika, Presek). Zelo veliko lahko k izobraževanju prispevajo javna opazovanja in srečanja astronomov amaterjev. Letos je, denimo, izjemno uspel 5. Messierjev maraton, 13. marca 2010 na Žagarskem vrhu. Sam zagovarjam zmernost v zastavljenih ciljih – zelo bi bil vesel, če bodo vsi učenci ponovili vsaj Galilejeva opazovanja. Če pa smo nekoliko bolj zahtevni, a še zmeraj zmerni, bi večina lahko usvojila naslednja znanja, veščine: učenka, učenec prepozna značilna ozvezdja skozi vse letne čase in zna s prostim očesom, daljnogledom poiskati svetlejšje razsute kopice, meglice, galaksije, dvojne zvezde in planete. Teleskop razkrije tisto več, kar nam ni dano s prostim očesom in daljnogledom – „približa“ planete, zaznamo Jupitrove in Saturnove lune, očarljive Saturnove prstane, polarno kapo na Marsu, bolje razločimo enkratno površino naše Lune in planetov. Teleskop tudi razkrije Venerine mene, kro-



SLIKA.

Primerjava slike Saturna, kakršno je s svojim teleskopom videl Galilei (levo), in slike, ki jo lahko vidimo skozi nove šolske teleskope.

glaste kopice, prečudovite planetarne in ostale meglice, galaksije, očarljive dvojne ali večkratne zvezde, kdaj tudi komete, nove, danes tudi umetne satelite, Sonce. Mnogi so imeli in imajo pomisleke, da je zgolj ponovitev Galilejevih opazovanj premalo. A naj bo to osnova za vse. Nadgradnja za mlade radovedneže pa je mogoča pri krožkih, raziskovalnih nalogah in po novem, tudi na tekmovanjih iz astronomije. Danes je digitalna tehnika (CCD, že spletna kamera nudi izjemne možnosti) razrešila, poenostavila mnoge zagate astrofotografije. Če bi pa astronomiji spet vrnil vsaj 30 ur v šolskih programih, kot je to bilo v mojih gimnazijskih letih, bi lahko, poleg Galilejevih opazovanj, naredili še kaj več. Praktična astronomija bi lahko, s primernim pedagoškim pristopom, prinesla veliko svežine v šolski proces, med mlade, ter nas vse spet vrnila pod zvezdno nebo. Vsekakor pa je za to pomemben še en pogoj – teleskopi naj bodo postavljeni v šolskih observatorijih, na terasah, drugače bodo učitelji in učenci kmalu izgubili pogum pri stalnem prenašanju, sestavljanju in razstavljanju teleskopov.

O potrebi po astronomskih učbenikih za vse stopnje izobraževanja, o pomenu bogate astronomske tradicije in o svetlobnem onesnaževanju pa kdaj drugič.

Zahvala

Na koncu bi se še enkrat zahvalil vsem, ki so mi zapali in pobude Teleskop za vsako šolo niso zavrgli. Hvala vsem, ki niso nasprotovali, vsem ki so kakorkoli sodelovali pri realizaciji projekta. Iskreno se zahvaljujem obema vladama, Direktoratu za vrtce in osnovno šolo, vsem sodelavcem MŠŠ, ki so strokovno sodelovali v izvedbi projekta Teleskop za vsako šolo, posebej pa še gospe Poloni Šoln, ki je enostavno in učinkovito komunicirala z mano in s šolami ter tako razrešila vse dileme. Pohvale gredo tudi mnogim astronomskim društvom, amaterjem, zvezam, ki

so dejavno pomagali šolam pri nakupu opreme. Ne smemo pozabiti tudi pomoči astronomske revije Spike, Preseka, objav na spletu, observatorija Golovec, spletnih učilnic, ZRSS. Hvala univerzi, dr. Andreji Gomboc, ki nas je v odboru MLA2009 potrpežljivo in marljivo peljala mimo pasti osebnih razlik, velikih želja in skromnih možnosti, tako finančnih, časovnih kot kadrovskih. Največja hvala pa gre učiteljicam, učiteljem, ravnateljicam in ravnateljem, brez katerih bi ta pobuda ostala zgolj lepa ideja brez realizacije.

Pričakujem pa, da bodo na koncu največ odnesli mladi, otroci, ki bodo, kot Galileo Galilei pred 400 leti, opazovali, spoznali in bolje razumeli oddaljeni skrivnostni svet nebesnih teles. Največji laboratorij, ki zmeraj je in bo puščal odprta vrata naši radovednosti, domišljiji, kjer bomo iskali rešitve in napovedovali dogodke za čase, ki presegajo trajanje našega rodu ... Svet, ki nobenega ne pusti ravnodušnega.

× × ×



Glasbeni avtomat v Laškem

↓ ↓ ↓

TOMAŽ PISANSKI

→ Ko sem bil marca 2009 po operaciji v vratnem delu hrbtenice na tritedenskem okrevanju v Laškem, sem si med drugim ogledal tudi tamkajšnji muzej. Navdušila me je mehanska glasbena skrinja s kompletom kovinskih plošč, ki deluje podobno kot gramofon (slika 1).



SLIKA 1.

Glasbeni avtomat v muzeju v Laškem

Mehanizem, ki ga navijemo podobno kot uro, enakomerno vrtilo ploščo. Na obodu plošče so večje luknje, kamor seže zobato kolo in ki zagotavlja premikanje

Zahvaljujem se Muzeju Laško za dovoljenje za objavo slik glasbenega avtomata Kalliope.



→ plošče. Na plošči so v koncentričnih krogih razporejene luknjice, v katere se ujamejo drobna zobata kolesca. Ko se ujeto kolesce zavrti za primeren kot, zob kovinskega glavnika zabrenka na ploščico. 72 ploščic je različnih dolžin, kar pomeni 72 različnih višin tonov. V notranjih krožnicah imajo luknjice drugačen pomen. Ustrezno zobato kolesce sproži kladivce, ki udari na enega od desetih zvončkov. Glasbena skrinja je bila izdelana v času secesije v Leipzigu v Nemčiji pri tovarni Kalliope² Musikwerke, ki je delovala samostojno od 1890 do 1913. Imela pa je več podružnic v Dresdenu, v Avstriji, na Madžarskem in v Rusiji.

To je bila zlata doba glasbenih avtomatov. Glede na to, da je mogoče plošče menjavati, lahko glasbena skrinja Kalliope igra poljubno melodijo. Pri tem lahko izvaja več tonov hkrati. S posebnim drsnikom je mogoče uravnavati glasnost. Prijazni kustos Aljaž Majcen mi je razložil zgodovino tega zanimivega glasbenega avtomata, ki se je po naključju ohranil med viro druge svetovne vojne. Zanimivo je, da je še dandanes v ZDA mogoče naročiti izdelavo kovinskih plošč s poljubno glasbo.

<http://www.henstoothdiscs.com/Kalliope17.htm>



SLIKA 2.

Glasbeni avtomat Kalliope. Kovinsko ploščo poganja zobato kolo pod njo, tako da se zobje ujamejo v perforacijo na robu plošče. Čez ploščo položena ročica pritiska na ploščo in zagotavlja, da luknjice na njej poganjajo vrsto zobatih kolesc pod njo. Na levi strani pod ploščo je vidna ročica drsnika za uravnavanje glasnosti igranja. Podnožje je iz litega železa.

Mehanske glasbene avtomate poznamo že iz antike. Izumljali so jih tudi kasneje v najrazličnejših oblikah, delovali so po različnih principih. Ponekod so uporabljali preluknjane plošče, ponekod valje z izboklinami. Na Ptujju je v muzeju ohranjen eden takih glasbenih avtomatov. Zanimiv je tudi mehanski klavir, ki običajno deluje z Jacardovim podobnimi karticami. Jacard je izumil kartice, da bi avtomatiziral tkanje; enaka tehnologija pa je omogočala programirati klavir, da igra različne melodije.

Vrhunec industrije glasbenih avtomatov seže v konec 19. stoletja. Tovarna Kalliope je izdelovala različne modele glasbenih skrinjic in jih prodajala po vsem svetu, tudi v ZDA. Zato je v tamkajšnjih spletnih starinarnicah mogoče najti podobne avtomate; cene zanje pa se gibljejo od nekaj tisoč do nekaj desetstotov dolarjev.

Ena prvih tovarn glasbenih avtomatov je bila tovarna Symphonion iz Leipziga v Nemčiji. Potem so se pojavile Polyphon, Kalliope, Adler, Fortuna, Sireon, Libellion, Stella, Mira, Lochmann, New Century, Britannia in druge, predvsem v Nemčiji in Švici. Ko so spoznali potencialni trg v Ameriki je Polyphon us-



SLIKA 3.

Glasbeni avtomat Kalliope stoji na mizici s predalom za hranjenje kovinskih plošč. Glasba na plošči traja približno 20 sekund, preden se začne ponavljati.

²Kaliopa (starogrško Καλλιόπη: Kalliôpe) je bila ena od devetih muz v grški mitologiji. Bila je najstarejša in najmodrejša med vsemi muzami, mati Orfeja, muza epske poezije.

tanovil tovarno Regina Music Box Company v Rahway, v državi New York. Po Ameriki so rasle nove tovarne Criterion, Olympia, Euphonia, Crown, Sterling, Imperial Symphonion, Mira, Empress, Perfection, Monarch, Triumph in druge.

Tudi predhodnik gramofona, Edisonov fonograf, je uporabljal namesto plošče valj. Gre za dve pomembni razliki med glasbeno skrinjo in gramofonom:

1. Pri glasbeni skrinji je informacija zapisana digitalno, medtem ko je na gramofonski plošči zapis informacije analogen.
2. Druga razlika pa je konceptualna.

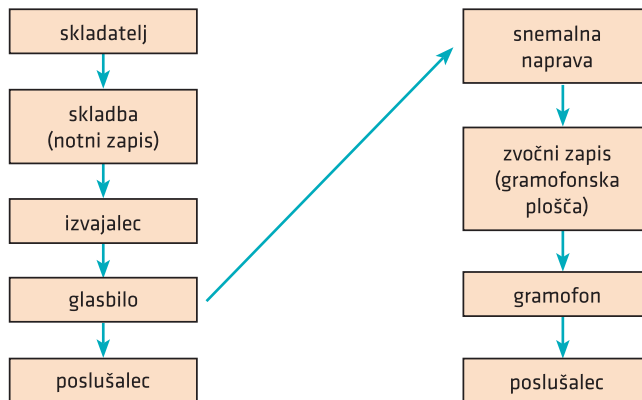

SLIKA 4.

Del podnožja glasbenega avtomata z imenom proizvajalca Kalliope iz Leipziga. Na desni strani je vidno zobato kolo, ki poganja kovinsko ploščo, ter stebriček, na katerega se pripne palica, ki stabilizira ploščo med vrtenjem.

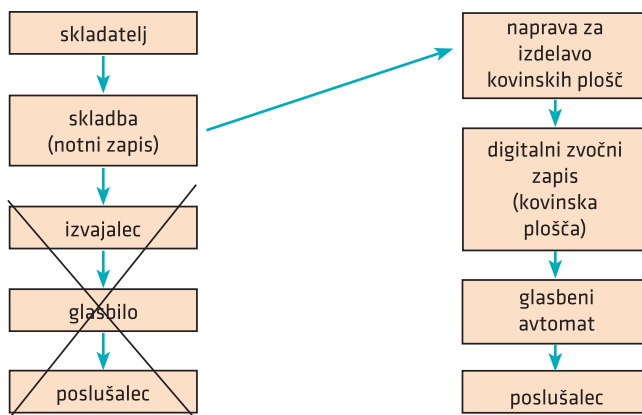
Običajno lahko gramofonsko glasbo modeliramo tako, kot prikazuje slika 5.

Pri snemanju gramofonske plošče se izvajanje konkretnega izvajalca prenese na gramofonsko ploščo. Ko gramofonsko ploščo poslušamo, slišimo kopijo izvajanja izvajalca na glasbilo. Gramofonska plošča se s časom obrabi in kvaliteta zapisa pada.

Pri glasbenem avtomatu pa nimamo izvajalca. Če so znane lastnosti glasbene skrinje, je mogoče iz kovinske plošče le s pregledom, brez poslušanja, točno reproducirati skladbo³. Tega pri gramofonski plošči ni mogoče napraviti.


SLIKA 5.

Model poslušanja gramofonske glasbe


SLIKA 6.

Poslušanje glasbe iz glasbenega avtomata

Večina tistih, ki se ukvarjajo z glasbo, bo upravičeno menila, da gre pri glasbenih avtomatih za zanimiv pojav, ki pa se z živo izvajano glasbo ne more primerjati. Zato je tudi pojavu gramofonske plošče sledil nagel propad glasbenih skrinj.

S stališča tehnologije pa pomenijo glasbene skrinje z digitalno zapisano informacijo pomemben raz-

³Poznavalci glasbe bodo seveda razumeli, da močno poenostavljam. Razpoznati je mogoče melodijo, medtem ko drugih poudarkov ni mogoče verno prenašati iz notnega zapisa na ploščo.



mislek v smeri računalništva. Glasbeni avtomat si lahko predstavljamo kot preprost računalnik, zapis na kovinski plošči pa kot program, ki z ukazi (luknjicami) krmili dele naprave, ki proizvajajo zvoke.

V tem prispevku smo se usmerili predvsem v analizo glasbenega avtomata in smo ga primerjali z gra-

**SLIKA 8.**

Glavnik. Spodaj mehanizem za uravnavanje glasnosti, zgoraj zobje oziroma peresa. Nad njimi na isti osi postavljeni zobniki, ki med igranjem avtomata brenkajo po peresih.

mofonom. Lahko bi ga primerjali tudi z magnetofonom. Zanimiva bi bila tudi primerjava s sodobnejšimi snemalnimi napravami in nosilci zvoka. O tem morda kdaj drugič.

Šele dandanes, ko smo utopljeni v digitalnem svetu in si brez mobilnih telefonov in medmrežja življenja niti ne znamo več predstavljati, nam stik z digitalno glasbo v Laškem muzeju pove, da nismo vsega iznašli danes. XXX



REŠITEV
NAGRADNE
KRIŽANKE
PRESEK 37/5

→ Za nagradno križanko iz pete številke 37. letnika Preseka smo prejeli 10 pravih rešitev. Nagradno geslo se je glasilo **Pomladni pojavi**. Izžrebani reševalci, VESNA IRŠIČ iz Ljubljane, BORIS KOŽLIN iz Dobrovega v Brdih in ŽIGA NOSAN iz Ljubljane so razpisane nagrade prejeli po pošti.



Vabilo na MARS 2010



→ Te zanima matematika in želiš preživeti teden dni počitnic v prijetni družbi vrstnikov iz vse Slovenije?

MARS je matematični raziskovalni tabor za srednješolce, ki poudarja ustvarjalno raziskovanje matematičnih problemov in njihovega ozadja, ne pa reševanja tekmovalnih nalog. Letos bo potekal v ČŠOD Bohinj od 15. do 20. avgusta. Podrobnejše informacije o programu ter o načinu prijave najdeš na spletišču

<http://mars.dmfa.si>

IZJAVE NEKDANJIH UDELEŽENCEV

- *Neža & Eva, Celje:* MARS je super! Predavanja so zanimiva, kar smo se naučili na delavnicah pa bomo lahko s pridom še kdaj uporabili. Zelo sva navdušeni tudi nad prijateljskim in sproščenim odnosom med dijaki in mentorji.
- *Aleksander, Ljubljana:* Na MARSu mi je bilo zanimivo vse: od predavanj in delavnic, do dela na projektu in gradnji najdaljših cest (Katanci). Kar malo mi je žal, da sem že končal četrti letnik gimnazije, upam pa, da me bodo prihodnjič povabili v posadko.
- *Urša, Kranj:* Obstajajo torej tudi načini, ko je matematika lahko zabavna, čeprav si večina najbrž misli, da smo ubrisani, ker se prosto-voljno udeležimo česa takega...



Stare številke revije Presek

Če želite dopolniti svojo zbirko revij Presek, so nekatere stare številke še vedno na voljo. Na spodnjem naslovu najdete seznam razpoložljivih števil in naročilnico:

<http://www.presek.si/staro.htm>

Za individualne naročnike revije Presek, člane DMFA, dijake in študente je cena stare številke 2,17 EUR, za vse ostale pa 2,71 EUR.

Izkoristite dodatni popust pri večjem naročilu!

Vse informacije lahko dobite tudi v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460 in elektronski pošti narocila@dmfa.si.



Knjižnica Sigma

Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.

Jože Grasselli:

ELEMENTARNA TEORIJA ŠTEVIL

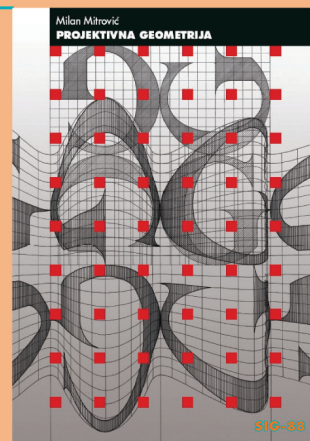
168 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
14,99 EUR



Milan Mitrović:

PROJEKTIVNA GEOMETRIJA

158 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
20,99 EUR



Janez Strnad:

MALA ZGODOVINA VESOLJA

270 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
20,99 EUR



Roberto Lucchetti:

STRAST DO TRILČKOV

**Nekaj matematičnih
zamisli**

152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
18,69 EUR

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 45 drugih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjižice tudi naročite s popustom:

<http://www.knjiznica-sigma.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo **20 % popusta** na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.