



# PRESEK

- MEDNARODNO LETO ASTRONOMIJE
- JAVORJEVO SEME
- NAGRADNA KRIŽANKA



ISSN 0351-6652



9 770351 665623

# Ustvarjanje kristalov

☛ Če hočemo raziskovati nastajanje kristalov, potrebujemo tako moč matematike kot tudi hitrost sodobnih računalnikov. Poleg preučevanja prelepih oblik snežink je področje ustvarjanja kristalov odločilnega pomena za trdnost jekla, superprevodnike in računalniške čipe.

Med nastajanjem imajo kristali premične, nepravilno oblikovane robove. Zaradi tega imajo enačbe, ki opisujejo nastanek kristalov, le numerične rešitve. Deloma nastajanje kristalov sledi principu minimalne površine pri fiksnem volumnu, na njihovo oblikovanje pa vpliva tudi orientacija kristala; toplota se lažje razprši proč od ploskve kot vanjo, zato se kristali v zunanji smeri oblikujejo hitreje kot drugi. Dodatna zahtevnost, ki jo v problem ustvarjanja kristalov prinese orientacija, povzroči, da je reševanje ustreznih enačb še težje. ☒



**POJASNILO:** Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani [www.ams.org/mathmoments](http://www.ams.org/mathmoments).

## ☛ Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje letnik 36, šolsko leto 2008/2009, številka 2

**Uredniški odbor:** Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

**Dopisi in naročnine:** DMFA-založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

**Internet:** [www.presek.si](http://www.presek.si)

**Elektronska pošta:** [presek@dmfa.si](mailto:presek@dmfa.si)

**Naročnina** za šolsko leto 2008/2009 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učenecv šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASIX, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

**List sofinancirata** Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

**Založilo** DMFA-založništvo

**Oblikovanje in tehnično urejanje** Polona Šterk

**Ilustracija** Polona Šterk in Ines Kristan

**Tisk** Tiskarna Pleško, Ljubljana

**Naklada** 2000 izvodov

© 2008 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1719

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

## NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevi naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učenec višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA-založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte [presek@dmfa.si](mailto:presek@dmfa.si).

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

# Kazalo

## ■ MATEMATIČNI TRENUTKI

Ustvarjanje kristalov ..... 2

## ■ MATEMATIKA

Odplačevanje kredita – drugi del (*Ajda Fošner*) .. 4-6  
Bistrovidec – Poenostavi števila

(*Marko Razpet*) ..... 6

49. mednarodna matematična olimpijada  
(*Gregor Dolinar in Irena Majcen*) ..... 7-8

Rešitev nagradne naloge – Skrita računa na vazi  
iz prejšnje številke Preseka  
(*Marija Vencelj*) ..... 30

## ■ FIZIKA

Brezstenski števci in Anton Moljk (*Jože Pahor,  
Marjan Hribar in Alojz Kodre*) ..... 9-12

Poizkuševalnica v kuhinji – Kozarec z vodo –  
odgovor in nova naloga (*Mojca Čepič*) ..... 13-15

Razmisli in poskusi – Javorjevo seme  
(*Mitja Rosina*) ..... 15, 18

39. mednarodna fizikalna olimpijada  
(*Ciril Dominko*) ..... 18

**SLIKA NA NASLOVNICI:** Mednarodna matematična olimpijada je letos v  
juliju potekala v Madridu. Domačini so tekmovalcem pripravili zani-  
mive aktivnosti, med drugim tudi obisk zgodovinskega mesta Toleda,  
ki je na tokratni Presekovi naslovnici (foto: Irena Majcen).

## ■ ASTRONOMIJA

Mednarodno leto astronomije  
(*Andreja Gomboc*) ..... 19-22

## ■ RAČUNALNIŠTVO

Poštni nabiralniki in kriptografski protokoli  
– Kriptosistemi z javnimi ključi, tretji del  
(*Aleksandar Jurišič*) ..... 22-26

20. mednarodna računalniška olimpijada  
(*Jelko Urbančič*) ..... 27-29

## ■ RAZVEDRILO

Nagradna križanka (*Marko Bokalič*) ..... 16-17  
Rešitev nagradne križanke Presek 36/1 ..... 30

## ■ TEKMOVANJA

Naloge z 49. mednarodne matematične  
olimpijade (*Gregor Dolinar in Irena Majcen*) ..... priloga

Teoretične naloge z 39. mednarodne fizikalne  
olimpijade (*Jurij Bajc in Ciril Dominko*) ..... priloga

Naloge z 20. mednarodne računalniške  
olimpijade (*Jelko Urbančič, Roman Dorn in  
Borut Jurčič-Zlobec*) ..... priloga

Naloge s 7. regijskega tekmovanja v znanju  
matematike za dijake poklicnih šol ..... priloga



KAZALO



# Odplačevanje kredita

DRUGI DEL

AJDA FOŠNER

➔ V prvem delu članka *Odplačevanje kredita* [4] smo se seznanili s kreditnimi posli, ki so tako za posameznika kot tudi za podjetja brez dvoma najpogostejša oblika poslovnih odnosov, pri katerih se pojavljajo obresti. Tako že vemo, da zneske, s katerimi kreditojemalec v enakih časovnih obdobjih vrača posojilo, imenujemo *anuitete*. Vsaka anuiteta je sestavljena iz *obresti* in *razdolžnine*. Obresti se vsakokrat obračunajo za obdobje med dvema zaporednima anuitetama in od osnove, ki jo predstavlja ostanek dolga po prejšnjem vračilu. Če od anuitete odštejemo obresti, dobimo razdolžnino. Za ta znesek se zmanjša dolg, ko je plačana anuiteta.

Pri odplačevanju posojila imamo dve možnosti:

- odplačevanje posojila z enakimi anuitetami,
- odplačevanje posojila z enakimi razdolžninami.

V prvem delu članka smo si ogledali le prvo možnost, ki se z nekaj izjemami uporablja pri kreditih fizičnim osebam. Kreditojemalec odplača posojilo z določenim številom enakih zneskov. Znotraj tako določene zneska (anuitete) se potem spreminja struktura: povečuje se delež razdolžnine in zmanjšuje delež obresti. Te seveda padajo, saj se izračunavajo od vedno manjšega ostanka dolga. V članku, ki ga imate pred sabo, pa se bomo posvetili drugi možnosti, torej odplačevanju kredita z enakimi razdolžninami, ki je značilno za poslovanje med banko in podjetji.

Predpostavimo, da moramo dolg  $D_0$  odplačati z  $n$  letnimi obroki (prvi obrok plačamo po enem letu od sklenitve kreditne pogodbe), pri letni obrestni meri  $p\%$  in letnem pripisu obresti, pri čemer so vse razdolžnine enake. To pomeni, da je vsaka razdolžni-



MATEMATIKA



na enaka  $n$ -temu delu začetnega dolga, obresti pa se iz obdobja v obdobje zmanjšujejo, saj se zmanjšuje višina našega dolga. Pri tem seveda pada tudi skupni znesek (anuiteta), ki ga periodično plačujemo. Največja je prva anuiteta, ki je vsota  $n$ -tega dela dolga ter obresti, obračunanih od celotnega začetnega stanja posojila.

Razdolžnina  $Q$  je konstanta in se iz obdobja v obdobje ne spreminja, torej,

$$Q = \frac{D_0}{n}.$$

Prvo anuiteto  $a_1$  dobimo tako, da razdolžnini  $Q$  prištejemo enoletne obresti od začetnega dolga  $D_0$ :

$$a_1 = Q + o_1 = Q + \frac{D_0 p}{100}.$$

Pri drugi anuiteti je osnova že zmanjšana za eno razdolžnino, zato je

$$a_2 = Q + o_2 = Q + \frac{(D_0 - Q)p}{100}.$$

Če nadaljujemo s premislekom, pridemo do anuitete za poljubno obdobje

$$a_i = Q + o_i = Q + \frac{(D_0 - (i-1)Q)p}{100}.$$

Iz zgornje enakosti lahko hitro opazimo, da so anuitete členi padajočega aritmetičnega zaporedja, saj lahko zapišemo

$$\begin{aligned} a_i &= Q + \frac{(D_0 - (i-1)Q)p}{100} = \\ &= Q + \frac{D_0 p}{100} - \frac{(i-1)Qp}{100} = a_1 - (i-1) \frac{Qp}{100}. \end{aligned}$$

**ZGLED.** Kredit 320.000 denarnih enot moramo pri 8% letni obrestni meri vrniti v petih letnih vračilih, pri čemer naj bodo razdolžnine enake.

Ker bomo posojilo vrnili s petimi obroki, pri čemer bodo razdolžnine enake, znaša vsaka razdolžnina petino kredita, to je  $Q = 64.000$  denarnih enot. Po zgornji formuli lahko izračunamo prvo anuiteto:

$$a_1 = Q + o_1 = Q + \frac{320.000 \cdot 8}{100} = 89.600.$$

Začetni dolg se seveda po plačnem prvem obroku zmanjša za vrednost ene razdolžnine in je torej po enem letu enak 256.000 denarnih enot. Druga anui-

teta znaša

$$a_2 = Q + o_2 = Q + \frac{256.000 \cdot 8}{100} = 84.480.$$

Na enak način lahko izračunamo še tretjo, četrto in zadnjo anuiteto.

Sestavimo odplačilni načrt oziroma načrt vračanja posojila iz našega zgleda (običajno uporabljamo izraz *amortizacijski načrt*, ki izhaja iz izraza *amortizacija kredita* in pomeni odplačevanje le-tega).

*Amortizacijski načrt*

| LETO | ANUITETA   | OBRESTI   | RAZDOLŽNINA | OSTANEK    |
|------|------------|-----------|-------------|------------|
| 0    | -          | -         | -           | 320.000,00 |
| 1    | 89.600,00  | 25.600,00 | 64.000,00   | 256.000,00 |
| 2    | 84.480,00  | 20.480,00 | 64.000,00   | 192.000,00 |
| 3    | 79.360,00  | 15.360,00 | 64.000,00   | 128.000,00 |
| 4    | 74.240,00  | 10.240,00 | 64.000,00   | 64.000,00  |
| 5    | 69.120,00  | 5.120,00  | 64.000,00   | -          |
|      | 396.800,00 | 76.800,00 | 320.000,00  |            |

Iz tabele je lepo razvidno, da se obroki postopno zmanjšujejo (drugi stolpec). Kot smo že povedali, je prvi obrok vedno največji in znaša v našem primeru 89.600 denarnih enot, medtem ko je zadnja anuiteta vredna 69.120 denarnih enot. Omenimo še, na kaj moramo biti pozorni pri sestavljanju take preglednice.

- Seštevek obresti in razdolžnin mora biti enak vsoti vseh plačanih anuitet (zadnja vrstica v drugem stolpcu).
- Vsota razdolžnin (četrti stolpec, zadnja vrstica) mora biti enaka začetnemu dolgu. Taka kontrola je pomembna predvsem pri amortizacijskih načrtih s fiksnimi anuitetami.

*Kakšen pa bi bil amortizacijski načrt, če bi enako posojilo pri 8% letni obrestni meri morali vrniti s petimi enakimi letnimi vračili (anuitetami)?*

Postopek sestavljanja takega amortizacijskega načrta je podoben zgoraj opisanemu, zahtevnejši je le prvi korak, s katerim določimo letni obrok. V prvem delu članka smo že izpeljali splošno formulo za izračun anuitete

→ ■  $a = \frac{D_0 r^n (r - 1)}{r^n - 1},$

pri čemer  $n$  označuje število let vračanja posojila in je  $r = 1 + \frac{p}{100}$  obrestovalni faktor. V našem primeru je  $n = 5$  in  $r = 1 + \frac{8}{100} = 1,08$ . Torej je

■  $a = \frac{320.000 \cdot 1,08^5 \cdot (1,08 - 1)}{1,08^5 - 1} = 80.146,07.$

Rezultat je smiselno zaokrožiti na dve decimalki. V nadaljevanju sestavljanja tabele moramo biti pozorni na to, da je zdaj fiksiran podatek pravkar izračunani letni obrok  $a$ . Od te anuitete odštejemo obresti od preteklega ostanka dolga in tako dobimo razdolžnino za tekoče leto. Za to razdolžnino se zmanjša naš dolg. Ker so torej obresti  $o_1$  po prvem letu

■  $o_1 = 320.000 \cdot \frac{8}{100} = 25.600,00,$

je prva razdolžnina

■  $Q_1 = a - o_1 = 80.146,07 - 25.600,00 =$   
 $= 54.546,07$

in preostanek dolga

■  $D_1 = D_0 - Q_1 = 320.000,00 - 54.546,07 =$   
 $= 265.453,93.$

Tako smo izračunali vse vrednosti v prvi vrstici naše tabele. Pri ostalih vrsticah analogno nadaljujemo postopek.

| LETO | ANUITETA   | OBRESTI   | RAZDOLŽNINA | OSTANEK    |
|------|------------|-----------|-------------|------------|
| 0    | -          | -         | -           | 320.000,00 |
| 1    | 80.146,07  | 25.600,00 | 54.546,07   | 265.453,93 |
| 2    | 80.146,07  | 21.236,32 | 58.909,75   | 206.544,18 |
| 3    | 80.146,07  | 16.523,54 | 63.622,53   | 142.921,65 |
| 4    | 80.146,07  | 11.433,74 | 68.712,33   | 74.209,32  |
| 5    | 80.146,07  | 5.936,75  | 74.209,32   | -          |
|      | 400.730,35 | 80.730,35 | 320.000,00  |            |

Iz tabele je razvidno, kako se obresti postopno zmanjšujejo (tretji stolpec), razdolžnine pa povečujejo (četrti stolpec). Opazimo lahko tudi, da je vsota vseh obresti, ki jih plačamo v tem primeru (zadnja vrstica, tretji stolpec), nekoliko večja od vsote obresti, ki jih plačamo, če vračamo posojilo z enakimi razdolžninami. Vendar pa so prvi obroki pri vračanju posojila z enakimi razdolžninami večji, kar je bistvena slabost takega načina odplačevanja kredita.

## ■ Literatura

- [1] J. A. Čibej, *Matematika za poslovneže (1. del)*, Ekonomska fakulteta, Ljubljana 2003.
- [2] A. Fošner, *Z varčevanjem do novega računalnika*, Presek 35 (2007/2008), št. 2, str. 4-5.
- [3] A. Fošner, *Obrestno obrestni račun*, Presek 35 (2007/2008), št. 5, str. 4-5.
- [4] A. Fošner, *Odplačevanje kredita*, Presek 35 (2007/2008), št. 6, str. 8-9. ✖

# Poenostavi števila

➤ Spodnja števila poenostavi tako, da v imenovalcu ne bodo več imela korenov.

■  $A = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} + 2},$

■  $B = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - 2},$

■  $C = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2},$

■  $D = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2} \cdot \text{✖}$

# 49. mednarodna matematična olimpijada



Slika 1. Slovenska olimpijska ekipa na zaključku matematične olimpijade. Z leve proti desni spredaj: Aljaž Zalar (pohvala), Matej Aleksandrov, Anja Komatar, Gregor Grasselli, zadaj: Irena Majcen (vodja), Primož Pušnik (bronasta medalja), Jure Vogrinc (bronasta medalja) in Gregor Dolinar (vodja).

GREGOR DOLINAR IN IRENA MAJZEN

MARKO RAZPET



➔ Priprave na mednarodno matematično olimpijado (MMO) so se začele že septembra 2007, ko smo pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (DMFA Slovenije) povabili na raziskovalne dneve najboljše dijake preteklega leta. V oktobru, novembru in decembru 2007 so se na predavanjih vabljenim dijakom pridružili še dijaki, ki so jih prijavile šole. V januarju 2008 smo pripravili dodatne raziskovalne dneve, zadnje priprave dijakov na tekmovanje pa so bile mogoče tudi tik pred MMO. Izbirni testi, ki so poleg domačih nalog in državnega tekmovanja odločilno vplivali na izbor ekipe, so potekali decembra 2007 ter februarja in marca 2008. Ekipo so letos sestavljali Matej Aleksandrov, Gregor Grasselli, Anja Komatar, Jure Vogrinc in Aljaž Zalar z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana ter Primož Pušnik iz ŠC Celje – Gimnazija Lava.

Na MMO sva tekmovalko in tekmovalce spremljala dr. Gregor Dolinar s *Fakultete za elektrotehniko Univerze v Ljubljani* in Irena Majcen z *Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko*.

Za razliko od lanskega leta, ko smo potovali v Vietnam, je bilo letos potovanje na olimpijado kratko in







enostavno. Madrid nas je pričakal s temperaturami, nižjimi od 40 stopinj, ki so za špansko prestolnico sicer značilne za to obdobje leta. Dan po našem prihodu je bila otvoritvena slovesnost v slavnem madridskem gledališču, nato pa sta 16. in 17. julija sledila dva tekmovalna dneva. Letošnje naloge niso bile tako nerešljive kot lanske, tako da je bila večina udeležencev z njimi dokaj zadovoljna. Za občutek o težavnosti tekmovalnih nalog bralce vabimo, da si jih ogledajo v tokratni Presekovi prilogi.

Vendar MMO ni samo matematično tekmovanje. V dneh po tekmovanju, ko smo spremljevalci in organizatorji ocenjevali izdelke tekmovalcev, je imelo več kot 500 mladih iz 97 držav celega sveta dovolj časa, da so se posvetili zabavi. Organizatorji so pripravili več zanimivih aktivnosti (npr. iskanje in reševanje zabavnih nalog v enem izmed osrednjih madridskih parkov), razkazali so jim nekaj največjih znamenitosti Španije (muzej Prado v Madridu, zgodovinski mesti Toledo in Segovia), veliko zanimivih stvari pa so s pomočjo svojih vodičev tekmovalci našli v Madridu kar sami.

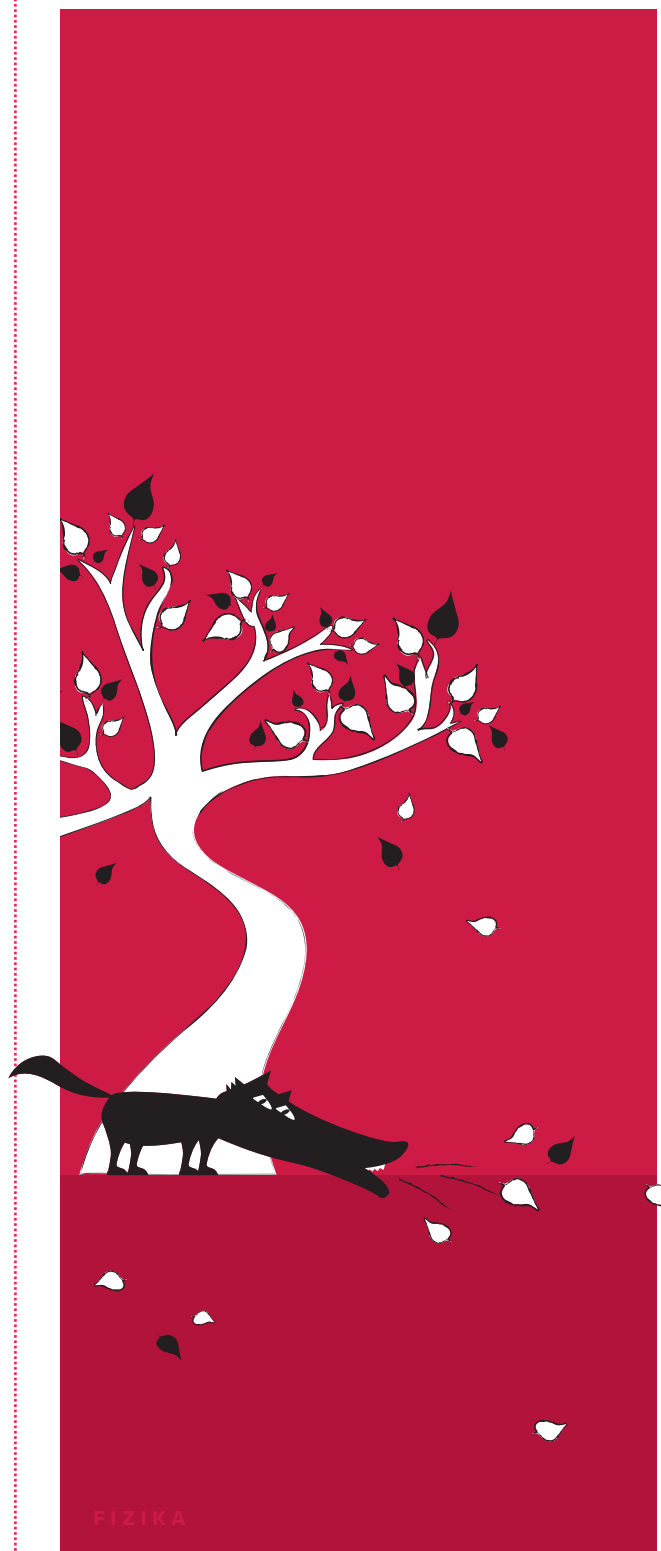
MMO se konča z zaključno slovesnostjo, na kateri sta bila tokrat častna gosta španski princ in njegova soproga, ki se je ves čas prireditve, tako kot se za špansko damo spodobi, hladila s pahljačo. Na slovesnosti sta JURE VOGRINC in PRIMOŽ PUŠNIK prejela **bronasti medalji**, njun uspeh na MMO pa je dopolnil še ALJAŽ ZALAR, ki je prejel **pohvalo**.

Naslednje leto bo jubilejna petdeseta MMO v Bremnu v Nemčiji. Organizatorji se zelo trudijo, da bo ob okrogli obletnici olimpijada v Nemčiji res nekaj posebnega. Tako bodo na primer tekmovalci na olimpijadi en dan dlje kot druga leta, dodatni dan pa bo namenjen praznovanju okrogle obletnice. Zagotovo bo, tako kot je pravzaprav vsaka, tudi naslednja mednarodna matematična olimpijada nepozabna.

Več o mednarodni matematični olimpijadi na

<http://imo-official.org> ☒

[www.presek.si](http://www.presek.si)



# Brezstenski števeci in Anton Moljk

JOŽE PAHOR, MARJAN HRIBAR IN ALOJZ KODRE

➔ **Brezstenski števec je bil rojen v Glasgowu leta 1956. Njegov oče je bil Anton Moljk, ki je tedaj, v času naglega razvoja jedrske fizike, na tamkajšnji univerzi sodeloval pri raziskavah radioaktivnosti.**

Za dovolj občutljiva in natančna merjenja slabo prodornih delcev alfa in beta so morali raziskovalci razviti primerne detektorje ali števece. Prvi tak detektor – Geiger-Müllerjev števec – ni bil primeren za podrobnejša merjenja, saj se oglasi vedno na enak način, ne glede na to, kakšen delec ga prečka.

Več je obetal proporcionalni števec. Ta na vsak delec odgovori z električnim sunkom, ki je sorazmerno z energijo delca. Več bomo o proporcionalnem števcu izvedeli kasneje. Iz te družine je zrasel brezstenski proporcionalni števec. Z njim so jedrski fiziki opravili mnoge natančne meritve, zanimivo pa je, da je olajšal tudi določanje arheološke starosti.

V desetletju pred tem je ameriški kemik Libby pokazal s prstom na naravno uro, ki tiktaka v vsakem odmrlem organizmu in odštevata tisočletja. *Ura je ogljik.*

Ta element ima stabilna izotopa z atomskima masama 12 in 13, torej  $^{12}\text{C}$  in  $^{13}\text{C}$ , vendar najdemo v naravi tudi neznatne količine radioaktivnega ogljika  $^{14}\text{C}$ . Ta izotop, ki ima razpolovni čas blizu 5700 let, neprestano nastaja v visokih plasteh ozračja, kjer kozmični žarki zadevajo jedra dušika  $^{13}\text{N}$ . Novonastali ogljik se spoji z dvema atomoma kisika v ogljikov dioksid, ki pride z mešanjem zraka do zemeljskega površja. Tu ga asimilirajo rastline. Z rastlinami se hranijo živali. Tako se ogljik  $^{14}\text{C}$  enakomerno porazdeli po vsej živi naravi. Ob enakomernem obstreljevanju s kozmičnimi žarki je vzpostavljeno ravnovesje: ravnovesna količina izotopa 14 na Zemlji je tista, pri kateri razpade toliko jeder, kolikor jih v enakem času nastane v reakciji iz dušika. Tako v

gramu ogljika iz ozračja ali živih organizmov razpade v minuti približno 16 atomov ogljika  $^{14}\text{C}$ . Pri tem odleti 16 delcev beta, ki jih znamo odkriti in šteti.

S smrtjo organizma prisvajanje ogljika iz okolice preneha. Ko so v starem Egiptu posekali drevo, da so napravili čoln faraonu, mrtvo drevo ni več asimiliralo ogljikovega dioksida in kopičilo ogljika. Količina ogljika  $^{14}\text{C}$  se je od tega trenutka dalje samo še manjšala zaradi radioaktivnega razpada, sorazmerno s tem je upadalo tudi število delcev beta, ki jih je oddajal preostali ogljik  $^{14}\text{C}$ . Po približno 5700 letih odda gram ogljika iz faraonovega čolna vsako minuto le še 8 delcev beta.

Tako smo prišli do recepta, kako določati starost predmetov organskega izvora. Izmerimo aktivnost ogljika v vzorcu in iz nje določimo čas, ko je s smrtjo organizma prenehala asimilacija. Po Libbyjevi zamisli bi torej postavljali kose lesa pred detektorje sevanja in zaznavali razliko med starim in svežim lesom.

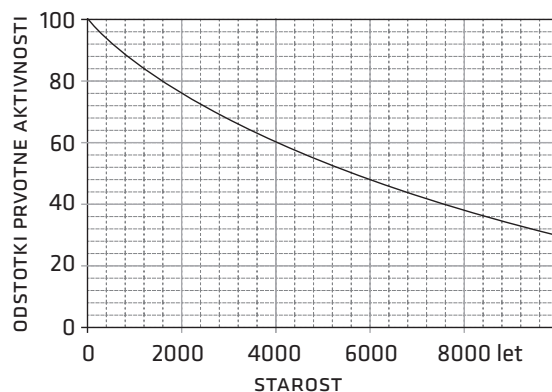
Tu se lepa zamisel kot pravljica konča, nastopi čas trdega dela, ko je treba razrešiti še nekaj majhnih umazanih podrobnosti. Delci beta, ki se rode ob razpadu jeder  $^{14}\text{C}$ , imajo majhno energijo in le stežka dosežejo detektor sevanja. Zaustavi jih že vstopno okence detektorja, recimo 0,07 mm tanko okence iz sljude na Geiger-Müllerjevem detektorju. Les bi morali vložiti v sam detektor, pa še tako bi preštevali le delce, ki se rodijo v tanki površinski plasti z debelino okoli 0,3 mm, delci iz notranjosti pa bi se zaustavili že v lesu.



Kaj, če bi ogljik v detektor rajši vnesli kot plin? Les sežgemo in napolnimo proporcionalni števec z ogljikovim dioksidom  $\text{CO}_2$ . Delovni plin v takem števcu je največkrat argon, a se števec tudi ogljikovega dioksida ne brani.

Poskusimo si pripraviti vse potrebno za meritev. V tistih časih smo proporcionalne števce izdelovali sami. Vzemimo zanj valj s premerom 12 centimetrov in dolžino 45 centimetrov. Prostornina bo torej okoli 5 litrov. Napolnimo števec z ogljikovim dioksidom. Pri tlaku, ki je enak zunanemu zračnemu tlaku, bo v njem 10 gramov ogljikovega dioksida. Za našo meritev je pomemben ogljik, ki ga je okoli 27 odstotkov, kar zneso 2,7 grama. Če smo pridobili ogljikov dioksid iz svežega lesa, bi morali naštet vsako minuto približno 43 razpadov ogljikovih jeder. Natančneje povedano, ker je jedrski razpad naključen pojav, je ocenjena aktivnost, 43 razpadov na minuto, srednja vrednost, dobljena kot povprečje mnogih minut merjenja. Tipična razhajanja pri štetju sunkov v posameznih minutah ocenimo s korenom iz aktivnosti, torej s  $\sqrt{43} \approx 6,5$ . Pri lesu, starem okoli 5000 let, bi bilo razpadov le okoli 22. Pogled na graf (slika 1), ki kaže, kako pojema aktivnost ogljika  $^{14}\text{C}$  v vzorcu lesa, pove, da bo potrebno prešteti sunke zelo natančno. En odstotek napake pri preštevanju bi spremenil starost 5000 let za 160 let, tolikšno natančnost pa bi po gornjem korenskem pravilu dosegli, ko bi prešteli 10000 razpadov. Za faraonov čoln bi to pomenilo  $10000/22 \approx 450$  minut merjenja. Za tako imeniten rezultat se zdi sedem ur in pol dela čisto sprejemljiva cena.

Priključimo torej števec na primerno visoko napetost in začnimo s preštevanjem (slika 2). Že prvo minuto bomo naštet okoli 1000 sunkov namesto pričakovanih 22. Števec namreč zaznava tudi sevanje, ki prihaja iz vesolja in ga atmosfera ne zaustavi. Nekaj prispevajo tudi neznatne količine radioaktivnih izotopov v kamninah v tleh in v gradbenih materialih laboratorija. Tako smo tudi sami izpostavljeni nenehnemu bombardiranju in del tega bombardiranja prestreza tudi naš števec. Pred sevanjem se lahko zavarujemo z debelimi svinčenimi stenami. Če postavimo svoj števec v svinčen grad, sicer del sevanja iz okolice ustavimo, še vedno pa ne bomo prišli pod 300 sunkov v minuti (slika 3). Treba je povedati, da smo razmere deloma že omilili z izbiro proporcionalnega detektorja. Pri Geiger-Müllerjevem detektorju, ki ne loči različnih radioaktivnih sevanj in od-

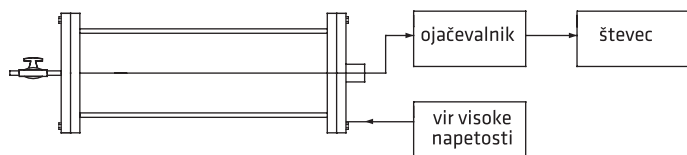


**Slika 1.** Aktivnost radioaktivnega  $^{14}\text{C}$  pade na polovico začetne vrednosti v okoli 5700 letih

govarja na vsak delec z enakim sunkom, bi ob vsej svinčeni zaščiti ujeli nekajkrat več motečih sunkov. S proporcionalnim števcem, ki na vsak delec odgovori z električnim sunkom, ki je sorazmeren z energijo delca, lahko iz množice sunkov izberemo le tiste, ki ustrezajo izbranemu območju energij. Pri delcih beta iz razpadov  $^{14}\text{C}$  je to območje med 0 in 156 keV.

Veliko število sunkov zaradi sevanja iz okolice predstavlja glavno motnjo pri našem merjenju. Tistih 43 ali 22 razpadov na minuto ali kolikor že jih je preostalo zaradi starosti vzorca, moramo zdaj zanesljivo prešteti ob skoraj desetkrat večjem številu sunkov iz pojavov, ki nimajo z vzorcem nič opraviti. Očitno bomo potrebovali najmanj dve meritvi. Najprej bomo prešteli sunke iz števca, napolnjenega z radioaktivnim ogljikovim dioksidom, nato pa še sunke iz števca, enako polnjenega z ogljikovim dioksidom, ki pa ni več radioaktiven. Tega dobimo pri sežigu premoga, ki je pod zemljo več sto milijonov let, ali z ogljikovim dioksidom iz naravne mineralne vode. Drugi meritvi pravimo meritev ozadja. Razlika med prvo meritvijo in drugo meritvijo, ki je sicer še manj natančna od posamezne meritve, pomeni razpade, ki jih pripisujemo našemu vzorcu.

Ocenimo zdaj, kako dolga naj bo meritev z natančnostjo 1 %, ki bi pri naših pogojih zadoščala za določitev starosti 5000 let z napako 160 let. Račun je nekoliko bolj zapleten, rezultat pa nas ne bo razveselil. Vsaka od obeh meritev naj bi trajala približno mesec dni. Preveč, da bi bila meritev rutinsko izvedljiva. Na tak način bi težko ustregli arheologom pri več kot nekaj izjemno pomembnih najdbah.

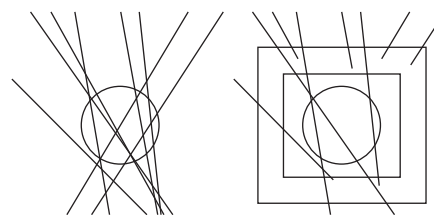


**Slika 2.** Proporcionalni števec s pripadajočo elektroniko. Z virom visoke napetosti ustvarimo električno polje med obročem in žičko. Ob prehodih delcev nastajajo okoli žičke plazovi elektronov in ionov, ki povzročajo električne sunke. Z ojačevalnikom sunke ojačimo, s števcem pa štejemo.

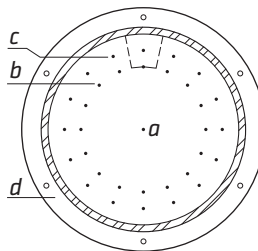
Anton Moljk s sodelavci je našel rešitev. Če sevanja iz okolice ne moremo ustaviti, obdajmo svoj proporcionalni števec s stražarji, ki bodo najavljali neljube goste iz okolice. Ob vsakem javljanju stražarjev ustavimo sunek, ki ga pošlje proporcionalni števec kot odziv na prehod nezaželenega gosta. Tudi stražarji bodo stanovali v istem ohišju skupaj z glavnim števcem. Tako se je rodil brezstenski proporcionalni števec.

Potrebujemo nekoliko širši valj (slika 4). Po osi je kot prej napeta tanka števna žica  $a$ . Namesto prejšnje stene je niz  $b$  debelejših žic, ki so električno povezane z zunanjo steno  $d$ . Znotraj niza  $b$  je območje glavnega števca. Med nizom debelejših žic  $b$  in novo steno  $d$  je niz tanjših žic  $c$ . Te žice, povezane med seboj v obročast števec, javljajo vstop sevanja iz okolice. Števni obroč sestavlja torej 16 enakih števecv. Vsakega od njih omejujejo črte, ki so za enega izmed njih narisane črtkano.

Kako lahko deluje tako nenavaden števec? Oglejmo si najprej, kaj se dogaja v običajnem proporcionalnem števcu. Delec beta, recimo kar elektron, se giblje skozi plin v števcu. Na poti cepi atome na elektrone in ione ali, krajše, na ionske pare. Število nastalih ionskih parov je sorazmerno z energijo, ki jo delec izgubi pri prehodu skozi števec. Zaradi visoke napetosti, priključene med ohišje števca in števno žico, je v prostoru znotraj števca električno polje. Negativni elektroni drsijo proti pozitivni števni žici, ioni pa se gibljejo proti steni. Na svoji poti čutijo elektroni vedno močnejše električno polje in v njem na poti med dvema trkoma z atomi plina pridobijo vedno več energije. Tik pred žico imajo elektroni tolikšno energijo, da lahko tudi sami pri



**Slika 3.** Števec je neprestano izpostavljen sevanju iz vesolja in iz tal. S svinčnim „gradom“ množino sevanja zmanjšamo.

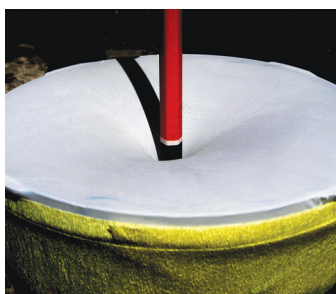


**Slika 4.** Presek brezstenskega proporcionalnega števca: območje osrednjega števca s števno žičko  $a$  določa obroč debelejših žic  $b$ . Med temi žicami in steno števca  $d$  je obroč števecv s števni žicami  $c$ .

trkih razbijejo atome plina. Tako pride do pomnoževanja – na vsak nastali ionski par dobimo nekaj 1000 ionskih parov. Električni sunki, ki jih zaznamo na priključkih števca, so zaradi tega dovolj veliki, da jih lahko ojačimo in štejemo. Ker je pomnoževanje za vsak ionski par, ki nastane ob prehodu delcev, enako, je tudi višina sunkov sorazmerna z energijo, ki jo delec izgubi v števcu.

Potek električnega polja v števcu si predstavljamo s tako imenovano membransko analogijo. Vzemimo obroč in prek njega napnimo prožno opno. S svinčnikom natanko v središču potisnimo opno navzdol. Nastane lijak, ki je od obroča proti svinčniku vse bolj strm (slika 5). Gibanje elektronov ponazorijo kapljice vode, ki jih spuščamo na opno, da zdrsnejo v lijak.

V brezstenskem števcu je dogajanje podobno.



**Slika 5.** Membrana ponazarja potek električnega polja med obročem in števno žico. Elektroni, ki se rodijo nekje med števno žico in obročem, zdrsnejo proti števni žici kakor kaplja vode po membrani proti svinčniku.



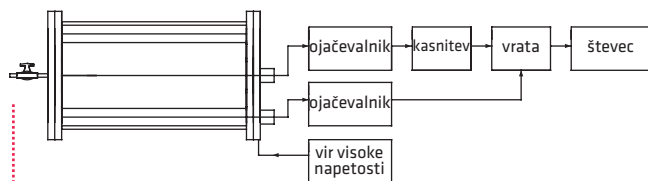


Spet nas bo zanimalo gibanje elektronov v električnem polju znotraj števca. Nadaljujmo igro, da pridemo do slike polja v brezstenskem števcu. Z nizom palic, razporejenih po krožnici, podpremo opno na mestih, kjer so v našem števcu debelejšje žice, ki so nadomestile steno. Konci palic naj bodo v višini obroča. Poskus s kapljami vode nas privede do enakega rezultata kot prej. Kamorkoli pade kaplja, vedno bo končala svojo pot v lijaku, le da ga bo dosegla po bolj zaviti poti, saj se bo izognila podprtim mestom. Končno potisnimo opno navzdol na mestih, koder so razporejene števne žice v obroču. Zdaj je opna bolj razgibana. Lijaku na sredini se pridruži še šestnajst lijakov. Črta, ki veže podprta mesta, je ločnica, ki določa, kam bo odtekala voda: v središčni lijak ali v enega od 16 lijakov v obroču. Steno središčnega števca je nadomestila črta ločnica.

Novemu števcu je potrebno prilagoditi merilni sistem (slika 6). Sama vrata, ki bi jih zapirali sunki iz obroča, niso dovolj. Kadar preleti skozi števec kozmični žarek, sta oba sunka, tisti iz obroča in tisti iz glavnega števca, sočasna. Vrata bi zaprli prepozno. Del sunka iz glavnega števca je že mimo. Zato je treba ta sunek zakasniti, da bi preverili, če morda obroč ne ugovarja. Za zakasnitev poskrbi primerno dolg kabel.

Pred petdesetimi leti je profesor pripovedoval o prvem zagonu novega sistema. Vsi sodelavci so stali pred števno napravo in se veselili ob vsakem daljšem intervalu med sunki ter zastokali, kadar so si sunki hitro sledili. Vendar je bil rezultat imeniten. Število sunkov iz ozadja je bilo skoraj stokrat manjše – v našem primeru bi jih bilo v minuti recimo 5 namesto 280. V enodnevnih meritvah je bilo mogoče določiti starosti z napako nekaj deset let.

Danes je merjenje radioaktivnosti v arheoloških vzorcih še veliko bolj izpopolnjeno. Gledamo lahko do 40000 let nazaj.



**Slika 6.** Brezstenski proporcionalni števec zahteva bolj zapleteno elektroniko. Sunka iz osrednjega števca in iz obročnega števca najprej ojačimo. Sunka iz osrednjega števca nato zakasnimo in jih usmerimo skozi vrata proti števeni napravi. S sunki iz obročnega števca vrata krmilimo tako, da ostanejo po vsakem sunku nekaj časa zaprta. Sunka iz osrednjega števca, ki je nastal hkrati s sunkom v obroču, zaradi tega ne more do števene naprave. Vir visoke napetosti je potreben za oblikovanje električnega polja v števcih.

Profesor Anton Moljk, ki je umrl pred desetimi leti, je znan mnogim srednješolcem po učbeniku fizike, ki sta ga napisala s profesorjem Ivanom Kuščerjem in je prvič izšel v letih od 1958 do 1963. Avtorja sta učbenik ves čas posodabljala ter ga prilagajala spreminjajočim se potrebam šol, sedaj pa skrbijo zanj sodelavci, ki so se pridružili prvima avtorjema kasneje. Manj je znano, da je bil profesor Moljk utemeljitelj študija tehnične fizike in s tem tudi modernega študija fizike pri nas. Zaslužen je za ustanovitev in razvoj Oddelka za fiziko, ki je sedaj del Fakultete za matematiko in fiziko. Spodbudil je začetek znanstveno raziskovalnega dela na več področjih fizike. Brezstenski proporcionalni števec, ki ga omenjamo v članku, je na Institutu „Jožef Stefan“ doživel vrsto izboljšav in je dolga leta služil kot osnovni instrument za raziskave v atomski fiziki. Profesor Moljk je vedno poudarjal pomen pouka fizike in razširjanja zanimanja

nja za fiziko med mladimi. Dolga leta je bedel nad tekmovanji srednješolcev iz fizike. Precej je prispeval k uspešnemu poteku mednarodne olimpijade iz fizike v Portorožu. Bil je pobudnik za ustanovitev podiplomskega študija za učitelje fizike in eden od predavateljev na njem. Zavedal se je tudi, da je treba učitelje spodbujati k stalnemu strokovnemu izobraževanju in jim nuditi možnosti za to. Še preden je postalo stalno strokovno izobraževanje splošno sprejeto, je znal priskrbeti sredstva in pridobiti ljudi za sodelovanje pri seminarju iz fizike. Seminar je vodil do svoje smrti. Spodbujal je učitelje, da so prebirali strokovno literaturo s področja pouka fizike in seminar tudi soustvarjali s svojimi prispevki. ☒

# Kozarec z vodo

## ODGOVOR IN NOVA NALOGA

MOJCA ČEPIČ

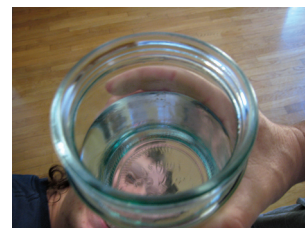
➔ Ali ste pravilno napovedali, kaj boste videli? Spraševala sem mnogo ljudi, a poznam samo enega (pravzaprav eno), ki se je spomnil, kako je videti, če hočeš pogledati svoje prste, ki držijo kozarec, skozi vodo.

Oglejmo si skupaj spodnje slike in jih poskusimo razumeti.

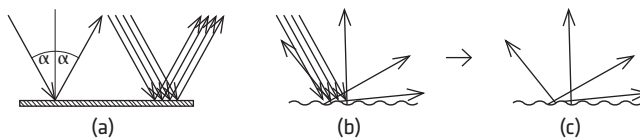
Najprej se spomnimo, zakaj sploh vidimo predmete. Predmeti, ki jih vidimo, morajo biti osvetljeni. Kot pravi pregovor, v temi je vsaka krava črna. Torej, brez svetlobe ne vidimo ničesar.

Svetloba se na predmetu mora odbiti in spremeniti svoje lastnosti, npr. predmet absorbira določene barvne komponente v svetlobi, določene odbije, pri odboju svetlobe od predmeta se smer širjenja svetlobe spremeni. Če na predmet pada svetloba le iz ene smeri in se le v eno smer tudi odbija, je tak predmet zrcalo in posreduje informacijo o svetlobi, ki je padala nanj in ne o sebi samem. Zato zrcala posredujejo bolj ali manj natančno sliko sveta, od koder nanje pada svetloba (slika 2a). V nadaljevanju se bomo pogovarjali o navadnih predmetih, katerih površina ni popolnoma gladka in ki odbijajo svetlobo na vse strani (slika 2b), ter o površinah, ki lahko v posebnih okoliščinah postanejo zrcala. Simbolično bomo svetlobo, ki je bila odbita na predmetu, risali samo od odboja dalje, da bodo slike bolj pregledne (slika 2c).

Da predmet vidimo, mora od predmeta odbita svetloba pasti v naše oči. Ko pogled usmerimo proti predmetu, pade odbita svetloba skozi zenico na očesno ozadje in vzdraži tam domujoče senzorje – paličke ali čepke, ki se odzivajo na svetlobo nasploh (paličke) oziroma le na določene barvne komponente v svetlobi (čepki). Svetloba sproži v paličkah in čep-



**Slika 1.** Skozi stene praznega kozarca prste dobro vidimo (levo). Dobro vidni so le prsti nad vodno gladino, od prstov pod vodno gladino pa lahko zaznamo le odtise (desno). Če dobro pogledamo, vidimo nekaj tudi skozi dno, tla in fanta, ki je kukal skozi dno kozarca.



**Slika 2.** Na zrcalu se svetloba odbije v isti smeri in ne spremeni svojih lastnosti (razen smeri) (a). Na hrapavi površini se zaradi lokalnega spreminjanja vpadnega kota svetloba odbija v vse smeri (b). V nadaljevanju bomo svetlobo simbolično risali le od odboja dalje, zavedati pa se moramo, da je predmet vseeno moral biti osvetljen, bodisi od Sonca ali drugih svetil, bodisi od odbite svetlobe od stene (c).

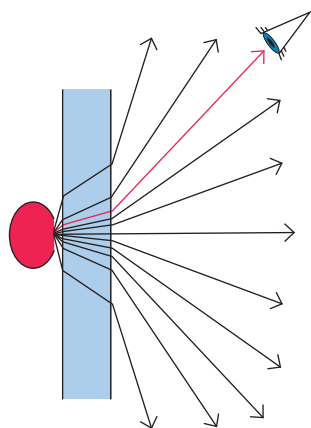
kih kemične reakcije, informacijo o proženju kemičnih reakcij v možgane posreduje vidni živec, možgani pa to informacijo predelajo v sliko sveta, ki jo gledamo.

Sedaj pa poskusimo razložiti, zakaj prste enkrat vidimo, drugič ne. Prsti na steni kozarca brez vode so osvetljeni iz prostora skozi steklo in svetloba se od njih odbije v naše oči. Zato jih vidimo. Pot svetlobe iz prostora (od luči, odbite svetlobe od sten ali tal) lahko vidimo na sliki 3. V smeri, iz katere je padla svetloba v oči, vidimo predmet (prst). Na sliki 3 označuje ta snopič svetlobe drugače obarvan žarek.

Precej drugače je takrat, ko je v kozarcu voda. Svetloba se pri prehodu iz ene prozorne snovi v drugo lomi v skladu z lomnim zakonom

$$\blacksquare \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}. \quad (1)$$



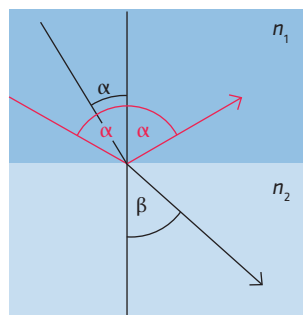


Slika 3. Simbolični prikaz svetlobe, odbite od dela prsta, in njene poti skozi steklo pri praznem kozarcu.

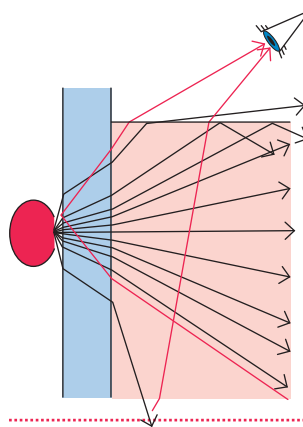
Vpadne kote ( $\alpha$ ) in lomne kote ( $\beta$ ) merimo glede na vpadno pravokotnico na površino, kot kaže slika 4. Lomna količnika  $n_1$  in  $n_2$  podajata razmerje med največjo možno hitrostjo svetlobe ( $c_0$  v vakuumu) in hitrostjo svetlobe v snovi (npr.  $c_1$  ali  $c_2$ ). Običajne vrednosti lomnih količnikov so med 1 in 2, nekatere posebne snovi, npr. diamanti, pa imajo količnik tudi večji od 2.

Zanimive pojave lahko opazujemo, če svetloba prehaja iz snovi z večjim lomnim količnikom v snov z manjšim. Tedaj se svetloba lomi proč od vpadne pravokotnice, ali drugače, lomni kot  $\beta$  je vedno večji od vpadnega kota  $\alpha$ . Seveda pa ne more biti večji od pravega kota  $90^\circ$ . Če se to zgodi, se svetloba več ne lomi, temveč se na površini odbije po odbojnem zakonu, kjer je odbojni kot enak vpadnemu (slika 4). Najmanjšemu vpadnemu kotu, pri katerem se to zgodi, pravimo kot popolnega odboja. Svetloba ostane ujeta v snovi in ne more iz nje, dokler ne pade na površino, kjer je vpadni kot manjši od kota popolnega odboja. Ker je za velike lomne količnike ta kot zelo majhen, se npr. na notranjih stenah diamanta svetloba totalno odbija in zato se diamanti tako lepo bleščijo.

Natanko to se zgodi v kozarcu. Svetloba iz prostora pade v vodo (lomni količnik 1,33), iz vode se lomi v steklo (lomni količnik 1,5), ker pa je med prsti in steklom tanka plast zraka, se na stekleni površini odbije in prstov ne osvetli. Da poskus uspe, je bila v navodilih posebej poudarjena skrb za suhe prste in kozarec. Če si pri natakanju vode iz pipe zmočite prste, je bolje, da iz omare vzamete suh kozarec, ga postavite na mizo in vanj natočite vodo iz steklenice ali vrča. Če sodite med ljudi, ki imajo običajno nekoliko vlažne roke, jih natrite z otroškim pudrom ali



Slika 4. Lom svetlobe iz sredstva z večjim lomnim količnikom ( $n_1$ ) v sredstvo z manjšim lomnim količnikom ( $n_2$ ). Če je vpadni kot  $\alpha$  prevelik, se svetloba popolnoma odbije (označeno z obarvanim žarkom).



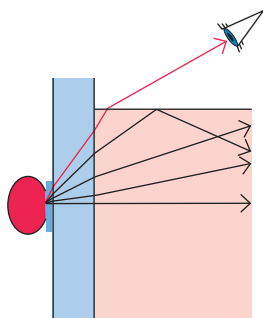
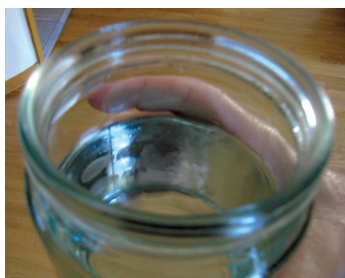
Slika 5. Svetloba, ki se odbija od prstov, se lomi ali popolnoma odbija na površini vode in ne pade v oči. Bela lisa med prstom in steklom predstavlja plast zraka. Zato prstov ne vidimo. V oči pade le svetloba iz okolice, ki se popolnoma odbije na navpičnih stenah kozarca (površina je videti kot zrcalo) ali prehaja skozi vodo od spodaj.

smukcem. Kozarec tudi držite bolj nalahno in ne, kot bi ga poskušali zdrobiti.

Na sliki lahko to prepoznamo v žarku, ki označuje svetlobni snopič, odbit od navpične površine stekla. Rekli boste, da so prsti gotovo osvetljeni. Seveda so, saj nanje pada svetloba, ki se zaradi majhnih vpadnih kotov skorajda ni lomila. A ta svetloba se po odboju na prstih lomi in odbija tako, da ne pade v naše oči, kot je videti iz snopičev svetlobe, označenih s črnimi žarki. Ker od zgoraj navzdol gledamo tako, da omogočamo svetlobi, ki pada skoraj pravokotno skozi vodno površino proti nam, vpad v oko, lahko vidimo skozi dno posode (slika 1 desno – fant pod kozarcem). To ponazarja drugi obarvani žarek, ki vstopa v vodo od spodaj (slika 5).

Lahko pa med prsti in steklom vzpostavimo most, ki bo preprečeval totalni odboj. Če prste zmočimo ali jih ob steklo močno stisnemo, plast zraka med prsti in steklom izgine; pogoji za totalni odboj torej niso izpolnjeni. Prsti se naenkrat spet prikažejo (slika 6 levo), ostro oko pa lahko vidi tudi srebrne niti zrcalc, nastalih zaradi zraka, ujetega v razbrazdani površini prstov (znani kot prstni odtis).

Igranja s kozarcem pa še ni konec. Ker imamo vse



**Slika 6.** Skozi vodo v kozarcu je mokre prste deloma mogoče videti (levo). Modra lisa na skici predstavlja plast vode med prstom in steklom (desno). Ker se svetloba lomi pri prehodu med dvema sredstvom, ki imata precej podobne lomne količnike (voda med prstom in steklom 1,33, steklo 1,5), se svetloba manj lomi in lahko pade v naše oči, kot pozorja obarvani žarek.



**Slika 7.** Vodo natočite v kozarec približno do polovice višine kozarca.

že pripravljeno, si lahko ogledamo še nekaj poskusov.

V kozarec z vodo vtaknite svinčnik, kot kaže slika 7. Na sliki je svinčnik v praznem kozarcu, da ne moti vašega opazovanja.

### ■ Oglejte si ga:

- od zgoraj,
- vzporedno s podlago,
- pa še z različnih strani (od strani levo in desno, od zgoraj levo in desno).

Potem se lahko igrate še naprej. Vzemite dva papirja različnih barv in ju zlepite po dolžini, da dobite en kos različno obarvan na dveh straneh. Postavite tak papir decimeter do dva za kozarec vode in ga

opazujte tako, da ga hkrati opazujete skozi vodo in skozi zrak v kozarcu. Kako vidite barvne površine?

Vzemite lutko ali igračko, ki je približno tako velika kot polovica širine kozarca. Premikajte jo za kozarcem levo in desno v oddaljenosti en do dva decimetra za kozarcem in igračko opazujte skozi vodo. Kako jo vidite v različnih legah?

Pri poskusih si narišite, kaj vidite, in poskusite to razložiti s tem, o čemer smo se pogovarjali danes. Ne pozabite, da vidite predmete v smeri, iz katere v vaše oko pada svetloba. ✖

MITJA ROSINA

## Razmisli in poskusi

### JAVORJEVO SEME



**30. Javorjevo seme.** Jeseni radi opazujemo, kako z drevesa pada suho listje. Posebno zanimivo pa je padanje javorjevih semen, ki imajo propelerček in se pri padanju veselo vrtijo okrog težišča. Razmisli, kakšne sile delujejo, da pada seme v vodoravni legi in ne v navpični! Poleg estetskega užitka lahko napravimo tudi nekaj **POSKUSOV**.

**STEHTAJ SEME;** iz teže lahko sklepaš, s kolikšno navpično silo deluje propelerček, ko seme enakomerno pada. S štoparico izmeri tudi število obratov na minuto. Sedaj pa si misli propelerček povečan na propeler helikopterja. Ko helikopter lebdi, mora dinamični vzgon propelerja uravnovesiti težo helikopterja (z maso kakih 10 ton). Predpostavi idealne pogoje, pri katerih je sila sorazmerna s ploščino propelerja in s kvadratom hitrosti  $v$ , s katero kroži propeler ( $v = 2\pi r \nu$ , kjer je  $r$  dolžina propelerja in  $\nu$  število obratov na časovno enoto). Koliko obratov na minuto mora imeti propeler helikopterja?



# Nagradna križanka

# VESOLJE

JE NAD TABO. ODKRIJ GA!

MEDNARODNO LETO  
**ASTRONOMIJE**  
**2009**

| AVTOR MARKO BOKALIČ                       | NENA-RAVNOST, IZPRI-JENOST | NEOKUS-NOST ZGODNJEGA SADJA                | ZA POSEK ODMER-JENA KOLIČINA LEŠA      | SVOJE-GLAVA UPORNOST                           | ALBANSKA DENARNA ENOTA                     | ZELO ZAČUDEN | STANJE NEOBU-TEGA ČLOVEKA               | NACE SIMONČIČ                                | KOMIK OLIVER HARDY | SEVERNI JELEN Z LOPAT-TASTIM ROGOVJEM   | PISATE-LJICA UMEK            | SVET, ZEMLJIŠČE                       |
|-------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------|-----------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| ENOTA ZA RAZDALJE V VESOLJU               |                            |                                            |                                        |                                                |                                            | 7            |                                         |                                              |                    |                                         |                              |                                       |
| SEIZMOLOG                                 |                            |                                            |                                        |                                                |                                            |              |                                         |                                              | 11                 |                                         |                              |                                       |
| LITOVSKI PRED-SEDNIK (VALDAS)             |                            | 8                                          |                                        |                                                |                                            |              |                                         | ALPSKA REKA V FRANCIJI KULTURNA RASTLINA     |                    |                                         |                              |                                       |
| MANJŠA VOJAŠKA ENOTA                      |                            |                                            |                                        |                                                | ANG. IGRA NA KONJH NEMŠKO MESTO OB MAJNI   |              |                                         |                                              |                    | NEDELAVEN BRUSEN TLAK IZ DROBNIH KAMNOV |                              |                                       |
| EDEN                                      |                            |                                            | ŽIVČNA NAPETOST, ŽIVČNOST              | ZDRAVLJNA RASTLINA PTICA, KI GNEZDI PO STREHAH |                                            |              |                                         |                                              | PEVKA TURNER       |                                         |                              | 9                                     |
| RAVNO-DUŠEN, BREZ-BRIZEN                  |                            |                                            |                                        |                                                | 15                                         |              |                                         |                                              | SKRIVEN, PRIKRIT   |                                         |                              | FRANC. PISATELJ (JEAN)                |
| SEVERNO-KAVKAŠKI NAROD UMETNOST PO LATIN. |                            |                                            |                                        |                                                |                                            | PREDLOG      | SABLJAŠKI REKVIZIT                      | FRANCOŠKI ASTRONOM (DOMINIQUE) HRVAŠKI NAFTA |                    |                                         |                              |                                       |
|                                           |                            |                                            |                                        |                                                |                                            |              |                                         |                                              |                    |                                         | JAKOBOV BRAT DVOJČEK         |                                       |
|                                           | POLEP-SANJE                | GR. UČE-NJAK, KI JE IZRACUNAL OBSEG ZEMLJE | ŽIVALSKI, BOTANIČNI, ZIMSKE ? TEKMEC   |                                                | KRAJ PRI HORJULU NAJSTAR. NOETOV SIN       | 6            |                                         |                                              |                    |                                         | MATEMA-TIČARKA LAVRAČ        |                                       |
| IZRAELSKI DRŽAVNIK (SIMON)                |                            | 2                                          |                                        |                                                | TEKOČINA V SADEŽU BOLJŠA POLOVICA V ZAKONU |              | 600 km DOLG PRITOK DONAVE IZ ROMUNIJE   | BASIST LJUB-LJANSKE OPERE (SAŠA)             |                    | 14                                      | ZELENO-RTSKA PEVKA (CESARIA) |                                       |
| OPIS BISTVENIH ZNAČIL-NOSTI               |                            |                                            |                                        | VLAĐAR-SKA PALICA, SIMBOL OBLASTI              |                                            | 10           |                                         |                                              |                    |                                         |                              |                                       |
| FIZIK ČERMELJ                             |                            |                                            |                                        | ZAŠČITNA PREVLEKA NA KOVINI SPONEŠENA NAPAKA   |                                            |              |                                         |                                              |                    |                                         |                              |                                       |
| NATANČEN VZOREC FIZIKALNE ENOTE           |                            |                                            |                                        |                                                | ŽLAHTNI PLIN V SVETILNIH CEVEH             |              | SIMBOL ZA ASTAT. STARO KA-NAANSKO MESTO |                                              |                    |                                         |                              | NAŠ NAJVEČJI MEJNI PREHOD Z AVSTRILJO |
| OBCINSKO SREDIŠČE V DOLINI DRAINJE        |                            |                                            |                                        |                                                | 4                                          |              | KMEČKO ORODJE Z OSTRIH REZILOM          | KRAJ PRI SEVNICI                             |                    |                                         |                              | SOGLA-SNIKA V ČASU                    |
| ZAPO-REDNA ŠUMEVEC IN SIČNIK              |                            |                                            | ZAPORED-NA SAMO-GLASNIKA ARTHUR KRAJSE |                                                | ENOJK                                      |              |                                         |                                              |                    |                                         |                              | PISEC ROMANA IME ROŽE (UMBERTO)       |
| OČE                                       | 5                          |                                            |                                        | MOŠKO IME                                      | GRŠKA ČRKA                                 |              |                                         |                                              |                    |                                         |                              | SLADKAN SADNI SOK                     |
| MOŽNOST DOGODKA                           |                            |                                            |                                        | JURE IVANUŠIČ                                  |                                            |              |                                         |                                              |                    |                                         |                              | PROVINCA V KANADI                     |
| DOBA KLASIČ. STAREGA VEKA                 |                            |                                            |                                        |                                                | RADIO-AKTIVNI ODPADKI                      | 19           |                                         |                                              |                    |                                         |                              | UMETNIŠ-KO OBLIKO-VANJE PRIZO-RISČA   |
|                                           |                            |                                            |                                        |                                                |                                            |              |                                         |                                              |                    |                                         |                              | DOLGO-PRSTNEŽ                         |

NAŠ NAJVEČJI MEJNI PREHOD Z AVSTRILJO

SOGLA-SNIKA V ČASU

PISEC ROMANA IME ROŽE (UMBERTO)

SLADKAN SADNI SOK

PROVINCA V KANADI

UMETNIŠ-KO OBLIKO-VANJE PRIZO-RISČA

DOLGO-PRSTNEŽ

## NAGRADNI RAZPIS

➔ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poština je že plačana) do **28. novembra 2008**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **Presekov paket**. ❌



15

nadaljevanje  
s strani

**ZDRUŽI TRI SEMENA, DA DOBIŠ SIMETRIČNO VETRNICO** (lahko jih natakneš na zobotrebec). Opazuj, ali bo sestavljeni propelerček padal hitreje ali počasneje kot posamezno seme!

**POSKUSI NAPRAVITI VETRNICO IZ TREH SEMEN**, tako da se bo vrtela okrog vodoravne osi, ko jo obrneš proti vetru! Uporabi nekaj iznajdljivosti! Recimo, vtakni zobotrebec v vodoravno slamico, ki je pritrjena na navpično palico. Takšno napravo lahko uporabiš kot merilnik hitrosti vetra. Vetrnico umeriš tako, da tečeš in izmeriš hitrost (iz poti  $s$  in časa  $t$  dobiš hitrost  $v = s/t$ ). Obenem še šteješ obrate vetrnice. Nariši graf (število obratov na minuto kot funkcijo hitrosti); ali je linearen? Merilnike na vetrnico so imeli rudarji za merjenje hitrosti zraka v rovu.

**Odgovor na vprašanje iz prejšnje številke** bo v tretji številki Preseka. Vprašanje je bilo, *zakaj pri guganju na gugalnici v smeri naprej noge stegneš, v smeri nazaj pa jih skrčiš*. Ker nam še nihče ni poslal odgovora, vam damo še nekaj časa, da nam opišete svoja opazovanja in razmišljanja (pišite na naslov Preseka). Skušajte razložiti, zakaj opravljate delo, ko noge stegneta in ko jih skrčite. ☒



CIRIL DOMINKO

**Slika.** Slovenska olimpijska ekipa na zaključku olimpijade. Z leve proti desni: Ciril Dominko (vodja), Miha Čančula (bronasta medalja), Aleš Srna (pohvala), Jure Senčar (bronasta medalja), David Kraljič (bronasta medalja), Matjaž Payrits (srebrna medalja) in Jure Bajc (vodja).

## 39. mednarodna fizikalna olimpijada

☛ Olimpijada je potekala med 20. in 29. julijem 2008 v Hanoju, v Vietnamu. Naši tekmovalci so osvojili eno srebrno medaljo, tri bronaste medalje in eno pohvalo.

Po nizu tekmovalcev srednješolcev iz fizike (regijsko, državno, izbirno za olimpijsko ekipo), ki ga je v šolskem letu 2007/08 organiziralo *Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (DMFA Slovenije)*, so se v slovensko olimpijsko ekipo uvrstili: MIHA ČANČULA, DAVID KRALJIČ in MATJAŽ PAYRITS iz Gimnazije Bežigrad, Ljubljana, JURE SENČAR iz Gimnazije Franca Miklošiča, Ljutomer in ALEŠ SRNA iz Gimnazije Kranj.

Strokovni vodji ekipe in člana mednarodne komisije sva bila dr. Jure Bajc s *Pedagoške fakultete Univerze v Ljubljani* in mag. Ciril Dominko, *DMFA Slovenije*. Udeležbo na olimpijadi je v pretežni meri finančno omogočilo *DMFA Slovenije*, pomagalo pa je tudi *Ministrstvo za šolstvo in šport*.

Na olimpijadi je sodelovalo 378 tekmovalcev iz 82-ih držav. Od naših tekmovalcev je **srebrno medaljo** osvojil MATJAŽ PAYRITS, **bronaste** MIHA ČANČULA, DAVID KRALJIČ in JURE SENČAR, **pohvalo** pa ALEŠ SRNA. Naša ekipa je s tem rezultatom dosegla skupno največji uspeh, odkar od leta 1992 Slovenija na fizikalnih olimpijadah sodeluje kot samostojna država. Za največji posamezni uspeh pa še vedno velja osvojena zlata medalja z olimpijade na Baliu leta 2002.

Neuradna primerjava doseženega števila in vrste medalj ter pohval po sodelujočih državah (države ne tekmujejo ekipno) nas uvršča na delitev 21. mesta.

Bralce Preseka vabimo, da si naloge z letošnje mednarodne fizikalne olimpijade ogledajo v tokratni prilogi, radovednejši pa rešitve teh nalog lahko najdejo na uradnem spletnem naslovu olimpijade. Naslednja, 40. mednarodna fizikalna olimpijada, bo od 11. do 19. julija 2009 v Meridi, v Mehiki. ☒

# Mednarodno leto astronomije 2009

ANDREJA GOMBOC

➔ Kot se je nedavno izrazil glavni mož Evropskega južnega observatorija (ESO) Tim de Zeeuw, je astronomija veda, ki proučuje vse, kar je na nebu, oziroma vse, kar leži med Zemljo in robom vesolja. Astronomija je ena najstarejših znanosti. Ime izhaja iz grščine in ga lahko prevedemo kot vedo, ki proučuje zakone zvezd. Skozi vso zgodovino je imela velik vpliv, ne le na razvoj drugih znanosti (fizike, matematike), ampak tudi na kulturo in dojemanje sveta. Pomaga nam tudi spoznavati naše mesto v vesolju in iskati odgovore na temeljna vprašanja o nastanku, starosti in razvoju vesolja, galaksij, zvezd, Osončja in Zemlje ter o možnostih obstoja življenja drugod v vesolju.

V počastitev astronomije in njenega pomena za človeštvo so 20. decembra 2007 Združeni narodi, UNESCO in Mednarodna astronomska zveza (IAU) razglasili prihajajoče leto 2009 za *Mednarodno leto astronomije* (MLA2009). To leto je posebno, ker obeležuje natanko 400 let prvih Galilejevih astronomskih opazovanj s teleskopom.

Galileo Galilei (1564–1642) je morda najbolj znan po iznajdbi teleskopa. Mnenja o tem, kdo je pravzaprav prvi izumil teleskop, so sicer deljena. Nekaj različnih modelov teleskopov naj bi obstajalo po Evropi že prej, leto 1609 pa je pomembno, ker je tedaj Galileo izdelal teleskop, ki je imel dvajsetkratno povečavo (predhodni modeli pa so imeli le trikratno povečavo). S tem teleskopom je lahko opazoval Luno, odkril štiri Jupitrove lune (danes znane kot Galilejeve lune), opazoval supernovo, Venerine faze in odkril pege na Soncu.

Ta opazovanja so pripeljala do velikih sprememb v predstavi o vesolju in nebesnih telesih. Nekoč so namreč menili, da je, za razliko od nepopolnosti in minljivosti stvari na Zemlji, nebo nespremenljivo in da na njem vlada popolni red. Po Aristotelovi pred-



ASTRONOMIJA





stavi o vesolju so na primer nebesna telesa popolne, gladke krogle. Galilejeva opazovanja pa so pokazala, da za Luno, planete, Sonce in zvezde to ne drži. Sonce ni bilo popolno, saj je imelo napake – pege. Iz menjavanja sence in osvetljenih delov blizu terminatorja na Luni je Galileo lahko sklepal, da so na njej gore in kraterji. Lunino površje je bilo videti skalnato in nekoliko podobno nekaterim območjem na Zemlji. Prav nič ni bilo videti, da bi bila iz kakšne eksotične eterične snovi, kot so verjeli prej. Galilejeva opazovanja so podpirala Kopernikovo heliocentrično sliko vesolja, po kateri se Zemlja in ostali planeti gibljejo okoli Sonca, podobno kot se Jupitrove lune okoli Jupitra. Sledilo je tudi spoznanje, da veljajo za lune in planete enaki fizikalni zakoni kot za običajne stvari na Zemlji. Isaac Newton je nekaj desetletij kasneje s svojimi zakoni vse skupaj sestavil v prvo celovito sliko vesolja.

Od Galileja do danes je bilo v astronomiji še mnogo pomembnih odkritij, zlasti v zadnjih nekaj desetletjih. Pred sto leti smo se komajda zavedali obstoja naše Galaksije. Danes vemo, da naše vesolje sestavlja več milijard galaksij in da je nastalo pred približno 13,7 milijardami let. Pred sto leti smo lahko le ugibali o tem, ali obstajajo v vesolju poleg naše tudi druga osončja. Danes poznamo več kot 300 planetov, ki se gibljejo okrog drugih zvezd v naši domači Galaksiji. Pred sto leti smo proučevali nebo le z optičnimi teleskopi, človeškim očesom in fotografskimi ploščami. Danes opazujemo vesolje z Zemlje in s sateliti nad njo v celem spektru elektromagnetnega valovanja, od radijskih valov do sevanja gama in pri tem uporabljamo vrhunsko tehnologijo.

Prva Galilejeva astronomska opazovanja s teleskopom so bila izjemnega pomena in prav je, da se jih ob 400. obletnici spomnimo v okviru MLA2009. V letu 2009 je načrtovanih več mednarodnih akcij in dogodkov pod skupnim naslovom **VESOLJE JE NAD TABO. ODKRIJ GA!** Velik poudarek bo na izobraževanju in astronomskih opazovanjih, v katere želimo vključiti čim več mladih in širšo javnost. Namen je, da bi spoznali lepote našega vesolja, vznemirljivost njegovega raziskovanja ter vpliv astronomije in drugih temeljnih znanosti na naše vsakodnevno življenje. V MLA2009 sodeluje več kot 120 držav s celega sveta, pridružili pa smo se tudi slovenski astronomi in pričeli s pripravo aktivnosti v letu 2009.

Mednarodna akcija MLA2009 vključuje enajst temeljnih projektov in tri posebne projekte. Temeljni



projekti so: *100 ur astronomije, Galileoskop, Kozmični dnevnik, Portal k vesolju, Astronomka je!, Zavedanje pomena temnega neba, Astronomija in svetovna dediščina, Program Galileo za izobraževanje učiteljev, Zavedanje vesolja, Od Zemlje do vesolja, Globalni razvoj astronomije.* Posebni projekti pa so: *Svet ponoči – Eno človeštvo, eno nebo, 400 let teleskopa, Jupitrovi Galilejevi sateliti.* Podroben opis vseh teh projektov lahko najdete na

<http://www.astronomy2009.org/>

in na

<http://www.astronomija2009.si/>

Tukaj bomo na kratko predstavili le tiste aktivnosti, na katere se nameravamo osredotočiti v Sloveniji in za katere si želimo, da bi v njih sodelovalo čim več mladih.

**100 UR ASTRONOMIJE** je svetovni dogodek, ki bo potekal v času od 2. do 5. aprila 2009 in bo vključeval javna astronomska opazovanja po vsem svetu, internetne prenose z večjih observatorijev in druge aktivnosti. V Sloveniji želimo v tem času s pomočjo astronomskih društev organizirati javna opazovanja v večjih krajih po Sloveniji, medtem ko bo imel Astronomsko geofizikalni observatorij na Golovcu v Ljubljani takrat dneve oziroma noči odprtih vrat. Ob teh 100 urah „sprehajanja“ po nebu naj bi čimveč ljudi dobilo možnost, da pogleda skozi teleskop in vidi to, kar je videl Galileo pred 400 leti. Zaželeno je, da v tem času tudi na šolah organizirajo astronom-



ska opazovanja za čimveč otrok ali se udeležijo kateriga od javnih opazovanj.

**ASTRONOMIJA V VRTCIH IN ŠOLAH** je celoletna akcija, v katero si želimo, da bi bilo vključeno čim več otrok in mladostnikov. V okviru te akcije bodo na razpolago navodila za zanimive igre in vaje z astronomsko vsebino, ki jih lahko vzgojitelji in učitelji vključijo v redno delo, naravoslovne dni, krožke. Igre in vaje bodo posebej prilagojene za predšolske otroke, učence vseh triad osnovne šole in dijake. Večina teh vaj bo izvedljiva brez teleskopa ali druge drage opreme. Zaželeno pa je, da bi vsi učenci osnovnih in srednjih šol v tem letu imeli priložnost pogledati skozi teleskop, bodisi na svoji šoli, bodisi na javnih opazovanjih, naravoslovnih dnevih in taborih.

Mednarodni organizatorji pripravljajo tudi *Program Galileo za izobraževanje učiteljev*. Želimo si, da se vanj vključi vsaj nekaj slovenskih učiteljev. Ti bi tako postali Galilejevi ambasadorji, ki bi potem naprej poučevali druge učitelje, kako na zanimiv način podajati astronomske vsebine v šolah in kako bolje razumeti ter vključiti v pouk mnoge astronomske vsebine, ki so pogosto zastoj na voljo na svetovnem spletu.

**GALILEOSKOP** je projekt, ki so ga pripravili mednarodni organizatorji MLA2009, da bi čim več ljudem omogočili pogled skozi teleskop. Galileoskop se imenuje majhen teleskop, podoben Galilejevemu, ki naj bi stal okrog 15 evrov in ki bi omogočil videti nebo tako, kot ga je videl Galileo Galilei pred 400 leti. Naročiti ga je mogoče pri organizatorjih MLA2009, ki ga prodajajo brez dobička. Učenci oziroma dijaki bi ga

sami sestavili in pri tem spoznali osnovno zgradbo teleskopov ter ga nato uporabili za opazovanje neba.

**RAZSTAVA OD ZEMLJE DO VESOLJA.** Da bi čim širšemu občinstvu približali lepote astronomije, želimo organizirati potujočo razstavo astronomskih fotografij (podobno tisti, ki jo najdete na spletnem naslovu [www.fromearthtotheuniverse.org](http://www.fromearthtotheuniverse.org)), ki bodo izbrane med najlepšimi svetovnimi posnetki profesionalnih observatorijev, vesoljskega teleskopa Hubble in ljubiteljskih astronomov, med katere želimo vključiti tudi najboljše fotografije slovenskih avtorjev. Razstava bo potovala po Sloveniji po šolah, muzejih, knjižnicah, galerijah.

**DNEVI ODPRTIH VRAT** bodo predvidoma enkrat mesečno na Astronomsko-geofizikalnem observatoriju Golovec v Ljubljani, za manjše skupine pa so obiski možni tudi po dogovoru.

**ZAVEDANJE POMENA TEMNEGA NEBA** je projekt, s katerim želimo ozaveščati ljudi o problemu svetlobnega onesnaženja in o pomenu temnega neba za ljudi, živali in rastline, o novih tehnikah osvetljevanja urbanih področij ter o povezanosti zdravja in ekosistema.

Po dosedanjih izkušnjah je zanimanje za astronomijo med mladimi veliko, zato si želimo tudi pri naših aktivnostih velikega obiska in udeležbe. V letu 2009 naj bi čim več mladih spoznalo, kako čudovito in vznemirljivo je opazovanje in raziskovanje vesolja. Ob tem letu želimo spodbuditi tudi učitelje, da bi pogostejše prisluhnili zanimanju otrok in mladih za astronomijo ter jim približali ne le to vedo, ampak naravoslovne znanosti in znanstveni način razmišljanja nasploh. S tem bodo med drugim vzpodbudili mlade, da se bodo v večji meri odločali za tehnične in naravoslovne študije.

Za uspešno izvedbo vseh teh dejavnosti je seveda ključno sodelovanje vrtcev, šol, astronomskih krožkov, astronomskih društev in observatorijev. Zaželeno je, da se astronomski krožki in društva povežejo s šolami v svoji okolici in organizirajo opazovanja za njihove učence.





Več o Mednarodnem letu astronomije 2009 lahko najdete na

[www.astronomija2009.si](http://www.astronomija2009.si)

kjer bodo sproti objavljene informacije o dogajanju v Sloveniji, ali na osrednji mednarodni spletni strani [www.astronomy2009.org](http://www.astronomy2009.org) v angleškem jeziku.

Vrtce, šole, astronomske krožke, društva in posameznike, ki jih zanima sodelovanje pri MLA2009 pa vabimo, da se nam oglasijo na elektronski naslov

[astro2009@fmf.uni-lj.si](mailto:astro2009@fmf.uni-lj.si) ✕

# Poštni nabiralnik in kriptografski protokoli

KRIPTOSISTEMI Z JAVNIMI KLJUČI, TRETJI DEL

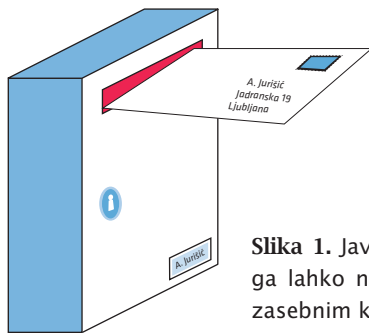
ALEKSANDAR JURIŠIČ

➔ Nadaljujemo zgodbo o dveh vizionarjih, o Whitfieldu Diffieju in Martinu Hellmanu, ki sta pred leti razmišljala o bližajoči se digitalni dobi ter odkrila (DH-)dogovor o tajnem ključu.<sup>1</sup> Prepričana sta bila, da sta na pravi poti in to jima je dalo svež zagon, ki je bil še kako dobrodošel pri novih odkritjih. Leta 1976 sta Whitfield Diffie in Martin Hellman skupaj z Ralphom Merklom vpeljala revolucionarni koncept *kriptosistemov z javnimi ključi*, ki ga bomo predstavili v tem sestavku. Ideja je v resnici zelo enostavna, dostopna tudi osnovnošolcem, če le nanjo pogledamo iz pravega zornega kota.

Vsakdo, ki ve, kje je nabiralnik, lahko vanj vrže pošiljko, ne more pa je iz nabiralnika vzeti – to lahko stori le tisti, ki ima ključ nabiralnika.

<sup>1</sup>DH-dogovor smo predstavili v drugem delu [2], medtem ko smo v prvem delu [1] spoznali simetrične šifre oziroma kriptosisteme, pri katerih prihaja do težav bodisi zaradi velikega števila ključev, ki bi jih moral hraniti vsak posameznik, bodisi zaradi načina njihovega dodeljevanja.





Slika 1. Javno dostopni nabiralnik, ki ga lahko nenasilno odpremo samo z zasebnim ključem.

Nabiralnikov seveda ne skrivamo. Prav nasprotno, običajno so označeni z imenom lastnika in se nahajajo poleg vhoda v blok ali hišo. Večino naslovov prebivalcev lahko najdemo kar v telefonskem imeniku. Zato pravimo, da je taka informacija *javna*.

V nasprotju z zasebnimi oziroma **simetričnimi** kriptosistemi, v katerih uporabljamo en sam ključ za šifriranje čistopisa in odšifriranje tajnopisa, ima pri kriptosistemi z javnimi ključi vsak uporabnik (to je lahko tudi naprava, npr. tiskalnik) svoj par ključev:

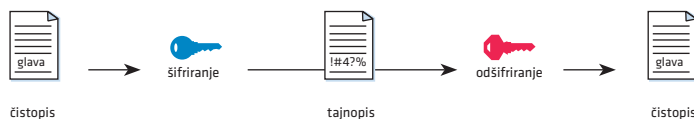
- *zasebna*, to je v našem primeru ključ nabiralnika, in
- *javna*, to je informacija o tem, kam je postavljen ustrezeni nabiralnik oziroma kako je označen (če moramo izbirati med številnimi, na videz enakimi, nabiralniki).

Zato takim sistemom rečemo tudi **asimetrični** kriptosistemi.

Če se torej Anita in Bojan želita varno pogovarjati, objavita svoja javna ključa, zasebna pa zadržita zase. Ko želi Anita poslati zaupno sporočilo Bojanu, ga z njegovim javnim ključem zašifrira (vrže pismo v Bojanov nabiralnik), Bojan pa je edini, ki pozna odšifrirni (zasebni) ključ in lahko dobljeno sporočilo odšifrira ter prebere. En ključ podatke zaklepa, drugi pa jih odklepa.

Pomembna lastnost tega sistema je, da ključ, ki zaklepa, ne more odklepati in obratno, ključ, ki odklepa, ne more zaklepati.

Bolj natančno pa bomo rekli, da iz javnega ključa ne moremo učinkovito (to pomeni v doglednem času, za katerega želimo zadržati napadalca) izračunati za-



Slika 2. Asimetrični kriptosistem uporablja javni ključ za šifriranje in zasebni za odšifriranje. Uporabnik najprej objavi svoj javni ključ, zasebni pa spravi na varno. Nato lahko vsakdo z javnim ključem zašifrira pismo, bral oziroma odšifriral pa ga bo lahko le lastnik ustreznega zasebnega ključa.

sebnega ključa. Tako lastnik en ključ objavi, drugega pa hrani na varnem (npr. na pametni kartici, ki je že v vsakem mobilnem telefonu). To omogoča ljudem varno komuniciranje, ne da bi se predhodno srečali zaradi izmenjave oziroma dogovora o tajnem ključu.

## ■ Ideja kriptosistema z javnimi ključi

Kriptosistem z javnimi ključi bomo opisali v treh enostavnih korakih.

(a) Ko Anita objavi svoj javni ključ in Bojan z njim zašifrira pismo, namenjeno Aniti, lahko le ona odšifrira to pismo. Tako dosežemo *zasebnost*.

(b) Vlogo ključev lahko tudi zamenjamo in dobimo **digitalni podpis**: če Bojan najprej zašifrira pismo z zasebnim ključem (ga *digitalno podpiše*), lahko vsakdo, ki dobi tajnopis, prebere (odšifrira) zašifrirano pismo, nihče pa ne more ponarediti podpisa, saj ima le Bojan zasebni (šifrirni) ključ. S tem dosežemo *pristnost* Bojanovega pisma.

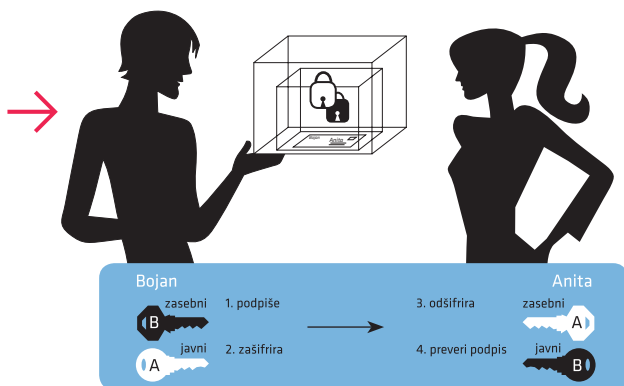
Sedaj pa združimo zasebnost in pristnost.

(c) Če želi Bojan poslati Aniti podpisano zasebno pismo (glej sliko 3), ga najprej zašifrira s svojim zasebnim ključem  $Z_B$  (ga podpiše), nato si priskrbi Anitin (šifrirni) javni ključ  $J_A$ , z njim zašifrira že podpisano pismo in ji ga pošlje. Anita prejeto pošiljko najprej odšifrira s svojim zasebnim ključem  $Z_A$ . Nato si priskrbi Bojanov javni ključ  $J_B$  ter z njim preveri podpis, torej z Bojanovim javnim ključem odšifrira zašifrirano pismo ter se prepriča, da ji ga je res poslal Bojan.

Ideja je sedaj na mizi, nas pa zanima tudi njena kon-







Slika 3. V točki (c) smo združili zasebnost in pristnost. Namesto operacij šifriranja in odšifriranja si je morda lažje predstavljati konkretne modele. V ta namen vidimo zgoraj dve škatli s ključavnicama. Za črno ključavnico lahko uporabljamo le črna ključa (Bojanov zasebni in javni ključ), za belo pa le bela (Anitin zasebni in javni ključ).

kretna digitalna izvedba, saj ne želimo biti odvisni od (ne)varnih škatel, kaj šele od fizičnih ključavnic in ključavničarjev.

Kakšno zagotovilo imamo, da je daljinski ključ za odpiranje garažnih vrat ali parkirišča zares varen? V resnici prav nobenega! Prodajalec nam morda zna povedati, da gre pri ključavnici za milijone kombinacij. Ko pa mu osnovnošolec odvrne, da to ni prav dosti za današnje računalnike (na običajnem lahko preverimo 30 milijonov gesel na sekundo), je zagotovil hitro konec.

Se spomnite, da smo tudi v drugem delu [2] omenjali ključavnice (protokol Massey-Omura)? Povedali smo, da jih lahko v digitalnem svetu zamenjamo s parom obrnljivih funkcij, ki med seboj komutirata (zanje velja pravilo o zamenjavi). V istem sestavku smo v deveti nalogi povprašali po takih funkcijah. Ni jih težko najti, saj nas že prištevanje skrivnih števil reši iz zagate. Če tajnemu ključu  $K$  Anita prišteje svoje skrivno število  $a$  in nato prišteje svoje skrivno število  $b$  še Bojan, ju lahko še odštejeta (vrstni red pa pri tem sploh ni pomemben). Tako pride Bojan do ključa  $K$ . Po javnem kanalu so zaporedoma potovala le števila  $K + a$ ,  $K + a + b$  in  $K + b$ , torej nikoli tajni ključ  $K$ . Seveda je v tem primeru dobro uporabiti modularno seštevanje (ni pa nujno). Še vedno dovolj učinkovito je tudi množenje s skrivnimi števili, za računalnike pa je še najbolj primerna operacija ekskluzivni ali (XOR). Vse te funkcije pa dejanske varnosti ne nudijo, saj lahko napadalec izračuna ključ iz znanih količin, npr.  $K + b - [(K + a + b) - (K + a)] = K$ . Ugotovili smo torej, da učinkovitost ni edini kriterij za take funkcije, saj moramo zagotoviti še, da obratna operacija nima te lastnosti.

**Enosmerne funkcije** so tiste, ki jih znamo zlahka izračunati (z učinkovitim algoritmom), računanje v obratni smeri pa je praviloma težje. Morda boste pomislili, da je že množenje s konstanto primer take funkcije, a za računalnike množenje ni kaj dosti počasnejše (v primeru modularnega množenja to opravimo z razširjenim Evklidovim algoritmom, glej [3]). Tudi vrednost funkcije  $f(x) = x^2$  znamo sicer hitro izračunati, a relativno hitro lahko izračunamo tudi kvadratni koren.

Matematiki in računalnikarji še ne vedo zagotovo, ali enosmerne funkcije sploh obstajajo. To je eden izmed slovitih odprtih problemov. Obstoj takšnih funkcij ima sicer številne zanimive posledice (za starejše bralce omenimo npr. posledico  $P \neq NP$ ).

Funkcije, ki so jih iskali na začetku omenjeni kriptografi, naj bi bile obrnljive le s pomočjo neke skrivnosti (angl. trap-door one-way functions). Če npr. razstavimo zapleteno napravo, jo je zelo težko sestaviti brez načrta, medtem ko z načrtom še neko gre. Tudi množenje dveh velikih praštevil znamo npr. hitro opraviti. Za dani produkt dveh praštevil je tudi preverjanje, ali sta dani praštevili tisti, ki nam dasta pravi produkt, zelo učinkovito. Za dani produkt brez poznavanja praštevil pa je izredno težko najti faktorje.

V razvoju kriptografije z javnimi ključi je bilo predlaganih in razbitih veliko kriptosistemov. Le nekaj jih je prestalo časovni test varnosti in jih imamo danes za razmeroma varne in učinkovite. Glede na matematični problem, na katerem temeljijo, so razdeljeni v tri skupine:

- *sistemi faktorizacije celih števil*, npr. RSA (Rivest-Shamir-Adleman), glej [4];
- *sistemi diskretnega logaritma*, npr. ElGamal in DSA;

- *kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami* (Elliptic Curve Cryptosystems).

Prvi konkretni model kriptosistema z javnimi ključi so že leta 1977 prelagali Ronald Rivest, Adi Shamir in Leonard Adleman. Na drugega je bilo potrebno počakati skoraj celo desetletje (1985) in ga bomo predstavili v eni od naslednjih števil *Preseka*, tretjega pa sta neodvisno predlagala Victor Miller (1986) in Neal Koblitz (1987).

## ■ Protokoli v kriptografiji

Protokol je postopek, po katerem opravimo določen pogovor/komunikacijo. Za primer si oglejmo protokol, ki ga moramo poznati, če želimo obiskati učiteljico v njenem kabinetu.

Najprej se pozanimamo, kje je njen kabinet in kdaj ima govorilne ure. Nato odidemo tja ob pravem času. Ko želimo vstopiti, najprej potrkamo, počakamo na povabilo, nato odpremo vrata, pozdravimo in običajno še zapremo vrata. (Tudi če ne dobimo vabila, marsikoga zamika, da bi vseeno pritisnil na kljuko, pa čeprav to ni dovoljeno.)

Tak protokol za vstop v pisarno bi moral biti v šoli za gluhoneme otroke povsem drugačen. Učenec namreč ne bi mogel slišati povabila, morebitni gluhi učitelj ne bi slišal trkanja, nemi pa bi ga moral povabiti naprej na kakšen drug način. Privzeli smo tudi, da poteka protokol v varnem okolju. Če pa temu ni tako, mora biti protokol seveda precej drugačen (glej zgodbo o volku in sedmih kozličkih ali pa se spomni na mrke redarje, ki pogledajo čez majhno lino v vratih).

Opozoriti velja, da majhna sprememba v protokolu lahko kaj hitro pomeni veliko nevarnost za varnost. Tudi računalniki in uporabniki na medmrežju se morajo držati pravil in s tem zagotoviti vse elemente varnosti, kot so zasebnost, celovitost (to je zaščita pred spremembo vsebine), pristnost. Temu pravimo *kriptografski protokol*. Dokazati varnost nekega kriptografskega protokola je sila zahtevna naloga, pogosto je mnogo lažje najti kakšno pomanjkljivost.

Za konec pa se vživimo še v en pravljичni protokol, ki ga vsi dobro poznamo. Se še spomnite pravljice o lačnem volku in sedmih kozličkih?

### Volk in sedem kozličkov (brata Grimm)



Nekoč je živela stara koza, ki je imela sedem kozličkov. Imela jih je rada, kot ima pač vsaka mama rada svoje otroke. Nekega dne se je odpravila v gozd po krmo, še prej pa je sklicala vseh sedem otrok in jim rekla:

„Ljubi otroci, v gozd grem, vi pa se varujte volka! Če bi prišel noter, bi vas požrl s kožo in kostmi. Grdavš se velikokrat pretvarja, da je kdo drug, toda takoj ga boste prepoznali po njegovem hripavem glasu in črnih tacah.“

„Ljuba mama, zelo bomo pazili nase, kar brez skrbi pojdi,“ so rekli kozlički. Koza je zameketala in pomirjena odšla na pot. Nedolgo zatem je potrkalo na vrata hišice in nekdo je zaklical:

„Odprite, otročički, vaša mama trka in vsakemu je nekaj prinesla.“

Toda kozlički so slišali hripavi glas in so takoj vedeli, da je volk. Zaklicali so:

„Ti že nisi naša mama. Naša mama ima nežen in ljubezniv glas, tvoj pa je hripav! Ti si volk!“

Volk je takoj odšel k trgovcu in si kupil velik kos krede. Pojedel jo je in njegov glas je postal nežnejši. Potem je šel nazaj, še enkrat potrkal na vrata hišice in zaklical:

„Odprite, otročički, vaša mama trka in vsakemu je nekaj prinesla.“

Toda kozlički so videli volkovo črno taco na oknu in so zaklicali:

„Ne odpremo ti! Naša mama nima takih črnih tac kot ti. Ti si volk!“



Zdaj je volk stekel k peku in mu rekel:

„Udaril sem se v taco, pomaži mi jo s testom!“

Ko mu je pek pomazal taco s testom, je stekel še k mlinarju in mu rekel:

„Posuj mi taco z belo moko!“

Mlinar si je misli: „Tale volk bo gotovo nekoga osleparil,“ in ni hotel narediti tega.

„Požrl te bom!“

je zarjul volk in mlinar se je ustrašil in mu ustregel. Takšni so pač ljudje.

Zdaj je šel hudobnež že tretjič do hišice, potrkal je in rekel:

„Odprite otročički, vaša ljuba mamica je prišla domov in vsakemu nekaj prinesla iz gozda.“

Kozlički so zaklicali:

„Najprej nam pokaži taco, da bomo res vedeli, ali si naša ljuba mamica.“

Volk je položil taco na okno, in ko so kozlički videli, da je bela, so mu verjeli ...

... se nadaljuje

## ■ Naloge

1. Konkretni model kriptosistema z javnimi ključi predstavlja dobro znani kriptosistem RSA. Preuči ga, nato ga implementiraj za male vrednosti in predlagaj prijatelju, da najde kakšno šibko točko. Če mu uspe, slabost odpravi in ga zopet pozovi k napadanju. To ponavljajta nekaj časa, potem pa vlogi zamenjajta. Običajno je taka igra zelo podobna tudi „tekmi“ med kriptografi in kriptanalisti.

2. Ponovi prejšno nalogo še za kakšen kriptosistem z javnimi ključi (npr. tistega, ki uporablja metodo nahrbtnika).

3. Opiši katero od pomanjkljivosti protokola Massey-Omura. Nato poišči kakšno lastnost funkcij, s katerimi izvedeš protokol, ki bo to pomanjkljivost odpravil.

4. Bilo je temno kot v rogu, ko se je vohun vračal v grad po opravljeni akciji v sovražnem taboru. Ko se je približal vratom, je zaslišal šepetajoč glas:



Kako lahko vohun prepriča „stražarja“, da pozna geslo, ne da bi ga izdal morebitnemu vsiljivcu/prisluškovalcu?

5. Predlagaj čimveč enosmernih funkcij. Zopet lahko organiziraš tekmo med kriptografi (sestavljalci šifer) in kriptanalisti (razbijalci šifer).

6. Predlagaj enosmerno funkcijo, ki je obrnljiva s pomočjo skrivnosti (tu bi morala biti tekma med kriptografi in kriptanalisti morda še bolj zanimiva).

## ■ Literatura

- [1] A. Jurišič, U. Perko, *Klasične šifre in zdravstvena kartica*, Presek 33 (2005/2006), št. 1, str. 22–24.
- [2] A. Jurišič, *Diffie-Hellmanov dogovor o ključu*, Presek 34 (2006/2007), št. 1, str. 25–30.
- [3] M. Juvan, *O Evklidovem algoritmu*, Presek 21 (1993/1994), št. 2, str. 116–121.
- [4] M. Vencelj, *Šifriranje z javnim ključem*, Presek 22 (1994/1995), št. 6, str. 354–357. ✕

[www.presek.si](http://www.presek.si)

# 20. mednarodna računalniška olimpijada



Slika 1. Žiga, Nace, Jan in Peter med otvoritveno slovesnostjo.

JELKO URBANČIČ

➔ Med 16. in 23. avgustom 2008 je v Kairu potekala 20. mednarodna računalniška olimpijada (20<sup>th</sup> International Olympiad in Informatics, IOI). Slovenijo so zastopali PETER KOŽELJ, JAN BERČIČ in ŽIGA HAM, ki so svoje računalniško znanje nabirali predvsem na *Zavodu za računalniško izobraževanje Ljubljana* ter NACE HUDOBIVNIK, ki je največ svojega računalniškega znanja pridobil z individualnim študijem, tudi pri Juriju Kodretu, bivšem udeležencu IOI. Tekmovalce sva spremljala dr. Roman Dorn in dr. Jelko Urbančič, ter gosta dr. Borut Jurčič-Zlobec in Marinka Žitnik.

Na olimpijadi je sodelovalo 283 tekmovalcev iz 76 držav ter približno enako število spremljevalcev, gostov, opazovalcev in članov komisij IOI. Vsi udeleženci so že prvi dan prejeli zajetno brošuro, kjer so bili zbrani vsi podatki o sami olimpijadi, osebni podatki in slike udeležencev, natančni urniki dogajanj, zemljevidi in drugi za udeležence pomembni podatki. Če smo za lanskoletno tekmovanje v Zagrebu zapisali, da je potekalo vse po predvidenem urniku, je bilo letos to prej izjema kot pravilo.

Tekmovalni del celotnega dogodka organizirata mednarodno sestavljeni strokovna in tehnična komisija v sodelovanju z organizatorjem. Letos so imeli v strokovni komisiji pomembne operativne zadolžitve predstavniki Češke in Slovaške. Ocenjevalni sistem je upravljal ekipa štirih Poljakov. Vsi ti so svoje delo opravili odlično. Naloge so bile dobro pripravljene in predstavljene na generalni skupščini, tako da je bilo zelo malo pripomb nanje. Ocenjevalni sistem je deloval brezhibno in tehničnih pripomb ni bilo.

Bivali smo v Mubarak centru, ki je v naselju 6. oktober, na obrobju Kaira, to je približno 50 kilometrov zahodno od Nila. Za lažjo orientacijo in predstavo: mesto Kairo, ki ima približno 20 milijonov prebivalcev, se je iz doline Nila razširilo v puščavo z izgradnjo nekaj (deset) kvadratnih kilometrov velikih naselij. Po občutku sega poseljeno območje mesta 30 kilometrov proti vzhodu in skoraj dvakrat toliko proti zahodu. Približno na polovici poti proti središču Kaira smo se vozili mimo znanih piramid pri Gizi. To nekoč samostojno naselje se je že davno zlilo s Kairom.







Slika 2. Mubarak Center – pogled na Multimedijski center



Slika 3. Mubarak Center – pogled na igrišče

Mubarak center je izobraževalni center, ki sodi pod okrilje ministrstva za vzgojo in izobraževanje. Gre za ograjeno površino velikosti približno  $500 \times 500$  metrov, kjer so poleg nastanitvenih zmogljivosti za 800 gostov še predavalnice, knjižnica, naravoslovno tehnični muzej, multimedijski center, kongresni center, center za predšolske otroke in morda še kaj. Kot smo razumeli domačine, je center namenjen dodatni oziroma posebni izobraževalni dejavnosti tako za učitelje kot tudi za učence in dijake. Center ima vse potrebno, tako da so vse osnovne dejavnosti IOI potekale kar znotraj njega.

Lansko leto, ko je bila olimpijada organizirana v Zagrebu, smo kakovost namestitve ocenili kot šibko točko sicer dobro organizirane prireditve. Zdi se, da je bila letos namestitve, vsaj za evropske udeležence, še nekoliko slabša. Morda so k temu pripomogle tudi kulturne razlike; največji problem je bila verjetno prehrana. Udeleženci olimpijade namreč ne moremo trditi, da smo spoznali značilnosti tradicionalne egipčanske kuhinje. Vsak dan je bila na voljo le ena vrsta hrane, neke vrste kompromis, ki naj bi bil hkrati sprejemljiv za udeležence z vseh koncev sveta in hkrati izvedljiv za lokalno restavracijo.

Prvi dan olimpijade je bil namenjen prihodu ekip in njihovi namestitvi.

Drugi dan je potekala najprej svečana otvoritev s predstavitvijo vseh sodelujočih ekip. Po kosilu je sledilo poskusno tekmovanje, kjer so tekmovalci preizkusili strojno in programsko opremo ter poskusno izvedli tekmovanje z nalogami, ki so bile v ta namen objavljene že kak mesec pred tekmovanjem. Zvečer

so organizatorji pripravili prireditev na prostem. Vodje ekip smo imeli sestanek generalne skupščine, ki se je končal s potrditvijo nalog in njihovim prevajanjem v vse jezike tekmovalcev.

Za tekmovalce sta bila najpomembnejša oba tekmovalna dneva, ki sta bila na programu tretji in peti dan olimpijade. Tekmovalci so imeli na voljo po pet ur za reševanje treh tekmovalnih nalog. Vodje ekip, ki smo naloge tudi prevajali, smo naloge že poznali in smo vedeli, da so izredno zahtevne, zato smo nestrpno čakali konec tekmovanja, ko smo se lahko srečali s tekmovalci in izmenjali prve vtise o nalogah.

Po pravilih tekmovanja rezultati tekmovalcev niso javni, vendar spremljevalci zaradi možnih napak pri izvedbi tekmovanja prejmejo rezultate svojih tekmovalcev kmalu po zaključku tekmovalnega dne. Tako smo čas po kosilu namenili predvsem razpravi o opravljenem delu. Ker nikomur niso dostopni podatki o uspešnosti drugih tekmovalcev niti o njihovi razvrstitvi, nismo vedeli, kaj v resnici pomenijo dosežki naših tekmovalcev. Za razliko od prejšnjih let se z izmenjavo podatkov med ekipami niti nismo veliko ukvarjali. Naše podatke smo le sporočili na ZRI (Zavod za računalniško izobraževanje Ljubljana), sami pa smo se osredotočili na tekmovanje ter strategijo za drugi tekmovalni dan. Naloge drugega dne so bile sicer istega tipa, kar nam je ustrezalo, žal pa so bile še težje kot prvi dan. Bera točk je bila tako nizka, da smo opustili vse upe na kakršno koli medaljo. Med tem so v Ljubljani na ZRI spremljali spletne strani, forume in bloge, o dosežkih drugih tekmovalcev na IOI. Sporočili so nam, da so bili seštevki točk obeh



Slika 4. Slovenska ekipa med preizkusnim tekmovanjem.



Slika 5. Na izletu do piramid



Slika 6. Udeleženci IOI 2008 ob povratku na Brniku (foto: Alenka Ham).

Domačini so bili do nas zelo prijazni in spoštljivi. To velja tako za vodiče, ki so bili dodeljeni vsaki ekipi, organizacijsko osebje, osebje centra in varnostne službe.

Mednarodne računalniške olimpijade potekajo že od leta 1989, Slovenija se olimpijad udeležuje od leta 1993. Vsako leto na zasedanju generalne skupščine potrdimo organizatorja naslednje olimpijade. Tako so že znani organizatorji naslednjih štirih olimpijad: Plovdiv (Bolgarija) 2009, Toronto (Kanada) 2010 in Tajska 2011. Letos smo tudi na naše veliko veselje na generalni skupščini potrdili Milano za organiziranje računalniške olimpijade leta 2012.

## ■ Naloge na tekmovanju

V tokratni Presekovi prilogi so objavljene naloge z letošnjega IOI. Tekmovalci so vsak tekmovalni dan prejeli po tri naloge, ki so jih morali brez literature, medmrežja ali drugih pripomočkov rešiti v petih urah v obliki delujočega programa.

Prvi dan je bila najlažja naloga z naslovom *Teleprinter*, sledila pa je naloga *Otoki*. Najtežja je bila naloga z naslovom *Ribe*, ki jo je povsem ustrezno rešil le en tekmovalec.

Drugi dan je bila najlažja naloga z naslovom *Urejeni drevored*, sledila pa je naloga *Teleporterji*. Najtežja je bila naloga z naslovom *Tloris piramide*, ki je ni nihče izmed tekmovalcev rešil povsem ustrezno.

Bralce vabimo, da poskusijo rešiti najlažjo nalogo prvega dne (*Teleprinter*). ☒

dni pri večini tekmovalcev tako zelo nizki, da po njihovih napovedih Janov rezultat gotovo zadošča za bronasto medaljo. To nas je zelo razveselilo in ponovno so se dvignila naša pričakovanja.

Naslednji dan so tekmovalci odšli v zabavišni park, vodje ekip pa na skoraj šest ur trajajoče zasedanje generalne skupščine. Zvečer pa je bila slavnostna razglasitev rezultatov in zaključek olimpijade. Napovedi rezultatov, ki so nam jih sporočili iz Ljubljane, so bile neverjetno natančne in vsi smo se veselili Janove **bronaste medalje**.

Med obema tekmovalnima dnevoma in pa dan po razglasitvi so nam prijazni organizatorji pripravili dva izleta. Najprej smo obiskali piramide pri Gizi, zadnji dan pa smo se podali na vzhod ter preizkusili temperaturo in slanost Rdečega morja.





# Vaje iz matematike

Zbirke vaj iz aritmetike, algebre in analize za srednje šole so na voljo že vrsto let. Večinoma so delo Ivana Štalca, obsežnejši tretji zvezek pa so skupaj pripravili France Avsec, Aleksander Cokan, Ivan Molinaro, Ivan Pucelj, Branko Roblek, Ivan Štalec in Marjan Vagaja. Zaradi izbora značilnih nalog in njihove urejenosti po zahtevnosti so te knjige še vedno zelo primerno dodatno gradivo za utrjevanje znanja srednješolske matematike.



Ivan Štalec in drugi:

## ZBIRKE VAJ IZ ARITMETIKE, ALGEBRE IN ANALIZE

format 14,5 × 20,5 cm  
mehka vezava

**za I. razred srednjih šol**  
100 strani / 5,22 EUR

**za II. razred srednjih šol**  
96 strani / 5,22 EUR

**za III. razred srednjih šol**  
204 strani / 6,26 EUR

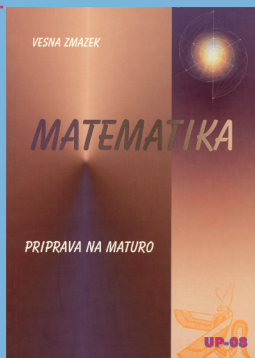
**za IV. razred srednjih šol**  
120 strani / 5,22 EUR

Vesna Zmazek:

## MATEMATIKA, PRIPRAVA NA MATURO

224 strani  
format 16,5 × 23,5 cm  
mehka vezava

12,10 EUR



Stanko Uršič:

## MATEMATIČNE TABELE IN FORMULE

96 strani  
format 12 × 17 cm  
mehka vezava

3,34 EUR



Poleg omenjenih knjig lahko v naši ponudbi najdete še veliko drugih del s področja matematike. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse tudi naročite s popustom:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo **20 % popusta** na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.



# Knjižnica Sigma

Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.

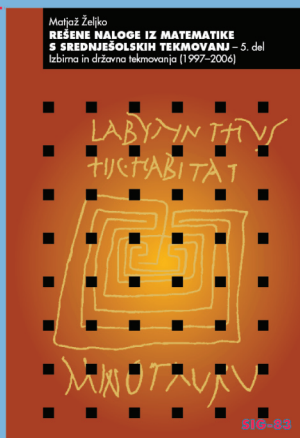
Matjaž Željko:

## REŠENE NALOGE IZ MATEMATIKE S SREDNJEŠOLSKIH TEKMOVANJ

5. del: Izbirna in  
državna tekmovanja  
1997–2006

172 strani  
format  $14 \times 20$  cm  
mehka vezava

14,99 EUR



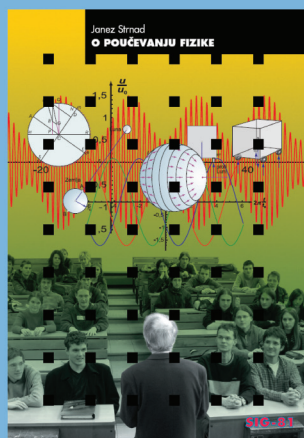
Marcel Danesi:

## PARADOKS LAŽNIVCA IN HANOJSKI STOLPI

Deset največjih  
matematičnih ugank  
vseh časov

260 strani  
format  $14 \times 20$  cm  
mehka vezava

17,99 EUR

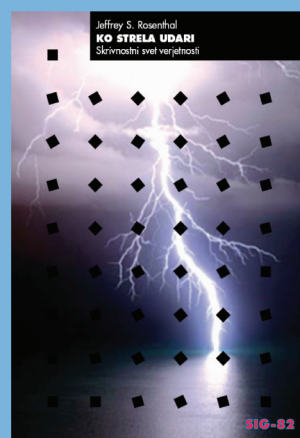


Janez Strnad:

## O POUČEVANJU FIZIKE

320 strani  
format  $14 \times 20$  cm  
mehka vezava

12,49 EUR



Jeffrey S. Rosenthal:

## KO STRELA UDARI

Skrivnostni svet  
verjetnosti

264 strani  
format  $14 \times 20$  cm  
mehka vezava

12,49 EUR

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 40 drugih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjižice tudi naročite s popustom:

<http://www.knjiznica-sigma.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo **20 % popusta** na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.