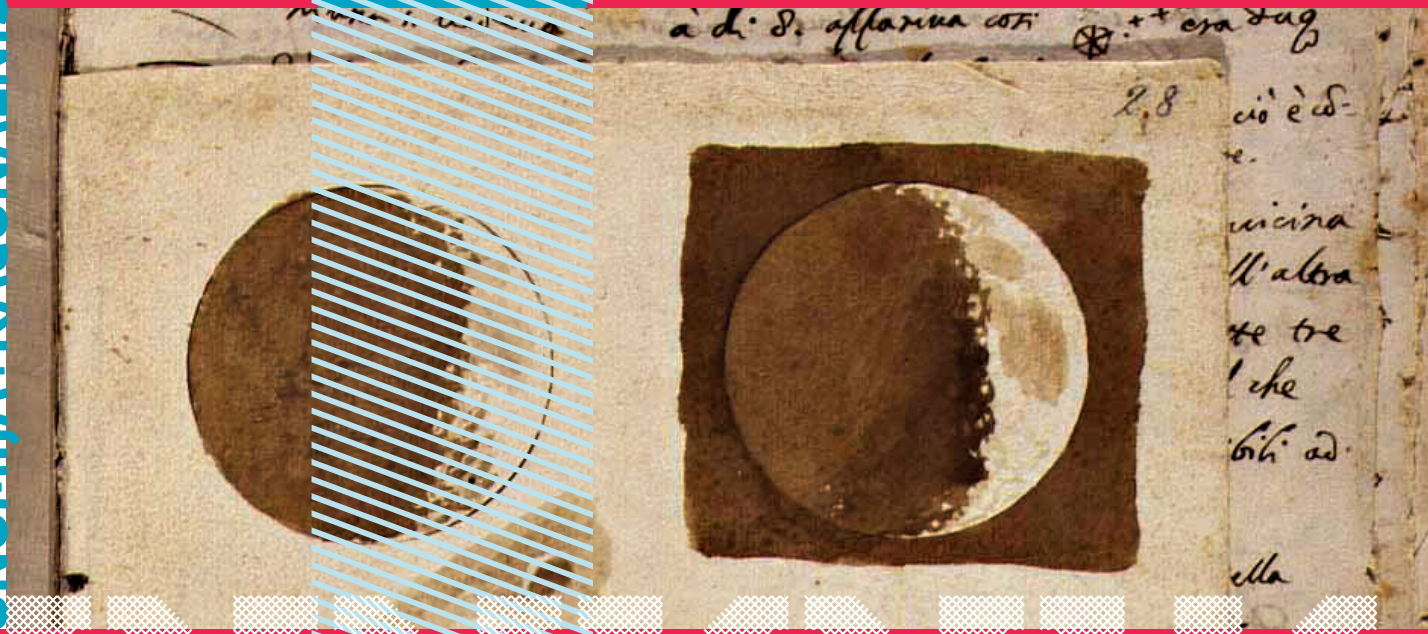
PRESEK LETNIK 36 (2008/2009) ŠTEVILKA 3

MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO#



PRESEK

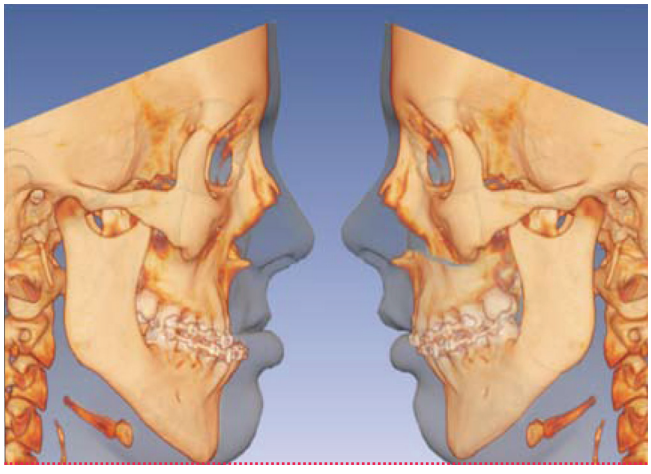
- GREMO NA MARS!
- PRESEKOVA MATURA
- POZABLJENA ENERGIJA?

ISSN 0351-6652

Rekonstruiranje obrazov

Matematika zdaj tudi kirurgom pomaga pri načrtovanju operacij obrazne rekonstrukcije z analiziranjem različnih operacijskih strategij, ki so implementirane na virtualnem, 3-dimenzionalnem modelu. Prej so uporabljali kopije konstruirane s pomočjo CT-skeniranja (CT je kratica za „Computed Tomography“, op. uredništva). Ta postopek je drag in omogoča samo eno operacijsko strategijo na eni kopiji. Novi virtualni modeli s pomočjo geometrije, parcialnih diferencialnih enačb in numerične analize predstavijo premikanje kosti in pripadajočih mehkih tkiv z različnimi izbirami. Na ta način lahko kirurgi in njihovi pacienti vidijo možne rezultate in med njimi izberejo najboljše.

3-dimenzinalne simulacije obrazne kirurgije za modeliranje premikov kosti in vpliva na povezovalna tkiva vključujejo mreže z nekaj stotisočimi tetraedri. Simulacije, ki so natančne na milimeter glede na dejanske rezultate, so uporabne tako kot poučevalno orodje, kot tudi platforma za testiranje novih tehnik. Matematično modeliranje torej izboljšuje videz sedanjih in bodočih pacientov, ki jim izgled lahko izboljša obrazna kirurgija.



Pojasnilo: *Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.*

KOLOFON

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 36, šolsko leto 2008/2009, številka 3

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2008/2009 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje in tehnično urejanje Polona Šterk

Ilustracija Polona Šterk

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 2000 izvodov

© 2008 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1720

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA–založništvo, Uredništvo revije **Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si.**

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

■ Matematični trenutki

Rekonstruiranje obrazov **2**

■ Matematika

Fermatova števila in sedmica *(Marko Razpet)* **4–6**
Odkritje dveh novih Marsennovih praštevil *(Ciril Petr)* **6**
Gremo na MARS! *(Urša Pertot)* **6–8**
Presekova matura *(Darka Hvastija)* **9**
Poenostavi števila – rešitev Bistrovidčeve naloge *(Marko Razpet)* **10**

■ Fizika

Pozabljena energija? *(Andrej Likar)* **13–14**
Poizkuševalnica v kuhinji – Kako brezskrbno segreti mleko? *(Mojca Čepič)* **14**
Poizkuševalnica v kuhinji – Kozarec z vodo II. – odgovor naloge *(Mojca Čepič in Nataša Vaupotič)* ... **15, 18–19**
Razmisli in poskusi – Kako se vesoljec tehta? *(Mitja Rosina)* **19–20**

■ Astronomija

Priprave na leto astronomije *(Zorko Vičar)* **24–26**
Dnevi odprtih vrat na AGO *(Uroš Kostić)* **31**

■ Računalništvo

Program za izdelavo urnika *(Nejc Širovnik)* **27–30**

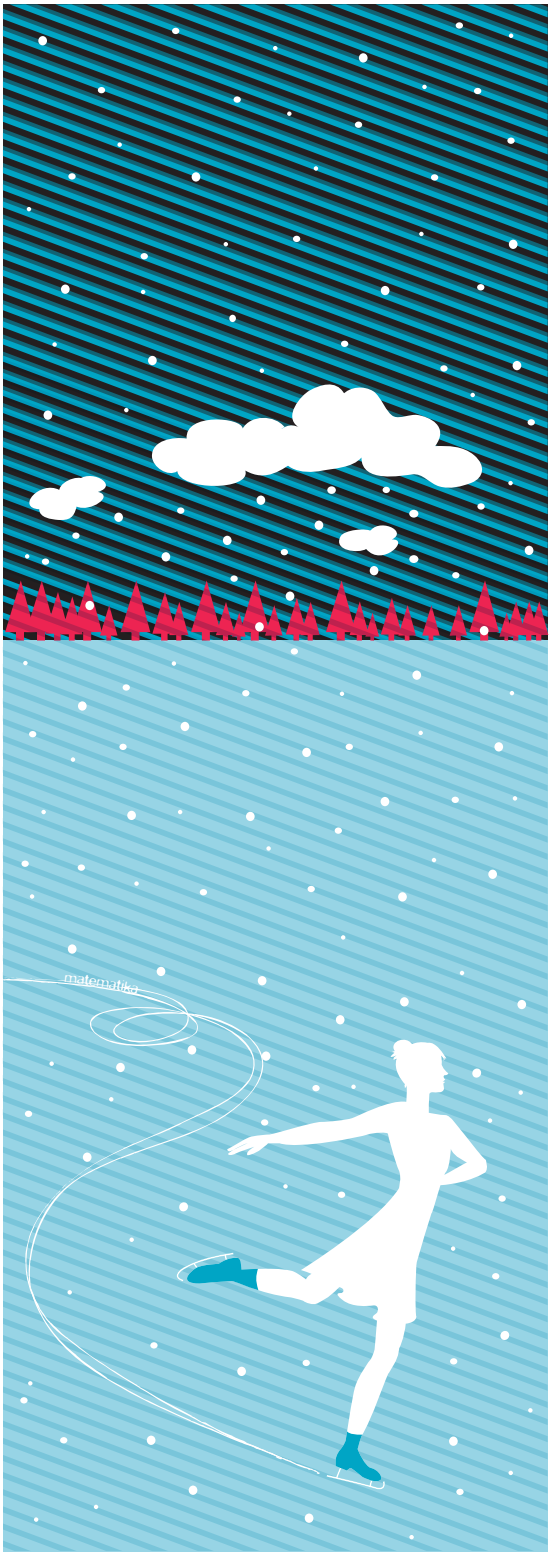
■ Razvedrilo

Nagradna križanka *(Marko Bokalič)* **16–17**
Rešitev nagradne križanke Presek 36/2 ..... **30**

■ Tekmovanja

52. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije *(Darjo Felda in Milan Jevnikar)* **11–12**
46. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije *(Ciril Dominko)* **20–22**
Urnik tekmovanj v letu 2009 *(Darjo Felda)* **22–23**
Naloge in rešitve z regijskega in državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2007/08 *(Ciril Dominko in Bojan Golli)* ..... **priloga**

Slika na naslovnici: Galileo je svoja teleskopska opazovanja Lune opisal takole:„ Večkrat ponovljena opazovanja madežev (na Luni) so nas pripeljala do prepričanja, da površje Lune ni gladko, enakomerno in popolnoma sferično, kot o tem in o drugih nebesnih telesih meni večina filozofov, temveč neenakomerno, nagrbančeno in ima številne vdolbine ter vzpetine. Nič drugačna ni od podobe Zemlje, prepredena z gorskimi verigami in globokimi dolinami.“ (Vir slike: Archivio Integrato Galileo)



Fermatova števila in sedmica

MARKO RAZPET

Francoz Pierre de Fermat (1601–1665) je po svoje kar dobro poskrbel, da so matematiki naslednjih stoletij imeli kaj početi. Znameniti veliki Fermatov izrek, ki trdi, da za vse naravne eksponente n, ki so večji od 2, enačba $x^n + y^n = z^n$ nima nobene rešitve (x, y, z) v naravnih številih, je zaposloval nekatere matematike kar polčetrto stoletje.

Enačba ima za $n = 1$ rešitve v naravnih številih, na primer $(1, 2, 3), (2, 13, 15)$, ker je $1 + 2 = 3, 2 + 13 = 15$. Prav tako za $n = 2$ obstajajo rešitve, na primer $(3, 4, 5), (5, 12, 13)$, ker je $3^2+4^2 = 5^2, 5^2+12^2 = 13^2$. Še več, rešitev je za $n = 1$ in $n = 2$ nešteto.

Že antični matematiki so opazili, da imajo naravna števila več ali manj deliteljev. Število 1 ima samo en delitelj, namreč 1. Število 2 ima dva delitelja, 1 in 2. Število 12 pa ima delitelje $1, 2, 3, 4, 6$ in 12. Tista naravna števila, ki imajo natančno dva delitelja, so imenovali *praštevila*. Že Evklid (okrog 350–300 pr. n. št.) je znal dokazati, da je praštevil nešteto. Naravna števila, ki so večja od 2 in niso praštevila, so *sestavljena števila*. Vsako sestavljeno število pa je mogoče na en sam način izraziti kot produkt samih praštevil, če se pri tem ne oziramo na vrstni red faktorjev. Število 1 je samo zase, ni praštevilo in ni sestavljeno. Ugotavljanje, ali je neko naravno število praštevilo ali ne, pa ni nič kaj lahka naloga, zlasti če je število veliko.

Fermat je opazoval števila F_n, ki jih danes imenujemo po njem *Fermatova števila*, definirana pa so s formulo

- $F_n = 2^{2^n} + 1$, kjer je $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Tako imamo neskončno zaporedje Fermatovih števil

- $F_0, F_1, F_2, F_3, \ldots$

Začetne člene zaporedja zlahka izračunamo:

- $F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65\,537$.

Fermat je opazil, da so to sama praštevila, in v pismu Mersennu (Marin Mersenne, 1588–1648) zatrdil, da so vsa števila F_n praštevila. A pri tem se je uštel. Leonhard Euler (1707–1783) je leta 1732 dognal:

- $F_5 = 4\,294\,967\,297 = 641 \cdot 6\,700\,417$.

Torej je F_5 sestavljeno število, ne pa praštevilo, kot je trdil Fermat. Če je Fermatovo število praštevilo, mu pravimo *Fermatovo praštevilo*. Zanesljivo so $3, 5, 17, 257, 65\,537$ Fermatova praštevila.

Minilo je skoraj 150 let, da je Fortune Landry (1799–?) pri svojih 82-ih letih ugotovil:

- $F_6 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617 = 274\,177 \cdot 67\,280\,421\,310\,721$.

Torej tudi F_6 ni praštevilo.

Zaporedje Fermatovih števil zelo hitro narašča. Računalniški program Derive nam izpiše

- $F_7 = 340\,282\,366\,920\,938\,463\,463\,374\,607\,431\,768\,211\,457$.

Razcep na prafaktorje pa mu dela težave. Leta 1905 so dokazali, da F_7 ni praštevilo, šele leta 1971 pa so ga razstavili na dva prafaktorja:

- $F_7 = 59\,649\,589\,127\,497\,217 \cdot 5\,704\,689\,200\,685\,129\,054\,721$.

To je mogoče preveriti z Derivom. Od takrat je vsako naslednje Fermatovo število zgodba zase. Niti ni znano, ali je Fermatovih praštevil končno ali neskončno mnogo.

Hitro pa opazimo, da se vsa Fermatova števila F_n, kar smo jih doslej zapisali, v desetiškem številskem sistemu, za $n > 1$ končajo s številko 7, to se pravi, na mestu enic stoji 7. Ali je to pri Fermatovih številih vedno res? Zapišimo

- $F_n - 1 = 2^{2^n}$,

nato pa kvadrirajmo

- $(F_n - 1)^2 = \left(2^{2^n}\right)^2 = 2^{2 \cdot 2^n} = 2^{2^{n+1}} = F_{n+1} - 1$.

Fermatova števila torej zadoščajo rekurzivni zvezi:

- $F_{n+1} = (F_n - 1)^2 + 1$.

Iz nje lahko hitro sklepamo: če se F_n konča s 7, se $F_n - 1$ konča na 6, $(F_n - 1)^2$ pa se tudi konča s 6, ker je $6^2 = 36$. Zato se $(F_n - 1)^2 + 1$ konča spet s 7. Ker se $F_2 = 17$ konča s 7, se s 7 končajo tudi $F_3, F_4, F_5, \ldots$, torej vsak F_n za $n > 1$. Sedaj si oglejmo še produkte zaporednih Fermatovih števil:

- $F_0F_1,\ F_0F_1F_2,\ F_0F_1F_2F_3,\ \ldots,\ F_0F_1F_2F_3 \cdots F_n$.

Dobimo

- $F_0F_1 = 15,\ \ F_0F_1F_2 = 255,\ \ F_0F_1F_2F_3 = 65\,535$.

Vsak zapisani produkt je za 2 manjši od Fermatovega števila, ki sledi zadnjemu faktorju. Ali torej velja za vsak naraven n pravilo množenja

- $F_{n+1} = F_0F_1F_2F_3 \cdots F_n + 2$?

Poskusimo dokazati pravilo z metodo popolne indukcije. Za $n = 1$ pravilo velja, saj je $F_2 = F_0F_1 + 2 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$.

Predpostavimo, da pravilo množenja velja za n. Potem dobimo:

- $(F_0F_1F_2F_3 \cdots F_n) \cdot F_{n+1} = (F_{n+1} - 2) \cdot F_{n+1} = ((F_{n+1} - 1)^2 + 1) - 2 = F_{n+2} - 2$.

Torej velja pravilo tudi za $n + 1$:

- $F_0F_1F_2F_3 \cdots F_nF_{n+1} + 2 = F_{n+2}$.

Torej tako velja pravilo množenja Fermatovih števil za vsako naravno število n.

Ker se $F_0F_1 = 15$ konča s 5, $F_2 = 17$ pa s 7, se $F_0F_1F_2$ konča s 5, ker je $5 \cdot 7 = 35$. Zato se F_3 konča s $5 + 2 = 7$. Tako lahko korak za korakom spet spoznamo, da se vsak F_n za $n > 1$ konča s 7.

Lahko pa dokažemo, da vnaprej poznamo celo zadnji dve števki Fermatovih števil F_n:

- če je $n = 4k$, potem se F_n konča s 37;

- če je $n = 4k + 1$, potem se F_n konča s 97;
- če je $n = 4k + 2$, potem se F_n konča s 17;
- če je $n = 4k + 3$, potem se F_n konča s 57.

Pri tem je k naravno število. Zadnji dve mesti sta torej odvisni od ostanka pri deljenju indeksa n s 4.

Na nekaj primerih razcepnih Fermatovih števil smo opazili, da sta prafaktorja dva in da se eden konča s 7, preostali pa z 1. Ali je to zmeraj res? Ni, saj so dokazali, da je F_8 še razcepen na dva prafaktorja, od katerih je večji 62-mestno število, F_9 pa je razcepen že na tri prafaktorje, od katerih je največji 99-mestno število.

Naravni števili a in b, ki nimata drugega skupnega delitelja razen 1, sta si tuji. Iz vsega, kar smo doslej zapisali, lahko zaključimo, da sta si različni Fermatovi števili F_m in F_n tuji. Seveda lahko vzamemo, da je $m > n$. Za $m \geq 1$ lahko zapišemo

- $F_m = F_0F_1F_2 \cdots F_{m-1} + 2\,,$

kar pomeni, da je F_m oblike

- $F_m = qF_{m-1} + 2\,,$

kjer je q naravno število. Če je razlika med m in n vsaj 2, potem je

- $F_m = F_0F_1F_2 \cdots F_n \cdots F_{m-1} + 2\,,$

kar pomeni, da je tudi tokrat F_m oblike

- $F_m = qF_n + 2\,,$

kjer je q naravno število. Za vsako naravno število m torej obstaja natančno določeno naravno število q, da velja

- $F_m = qF_n + 2\,.$

Pri deljenju števila F_m s številom F_n dobimo vedno ostanek 2. Če pa število F_n delimo z 2, pa očitno dobimo naravni količnik r in vselej ostanek 1:

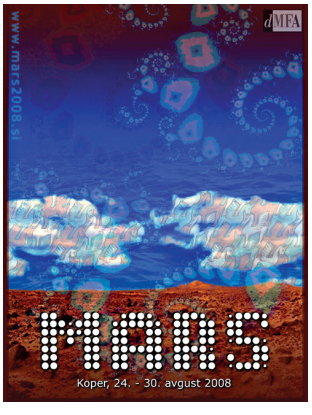
- $F_n = 2r + 1\,.$

Največji skupni delitelj $D(F_m, F_n)$ števil F_m in F_n pa je po Evklidovem algoritmu zadnji pozitivni ostanek, v našem primeru je to 1. Torej je $D(F_m, F_n) = 1$ in zato sta si F_m in F_n tuji števili.

CIRIL PETR

Odkritje dveh novih Mersennovih praštevil

Mersennova praštevila so praštevila, ki jih lahko zapišemo kot $2^p - 1$, pri čemer je tudi p praštevilo. Do danes je znanih le 46 Mersennovih praštevil, že več let pa poteka intenzivno iskanje novih, seveda s pomočjo računalnikov. Tako je bilo 23. avgusta letos odkrito novo Mersennovo praštevilo, $2^{43,112,609} - 1$ (12.978.189 števk) in ker je bilo to obenem tudi prvo znano praštevilo z vsaj 10 milijoni števk, bo organizacija Electronic Frontier Foundation podelila nagrado 100.000,00 dolarjev. Le dva tedna kasneje, 6. septembra, je bilo odkrito še eno novo Mersennovo praštevilo, $2^{37,156,667} - 1$ (11.185.272 števk). Kar osem največjih znanih Mersennovih praštevil predstavlja istočasno tudi največja znana praštevila. Odkritelja prvega praštevila z vsaj 100.000.000 števk čaka nagrada 150.000,00 dolarjev in odkritelja praštevila z vsaj 1.000.000.000 števk čaka nagrada 250.000,00 dolarjev. Pri iskanju lahko sodeluje vsak, ki ima računalnik povezan z internetom. Kaj več o iskanju in zadnjih dveh odkritjih boste lahko brali v eni od naslednjih številk Preseka.



Slika 1. Promocijska razglednica za MARS 2008

Gremo na MARS!

URŠA PERTOT

Predstavljaj si, da bi zadnji teden poletnih počitnic preživel tako, da bi hodil na matematična predavanja. Da bi težko prislužene počitnice zapravil za računanje in dokazovanje stvari, ki jih „itak nikjer v lajfu ne boš rabu“. Travmatično, kajne? No, če tako misliš, se hudo motiš. Kaj takega še zdaleč ni grozno.

Letos je že tretje leto zapored v Kopru potekalo Matematično raziskovalno srečanje ali na kratko MARS. Njegov namen je bil, da bi srednješolcem, ki imajo radi matematiko, omogočili, da nadgradijo svoje znanje, raziskujejo, dobijo vpogled v delo matematikov (ki, verjeli ali ne, niso samo profesorji na gimnazijah), spoznajo nove prijatelje in seveda uživajo.

Kapitan poleta na MARS je bil tudi letos mag. Boštjan Kuzman, ki se je odlično spoprijel z organizacijo in pripravo strokovnega programa ter izbiro posadke. Pri izvedbi mu je pomagala posadka študentov v sestavi Katja Berčič, Mojca Miklavec, Dejan Širaj, David Gajser, Nino Bašič, Peter Lendero, Gašper Zadnik in Tine Mezgec. Študentje so bili naši mentorji pri pripravi projektov, ves teden pa so tudi skrbeli, da nam nikoli ni bilo dolgčas.

Predavali so nam tudi štirje priznani matematiki, in sicer dr. Štefko Miklavič (*Kode za odkrivanje in odpravljanje napak*), dr. Klavdija Kutnar (*Fulereni – kjer kemija sreča matematiko*), dr. Primož Šparl (*Preštevanje s pomočjo grup*). Kot zadnji predavatelj je nastopil prof. dr. Peter Šemrl (*Racionalna in iracionalna števila: Katerih je več?*), ki se je zaradi nas v Koper pripeljal že tretje leto zapored, njegovo predavanje pa je prišlo poslušat celo nekaj bivših MARSovcev, ki se letošnjega MARSa sicer niso uradno udeležili.

Slika 2. V MARSovskih delavnicah smo malo računali na tablo...

Naš polet na MARS se je začel v nedeljo 24. avgusta 2008, ko smo vsi srečno (večinoma z vlakom) prispeli v Koper. Vsega skupaj se nas je zbralo sedem MARSovk in enajst MARSovcev iz vse Slovenije. Najprej so nas namestili v dijaškem domu, večerji pa je sledil spoznavni večer, imenovan **Vzlet**. To ni bilo klasično spoznavanje v stilu „jaz sem ta in ta“, ampak bolj nekakšen kviz, v katerem smo zvedeli nekaj o naših nenavadnih željah, ciljih, navadah (da na primer kakšen MARSovec ne mara brati, da je drugi napisal rock opero, tretji rad gleda sinhrono plavanje, četrti ne posluša hrupa (techno, rap, ...)). Uradno je sledilo spanje, neuradno pa: no ... druženje.

Naslednja dva dni smo več ali manj preživeli v predavalnici in računalnici, kjer smo spoznavali lastnosti grup in simetrije, računali s permutacijami in izometrijami, malo programirali in izdelali nekaj zanimivih matematičnih modelov s pomočjo programa GeoGebra. Vmesni prosti čas pa smo zapolnili z reševanjem logičnih nalog na plaži (beri kopanjem), sestavljanjem Zome konstrukcij, obiskom Centra eksperimentov, spanjem (treba je bilo nadoknaditi noči), igranjem iger (go, šah, tarok, Risk, Katanci).

Na MARSu smo priredili celo olimpijski večer. Kar nekaj MARSovcev se je že udeležilo matematične, fizikalne, računalniške ali celo lingvistične olimpijade. Ob fotografijah so nam sproščeno predstavili svoja doživetja, dodatno spodbudo za raziskovanje pa smo dobili tudi ob predstavitvi Aleksandrove raziskovalne naloge o matematiki starih civilizacij.

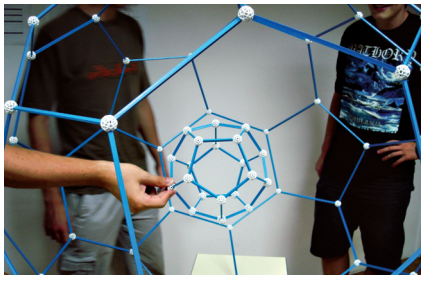
Sreda je bila dan za sprostitev, saj smo odleteli v Izolo na veliko MARSovsko avanturo. V bistvu je bil to nekakšen orientacijski pohod, kjer si na kontrolnih točkah reševal sudoku, množil permutacije, definiral pojem grupa, sestavljal hiško. Prvo mesto je za las osvojila ekipa *Moment*, zato smo ji ostali

naklonili en Hala-bala poklon. Moja ekipa *Bodi točka!* je s stilom osvojila tretje mesto.

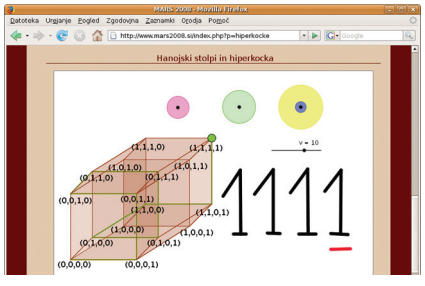
Zadnja dva dneva smo se razdelili na skupine po tri in delali na projektih. Na izbiro smo imeli več tem – poliedre, bilijard, uganko 15, hiperkocke, Möbiusove transformacije, meni osebno pa je bil najbolj všeč zlati rez, katerega omenja tudi Dan Brown v Da Vincijevi šifri. Projekti so nam vzeli kar cel četrtek (no, eni so šli vmes še v kino) in petek, saj smo jih morali spisati v (za moje pojme) geekovskem jeziku ConTeXt. Končne izdelke si lahko pogledate na spletni strani

www.mars2008.si

Slika 3. ... še več pa smo delali z računalniki.



Slika 4. Za sprostitev smo sestavili nekaj velikih Zome modelov.



Slika 5. V okviru MARSovskih projektov je nastal tale aplet o hiperkockah.

Slika 6. Odkrili smo, da je na MARSu tudi morje.

Slika 7. Tale zvezdica ima ciklično simetrijo reda 5.

V soboto smo le še pripravljali predstavitev, imenovano **Pristanek**, ki smo jo ob vrnitvi na Zemljo pripravili za starše. Tako kot večina naših aktivnosti je predstavitev potekala na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije v Kopru. Po opravljenem zdravniškem pregledu (večina MARSovcev je preživela) smo v veliki predavalnici končno pozdravili domače Zemljane. Da bi bolje razumeli naše delo, smo jim po uvodnih fanfarah predstavili naše projekte.

Ob koncu predstavitve sta nekaj besed dodala še kapitan poleta Boštjan in pa predsednik DMFA Slovenije prof. dr. Milan Hladnik. Sledila je še kratka pogostitev in dolgo poslavljanje. Po celem tednu dogodivščin smo se težko ločili od novih prijateljev, vendar nas je tolažila misel, da se vidimo naslednje leto. Tako se je uradno zaključil že tretji MARS, vendar se naše raziskovanje po vesolju nadaljuje.

Upam, da ste dobili malo boljšo predstavo o tem, da obstajajo tudi načini, ko je matematika lahko zabavna. Verjamem, da večina še vedno misli, da smo ubrisani, ker se prostovoljno udeležujemo česa takega, a če ne drugega, je to odlična priložnost za sklepanje prijateljstev. Pa se vidimo prihodnje leto na MARSu, a ne?

Presekova matura

DARKA HVASTIJA

V Preseku bomo objavljali zanimivejše naloge z rešitvami z maturitetnih izpitov, ki so jih reševali slovenski dijaki, pa tudi maturantje v drugih državah Evrope. Vse naloge bomo objavili v originalni verziji in videli boste, da jezik ni tako velika ovira. Poleg tega je matematika sama po sebi lahko jezik komunikacije, le njene simbole je treba poznati, tako kot pri glasbi.

Za začetek si poglejmo nalogo iz višjega nivoja slovenskega maturitetnega izpita, ki so jo reševali naši dijaki junija 2008.

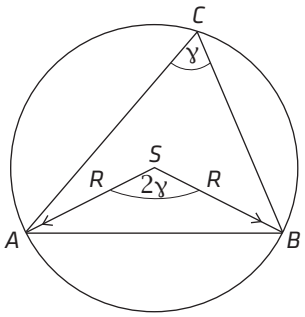
Dana je tristrana piramida $ABCD$.

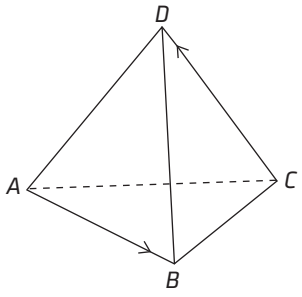
1. V trikotniku ABC s podatki $\alpha = \angle BAC = 45°$, $\beta = \angle ABC = 60°$ in polmerom trikotniku očrtane krožnice $R = 2$ cm je točka S središče temu trikotniku očrtane krožnice. Izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$.
2. Izrazite vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{CB}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ in $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Dokažite, da velja enakost $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
3. V primeru, ko je piramida $ABCD$ enakoroba, dokažite, da sta nasprotna robova AB in CD med seboj pravokotna.

Nalogo lahko rešimo na več različnih načinov.

1. Narišimo skico $\triangle ABC$ z danimi podatki. Zahtevani skalarni produkt je enak

   - $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = |\overrightarrow{SA}||\overrightarrow{SB}| \cos\varphi = R^2 \cos\varphi$.





Do kota φ pridemo na več različnih načinov.

(a) Kot φ je središčni kot trikotniku očrtanega kroga in je enak dvakratnemu obodnemu kotu $\gamma = 75°$. Zato je

- $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 4 \cos 150° = -2\sqrt{3}$.

(b) Lahko si pomagamo s sinusnim izrekom. Najprej izračunamo stranico $c = 2R \sin\gamma = 4 \sin 75°$. Ker je $\triangle ABC$ je enakokrak, je $\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{c}{2R}$, zato je $\sin\frac{\varphi}{2} = \sin 75°$. Koti v trikotniku so manjši od 180°, zato sta le dve možnosti, in sicer $\frac{\varphi}{2} = 75°$ ali $\frac{\varphi}{2} = 105°$. Edina smiselna rešitev je $\varphi = 150°$.

(c) Pravzaprav za skalarni produkt potrebujemo le $\cos\varphi$, ki pa ga lahko dobimo tudi iz kosinusnega izreka. Iz $c^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos\varphi$ dobimo

- $\cos\varphi = \dfrac{2R^2 - c^2}{2R^2} = 1 - 2\sin^2 75°$.

Naloga ne zahteva natančne vrednosti skalarnega produkta, zato $\sin 75°$ lahko dobimo s pomočjo žepnega računala, za natančno vrednost pa si lahko pomagamo s funkcijami dvojnih kotov:

- $1 - 2\sin^2 75° = \cos(2 \cdot 75°)$.

2. Dani vektorji tvorijo bazo vektorskega prostora in v njej izrazimo iskane vsote:

   - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

3. V tretji točki imamo enakoroboo piramido, kar pomeni, da so vsi robovi enaki, koti med njimi pa so 60°. Naloga nas vodi k vektorskemu pristopu. Vektorja sta pravokotna, če je $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$:

   - $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\vec{b} - \vec{a})(-\vec{c}) = -\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{c} = -a^2 \cos 60° + a^2 \cos 60° = 0$. ⊗

Poenostavi števila

MARKO RAZPET

REŠITEV BISTROVIDČEVE NALOGE

Rešitev:

- $A = \dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2} =$

$= \dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+2)}{[(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{2}+2)][(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+2)]} =$

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}+2)^2} =$

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2}{3+2\sqrt{2}} =$

$= \dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2)(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} =$

$= \sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\,.$

Pri tem smo uporabili produkte $\sqrt{2}\sqrt{3}=\sqrt{6}$, $\sqrt{2}\sqrt{6}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ in $\sqrt{3}\sqrt{6}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$. Tako imamo:

- $A = \dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2} = \sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\,.$

Očitno velja: $C = 1/A$. Zato je račun za C nepotreben in lahko kar zapišemo:

- $C = \dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2} = \sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\,.$

Podobno racionaliziramo imenovalec števila B:

- $B = \dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2} =$

$= \dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{2}+2)}{[(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+2)][(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{2}+2)]} =$

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}+2)^2} =$

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2}{3+2\sqrt{2}} =$

$= \dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+2)(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} =$

$= \sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+2\,.$

Tako smo našli:

- $B = \dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2} = \sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+2\,.$

Tokrat očitno velja enakost $D = 1/B$ in brez računa imamo takoj:

- $D = \dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+2} = \sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\,.$

Števila A, B, C in D iz prejšnje številke Preseka smo poenostavili z *racionalizacijo*. To pomeni, da z *racionalizacijo imenovalca* številski izraz, ki ima v imenovalcu korene, pretvorimo na enakovredno obliko, ki v imenovalcu nima več korenov. Pogosto rečemo, da smo imenovalec *poracionalili*.

V soboto 19. aprila 2008 so se mladi slovenski matematiki pomerili na **52. matematičnem tekmovanju srednješolcev Slovenije**, ki se je odvijalo na **Srednji šoli Josipa Jurčiča** v Ivančni Gorici. Po izbirnem tekmovanju se je na državno raven uvrstilo 160 dijakov.

V Ivančni Gorici smo se začeli zbirati ob 8.30, sledila je slovesna otvoritev, ki s(m)o jo oblikovali gostitelji, šolski moški pevski zbor, plesalca – lanska srednješolska državna prvaka David Kastelec in Nika Markelj ter govorniki: ravnatelj Milan Jevnikar, župan občine Ivančna Gorica Jernej Lampret in Darjo Felda, predstavnik DMFA.

Tekmovalci so nato ob 9.30 dobro razpoloženi začeli z „delom“, z reševanjem nalog, ki je trajalo do 13. ure. Tekmovanje je potekalo brez vsakršnih zapletov. Med tem je bilo v predavalnici predavanje za učitelje spremljevalce, nato pa ob 12.00 kosilo. Tekmovalci so prišli na kosilo po tekmovanju. Za sklep prijetnega druženja in da bi lažje dočakali neuradne rezultate, je bil od 14. do 17. ure organiziran izlet v okolico. Ogledali smo si Stično, 850 let star cistercijanski samostan s slavnim križnim hodnikom, samostansko cerkvijo z Bergantovim Križevim potom ter Slovenski verski muzej. Po ogledu Stične smo se odpeljali na Muljavo, na Jurčičevo domačijo,

52. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije

DARJO FELDA IN MILAN JEVNIKAR

ki je urejena kot muzej na prostem. Čas je tako kar prehitro minil. Vrnili smo se v šolo, kjer so ta čas ocenjevalci že ocenili tekmovalne izdelke in razglasili neuradne rezultate. Večinoma zadovoljni z lepimi vtisi in s svojimi dosežki so se tekmovalci z mentorji in spremljevalci razšli. V treh dneh so nekateri vložili pisne ugovore na ocene, vse je obravnavala državna tekmovalna komisija, ki je razglasila dokončne rezultate.

1. NAGRADA

1. letnik

- Simon Bergant, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. letnik

- Matej Aleksandrov, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Eva Breznik, I. gimnazija v Celju
- Filip Kozarski, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

3. letnik

- Anja Komatar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

4. letnik

- Jure Vogrinc, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Aljaž Zalar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. NAGRADA

1. letnik

- Luka Krmpotić, ŠC Rogaška Slatina
- Neža Žager-Korenjak, I. gimnazija v Celju
- Nik Jazbinšek, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

3. letnik

- Gregor Grasselli, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Primož Pušnik, ŠC Celje – Gimnazija Lava

3. NAGRADA

1. letnik

- Aleš Omerzel, I. gimnazija v Celju
- Kaja Sajko, I. gimnazija v Celju

2. letnik

- Matej Petković, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Tomaž Stepišnik Perdih, I. gimnazija v Celju

3. letnik

- Jurij Volčič, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana
- Bojan Hiti, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- Domen Pušnik, ŠC Celje – Gimnazija Lava

4. letnik

- Teja Turk, I. gimnazija v Celju

ZLATA PRIZNANJA

1. letnik

Simon Bergant, Nik Jazbinšek, Pavel Kos, Vanesa Anadolli in Aljaž Božič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Luka Krmpotić (ŠC Rogaška Slatina), Neža Žager-Korenjak, Aleš Omerzel, Kaja Sajko in Gloria Kot-

nik (I. gimnazija v Celju), Mateja Hrast (Gimnazija Tolmin), Erik Grabljevec in Milica Krkovič (Gimnazija Ledina, Ljubljana), Nika Mlinarič (Gimnazija in ekonomska srednja šola, Trbovlje), Marion Antonia van Midden (SŠ Josipa Jurčiča, Ivančna Gorica), Andraž Bajt in Aljoša Mrak (TŠC Nova Gorica – Tehnična gimnazija in zdravstvena šola), Klemen Zajc (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Jakob Peterlin in Monika Biasizzo (Gimnazija Vič, Ljubljana), Aleš Vigali (Gimnazija Frana Miklošiča, Ljutomer), Matija Luetič (Gimnazija Šentvid, Ljubljana), Tadej Mežnaršič, Tadej Novak in Tilen Tomazin (Gimnazija Kranj), Nina Troha (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Darja Božič (Prva gimnazija Maribor), Martin Rožej (ŠC Ravne na Koroškem, Gimnazija), Blaž Šober (Gimnazija Brežice) ter Vid Topolovec (II. gimnazija Maribor).

2. letnik

Matej Aleksandrov, Filip Kozarski, Matej Petković, Rok Nežič, Miša Vidmar, Jan Ogrin, Hana Majaron, Peter Koželj, Andrej Borštnik in Anja Bregar (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Eva Breznik, Tomaž Stepišnik Perdih, Klemen Fajs, Anja Pustoslemšek, Maja Škornik in Marko Mikša (I. gimnazija v Celju), Jure Hrastovec (ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnazija), Matej Mlinarič in Sara Drvarič Talian (Gimnazija Frana Miklošiča, Ljutomer), Marin Ferara, Barbara Arcet, Blaž Knavs in Urška Pišorn (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Nejc Arlič (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija), Domen Smodiš in Miha Povšič (Gimnazija Novo mesto), Miha Virant (SŠ Črnomelj), Maruša Vadnov (Gimnazija Kranj), Sendi Černic in Damjana Srednik (Gimnazija Nova Gorica), Hana Kavčič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Črt Jaklič (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija) ter Jure Plaskan (Gimnazija Litija).

3. letnik

Anja Komatar, Gregor Grasselli, Matjaž Payrits, Marko Bunc, Irena Kuhar, Blaž Rugelj in Žiga Kos (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Primož Pušnik, Domen Pušnik (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Jurij Volčič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Bojan Hiti (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Jure Gantar (SŠ Vena Pilona, Ajdovščina), Aleksander Simonič (Gimnazija Ledina, Ljubljana), Lana Semečnik (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija), Miha Munda (I. gimnazija v Celju), Barbara Hüll (Gimnazija Murska Sobota), Matej Janežič (Gimnazija Nova Gorica), Laura Ogrin (Gimnazija Koper), Peter Skubic (Gimnazija Šentvid, Ljubljana), Vito Gregorich (Gimnazija Gian Rinaldo Carli Koper), Ines Muršič (Dvojezična srednja šola Lendava), Niko Tratnik (Prva gimnazija Maribor) ter Živa Makovec (Gimnazija Poljane, Ljubljana).

4. letnik

Jure Vogrinc, Aljaž Zalar, Miha Čančula, Katja Vozel, David Kraljič in Jan Berčič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Teja Turk in Maja Alif (I. gimnazija v Celju), Maja Poklinek (ŠC Ravne na Koroškem, Gimnazija), Blaž Peterlin (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Tilen Marc (Škofijska gimnazija Vipava), Metka Pirih in Aljaž Gaber (Gimnazija Škofja Loka) ter Uroš Kovač (SŠ Vena Pilona Ajdovščina).

Pozabljena energija?

ANDREJ LIKAR

Slika 1. Manjši mlin z dvema kolesoma na posestvu blizu Jevnice, ki je še nedavno obratoval.

Danes le redko najdemo delujoč vodni mlin. Večina nekdaj delujočih mlinov je opuščenih, voda neizrabljena teče tudi mimo naseljenih hiš. Mletje žita je danes morda res bolje prepustiti večjim obratom, „mletje“ lastne električne energije pa se zdi kar donosen posel.

Zato se ob opuščenem mlinu sprašujemo, zakaj ga lastniki niso predelali v malo vodno elektrarno. Morda bi bilo potrebno le obnoviti vodno kolo in nanj priklopiti ustrezen generator, ki bi dajal dovolj električne energije za, denimo, ogrevanje hiše. A ustrezne predelave se lotijo le redki, ki jim je tako delo v veselje in se ne ustrašijo ne stroškov ne časa, ki ga tak projekt terja. Tudi obratovanje male elektrarne je potrebno ves čas skrbno spremljati.

Pred kakimi stotimi leti je bilo vodnih mlinov in žag obilo, saj razen dragih parnih strojev ni bilo drugega vira energije. Na specialkah Geodetske uprave Republike Slovenije v merilu 1:25000 so vrisani tudi opuščeni mlini in vodne žage. Ko preštejemo označene mline na štirih področjih (Ig, Ljubljana, Dolsko in Grosuplje), pridemo do števila 46 ali kakšnih deset mlinov na področje. Na ozemlju današnje Slovenije je torej še nedavno delovalo kakšnih dva tisoč mlinov in žag. Kolikšna je bila njihova skupna moč? Spet grobo ocenimo, da je povprečna moč mlina okrog deset kilovatov. Do te ocene pridemo s preprostim premislekom. Višinska razlika vodnega h padca je pri takih mlinih nekaj metrov, denimo $h = 3\,\mathrm{m}$, prostorninski vodni tok ϕ pa nekaj sto litrov v sekundi, vzemimo $\phi = 300\,\mathrm{l/s}$. Moč vodnega curka je potem

- $P = \rho\phi g h.$

Z ρ smo, kot je v navadi, označili gostoto vode. Morda je ocena nekoliko previsoka, saj mlini pozimi niso delovali s polno močjo, prav tako ne ob poletnih sušah. A za jesenski čas, ko je bilo vode dovolj in mletje pomembno, lahko oceno kar privzamemo. Celotna moč dveh tisočev mlinov in žag je bila torej 20 MW. To je zelo malo v primeri z električno močjo, ki jo v Sloveniji porabljamo danes, v zimskem času tudi do 2000 MW. Vsak prebivalec Slovenije torej porablja povprečno ves čas 1 kW električne energije. Seveda je sem všteta tudi energija, ki jo rabijo v tovarnah za izdelavo vseh mogočih izdelkov.

Tekoča voda je pomemben vir električne energije. V velikih vodnih elektrarnah v Sloveniji je vgrajena moč kakšnih 800 MW. Na manjših vodah se mnogi lotevajo izgradnje malih elektrarn, ki so podobne večjim vodnim mlinom. Pri nas je že možno iz teh pridobiti največ kakšnih 150 MW električne moči. Kolikšna pa je povprečna moč, ki bi jo največ iztisnili iz vseh naših tekočih voda? Ker pade v Sloveniji v povprečju $D = 1{,}5$ m debela plast vode na $T = 1$ leto, ker je površina Slovenije $S = 20\,000\,\mathrm{km}^2$ in njena povprečna višina $h = 550\,\mathrm{m}$, izračunamo povprečno moč vseh voda v Sloveniji kar iz

- $P = \rho S D g h / T.$

Če vstavimo podatke, pridemo do povprečne moči 3 GW. Pri tej oceni gre prav gotovo za zgornjo mejo, saj naše vode ne dosežejo pri nas morske ravni, poleg tega nekaj padavin izpari. Seveda je povsem nemogoče vso potencialno energijo padavin izrabiti za električno energijo. Zanimivo je, da je ocena primerljiva s povprečno porabo vse električne moči v Slove-

Slika 2. Vsi manjši mlini pa le niso opuščeni. Nekatere so obnovili le za obisk turistov in šolskih skupin, nekateri pa še vedno meljejo moko in trejo zrnje v zdrob v stopah. Na sliki je štiristo let star, a še delujoč vodni mlin pri domačiji Mlinar v naselju Kožljevec blizu Grosuplja (levo). Voda iz manjšega potoka lahko žene le eno izbrano kolo (desno). Največje kolo poganja stope, kjer pripravljajo zdrob, dve kolesi pa ženeta mlinska kamna, eno za ajdovo in drugo za belo moko.

Slika 3. Pri domačiji Dolenc na rečici Reka blizu Podlipoglava pri Ljubljani pa poleg delujočega mlina na vodno kolo obratuje še majhna elektrarna s Francisovo turbino s 5kW moči, generator pa je povezan v električno omrežje.

niji, to je 2 GW.

Koliko bi prihranili pri računu za elektriko, če bi si zgradili zelo majhno elektrarno z močjo 10 kW? Z njeno energijo bi lahko ogrevali družinsko hišo, saj za to porabimo pozimi v našem podnebju kakšnih 5 kW moči. Ostalo bi torej dovolj elektrike za vse ostale potrebe in še nekaj za sosede. Letno bi tako „namleli“ 86400 kilovatur (kWh). Za toliko energije bi morali po sedanjih cenah plačati dobavitelju okrog 7000 EUR. Vložek 70 000 EUR v malo elektarno s primerno turbino bi se torej povrnil že v desetih letih. Pozabljeno energijo bomo morda prav kmalu ponovno odkrili. Seveda to velja le za peščico srečnežev, ki lahko posodobijo opuščene mline in žage.

Kako brezskrbno segreti mleko?

V tokratni poizkuševalnici ne bomo zares kuhali mleka. Le ogledali si bomo preprost poizkus in ga poskusili razumeti. Če nam bo to uspelo, bomo tudi razumeli, zakaj v loncu za kuhanje mleka le-to ne prekipi.

Potrebščine:

- štedilnik,
- posoda z vodo (v posodi naj bo vsaj liter vode),
- zajemalka.

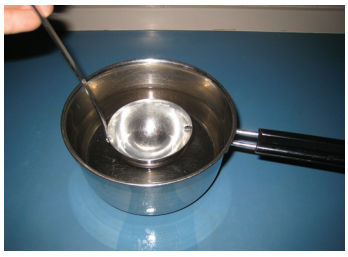
Posodo z vodo postavimo na štedilnik in jo segrevamo do vrenja. Med segrevanjem vodo opazujemo. Opazujemo jo še kakšno minuto potem, ko zavre.

Poskusimo odgovoriti na vprašanja: *Kako se voda med vretjem razlikuje od vode, ki še ni zavrela? Ali lahko le s pogledom prepoznamo, kdaj voda vre in kdaj ne?*

Nato v vrelo vodo potopimo kovinsko zajemalko in jo, s popolnoma potopljenim zajemalnim delom, pustimo v vreli vodi minuto ali dve, da se segreje. Nato z zajemalko zajemimo vrelo vodo in polno zajemalko potopimo v vrelo vodo skoraj do njenega roba (podobno, kot na sliki, le da voda na sliki ni vrela). Voda v posodi naj ves čas vre.

Dobro si oglejmo vodo v zajemalki. *Ali voda v zajemalki vre?*

Če imamo termometer, izmerimo temperaturo vode v posodi in v zajemalki. *Kako opaženo pojasnimo?*



Slika. Rob zajemalke naj bo le nekaj mm nad vodo.

MOJCA ČEPIČ

Kozarec z vodo II.

ODGOVOR NALOGE

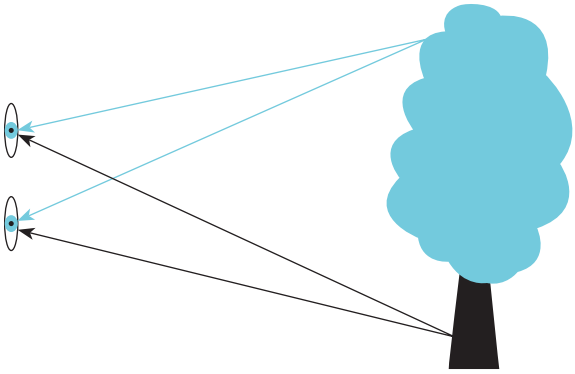
MOJCA ČEPIČ IN NATAŠA VAUPOTIČ

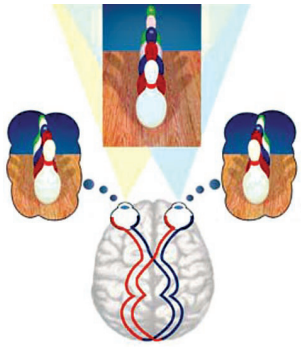
V nalogi iz prejšnje številke Preseka ste uporabili kar iste pripomočke kot pri predhodni nalogi. Natančen opazovalec je mogel opaziti kar nekaj zanimivosti. Poskusimo razložiti, zakaj ste videli, kar ste videli.

Pri razlagi oziroma skicah, ki dogajanja ponazarjajo, bomo upoštevali dogovore iz prejšnje številke:

- predmeti so hrapavi in odbijajo svetlobo na vse strani; to imenujemo razpršeni ali difuzni odboj;
- predmeti spremenijo lastnosti svetlobe (smer, intenziteto in spektralno sestavo oziroma barvo), ki se na njih razprši;
- predmet vidimo le, kadar svetloba, ki se od njega odbije, pade v naše oči;
- oči zaznajo le lastnosti svetlobe, ki vpade v oči, torej smer, intenziteto in spektralno sestavo;
- svetlobo, ki se na predmetih odbija, na skicah predstavljamo le po razpršenem odboju.

Človek prepozna predmet po njegovi obliki in barvi zaradi izkušenj. Ker iz iste točke odbita svetloba pada v očesi pod različnima kotoma, nastaneta na očesni mrežnici dve nekoliko različni sliki. Možgani to informacijo združijo in zato vidimo predmete prostorsko (slika 1).





Slika 1. Odbita svetloba pade v oči pod različnima smerema (zgoraj). Sliki nekoliko različnih svetov levega in desnega očesa možgani združijo v prostorsko sliko (spodaj) [1].

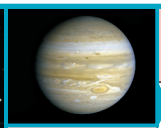
O oddaljenosti človek presoja tudi po velikosti oziroma zornem kotu, pod katerim vidi znane predmete, ter po lastnostih premikanja slike ob premikanju glave. Zato lahko oddaljenosti dokaj dobro ocenjujejo tudi ljudje, ki vidijo dobro le na eno oko. V nadaljevanju se bomo za razlago videnega bolj posvetili le prvemu načinu določanja lege predmeta.

Če opazujemo svinčnik (ali slamico na sliki 2), lahko opazimo veliko zanimivosti. Tokrat si podrobneje oglejmo le, zakaj je slamica ob vodni gladini videti prerezana in premaknjena. V mislih razdelimo kozarec na del slamice nad vodno gladino (A) in del slamice pod vodno gladino (B). Na skici sta ta dva dela slamice označena s črno (A) in sivo barvo (B). Svetloba, ki se odbija od slamice nad gladino, se pri prehodih sko-

nadaljevanje na strani 18

Nagradna križanka

Foto: NASA/ESA


PRISTANIŠČE NA VZH. OBALI MEHIKE

SAMO-JEDSKI POLOTOK NA SEVERU RUSIJE

EDEN OD TREH ŠVICAR. PRAKAN-TONOV

NAŠ ARHITEKT IZ 18. STOL. (MATIJA)

SOSEDI ČRKE J

VELETOK, KI TEČE SKOZI BAGDAD

PRVO NARAVNO ŠTEVILO

SKALNAT GREBEN V STENI

SREDSTVO ZA ODSTRA-NJEVANJE MADEŽEV

ARABSKI PLEMEN-SKI POGLAVAR, KNEZ

UHOJENA POT V SNEGU

INGEMAR STENMARK

ZNAK ZA RADIJ

LAHEK DVOKOLE-SNI VOZ

OVČJI, BOHINJSKI, KOZJI ?

1. GRŠKA ČRKA

RIMSKI PESNIK, SATIRIK

PONUDNIK INTERNET. IN TELEF. STORITEV PRI NAS

MNOŽIČNO SREČANJE LJUDI Z DOLOČ. NAMENOM

IZ SLABO ZAPRTE KAPLJA

LAHEK NASIČEN OGLJIKO-VODIK

OBRED SPREJETJA NOVINCA V CERKEV

POKOJNI ITAL. FILMSKI KOMIK

REPUBLIKA SLOVENIJA

IVAN CANKAR

BRIT. IGRALEC (PETER)

SIMBOL ZA LITIJ

OKRASEK V ARABSK. SLOGU

DOMNEVA V ZVEZI S KAKIM SLABIM DEJANJEM

NAPRAVA ZA FOTO-GRAFSKI PRIKAZ SPEKTRA

2, OSEBA MNOŽINE

ZADNJI DEL DEB. ČREVESA

TELO, KI NASTANE Z ROTACIJO ELIPSE

KOLIČNIK POTI IN ČASA PRI ENAKOMER. GIBANJU

7. PLANET

ODSOTNOST IZLOČANJA MLEKA PO PORODU

NAJBOLJ UNIVERZA-LEN ATLET

ZAKRIN-KANKA

SNEŽNI ZAMET, KI VISI PREK GREBENA

OTOK RASTJA V PUŠČAVI

LUCIJA POLAVDER

DRŽAVA V ARABIJI

POK. VATIK. KARDINAL (ALFREDO)

IMPREGN. VOLNENA TKANINA ZA LOVSKE OBLEKE

RAZISKO-VALEC DANTEJEV. ŽIVLJENJA IN DEL

REKA NA JUGU ČRNE GORE

ZAČETEK OBSTOJA

NEKD. ŠPAN. OBMOČJE V JZ. MAROKU

ZANE-SENJAK

Foto: NASA/JPL/Space Science Institute

KONČNA, IZPELJANA TRDITEV V LOGIKI

IRIDIJ

RAZTE-GLJIV TRAK

SOPRA-NISTKA VIDALI

IRENA POLANEC

VOJAKI REDNE VOJSKE IZ VRST DOMAČINOV V KOLONIJAH

NAJVEČJE SEVERNO-FINSKO PRISTANIŠČE

OTOK V IT. IMENIH

GOTOVČEV OPERNI JUNAK

KNJIŽNI FORMAT, OSMERKA

PLAZILEC

ODGOVO-REN ZA NESREČO

LESENA HIŠICA NA VRTU

DEDALOV SIN

NEMŠKI SKLADAT. (CASPAR)

REKA V SEVERNI ITALIJI

SMUČI

PREMO-SORAZ-MERNA ZVEZA

SEDEČI POLOŽAJ TELOVADCA

SOSEDI ČRKE N

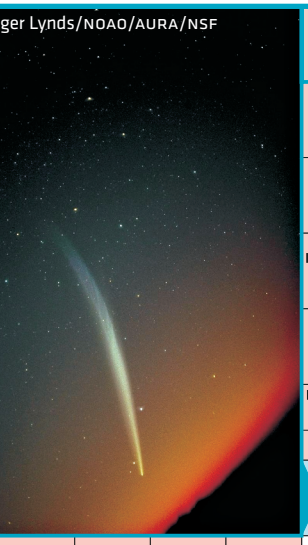
VOJAK ALI CIVILIST, KI GA ZAJAME SOVRAŽNIK

STARO-ATENSKI VOJSKO-VODJA

ČISTO PREMOŽENJE PODJETJA: DENAR, VREDNOSTNI PAPIRJI IN NEPREMIČNINE

GRAFIČNA PODOBA RAČUNAL. ELEMENTA

Foto: Ro


ger Lynds/NOAO/AURA/NSF

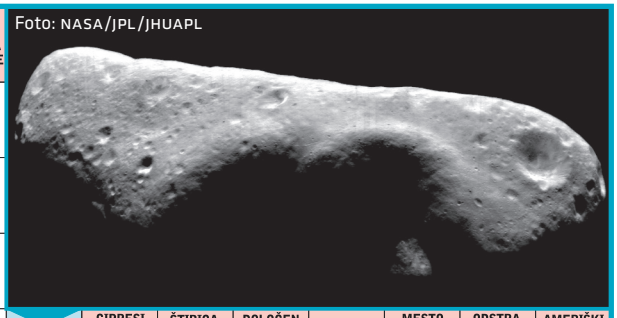


Foto: NASA/JPL/JHUAPL

AVTOR MARKO BOKALIČ | PRAŽIVALI, KI SE PREMIKAJO S PANOŽICAMI | ZDRUŽENJE UČENJAKOV IN UMETNIKOV | NAPRAVA ZA MERJENJE SVETLOBNEGA TOKA | NAJVEČJI JADRANSKI OTOK | ELEKTRODA, KI SPREJEMA ELEKTRONE IN ANIONE

AVSTRIJ. PISATELJ (FRANZ, *PROCES*) 1

NAŠ IGRALEC (MARKO) 6

DŽEZOVSKI BOBNAR DIVJAK

IME ZA TOKIO OD LETA 1600 DO 1867 5 | VEZNIK V PRIPOVEDNIH ODVISNIH STAVKIH

NEZMOŽEN TVORITI GLASOVE | NAPRAVA ZA ODSESAVANJE PLINOV

TRETJA POTENCA | GRDA HOJA

TANKA DEŠČICA ZA GAJBICE

POLMER

CIPRESI PODOBNO AMERIŠKO PARKOVNO DREVO | ŠTIRICA, ZAPISANA Z RIMSK. ŠTEVILKAMI | DOLOČEN ČAS, DO KATEREGA JE TREBA KAJ STORITI | GRENKO ANGLEŠKO SLADNO PIVO | MESTO V SRED. ITALIJI, SEVERNO OD RIMA | ODSTRANJEVANJE ČESA S TRESENJEM 7 | AMERIŠKI SLEPI PEVEC IN PIANIST CHARLES

AM. POLITIK (JOHN) NEKD. AVS. SMUČAR (LEONHARD)

SLIKA OBJEKTA NA PROJEKCIJSKI PLOSKVI | IVAN BRATKO | NIKALNICA / FIZIK OSREDKAR | NAJVEČJA DIVJA MAČKA

URNA NEMŠKI RAKETNI KONSTRUKTOR | RAZRED MAJHNIH JADRNIC ALBERT EINSTEIN 13

BILL CLINTON / VRSTA ŽITARICE | ŠAHISTKI MUZIČUK IN SREBRNIČ | GLAVNO MESTO KENIJE | ANTON INGOLIČ / NORVEŠKI KEMIK HASSEL

HUMORIST TONE FORNEZZI | SLOVNIČNO ŠTEVILO | VZHODNJAŠKA ZDRAVILNA METODA | UNITARIST / 3. OSEBA DENINE

OTOK V SPORADIH / AFROAM. PISATELJ (RALPH) | 10 | UŽIVALEC HRANE / VPREŽNI DROG PRI VOZU | BRITANSKI KRAJINSKI UMETNIK (RICHARD) / ZGOLJ | 12

SVETOPIS. OČAK / NADLAKTNA MIŠICA | RAZDELITEV NA DVA DELA S KLANJEM | SKLADNOST / NEKD. CEST. POSTAJA NA GORENJ. AVTOCESTI

EMIRAT IN MESTO OB PERZ. ZALIVU / PLOD | 14 | EGIPČ. BOG / POKRAJINA MED SRBIJO IN HRVAŠKO | NEKDANJA NEMŠKA PLAVALKA (KORNELIA)

ZIMSKO VOZILO / POROČENA ŽENSKA | REKA V SV. ŠPANIJI / SPODNJI DEL HIŠE V ZEMLJI | GRAFIČNO OBLIKOVANJE MATEVŽ BOKALIČ

CIRIL KOSMAČ / IZTREBLJENO EVROPSKO DIVJE GOVEDO | SKANDINAVSKI DROBIŽ / SIMBOL ZA ERBIJ | PROSTI JE POSLEDICA GRAVITACIJE

ASTRONOM. DALJNOGLED / OZNAKA SPLITA

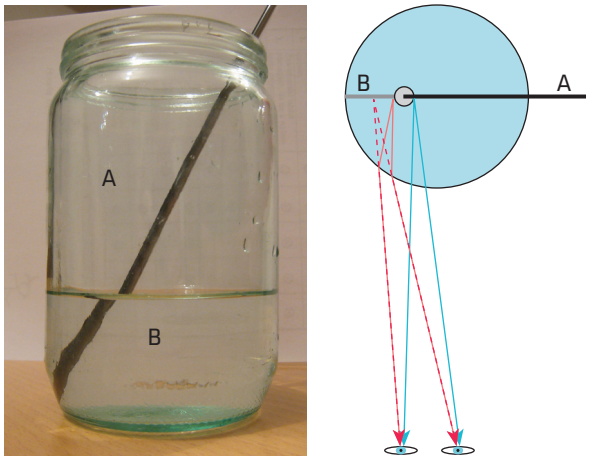
ZVEZDA, KI SE JI V KRATKEM ČASU ZELO POVEČA SIJ | 17

21 | ITAL. PRISTANIŠČE V SEVER. JADRANU | LASTNA SVOBODNA POSEST V FEVDALIZMU

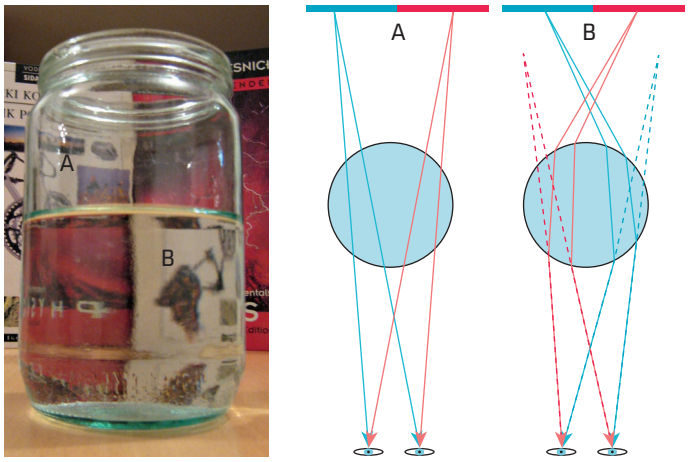
NAGRADNI RAZPIS

Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poštnina je že plačana) do **9. januarja 2009**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **Presekov paket**.

15
nadaljevanje s strani



Slika 2. Kozarec z vodo in v njej stoječa slamica. Ob vodni površini je slamica videti prerezana (levo). Skica dogajanja na sliki levo (pogled od zgoraj). Moder krog ponazarja kozarec z vodo, črna črta del slamice nad vodo (A), siva črta pa del slamice pod vodo (B). Enako obarvani žarki označujejo pot odbite svetlobe v opazovalčeve oči (na dnu slike).



Slika 3. Pogled na predmete za kozarcem z vodo (levo). Prva slika na desni ponazarja širjenje odbite svetlobe nad vodo (A), ki pade v oči, druga slika na desni pa širjenje odbite svetlobe skozi vodo (B).

Slika 4. Leopardov sprehod za kozarcem.

zi steklo ne lomi. Rahlo se le vzporedno premakne, a pri tankem steklu je ta učinek zanemarljiv. Zato vidimo slamico v tisti smeri, v kateri se tudi zares nahaja (slika 2 desno – z modro puščico označena svetloba). Svetloba, odbita od potopljenega dela slamice (B), pa se pri prehodu iz vode skozi steklo na zrak lomi. Ker prehaja iz optično gostejšega sredstva v optično redkejše sredstvo, se lomi proč od vpadne pravokotnice, kot kaže z rdečo narisani žarek na sliki 2 desno. Loma oko ne zazna, pač pa oko zazna, da svetloba pada vanj iz druge smeri. V tej smeri se zato človeku zdi, da se nahaja predmet (slamica). Smer in lega, v kateri se zdi, da se predmet nahaja, je označen z rdečo črtkano črto.

V prejšnjem primeru smo opazovali, kako vidimo skozi stranske stene kozarca z vodo predmet, ki je deloma v vodi in deloma nad njo. V nadaljevanju pa si oglejmo, kako vidimo predmete, ki so za kozarcem. Zanimalo nas bo, kako jih vidimo skozi vodo v primerjavi s tem, kako jih vidimo skozi stene kozarca nad vodo.

Verjetno ste zadeve opazili sami, a za osvežitev spomina si oglejmo najprej fotografijo na sliki 3. Skozi kozarec vidimo predmete, sicer nekoliko nejasno, a vseeno jih vidimo na enakih mestih kot brez kozarca. Skozi vodo vidimo predmete nekoliko približano in prezrcaljeno preko navpične osi. Podrobneje si oglejmo, kaj se dogaja z odbito svetlobo, ki pade v opazo-

valčeve oči in posreduje informacijo o delu predmeta, na katerem se je odbila. Kot vidimo na prvi sliki na desni strani slike 3, se odbita svetloba pri prehodih skozi vzporedne stene stekla ne lomi. To smo omenili že prej. Ozadje sicer vidimo nekoliko bolj motno kot brez kozarca, a to se zgodi zaradi rahlih neravnin, absorpcije svetlobe v steklu. Ko se odbita svetloba širi skozi vodo, je drugače. Pri prehodih v vodo in iz nje, se svetloba lomi in zato je smer, iz katere pade v oči, drugačna. Če sledimo rdeče označenim žarkom, vidimo, da rdeč predmet za kozarcem vidimo na levi. Zdi se tudi nekoliko bližje. Smeri, iz katere pada v oči svetloba, so se zaradi loma spremenile tako, da vidimo predmet tudi približan. Kje ga vidimo, nakazujejo črtkane črte na sliki na desni.

Kozarec z vodo se pravzaprav obnaša kot cilindrična leča, a o takšnih lečah morda kdaj drugič.

S kozarcem lahko tudi čaramo. Ker vidimo skozi kozarec z vodo svet za njim prezrcaljen preko navpične osi, lahko iz neposrednega in skozivodnega opazovanja sestavimo zanimive čarovnije. Oglejmo si leopardov mimohod. Nekaj napotkov za opazovanje: gledamo vodoravno, vzporedno z vodno gladino, živalco pa premikamo za kozarcem v oddaljenosti dveh do treh premerov kozarca. Kaj lahko vidimo? Prva slika na sliki 4 ponazarja le okoliščine opazovanja in leoparda, ki se je namenil na svoj mimohod. Na drugi sliki je glava skrita za desno stranjo kozarca, ker pa vidimo prednji del leoparda prezrcaljenega preko navpičnice, je videti, kot da polovica njega prihaja iz desne. Enako vidimo na tretji sliki, le da se glava prikazuje izza kozarca v pravi smeri, rep pa „zapušča kozarec v nasprotni smeri“.

Do sedaj se nismo posvečali načinu gledanja. Predpostavili smo, da opazujemo z obema očesoma. Ali vidimo kaj drugače, če opazujemo poskuse le z enim očesom? Pri poskusih na slikah 2, 3 in 4 bi videli pravzaprav enako! Razmislite zakaj, razlagi pa se bomo posvetili kdaj drugič.

■ Literatura

[1] http://www.vision3d.com/images/bb.jpeg

www.presek.si

Razmisli in poskusi

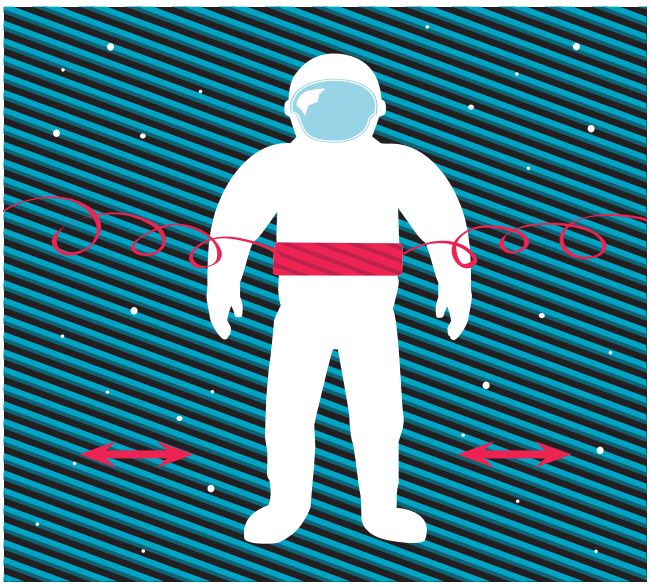
KAKO SE VESOLJEC TEHTA?

MITJA ROSINA

31. **Kako se vesoljec tehta?** Vesoljec mora stalno kontrolirati svojo maso, da ne bi preveč shujšal ali se zredil. Kako se lahko stehta, ko pa lebdi v brezteženem prostoru? Niti tehtnica na uteži niti običajna tehtnica na vzmet tam ne delujeta.

NAMIG. Vesoljec mora pač meriti svojo maso, ne pa težo. Ena možnost je nihalo na vijačno vzmet, katerega „sestavni del“ je vesoljec. Vpne se med dve vzmeti, ki sta pritrjeni na steno kabine, in zaniha. Iz frekvence nihanja $\nu = \sqrt{k/m}/2\pi$ sklepa na svojo maso m. Konstanto vzmeti k mora seveda umeriti, recimo, ko se prvič „tehta“ in še pozna svojo maso. Pri takšni umeritvi je avtomatsko vključen tudi popravek, da vesoljec ni togo telo (njegovi notranji organi malo drugače zanihajo).

Uporabi domišljijo in predlagaj še kakšno metodo tehtanja.



POSKUS. Obesi se tudi ti na primerno vijačno vzmet ali gumijasto vrv ter na tak način stehtaj sebe in sošolce. Konstanto vzmeti (vrvi) k moraš umeriti, pri čemer upoštevaj, da eno maso poznaš. Če so mase zelo različne, se vrv različno raztegne in se „konstanta“ k lahko znatno spremeni. Tedaj je bolje umeriti z dvema znanima masama in narisati diagram, kako se k spreminja z maso.

Dovolj čvrsto gumijasto vrv lahko sestaviš iz več gumijastih vrvi za spenjanje prtljage, ki jih združiš in zlepiš z lepljivim trakom. Priveži jih na vejo ali primeren tram. Primi jih z roko in zanihaj gor-dol (za vesoljca pa je vseeno, ali ima vzmet vpeto tako, da niha gor-dol ali levo-desno). Frekvenco naj določi sošolec s štoparico, pri čemer šteje kakih deset nihajev.

Odgovor na vprašanje iz prve letošnje številke Preseka

29. *Zakaj pri guganju na gugalnici v smeri naprej noge stegneš, v smeri nazaj pa jih skrčiš? Ta „poskus“ si napravil že mnogokrat kot otrok. Ponovi ga še enkrat, da boš laže razmislil, zakaj ta postopek deluje. Kakšne so sile in delo pri stegovanju in krčenju nog?*

ODGOVOR. Pri guganju delujejo zunanje sile (teža, trenje) in notranje sile (sila mišic, ko noge stegujemo in krčimo). Komponenta sile teže vzdolž vrvi le napenja vrv, komponenta pravokotno na vrv pa nas pospešuje in zavira pri nihanju. Sila teže del periode dovaja delo (kinetična energija narašča), del periode pa jemlje delo (kinetična energija pada). Po vsaki periodi se to izenači in od sile teže ne pridobimo nič energije. Sila trenja pa zapravlja energijo (v notranjo energijo nas, vrvi in zraka) in moramo to energijo nadoknaditi z delom mišic.

Nariši diagram, kako se hitrost in pospešek spreminjata s časom in z odmikom x od srednje lege. V sredini (v najnižji točki) je hitrost največja, pospešek pa je nič; v skrajni legi pa je hitrost nič in pospešek največji. Pravzaprav nas v smeri proti skrajni legi zavira, pri povratku proti sredini pa pospešuje, tako da pospešek (in seveda tudi sila) vedno kaže v smeri proti sredini. Če hočemo opravljati koristno delo, da pokrijemo izgube zaradi trenja, moramo noge premakniti v smeri sile ($A = \vec{F}\Delta\vec{x} = m\vec{a}\Delta\vec{x}$). Torej v okolici sprednje skrajne lege noge skrčimo, v okolici zadnje skrajne lege jih pa stegnemo.

46. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije

CIRIL DOMINKO

Regijsko tekmovanje je bilo izvedeno v treh tekmovalnih skupinah 28. marca 2008. Istočasno je potekalo na osmih srednjih šolah v posameznih regijah: Gimnaziji Šentvid, Ljubljana, ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnaziji, ŠC Celje – Gimnaziji Lava, Gimnaziji Novo mesto, Gimnaziji Kranj, Gimnaziji Murska Sobota, Škofijski gimnaziji Vipava in Gimnaziji Piran. Na tekmovanju je sodelovalo 819 dijakov (od 955 prijavljenih) iz 60-ih srednjih šol. Izdelke je ocenjevalo osem regijskih komisij, v katerih je sodelovalo 84 učiteljev fizike iz sodelujočih šol. Komisije iz posamezne regije so tudi predložile tekmovalce za državno tekmovanje. Skupno je bilo predlaganih 126 tekmovalcev. Na tekmovanju so bila podeljena bronasta priznanja 289 tekmovalcem.

Državno tekmovanje je bilo 12. aprila 2008 na Gimnaziji Bežigrad, Ljubljana. Tekmovanja se je izmed predlaganih z regijskega tekmovanja udeležilo 122 tekmovalcev iz 38-ih srednjih šol. Tekmovanje je tako kot vsako leto doslej izvedla tekmovalna komisija DMFA Slovenije, stroške tekmovanja pa so krili *Društvo, Ministrstvo za šolstvo in šport* ter soorganizator državnega tekmovanja – *Gimnazija Bežigrad*. Pri izvedbi tekmovanja in ocenjevanju izdelkov so sodelovali študentje in sodelavci Oddelka za fiziko Fakultete za matematiko in fiziko in sodelavci Inštituta „Jožef Stefan“. Na tekmovanju je komisija razglasila pet prvih nagrad, deset drugih, pet tretjih in 48 pohval. Zlato priznanje je prejelo 20 tekmovalcev. Svečana podelitev nagrad in zlatih priznanj je bila 15. maja 2008 na prireditvi v Koloseju v Ljubljani.

Podeljene nagrade, zlata priznanja in pohvale:

SKUPINA I

1. nagrada in zlato priznanje

- Mitja Zidar, SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica
- Gašper Rugelj, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. nagrada

- Marin Ferara, ŠC Celje – Gimnazija Lava
- Luka Krmpotić, ŠC Rogaška Slatina
- Matija Oblak, Gimnazija Škofja Loka

3. nagrada in zlato priznanje

- Matej Petković, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Aleš Vigali, Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer

Pohvala

Anja Komatar, Pavel Kos, Nik Jazbinšek in Jošt Stergar (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Žiga Avsec (Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer), Rok Grah in Janez Mikec (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Klemen Simončič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Ivan Jovanović (Gimnazija Nova Gorica), Jure Podkrižnik in Tomaž Stepišnik Perdih (I. gimnazija v Celju), Janez Turk (Škofijska gimnazija Vipava), Martin Jejčič (Gimnazija Piran), Matjaž Drolc (Gimnazija Litija), Klemen Jerman in Manca Mrvar (ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnazija), Primož Kovačič in Žiga Perko (II. gimnazija Maribor), Jure Lapajne, Gašper Oblak, Špela Pohleven in Klemen Kloboves (Gimnazija Škofja Loka), Katja Klobas (Gimnazija Koper), Damjan Lašič Jurkovič (Gimnazija Poljane, Ljubljana) ter Tilen Maršič in Maruša Žlindra (Gimnazija Kranj).

SKUPINA II

1. nagrada in zlato priznanje

- Peter Ferjančič, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- Tomo Markočič, Srednja tehniška šola Koper

2. nagrada in zlato priznanje

- Filip Kozarski, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Bojan Hiti, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- Dejan Banović, ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija

3. nagrada in zlato priznanje

- Ni bila podeljena.

Pohvala

Marko Bunc, Peter Koželj, Matej Aleksandrov, Marko Mihalec in Gregor Grasselli (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Jure Gantar (SŠ Vena Pilona Ajdovščina), Tomaž Čegovnik (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Primož Pušnik (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Andrej Golob (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija) ter Jurij Volčič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana).

SKUPINA III

1. nagrada

- Matjaž Payrits, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. nagrada in zlato priznanje

- David Kraljić, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jure Senčar, Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer
- Aleš Srna, Gimnazija Kranj
- Ana Prebanda, SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica

3. nagrada

- Miha Čančula, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Nemanja Aničić, II. gimnazija Maribor
- Jure Aplinc, ŠC Celje – Gimnazija Lava

Pohvala

Aljaž Čepon, Jan Berčič, Jure Vogrinc, Jaka Mur, Luka Cempre (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Gašper Gregorič (II. gimnazija Maribor), Marko Pirc (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija),

Katarina Zadražnik (SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica), Pavel Stare (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Žan Zore (ŠC Celje – Gimnazija Lava), Rok Pajer (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija) ter Polona Srebrnjak Mihalič (Gimnazija Novo mesto).

Izbirno tekmovanje za olimpijsko ekipo je bilo 9. maja 2008 na Fakulteti za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Povabljenih je bilo 11 najboljših tekmovalcev iz III. tekmovalne skupine. Na 39. mednarodno fizikalno olimpijado, ki je bila od 20. do 29. julija v Hanoju, v Vietnamu, so se uvrstili: Miha Čančula, David Kraljić, Matjaž Payrits, vsi z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana, Jure Senčar, Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer, in Aleš Srna z Gimnazije Kranj.

Urnik tekmovanj v letu 2009

DARJO FELDA

V nadaljevanju je nekaj osnovnih informacij o posameznih tekmovanjih. Vabimo vas, da obiščete spletno stran *DMFA Slovenije* (http://www.dmfa.si/), kjer boste našli več podatkov o posameznem tekmovanju. Mentorje prosimo, da sledijo novicam, ki jih objavljamo na informacijskem strežniku.

NEKAJ INFORMACIJ O TEKMOVANJIH

Matematika – osnovna šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju osnovnošolcev v znanju matematike za Vegova priznanja*. Pojasnila dobite pri gospe Klavdiji Mlinšek (klavdija.mlinsek@siol.com).

Matematika – srednja šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*.

Olimpijska ekipa bo izbrana na podlagi rezultatov domačih nalog, izbirnih testov in državnega tekmovanja. Datumi izbirnih testov bodo objavljeni na spletni strani *DMFA Slovenije*. Podrobnejše informacije dajeta gospoda Darjo Felda in Matjaž Željko na elektronskih naslovih darjo.felda@pef.upr.si in matjaz.zeljko@fmf.uni-lj.si.

Tudi dijaki srednjih tehniških in strokovnih šol, ki ne obiskujejo gimnazijskega programa, se lahko udeležijo tekmovanja v posebni kategoriji. Tekmovanja v tej kategoriji ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike*. Informacije dobite pri gospe Darinki Žižek po elektronski pošti darinka.zizek@guest.arnes.si.

Dijaki srednjih poklicnih šol se lahko udeležijo matematičnega tekmovanja v posebni kategoriji. To tekmovanje ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike*. Več informacij dobite pri gospe Dušanki Vrenčur po elektronski pošti dusanka.vrencur@guest.arnes.si.

Naj poudarimo, da se matematičnih tekmovanj srednješolcev, ki jih podrobno ureja *Pravilnik o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*, lahko udeležujejo vsi srednješolci ne glede na vrsto šole, ki jo obiskujejo. Ta tekmovanja so podvržena mednarodni primerljivosti zaradi končnega izbora ekip, ki sodelujejo na mednarodnih tekmovanjih.

Fizika – osnovna šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju osnovnošolcev v znanju fizike za Stefanova priznanja*. Dodatne informacije daje gospod Saša Kožuh (sasa.kozuh@guest.arnes.si).

Fizika – srednja šola

Razpis za tekmovanja v znanju fizike je objavljen na spletni strani *DMFA Slovenije*. Informacije

PODROČJE	ŠOLA	TEKMOVANJE	DATUM
MATEMATIKA	osnovna	(Kenguru) šolsko	19. marec
		področno	1. april
		državno	18. april
	srednja	(Kenguru) šolsko	19. marec
		izbirno	1. april
		državno	18. april
		olimpijada	10. – 22. julij, Nemčija
	za dijake srednjih poklicnih šol	(Kenguru) šolsko	19. marec
		področno	1. april
		državno	18. april
	za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol	(Kenguru) šolsko	19. marec
		področno	1. april
		državno	18. april
FIZIKA	osnovna	šolsko	10. februar
		področno	10. marec
		državno	28. marec
	srednja	regijsko	13. marec
		državno	28. marec
		izbirno	17. april
		olimpijada	11. – 19. julij, Mehika
POSLOVNA MATEMATIKA	srednja	šolsko	11. marec
		državno	17. april
RAČUNALNIŠKO PROGRAMIRANJE	osnovna, 4. – 9. razr.	šolsko	20. januar
	osnovna, 1. – 3. razr.	državno	14. marec
	osnovna	državno	4. april
	srednja	državno	4. april
		olimpijada	avgust
Podelitev priznanj nagrajencem na državnih tekmovanjih v organizaciji DMFA Slovenije			21. maj

dobite pri gospodu Cirilu Dominku na elektronskem naslovu ciril@gimb.org.

■ Matematika za razvedrilo

Vse informacije dobite v reviji *Logika & Razvedrilna matematika*.

■ Poslovna matematika

Podrobne informacije o tekmovanju dobite po elektronski pošti darko.rupret@t-2.net pri gospodu Darku Rupretu.

■ Računalniško programiranje

Podrobne informacije o šolskem tekmovanju učencev 2. in 3. triade in državnem tekmovanju osnovnošolcev in srednješolcev dobite pri *Zvezi za tehnično kulturo Slovenije*, (http://www.zotks.si/), Lepi pot 6, Ljubljana.

www.presek.si

Priprave na leto astronomije

ZORKO VIČAR

V Sloveniji potekajo priprave na mednarodno leto astronomije (MLA2009) že v letu 2008. Dogodek, ki ga že lahko štejemo kot del MLA2009, je bil tudi 1. slovenski Messierjev plus maraton (M+M). Odvijal se je v noči iz sobote na nedeljo, 4. in 5. oktobra 2008, v idiličnem Cerkvenjaku v Slovenskih goricah.

Program se je začel v OŠ Cerkvenjak – Sv. Andraž že zgodaj popoldan s predavanji prof. Borisa Khama (*Zanimive vaje na nebu*), Braneta Vasiljeviča (*Astrofotografija na enostaven način*) in dr. Igorja Žiberne (*Messier plus maraton – jesenski brat klasičnega Messierjevega maratona*). Predavanj in maratona so se udeležili tudi nekateri študentje mariborske univerze. Tekmovanje se je začelo zvečer ob pol osmih (na bližnjem hribčku Kremperk) in je trajalo do odmora ob polnoči, ob drugi uri zjutraj pa se je tekmovanje nadaljevalo približno do pol šestih, razglasitev rezultatov (podelitev nagrad) se je odvila okrog sedme ure zjutraj.

Cilj takih tekmovanj je najti čim več nebesnih objektov s seznama Messier plus maratona v času tekmovanja. Zmagovalec je tisti, ki v krajšem času najde več objektov. Če najde več tekmovalcev enako število objektov, se pri razvrstitvi upošteva čas potrditve zadnjega objekta. Vsak tekmovalec opazuje samostojno, lahko pa ima enega pomočnika. Na enem teleskopu lahko tekmuje le en tekmovalec, teleskopi z računalniškim sistemom iskanja GO-TO niso dovoljeni. Tekmovalec lahko poleg teleskopa uporablja še dvogled. Vse objekte morajo tekmovalci sodniku pokazati skozi isto optično napravo. Najdene objekte potrjuje sodnik, njegova odločitev je dokončna. Seznam M+M objektov vsebuje 110 nezvezdnih objektov (meglic, kopic, galaksij), od tega je 75 klasičnih Messierjevih objektov, 34 iz seznama NGC (New General Catalogue) in en objekt iz seznama Collinderjevega kataloga. Prevladujejo razsute kopice (35), sledijo kroglaste kopice (26), galaksije (21), planetarne meglice (15), difuzne meglice (6), temne meglice (4), dva ostanka eksplozije supernove in ena dvojna zvezda.

Še nekaj besed o dveh glavnih katalogih nebesnih objektov. Novi splošni katalog (NGC) je bil dokončan okoli leta 1880 in vsebuje okrog 8000 nebesnih objektov. Izdelal ga je dansko-irski astronom John Dreyer, večinoma na podlagi opazovanj Williama in Johna Herschla. Med amaterji pa je najbolj priljubljen Messierjev katalog, ki je nastal med leti 1758 in 1782 in vsebuje 110 nebesnih objektov. Sestavil ga je francoski astronom Charles Messier z namenom, da ga ti objekti ne bi motili med iskanjem kometov. Astronomi so velikokrat mislili, da so na sledi kometa (kdor je takrat odkril komet, je postal zelo slaven), a so v resnici opazovali enega izmed megličastih objektov, zvezdno kopico ali galaksijo. Ta katalog je bil izločilni katalog in je danes, protislovno, med najbolj priljubljenimi katalogi. Obstaja pa še nekaj ostalih nebesnih katalogov.

Klasični Messierjevi maratoni se odvijajo že od sredе 60-ih let 20. stoletja, in sicer spomladi, ko je teoretično v eni noči moč videti, iz zmernih geografskih širin, vse M objekte. V Sloveniji se je prvi Messierjev maraton odvijal šele v noči z 19. na 20. marec 2004 na Limbarski gori (organizator je bil observatorij Vega, Matej Mihelčič s prijatelji). Glavni sodnik leta 2004 je bil astronom Tone Špenko, zmagovalec pa prof. z mariborske univerze dr. Igor Žiberna (našel je 76 nebesnih objektov).

Messierjev plus maraton vsebuje objekte za jesensko tekmovanje. Glavna sodnika na prvem slovenskem M+M maratonu sta bila Igor Žiberna (zmagovalec prvega klasičnega Messierjevega maratona iz leta 2004) in pa Matej Mihelčič (organizator prvega maratona 2004 na Limbarski gori). Tekmovalo je sedem ekip – tekmovalcev. Vreme je bilo dokaj naklonjeno tekmovanju, a svetlobno onesnaženje je – bolj kot smo pričakovali – tudi že prodrlo v Slovenske gorice. Zmagal je diplomirani meteorolog in amaterski astronom Gregor Vertačnik iz Vodic, član AD Vega in AKG Šentvid. Našel je kar 103 M+M objekte. Gregor je osvojil že drugo (1997, 95 objektov) in tretje mesto (1998, 99 objektov) na Messierjevem maratonu v Višnjanu na Hrvaškem. Drugo mesto na M+M maratonu je s 93-imi objekti osvojil znan astronom amater Gorazd Bizjan (Staneževič), ki je našel enako število objektov kot tretje uvrščeni Uroš Stele (Tuhinjska dolina, Tunjiška Mlaka), le da je imel Gorazd dve minuti prej potrjen zadnji objekt (podobno kot na 3. Messierjevem maratonu 2008, 8. in 9. marec, Kazlje). Četrti je bil Javor Kac s 70-imi objekti. Nagrade za prve tri so bile praktične: daljnogled 20×80, daljnogled 10×50 in okular.

Med maratonom smo našli tudi čas za opazovanja gostov in domačinov, ki so bili zelo veseli, da so lahko sploh prvič skozi teleskop (čeprav je minilo že 400 let od prvih Galilejevih opazovanj) pogledali v zvezdno nebo. Najbolj so jih seveda očarali planet Jupiter z znamenitimi Galilejevimi lunami, galaksija v Andromedi M31 in dvojna zvezda v kljunu Laboda, Albireo – beta Laboda – najlepši par na nebu namreč sveti v kristalni modri in oranžni barvi.

Prlekija, to je manj znano, je ena izmed zibelk slovenske astronomije. Od tukaj izhajata astronoma Bernard Perger, rojen je bil v Ščavnici (okoli 1440–okoli 1502) in Andrej Perlah (1490–1551), rojen v Svečini. Dolga leta sta delovala na dunajski univerzi. Utemeljila sta sodoben način objavljanja astronomskih koledarjev in efemerid. Perlahovo delo je na nek način nadaljeval astronom Johannes Kepler kot deželni fizik v Gradcu. Perlah je opazoval planet Merkur, izkazal se je tudi z opisom kometa, ki je kmalu prinesel slavo najboljšemu astronomskemu opazovalcu tistih časov Tychu Braheju.

Ker so astronomska opazovanja in druženja najboljši recept za razvoj astronomije, vzgojo mladih in odraslih, poglejmo še nekaj mednarodnih uspehov slovenske praktične astronomije po letu 1991. Po osamosvojitvi se, poleg znamenitega društva Javornik, začnejo ustanavljati mnoga nova astronomska društva in zasebni observatoriji (imamo jih nekaj deset), novi krožki po šolah. Velik pospešek pa da celotnemu razvoju tudi fizik Bojan Kambič s prvo slovensko astronomsko revijo *Spika*, izhajati je začela leta 1993. Sam dostop do teleskopov se v Sloveniji močno poveča. Mnogi se lotijo tudi samogradnje, odlična navodila je izdelal Franc Krek. Tukaj je na mestu priznanje vsem starejšim ljubiteljem astronomije, piscem knjig in člankov: Franu Dominku, Pavlu Kunaverju, Marijanu Prosenu, če naštejemo le nekatere (več najdete v knjigi *Astronomija na Slovenskem in slovenski astronomi na tujem, 12. – 21. stoletje*, Marijan Prosen, dr. Stanislav Južnič, Didakta 2008). Tudi univerza preko poljudnih predavanj za širšo javnost odpre prepotrebno sodelovanje z astronomi amaterji. Odvija se vse več taborov in astronomskih srečanj. Poveča se dostopnost izjemne CCD tehnologije zaznavanja fotonov, slik. Svetovni splet na široko odpre komunikacijo med astronomi in hkrati okno v svet, odpre se pot do meritev, slik, programov, računalniki omogočijo avtomatizacijo opazovanj, meritev, obdelav. Število študentov astronomije na ljubljanski univerzi se poveča čez deset. Zakaj to naštevanje? Slovenci namreč skoraj do konca 20. stoletja nismo odkrili nobenih asteroidov, nov, supernov, kometov, spremenljivih zvezd. Bili smo (smo še) dobri in v tujini priznani teoretiki, a na področju iskanja nebesnih objektov smo bili tako rekoč nepopisan list. Rezultat odpiranja v svet in v svet praktične Galilejeve astronomije je končno rodil sadove. Sedaj imamo asteroide poimenovane po naših ljudeh, končno smo enkrat prvi zaznali eksplozijo supernove in leta 2008 še prvi slovenski komet. Ne bi poimensko naštevali pomembnih profesionalcev in amaterjev, ki so združili moči in so zaslužni za take velike uspehe – a njihovo delo, požrtvovalnost sta nas pripeljala v pomlad slovenske opazovalne astronomije, ki se enakovredno kosa z ostalimi državami. Tukaj bi izpostavil predvsem ekipo iz observatorija Črni vrh (www.observatorij.org) z izjemnim seznamom odkritij, a to ne pomeni, da se drugje ne trudijo – pa še kako garajo. Nekaterim so celo objavili fotografije na strani Astronomska slika dneva (APOD – antwrp.gsfc.nasa.gov/apod), mnogi pošiljajo fotometrične meritve v mednarodne centre, enakovredno smo bili vključeni v mednarodni projekt prehoda Venere čez Sonce – 8. junija 2008, tudi

kakovost raziskovalnih nalog se je povečala. Dosegli smo tudi, da je vlada končno sprejela *Uredbo o mejnih vrednostih svetlobnega onesnaževanja.* Smo ena redkih držav s tako uredbo in jo citirajo mnoge večje države (a te uredbe se bo potrebno držati). Lahko smo ponosni na slovenske Galileje. A ni vse tako idilično in MLA2009 je priložnost, da astronomijo približamo vsaj slehernemu učencu. Kljub temu, da je astronomija v osnovnih šolah postala izbirni predmet, še zmeraj večina Slovenk in Slovencev, državljanov Slovenije, ne v šoli in ne pozneje ni ponovila Galilejevih opazovanj. Slovenija še zmeraj ni polnopravna članica Evropske vesoljske agencije (EVA – zgovorna slovenska kratica za European Space Agency – ESA). Tudi na prvi slovenski satelit še čakamo – kljub Hermanu Potočniku, avtorju imenitne knjige *Problem vožnje po vesolju*, priznanemu teoretiku vesoljskih postaj.

Slika 1. Jutranji spominski skupinski posnetek udeležencev 1. Messierjevega plus maratona, Cerkvenjak 4. in 5. oktober 2008. Vprašanje za bralce Preseka: Kako je nastala fotografija (svetli udeleženci, a hkrati temno zvezdno nebo nad (za) njimi)? Kako se je pojavila senca? (Foto: Matej Mihelčič)

Slika 2. Slika celotnega zvezdnega neba med maratonom z vsenebnim objektivom ribje oko. Lepo se vidi, kako v določenih smereh (Maribor, Ptuj) proti obzorju zvezde žalostno izginjajo v siju odvečne in nepravilno zasenčene javne razsvetljave. Skrb za temno nebo je pomembna tako za živali, človeka, astronomijo, je dediščina, ki je ne smemo zapraviti. To je tudi eden izmed projektov MLA2009. V današnjih razsipno preosvetljenih mestih ne bi imel Galilei kaj opazovati – in minilo je samo 400 let. (Foto: Matej Mihelčič)

Zdi se, da smo ljudje le bežen trenutek v času vesolja, tako neznatni, pa vendar, ko gledamo v zvezdno nebo, gledamo milijarde let v preteklost in hkrati napovedujemo dogodke milijarde let v prihodnost, ko našega rodu morebiti več ne bo, ko se bomo vrnili nazaj med zvezdni prah. Ljudje marsičesa ne razumemo, se sprašujemo o smislu lastnega bivanja, se zavedamo, ponavadi z grenkobo v srcu, svoje lastne minljivosti in končnosti, pa vendar se zdi, da ima vse smisel, še več, predrzno celo pomislimo, da vesolje skozi človeka osmišljuje samo sebe. Tudi če tega ne moremo dokazati, je ta misel, ta skrivnost, vredna življenja.

Bodimo otroci, glejmo v nebo! Vesolje je nad tabo. Odkrij ga! Mednarodno leto astronomije 2009 je že taka priložnost in to za vse. Spremljajte na slovenskem portalu

www.astronomija2009.si

Program za izdelavo urnika

NAČRT

NEJC ŠIROVNIK

Spominjam se osnovnošolskih ter srednješolskih dni, ko smo vsi z nestrpnostjo pričakovali začetek novega šolskega leta, ki pa je nemalokrat prinesel zelo hladen tuš ob pogledu na natrpan urnik. Zakaj moramo v ponedeljek tako zgodaj vstati, ko pa se teden še ni niti prav začel? Zakaj nam vsaj v petek niso malo popustili? Kdo je sploh lahko izdelal takšen urnik?

To so vprašanja, na katera seveda nikoli nismo dobili odgovora, čeprav je le-ta na zadnje vprašanje več kot očiten – izdelala ga je oseba, ki so ji to delo naprtili. Naprtili je izredno primerna beseda, saj gre za zahtevno opravilo, ki izdelovalcu urnikov nemalokrat pusti ogromno sivih las. Ne bi se rad postavil v kožo ubožca, ki konča z izdelavo urnika, nakar ves zgrožen ugotovi, da je spregledal prekrivanje dveh šolskih ur, kar pomeni, da bi učenci morali biti pri dvoje urah hkrati. Tako mu seveda ne preostane drugega, kot da poskusi znova ter po nekaj neuspelih poskusih vendarle izdela urnik, na katerega pa vseeno leti kopica pripomb.

Naprednejše ročne metode izdelovanja urnikov potekajo s pomočjo modelov in tabel, vendar tudi te pogosto ne vodijo do kakovostnih urnikov. Pri vseh je namreč prisoten faktor omejenosti človeških možganov, ki se po hitrosti obdelave podatkov niti približno ne morejo kosati z današnjimi procesorji.

Prav zmogljivost procesorjev je tista, ki že od izu-

ma računalnika žene programerje k ustvarjanju optimizacijskih algoritmov za iskanje kakovostnejšega urnika. Prav kakovost pa je lahko zelo dvorezen meč, saj nekateri urniki zadovoljijo potrebe učencev, a se premalo osredotočajo na želje učiteljev, in obratno. Kateri urnik je potemtakem najkakovostnejši? Ali tak urnik sploh obstaja?

Znano je, da so za izdelavo najbolj kompleksni urniki posameznih fakultet, zato od sedaj naprej obravnavajmo le slednje. Seznam omejitev, ki jih moramo upoštevati pri fakultetnih urnikih, je namreč obsežnejši kot pri urnikih osnovnih in srednjih šol.

Vhodni podatki

Če želimo izdelati urnik, v prvi vrsti potrebujemo podatke, ki jih nameravamo upoštevati in kasneje tudi obdelati. Te podatke preberemo iz podatkovnih baz ali drugih vrst datotek, med katerimi vrh prestola zasedajo XML datoteke. Naslednji primer ponazarja, kako je v XML datoteki predstavljen profesor Janez Novak, ki trikrat na teden predava predmet matematika.

```
<profesor>
   <ime>Janez</ime>
   <priimek>Novak</priimek>
   <predmet>
      <imePredmeta>matematika</imePredmeta>
      <steviloUrNaTeden>3</steviloUrNaTeden>
   </predmet>
</profesor>
```

Hierarhija značk omogoča enostavno vnašanje podatkov, hkrati pa poskrbi za preglednost. Še enostavnejše je dostopanje do posameznih podatkov, saj večina programskih jezikov že vsebuje metode za delo z XML datotekami.

Pri objektno orientiranih programskih jezikih (Delphi, C++, Java) vse vhodne podatke opišemo s posameznimi razredi. Poglejmo, katere razrede je smiselno implementirati ter katere podatke naj vsebujejo.

- Razred *Profesor* vsebuje osebne podatke profesorja (ime in priimek) ter podatke o predmetih, ki jih predava. Hkrati moramo za vsako uro v tednu vedeti, če je profesor takrat že zaseden, da mu slučajno ne bi dodelili dveh predavanj v istem časovnem terminu. To je najlažje preverjati s pomočjo tabele zasedenosti, ki je podrobneje opisana na koncu poglavja.

- Razred *Skupina* predstavlja skupino študentov. Kot podatke torej potrebujemo smer skupine (npr. nepedagoška matematika) ter število študentov v njej. Podobno kot pri profesorjih tudi tukaj potrebujemo tabelo zasedenosti.

- Razred *Predavalnica* nosi podatke o kapaciteti predavalnice, njeno oznako ter podatke o zasedenosti, ki so predstavljeni s tabelo.

- Razred *Predmet* vsebuje podatke o posameznih predmetih. Kot podatke tega objekta je smiselno navesti ime predmeta ter tedensko število ur njegove izvedbe. Zanima nas tudi, katerim skupinam je predmet namenjen ter v katerem semestru se bo predaval.

Kar pri treh rezredih je kot podatek navedena tabela zasedenosti, zato si jo podrobneje oglejmo. Vsako tabelo določata njena velikost ter tip vrednosti. Naslednji izračun nam poda velikost tabele:

- $[velikostTabele] = [steviloUrNaDan \cdot steviloDelovnihDni].$

Če bi predpostavili, da študijski dan traja od sedme ure zjutraj do osmih zvečer in da imamo pet delovnih dni, je velikost naše tabele 65 polj. Velikost te tabele torej pove, koliko ur na teden obravnavamo. Ker se šolski tedni periodično ponavljajo, je seveda dovolj, če podamo zasedenost le za en teden.

Tip vrednosti tabele ni striktno določen. Tako bi nekateri programerji uporabili celoštevilsko tabelo, kjer bi vrednost 1 pomenila, da je oseba zasedena, vrednost 0 pa bi predstavljala njeno dosegljivost. Podobno bi postopali, če bi izbrali logični tip (npr. `bool` v C++), kjer bi vrednost `true` predstavljala dosegljivost, `false` pa zasedenost.

Omejitve

Programa za izdelavo (nekakovostnega) urnika načeloma ni težko narediti. Potrebujemo le metodo, ki naključno prireja termine posameznim predmetom. Težava pri takšnem postopanju je, da pri naključnem vstavljanju nismo upoštevali nobenih omejitev, prav

zadoščanje omejitvam pa je tisto, kar odlikuje dober urnik.

Stroge omejitve

Verjetno še niste videli profesorja, ki vsakih pet minut teče iz ene predavalnice v drugo, ker so mu izdelovalci urnika dodelili dve predavanji v istem časovnem terminu. Razlog je preprost – vsak urnik mora biti izdelan tako, da zadošča vsem strogim omejitvam. Poglejmo si nekaj strogih omejitev, ki jih urnik ne sme kršiti:

- V urnik moramo razdeliti vse ure vseh predmetov.
- Noben profesor ne sme imeti več predavanj hkrati.
- Nobena skupina ne sme imeti več predavanj hkrati.
- Nobena predavalnica ne sme biti dodeljena večim predavanjem hkrati.
- Predavalnica mora imeti zadostno kapaciteto.
- Predavanja posebne vrste (npr. vaje iz računalništva) se morajo izvajati v ustrezni predavalnici.
- Urnik mora zadoščati zastavljenemu časovnemu okvirju (npr. od sedmih zjutraj do osmih zvečer).

Urnik, ki zadošča vsem strogim omejitvam, imenujemo zadosten urnik. Zadostni urnik tako ne krši nobenega izmed zgoraj naštetih načel, a še zdaleč ne ustreza merilom kakovostnega urnika.

Algoritem je najbolje implementirati tako, da do kršenja strogih omejitev sploh ne more priti. Tabela zasedenosti je dober primer pametne implementacije, saj tako že v osnovi preprečujemo dodeljevanje t. i. prekrivanj. Če želi algoritem dodeliti predavanje določeni predavalnici, mora najprej v tabeli zasedenosti preveriti, če je v tistem terminu le-ta še na voljo, sicer se vstavljanje ne izvede.

Šibke omejitve

V splošnem ne zahtevamo, da urnik zadošča vsem šibkim omejitvam, ker je to praktično neizvedljivo. Resda pa so prav šibke omejitve tiste, ki določajo kakovost urnika, in dober algoritem bo poskrbel, da se bo zadostilo večini le-teh. Naštejmo nekaj izmed njih:

- Urnik naj vsebuje čim manj prostih ur za profesorje in študente.
- Študentje naj se čim manj selijo iz predavalnic.
- Predmet z veliko urami naj bo enakomerno porazdeljen čez celotno periodo (teden).
- Predavanja se naj izvajajo ob urah, ki so najugodnejše za poučevanje.
- V petek se naj študentom dodeli čim manj predavanj.
- Študentom se naj v času kosila dodeli prosta ura.

Obstaja še mnogo drugih šibkih omejitev, ki se jim je smiselno posvetiti. Nikomur najbrž ne bi bilo preveč všeč, če bi uram športne vzgoje sledila še vrsta predavanj, saj bi tako prepoteni in izčrpani študentje težko sledili tempu pouka.

Pri ročnem sestavljanju urnika se ponavadi sestavi zadostni urnik, ki zadošča le najpomembnejšim šibkim omejitvam. Dobro zasnovan algoritem pa lahko preverja veliko število šibkih omejitev, zato snovalci programov prav temu posvečajo ogromno pozornosti, saj bo njihov končni produkt le tako zadovoljil profesorje in študente.

Merjenje kakovosti

Kakovost urnika se meri z zadoščanjem šibkim omejitvam, pri čemer že predpostavljamo zadostnost urnika (zadoščanje strogim omejitvam). Ta način je smiseln predvsem zato, ker si urnik, ki ne zadošča strogim omejitvam, tega naziva sploh ne zasluži.

Človek, ki najprej ustreli in šele nato razmisli, bi verjetno dejal, da število zadoščenih šibkih omejitev določa kakovost urnika, kar pa je daleč od resnice. Medtem ko so stroge omejitve po pomembnosti (skoraj) enakovredne, se šibke omejitve med seboj krepko razlikujejo. Tako je bolj pomembno, da urnik vsebuje manj prostih ur za študente in profesorje, kot pa je dodeljena prosta ura v času kosila. Kako bi torej ovrednotili posamezne šibke omejitve?

V splošnem uporabljamo standardni postopek uteževanja omejitev, pri čemer vsaki šibki omejitvi dodelimo celoštevilsko utež glede na njeno pomembnost. Vprašanje je tudi, kako določiti to pomembnost. Če programer določa uteži po lastni presoji, so zagotovo zelo subjektivno dodeljene. Dosti bolj smiselno je anketiranje, kjer bi študentje in profesorji različnih izobraževalnih ustanov ovrednotili posamezne šibke omejitve z ocenami med 1 in 10. S tem bi nastavljene uteži pridobile na objektivnosti, verjetnost, da bo urnik dobro sprejet s strani večine, pa bi se povečala.

Kot zanimivost naj omenimo, da se nekateri programerji odločajo tudi za utežitev strogih omejitev s to razliko, da so vrednosti teh uteži izjemno velike, zato se bo algoritem (skoraj) vedno „odločil“, da jih ne bo prekršil. Tak način uteževanja pride v poštev takrat, ko algoritem v osnovi ne zadosti strogim omejitvam urnika.

Ko enkrat ustrezno nastavimo vrednosti uteži, je treba ugotoviti, kako bomo postopali v nadaljevanju. Algoritem za izdelavo urnikov je najbolje zasnovati tako, da po vsaki spremembi izmeri njegovo kakovost. Tako moramo na vsakem koraku ugotavljati, katere omejitve so bile kršene ter kolikokrat se kršitev pojavi. S k_n označimo število kršitev omejitve n, z u_n pa njeno utež. Z naslednjo formulo izračunamo kakovost urnika:

- $k_1 \cdot u_1 + k_2 \cdot u_2 + \ldots + k_{n-1} \cdot u_{n-1} + k_n \cdot u_n$.

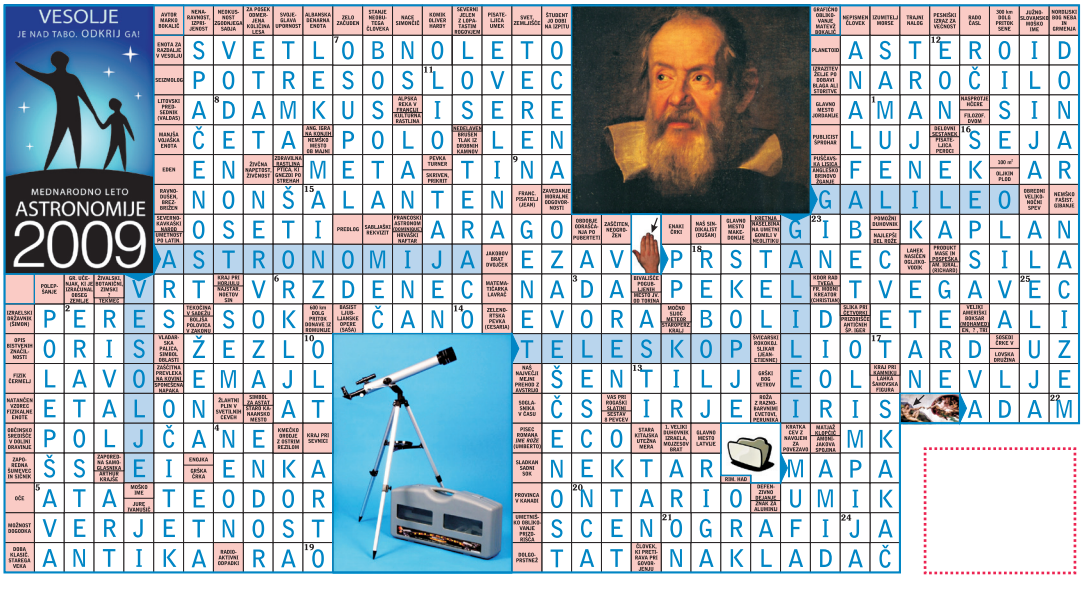
Nižja vrednost formule pomeni kakovostnejši urnik, izračunamo pa jo na vsakem koraku. Korak pri izdelavi urnika predstavlja eno izmed operacij nad njim (označuje njegovo spremembo).

Naslednjič

V naslednjem članku bomo opisali postopek gradnje urnika, saj bomo podrobneje spoznali operacije nad urnikom in več vrst optimizacijskih metod, ki jih lahko brez oklevanja poimenujemo kar osrčje programa za avtomatizirano izdelavo urnika.

www.presek.si

www.astronomija2009.si



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 36/2

Za nagradno križanko iz druge številke 36. letnika Preseka smo prejeli 17 pravilnih rešitev. Nagradno geslo se je glasilo **Mednarodno leto astronomije**. Izžrebani reševalci, Boris Kožlin iz Dobrovega v Brdih, Sara Tomše iz Ljubljane in Miha Virant iz Metlike so razpisane nagrade prejeli po pošti.

Dnevi odprtih vrat na AGO

UROŠ KOSTIĆ

Astronomski observatorij Golovec v Ljubljani bo v Mednarodnem letu astronomije 2009 odprl svoja vrata za obiskovalce. Dnevi odprtih vrat bodo vsako prvo sredo v mesecu po naslednjem urniku:

4. februar	od 10.00 do 13.00 in od 19.00 do 21.00
4. marec	od 10.00 do 13.00 in od 19.00 do 21.00
1. april	od 10.00 do 13.00 in od 20.00 do 22.00
6. maj	od 10.00 do 13.00 in od 21.00 do 23.00
3. junij	od 10.00 do 13.00 in od 21.00 do 23.00
1. julij	od 10.00 do 13.00 in od 22.00 do 24.00
5. avgust	od 10.00 do 13.00 in od 22.00 do 24.00
2. september	od 10.00 do 13.00 in od 21.00 do 23.00
7. oktober	od 10.00 do 13.00 in od 21.00 do 23.00
4. november	od 10.00 do 13.00 in od 18.00 do 20.00
2. december	od 10.00 do 13.00 in od 18.00 do 20.00

V tem času bodo na observatoriju astronomi, ki vam bodo razkazali observatorij, opremo in astronomsko knjižnico. Ob obisku bodo prikazali delovanje teleskopa in z veseljem odgovarjali na vaša vprašanja. V primeru jasnega vremena bo v večernem terminu možno opazovanje s 70 cm teleskopom Vega.

Po predhodnem dogovoru na tel. (01) 2301 704 so za manjše skupine obiski možni tudi ob drugih datumih in urah.

Knjige Stephena Hawkinga

V slovenskem prevodu je izšlo že več knjig profesorja Stephena W. Hawkinga, namenjenih širšemu krogu bralcev. Podrobnejše predstavitve posameznih del najdete na spodnjem internetnem naslovu in v preteklih številkah revije Presek.

ILUSTRIRANA KRATKA ZGODOVINA ČASA, Prenovljena in razširjena izdaja

260 strani

veliko ilustracij
barvni tisk

format
19,6 × 25,5 cm

trda vezava

26,08 EUR

KRATKA ZGODOVINA ČASA

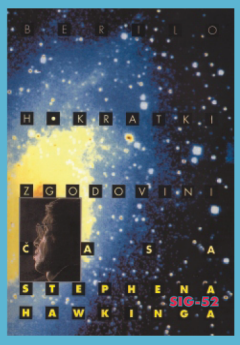
Prenovljena in razširjena ob deseti obletnici

192 strani

format
14 × 20 cm

mehka
vezava

12,52 EUR



BERILO H KRATKI ZGODOVINI ČASA

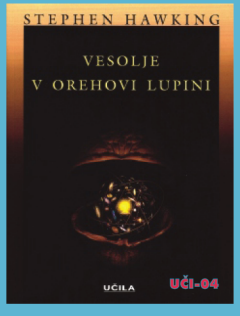
152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

7,30 EUR

ČRNE LUKNJE IN OTROŠKA VESOLJA ter drugi eseji

152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

10,43 EUR



VESOLJE V OREHOVI LUPINI

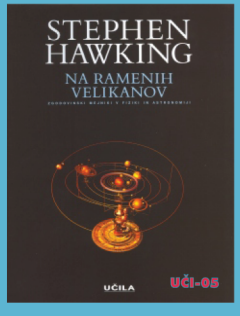
224 strani
barvni tisk
format 19,5 × 25,5 cm
mehka vezava

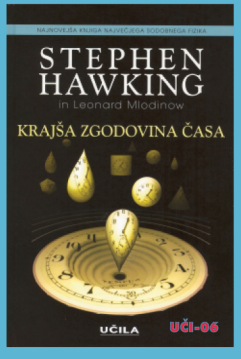
20,82 EUR

NA RAMENIH VELIKANOV

256 strani
barvni tisk
format 19,5 × 25,5 cm
trda vezava

29,17 EUR





KRAJŠA ZGODOVINA ČASA

176 strani
barvni tisk
format 16 × 24 cm
trda vezava

24,80 EUR

Vse Hawkingove knjige lahko naročite s popustom na naslovu:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/hawking/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!
Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.