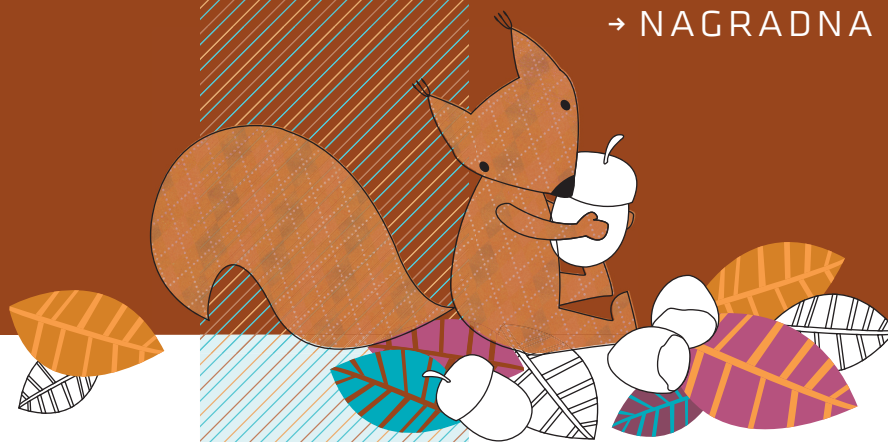


PRESEK

- HOJA PO HLODU
- BISTROVIDEC
- ASTRONOMSKA TEKMOVANJA
- NAGRADNA KRIŽANKA



ISSN 0351-6652



9 770351 665722

Matematika in The Beatles

↓ ↓ ↓



Image by Teresa Levy.

→ Glasba večine hitov nam je dobro znana, toda včasih vseeno naletimo na skrivnosti. Vprašanje, ki je ostalo nepojasnjeno preko štirideset let, je: Kakšna instrumentacija in katere note ustvarijo uvodni akord v Beatlesovi „A Hard Day’s Night“? Matematik Jason Brown, ki je velik navdušenec Beatlov, je nedavno razrešil uganko s pomočjo svojega glasbenega znanja in diskretne Fourierjeve transformacije – matematične transformacije, ki pomaga razstaviti signale v njihove osnovne delce. Te transformacije poenostavljajo aplikacije, ki segajo od procesiranja signalov do množenja velikih števil, tako da raziskovalcu ni potrebno garati („working like a dog“), da bi prišel do odgovora.

Brown je uporabil matematiko, predvsem teorijo grafov, da bi odkril, kdo je napisal pesem „In My Life“, za katero Lennon in McCartney trdita, da sta jo napisala sama. V njegovih grafih so akordi predstavljeni z vozlišči, dve vozlišči pa sta povezani s povezavo, če en akord neposredno sledi drugemu. Ko Brown vsem pesmim z znanim avtorstvom priredi take grafe, lahko vidi, ali ustrezajo pesmi „In My Life“ bolj McCartneyevi ali Lennonovi grafi. Čeprav se zdi, da je uporaba matematike za proučevanje revolucionarne glasbene skupine nekoliko v nasprotju z intuicijo, uporabljene analitične metode identificirajo in odkrijejo kompozicijske principe, ki so neločljivo povezani z nekaj najboljših glasbe Beatlov. ———— × × ×

POJASNILO: Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.

→

Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 37, šolsko leto 2009/2010, številka 2

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2009/2010 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBAS12X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje in tehnično urejanje Polona Šterk

Ilustracija Polona Šterk

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 2000 izvodov

© 2009 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1756

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učenec višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA–založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

MATEMATIČNI TRENUTKI

- 2** Matematika in The Beatles

MATEMATIKA

- 4-7** Kotaljenje krožnice
(Aleksander Simonič)
- 7-9** Vsi na MARS!
(Maja Alif)
- 11** Bistrovidec – Šestkotnik
(Marko Razpet)

FIZIKA

- 12-15** Poskusi z elektroni
(Janez Strnad)
- 15** Poizkuševalnica na vrtu –
Kateri hitreje tone
(Mojca Čepič in Ana Gostinčar Blagotinšek)
- 18-19** Poizkuševalnica v kuhinji – odgovor naloge
Olje, voda in led
(Mojca Čepič in Ana Gostinčar Blagotinšek)
- 20** Razmisli in poskusi
(Mitja Rosina)

ASTRONOMIJA

- 24-26** Prvo državno tekmovanje v znanju
astronomije za osnovne in srednje šole
(Andrej Guštin, Mirjana Jesenek Mori, Rasto Snoj)
- 26** Anagram v stavku
(Marko Razpet)

RAČUNALNIŠTVO

- 27-29** Kako najti izhod iz blodnjaka
(Igor Pesek)

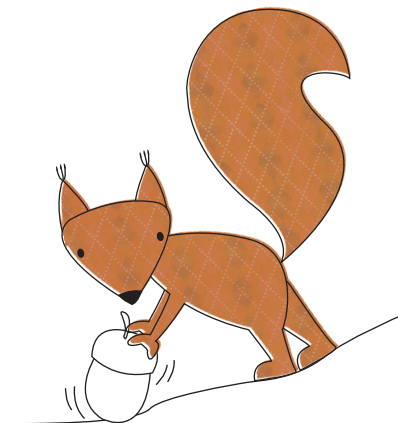
RAZVEDRILO

- 16-17** Nagradna križanka
(Marko Bokalič)
- 30** Rešitev nagradne križanke Presek 37/1
(Marko Bokalič)
- 23** Sudoku

TEKMOVANJA

- 9-11** 53. matematično tekmovanje
srednješolcev Slovenije
(Pavle Šijanec, Gregor Pavlič)
- 20-21** 47. fizikalno tekmovanje
srednješolcev Slovenije
(Ciril Dominko)
- 22** 40. mednarodna fizikalna olimpijada
v Méridi, Mehika
(Ciril Dominko)
- priloga** 45. tekmovanje za Vegovo priznanje –
državno tekmovanje
- priloga** 29. tekmovanje za Stefanovo priznanje –
državno tekmovanje
- priloga** 53. matematično tekmovanje srednješolcev
Slovenije – področno tekmovanje

SLIKA NA NASLOVNICI: Tokratna naslovnica vas vabi na hojo po hloilih. Podrobnosti si lahko ogledate v prispevku *Razmisli in poskusi* na strani 20. Prerezi hloilov s fotografije na naslovnici pa vas hkrati vabijo k matematičnemu članku *Kotaljenje krožnice*.



Kotaljenje krožnice

↓↓↓

ALEKSANDER SIMONIČ

→ Verjetno ste ob zgornjem naslovu pomislili na cikloidno krivuljo – krivuljo, ki jo opisuje izbrana točka na krožnici, ko se brez drsenja kotali po drugi krivulji. Ta druga krivulja je največkrat premica ali krožnica. V prvem primeru dobimo cikloido, v drugem epicikloido ali hipocikloido. Kako pa bi dobili enačbo cikloidne krivulje, če krožnico kotalimo po poljubni krivulji? Pot do rešitve nas bo vodila preko analitične geometrije in analize. Za začetek prevedimo naš problem v matematični jezik.

Naj bo krivulja $\mathcal{K}$ (krivulja, po kateri kotalimo krožnico) dana v parametrični obliki s parom zvezno odvedljivih funkcij f in g v obliki:

$$\blacksquare \quad x = f(t), y = g(t),$$

kjer parameter t teče po intervalu $I = [\alpha, \beta]$ (slika 1a). Vsaka točka na krivulji je določena s krajevnim vektorjem $\mathbf{r}(t) = (f(t), g(t))$. Na krivulji si izberemo točko $N_0 = (f(t_0), g(t_0))$, ki ponazarja začetek cikloidne krivulje. Skonstruirati moramo krožnico s polmerom r , ki se bo krivulje dotikala samo v točki N_0 . Da se bo dotikala krivulje, mora imeti središče na normali, na kateri strani krivulje pa je odvisno od tega, katero cikloidno krivuljo želimo imeti (epi- ali hipo-). Povejmo, kako se glasijo komponente smernega vektorja tangente na $\mathcal{K}$ v točki s parametrom t :

$$\blacksquare \quad \dot{\mathbf{r}}(t) = (f'(t), g'(t)). \quad (1)$$

Ta vektor fizikalno predstavlja vektor hitrosti in smer gibajoče se točke. Za nekatere točke se lahko

→ Če vrtimo K_L , dobimo točko na hipocikloidni krivulji (T_H), če pa vrtimo K_D , pa točko na epicikloidni krivulji (T_E). Točko T_H dobimo, če seštejemo krajevni vektor središča K_L in vektor $\vec{r}_h$, točko T_E pa z vsoto krajevnega vektorja središča K_D in vektorja $\vec{r}_e$, parameter t_0 pa moramo nadomestiti s t . Določiti moramo še kot vrtenja. Točki T_H in T_E sta na krožnici prepotovali pot $\widehat{N_0N}$. Tu posežemo po analizi in brez dokazovanja pristavimo

$$\widehat{N_0N} = \int_{t_0}^t \sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2} dt.$$

Ker kot ω merimo v radianih, polmer krožnice pa se ne spreminja, velja $\omega = \widehat{N_0N}/r$. Dobimo parametrično enačbo cikloidne krivulje:

$$x = f(t) + r \cdot \frac{\mp g'(t) \pm g'(t) \cos \omega - f'(t) \sin \omega}{\sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}} \quad (6)$$

$$y = g(t) + r \cdot \frac{\pm f'(t) \mp f'(t) \cos \omega - g'(t) \sin \omega}{\sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}},$$

kjer smo označili

$$\omega = \frac{1}{r} \int_{t_0}^t \sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2} dt. \quad (7)$$

Kaj pa se zgodi, če krožnico vrtimo v negativno smer? Vektor $\vec{r}$ se bo vrtel v pozitivni smeri, vektor $-\vec{r}$ pa v negativni (nasprotno kot v prvem primeru). Vendar pa po eni izmed lastnosti določenih integralov integral (7) spremeni predznak, saj bi veljalo $t \leq t_0$. Tako bi bil kot ω ves čas negativen, predznaki kotov vrtenja vektorjev pa bi postali enaki predznakom iz prvega primera. Enačbe (6) se tako ohranijo ne glede na smer vrtenja.

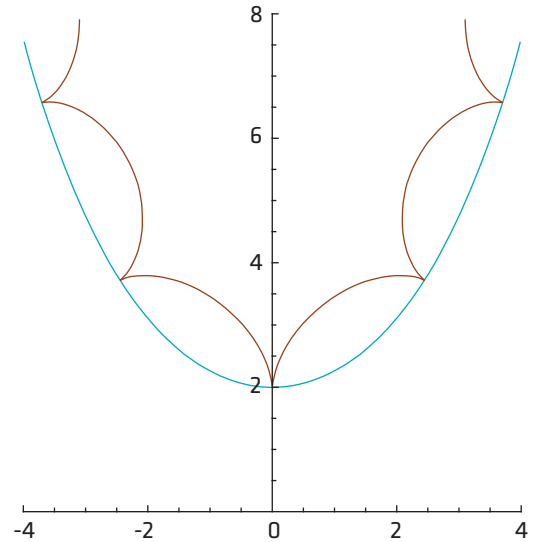
Težava je v tem, da se integral (7) že za preprosto krivuljo $\mathcal{K}$ izraža zapleteno. Vendar dandanes obstajajo napredni računalniški programi, ki omogočajo vizualizacijo še tako zapletenih krivulj.

Pa si pogledjmo, kako bi izpeljali enačbo epicikloide in hipocikloide. Krivulja $\mathcal{K}$ je krožnica $x^2 + y^2 - R^2 = 0$. Če prevedemo v parametrično obliko, dobimo:

$$x = R \cos t, y = R \sin t, t = [0, 2\pi).$$

Začetna točka obeh cikloid naj bo $(R, 0)$, kar pomeni $t_0 = 0$. Izračunamo integral (7)

$$\omega = \frac{1}{r} \int_0^t \sqrt{(-R \sin t)^2 + (R \cos t)^2} dt = \frac{1}{r} \int_0^t R dt = \frac{Rt}{r}.$$



SLIKA 3.

Verižnica $y = 2 \cosh \frac{x}{2}$ in njena hipocikloida ($t_0 = 0, r = 1/2$)

Upoštevamo enačbe (6) pa še adicijske izreke pri tem ponovimo, da dobimo

$$x = (R \mp r) \cos t \pm r \cos \left(\frac{R \mp r}{r} t \right)$$

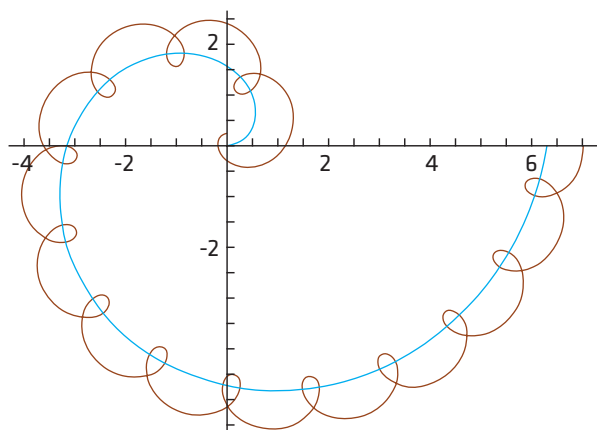
$$y = (R \mp r) \sin t \pm r \sin \left(\frac{R \mp r}{r} t \right).$$

Bolj zapletena krivulja je npr. hipocikloida verižnice $y = 2 \cosh \frac{x}{2}$ (slika 3). Dolžina pretečene poti je $\int_0^t \cosh(\frac{t}{2}) dt = 2 \sinh(\frac{t}{2})$, narisana pa je s programom *Mathematica*.

Za konec naj omenimo, da obstajajo še potegnjene in skrajšane cikloidne krivulje (*trochoide*) – krivulje, ki jih opisuje točka, ležeča zunaj ali znotraj kotaleče krožnice. Bralca vabimo, da sam izpelje enačbe, članek pa zaključujemo s potegnjeno cikloido Arhimedove spirale (slika 4).

Literatura

- [1] M. Razpet, *Ravninske krivulje*, DMFA Slovenije, Ljubljana 1998.
- [2] J. Globevnik, M. Brojan, *Analiza I*, DMFA – založništvo, Ljubljana 2008.
- [3] I. Vidav, *Višja matematika I*, DMFA Slovenije, Ljubljana 1990.



SLIKA 4.

Zbrali smo se neko vročo, mirno nedeljo v koprskem dijaškem domu. Vsakogar je za dobrodošlico pričakal lep paket presenečenja: marsovska majica in čokoladica, knjiga Oblika prostora, izvod revij Presek in Logika & razvedrilna matematika ter še nekaj malenkosti. Stari marsovci smo se že poznali, a prišlo je tudi precej novih obrazov, ki so na začetku gledali nekoliko preplašeno. Tudi njim pa so se sence zaskrbljenosti zbrisale po spoznavnem večeru, imenovanem Vzlet, ki je potekal v obliki kviza z vprašanji o soudeležencih. Najboljša ekipa si je za nagrado priborila brisače DMFA (odličen pripomoček za štopanje po galaksiji), njihov član Primož pa je povedal: „Vesel sem bil lovorike zmagovalca na Vzletu, največ pa mi je pomenilo spoznanje, da so na MARSu sami prijetni ljudje s podobnimi interesi.“ Druženje se je, kot tudi vsak dan zatem, zavleklo pozno v noč.

× × ×



SLIKA 1.

Marsovci zavzeli Koper

Vsi na MARS!

↓ ↓ ↓

MAJA ALIF

→ Zakaj pa ne? Čisto preprosto je: preden greš na počitnice, poiščeš na spletu prijavnico, povabiš še prijatelja in konec avgusta prideta skupaj na vzletno ploščad. Čakaj, čakaj, o čem sploh govorimo?

Matematično Raziskovalno Srečanje za srednješolce MARS 2009 je letos potekalo od 16. do 22. avgusta v Kopru.

Ponedeljek je bil prvi delovni dan. Marsovci smo ga začeli z ogledom prvega dela filma Dimenzije, nadaljevali z računalniško delavnico GeoGebra in popoldan z matematično delavnico o Eulerjevi karakteristiki. Vse delavnice so pripravili mladi mentorji, večinoma študentje matematike. Med odmori smo s posebnimi igrami utrjevali moštveni duh, kar nam najprej ni šlo prav dobro, a sčasoma smo postajali vedno bolj uglaseni. Dan smo zaključili ob hanojskih stolpih, o katerih nam je predaval prof. dr. Sandi Klavžar.

V torek smo si do konca ogledali Dimenzije in imeli še dve delavnici: matematično o krivuljah in računalniško o LaTeXu. Dijaki so se razdelili v projektne skupine in se na hitro seznanili s svojo temo (fraktali, neevklidsko geometrijo, krivuljami in računanjem





Eulerjeve karakteristike za n -toruse). Ob večernem predavanju doc. dr. Emila Žagarja o Bézierovih krivuljah se nam je pridružila še skupina marsovcev iz prejšnjih let in še nekaj letošnjih udeležencev mednarodnih olimpijad v znanju. Slednji so pripravili reportaže z olimpijad v matematiki, fiziki, računalništvu in lingvistiki, in tako smo v mislih z njimi odpotovali v Nemčijo, Mehiko, Bolgarijo in na Poljsko.

Naslednji dan so se skupine resno lotile projektov in se komaj odvrnile od dela, ko je bil čas za kosilo. Popoldne je sledila Velika MARSovska pustolovščina, orientacijsko tekmovanje z ugankami, kriptogrami, šiframi in drugimi zagonetkami. Brez moštvenega duha, spretnosti in bistrega uma ekipe nikoli ne bi našle Aqua Parka Žusterna, kjer je bil cilj poti. Po mokri zabavi v bazenu nas je na večerjo povabil prof. dr. Dragan Marušič, dekan kopsrke Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije, na kateri smo ves teden gostovali. Nato smo prisluhnili še zanimivemu predavanju doc. dr. Martina Milaniča o filogenetskih drevesih, a kljub utrujenosti in pozni uri se nismo odrekli nočnim družabnim igram.

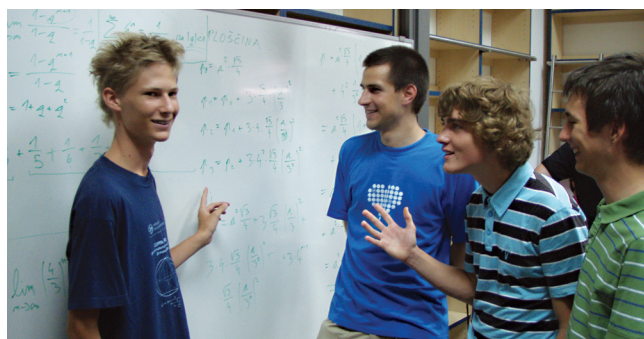
Tudi četrtek in petek sta bila zelo delovna. Naša računalniška učilnica se je spremenila v pravo mravljišče, saj se je pri vsaki mizi tipkalo, stikalo glave, kaj razlagalo ... Treba je bilo dokončati članke in pripraviti predstavitev. Vseeno smo si vzeli nekaj časa tudi za plažo, si ogledali film „21 – Razpad Las Vegasa“ v Koloseju, poslušali predavanje doc. dr. Aljaža Uleta o teoriji iger, nekateri pa so prisluhnili celo kakšnemu predavanju v okviru Poletne šole finančne matematike, ki je tiste dni tudi potekala na fakulteti.

Teden se je iztekal. V petek zvečer smo imeli najprej uradni del zaključnega večera, nato pa še neuradnega, ki se je za mnoge zavlekel kar do jutra. Takrat je bil za večino čas za pospravljanje prtljage, medtem ko smo nekateri člani marsovske posadke hiteli s tiskanjem zbornikov. Točno opoldne je bil namreč napovedan naš Pristanek, sklepna prireditev, kjer so udeleženci predstavili svoje delo staršem in prijateljem. S salutiranjem „Kapitan Boštjan“ smo se nazadnje zahvalili mag. Boštjanu Kuzmanu, ki si je zamislil in organiziral že četrti MARS zapored. Tudi on je pohvalil vse dijake, še posebej tiste, ki so potovanje preživeli, posebej pa se je zahvalil tudi posadki študentov, ki smo sodelovali pri izvedbi delavnic, vodili pripravo projektov in organizirali družabni program. Med njimi smo bili Nino Bašič, David Gajser, Gašper Zadnik, Dejan Širaj, Uroš Kuzman in Maja Alif.



SLIKA 2.

Dobra usklajenost je bistvena za preživetje na Marsu



SLIKA 3.

Med pripravo projekta o fraktalih

S težkim srcem, a lepimi spomini in novimi prijateljskimi vezmi smo se tako vrnili na Zemljo in se odpeljali domov. Še več o našem potovanju si lahko preberete na spletni strani <http://mars.dmfa.si>. Za konec pa še misel udeleženca Mateja: "Letos sem se MARSa udeležil prvič in glede na odlično izkušnjo upam, da ne zadnjič. Zanimiva predavanja, poučne delavnice in super družba so le del te odlične celote. Med drugim sem ugotovil osnovno enačbo popotovanja, MaRS=Matematika+Morje+Prijatelji+Faktor x , ki si ga lahko vsak zamisli po svoje. Skratka: MARS je zakon!"

MARS 2010 bo predvidoma potekal od 22. do 29. avgusta 2010.

Več informacij bo objavljenih na spletni strani <http://mars.dmfa.si> v mesecu aprilu 2010.



53. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije

Še nekaj izjav preživelih

- MARS je bil izjemno zanimivo popotovanje po različnih področjih matematike na način, ki znova prebudi veselje do matematičnega raziskovanja, ki ga v šolskih klopih kar preveč zatirajo. *Miha*
- Na MARSU je ... hmm, precej vroče, porcije hrane so manjše kot doma, predvsem pa se mi zdi, da se precej manj spi. Vseeno je bila izkušnja nepozabna, pristanek pa bo verjetno naporen, vsaj prvih nekaj dni. No kakorkoli, naj ostane misel, da lahko tja poletim znova drugo leto. *Uroš, član posadke*
- Na MARSU sem že drugo leto zapored. Z vsakim predavanjem in delavnico izveš veliko novega. Spoznaš veliko prijateljev in uživaš ob matematiki. Upam, da se MARSOVCI srečamo tudi naslednje leto. *Jana*
- Matematično „vesoljska“ avantura na MARSU je kar odlično potekala, upam da bom še večkrat dospel do rdečega planeta in odkril še druge matematične skrivnosti našega vesolja ... *Nicola*
- Na MARSU sem mentor že drugo leto. Čez dan je zanimivo na srednješolski ravni razlagati matematične pojme, ki jih pred fakulteto še nismo srečali, zvečer pa igranje družabnih iger krajša spanje. *David, član posadke*

↓↓↓

PAVLE ŠIJANEC IN GREGOR PAVLIČ

→ V šolskem letu 2008/2009 je del organizacije državnega tekmovanja iz matematike za srednješolce prevzel aktiv matematikov na Škofijski klasični gimnaziji. Tekmovalci so se potili v soboto 18. maja 2009, mi pa že prej, saj je bilo treba zagotoviti sredstva za malice, kosila, ogled Semeniške knjižnice in rimske Emone, pripraviti učilnice in oznake – da se 168 tekmovalcev na naši veliki šoli ne bi izgubilo.

Strokovni del tekmovanja je kot po navadi potekal pod okriljem *Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije* oziroma pod vodstvom dr. Matjaža Željka in mag. Darja Felde. Pri nadzoru v učilnicah so nam na pomoč velikodušno priskočili kolegi iz zbornice.

Tekmovanje se je začelo s kratkim programom, ki ga je izvedel šolski mešani oktet, tekmovalce in njihove spremljevalce pa sta poleg ravnatelja Jožeta Mlakarja pozdravila tudi minister za šolstvo in šport dr. Igor Lukšič in direktor Zavoda za šolstvo mag. Gregor Mohorčič. Medtem ko je potekalo tekmovanje, so profesorji spremljevalci poslušali predavanje iz matematike in držali pesti za svoje dijake.

Sodelovanje Škofijske klasične gimnazije in Društva matematikov, fizikov in astronomov je bilo vzorno, zato smo za organizacijo prejeli lepe pohvale.

Dijaki Škofijske klasične gimnazije, gostiteljice tekmovanja, so bili uspešni, saj so štirje od petih prejeli zlata priznanja, kar je največji uspeh doslej. Tekmovanje in zbornik, ki je izšel ob tem, sta bila lepa promocija matematike in šole gostiteljice.

× × ×



1. NAGRADA

1. letnik

- MATJAŽ LEONARDIS, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. letnik

- NIK JAZBINŠEK, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- KAJA SAJKO, I. gimnazija v Celju

3. letnik

- MATEJ ALEKSANDROV, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

4. letnik

- ANJA KOMATAR, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- PRIMOŽ PUŠNIK, ŠC Celje – Gimnazija Lava

2. NAGRADA

2. letnik

- SIMON BERGANT, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

4. letnik

- GREGOR GRASELLI, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

3. NAGRADA

1. letnik

- VENO MRAMOR, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- MATEJ KOLAR, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. letnik

- TADEJ NOVAK, Gimnazija Kranj

3. letnik

- MATEJ MLINARIČ, Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer

- FILIP KOZARSKI, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- MIŠA VIDMAR, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- TOMAŽ STEPIŠNIK PERDIH, I. gimnazija v Celju

4. letnik

- BOJAN HITI, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- MATJAŽ PAYRITS, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- JURE GANTAR, SŠ Veno Pilon, Ajdovščina
- BLAŽ RUGELJ, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- ALEKSANDER SIMONIČ, Gimnazija Ledina, Ljubljana

ZLATA PRIZNANJA

1. letnik

Matjaž Leonardis, Veno Mramor, Matej Kolar, Vesna Iršič, Domen Kampjut, Domen Ipavec, Omar Alhady in Boštjan Petrič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Domen Kermc, Boštjan Petek in Veronika Vodeb (II. gimnazija Maribor), Ajda Zavrtanik Drglin in Anja Stebernak (Gimnazija Vič, Ljubljana), Daniel Ogrizek (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Robin Ula-ga (ŠC Postojna – Srednja šola), Katarina Baškovič (SŠ Domžale – Gimnazija), Vendi Grobelšek in Matic Munda (I. gimnazija v Celju), Vid Gruden, Blaž Makorič in Petra Falabella (Gimnazija Nova Gorica), Maja Furlan (Gimnazija Koper), Marko Panjek (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija), Alja Perko (Gimnazija Kranj), Tibor Djurica Potpara (Gimnazija Poljane, Ljubljana), Andraž Dobnikar (Elektro-računalniška strokovna šola in gimnazija, Ljubljana) ter Domen Oblak (Gimnazija Škofja Loka).

2. letnik

Nik Jazbinšek, Simon Bergant, Vanesa Anadolli, Jaka Dolenc, Matej Vitek in Pavel Kos (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Kaja Sajko, Neža Žager-Korenjak, Aleš Omerzel in Gloria Kotnik (I. gimnazija v Celju), Tadej Novak in Mitja Rozman (Gimnazija Kranj), Maja Petek in Žiga Perko (II. gimnazija Maribor), Nina Troha (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Klemen Zajc in Rebeka Jereb (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Klemen Kloboves (Gimnazija Škofja Loka), Erik Grabljevec (Gimnazija Ledina, Ljubljana), Luka Krmpotić (ŠC Rogaška Slatina), Aleš Vigali (Gimna-

zija Franca Miklošiča, Ljutomer), Nejc Petek in Vita Zalar (Gimnazija Litija), Monika Biasizzo in Jakob Peterlin (Gimnazija Vič, Ljubljana), Nika Mlinarič (Gimnazija in ekonomska srednja šola, Trbovlje) ter Urban Neudauer (Gimnazija Ptuj).

3. letnik

Matej Aleksandrov, Filip Kozarski, Miša Vidmar, Rok Nežič, Matej Petković, Jan Ogrin in Andrej Borštnik (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Matej Mlinarič, Sara Drvarič Talian in Uroš Markoja (Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer), Tomaž Stepišnik Perdih in Eva Breznik (I. gimnazija v Celju), Katja Klobas (Gimnazija Koper), Jana Vidrih (Gimnazija Ptuj), Marin Ferara (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Božidar Aničić (II. gimnazija Maribor), Nejc Arlič in Vid Juvan (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija), Aleks Dušej (SŠ Slovenska Bistrica), Črt Jaklič (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Miha Virant (SŠ Črnomelj) ter Lucija Hribernik (Gimnazija Želimlje).

4. letnik

Anja Komatar, Gregor Grasselli, Matjaž Payrits, Blaž Rugelj, Žiga Kos in Marko Bunc (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Primož in Domen Pušnik (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Bojan Hiti (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Jure Gantar (SŠ Veno Pilon, Ajdovščina), Aleksander Simonič (Gimnazija Ledina, Ljubljana), Jurij Volčič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Laura Ogrin (Gimnazija Koper), Denis Štimulak in Miha Munda (I. gimnazija v Celju), Niko Tratnik (Prva gimnazija Maribor), Barbara Hüll (Gimnazija Murska Sobota), Gabrijela Jankovič (SŠ Črnomelj), Tomo Marčič (Srednja tehniška šola, Koper), Gorazd Štaleker (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija), Filip Agatič (Škofijska gimnazija Antona Martina Slomška, Maribor), Miha Begelj (Gimnazija Kranj) ter Maja Omerzel (Gimnazija Brežice).

xxx

www.dmfa-zaloznistvo.si
www.presek.si

xxx

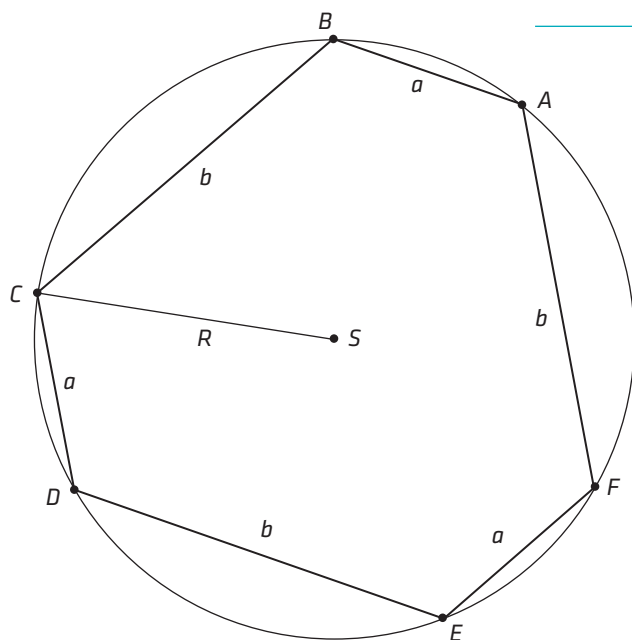
Šestkotnik

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Krogu s polmerom R je včrtan konveksni šestkotnik $ABCDEF$, v katerem si izmenoma sledita stranici a in b , to se pravi $a = |AB| = |CD| = |EF|$ in $b = |BC| = |DE| = |FA|$. Kateremu pogoju morajo tedaj zadoščati a, b in R ? Izračunaj ploščino šestkotnika in jo izrazi s stranicama a in b .

SLIKA.



xxx

POPRAVEK

→ Bralci so nas opozorili na napako iz rešitve druge naloge prispevka Presekova matura iz prve številke.

Obstajata dva paralelograma s stranico 2 cm. Zato je skupno število paralelogramov osem, verjetnost, da izbrani štirikotnik ni paralelogram, pa je 10/18.

xxx

Poskusi z elektroni

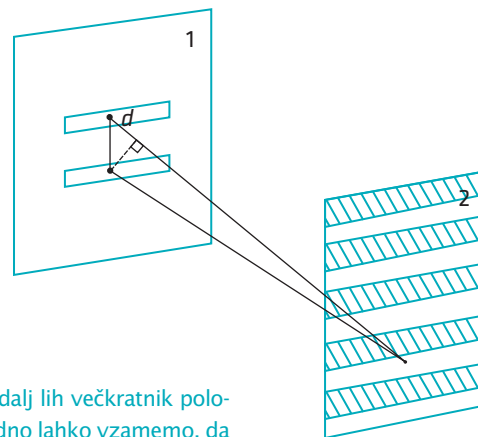


JANEZ STRNAD

→ Za mlade bralce, ki jih zanima fizika, je koristno, če zgodaj spoznajo, da izkušenj iz vsakdanjega življenja ne moremo uporabiti v svetu atomov.

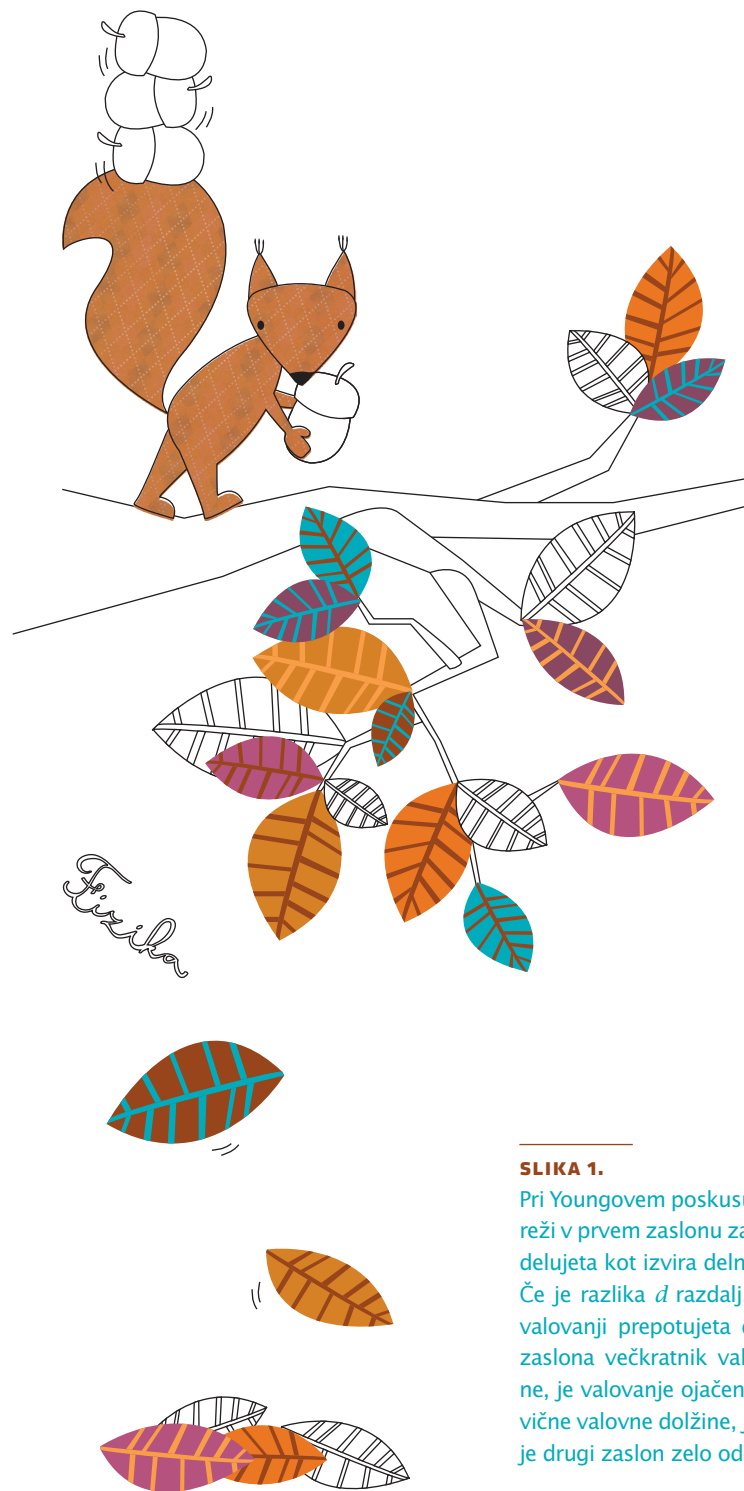
Pred leti je revija Svet fizike (Physics World) povprašala bralce, kateri fizikalni poskus se jim zdi najlepši. Lepota ni pojem fizike ali matematike, čeprav ga tudi fiziki in matematiki včasih uporabijo. Zato ni presenetljivo, da je uredništvo dobilo različne odgovore. Med več kot dvesto odgovori pa je dobra desetina bralcev glasovala za *Youngov poskus z elektroni*.

Najprej opišimo Youngov poskus s svetlobo, ki je v ocenjevanju Sveta fizike prišel na peto mesto. Ime ima po Thomasu Youngu, ki ga je naredil okoli leta 1801. Na podoben način bi lahko izvedli poskusa z zvokom in z valovanjem na vodni gladini. Valovanje pravokotno zadene zaslon z dvema ozkima režama. V bližini ovir žarki niso premi in se valovanje širi v geometrijsko senco. Na spodnji in zgornji reži pride do *uklona*. Reži delujeta kot drobna izvira valovanja (slika 1). Delno valovanje iz spodnje reže in delno



SLIKA 1.

Pri Youngovem poskusu s svetlobo reži v prvem zaslonu zaradi uklona delujeta kot izvira delnih valovanj. Če je razlika d razdalj, ki ju delni valovanji prepotujeta do drugega zaslona večkratnik valovne dolžine, je valovanje ojačeno. Če je razlika razdalj lih večkratnik polovične valovne dolžine, je oslABLJENO. Navadno lahko vzamemo, da je drugi zaslon zelo oddaljen in so žarki vzporedni.

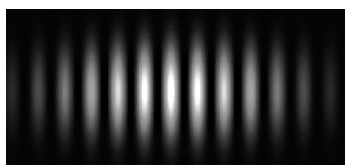


valovanje iz zgornje se sestavi na oddaljenem zaslonu, na katerem je fotografska plošča; lahko pa ga opazujemo tudi z očmi. V dani točki zaslona ob danem času dobimo za valovanje značilno količino v sestavljenem valovanju tako, da seštejemo količini v prvem in v drugem valovanju v tej točki in ob tem času. To spoznanje je *načelo superpozicije*.

Dovolj je, če opišemo razmere v navpični ravnini, pravokotni na reži. Do točke zaslona prvo in drugo valovanje v splošnem prepotujeta različni razdalji. So točke, v katerih eno od valovanj prepotuje za eno, dve, tri ... valovne dolžine daljšo razdaljo kot drugo. V teh točkah pride valovni vrh v prvem delnem valovanju na valovni vrh v drugem in valovna dolina na valovno dolino, tako da se delni valovanji ojačita. Med temi točkami pa so točke, v katerih eno od valovanj prepotuje za eno, tri, pet ... polovičnih valovnih dolžin daljšo razdaljo kot drugo. V teh točkah pride valovni vrh v prvem delnem valovanju na valovno dolino v drugem in valovna dolina v prvem na valovni vrh v drugem, tako da se delni valovanji oslabita. To je *interferenca* in Youngov poskus je *interferenčni poskus*. Pri njem opazimo *interferenčno sliko* z množico svetlih in temnih prog (slika 2). Opis pogosto

SLIKA 2.

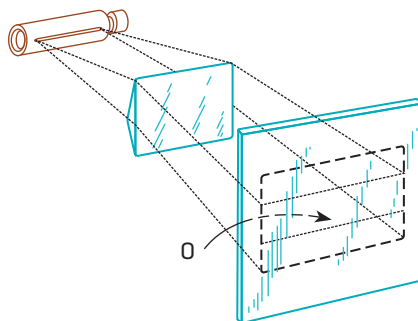
Na fotografski plošči na mestu drugega zaslona pri Youngovem poskusu s svetlobo nastane interferenčna slika s svetlimi in temnimi progami.



pospremijo z ugotovitvijo, da je značilen za valovanje, češ da le za valovanje velja načelo superpozicije, tako da se dve delni valovanji v nekaterih točkah sestavi v nič.

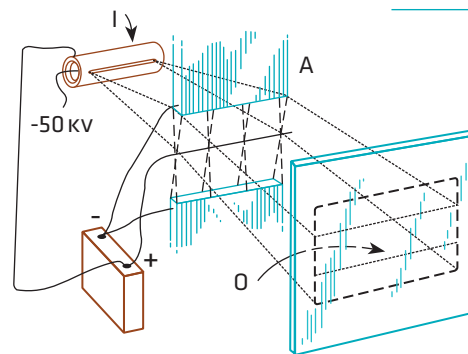
Enak izid dobimo, če namesto prvega zaslona z dvema režama uporabimo *Fresnelovo biprizmo*. To je ploska tristrana prizma, na katero posvetimo pravokotno na večjo osnovno ploskev. V tem primeru ni uklona, na spodnji strani prizme se valovanje lomi malo navzgor, na zgornji pa malo navzdol (slika 3). Delni valovanji se sestavi in interferirata.

Zdaj opišimo eno od novejših izvedb „najlepšega“ poskusa. Izvedli so jo Akira Tonomura in sodelavci v laboratorijih družbe Hitachi leta 1987, ponovno pa leta 2000. Iz izvira izhajajo elektroni, ki jih visoka



SLIKA 3.

Na Fresnelovi biprizmi se svetloba na spodnjem delu lomi malo navzgor in na zgornjem delu malo navzdol, tako da na območju O pride do interference, ko se sestavi delni valovanji.



SLIKA 4.

V elektronski biprizmi je anoda A na pozitivni napetosti več deset tisoč voltov proti izviru I. Tanka žička je na majhni pozitivni napetosti proti anodi. V spodnjem delu špranje se elektroni odklonijo malo navzgor, v zgornjem pa malo navzdol. Na območju O pride do interference.

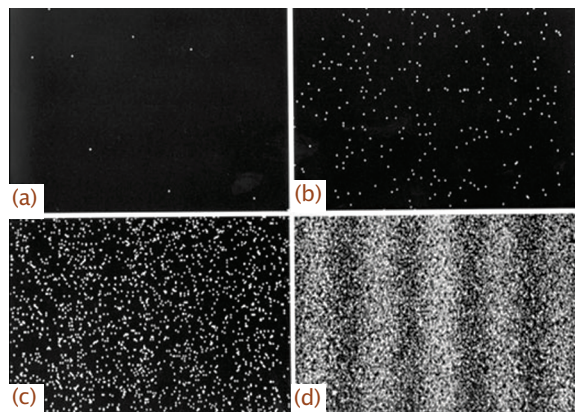
pozitivna napetost na anodi v vakuumu pospeši do velike hitrosti. Med kovinskima ploščicama anode je v tanki špranji napeta, pravokotno na smer gibanja elektronov, tisočino milimetra debela žička na majhni pozitivni napetosti proti ploščicama. Naprava deluje kot *elektronska biprizma* (slika 4). Elektroni letijo mimo žičke na spodnjem delu špranje in se odklonijo malo navzgor ter mimo žičke na zgornjem delu špranje in se odklonijo malo navzdol. Na zaslonu zadenejo ploskovni merilnik, ki s svetlo piko pokaže kraj, kjer ga v tem trenutku zadene elektron. Posamezni elektron zadene zaslon zdaj tu zdaj tam. Najprej se zdi, da ni nobene urejenosti. Čez čas pa se pokažejo svetle proge z veliko pikami in temne proge z redkimi pikami. Poskus je zahteven, ker v zadnjem delu z napravo, ki spominja na elektronski mikroskop, povečajo kote in s tem interferenčno sliko. Na spletnem naslovu

<http://www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.cfm>
→ Movies → doubleslite.mpeg





je mogoče neposredno opazovati, kako se kopičijo elektroni na zaslonu in kako se oblikujejo proge (slika 5).



SLIKA 5.

Pri poskusu Akira Tonomure in sodelavcev v laboratorijih družbe Hitachi zasledujemo, kako nastane interferenčna slika: (a) 8 elektronov, (b) 270 elektronov, (c) 2000 elektronov, (d) 60 000 elektronov. Slika je vzeta z navedenega spletnega naslova in podnaslova Double-slit experiment.

Elektrone so pospešili z napetostjo 50 tisoč voltov, tako da so se gibali s hitrostjo 120 tisoč kilometrov na sekundo. Za pot po dober meter dolgi napravi so potrebovali le stomilijonino sekunde (10^{-8} s, to je 10 nanosekund; svetloba bi enako razdaljo prepotovala v 3 nanosekundah). Pri poskusu, ki je trajal 20 minut (v filmu je čas zgoščen, tako da ni treba čakati toliko časa), se je na zaslonu nabralo 60 tisoč elektronov. V napravi večino časa ni bilo nobenega elektrona, le poredko se je pojavil en sam, komaj kdaj pa sta bila v njej hkrati dva elektrona. S tem so se izognili možnosti, da bi izid poskusa pripisali delovanju enega elektrona na drug elektron. Tudi izvir, v katerem je močno električno polje srkalo elektrone iz kovine, in merilnik, ki je zaznal skoraj vsak vpadni elektron, sta bila posebnosti naprave.

Svetla pika pove, da elektron zadene zaslon v določeni točki v določenem trenutku. To kaže, da so mogoči poskusi s posameznim elektronom. Toda ne moremo napovedati, v kateri točki in v katerem trenutku se bo pojavil naslednji elektron. Zdaj se po-

javi tu, zdaj tam, čeprav se okoliščine, kolikor nanje lahko vplivamo, ne spremenijo. Poskusi s posameznim elektronom pri ponavljanju v nespremenjenih okoliščinah ne dajo enakih izidov. Izida takih poskusov ne moremo napovedati in takih poskusov ne moremo neposredno zajeti s teorijo.

Končni izid opisanega poskusa z elektroni je slika s svetlimi in temnimi progami. Pri njenem nastanku sodeluje množica elektronov, v kateri so za vsakega od njih okoliščine enake in zato nobenega od njih ne moremo razločiti od drugih. To je *pripravljena (preparirana) množica elektronov*. Poskusi s tako množico elektronov pri ponavljanju v nespremenjenih okoliščinah dajo enake izide. Odstopanja od napovedi so zanemarljiva, če je množica dovolj številčna. Izid takega poskusa je mogoče napovedati in ga zajeti s teorijo.

Ponovimo poskus, a zastremo prostor med žičko in spodnjo ploščico. V tem primeru so svetle pike enakomerno razporejene po zaslonu; ni svetlih in temnih prog. Tak izid dobimo tudi, ko zastremo prostor med žičko in zgornjo ploščico. Izida nas spravi v zadrego. Elektron imamo za delec z dano maso in danim nabojem, ki se ne spreminjata. Elektron se ne more razdeliti tako, da bi ga del šel po spodnjem delu špranje in del po zgornjem. Po spodnjem ali po zgornjem delu gre vedno ves elektron. Kljub temu je izid poskusa popolnoma drugačen, če ima elektron možnost za gibanje po spodnjem in po zgornjem delu, kot če se lahko giblje samo po spodnjem ali samo po zgornjem.

Do enakega sklepa bi prišli, če bi si mislili, da z majhnima merilnikoma ugotovimo, ali elektron, ki zadene zaslon, gre po spodnjem delu špranje ali po zgornjem. Pri tem bi poskrbeli, da merilnika kolikor mogoče malo zmotita elektrone. Če bi ugotovili, po katerem delu je šel elektron, ne bi bilo interferenčne slike. Interferenčna slika nastane le, če ne ugotovimo, po katerem delu špranje elektroni dospejo na zaslon.

Interferenčno sliko srečamo v klasični fiziki pri interferenci valovanj. Toda prej smo ugotovili, da ima elektron maso in naboj, kar je značilno za delce. Iz prvega izhaja, da si elektronov ne smemo predstavljati kot delce, kakršni so na primer biljardne kroglice, izstrelki ali kapljice. Iz drugega pa izhaja, da jih ne moremo opisati kot valovanje, kakršna sta zvok ali valovanje na vodni gladini. Kdor ostaja z eno nogo pri klasičnih predstavah, v tej zvezi pri elek-

tronih omenja *dvojnost (dualizem) valovanje-delec*. Dostikrat slišimo tudi, da gre za *komplementarnost*, češ da za opis elektronov ne zadostuje ne opis z valovanjem ne opis z delci in da se oba opisa dopolnjujeta.

V posebnih primerih, v katerih lege elektronov ne poskusimo natančno ugotavljati, lahko njihovo gibanje približno opišemo kot gibanje izstrelkov. Če ne bi bilo tako, ne bi mogli gledati televizije in uporabljati računalniških zaslonov s katodno cevjo. V njej iz segrete katode izhlapevajo elektroni, ki jih z magnetnim poljem vodimo po zaslonu in z električnim poljem v izviru uravnavamo jakost njihovega curka. Tako dosežemo, da elektroni v določenem trenutku zadenejo zaslon v bližini določene točke. Pri tem premer odprtine, ki v izviru omejuje elektronski curek, meri okoli 1 milimeter, kar je veliko več od valovne dolžine valovanja, ki ga priredimo elektronom in ki meri pri poskusu družbe Hitachi 5 milijardin milimetra ($5 \cdot 10^{-12}$ m). Razmik med žičko in ploščicama v elektronski biprizmi je veliko manjši od milimetra.

Kdor govori, da elektronom priredi valovanje, mora upoštevati, da to „valovanje“ v vseh pogledih ni tako, kot smo ga vajeni obravnavati, na primer pri opisu zvoka. Medtem ko v zvoku lahko povemo, v katerih točkah v danem trenutku valovanje doseže vrh in je tam tlak največji, tega pri „valovanju“, ki ga priredimo elektronom, ne moremo narediti.

V splošnem v svetu atomov elektronov ne moremo opisati ne kot delce ne kot valovanje, če mislimo na oba pojma v klasični fiziki. Gibanje elektronov moramo opisati v *kvanтни mehaniki*. V njej se opremo na ponovljive poskuse s pripravljeno množico elektronov. Lahko pa podatke, ki jih dobimo s statistiko množice elektronov v preteklih poskusih, preračunamo na posamezen elektron in jih kot *verjetnost* uporabimo za napoved prihodnjih poskusov. Če želimo napoved preizkusiti z merjenjem, pa se ne moremo izogniti množici elektronov.

× × ×

www.presek.si

× × ×

Kateri hitreje tone

↓ ↓ ↓

MOJCA ČEPIČ IN ANA GOSTINČAR BLAGOTINŠEK

→ Čeprav naslov namiguje, da se bomo pogovarjali o plavajočih predmetih, to ni naš namen. Predlagali bomo, da izkoristite zimo, če bo seveda snežena, za izvedbo poskusa in nekatera druga opazovanja.

Rezultati poskusa nam bodo pomagali razumeti nekatere pojave v naravi, poleg tega nam bodo pomagali te pojave tudi opaziti. Mnoge pojave v naravi namreč spregledamo, ker jih vidimo pogosto, pa jim ne posvetimo posebne pozornosti.

Potrebščine:

- trije kovinski pokrovčki od manjše pločevinke (koruza, grah...),
- črn vodoodporen flomaster,
- bel Edigs.

Pokrovčki imajo ostre robove, zato pazite, ko se boste ukvarjali z njimi. Najprej pobarvajte en pokrovček na eni strani z belim Edigsom, drug pokrovček pa po eni strani s črnim flomastrom. Tretji pokrovček naj ostane „srebrn“ oziroma kovinski.

Sedaj moramo počakati samo še na sneg. Ko neha snežiti in vremenska napoved obljublja, da bo vsaj za kak dan posijalo sonce, položite kovinske pokrovčke lahno na sneg. Obarvana stran pokrovčkov naj bo obrnjena navzgor. Potem pogledjte vsakih nekaj ur, kaj se s pokrovčki dogaja.

Če bo zima snežena, opazujte še nekatere druge pojave. Ko pade sneg, so drevesa prekrita s snegom prav tako kot tla. Koliko časa traja, da zgine sneg z dreves v primerjavi s snegom na tleh? Več, manj? Kaj mislite, kaj vse vpliva na ta čas? V parku ali v gozdu si oglejte, kaj se dogaja s snegom v bližini debel. Oglejte si tudi, kako so nekaj dni po sneženju videti tla, če je na sneg padlo še nekaj preostalih listov z dreves.

× × ×



Nagradna križanka

ASTRONOMIJA

AVTOR MARKO BOKALIČ	PLOČE-VINKA	KIRURŠKO POPRAVLJANJE UHLJA	BIZAN-TINSKA CESARICA V 11. STOL.	ZNAK ZA MANGAN	VSI ZAPOSLENI V DOLOČ. DELOVNI ENOTI	LIČINKA	VPREŽNI DROG PRI VOZU	GOVEJE MESO	NORVEŠKI JEZIKO-SLOVEC AASEN	KRATEK GLASBENI VLOŽEK V RADIJ. PROGRAMU	AGATHA CHRISTIE
VEDA O ZGRADBNI VESOLJA											
NAŠ MATE-MATIK, STROKOV. ZA OPISNO GEOMETRIJO								3			
SVETOPIŠ, OČAK, KI JE PREŽIVEL VESOLJNI POTOP	4			GLAVNO MESTO ARMENIJE	2						
ZORAN PREDIN			DUHOVITA ZGODBICA O ZNAME-NITI OSEBNOSTI	BORUT VESELKO			NEKDANJA ENOTA ZA DELO ZDRAVILNA RASTLINA				
PISATE-LJICA PEROCI LJUD. GLAS, GOVORICA				ANGLEŠKA DOLŽINSKA MERA CINDY CRAWFORD					PEVSKI ZLOG RDEČA TROPSKA PRST		
						ANGLEŠKA IGRALKA (SARAH) ŠPORTNI ZADETEK	8				
					DRŽAVA V ZAHODNI AFRIKI MESTO V ITALIJI					OKUŽE-NOST MESA Z IKRAMI TRAKULJE	ČREVESNI PRIVESEK, KI SE RAD VNAME
AVTOR MARKO BOKALIČ	POSODA ZA BLAGO-SLOVLJENO VODO	MITJA PETKOVŠEK OTROČEK, DELEŽEN VARSTVA	KMETIJA V ISTOIM. KOTU V SAV. ALPAH TANGENS		PONOVNI NATIS FR. SLIKAR NEM. RODU (MAX)					15	
ČETRTEI INTERVAL V GLASBI				NAJVIŠJI VZOR NAUSVELT. ZVEZDA V PLEJADAH				RAVNINA, PO KATERI KROŽI ZEMLJA OKROG SONCA			
VELIK MORSKI RAK				SOZVOK TONOV NA OBALI NAPLAVLJ. PESEK				SREDIŠČE DALMACIJE UROŠ ROJKO			
NAZOREN OPIS	21			LANENA TKANINA OBICAJNO STRUPENA GOBA			NAD-REALIZEM			25	
NEGATIVNI POSPEŠEK					FRANČOSKI KOŠARK. KLUB ČASTNO RAZSODIŠČE	10			ŽIVAHEN AMERIŠKI PLES ČASOPISNI SESTAVEK		
NAŠ IGRALEC, PEVEC IN PIANIST (JURE)					BEVKOVA MLADINSKA POVEST KRAJ PRI DOBRNI				NAŠ NEKD. JUDOIST (FRANC) NASPROTJE KATODE		
STARA KULTURNA RASTLINA			FILM ALEK-SANDRA DOVŽENKA KELVIN	9		FRAN-COSKA PEVKA (EDITH)	GOROVJE V SEVERNI AFRIKI JESENSKA ŽITARICA				MATE-MATIK SUHADOLC IGRALKA NIELSEN
ENAKA SOGLA-SNIKA		MESTO V NOTRANJJI DALMACIJI VEZNIK IZBIRE	12		OBLOGA IZ LETVIC PARADIŽ			AM.-MADŽ. DIRIGENT DORATI			11
HUMO-RISTKA PUTRIH			VZTRAJ-NOST V FIZIKI ZNAK ZA IRIDIJ					ZNAK ZA NOBELIJ ROMY SCHNEIDER		SPOLNA ZDRUŽITEV ŽIVALI SOSEDI CREK J	
OSNOVNI GRADNIK TELES A ŽIVIH BITIJ					BABILON. MESTO OB EVFRATU	7		UČENEC, KI SKRBI ZA RED V UČILNICI	6		
JAPONSKI REŽISER KUROSAVA					S TEL AVIVOM ZDRUŽENO MESTO V IZRAELU, ZNANO PO POMARANČAH			ŠPORTNICA, KI SODI MED ATLETINJE			

NAGRADNI RAZPIS

× × ×

Olje, voda in led

ODGOVOR NALOGE

↓ ↓ ↓

MOJCA ČEPIČ IN ANA GOSTINČAR BLAGOTINŠEK

→ Poskus, ki smo vam ga predlagali v poizkuševalnici, naj bi bil izveden takole. V en kozarec nalijemo olje, v drugega vodo in vanju spustimo kocko ledu. Nato opazujemo, kaj se dogaja v obeh primerih.

V današnjem odgovoru se taljenju ledu v vodi niti ne bomo preveč posvečali, saj ga opazujemo večkrat. Led na vodi plava, iz vode ga gleda kar dobršen košček. Če bi delež ledu, ki ni v vodi, izračunali, bi ugotovili, da znaša ta približno desetino. Ker v led pri zamrzovanju ujamemo običajno še nekaj zraka, je lahko ta delež tudi večji.

Sedaj pa si oglejmo, kaj se dogaja, ko se led tali v olju. Najprej preverimo gostote teh snovi, saj vemo, da vplivajo na plavanje ali potopitev. Podatki iz Wikipedije, kamor se dandanes najprej obrnemo, pravijo naslednje:

Snov	Gostota [kg m^{-3}]
voda (pri 4°C)	1000
led (pri 0°C)	917
sončnično olje	856

Tako, na oko, so si te vrednosti precej podobne in fizik bi iz podatkov sklepal, da bo led v olju potonil. Pa je res tako?

Ko spustimo kocko ledu v olje, ta proti pričakovanju plava. Ker najina fizikalna duša tega ni razumela, sva led pripravili še iz prekuhane vode, v obliki kock in kroglic, odlomili sva ledeno svečo, pa so vsi ti kosi ledu v olju vseeno plavali. Na sliki 1 sta modro obarvana ledena kroglica in kos ledene sveče z bližnje strehe (fotografija je nastala januarja).

Razlogov za to je lahko več; lahko, da je kriv v ledu ujet zrak, pomembno vlogo pa bi lahko igrale



SLIKA 1.

Kroglica ledu in ledena sveča v olju.

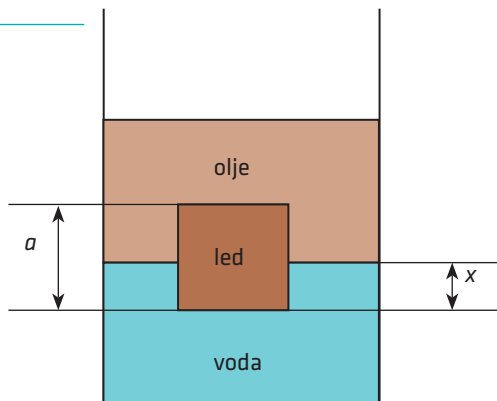
tudi površine. Ker se led kmalu obda z vodo, se med oljem in vodo pojavijo odbojne sile. Voda in olje se namreč ne marata in v mešanicah se ločita tako, da čimbolj zmanjšata stične površine. Morda je za led energijsko ugodneje, da del površine izpostavi zraku? Če bi to veljalo, bi led, ki bi ga potunkali v olje, moral v njem potoniti. A ni tako, kocka ledu iz zamrzovalnika plava. Preverimo torej še, ali so podatki za sončnično olje, ki jih najdemo na spletu, pravilni. Stehtali sva 100 ml olja, ki je tehtal 93 g, gostota je torej 930 kg/m^3 . Sedaj lahko razumemo, zakaj na začetku led na olju plava, ko pa iz njega nastane voda, ki ima večjo gostoto, ta potone na dno, pod olje. Lažje pa bomo razumeli tudi, zakaj v nadaljevanju opazimo posledice še drugih vplivov, ki jih lahko opazimo šele, ko se gostoti dveh snovi le malo razlikujeta. Kaj pa, če ledeno kocko spustimo v kozarec z vodo in oljem? Pričakujemo, da bo led lebdel med oljem in vodo. Delež ledu, potopljenega v vodo, bo manjši kot v olju. Izračunajmo ta delež za kocko ledu z robom a in deležem ledu, potopljenem v vodi x , kot je videti na sliki 2.

■ vzgon vode + vzgon olja = teža ledu

$$\rho_{\text{voda}} g x a^2 + \rho_{\text{olja}} g (a - x) a^2 = \rho_{\text{led}} g a^3$$

SLIKA 2.

Led naj bi plaval med vodo in oljem.



$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \frac{\rho_{\text{led}} - \rho_{\text{olje}}}{\rho_{\text{voda}} - \rho_{\text{olje}}} = \\ &= \frac{917 \text{ kg m}^{-3} - 856 \text{ kg m}^{-3}}{1000 \text{ kg m}^{-3} - 856 \text{ kg m}^{-3}} = 0,42 \end{aligned}$$

Pa pogledjmo, ali je res tako. V kozarec nalijmo najprej nekoliko vode (npr. dva prsta), nato pa še olje. V vašem poskusu je bilo v kozarcu samo olje, a ker se led tali, je bila kmalu v kozarcu tudi voda. V našem poskusu smo vodo z jedilnim barvilom obarvali modro, led pa rdeče. Kaj se zgodi, vidimo na sliki 3. Rdeča voda, ki je počasi kapljala od ledu, je počasi spremenila tudi barvo vode na dnu.

Nadaljnje opazovanje postaja še bolj zanimivo, čeprav je nekoliko dolgotrajnejše. Od ledu se počasi odcepljajo kaplje vode, potonejo do vodne gladine, na njej nekaj časa obstanejo in se nato zlijejo z vodo pod oljem (slika 3 desno).

Ko se košček ledu zmanjšuje, ga kaplja vode, preden se odtrga, počasi potegne navzdol in od tedaj naprej led lebdi med oljem in vodo s precej večjim deležem v olju kot v vodi. Edina razlaga se zdi, da je plast vode ob kocki toliko povečala povprečno gostoto delno staljene kocke z vodo vred, da je le-ta potonila.

A zgodbe še ni konec. Ko je košček ledu že zelo majhen, potone skoraj v celoti v vodo in le majhen delež ga še sili v olje (slika 4 desno). Samo z vzgonom tega ne moremo več razložiti. Zdi se, da odbojne sile med vodo in oljem potisnejo led v vodo. Skupna energija ledene kocke in tekočine v kozarcu, v kateri upoštevamo tako potencialno energijo po-

**SLIKA 3.**

Kocka ledu v olju plava (levo). Led se tali in voda, ki ima večjo gostoto, se pod ledom oblikuje v kapljo (desno).

**SLIKA 4.**

Led, obremenjen z vodo, potone (levo). Ko se led že zelo zmanjša, se skoraj v celoti potopi v vodo. Na sliki je videti kot manjša lisa na meji med oljem in vodo (desno).

sameznih sestavin kot tudi energijo površin med oljem in vodo, je manjša, če je led bolj potopljen v vodo in v manjšem stiku z oljem, kot bi to zahteval le vzgon. Tako kombinacijo energij makroskopskih teles imenujemo tudi prosta energija; telesa vedno zavzamejo položaj, pri katerem je prosta energija najmanjša.

Preprost poskus, ki smo ga opazovali, pokaže, kar smo se naučili že pri poskusu s taljenjem sira. Ko se dimenzije telesa zmanjšujejo, moramo pogosto upoštevati še pojave, ki jih pri večjih telesih ni potrebno. Le tako lahko dogajanja razumemo.

× × ×

Razmisli in poskusi

↓ ↓ ↓

MITJA ROSINA

→

35. Hoja po hlodu. Ko gremo na izlet, pogosto vidimo ob poti ležati hlode. Zamika nas, da bi šli po hlodu. Če je hlod debel, je hoja lahka, če je pa tanek, komaj lovimo ravnotežje. Dosežek je, da pridemo po vodoravni veji ali tankem deblu čez potok, ne da bi stopili vanj.

Oceni, kako debel mora bito hlod, da je enostavno loviti ravnotežje, in na izletu preveri svojo teorijo!

NAMIG. Pri hoji po hlodu se trudiš stopati na sredino hloda, tako da je tvoje težišče stalno nad levim ali desnim stopalom. Če nisi izurjen, pri vsakem koraku zgrešiš vsaj za polovico širine stopala (recimo za $a/2 = 5$ cm). Tvoje težišče začne pospešeno krožiti okrog stopala. Da se ne prekucneš, stopiš naslednjič malo bolj desno ali levo, vendar ne preko roba hloda. Na voljo imaš toliko časa, kolikršen je tipičen čas med koraki pri hitri hoji (recimo $t = 0,5$ s). Predpostavi, da je težišče premaknjeno za $a/2$ od vrtišča (stopala). Kolikšen sme biti radij hloda r , da se težišče v času t ne premakne več kot za $r - a/2$?

OPOMBA. Ravnotežje se lovi na razne načine, tudi s kriljenjem rok in zvijanjem telesa. Maček gre po nekaj centimetrov debeli veji kot ti po promenadi. Vrvohodci imajo radi ukrivljeno palico z utežmi na koncih, tako da je skupno težišče pod vrvjo. Pri našem razmisleku o neizurjenem „hlodohodcu“ pa upoštevaj le pravilno stopicanje.

× × ×

www.presek.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

× × ×

47. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije

↓ ↓ ↓

CIRIL DOMINKO

→ **Regijsko tekmovanje** je bilo izvedeno 13. marca 2009 na osmih srednjih šolah v posameznih regijah: Gimnaziji Bežigrad, Ljubljana, ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnaziji, ŠC Ravne na Koroškem – Gimnaziji, ŠC Krško-Sevnica – Tehniški gimnaziji Krško, Gimnaziji Škofja Loka, Škofijski gimnaziji Antona Martina Slomška, Maribor, Škofijski gimnaziji Vipava in Srednji tehniški šoli Koper. Tako kot že nekaj let dosedaj je bilo izvedeno v treh tekmovalnih skupinah. Na tekmovanju je sodelovalo 866 dijakov (od 1029 prijavljenih) iz 56 srednjih šol. Izdelke je ocenjevalo osem regijskih komisij, v katerih je sodelovalo 96 učiteljev fizike iz sodelujočih šol. Komisije iz posamezne regije so tudi predložile tekmovalce za državno tekmovanje. Skupno je bilo predlaganih 126 tekmovalcev. Na tekmovanju je bilo podeljenih 305 bronastih priznanj.

Državno tekmovanje je bilo 28. marca 2009 na Gimnaziji Franca Miklošiča, Ljutomer. Tekmovanja se je udeležilo 116 tekmovalcev iz 36 srednjih šol. Tekmovanje je tako kot vsako leto doslej izvedla tekmovalna komisija DMFA Slovenije, stroške tekmovanja pa so krili *Društvo, Ministrstvo za šolstvo in šport* ter soorganizator državnega tekmovanja, *Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer*. Pri izvedbi tekmovanja in ocenitvi izdelkov so sodelovali študentje in sodelavci FMF, Oddelek za fiziko. Na tekmovanju je komisija razglasila sedem prvih nagrad, pet drugih in 12 tretjih. Od letos naprej več ne podeljujemo pohval. Zlato priznanje je prejelo 23 tekmovalcev. Svečana podelitev nagrad je bila 21. maja 2009 na prireditvi v Koloseju v Ljubljani.

Podeljene nagrade in zlata priznanja:

SKUPINA I

I. nagrada in zlato priznanje

- PRIMOŽ KOVAČIČ, II. gimnazija Maribor
- ŽIGA PERKO, II. gimnazija Maribor

II. nagrada in zlato priznanje

- DOMEN IPAVEC, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- PAVEL KOS, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

III. nagrada in zlato priznanje

- MATJAŽ DROLČ, Gimnazija Litija
- NEJC VODOPIVEC, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- LENART GREGORIČ, SŠ Slovenska Bistrica
- GREGOR VERČEK, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

SKUPINA II

I. nagrada in zlato priznanje

- PETER KOŽELJ, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- LUKA KRMPOTIČ, ŠC Rogaška Slatina
- MITJA ZIDAR, SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica

II. nagrada in zlato priznanje

- MARIN FERARA, ŠC Celje – Gimnazija Lava
- KATJA KLOBAS, Gimnazija Koper

III. nagrada in zlato priznanje

- JAN RAVNIK, Gimnazija Vič, Ljubljana
- UROŠ MARKOJA, Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer
- MARKO MIHALEC, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana



SKUPINA III

I. nagrada in zlato priznanje

- MATEJ ALEKSANDROV, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- MATJAŽ PAYRITS, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

II. nagrada in zlato priznanje

- PRIMOŽ PUŠNIK, ŠC Celje – Gimnazija Lava

III. nagrada in zlato priznanje

- IVAN KUKULJAN, Gimnazija Vič, Ljubljana
- PETER FERJANČIČ, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- FILIP KOZARSKI, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- TOMAŽ ČEGOVIK, ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija

III. nagrada

- TOMO MARKOČIČ, Srednja tehniška šola Koper

Izbirno tekmovanje za olimpijsko ekipo je bilo 17. aprila 2009 na Fakulteti za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Povabljenih je bilo devet najboljših tekmovalcev iz III. tekmovalne skupine in trije tekmovalci iz II. skupine. Na 40. mednarodno fizikalno olimpijado, ki je bila od 11. do 19. julija v Méridi, Mehika, so se uvrstili: Filip Kozarski in Matjaž Payrits, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana, Peter Ferjančič, Gimnazija Jurija Vege, Idrija, Ivan Kukuljan, Gimnazija Vič, Ljubljana in Tomo Markočič, Srednja tehniška šola Koper.

XXX

40. mednarodna fizikalna olimpijada v Méridi, Mehika



CIRIL DOMINKO

→ Letošnje mednarodne fizikalne olimpijade so se iz Slovenije udeležili: Filip Kozarski in Matjaž Payrits z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana, Peter Ferjančič z Gimnazije Jurija Vege, Idrija, Ivan Kukuljan z Gimnazije Vič, Ljubljana in Tomo Markočič s Srednje tehniške šole Koper. Izbrani so bili na izbirnem tekmovanju za olimpijsko ekipo, na katerega so se uvrstili po regijskem in državnem tekmovanju srednješolcev iz fizike. Tako kot v prejšnjih letih je vse stopnje tekmovanja tudi v šolskem letu 2008/09 organiziralo *Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (DMFA Slovenije)*.

Olimpijada je potekala od 11. do 19. julija 2009 v Méridi, Mehika. Naši tekmovalci so osvojili **eno srebrno in dve bronasti medalji**. Na olimpijadi je sodelovalo 317 tekmovalcev iz 72 držav (prijavljenih je bilo 85 držav, vendar nekaj držav zaradi nove gripe ni prišlo). Od naših tekmovalcev je srebrno medaljo osvojil MATJAŽ PAYRITS, bronasti pa IVAN KUKULJAN in FILIP KOZARSKI. Neuradna primerjava doseženega števila in vrste medalj ter pohval po sodelujočih državah (države ne tekmujejo ekipno) nas uvršča na sredino lestvice.

Strokovni vodji ekipe in člana mednarodne komisije sva bila dr. Jure Bajc s *Pedagoške fakultete Univerze v Ljubljani* in mag. Ciril Dominko, *DMFA Slovenije*. Udeležbo na olimpijadi je v pretežni meri finančno omogočilo *DMFA Slovenije*, pomagala pa sta tudi *Javni sklad Republike Slovenije za razvoj kadrov in stipendije* ter *Ministrstvo za šolstvo in šport*.

Naslednja, 41. mednarodna fizikalna olimpijada bo od 17. do 25. julija 2010 v Zagrebu na Hrvaškem.



SLIKA.

Slovenska olimpijska ekipa po podelitvi priznanj. Z leve proti desni: Ciril Dominko (vodja), Peter Ferjančič, Filip Kozarski (bronasta medalja), Matjaž Payrits (srebrna medalja), Ivan Kukuljan (bronasta medalja), Tomo Markočič in Jure Bajc (vodja).

× × ×

Sudoku

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A					2	1	4		
B	8	2							
C		7			6		8		
D			4	5				6	
E	9								1
F		3				9	5		
G			3		4			2	
H								5	4
I			2	6	3				

REŠITEV SUDOKU



8	6	1	5	3	9	2	7	7	1
7	5	3	7	6	2	8	1	9	H
9	2	7	8	4	1	3	6	5	C
7	8	5	6	1	7	9	3	2	F
1	7	2	9	8	3	7	5	6	E
3	9	6	2	7	5	4	8	1	D
2	1	8	3	9	6	5	7	4	C
6	3	9	4	5	7	1	2	8	B
5	7	4	1	2	8	6	9	3	A
1	4	5	f	e	d	c	b	a	

Stare številke revije Presek

Če želite dopolniti svojo zbirko revij Presek, so nekatere stare številke še vedno na voljo. Na spodnjem naslovu najdete seznam razpoložljivih števil in naročilnico:

<http://www.presek.si/staro.htm>

Za individualne naročnike revije Presek, člane DMFA, dijake in študente je cena stare številke 2,17 EUR, za vse ostale pa 2,71 EUR.

Izkoristite možnost dodatnih popustov pri večjem naročilu!

Vse informacije lahko dobite tudi v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.



Prvo državno tekmovanje v znanju astronomije za osnovne in srednje šole



ANDREJ GUŠTIN, MIRJANA JESENEK MORI IN RASTO SNOJ

→ V mednarodnem letu astronomije so številni učitelji in srednješolski profesorji izrazili željo, da bi bilo smiselno uvesti tekmovanje iz znanja astronomije za višje razrede osnovnih šol in srednje šole oziroma gimnazije. Tako tekmovanje lahko bistveno prispeva k popularizaciji pouka astronomije, ki sedaj poteka le na manjšem številu osnovnih šol (kot obvezni izbirni predmet astronomija in v okviru intersnih dejavnosti).

Prav tako tekmovanje v znanju astronomije lahko bistveno prispeva k dvigu nivoja znanja učencev in dijakov, učiteljem in mentorjem postane vodilo za pedagoško delo na tem področju. Pripomore pa tudi, da večje število osnovnih šol organizira izbirni predmet astronomija, da se na srednješolskem nivoju dijakom pogosteje ponudi astronomijo kot izbirno vsebino in nenazadnje pripomore pri odločitvi za univerzitetni študij astronomije.

Tekmovanje bo dvostopenjsko, šolsko in državno. Prvo leto bo tekmovanje poskusno razdeljeno na osnovnošolsko in srednješolsko skupino. Predvide-



na termina tekmovanja sta 2. december 2009 za šolsko tekmovanje in 19. december 2009 za državno tekmovanje.

Da se bodo učitelji in mentorji lahko bolje orientirali, kakšno znanje pričakujemo na tekmovanju, predstavljamo nekaj vzorčnih nalog in literaturo. Več nalog, njihove rešitve in druge podrobnosti so objavljene na spletnem naslovu

www.dmfa.si/Tekmovanja.html

PRIMERI NALOG ZA TEKMOVANJA IZ ZNANJA ASTRONOMIJE ZA OSNOVNO ŠOLO

Naloge iz splošnega znanja

Kateri planet nima lun?

- A Mars
- B Venera
- C Jupiter
- D Saturn

Galaksija je:

- A našemu Soncu najbližja zvezda;
- B ime ozvezdja na severnem nebu;
- C velika združba zvezd in medzvezdnih oblakov;
- D drugo ime za naše Osončje.

Katera svetla zvezda se nahaja v bližini severnega nebesnega pola?

Računske in praktične naloge

Z vrtljivo zvezdno karto z 10-minutno natančnostjo določi čas vzhoda zvezde Spika na dan 19. decembra.

Kdaj je 12. avgusta zvezda Betelgeza najvišje na nebu? Uporabi vrtljivo zvezdno karto.

Za kolikokrat je prostornina Sonca večja od prostornine Zemlje, če je polmer Sonca 109-krat večji od polmera Zemlje?

Kaj bi videl astronom na Luni, ko bi bil na Zemlji viden popolni Lunin mrk?

Osončje se okoli središča Galaksije giblje s hitrostjo 220 km/s. Kolikšno pot prepotuje Osončje v enem letu (365 dni)?

Sonce in Luna sta na nebu navidezno enako veliki ploskvici. Kolikokrat je premer Sonca večji od Luni-nega, če vemo, da je Sonce 390-krat dlje od Zemlje kot Luna?

PRIMERI NALOG ZA TEKMOVANJA IZ ZNANJA ASTRONOMIJE ZA SREDNJO ŠOLO



Kaj je na sliki?

- A eliptična galaksija
- B emisijska meglica
- C spiralna galaksija

SLIKA.

Foto: NOAO/AURA/NSF

Če neka zvezda na današnji dan v Mariboru zaide ob 22. uri, kdaj v istem kraju zaide čez 10 dni? Predpostavi, da je obzorje ravno.

Zemljepisna širina nekega kraja v Sloveniji je 46 stopinj. Koliko stopinj nad obzorjem tam vidimo Severnico?

Ali je mogoče popolni Lunin mrk opazovati v kraju, kjer je tedaj poldan? Skiciraj in pojasni.

Kolikšna je največja kotna oddaljenost med Zemljo in Soncem, če bi ju opazovali s površja Marsa? Mars je 1,5-krat dlje od Sonca kot Zemlja.



Paralaksa zvezde Sirij je $0,37''$. Izračunaj njeno oddaljenost v astronomskih enotah in kilometrih. Ena astronomska enota je oddaljenost Zemlje od Sonca oziroma 150 milijonov kilometrov.

Izračunaj razmerje mas Marsa in Zemlje iz podatkov za njuni luni. Marsova luna Deimos je od planeta povprečno oddaljena $23,5 \cdot 10^3$ km in ima obhodno dobo 1,26 dneva. Luna je od Zemlje povprečno oddaljena $3,844 \cdot 10^5$ km, njena obhodna doba pa je 27,32 dneva.

Jupitrova ledena luna Evropa potrebuje 3,55 dneva za obhod planeta, 671 000 km pa je oddaljena od planeta. Izračunaj maso in povprečno gostoto Jupitera. Gravitacijska konstanta je $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, privzemi, da je Jupiter okrogel (seveda ni) s polmerom 70 000 km.

Paralaksa zvezde Sirij je 0,38 ločne sekunde. Največ svetlobnega toka oddaja pri valovni dolžini 116 nm, njena navidezna magnituda pa je $-1,46$. Izračunaj premer te zvezde, če seva kot črno telo po Stefanovem zakonu. Kolikokrat je njen izsev večji od izseva Sonca, če z razdalje ene astronomske enote vidimo Sonce svetiti z navidezno magnitudo $-26,7?$ (Opomba. Paralaksa je kot, pod katerim bi z zvezde videli zveznico ($1,5 \cdot 10^8 \text{ km} = 1$ astronomska enota) Sonce-Zemlja. Upoštevaj tudi Wienov zakon. Stefanova konstanta je $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, Wienova pa $2,9010^{-3} \text{ Km}$.)

Navidezna magnituda kroglaste zvezdne kopice M13 v Herkulu je $+5,8$. Posamezna zvezda v njej ima navidezno magnitudo $+12$. Oцени število vseh zvezd v kopici, če privzameš, da so v njej vse zvezde približno enake. Kolikšen je absolutni sij posamezne zvezde v kopici, če je razdalja do nje 25 000 svetlobnih let? Ali je to več ali manj od Sonca? (Opomba. Absolutni sij je tisti sij, izražen v magnitudah, ki bi ga zvezda imela na razdalji 10 parsekov. Za primerjavo izračunaj še absolutni sij Sonca, ki v razdalji ene astronomske enote sveti z magnitudo $-26,7$. Parsek je razdalja, s katere bi videli zveznico Zemlja-Sonca (to je 1 astronomska enota; zaokroženo $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$)

pod kotom ene ločne sekunde.)

Izračunaj premer slike Sonca, ki nastane v gorišču teleskopa z goriščno razdaljo 1,5 metra. Navidezni premer Sončeve ploskvice na nebu je 0,5 kotne stopinje.

Če je povečava teleskopa z goriščno razdaljo 1,6 metra in izbranim okularjem 200-kratna, kolikšno povečavo bi z istim okularjem dobili v teleskopu z goriščno razdaljo objektiva 3,6 metra?

Literatura

- F. Avsec, M. Prosen, *Astronomija*, DMFA - založništvo, Ljubljana 2006.
- B. Kambič, *Zvezdni atlas (I in II del)*, Cambio d.o.o, Ljubljana 2007.
- B. Kambič, *Ozvezdja*, Cambio d.o.o, Ljubljana 2007.
- *Vesolje - velika ilustrirana enciklopedija*, Mladinska knjiga, Ljubljana 2008.
- *Leksikon fizika*, Cankarjeva založba, Ljubljana 2008.
- Reviji *Spika* in *Presek*.
- *Vrtljiva zvezdna karta*, Spika, Ljubljana 2000.

xxx

Anagram v stavku

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Poslušal sem pogovor dveh učenjakov. Govorila sta o asteroidih, torej o tistih nešteti, malih nebesnih telesih, ki krožijo okoli Sonca med Marsovo in Jupitrovo orbito. Eden od asteroidnih pasov ima ime Dana, ki se po njenem mnenju obnaša nekam čudno. Njun sklep je bil:

TOREJ ONÈ, MARS, DELNO MOTI DANO.

Tudi v letu 2009 je tako. Kaj je letos (tri besede)?

xxx

Kako najti izhod iz blodnjaka

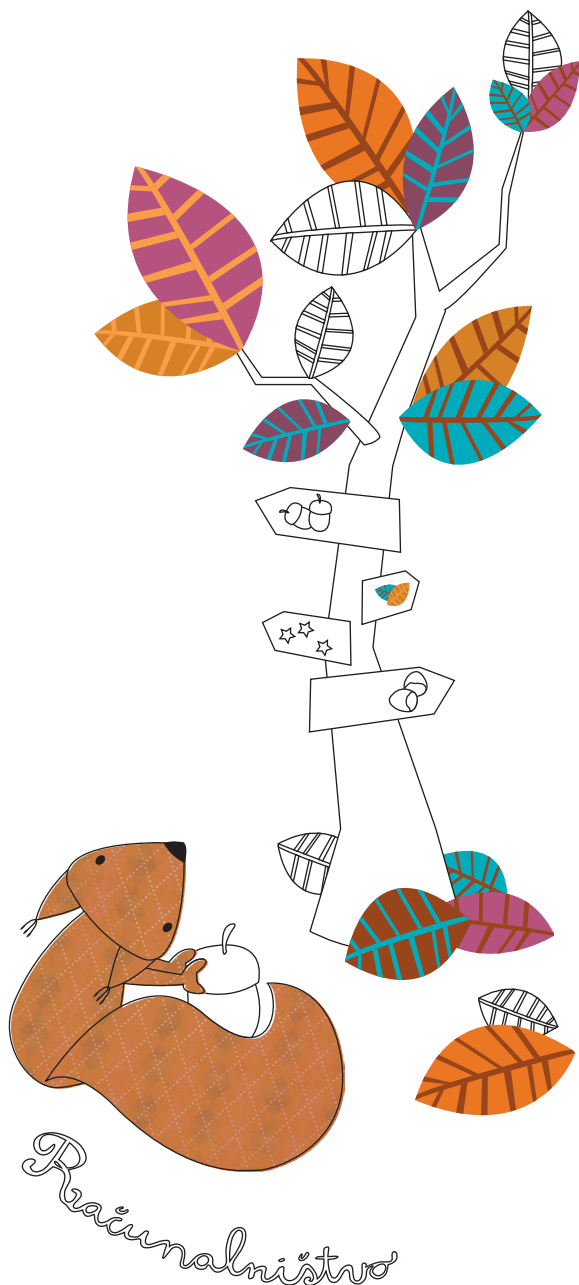


IGOR PESEK

→ Kako izdelati labirint ali blodnjak, smo opisali v prejšnji številki Preseka. Ponovimo osnovne pojme: labirint smo opisali kot vijugasto pot, ki se vije od začetka do konca, brez odcepov ali slepih koncev, medtem ko blodnjaki vsebujejo tudi odcepe, slepe konce in krožne poti, vse z namenom, da zavedejo iskalca pri iskanju pravilne poti. Nadalje blodnjake delimo na enostavne blodnjake, ki ne vsebujejo krožnih poti, in večkratno povezane blodnjake, ki vsebujejo tudi krožne poti.

Pri reševanju blodnjakov je pomemben položaj reševalca. Če rešujemo blodnjak v reviji ali časopisu, imamo pogled na celoten blodnjak. Pravimo, da gledamo na blodnjak z vrha oziroma da imamo globalni pogled. Druga možnost je, da smo v samem blodnjaku in vidimo samo nekaj zidov ter pot, po kateri hodimo. Posledično ne poznamo celotnega blodnjaka in zato pravimo, da imamo lokalni pogled. Seveda je reševanje blodnjaka v drugem primeru neprimeren težje. V nadaljevanju bomo videli, da nekateri algoritmi za svoje delovanje nujno potrebujejo globalni pogled, kar pomeni, da je njihova uporabnost omejena.

Še ena zanimava uporaba teh algoritmov je v robotiki. Roboti namreč potrebujejo za svoje iskanje izhoda iz blodnjaka algoritme, na podlagi katerih nato izbirajo prehode v blodnjaku. Vendar ni vsak algoritem primeren za uporabo, saj smo pri robotih omejeni z velikostjo pomnilnika in še z drugimi strojni-



→ mi omejitvami. Kot zanimivost omenimo, da obstajajo tekmovanja, kjer roboti poskušajo v najkrajšem možnem času najti izhod iz blodnjaka.

Algoritmi za reševanje labirintov

V nadaljevanju bomo predstavili najpogostejše uporabljene algoritme za iskanje izhoda iz blodnjaka. Delovanje nekaterih algoritmov je predstavljeno na primeru blodnjaka, ki smo ga izdelali v prej omenjenem prispevku.

Algoritem Verjetnostna miš

Algoritem simulira miš pri iskanju izhoda iz blodnjaka. Sam algoritem je izjemno neučinkovit, vendar ga v nuji (oziroma paniki) večkrat uporabimo tudi ljudje. V tem algoritmu izbiramo prehode naključno, npr. naključno izberemo nek prehod, mu sledimo, v naslednjem križišču pa spet naključno izberemo nov prehod. Za ta algoritem je značilno, da v križiščih naključno izbiramo smer, da se ne obračamo za 180°, razen če to ni nujno potrebno, in da nimamo zagotovila, da bomo sploh našli izhod iz blodnjaka.

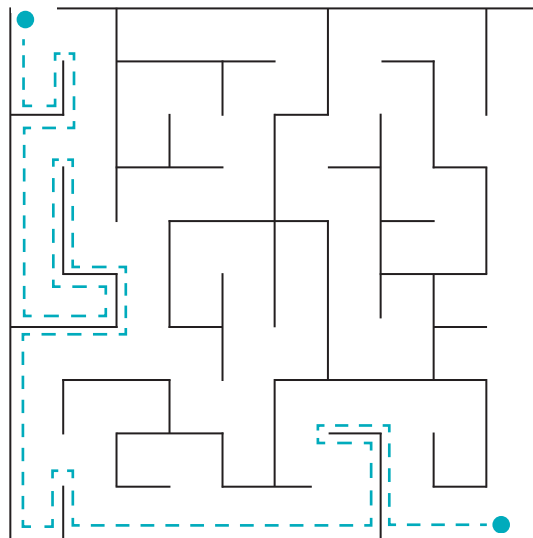
Algoritem Sledenje zidu

To je eden najosnovnejših algoritmov, ki v enostavnem blodnjaku vedno najde rešitev. Preden začnemo z iskanjem, si izberemo smer (levo ali desno), ki je med samim iskanjem ne smemo spremeniti. Iskanje rešitve začnemo v izhodišču in sledimo poti oziroma zidu ob tej poti. Na vsakem križišču izberemo skrajno desni (oziroma levi) prehod in mu sledimo, dokler ne najdemo izhoda. Ta metoda je ekvivalentna metodi „desne roke“, kjer na izhodišču položimo desno (ali levo) roko na zid in je ne odmaknemo, dokler ne najdemo izhoda. Metoda vedno najde rešitev, ki pa ni nujno najkrajša. Razmislite, zakaj metoda ne najde vedno najkrajše poti v enostavnem blodnjaku.

Primer reševanja blodnjaka z algoritmom sledenja zidu je na sliki 1.

Algoritem Polnjenje slepih koncev

Algoritem za delovanje nujno potrebuje pogled z vrha, kar pomeni, da tega algoritma ni mogoče uporabiti, ko je oseba v blodnjaku. Osnovna ideja algoritma je, da poiščemo v blodnjaku slepi konec in ga



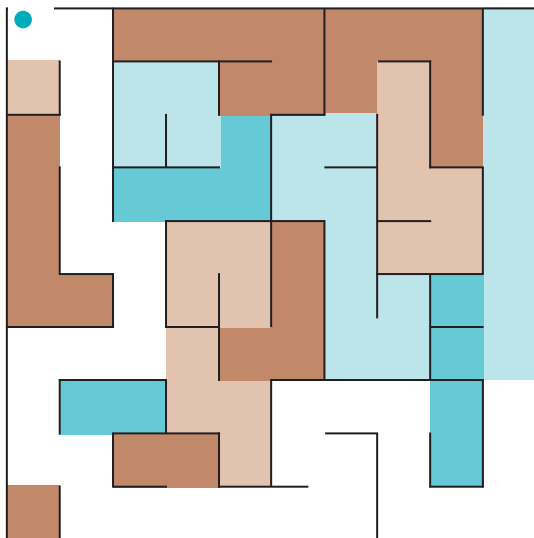
SLIKA 1.

Primer reševanja blodnjaka z algoritmom sledenja zidu

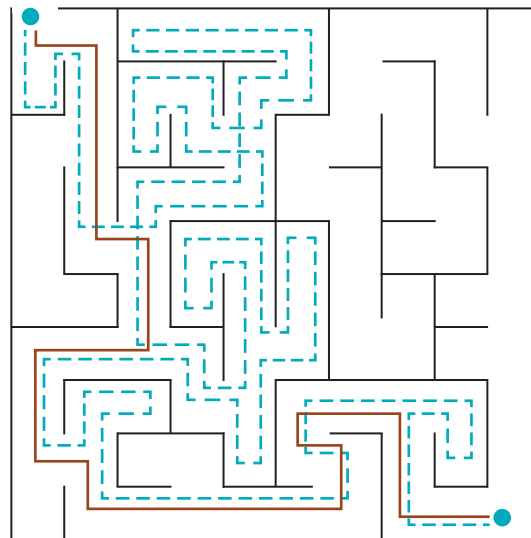
napolnimo (obarvamo) do prvega odcepa. Ta postopek ponavljamo, dokler ne napolnimo vseh slepih koncev. Na koncu postopka nam neobarvana ostane samo rešitev oziroma rešitve, če jih je več. Primer, kjer smo slepe konce napolnili z različnimi barvami in je lepo vidna končna rešitev, je na sliki 2.

Algoritem Pledge

Algoritem je izpopolnjena različica algoritma Sledenje zidu, ki uspe rešiti tudi večkratno povezane blodnjake. Zelo uporaben je kot algoritem v robotih, saj si ni potrebno zapomniti ali označiti prehojene poti, pa vseeno najdemo izhod iz blodnjaka. Začnemo tako, da si izberemo poljubno smer in se potem vedno premikamo v tisti smeri, ko je to mogoče. Ko na naši poti naletimo na zid, mu sledimo tako dolgo, dokler ni spet mogoč premik v izbrano smer. Med sledenjem zidu pa štejemo, koliko zasukov za 90° smo naredili, pri čemer je levi zasuk -1 in desni zasuk 1. Zid zapustimo v izbrani smeri samo takrat, ko je vsota levih in desnih zasukov enaka 0, kar pomeni, da gledamo v enako smer, kot smo gledali v začetku sledenja zidu. Če vsota ni enaka 0, potem sledimo zidu tako dolgo, dokler se ne „odvijemo“ nazaj. Štetje zasukov nam zagotavlja, da bomo med iskanjem enkrat naleteli na zid, ki omejuje celoten blodnjak, in bomo z njegovo pomočjo našli tudi izhod iz blod-



SLIKA 2.
Primer reševanja blodnjaka
s polnjenjem slepih ulic



SLIKA 3.
Primer reševanja blodnjaka
z algoritmom Tremaux

njaka. Omenimo še, da se lahko zgodi, da neko pot v blodnjaku prehodimo več kot enkrat, kar je pogost pojav v spiralnih blodnjakih.

Algoritem Tremaux

Algoritem je eden najbolj znanih in uporabnih metod reševanja blodnjakov, saj vedno najde izhod iz blodnjaka, tudi večkrat povezanega. Uporaben je v obeh primerih pogleda na blodnjak, lokalnega in globalnega. Za pravilno delovanje algoritma potrebujemo pisalo, s katerim označujemo pot, po kateri hodimo. Držati se moramo naslednjih pravil:

- Če naletimo na slepi konec, se obrnemo in vrnemo po isti poti nazaj.
- Ko naletimo na razcep, ki ga še nismo obiskali, naključno izberemo nov prehod.
- Če hodimo po prehodu, ki ga še nismo obiskali, in naletimo na razcep, ki smo ga že obiskali, se obnašamo tako, kot da smo prišli v slepi konec, se zato obrnemo in vrnemo po isti poti. To pravilo je ključno, saj preprečuje, da bi se v blodnjaku vrteli v krogu.
- Če hodimo po poti, ki smo jo že enkrat obiskali, in naletimo na razcep, izberemo prehod, ki ga še nismo obiskali. Če takšne poti ni, izberemo pot, po kateri smo šli samo enkrat.

Ko najdemo izhod iz blodnjaka, so v njem prehodi, ki so prazni (sploh jih nismo obiskali), prehodi, ki so označeni enkrat (obiskali smo jih enkrat), in prehodi, ki so označeni dvakrat, kar pomeni, da smo naleteli na slepi konec in smo se morali zato vračati. Enkrat označene poti nam sedaj pokažejo direktno pot od izhodišča do izhoda iz blodnjaka. Razmislite, zakaj nas v primeru, da blodnjak nima izhoda, algoritem pripelje nazaj v izhodišče.

Na sliki 3 je predstavljeno iskanje rešitve blodnjaka z algoritmom Tremaux. Prekinjena črta prikazuje osnovno iskanje algoritma, medtem ko rjava črta prikazuje direktno pot do izhoda iz blodnjaka.

Literatura

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Maze_solving_algorithm
- [2] D. Lošdorfer, *Algoritmi nad labirinti*, diplomsko delo, Maribor 2003.
- [3] J. Bohorč, *Nekaj uporabnih grafovskih algoritmov*, diplomsko delo, Maribor 2006.
- [4] M. Gardner, *Mathematical puzzles and diversions*, University of Chicago, Chicago 1987.
- [5] I. Pesek, *Labirinti in blodnjaki – kako jih izdelamo*, Presek, 37 (2009/2010), št. 1, str 27–29.

× × ×

Astronomska literatura

Ob mednarodnem letu astronomije 2009 smo na enem mestu zbrali vse publikacije s področja astronomije, ki so na voljo pri DMFA-založništvo.



Pavla Ranzinger:

PRESEKOVA ZVEZDNA KARTA 2000,0

format 54 × 58 cm
plastificirana, zložena
3,34 EUR



Janez Strnad:

MALA ZGODOVINA VESOLJA

270 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
20,99 EUR



Poleg omenjenih dveh ponujamo še veliko drugih astronomskih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/astro/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo **20 % popusta** na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 37/1

→ Za nagradno križanko iz prve številke 37. letnika Preseka smo prejeli 17 pravih rešitev. Nagradno geslo se je glasilo **Polni sončev mrk**. Izžrebani reševalci, JANI ČEDE iz Petrovč, ŽIGA GOSAR iz Ljubljane in ALJAŽ JEROMEL iz Maribora so razpisane nagrade prejeli po pošti.

XXX



ANDREJ GUŠTIN

Razstava o Pavlu Kunaverju

→ 16. septembra je bila v Tehniškem muzeju Slovenije v Bistri otvoritev razstave **Moje zvezdarne**, ki predstavlja življenje in delo Pavla Kunaverja (1889-1988) na področju ljubiteljske astronomije. Tako je znameniti pedagog, geograf, tabornik, naravoslovec, pionir alpinizma in krasoslovja, naravovarstvenik, publicist in popularizator znanosti v mednarodnem letu astronomije dobil zares lepo pregledno razstavo, ki pokriva predvsem njegove astronomske dejavnosti. Kunaver je s svojim delom in vzorom pomembno vplival na mnoge rodove Slovencev in je obuditev spomina nanj pomembno. Avtor razstave je Boris Kham; soavtorja razstave sta Aleksander Božič in dr. Jurij Kunaver; vodja projekta je dr. Orest Jarh. Nekaj materiala z razstave si lahko ogledate na spletni strani www.astronomija2009.si.



SLIKA.

Fotografija z otvoritve razstave **Moje zvezdarne**
(Fotografija: Andrej Guštin)

× × ×

1. državno tekmovanje iz znanja astronomije

→ V mednarodnem letu astronomije so številni učitelji in srednješolski profesorji izrazili željo, da bi bilo smiselno uvesti tekmovanje iz znanja astronomije za višje razrede osnovnih šol in srednje šole oz. gimnazije. Tako tekmovanje lahko bistveno prispeva k dvigu nivoja znanja astronomije, učiteljem in mentorjem postane vodilo za pedagoško delo na tem področju, pripomore, da večje število osnovnih šol organizira izbirni predmet astronomija, da se na srednješolskem nivoju dijakom pogosteje ponudi astronomijo kot izbirno vsebino in se jo vključi v pouk fizike, nenazadnje tudi pripomore pri odločitvi za univerzitetni študij astronomije. Zato smo se odločili za organizacijo **1. državnega tekmovanja iz znanja astronomije**, na katerem bo poudarek na splošnem in teoretičnem znanju astronomije.

Tekmovanje bo potekalo na dveh nivojih: šolskem in državnem. Za pomoč učiteljem in mentorjem smo pripravili tudi primere nalog, kakršne bodo na tekmovanju.

Profesorje, učitelje in mentorje vabimo, da se nam pridružijo in na svojih šolah poskrbijo za tekmovanje iz znanja astronomije, vodijo priprave učencev in organizirajo šolsko tekmovanje.

Tekmovanje bo razdeljeno na dve skupini: *osnovnošolsko* – enotna skupina za učence 7., 8. in 9. razredov OŠ, *srednješolsko* – enotna skupina za vse letnike srednjih šol oziroma gimnazij.

Termini tekmovanj:

Šolsko tekmovanje: **2. december 2009.**

Državno tekmovanje: **19. december 2009.**

Več informacij o tekmovanju in vzorčne naloge dobite na spletnem naslovu www.dmfa.si/Tekmovanja.html.

Kontakt s tajnico tekmovanja je na naslovu astronom.tek@gmail.com.

× × ×



50 let Knjižnice Sigma

Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.

Roberto Lucchetti:

STRAST DO TRILČKOV

Nekaj matematičnih zamisli

152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

18,69 EUR



Ciril Dominko in Bojan Golli:

REŠENE NALOGE IZ FIZIKE Z DRŽAVNIH TEKMOVANJ – 3. del

skupaj 424 strani
format 16,5 × 23,5 cm
mehka vezava

29,99 EUR



Matjaž Željko
REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE
S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ – 5. del
Izbirna in državna tekmovanja (1997–2006)



Matjaž Željko:

REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: Izbirna in
državna tekmovanja
1997–2006

172 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

14,99 EUR

Marcel Danesi
PARADOKS LAŽNIVCA IN HANOJSKI STOLPI
Deset največjih matematičnih ugank vseh časov



Marcel Danesi:

PARADOKS LAŽNIVCA IN HANOJSKI STOLPI

Deset največjih
matematičnih ugank
vseh časov

260 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

17,99 EUR

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 45 drugih del. Podrobnejše predstavitev so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjižnice tudi naročite s popustom:

<http://www.knjiznica-sigma.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo **20 % popusta** na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.