PRESEK LETNIK 35 (2007/2008) ŠTEVILKA 3

MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO#3

PRESEK

- DVE NAGRADNI ASTRONOMSKI NALOGI IN TRI ZA POVRH
- BISTROVIDEC – BONBONIERA V ŠKATLI
- NAGRADNA KRIŽANKA

ISSN 0351-6652

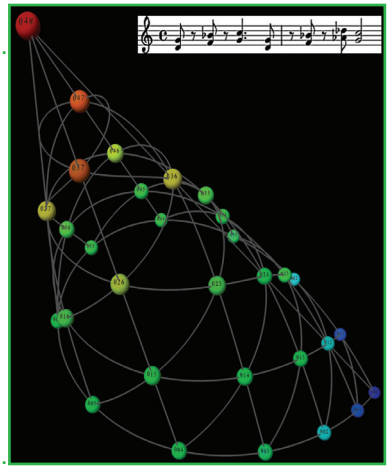
9 770351 665531

Polaganje glasbe na zemljevid

Matematika in glasba sta že dolgo tesno povezana. Nedavni matematični preboj uporablja topologijo (posplošitev geometrije), da bi predstavil glasbene akorde kot točke v prostoru imenovanem „orbifold“ , ki se upogiba in ovija nazaj nase – podobno, kot to dela Möbiousov trak. Glasbeni pomen te reprezentacije je, da zvoke, ki so daleč narazen v enem smislu in blizu v drugem (kot na primer noti, ki sta za oktavo narazen), identificira v prostoru.

To zadnje odkritje omogoča način za analizo poljubne vrste glasbe. V primeru zahodne glasbe všečni akordi ležijo blizu centra orbifolda, medtem ko všečne melodije tvorijo poti, ki povezujejo bližnje akorde. Toda navkljub tej novi povezavi med glasbo in koordinatno geometrijo je glasba še vedno nekaj več kot le vaja iz povezovanja med točkami, tako kot je matematika več kot le seštevanje in množenje.

Za več informacij glej: „The Geometry of Musical Chords“, Dmitri Tymoczko, Science, July 7, 2006.



Pojasnilo: *Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.*

KOLOFON

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 35, šolsko leto 2007/2008, številka 3

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2007/2008 je za posamezne naročnike 16,69 EUR (3.999,59 SIT) – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR (3.501,14 SIT), posamezna številka 3,76 EUR (901,05 SIT), dvojna številka 6,89 EUR (1.651,12 SIT), stara številka 2,71 EUR (649,42 SIT), letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje in tehnično urejanje Polona Šterk

Ilustracija Ines Kristan in Polona Šterk

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 2100 izvodov

© 2007 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1690

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA–založništvo, Uredništvo revije **Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si.**

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

■ Matematični trenutki

Polaganje glasbe na zemljevid 2

■ Matematika

Profesor dr. Ivan Vidav praznuje 90-letnico življenja *(Marija Vencelj)* 4–6
Simpleksna metoda za linearno programiranje – 60 let zgodbe o uspehu *(Janez Povh)* 6–10
Bistrovidec – Bonboniera v škatli *(Peter Petek)* ... 10–11
Bistrovidec – Številka Tonetove osebne izkaznice – rešitev naloge *(Ivan Vidav)* 11–12

■ Fizika

Razmisli in poskusi *(Mitja Rosina)* 15
Iz poizkuševalnice v dnevni sobi – Kakšno obliko ima svetlobna lisa?, odgovor naloge *(Mojca Čepič)* 18–19
Iz poizkuševalnice v parku – Ali je mogoč sončev mrk brez lune? *(Mojca Čepič)* 20–21
Fizika, moj poklic, življenje in delo naših fizičark *(Mojca Čepič, Maja Remškar in Marta Klanjšek Gunde)* 31

■ Astronomija

Dve nagradni astronomski nalogi in tri za povrh *(Marijan Prosen)* 25–28

■ Računalništvo

RiŠ, Ravnilo in šestilo – Rišem in študiram – Tretji del *(Damjan Kobal)* 29–30

■ Razvedrilo

Nagradna križanka *(Marko Bokalič)* 16–17
Rešitev nagradne križanke Presek 35/2 27
Sudoku 23, 30

■ Tekmovanja

51. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije *(Zvonka Alt)* 12–14
38. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije *(Ciril Dominko)* 21–23
Urnik tekmovanj v letu 2008 *(Darjo Felda)* 23–24
Naloge z regijskega in državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2006/07 *(Ciril Dominko in Bojan Golli)* ..... priloga

Slika na naslovnici: Čudoviti Holmes, samo ne Sherlock! 24. oktobra je sicer skromni periodični komet 17P/Holmes, ki ga je leta 1892 odkril angleški amaterski astronom Edwin Holmes, nepričakovano izbruhnil. Njegov sij se je v vsega nekaj urah s približno 17. magnitude povzpel na magnitudo 2,8 in postal je dobro viden s prostim očesom v ozvezdju Perzej. Občudovali smo ga lahko tudi na našem nebu. Ob izbruhu se je njegov izsev povečal kar za 500.000-krat! Sproščeni plini so okoli ledenega jedra kometa ustvarili okroglo komo s premerom okrog 1,5 milijona kilometrov in Holmes je za kratek čas postal večji od Sonca. S prostim očesom je bil viden kot svetla zvezda, v manjšem daljnogledu pa je spominjal na zelo svetel okrogel oblak. Fotografijo kometa 17P/Holmes na naslovnici je 5. novembra s Sv. Jošta pri Kranju posnel Aleš Arnšek. Oprema: digitalni fotoaparat Canon EOS 350D; objektiv Canon 135 mm f/2 L, zaprt na f/3.5; ISO 1600; slika je zložena iz 33 posnetkov, vsak s časom osvetlitve 30 sekund.

Profesor dr. Ivan Vidav praznuje 90-letnico življenja

MARIJA VENCELJ

Presekovim bralcem ime slavljenca ni tuje, saj sodi profesor Vidav med vidnejše pisce člankov za Presek. V letih 1991–2003 je bil celo eden najplodovitejših matematičnih avtorjev naše revije. V celoti je za Presek napisal 29 prispevkov, od tega 20 zanimivih poljudnih člankov. Več pove podatek, da gre pri tem za skoraj 140 napisanih strani. Pri tem ne moremo spregledati dejstva, da je profesor Vidav pri svojem pisanju znal in tudi bil voljan sestopiti z udobnih znanstvenih višin ter izbrati bralcem Preseka primerne teme in jih opisati na njim dostopen način. Verjetno pa le malo mladih Presekovcev ve, kakšna osebnost se skriva za skromnim podpisom Ivan Vidav pod člankom.

Profesor dr. Ivan Vidav, upokojeni redni profesor Oddelka za matematiko ljubljanske univerze, redni član Slovenske akademije znanosti in umetnosti, zaslužni profesor Univerze v Ljubljani, častni član

Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, je prejemnik številnih nagrad in priznanj za svoje znanstveno in pedagoško delo. Dobil je Prešernovo nagrado za visokošolske učbenike, Kidričevo nagrado za odmevno znanstveno delo, je dobitnik nagrade AVNOJ-a, Žagarjeve nagrade za pedagoško delo in slovenske državne nagrade za življensko delo na raziskovalnem področju. Bil je odlikovan z redom dela z rdečo zastavo, z redom republike s srebrnim vencem in z redom zaslug za narod z zlato zvezdo.

Vsa visoka imenovanja, priznanja in nagrade je profesor Vidav prejel izključno za svoje delo v matematiki. Njegovi učenci in sodelavci smo bili – zanesljivo, bolj kot on sam – ponosni in veseli ob družbenih priznanjih, ki jih je prejel, ne nazadnje zaradi iskrenega prepričanja, da so se znašla v pravih rokah.

Svoje življenje in delo je profesor Vidav posvetil razvoju matematike na ljubljanski univerzi. Ob tem je obogatil matematično znanost s trajnimi prispevki, ki so priznani v svetovni matematični javnosti, vzgojil posredno ali neposredno večino današnjih slovenskih matematikov, bil mentor številnim doktorandom, napisal mnogo učbenikov ter poljudnoznanstvenih knjig in člankov, opravljal pomembne vodstvene funkcije na strokovnih področjih in bil nesebičen svetovalec svojim sodelavcem tako pri strokovnih kot tudi pri drugih življenjskih problemih.

Profesor Ivan Vidav se je rodil 17. januarja 1918 na Opčinah pri Trstu. Osnovno šolo je obiskoval v Krčevini pri Mariboru, klasično gimnazijo pa v Mariboru. Po maturi se je vpisal na študij matematike na ljubljanski univerzi. Diplomiral je aprila leta 1941, že mesec za tem pa tudi doktoriral z disertacijo *Kleinovi teoremi v teoriji linearnih diferencialnih enačb* pod mentorstvom profesorja Josipa Plemlja. S tako zgodnjim doktoratom je opozoril na svoj izjemni talent za matematiko. Podoktorski študij matematike je nadaljeval na univerzi v Rimu. Profesor Plemelj mu je nato omogočil, da je svojo nadarjenost razvijal v okviru ljubljanske univerze. Leta 1946 je bil imenovan za docenta za matematiko, leta 1949 za izrednega profesorja in leta 1953 za rednega profesorja ljubljanske univerze.

Postal je matematik svetovnega slovesa.

Leta 1985 se je profesor Vidav upokojil. Še nekaj let po upokojitvi je predaval na dodiplomskem in podiplomskem študiju matematike.

Znanstveno in raziskovalno delo profesorja Vidava obsega več kot devetdeset naslovov, od katerih je bila približno tretjina objavljena v najpomembnejših svetovnih matematičnih revijah.

V svojem zgodnjem raziskovalnem obdobju, ob koncu štiridesetih in v začetku petdesetih let preteklega stoletja, se je profesor Vidav pod vplivom svojega učitelja profesorja Josipa Plemlja ukvarjal predvsem s problemi iz klasične analize, vendar je že zgodaj dosegel zanimive rezultate tudi na ostalih področjih matematike, med drugim v geometriji, ki se ji je sicer povsem posvetil šele veliko kasneje.

Sredi petdesetih let prejšnjega stoletja je svojo pozornost usmeril predvsem v probleme funkcionalne analize, matematične teorije, ki je bila v tistem času v velikem razcvetu. Takrat je začel tudi čedalje več objavljati v tujini. V ta čas sodi njegov morda najpomembnejši znanstveni rezultat, karakterizacija C* algeber, v matematičnem svetu znan pod imenom Vidav-Palmerjev izrek.

V tretjem obdobju svojega znanstvenega delovanja se je profesor Vidav ukvarjal z uporabo funkcionalne analize na različnih področjih, predvsem pri reševanju nekaterih fizikalnih enačb.

Profesorjevo delo v sedemdesetih letih 20. stoletja zaznamuje velika širina, čeprav je še vedno tesno povezano s funkcionalno analizo. Omenimo teorijo analitičnih funkcij z vrednostmi v normiranih prostorih, probleme operatorske teorije ter nekatere mejne probleme med funkcionalno analizo in algebro.

Profesorja Vidava njegovo celotno znanstveno delo uvršča v sam svetovni vrh matematikov, ki delujejo na področju funkcionalne analize. Ne samo to, nedvomno je eden od tvorcev tega področja.

Vendar življenska pot profesorja Vidava ni le pot matematika znanstvenika, je tudi pot pisca in učitelja. Sodi v skupino tistih osupljivih ljudi, redkih tudi v svetovnem merilu, ki zmorejo tako znanstveno delati kot pisati matematične knjige in biti hkrati tudi odlični učitelji. Poleg znanstvenih člankov je napisal več kakor dvajset knjig, objavil številne strokovne članke, bil mentor kar pri 86-ih diplomskih nalogah, 14-ih magistrskih delih in 16-ih doktorskih disertacijah.

Pedagoško delo profesorja Vidava je bilo izredno raznoliko in nadvse kakovostno. S svojimi predavanji, ki so se vedno odlikovala tako po matematični

→

strogosti kot tudi po nazornosti in razumljivosti, je bil in je vzor mnogim generacijam sedanjih učiteljev matematike na univerzi in v srednjih šolah. Če bi njegovo delo primerjali z vrhunskim alpinizmom, bi ga lahko opisali takole: „Sam sposoben preplezati najtežje previsne stene, je neprekosljiv in skrben vodnik svojim učencem po hribovju in sredogorju matematike, izbirajoč pri tem najlepša in najbolj uglajena pota.“

Znanstvena in učiteljska pot profesorja Vidava je tudi pot razvoja slovenske matematike po drugi svetovni vojni. Zaradi svojega znanstvenega genija je po naravnem izboru za profesorjem Plemljem prevzel mesto vodje slovenskih matematikov. Pod njegovim vodstvom je na ljubljanski univerzi iz katedre z dvema matematikoma zrasla številčna samostojna visokošolska organizacija. Ustanovljen je bil Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, ki združuje še več matematikov raziskovalcev. Ob mentorstvu profesorja Vidava je zrasla in se razrasla moderna slovenska matematična šola funkcionalne analize, ob njej so se uveljavile še druge raziskovalne smeri.

Pomembno je tudi delo profesorja Vidava v Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije. Bil je eden njegovih ustanoviteljev in večletni predsednik ter je vrsto let vodil komisijo za republiška tekmovanja mladih matematikov. Imel je odlična predavanja na seminarjih za srednješolske profesorje, bil sourednik Obzornika za matematiko in fiziko, slovenskega strokovnega glasila, ter odgovorni urednik knjižne zbirke Sigma.

Profesor Vidav se ni ukvarjal z matematiko le po službeni dolžnosti in v okviru znanstvenega in pedagoškega dela. Z njo se je ukvarjal tudi ljubiteljsko in se še ukvarja. Za poljudno matematično zbirko Sigma je napisal tri knjige, v Obzorniku za matematiko in fiziko je objavil 28 strokovnih člankov, njegovo pisanje za Presek smo omenili že na začetku tega zapisa. Kljub visoki starosti je samo v letih tretjega tisočletja za obe omenjeni slovenski strokovni reviji skupaj prispeval kar 11 člankov. Ko ga njegovi bivši učenci in sodelavci obiščemo te dni, ve povedati, da si rad krajša ure z odkrivanjem in reševanjem zanimivih matematičnih problemov in nalog.

Spoštovani gospod profesor, ob visokem jubileju vam iskreno čestitamo!

Simpleksna metoda za linearno programiranje

– 60 LET ZGODBE O USPEHU

JANEZ POVH

Linearno programiranje (v nadaljevanju LP) je bilo v letih pred in med 2. svetovno vojno prepoznano kot možen način matematičnega zapisa realnih problemov s področja proizvodnje, transporta in organizacije (bralca vabimo, da si prebere tudi motivacijski članek [2]).

Na povečano zanimanje za to vejo uporabne matematike je gotovo vplivala intenzivna industrializacija v letih pred vojno ter vojna sama, saj je vsem dobro znano, da je v vojni ključni dejavnik za zmago dobra preskrbljenost vojaških enot, le-ta pa je zagotovljena le z natančnim planiranjem preskrbe. Ruski matematik Leonid V. Kantorovič (1912–1986) je bil poleg intenzivnega raziskovanja na področju funkcionalne analize vključen tudi v reševanje praktičnih problemov v povezavi s planiranjem in preskrbo in je pri tem delu postavil tudi temelje linearnega programiranja s knjižico *The Mathematical Method of Production Planning and Organization* (knjižica je izšla v ruščini leta 1939, v angleščino pa je bila z omenjenim naslovom prevedena leta 1959). Za svoj prispevek pri razvoju matematičnih metod za področje ekonomije je bil Kantorovič leta 1975 nagrajen z Nobelovo nagrado za ekonomijo.

Pionirsko delo Kantoroviča je bilo na zahodu zaradi nerazumevanja jezika in političnih razlogov odkrito šele slabih 20 let kasneje, ko je bilo LP v svojem polnem razcvetu. Nesporno najpomembnejša oseba pri razvoju LP je bil na zahodu George Dantzig (1914–2005), ki je bil med 2. svetovno vojno zapo-

slen v analitskem centru ameriških zračnih sil. Tam se je soočil s problemi planiranja, ki jih je poskušal rešiti z matematičnimi orodji, in je tako prišel do problemov LP. Vsi ti poskusi uporabe LP pa so ostali v senci dejstva, da ni bilo metode, ki bi lahko teoretično in praktično rešila probleme LP vsaj majhnih velikosti (npr. z 10 spremenljivkami). Preboj je bil storjen pred 60-timi leti (leta 1947), ko je Dantzig na svojem novem delovnem mestu, ponovno v poveljstvu ameriških zračnih sil, razvil in v ožjem krogu predstavil metodo za reševanje linearnih programov, kasneje poimenovano kot *simpleksna metoda* (angl. simplex method). Natančnejši potek dogodkov v teh prelomnih letih je Dantzig opisal pred nekaj leti v članku [1].

Simpleksna metoda je silovito vzpodbudila nadaljnji razvoj teorije LP, kar je pozitivno vplivalo na razvoj celotnega področja optimizacije, ki je dobilo tudi ime *matematično programiranje*, ter na celotno področje operacijskih raziskav, ki je skupno ime za vse kvantitativne metode za iskanje optimalnih rešitev. Pomen simpleksne metode lahko opišemo s citatom znanega madžarskega matematika Laszla Lovásza, ki je dejal, da so „problemi LP zelo verjetno tisti matematični problemi, ki med vsemi matematičnimi problemi uporabljajo računalnik največ časa“. Ta izjava posredno opozarja na še en vidik LP: uspešen razvoj je bil mogoč tudi, če ne predvsem, zato, ker je bil podprt z zelo hitrim vzporednim razvojem računalnikov.

V tem prispevku bomo opisali potek simpleksne metode. Izognili se bomo podrobnostim, ki lahko zakrijejo osnovno idejo, ter pojasnili samo najpomembnejše korake. Opis bo temeljil predvsem na enem posebnem primeru, za splošnejše probleme pa bomo le nakazali, kako jih rešiti s to metodo.

■ Linearno programiranje

Linearno programiranje je ime za področje uporabne matematike, ki se ukvarja s problemom iskanja optimalne (minimalne ali maksimalne) vrednosti funkcije na dani množici. To funkcijo imenujemo *namenska funkcija*, množico pa *dopustna množica* ali *množica možnih rešitev*. Pri tem je pomembno, da je namenska funkcija linearna (npr. $3x + 4y - 5z$) in ne kvadratna, eksponentna, logaritemska. Prav tako mora biti množica možnih rešitev opisana samo z linearnimi enačbami in linearnimi neenačbami (npr. $x + 2y \leq 4$). Konkreten problem linearnega programiranja imenujemo *linearni program*.

Taki optimizacijski problemi so seveda zelo preprosti in pogosto ne ustrezajo razmeram v praksi (Harold Hotelling je kritiziral linearno programiranje z izjavo, da „vsi vemo, da je svet nelinearen“). Kljub temu pa je mogoče veliko (tudi nelinearnih) problemov natančno ali približno rešiti tako, da jih prevedemo na problem linearnega programiranja.

■ Opis simpleksne metode na primeru

Simpleksna metoda (v nadaljevanju SM) ima zelo nazoren geometrijski pomen, iz katerega izhaja tudi ime metode. Izraz simpleks namreč pomeni posplošen trikotnik. V eni dimenziji je to daljica, v dveh dimenzijah trikotnik, v treh dimenzijah tetraeder, v štirih dimenzijah pa telo, ki ga dobimo tako, da dodamo tetraedru novo točko v četrti dimenziji in jo povežemo z vsemi oglišči tetraedra [3, 4]. V vseh primerih spada k simpleksu poleg roba tudi notranjost. Simpleks je torej zelo preprost polieder (telo, omejeno z ravninami).

Geometrijski pomen SM bomo pojasnili na preprostem primeru.

PRIMER. Oglejmo si naslednji linearni program

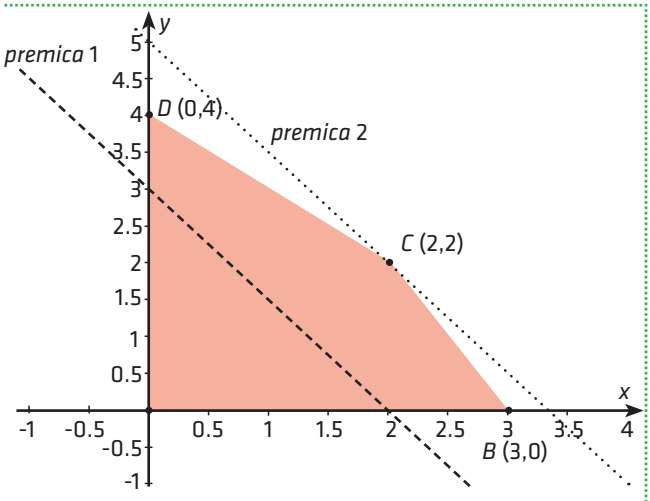
$$\begin{array}{rrcrcr} \max & 6x_1 & + & 4x_2 & & \\ \text{pri pogojih} & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ & & & x_1, \; x_2 & \geq & 0. \end{array}$$

Množico možnih (dopustnih rešitev) problema sestavljajo vse tiste točke (x_1, x_2), ki zadoščajo vsem štirim neenačbam. Grafično jih lahko predstavimo s poliedrom v ravnini (slika 1). Iskanje maksimuma namenske funkcije $6x_1 + 4x_2$ med vsemi možnimi točkami lahko grafično predstavimo kot iskanje tiste vzporednice k premici 1, ki še seka polieder. To je ravno premica 2, ki seka polieder v oglišču $C(2, 2)$. C je tako grafična upodobitev optimalne rešitve $x_1 = 2$, $x_2 = 2$.

SM temelji na naslednjih lastnostih problemov LP. Če ima problem opitmalno rešitev (t.j. če ni neomejen in če linearne omejitve niso protislovne), potem velja

- optimalna vrednost je dosežena tudi v enem od oglišč;

→



Slika 1. Grafični prikaz množice možnih rešitev

- če neko oglišče ni optimalno, potem obstaja vsaj eno sosednje oglišče (t. j. tako, ki s trenutnim ogliščem tvori daljico na robu poliedra), v katerem ima namenska funkcija vrednost, ki je boljša (večja, če iščemo maksimum, in manjša, če iščemo minimum) kot v trenutnem oglišču.

PREDPOSTAVKA. Zaradi enostavnejšega opisa SM v nadaljevanju obravnavamo samo tiste probleme LP, ki niso niti protislovni niti neomejeni.

SM začne v enem od oglišč poliedra in nato pregleda vsa sosednja oglišča. Če v nobenem od njih ni namenska funkcija boljša kot v trenutnem oglišču, potem je to oglišče že optimalna točka. Sicer pa se premakne v tisto oglišče, v katerem se namenska funkcija najbolj izboljša. Če je problem omejen, se postopek slej ko prej konča. Izkazalo se je, da se v praksi konča zelo kmalu (pričakovano število premikov med oglišči je približno enako številu neznank), obstajajo pa tudi problemi, kjer SM obišče skoraj vsa oglišča, preden pride do optimuma.

Potek simpleksne metode lahko torej skrčimo na tri glavne korake:

1. **Začetek:** poišči začetno oglišče poliedra.
2. **Ponavljaj:** Poišči najboljše sosednje oglišče.
3. **Če** je vrednost namenske funkcije v najboljšem sosednjem oglišču slabša ali enaka kot v trenutnem oglišču, **potem** je trenutno oglišče optimalno. **Sicer:** novo oglišče postane najdeno najboljše oglišče.

PRIMER – NADALJEVANJE. Denimo, da SM začne v oglišču $A(0,0)$. Vrednost namenske funkcije je v tej točki 0. V sosednjih ogliščih $B(3,0)$ in $D(0,4)$ ima namenska funkcija vrednost enako 18 in 16, zato se SM premakne v B. Sedaj sta sosednji oglišči $A(0,0)$ in $C(2,2)$, v katerih je vrednost namenske funkcije enaka 0 in 20, zato se SM premakne v $C(2,2)$, ki je tudi optimalno oglišče, saj je vrednost namenske funkcije v njegovih sosedih (B in D) manjša.

■ Kaj pa če nimamo slike?

V prejšnjem razdelku smo sosednja oglišča določali kar s pomočjo slike, prav tako smo našli najboljše sosednje oglišče tako, da smo vstavili koordinati vseh sosednjih oglišč v namensko funkcijo. V praksi navadno nimamo slike (še posebej, če imamo več kot dve spremenljivki, če pa jo že imamo, potem ne potrebujemo SM). Vseeno nam bo slika 1 pomagala razumeti, kako SM poišče sosednja oglišča in kako najde med njimi najboljše.

PRIMER – NADALJEVANJE. Denimo, da je trenutno oglišče točka $A(0,0)$. Ta točka je ogliščna zato, ker sta točno dve neenačbi (to sta $x_1 \geq 0$ in $x_2 \geq 0$) iz linearnega programa *aktivni* – pri njiju je dosežen enačaj. Obe sosednji oglišči dobimo tako, da gremo po daljicah AB in AD do druge strani daljice. Daljica AB leži na premici $x_2 = 0$, zato po njej potujemo tako, da ohranimo aktivno omejitev $x_2 = 0$, vrednost x_1 pa povečujemo do največje vrednosti, ki še zadošča vsem ostalim omejitvam. Upoštevaje, da je $x_2 = 0$, se ostale omejitve spremenijo v $x_1 \leq 3$, $x_1 \leq 4$, $x_1 \geq 0$. Najugodnejša vrednost z vidika naše namenske funkcije je $x_1 = 3$. Podobno bi prišli do točke D. SM se bo iz A premaknila v B, saj namenska funkcija $6x_1 + 4x_2$ kaže, da se bolj splača povečevati x_1, saj v tem primeru njena vrednost raste z intenzivnostjo 6.

Iz točke B, ki jo določata aktivni omejitvi $2x_1 + x_2 = 6$ in $x_2 = 0$, pridemo v točko C tako, da ohranimo aktivno omejitev $2x_1 + x_2 = 6$, kar je enakovredno z $x_2 = 6 - 2x_1$, omejitev $x_2 = 0$ pa sprostimo nazaj v $x_2 \geq 0$. Ostale omejitve se tako preoblikujejo v $2 \leq x_1 \leq 3$, namenska funkcija pa postane enaka $6x_1 + 4x_2 = 24 - 2x_1$. Njena vrednost je maksimalna, ko je x_1 minimalen, se pravi $x_1 = 2$, kar nam da točko $C(2,2)$. Če bi ohranili aktivno $x_2 = 0$, bi prišli nazaj v A, kjer pa je vrednost namenske

funkcije slabša.

V splošnem nam oglišče točko določajo aktivne omejitve, sosednje oglišče točke pa dobimo tako, da eno aktivno omejitev sprostimo in nadomestimo z drugo omejitvijo, ki postane aktivna.

■ Natančnejši opis premikanja med oglišči

Simpleksna metoda v standardni izvedbi je prirejena za reševanje linearnih programov, kjer morajo biti vse spremenljivke nenegativne, vse ostale omejitve pa so v obliki enačb. Takoj se postavi vprašanje, kako rešiti problem, ki ni te oblike. Navadno tak problem prevedemo na nov problem, ki je primerne oblike in katerega rešitev nam da rešitev osnovnega problema.

Poglejmo si to na primeru: omejitev $x_1 + x_2 \leq 4$ je enakovredna zahtevama $x_1 + x_2 + x_3 = 4,\ x_3 \geq 0$, kjer je x_3 ravno količina, ki manjka na levi strani, da bo leva stran enaka desni. Podobno je neenačba $x_1 + x_2 \geq 4$ enakovredna $x_1 + x_2 - x_3 = 4,\ x_3 \geq 0$. Spremenljivko x_3 v obeh primerih imenujemo *dopolnilna spremenljivka*.

Če za kakšno spremenljivko x_k nimamo pogoja $x_k \geq 0$, potem jo nadomestimo z $x_k = y_k - z_k, y_k \geq 0,\ z_k \geq 0$.

Dopolnilne spremenljivke uvrstimo tudi v namensko funkcijo, kjer dobijo koeficient 0.

PRIMER – NADALJEVANJE. S postopkom, opisanim v tem razdelku, pretvorimo naš linearni program v naslednjega:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \max & 6x_1 & + & 4x_2 & + & 0x_3 & + & 0x_4 & & (1)\\ \text{p. p.} & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 0x_4 & = & 6\\ & x_1 & + & x_2 & + & 0x_3 & + & x_4 & = & 4\\ & & & & & x_1, & & x_2, & x_3, & x_4 \geq 0. \end{array}$$

Obstaja tesna povezava med oglišči poliedra, ki predstavlja množico možnih rešitev (slika 1), in rešitvami enačb: vsako oglišče (x_1, x_2) je mogoče razširiti v rešitev (x_1, x_2, x_3, x_4), ki ima točno dve spremenljivki, različni od 0 (x_3 in x_4 določimo iz obeh enačb v (1)). Takim rešitvam, ki imajo točno dve komponenti različni od 0 (v splošnem toliko, kolikor je enačb), pravimo *bazne možne rešitve* (BMR), spremenljivkam, ki v tej BMR niso enake 0, rečemo *bazne spremenljivke*, ostalim pa *nebazne spremenljivke*. Podobno vsaka BMR (x_1, x_2, x_3, x_4) določa oglišče s koordinatama (x_1, x_2). Simpleksna metoda potuje po oglišči tako, da se premika med BMR. V vsaki BMR izrazi bazne spremenljivke z nebaznimi ter jih vstavi v namensko funkcijo. Nato poišče tisto nebazno spremenljivko, pri kateri je koeficient v namenski funkciji največji (najmanjši, če iščemo minimum) in določi največjo možno vrednost te spremenljivke. S tem se premakne v najboljšo sosednjo BMR.

Če se npr. SM trenutno nahaja v oglišču $B(3, 0)$, pomeni, da je trenutna BMR enaka $(3, 0, 0, 1)$ z baznima spremenljivkama x_1 in x_4. Iz obeh enačb (1) izrazimo x_1 in x_4 s spremenljivkama x_2 in x_3

$$\begin{aligned} &x_1 = 3 - \tfrac{x_2}{2} - \tfrac{x_3}{2}\\ &x_4 = 1 - \tfrac{x_2}{2} + \tfrac{x_3}{2}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Ko vstavimo to v namensko funkcijo, dobimo

$$6x_1 + 4x_2 = 18 + x_2 - 3x_3. \qquad (3)$$

V trenutni BMR je vrednost namenske funkcije tako enaka 18, saj sta $x_2 = x_3 = 0$. Če bi se premaknili v sosednjo BMR, ki bi imela $x_3 > 0$, bi bila tam vrednost namenske funkcije manjša, saj ima v zapisu (3) spremenljivka x_3 negativni koeficient. Namensko funkcijo bomo povečali, če bomo šli v tisto sosednjo točko, ki bo imela $x_2 > 0$ in $x_3 = 0$. Spremenljivko x_2 povečamo do največje možne vrednosti. Zgornjo mejo nam postavljata enačbi (2) in zahtevi $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Upoštevaje $x_3 = 0$ tako dobimo naslednji omejitvi za x_2

$$\begin{aligned} &x_1 = 3 - \tfrac{x_2}{2} \geq 0\\ &x_4 = 1 - \tfrac{x_2}{2} \geq 0, \end{aligned}$$

iz česar sledi, da lahko x_2 povečamo do 2. V tem primeru dobimo BMR $(2, 2, 0, 0)$, za katero mi sicer že vemo, da je optimalna, SM pa tega še ne ve, zato nadaljuje.

Sedaj sta bazni spremenljivki x_1 in x_2. Ko ju izrazimo z x_3 in x_4, dobimo

$$\begin{aligned} &x_1 = 2 - x_3 + x_4\\ &x_2 = 2 + x_3 - 2x_4. \end{aligned}$$

Namenska funkcija, izražena z nebaznima spremenljivkama x_3 in x_4, je sedaj enaka $6x_1 + 4x_2 = 20 - 2x_3 - 2x_4$. Ker imata obe nebazni spremenljivki negativni koeficient, se ne splača iskati sosednjih BMR

(takih, kjer bi bil x_3 ali x_4 pozitiven), saj bi s tem namensko funkcijo le zmanjšali. Trenutna BMR je tako optimalna in to nam da optimalno rešitev osnovnega problema $x_1 = 2,\ x_2 = 2$.

■ Kje se lahko še zaplete?

V prejšnjem razdelku smo SM kar postavili na točko $(3, 0)$ oz. na BMR $(3, 0, 0, 1)$. V splošnem pa ni vedno jasno, kako dobiti začetno BMR, še posebej takrat, kadar točka O (koordinatno izhodišče) ni oglišče poliedra. V takih primerih si pomagamo tako, da dodamo nekaterim enačbam še t. i. *umetne spremenljivke*, ki v namenski funkciji dobijo koeficient M, če iščemo minimum, in koeficient $-M$, če iščemo maksimum. Število M je lahko poljubno dovolj veliko število, zato temu postopku rečemo *metoda „veliki M“*.

Prav tako se zastavi vprašanje, kako v času izvajanja SM ugotoviti, da je linearni program protisloven ali neomejen. Če je LP protisloven, potem smo gotovo morali uvesti tudi umetne spremenljivke in nato začeti z metodo „veliki M“. Ta metoda se bo končala z BMR, v kateri bo vsaj ena umetna spremenljivka imela pozitivno vrednost, kar je pokazatelj protislovnosti problema.

Neomejenost zaznamo tako, da opazimo, da se splača na nekem koraku nebazno spremenljivko x_k povečati, vendar ostale enačbe ne porodijo nobene zgornje meje za ta x_k, temveč le spodnje meje.

Simpleksno metodo najpreprosteje izvajamo tako, da koeficiente namenske funkcije in koeficiente enačb zapišemo v obliki tabele, nad katero potem izvajamo operacije seštevanja in množenja (t. i. Gaussovo eliminacijo) po postopku, ki pripada premikanju med različnimi BMR. Prednost takega reševanja je v lažjem računanju, a iz samega postopka ni več razvidna osnovna ideja simpleksne metode.

■ Literatura

[1] G. B. Dantzig, *Linear Programming*. Oper. Res. **50** (2002) str. 42–47, 50th Anniversary Issue of Operations Research.

[2] J. Povh, *Kako z matematiko do najboljšega zaslužka?*, Presek **34** (2006/2007), št. 5, str. 4–8.

[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Simplex

[4] http://mathworld.wolfram.com/Simplex.html

Bonboniera v škatli

PETER PETEK

Spet rojstni dan, tokrat praznuje Jožica. Dobili so se pri teti Amaliji, seveda slavljenka in njena sestrična Polonca in bratranec Tomaž.

Teta je pripravila slaščice, suho sadje, sir in čaj. Polonca je prinesla svileno ruto, Tomaž je postavil pred Jožico kvadratasto plitvo škatlo. „Kaj neki je notri,“ se je zasmejala Jožica, „morda knjiga?“

„Ne, odpri in poglej,“ je odgovoril Tomaž. Ni bilo treba dvakrat reči in znotraj kvadratne škatle je bila še ena, v obliki pravilnega šestkotnika. „Belgijska bonboniera,“ je ugotovila Amalija, „ampak zanimivo je, kako lepo je šestkotnik spravljen v kvadrat. Dani šestkotnik je spravljen v najmanjšem možnem kvadratu.“ „Res si se potrudil, Tomaž,“ se je zahvalila Jožica „bonboniera in matematična naloga.“

„Kar tiho, da se ne izdamo,“ je rekla teta, „to bo naloga za naše bralce“:

Pravilni šestkotnik stranice h vrišite znotraj kvadrata čim manjše stranice a.

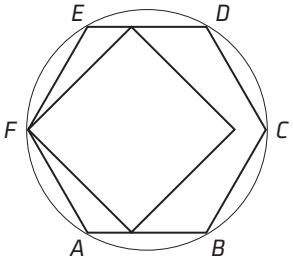
„Ja, kaj pa če bi bila naloga obratna,“ se je oglasila Polonca, „bonboniera v kvadratni škatli stranice a spravljena v čim manjši šestkotni škatli stranice h?“

„Ali drugače povedano,“ je dopolnila teta Amalija, „v pravilni šestkotnik stranice h vrišemo kvadrat čim večje stranice a.“

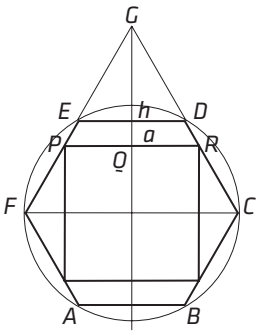
Takoj so se lotili risanja. Poglejmo Tomaževo ris-

bo (slika 1) in še Poloničino (slika 2).

Tomaž je postavil kvadrat z enim ogliščem v oglišče F šestkotnika, dve oglišči kvadrata ležita na vzporednicah AB in DE. Zato je diagonala kvadrata enaka dvojni višini enakostraničnega trikotnika, torej



Slika 1.



Slika 2.

- $a\sqrt{2} = h\sqrt{3}$
- $a = h\sqrt{\frac{3}{2}} \approx h \cdot 1.2247.$

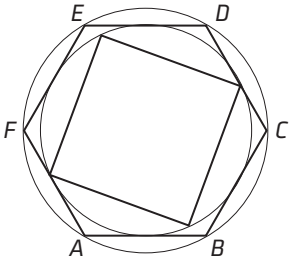
„Ampak, Tomaž,“ se je oglasila Jožica, „saj lahko včrtaš v šestkotnik krog s polmerom $a\sqrt{3}/2$ in znotraj tega kroga poljubno izbereš kvadrat ravno take stranice $a = h\sqrt{3/2}$.“ (slika 3)

„Res je,“ se je vtaknila Amalija, „ampak poglejmo, kaj ima Polonca. Tu sta dve stranici kvadrata vzporedni stranicama AB in DE šestkotnika. No, Polonca, izračunaj nam stranico svojega kvadrata!“

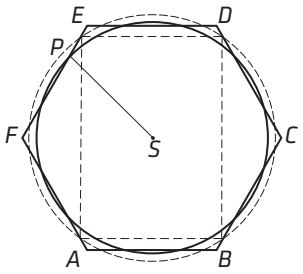
„Nad stranico ED sem dodala še en enakostraničen trikotnik stranice h. Trikotnika EDG in PRG s stranicama h in a sta podobna. Naj bo $a = k \cdot h$. Potem je tudi $QG = k \cdot h\sqrt{3}/2$ in če gremo od središča S preko Q do G lahko seštejemo, da dobimo višino enakostraničnega trikotnika s stranico $2h$:“

- $k \cdot \frac{h}{2} + k \cdot h\frac{\sqrt{3}}{2} = h\sqrt{3}$
- $k = \frac{2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1 \approx 1.2679.$

„Bravo,“ je zaploskala teta „več pa res ne gre. Če narišemo krožnico s središčem S in polmerom SP, vidimo, da gre delno ven iz šestkotnika. Pri večji (črtkani) krožnici je lokov, ki padejo ven, še več in narisali bi lahko le še pravokotnik, ne pa kvadrata.“ (slika 4)



Slika 3.



Slika 4.

BISTROVIDEC

Številka Tonetove osebne izkaznice

REŠITEV NALOGE

IVAN VIDAV

Objavljamo rešitev naloge, ki smo jo zastavili v prejšnji številki. Naloga je bila prvič zastavljena v eni od starih številk Preseka.

Najprej takoj vidimo, da stoje na sodih mestih številke Tonetove izkaznice cifre 2, 4, 6, 8. Če odrežemo zadnje štiri cifre, dobimo število, ki je deljivo s pet. Zato stoji na petem mestu cifra 5. Če odrežemo enice, dobimo število, deljivo z 8. Ker je sedma cifra liha, mora biti na osmem mestu 2 ali pa 6. Iz istega razloga prideta tudi na četrto mesto v poštev samo cifri 2 in 6. Torej imamo naslednji možnosti:

- $xxx\,25x\,x6x$ (a)

in

- $xxx\,65x\,x2x$. (b)

Tu smo z x označili cifre, ki jih še ne poznamo. Oglejmo si podrobneje obe možnosti:

(a) Vsota prvih treh cifer je deljiva s 3 in prav tako vsota četrte, pete in šeste cifre. Ker sta četrta in peta 2 in 5, je 8 edina možnost za šesto cifro, ki je soda. Preostala soda cifra 4 je potem na drugem mestu. Imamo torej $x4x\,258\,x6x$. Ker je število brez zadnje cifre deljivo z 8, stoji lahko na sedmem mestu 1 ali 9. Prva možnost odpade, ker ostalih lihih cifer 3, 7, 9 ne moremo postaviti na prvo in tretje mesto tako, da je vsota prvih treh cifer deljiva s 3. Če je na sedmem mestu 9, so prve tri cifre 147 ali 741; torej dobimo številki

- 147 258 963

in

- 741 258 963.

Nobena od njiju ni prava, ker ne dobimo s 7 deljivega števila, če odrežemo zadnji dve cifri.

(b) Zdaj sta četrta in peta cifra 6 in 5. Na šestem mestu mora biti 4, da bo vsota teh cifer deljiva s 3. Torej imamo $x8x\,654\,x2x$. Podobno kot v primeru (a) ugotovimo, da mora na sedmem mestu stati 3 ali 7. V prvem primeru so za prve tri cifre tele možnosti: 189, 981, 789, 987, v drugem pa: 189, 981, 183, 381. Ustrezne številke so

- 189 654 327, 981 654 327
- 789 654 321, 987 654 321
- 189 654 723, 981 654 723
- 183 654 729, 381 654 729.

Če odrežemo zadnji dve cifri, je samo v zadnjem primeru dobljeno število deljivo s 7. Zato ime Tonetova osebna izkaznica številko **381 654 729**.

ZVONKA ALT

V soboto 21. aprila 2007 se je cvet slovenskega matematičnega podmladka pomeril na **51. matematičnem tekmovanju srednješolcev Slovenije**, ki se je odvijalo na **Prvi gimnaziji v Mariboru**. Z rezultati, ki so jih dosegli na izbirnih tekmovanjih, se je na državno raven uvrstilo 162 dijakov.

Dopoldne so tekmovalci preživeli ob reševanju matematičnih orehov, popoldne pa si je večina tekmovalcev in njihovih spremljevalcev v sončnem vremenu ogledala lepote štajerske prestolnice.

Tekmovanje je potekalo brez zapletov. Neuradni rezultati so bili znani že popoldne, državna tekmovalna komisija pa je nato obravnavala še vse prispele ugovore in razglasila uradne rezultate.

1. NAGRADA

1. letnik

- Filip Kozarski, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Tomaž Stepišnik Perdih, I. gimnazija v Celju

2. letnik

- Anja Komatar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Primož Pušnik, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava

3. letnik

- Miha Čančula, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jure Vogrinc, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

4. letnik

- Tom Primožič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

51. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije

2. NAGRADA

■ 1. letnik

- Matej Aleksandrov, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Samo Kralj, SŠ Črnomelj

■ 2. letnik

- Matjaž Payrits, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jure Gantar, SŠ Vena Pilona, Ajdovščina
- Gregor Grasselli, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

■ 4. letnik

- Martin Hergouth, ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnazija

3. NAGRADA

■ 1. letnik

- Peter Koželj, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Luka Mernik, II. gimnazija Maribor
- Miša Vidmar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

■ 2. letnik

- Bojan Hiti, Gimnazija Jurija Vege, Idrija
- Laura Ogrin, Gimnazija Koper

■ 3. letnik

- Aljaž Zalar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jan Berčič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

■ 4. letnik

- Urban Jezernik, I. gimnazija v Celju
- Aleksander Đurka, Gimnazija Kranj

ZLATA PRIZNANJA

■ 1. letnik

Filip Kozarski, Matej Aleksandrov, Peter Koželj, Miša Vidmar, Jan Ogrin, Hana Majaron in Matej Petković (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Tomaž Stepišnik Perdih, Eva Breznik, Maja Škornik, Anja Pustoslemšek, Klemen Fajs in Tim Vodovnik (I. gimnazija v Celju), Samo Kralj in Miha Virant (SŠ Črnomelj), Luka Mernik (II. gimnazija Maribor), Sara Drvarič Talian, Matej Mlinarič in Žiga Avsec (Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer), Ana Bembič (Gimnazija Koper), Blaž Knavs in Marin Ferara (ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava), Jana Vidrih (Gimnazija Ptuj), Maruša Žlindra in Urša Pertot (Gimnazija Kranj), Matevž Breška (Gimnazija Tolmin), Sendi Černic (ŠC Nova Gorica – Gimnazija), Lucija Hribernik (Gimnazija Želimlje), Metka Čepar (SŠ Srečka Kosovela, Sežana), Mitja Breznik (Gimnazija Ravne na Koroškem) ter Tilen Gomilšek (Srednja elektro-računalniška šola Maribor).

■ 2. letnik

Anja Komatar, Matjaž Payrits, Gregor Grasselli, Marko Mihalec, Gregor Čepin, Nina Črnivec, Marko Bunc, Blaž Rugelj in Irena Kuhar (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Primož in Domen Pušnik (ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava), Jure Gantar in Aljaž Petrič (SŠ Vena Pilona,

→

Ajdovščina), Bojan Hiti in Peter Ferjančič (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Laura Ogrin (Gimnazija Koper), Aleksander Simonič (Gimnazija Ledina, Ljubljana), Barbara Hüll (Gimnazija Murska Sobota), Jernej Repas in Gorazd Štaleker (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija), Kristina Kacin in Ivan Jovanović (ŠC Nova Gorica – Gimnazija), Lana Semečnik (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija), Sladana Malić in Anže Glamočak (Gimnazija Celje-Center), Dejan Banović (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Melinda Kavalir (ŠC Postojna – Srednja šola), Miha Begelj in Simon Cof (Gimnazija Kranj), Gabrijela Jankovič (SŠ Črnomelj), Filip Agatić (Škofijska gimnazija A. M. Slomška, Maribor), Igor Klepič (Kmetijska šola Grm, Novo mesto), Irma Zidar (SŠ Josipa Jurčiča, Ivančna Gorica), Niko Tratnik (Prva gimnazija Maribor), Denis Štimulak (I. gimnazija v Celju) ter Jurij Volčič (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana).

■ 3. letnik

Miha Čančula, Jure Vogrinc, Aljaž Zalar, Jan Berčič in David Kraljič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Teja Turk in Maja Alif (I. gimnazija v Celju), Uroš Kovač (SŠ Vena Pilona, Ajdovščina), Metka Pirih (Gimnazija Škofja Loka), Maja Poklinek (Gimnazija Ravne na Koroškem), Vesna Tratnik in Matej Drame (ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava), Gregor Turnšek (Gimnazija Celje-Center), Davor Pavlović (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija), Blaž Peterlin (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehnična gimnazija), Aleš Srna (Gimnazija Kranj) ter Ana Prebanda (SŠ Josipa Jurčiča, Ivančna Gorica).

■ 4. letnik

Tom Primožič, Jaka Gogala in Matija Trampuš (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Martin Hergouth (ŠC Rudolfa Maistra Kamnik – Gimnazija), Urban Jezernik (I. gimnazija v Celju), Aleksander Đurka in Jan Kralj (Gimnazija Kranj), Tomaž Hočevar (Gimnazija Vič, Ljubljana), Jan Kogoj in Mateja Lavtar (Gimnazija Škofja Loka), Peter Muršič in Tomo Umer (Gimnazija Koper), Mitja Kauran (Prva gimnazija Maribor), Jure Kocjančič, Jernej Zupančič, Tadej Dragan, Mariano Alejandro Kostelec in Urban Zupančič (Gimnazija Novo mesto), Lev Prislan (ŠC Nova Gorica – Gimnazija), Ivo Pačnik (Gimnazija Ravne na Koroškem) ter Mojca Pesko (Gimnazija Celje-Center).

Razmisli in poskusi

MITJA ROSINA

25. **Ali je papir prožen?** Drži list papirja na vogalu na vrhu, da prosto visi navzdol. Če ga ukriviš v navpični plašč valja, se vrne v prvotno lego. Torej je prožen. Če ga pa preveč upogneš, se trajno deformira (zmečka) – presegel si mejo prožnosti.

POSKUS. Navij trak papirja (recimo širine 5 ali 10 cm) okrog valjev in palčk z različnim radijem. Do meje prožnosti se trak sam zravna, ko ga spustiš. Ugotovi, pri katerem krivinskem radiju presežeš mejo prožnosti.

Ukrivi trak v valj s premerom 2 cm. Izračunaj, za koliko odstotkov se zunanja ploskev papirja raztegne v primerjavi z notranjo ploskvijo. Ali bi lahko raven kos papirja raztegnil naravnost za toliko odstotkov? Kaj iz tega sklepaš o raztegljivosti in upogljivosti papirja?

Napravi prožno vzmet iz papirja. Trak navij okrog palčke nekoliko poševno, da tvori rob traku vijačnico in da se trajno deformira. Pri tem lahko uporabiš svinčnik ali tanjšo palčko. Tako oblikovan trak lahko stiskaš in popuščaš vzdolž osi kot prožno vzmet.

Preveri, ali je sila pri stiskanju vzmeti sorazmerna s spremembo njene dolžine, $F = k\Delta\ell$, in določi konstanto vzmeti k. Silo lahko izmeriš tako, da držiš vzmet pokonci, jo od strani rahlo podpiraš s prsti in nanjo naložiš ploščice z znano težo.

ODGOVOR NA VPRAŠANJE IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE

24. *Murphyjev zakon pravi, da pade kos kruha najraje na zgornjo stran (ki je namazana z maslom). Ali to sledi tudi iz Newtonovega zakona?*

ODGOVOR. Namesto s kruhom napravimo poskus s knjigo, ki leži na mizi in ki jo počasi porinemo preko roba mize. Naj bo ℓ stranica knjige pravokotna na rob mize, h pa višina mize. Ko se knjiga prevesi, začne nanjo delovati navor in pridobi kotno hitrost

- $\omega = \varphi_{\mathrm{zdrs}}/t_{\mathrm{zdrs}}$.

Opazovanje pokaže, da se knjiga odlepi od mize pri kotu približno

- $\varphi_{\mathrm{zdrs}} \approx 60°$,

dotlej pa je čas padanja

- $t_{\mathrm{zdrs}} \approx \sqrt{2\ell/g}$.

Iz tega sledi $\omega \approx 60°/t_{\mathrm{zdrs}}$.

Ko knjiga zdrsne, navor preneha in knjiga začne prosto padati, kotna hitrost pa se ne spreminja več. Čas padanja je

- $t_{\mathrm{pad}} = \sqrt{2h/g}$.

V tem času se zasuče za kot

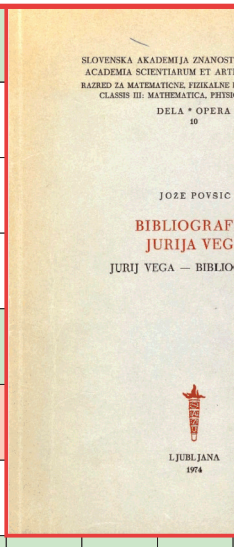
- $\varphi = \omega t_{\mathrm{pad}} \approx 60° \sqrt{h/\ell}$.

Za običajne mize ($h \sim 75$ cm) in knjige ($\ell \sim 16$ cm) dobimo $\varphi \sim 130°$, kar je dovolj, da se knjiga prevrne.

ZGLEDI. Poskušal sem z različnimi knjigami in ploščicami. Najdaljša, ki se je še lepo prevrnila ($\varphi \sim 180°$), je merila $\ell = 18$ cm, najkrajša pa kakih 9 cm. Daljše knjige (ali plošče) s 25, 30 in 40 cm so trčile ob rob, vendar so se še prevrnile, z 58 cm pa se ni prevrnila ($\varphi < 90°$). Prekratka z $\ell = 5$ cm se je zasukala na prvotno stran ($\varphi \sim 360°$).

Pravijo, da ima pri tem Murphyjevem zakonu prste vmes tudi kozmologija (da so nastali planeti, kot je Zemlja, kjer je pospešek prostega pada $10\,\mathrm{ms}^{-2}$) in biološka evolucija (da se je razvil človek, ki uporablja mize visoke 75 cm in precej manjše kose kruha).

Nagradna križanka



AVTOR MARKO BOKALIĆ | ALBANSKI LITERAT KADARE, KI ŽIVI V PARIZU | PRAZNOVANJE OB POROKI, OHCET | PROSTOR ZA KAZNOVANJE POGUBLJENIH | KEMIČNO NAJMANJŠI DELCI SNOVI | POLEDENA DOBA | ČLOVEK, KI SE ZANAŠA NA IZKUSTVA | ŽELEZNIŠKI PREDOR MED HONŠUJEM IN HOKAIDOM | STEBLO VINSKE TRTE

NAREČNI IZRAZ ZA PODSTREŠJE | RIMSKA 50

NAPRAVA ZA NASTAVLJANJE OSVETLITVE

DOLGOVLAKNATI EGIPTOV. BOMBAŽ MARIBOR | LITERARNI SESTAVEK | ALPSKO MESTO V ZAH. ITAL.

4. SOLMIZACIJSKI ZLOG

LANTAN | GLASBILO S TIPKAMI IN PIŠČALMI | TEKOČINA ZA ODŽEJANJE | IZLOČEK V USTIH | GLAVNO MESTO ARMENIJE

GRAFIČNO OBLIKOVANJE MATEVŽ BOKALIČ | KDOR VIDI VSE BOLJŠE, KOT JE | VADITELJICA ŽIVALI | NJO | PRAŠKI ŽUPAN (PAVEL) | NAJMANJŠI EVRSKI BANKOVEC | DIRK NOWITZKI | SANI ZA REŠEVANJE POZIMI V GORAH | PREKRIVNI ZAŠČITNI PREMAZ | MUSLIMANSKI BOG | RDEČI KRIŽ | JAKOSTNA STOPNJA POTRESA

IZVRŠILNI, VOLILNI, NADZORNI, UPRAVNI ? | ANGLEŠKI FIZIK (PAUL) | MITOLOŠKI VELIKAN | OPOZORILNI SIGNAL V NEVARNOSTI | SLOG

PREPRAŽENA MOKA ZA ZGOSTITEV JEDI | ŽENSKA, KI IŠČE | KRAJ PRI ROGAŠKI SLATINI

NOSILNI DEL GRADBENEGA OBJEKTA V TLEH | VEDA O LETALSTVU | AMERIŠKA IGRALKA (LINDA) | ODMEV

INGEMAR STENMARK | ST. DOLŽIN. MERA | AVS. FELDMARŠAL (LEOPOLD) | GLASBENIK NOVAK | STOTINA NEBRITAN. FUNTA | EDINI PRIMEREK LISTINE | BARVILNI GRM | PRODUKT MASE IN POSPEŠKA

MEDVEDEK | PRISTANIŠČE V VZHODNI ALŽIRIJI | ZABOJ ZA ČEBELE | DUŠAN JOVANOVIĆ | DREVESNA SNOV | MESTO V VZHODNI TURČIJI | USPEŠNICA | VELIKA AVSTRAL. PAPIGA S PERJANICO

NAJVEČJA REKA V MJANMARU | BRIONSKI OTOK | ELZA BUDAU | STAREJŠI CITROENOV AVTOMOBIL | TOBAČNI STRUP | SPOROČILNI GIB ALI ZVOK

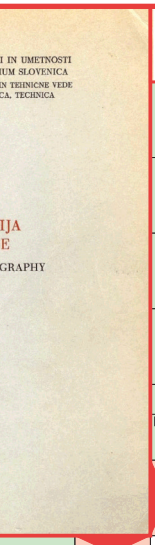
VELIKA ŽELJA STORITI KAJ NEPRIMERNEGA | PRIMORSKO MESTO | ATI, OČI | DELANJE POTI SKOZI KAJ TEŽKO PREHODNEGA

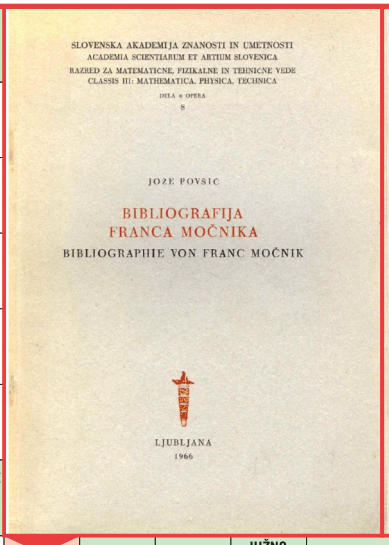
SREDSTVO ZA STROJENJE | SAMOTAR | KRATEK POŽIREK PIJAČE | DOSTOP | NAŠA STRUPENA KAČA

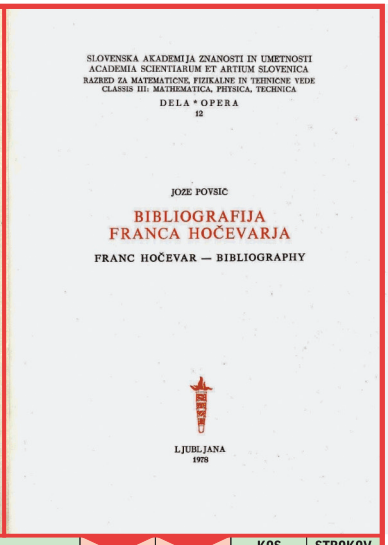
BODIČASTA TROPSKA RASTLINA | ENAKI ČRKI

IME VEČ SL. VASI, NAVADNO OB VODI | MESTO V SEVERNEM BANATU | OSNOVNI SESTAVNI DEL

GLAVNO MESTO GANE | MOČNA IGRALNA KARTA | DANSKI ARKTIČNI RAZISKOVALEC RASMUSSEN | NEKDANJI PREDSEDNIK ITALIJE (FRANCESCO)







MODRICA NA KOŽI ZARADI UDARCA
PRIOČESNA LEČA PRI OPTIČNIH NAPRAVAH
SLOVANSKA ETNIČNA SKUPINA NA POLJSKEM
NAJVEČJE KVARNERSKO LETOVIŠČE
KITAJSKO MESTO, GL. MESTO PROVINCE ŠANTUNG
OBDOBJE PO KONČANI DELOVNI DOBI
3
AFRIŠKA ŽIVAL IZ DRUŽINE ŽIRAF
MATEMATIK REPOVŠ
NARAVNA SNOV ZA ZAMAŠKE IN TALNE OBLOGE
4
MESTO V VZH. ISTRI
FRANCOSKI DRAMATIK (ALFRED)
POLKROŽNI MERILNI TRAK PRI KOTOMERU
ENOTA ZA MOČ
15
ČRKA ZA OZNAKO ORDINATNE OSI
ŠVEDSKI REŽISER SJÖBERG
STOKANJE
ČRTA ENAKEGA ZRAČNEGA TLAKA
ANŽEJ DEŽAN
JUŽNOAFRIŠKA PISATELJICA GORDIMER
FERI HORVAT
NIŽJA LESNATA RASTLINA
KOS TKANINE, OBEŠEN PRED OKNOM
STROKOVNJAK ZA ZGRADBO TELESA ŽIVIH BITIJ
KEMIČNI ELEMENT IZ VRSTE LANTANOIDOV
INDONEZ. IZRAZ ZA NOVO GVINEJO
7
VELIK STRAH
ZAJEDA NA POBOČJU
GORA NAD SELŠKO DOLINO
JAPONSKI AVTO
OTOK SZ. OD ZADRA
UMRLI HR. POLITIK (IVICA)
RASTLIN. BOLEZEN
10
11
STAR KRAJ NAD DOLINO SOPOTE PRI RADEČAH
KAZAHSTAN
12
HIPOTEZA, DOZDEVA
ZGREŠENI STREL
8
SOSEDNJI ČRKI
OSKAR NEDBAL
JADRANSKI OTOK
BOMBAŽNA TKANINA ZA SRAJCE
NAJLEPŠI DEL RASTLINE
ČRKA K
DUHOVNIK, KI JE DOSEGEL 50 LET MAŠNIŠTVA
JAPONSKI VULKAN, NARODNI PARK
GRŠKA ČRKA
3. OSEBA EDNINE
KANDASKI PEVEC (BRYAN)
NEKDANJI PANAMSKI DIKTATOR
VRH DRUŽBE
DELOVNI SPOMIN RAČUNALNIKA
PRIVLAČNOST, ŠARM
100 m²
REVNI ŽIVIJO IZ ROK V ?
DELOVNA VNEMA
DELOVA NOVINARKA (LADA)
TUKAJ
NEKDANJA MINISTRICA PETRIN
17
ALEKSANDER ZORN
ZNIŽANI TON E
VNETJE ŠARENICE
NIKO GRAFENAUER
14
GROFIJA NA JUGOVZHODU ANGLIJE
NEKDANJI NASLOV NIŽJEGA PLEMSTVA V TURČIJI

NAGRADNI RAZPIS

Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poštnina je že plačana) do 18. januarja 2008, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **Presekov paket.**

Kakšno obliko ima svetlobna lisa?

ODGOVOR NALOGE

MOJCA ČEPIČ

Če ste se opazovanja lotili, ste ugotovili nekaj presenetljivega. Svetlobna lisa je imela obliko odprtine, če je bila odprtina blizu zaslona. Če je bila odprtina daleč od zaslona, je imela svetlobna lisa obliko svetila – Sonca. Ne glede na obliko odprtine, so imele svetlobne lise vedno obliko kroga ali elipse. Z oddaljenostjo od odprtine so se krogi večali in postajali bolj bledi. Tudi svetlost krožnih (eliptičnih) svetlobnih lis se je med seboj razlikovala. Svetlobne lise manjših odprtin so bile bolj blede kot svetlobne lise večjih odprtin, če je bila oddaljenost zaslona, na katerem ste liso opazovali, od odprtine enaka. Ostre oči so morda opazile še eno podrobnost, robovi svetlobnih lis, ki so nastale zaradi manjših odprtin, so bili bolj ostri kot robovi svetlobnih lis zaradi večjih odprtin. To zadnje pustimo za poskušanje kdaj drugič, danes se pozabavajmo le z obliko in svetlostjo svetlobne lise.

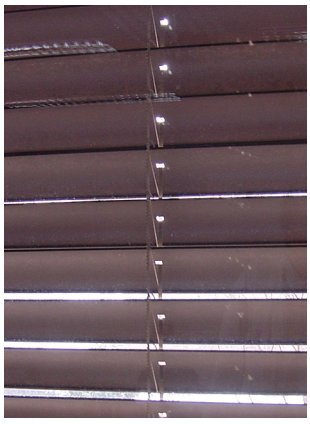
Spodnje slike kažejo, kako se spreminja oblika svetlobne lise z oddaljenostjo zaslona, na kateri liso opazujemo. Vrsto odprtin tvorijo luknje za dvižno vrvico na okenskem senčilu (slika 1 a-d).

Če podrobno opazujemo, kaj se dogaja na zaslonu, ko ga odmikamo od odprtine, prepoznamo dve območji. Ko je zaslon relativno blizu odprtine, je oblika svetlobne lise enaka obliki odprtine. Ko je zaslon daleč od odprtine, je svetlobna lisa okrogle (eliptične) oblike, skratka, ima obliko svetila, torej Sonca. V vmesnem območju ima svetlobna lisa lastnosti oblik obeh – odprtine in svetila.

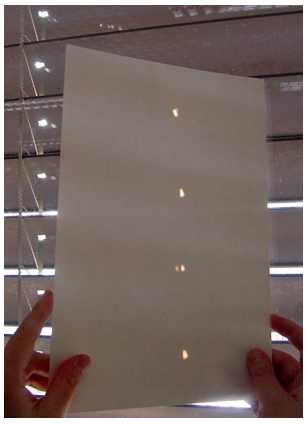
Zakaj se to zgodi, pomaga razložiti geometrijska optika. Običajno se v šoli učimo, da je svetloba s Sonca vzporedna. To pomeni, da imajo sence različnih vzporednih predmetov, npr. palic, enako smer, če je le zaslon, na katerem jih opazujemo, enako usmerjen. To pomeni tudi, da se Sonce na nebu nahaja na istem mestu tudi, če je naš sprehod po plaži precej dolg. Seveda pri tem ne mislimo potovanj iz severa na jug Zemlje ali „premikov“ Sonca po nebu zaradi trajanja sprehoda.

Vendar svetloba, ki na Zemljo pada s Sonca, ni popolnoma vzporedna. Sonce vidimo na nebu pod zornim kotom 0,54°, zato se tudi smeri žarkov svetlobe z obeh robov Sonca razlikujejo za enak kot. Za zelo majhno odprtino v zaslonu nastane svetlobni stožec, ki ima kot ob vrhu stožca enak zornemu kotu Sonca (slika 2). Če je odprtina večja, si lahko predstavljamo, da je svetlobni curek za odprtino sestavljen iz množice svetlobnih stožcev, ker si tudi odprtino lahko predstavljamo kot množico drobnih odprtin.

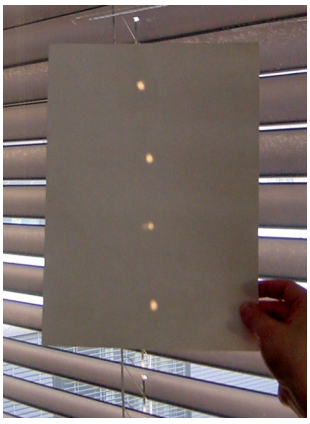
Za lažje razumevanje obeh področij, torej področje z obliko svetlobne lise enako obliki odprtine ter področje, kjer je oblika svetlobne lise enaka obliki svetila, si predstavljajmo zaslon, v katerem sta dve odprtini, vsaka s svojim svetlobnim stožcem. Blizu zaslona z odprtinama se svetlobna stožca še ne sekata (slika 3 – položaj (a)). Svetlobno liso lahko povežemo z odprtino, zaradi katere je nastala. V tem delu je oblika odprtine, ki je v našem primeru enaka dvema luknjicama, razpoznavna. Če zaslon nekoliko oddaljimo – na položaj (b oziroma c) na sliki 3, se svetlobna stožca začneta prekrivati. Na mestu prekrivanja je zaslon bolj osvetljen, na mestih, kjer se ne prekrivata, je manj. Na tem delu obliko dvoluknjične odprtine še prepoznamo, vendar je že nekoliko zabrisana. Če oddaljimo zaslon še bolj, v položaj (d), se stožca prekrivata že skoraj v celoti, le še majhen rob kaže na sestavljenost odprtine. Podrobnosti dvoluknjične odprtine skorajda ne vidimo več. V tem področju se oblika odprtine že porazgubi, saj jo svetlobni stožci nastajajoči na celotni površini odprtine v bolj zapleteni obliki, v celoti zabrišejo.



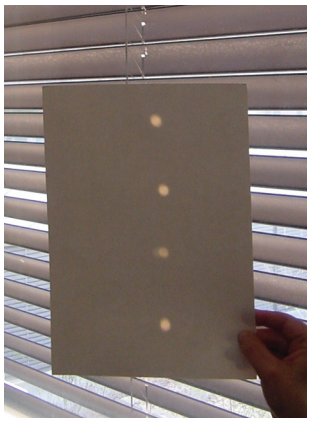
Slika 1a. V okenskih senčilih najdemo odprtine primerne velikosti in oblike za opazovanje svetlobnih lis (Foto: Goran Iskrić).



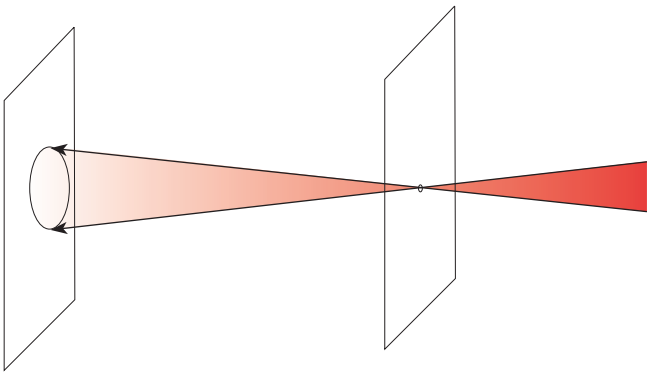
Slika 1b. Približno 20 cm za senčili na zaslonu vidimo svetlobne lise v obliki odprtin v senčilu. Spoznamo lahko tudi senco vrvice, ki deli eno od odprtin na polovico (Foto: Goran Iskrić).



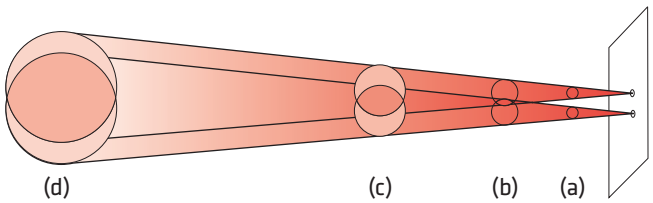
Slika 1c. Svetlobna lisa na 40 cm oddaljenem zaslonu še odkriva nekaj značilnosti odprtine, a je že precej zabrisana (Foto: Goran Iskrić).



Slika 1d. Na 1 meter oddaljenem zaslonu oblike odprtine ne prepoznamo več, vse svetlobne lise imajo enako obliko in premer, razlikujejo se le še po svetlosti (Foto: Goran Iskrić).



Slika 2. Svetloba s Sonca pada na zaslon z majhno odprtino z desne. Gornji žarek (na desni) označuje svetlobo, ki pada z gornjega roba Sonca, spodnji žarek pa svetlobo s spodnjega. Kota stožcev sta seveda enaka.



Slika 3. V zaslonu je „odprtina“ v obliki dveh majhnih luknjic. Skozi vsako luknjico pada stožčast curek svetlobe. Z obarvanimi krožci in njihovimi preseki je skicirano, kaj bi videli, če bi na mesta (a)-(d) postavili zaslon vzporeden zaslonu z „dvoluknjično“ odprtino. Sonce sveti na zaslon z desne strani.

Ali je mogoč sončev mrk brez lune?

MOJCA ČEPIČ

V prejšnji številki Preseka smo predlagali opazovanje svetlobne lise. Če ste opazovali, ste gotovo opazili kaj nepričakovanega. Svetlobna lisa blizu odprtine je imela njeno obliko, daleč od odprtine pa obliko svetila, torej Sonca. Svetlobne lise na tleh pod drevesom imajo vse enako obliko (okroglo ali eliptično), čeprav imajo vrzeli med listi najrazličnejše oblike. Seveda, tla so vendar daleč od „odprtin“ med listi.

Zima je ob kristalno čistih dneh primerna za nadaljevanje raziskovanja svetlobnih lis. Tokrat se posvetimo obliki svetlobne lise, kadar je svetilo zasenčeno. Kadar Sonce zasenči Luna, opazujemo Sončev mrk. Na sliki 1 vidimo Sonce, ki ga je med delnim Sončevim mrkom 23. marca 2006 zasenčila Luna. Svetlobne lise, ki so tedaj nastale za žaluzijami, so imele posebno obliko (slika 2).

Kadar Sonce zasenči oblak, hiša, ali ga opazujemo skozi drevo, se nam to ne zdi nič posebnega. Raziščimo, kakšne so tedaj svetlobne lise za odprtinami, če je Sonce zasenčeno. Morda odkrijemo kaj podobnega, kot so bile svetlobne lise ob delnem sončevem mrku?

Potrebujemo

- dva kosa tršega papirja,
- škarje,
- okno, na katerega sije sonce, ali pomočnika za opazovanje od zunaj.

Opazovanje lahko izvedemo tudi za spuščenimi žaluzijami, kot je mogoče prebrati v odgovoru na prejšnjo nalogo. Seveda spuščene žaluzije omogočajo načrtovano opazovanje svetlobnih lis zasenčenega Sonca le, kadar imajo pravo smer. Če se napotimo v park s pomočnikom, pa lahko opazovanje izvedemo skoraj kadarkoli, le sončen zgodnjepomladanski ali zimski dan potrebujemo.

Slika 1. Neposredna fotografija delnega Sončevega mrka 23. marca 2006 (Foto: Marko Razpet).

V kos tršega papirja izreži manjšo odprtino s premerom do pol cm, ali uporabi kar zaslon z odprtinami, ki si ga uporabljal pri poskusu iz prejšnje številke. Pojdi v park ali na večji vrt ter najprej preveri postavitev. Pomočnik naj zaslon z odprtino postavi tako, da za njim nastane senca s svetlobno liso na opazovalnem zaslonu. Opazovalni zaslon naj bo dovolj daleč od zaslona z odprtino, da je svetlobna lisa okrogla, kar navadno terja nekaj prilagajanja. Potem poiščita drevo (skoraj) brez listov in ponovita postavitev v področju, kjer lahko Sonce opazujeta skozi veje drevesa, kot na sliki 3, oziroma lahko na tleh vidita sence vej. Pomočnik naj zaslon z odprtino premika sem in tja, dokler v svetlobni lisi ne zagledaš sence vej. Poiščita katero od vej, na kateri visi še kak list in primerjajta obliko in smer sence v svetlobni lisi z obliko in smerjo dela drevesa, ki meče senco.

Kakšno obliko ima senca? Kako je usmerjena senca lista glede na njegovo smer? Sonce lahko zastre tudi stena kakšne hiše (slika 4).

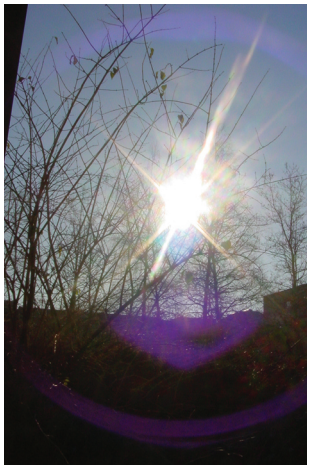
Opazovati je mogoče tudi vrsto svetlobnih lis na steni za žaluzijami. Tedaj ne potrebuješ pomočnika, opazovati pa moraš natanko takrat, ko Sonce sije skozi drevesa brez listja, ko vzhaja ali zahaja za sosednjimi stavbami, ali pa tedaj, ko se na nebu podijo oblački, ki kdaj pa kdaj zasenčijo Sonce.

Podobno vprašanje smo vam postavili v prejšnji, odgovor nanj pa najdete v tej številki Preseka.

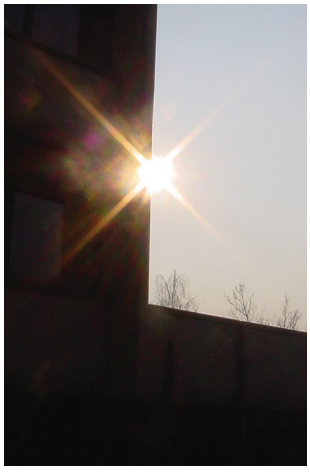
38. fizikalno tekmovanje srednješolcev Slovenije

CIRIL DOMINKO

Slika 2. Svetlobne lise na tleh za žaluzijami, posnete minuto prej kot fotografija na sliki 1 (Foto: Marko Razpet).



Slika 3. Z mesta, kjer je mogoče videti Sonce tako, bo opazovanje sence drevesa v svetlobni lisi še posebej zanimivo (Foto: Goran Iskrić).



Slika 4. Z mesta, kjer je mogoče videti del Sonca izza hiše, imajo svetlobne lise drugačno obliko kot na prostem (Foto: Goran Iskrić).

V šolskem letu 2006/07 je na prvi stopnji – **regijskem tekmovanju** – sodelovalo 745 dijakov iz 56-ih srednjih šol. Tekmovanje je bilo izvedeno v treh tekmovalnih skupinah 23. marca 2007, istočasno na osmih srednjih šolah iz posameznih regij, in sicer na Gimnaziji Bežigrad, Ljubljana, Srednji šoli za elektrotehniko in računalništvo Ljubljana, Šolskem centru Rogaška Slatina, Šolskem centru Novo mesto – Srednji elektro šoli in tehnični gimnaziji, Tehniškem šolskem centru Kranj, Gimnaziji Ptuj, Šolskem centru Nova Gorica – Gimnaziji in Gimnaziji Koper. Tekmovalne komisije, v katerih je sodelovalo 78 učiteljev fizike, so popravile izdelke in predložile tekmovalce za državno tekmovanje iz posamezne regije. Skupno je bilo predlagano za državno tekmovanje 124 tekmovalcev. Na tekmovanju se podeljujejo tudi bronasta priznanja. Prejelo jih je 255 tekmovalcev.

Državno tekmovanje je bilo 10. aprila 2007 na Srednji šoli Josipa Jurčiča v Ivančni Gorici. Od 124 uvrščenih z regijskih tekmovanj se je tekmovanja udeležilo 116 tekmovalcev iz 35-ih srednjih šol. Tekmovanje je izvedla tekmovalna komisija DMFA Slo-

venije, stroške tekmovanja pa so krili *DMFA Slovenije, Ministrstvo za šolstvo in šport* in soorganizator državnega tekmovanja – *Srednja šola Josipa Jurčiča Ivančna Gorica*. Pri izvedbi tekmovanja in ocenitvi izdelkov so sodelovali študentje in sodelavci FMF, Oddelka za fiziko, in sodelavci Inštituta Jožef Stefan. Na tekmovanju je komisija razglasila štiri prve nagrade, pet drugih, devet tretjih in 49 pohval. Zlato priznanje je prejelo 18 tekmovalcev. Svečana podelitev nagrad in zlatih priznanj je bila 24. maja 2007 na prireditvi v Koloseju v Ljubljani.

1. NAGRADA IN ZLATO PRIZNANJE

■ skupina 1

- Urban Jezernik, I. gimnazija v Celju
- Gregor Grasselli, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

■ skupina 2

- Gašper Gregorič (II. gimnazija Maribor)
- Matjaž Payrits, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

2. NAGRADA IN ZLATO PRIZNANJE

■ skupina 2

- David Kraljič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jure Aplinc, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava
- Tine Curk (II. gimnazija Maribor)

■ skupina 3

- Rok Hribar, ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija
- Timotej Lazar (II. gimnazija Maribor)

3. NAGRADA IN ZLATO PRIZNANJE

■ skupina 1

- Filip Kozarski, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Peter Koželj, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Primož Cigler, Gimnazija Brežice
- Jure Gantar, SŠ Vena Pilona, Ajdovščina
- Bojan Hiti, Gimnazija Jurija Vege, Idrija

■ skupina 2

- Miha Čančula, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

■ skupina 3

- Jaka Gogala, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana
- Jure Ausec, Gimnazija Kranj
- Aleš Bizjak, ŠC Krško-Sevnica – Tehniška gimnazija Krško

POHVALE

■ skupina 1

Luka Andrejčič (Gimnazija Novo mesto), Jan Bitenc, Matej Aleksandrov, Uroš Cencič, Jošt Stergar, Anja Komatar in Marko Mihalec (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Peter Ferjančič (Gimnazija Jurija Vege, Idrija), Tomo Markočič (Srednja tehniška šola Koper), Dejan Banović in Tomaž Čegovnik (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Matej Krajnc (I. gimnazija v Celju), Klemen Lilija (Gimnazija Ptuj), Ines Muršič (Dvojezična srednja šola Lendava), Tomaž Starman (TŠC Kranj), Niko Colnerič in Aljoša Polšak (Gimnazija Celje-Center), Andraž Kravos (SŠ Vena Pilona Ajdovščina), Primož Pušnik in Domen Pušnik (ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava), Peter Skubic (Gimnazija Šentvid Ljubljana), Boris Mitrović (ŠC Krško-Sevnica – Tehniška gimnazija Krško), Matej Mlinarič (Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer), Simon Cof (Gimnazija Kranj) ter Marko Blažič (TŠC Nova Gorica – Tehniška gimnazija).

■ skupina 2

Marko Pirc (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), Matej Frankovič (SŠ Črnomelj), Uroš Simović (TŠC Kranj), Aleš Srna (Gimnazija Kranj), Rok Pajer (ŠC Slovenj Gradec – Gimnazija), Nemanja Aničić (II. gimnazija Maribor), Jaka Mur, Žiga Šink, Jan Berčič, Luka Jeraj in Jernej Grmek (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana) ter Jure Sen-

ČAR (Gimnazija Franca Miklošiča, Ljutomer).

■ skupina 3

MATIJA BRUMAT (TŠC Nova Gorica – Tehniška gimnazija), BLAŽ KIRN in ŽIGA JERAJ (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), JAKA SOČAN in ŽIGA OSOLIN (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), NEJC ČERNILOGAR, JAN KRALJ, JAŠA MARKUN in ERIK TIČAR (Gimnazija Kranj), NEJC RAMOVŠ (ŠC Novo mesto – Srednja elektro šola in tehniška gimnazija), ALJAŽ LAZAR (Gimnazija Litija) ter ROK ADAMLJE (SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica).

Izbirno tekmovanje za olimpijsko ekipo je bilo 4. maja 2007 na Fakulteti za matematiko in fiziko. Povabljenih je bilo osem najboljših tekmovalcev iz III. skupine in dva tekmovalca iz II. skupine. Na 38. mednarodno fizikalno olimpijado, ki je bila od 13. do 22. julija v Isfahanu v Iranu so se uvrstili: Jure Ausec (Gimnazija Kranj), Jaka Gogala (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Rok Hribar (ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija), Timotej Lazar (II. gimnazija Maribor) in Matjaž Payrits (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana).

Sudoku

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A							5		1
B				8			9	3	
C			7	1		6			
D			6			7			2
E									
F	5			9			6		
G				7		3	8		
H		7	5			4			
I	9		2						

Urnik tekmovanj v letu 2008

DARJO FELDA

V nadaljevanju je nekaj osnovnih informacij o posameznih tekmovanjih. Vabimo vas, da obiščete spletno stran *DMFA Slovenije* (http://www.dmfa.si/), kjer boste našli več podatkov o posameznem tekmovanju. Mentorje prosimo, da sledijo novicam, ki jih objavljamo na informacijskem strežniku.

■ NEKAJ INFORMACIJ O TEKMOVANJIH

■ Matematika – osnovna šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju učencev osnovne šole v znanju matematike za Vegova priznanja*. Pojasnila dobite pri gospe Klavdiji Mlinšek na elektronskem naslovu klavdija.mlinsek@siol.com.

■ Matematika – srednja šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*.

Olimpijska ekipa bo izbrana na podlagi rezultatov domačih nalog, izbirnih testov in državnega tekmovanja. Datumi izbirnih testov bodo objavljeni na spletni strani *DMFA Slovenije*. Podrobnejše informacije dajeta gospoda Darjo Felda in Matjaž Željko na elektronskih naslovih darjo.felda@pef.upr.si in matjaz.zeljko@fmf.uni-lj.si.

Dijaki srednjih poklicnih šol se lahko udeležijo matematičnega tekmovanja v posebni kategoriji. To tekmovanje ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike*. Več informacij dobite pri gospe Dušanki Vrenčur po elektron-

ski pošti dusanka.vrencur@guest.arnes.si.

Tudi dijaki srednjih tehniških in strokovnih šol, ki ne obiskujejo gimnazijskega programa, se lahko udeležijo tekmovanja v posebni kategoriji. Tekmovanja v tej kategoriji ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike*. Informacije dobite pri gospe Darinki Žižek po elektronski pošti darinka.zizek@guest.arnes.si.

Naj poudarimo, da se matematičnih tekmovanj srednješolcev, ki jih podrobno ureja *Pravilnik o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*, lahko udeležujejo vsi srednješolci ne glede na vrsto šole, ki jo obiskujejo. Ta tekmovanja so podvržena mednarodni primerljivosti zaradi končnega izbora ekip, ki sodelujejo na mednarodnih tekmovanjih.

■ Fizika – osnovna šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju učencev osnovne šole v znanju fizike za Stefanova priznanja*. Dodatne informacije daje gospod Saša Kožuh na elektronskem naslovu sasa.kozuh@guest.arnes.si.

■ Fizika – srednja šola

Razpis za tekmovanja v znanju fizike je objavljen na spletni strani *DMFA Slovenije*. Informacije dobite pri gospodu Cirilu Dominku na elektronskem naslovu ciril@gimb.org.

■ Matematika za razvedrilo

Vse informacije dobite v reviji *Logika & Razvedrilna matematika*.

■ Poslovna matematika

Podrobne informacije o tekmovanju dobite po elektronski pošti darko.rupret@s-scpet.lj.edus.si pri gospodu Darku Rupretu.

■ Računalniško programiranje

Podrobne informacije o šolskem tekmovanju učencev 2. in 3. triade in državnem tekmovanju osnovnošolcev in srednješolcev dobite pri *Zvezi za tehnično kulturo Slovenije*, (http://www.zotks.si/), Lepi pot 6, Ljubljana.

PODROČJE	ŠOLA	TEKMOVANJE	DATUM
MATEMATIKA	osnovna	šolsko	20. marec
		področno	2. april
		državno	19. april
	srednja	šolsko	20. marec
		izbirno	2. april
		državno	19. april
		sredozemsko	april
		olimpijada	julij
	za dijake srednjih poklicnih šol	šolsko	20. marec
		področno	2. april
		državno	19. april
	za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol	šolsko	20. marec
		področno	2. april
		državno	19. april
FIZIKA	osnovna	šolsko	4. marec
		področno	27. marec
		državno	12. april
	srednja	regijsko	28. marec
		državno	12. april
		izbirno	maj
		olimpijada	julij
MATEMATIKA ZA RAZVEDRILO	osnovna in srednja	državno	27. september
POSLOVNA MATEMATIKA	srednja	šolsko	27. marec
		državno	18. april
RAČUNALNIŠKO PROGRAMIRANJE	osnovna, 4. –9. razr.	šolsko	24. januar
	osnovna, 1. –3. razr.	državno	12. april
	osnovna	državno	5. april
	srednja	državno	5. april
		olimpijada	avgust
Podelitev priznanj nagrajencem na državnih tekmovanjih v organizaciji DMFA Slovenije			15. maj

Dve nagradni astronomski nalogi in tri za povrh

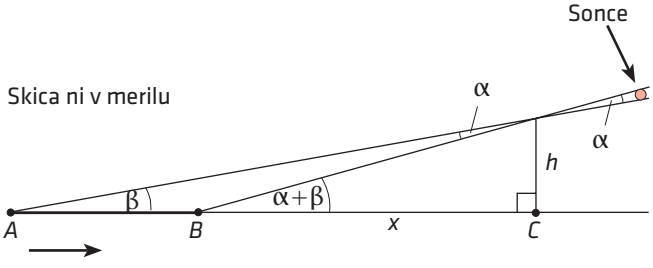
MARIJAN PROSEN

Tokrat smo vam pripravili nekaj astronomskih nalog. Prvi dve nalogi sta nagradni. Njuni rešitvi in meritve pošljite na naslov uredništva, najkasneje do 15. aprila 2008. Med prispelimi rešitvami bomo izžrebali dva nagrajenca, ki prejmeta za nagrado knjigi, ki ju poklanja avtor nalog. Veselo na delo!

1. naloga. Zahajanje Sonca med vožnjo

Ta pojav sem doživel, ko sem se z avtom peljal po avtocesti proti Vrhniki. Naloga torej ni izmišljena.

Z avtom se peljemo enakomerno po ravni cesti, ko v daljavi pred nami nizko nad obzorjem nenadoma zagledamo Sonce, kako zahaja za vodoravnim slemenom strehe oddaljene hiše. Izračunaj hitrost v avta, če je zorni kot Sonca $\alpha = 0,5°$, višina slemena $h = 20\,\mathrm{m}$, višinski kot slemena na začetku zahajanja Sonca $\beta = 2,5°$, čas zahajanja Sonca pa $t = 5\,\mathrm{s}$. Gibanje Sonca na nebu zanemari.



Slika 1.

■ 2. naloga. Meritvi ob enakonočju

O enakonočju je naša revija že pisala (glej Presek 31 (2003/04), str. 8–12). Tam smo opisali, kako ljudje doživljamo enakonočje in kje leži glede na Sončeve žarke v tem času Zemlja. Danes pa bomo ta pomemben astronomski dogodek praktično uporabili, in sicer za merjenje zemljepisne širine opazovališča, t. j. vašega kraja.

Kako iz zemljevida ugotoviš zemljepisno širino, si se naučil pri geografiji. Vendar vseeno vzemi zemljevid Slovenije. Z njega odčitaj in na list papirja zapiši vrednost zemljepisne širine svojega domačega kraja.

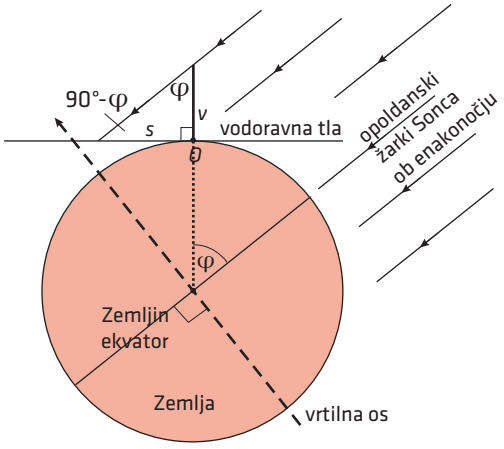
Zdaj pa se bomo lotili preproste astronomske meritve, s katero bomo potrdili zapisano vrednost. Ker bomo opazovali na preprost način, rezultat meritev ne bo preveč natančen. Zadovoljili se bomo z oceno, torej s približno vrednostjo zemljepisne širine. Naj pri tem opravilu velja, da je pomembnejše razumevanje metode in način merjenja kot sama natančnost rezultata. Tega je mogoče z izboljšavami vedno poboljšati. Vendar nas to v tem trenutku ne zanima.

Predlagam dve metodi meritev, ki ju izvedemo na dan enakonočja (ali ± 3 dni). Najprej bomo navedli za vsako metodo merjenja nekaj teorije, potem pa kratko nakazali prehod k praktičnemu delu.

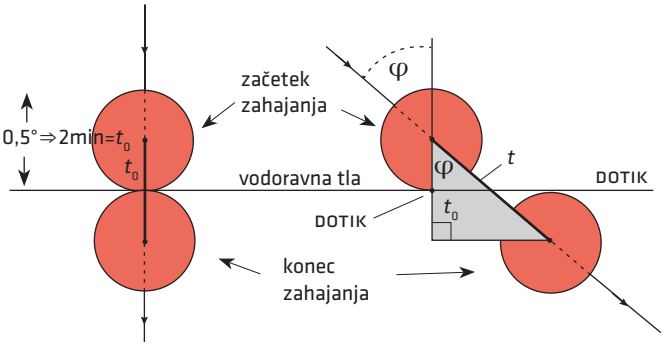
1. METODA. **Ocena zemljepisne širine z opoldansko senco.** Slika 2a prikazuje lego Zemlje na dan enakonočja opoldne, ko je na severni Zemljini poluti v opazovališču $\mathcal{O}$ z zemljepisno širino φ višinski kot Sonca največji, in sicer $(90° - \varphi)$. Tega dne opoldne padajo Sončevi žarki pravokotno na vrtilno os Zemlje.

Izmerimo višino navpične palice (v) in dolžino opoldanske sence palice (s). V zmanjšanem merilu narišemo pravokotni trikotnik s katetama v in s ter s kotomerom izmerimo kot med palico (v) in smerjo Sončevih žarkov, kar je φ. Meritev lahko opravimo z več palicami skupinsko in izračunamo povprečno vrednost zemljepisne širine. Primerjamo jo z zapisano vrednostjo in izračunamo relativno napako.

2. METODA. **Ocena zemljepisne širine iz časa zahajanja Sonca.** Slika 2b prikazuje zahajanje Sonca v krajih na Zemljinem ekvatorju in v krajih z zemljepisno širino $\varphi > 0$. Obravnavamo idealni primer, ko Sonce zahaja za vodoravno obzorje (ravnino, oviro), npr. za morsko gladino. V krajih na ekvatorju zahaja navpično, v naših krajih pa poševno (postrani). Na ekvatorju zahaja dve minuti. V našem kraju z neznano zemljepisno širino φ pa moramo čas zahajanja Sonca še ugotoviti.



Slika 2a. $\mathcal{O}$ – opazovališče z zemljepisno širino $\varphi > 0$, v – višina navpične palice, s – dolžina opoldanske sence palice, $(90° - \varphi)$ – opoldanski višinski kot Sonca.



Slika 2b. Levo – zahajanje Sonca ob enakonočju v krajih na ekvatorju; desno – zahajanje Sonca ob enakonočju v krajih s severno zemljepisno širino φ; pri nas je $\varphi \approx 46°$.

Bistvo te metode je, da ob enakonočju (± 3 dni) izmerimo čas zahajanja t Sonca za čim bolj oddaljeno vodoravno oviro, najbolje seveda za morsko gladino. Čas zahajanja Sonca na ekvatorju $t_0 = 2\,\text{min}$ vzamemo za konstantno. Čas zahajanja t Sonca pri nas je daljši od časa zahajanja na ekvatorju, torej $t > t_0$. Zanemarimo spreminjanje zornega kota Sonca med letom zaradi različne medsebojne oddaljenosti Zemlje in Sonca, zaradi česar se rahlo spreminja čas zahajanja Sonca v krajih na Zemlji. S tem naredimo

majhno napako, ki jo pač vzamemo v zakup.

Izmerimo čas zahajanja Sonca t sekund, kar pretvorimo v minute in vzamemo $t_0 = 2$ min kar za konstanto, čeprav se med letom rahlo spreminja.

Narišemo ustrezno velik pravokotni trikotnik s kateto t_0 in hipotenuzo t ter izmerimo kot φ med njima (glej sliko 2b desno). Tudi to meritev lahko opravimo skupinsko.

Pomembna pripomba. Sonce je zelo nevarno opazovati neposredno (s prostim očesom), še posebno z daljnogledom, ker si lahko za vedno poškodujemo oči. Opazujemo ga na zaslonu daljnogleda s t. i. metodo projekcije. Tako ga opazuj tudi pri tej meritvi. Meritev je zahtevna.

Obe meritvi imata pomemben vzgojno-izobraževalni vidik, posebno druga, kjer je poleg dobrega razumevanja vsebine opazovalne naloge treba imeti tudi precej tehnične in opazovalne spretnosti. Pri obeh meritvah pa vendarle velja, da je pomembnejše razumevanje stvari kot natančnost meritev, pri čemer naj še povem, da je druga metoda zelo „občutljiva“. Samo malo nenatančno izmerimo čas zahajanja Sonca, pa se to pri vrednosti zemljepisne dolžine kar precej pozna. Vendar naj te to ne odvrne od zanimivega opazovanja.

Za vajo še trojček zanimivih astronomskih nalog. Najprej jih poskusi rešiti, šele nato poglej rešitve.

3. NALOGA. Kadar je Venera navidezno najbolj oddaljena od Sonca, zahaja (vzhaja) približno tri ure za (pred) Soncem. Izračunaj polmer tira, po katerem Venera kroži okrog Sonca, če je razdalja Zemlja-Sonce 1 a. e. (ena astronomska enota).

4. NALOGA. Če ne nameravaš rešiti druge naloge oziroma meritve zemljepisne širine, pa se vsaj loti teh treh računov. Izračunaj, koliko časa ob enakonočju zahaja Sonce v kraju z zemljepisno širino: a) 30°, b) 45° (tako je približno pri nas) in c) 60°, če vzamemo, da na ekvatorju zahaja dve min. Račune prikaži tudi grafično.

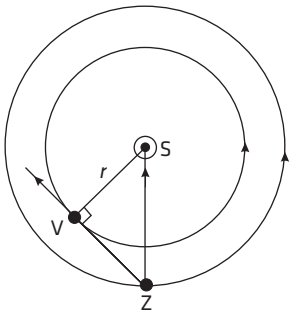
5. NALOGA. Z opazovanjem oceni površino Morja nevarnosti oz. kriz (Mare Crisium) na Luni, če je premer Lune $2R = 3400$ km. Opazuješ s prostim očesom. Primerjaj površino morja: a) s površino Lune, b) s površino Slovenije, ki meri okoli 20000 km^2.

REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 35/2

Za nagradno križanko iz druge številke letošnjega Preseka smo prejeli 21 pravilnih rešitev. Nagradno geslo se je glasilo **Štiridesetletnica**. Izžrebani reševalci, MITJA LINDIČ iz Ljubljane, ŽIGA REGNER iz Celja in DEJAN ŠIRAJ iz Rakeka so razpisane nagrade prejeli po pošti.

ODGOVORI IN REŠITVE NALOG S STRANI 27

3. NALOGA. Čas tri ure spremeniš v kot 45°; eni uri namreč ustreza kot 15°.

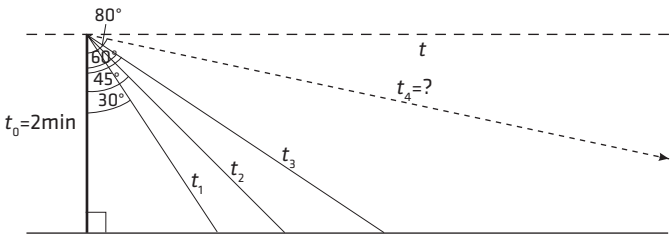


|SZ| = 1 (enota)
S - Sonce
Z - Zemlja
V - Venera

Slika 3. Zemlja kroži okrog Sonca v oddaljenosti 1 a.e., Venera pa po krožnici s polmerom r, ki je manjši od 1 a.e.

S slike 2 sledi: $r = 1\,\text{a.e.} \cdot \sin 45° = 0{,}7$ a.e. Nalogo lahko rešiš tudi grafično. V pravokotnem trikotniku SVZ, kjer je hipotenuza $|SZ|$ primerno izbrana enota, izmerimo kateto $|VS| = r$, ki jo primerjaš z enoto. Velja tudi $r = 1\,\text{a.e.}\ /\sqrt{2} = 0{,}7\,\text{a.e.}$

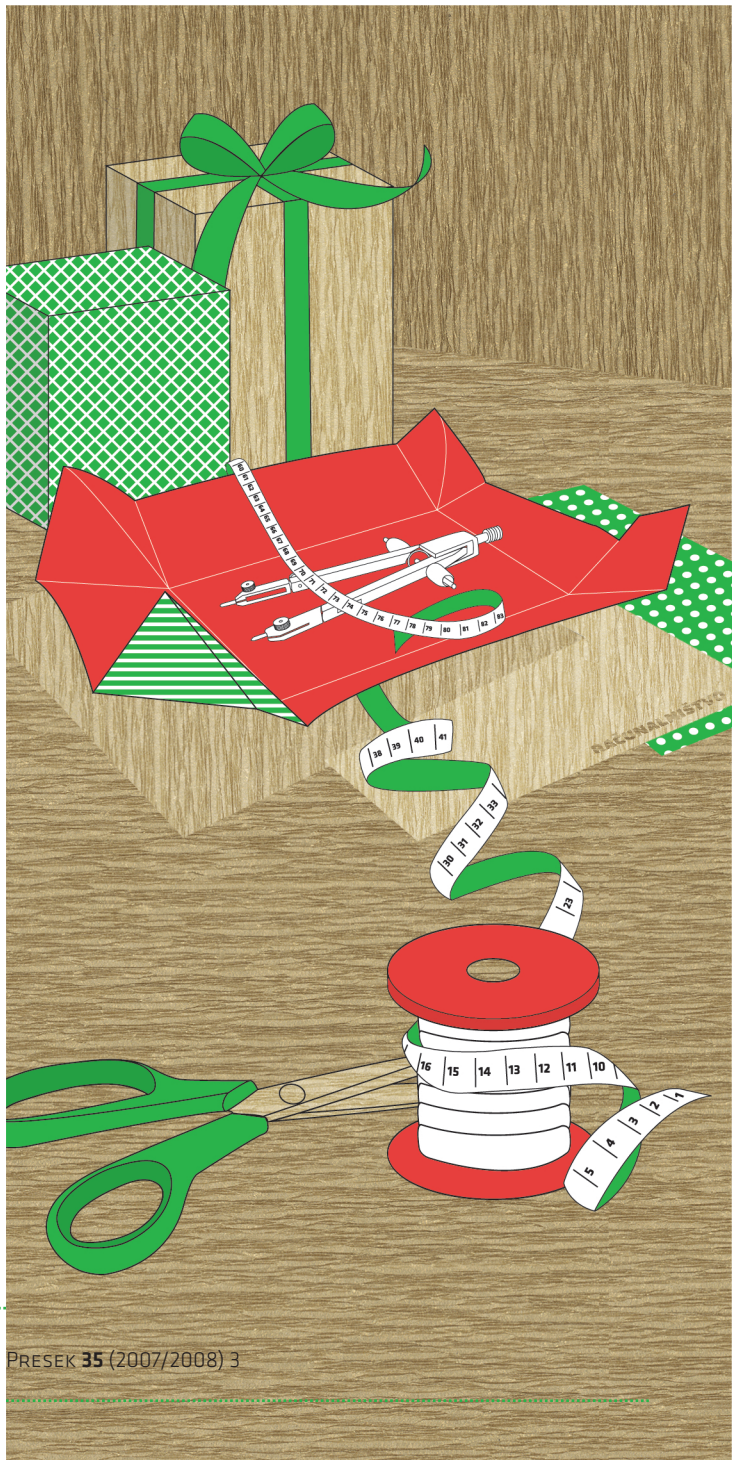
4. NALOGA. Časi zahajanja Sonca so: a) $4\sqrt{3}/3\,\text{min} = 2{,}3\,\text{min}$, b) $2\sqrt{2}\,\text{min} = 2{,}8\,\text{min}$ in c) 4 min.



Slika 4. Grafični prikaz časa zahajanja Sonca ob enakonočju v krajih z zemljepisno širino 30°, 45° (tako je približno pri nas) in 60°.

5. NALOGA. Na Lunini karti ugotoviš lego Morja nevarnosti. Zvečer ali ponoči greš ven in morje izsledíš na Luni. Vzameš ga kar za krog. S prostim očesom oceniš zorni kot β, v katerem naj bi videl „povprečni“ premer $2r$ morja, in ga primerjaš z zornim kotom α Lune. Oceniš npr. $\beta/\alpha = 1/8$. Povprečni premer morja je $2r = (1/8)2R = 1/8 \cdot 3400\,\text{km} = 425\,\text{km}$.
a) Površina morja/površina Lune $= \pi r^2/4\pi R^2 = 4{,}5 \cdot 10^4\,\text{km}^2/4 \cdot 2{,}9 \cdot 10^6\,\text{km}^2 = 1/250$.
b) Površina morja/površina Slovenije $= \pi \cdot 4{,}5 \cdot 10^4\,\text{km}^2/20000\,\text{km}^2 = 7$.

Površina tega morja predstavlja približno 250. del Lunine površine in je okoli 7-krat večja od površine Slovenije.



RiŠ Ravnilo in šestilo - Rišem in študiram

TRETJI DEL

DAMJAN KOBAL

V RiŠu smo se naučili narediti že marsikaj. V zadnjem prispevku smo se srečali tudi z uporabo koordinatnega sistema. Izzivi, ki smo jih zastavili v zadnji številki, so naravno nadaljevanje raziskovanja koordinatnega sistema.

NALOGA 7. Poskušamo razumeti „skrivnostno gibanje“ modre, zelene in rjave točke ob tem, ko premikamo rdečo točko.

REŠITEV. Na naslovu http://uc.fmf.uni-lj.si/pri/ se premaknimo k „aktualni nalogi“ in opazimo, da kakorkoli premikamo rdečo točko, štiri točke tvorijo kvadrat. Kako se gibajo točke, če rdečo točko premikamo od „središča“ v smeri desno? Kako se spreminja lega modre točke glede na rdečo?

http://uc.fmf.uni-lj.si/pri/

V RiŠu narišimo točko, ki jo imenujemo T. Pobarvajmo jo rdeče. Za boljšo preglednost z ikono prikažimo koordinatni sistem. Narišimo modro točko. Z desnim klikom odpremo njeno osebno izkaznico. Odkljukamo, da bo modra točka konstantna, to je določeno tako, kot želimo mi. Vpišemo, naj bo x-koordinata modre točke enaka $-x(T)$ in njena y-koordinata $-y(T)$. Podobno ustvarimo zeleno točko s koordinatama $(-y(T), x(T))$ in rjavo točko s koordinatama $(y(T), -x(T))$. Tri točke, zelena, modra in rjava, so tako povsem odvisne od rdeče točke. S premikanjem rdeče točke se zelena, modra in rjava točka premikajo natanko tako kot na našem apletu. S klikom na ikono skrijemo koordinatni sistem in že imamo želeno konstrukcijo.

Skrbnega in brihtnega bralca vabimo, da razmisli, kako je povedano povezano z dejstvom, da imata dve pravokotno sekajoči se premici smerna koeficienta k_1 in k_2, pri čemer velja, da je produkt $k_1 \cdot k_2 = -1$.

NALOGA 8. Pri tej nalogi poskušamo razumeti še bolj „skrivnostno gibanje“ modre, zelene in rjave točke ob tem, ko premikamo rdečo točko.

REŠITEV. Naloga je malce zlobna, lahko bi celo rekli, da je zelo težka na poseben način. Od nas zahteva, da uganemo nekaj, kar si je nekdo izmislil. A tudi ugibanje, če se ga lotimo na pameten način, je lahko pravo raziskovanje. Pri prejšnji nalogi smo ugotovili, kako pomembne so koordinate točke in kakšna zanimiva gibanja točk lahko dobimo samo z zamenjavo in spreminjanjem predznakov koordinat. Tudi tu ne bo dosti drugače.

Vprašanje, kako prekriti točke, je lahko zanimivo, več pa nam o povezavah med točkami pove, če se npr. osredotočimo le na rdečo in modro točko in z gibanjem rdeče točke poskušamo doseči to, da bo rdeča točka skupaj z modro „plesala v krogu“. Opazimo, da medtem tudi zelena in rjava točka „plešeta v krogu“. Pravzaprav se s tem razmislekom približamo nalogi 7. Pri problemu 7 so vse štiri točke plesale okrog istega središča, tokrat pa sta se zelena in rjava točka premaknili v levo. No, če smo čisto natančni, sta se zelena in rjava točka premaknili v levo za nekoliko različni razdalji. A podobno kot pri

problemu 7, lahko koordinate zelene, modre in rjave točke opišemo s koordinatami rdeče točke T takole: modra $(-x(T), -y(T))$, zelena $(-y(T)-4, x(T))$ in rjava $(y(T)-5, -x(T))$.

Ko vemo slednje, postane vprašanje prekrivanja točk zanimivo še na drugačen način. Nanj lahko sedaj odgovorimo tudi s preprostimi enačbami, katerih rešitve nam povedo, kam moramo postaviti rdečo točko, da pride do želenega prekrivanja.

Skrbnega in brihtnega bralca vabimo, da razmisli, poišče in reši te enačbe ter svoje rešitve preveri z zgoraj opisano konstrukcijo v RiŠu.

NALOGA 9. Pri tej nalogi premikamo rdečo točko po krožnici in s tem se modra in zelena točka premikata po nekoliko manjših krožnicah, a nekoliko hitreje.

REŠITEV. Ko premikamo rdečo točko po krožnici, opazimo, da se modra in zelena točka premikata z dvakrat oz. trikrat večjo kotno hitrostjo. Ali bolj po domače, modra točka naredi obhod dvakrat, zelena pa trikrat hitreje. Ob tej nalogi spoznamo nekatere nove pojme v RiŠu, ki so zelo uporabni.

Začnemo s praznim RiŠ dokumentom in si za lažjo orientacijo prikažemo koordinatni sistem. Narišimo točko $S(0,0)$ in jo v osebni izkaznici označimo kot konstantno. Z ikono narišemo krožnico tako, da postavimo središče krožnice v točko S in določimo radij 4. Podobno narišimo še krožnici z radijem 3 in 2. Verjetno smo do sedaj že sami kdaj poskušali in ugotovili, da pri izbrani ikoni z enim samim klikom na objekt, le-tega izbrišemo. Če smo npr. narisali tri krožnice z barvo in obliko črte, ki nam ni všeč, lahko vsako posebej popravimo tako, da z desnim klikom na krožnico odpremo njeno osebno izkaznico in v njej spremenimo barvo in obliko črte. Mogoče bo pa celo hitreje, če tri krožnice preprosto izbrišemo. Z ikonama in npr. izberemo želeno barvo in obliko ter krožnice ponovno narišemo. Narišemo rdečo točko na največjo krožnico. Ko smo narisali točko na krožnici, je točka vezana na krožnico. V osebni izkaznici točke piše, da velja „povezava“ na krožnico. Če bi želeli, lahko točko sprostimo s klikom na gumbek „sprosti točko“, a tega si v našem primeru ne želimo, saj hočemo, da se točka giblje po krožnici. Narišemo točko, npr. $T(5,0)$. S pomočjo ikone narišemo kot, ki se začne v točki T, ima vrh v točki S in se konča v rdeči točki. Z desnim klikom na „mali lok kota“ se pokaže osebna izkaznica kota, ki bo najbrž imenovan a_1. Seveda lahko ime spremenimo. Sedaj s pomočjo ikone narišemo kot, ki se začne v T, ima vrh v S in ima velikost $2 \cdot a_1$. Na presečišču kraka kota, ki je nastal, in krožnice z radijem 3, narišemo modro točko. Opazimo, da se s premikanjem rdeče točke giblje tudi modra, in sicer obkroži središče dvakrat hitreje kot rdeča. Podobno narišemo še zeleno točko, ki jo določata kot $3 \cdot a_1$ in krožnica z radijem 2.

Ali zadeva že deluje tako, kot želimo? Ali je gibanje čudno, ko smo z rdečo točko prepotovali polovico krožnice? Pogosto je pri uporabi kotov ugodno, da so koti manjši od 180°, v našem primeru pa ne. Težavo zlahka odpravimo. V osebnih izkaznicah vseh kotov, ki smo jih narisali, kliknemo na ikono. S tem smo programu povedali, da želimo kote med 0° ter 360°, in gibanje točk postane takšno, kot smo želeli. Spomnimo se, in s pomočjo „čarobne palice“ , skrijmo vse odvečne objekte.

IZZIVI. Na spletni strani http://uc.fmf.uni-lj.si/pri/ čakajo še trije novi izzivi, ob katerih bomo spoznali še gibanje (planetov).

REŠITEV SUDOKU S STRANI 23

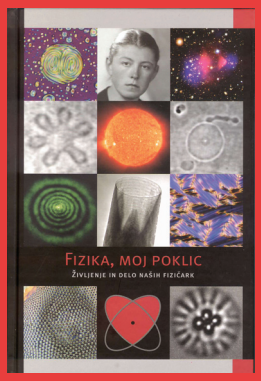
↓↓↓

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A	2	6	8	3	4	9	5	7	1
B	4	5	1	8	7	2	9	3	6
C	3	9	7	1	5	6	2	4	8
D	1	8	6	5	3	7	4	9	2
E	7	2	9	4	6	8	1	5	3
F	5	4	3	9	2	1	6	8	7
G	6	1	4	7	9	3	8	2	5
H	8	7	5	2	1	4	3	6	9
I	9	3	2	6	8	5	7	1	4

Fizika, moj poklic

ŽIVLJENJE IN DELO NAŠIH FIZIČARK

MOJCA ČEPIČ, MAJA REMŠKAR IN MARTA KLANJŠEK GUNDE



Septembra 2007 je izšla knjiga Fizika, moj poklic, ki opisuje delo in življenje skoraj 80-ih slovenskih fizičark. Knjigo je pripravila Neformalna zveza slovenskih fizičark (http://www.fizicarke.fmf.uni-lj.si/, NZSF), da bi spodbudila zanimanje za fiziko in naravoslovne poklice nasploh ter širši javnosti predstavila fiziko kot zanimiv poklic tudi za dekleta in žene.

Pričujoča knjiga je izvirno delo, v katerem naše fizičarke vseh generacij predstavljajo svojo življenjsko pot, svoje delo ter odgovarjajo na vprašanje, zakaj so izbrale ravno ta študij. Delo je avtobiografsko, saj so avtorice predstavile sebe in vpetost svojega dela v druge povezave z okoljem (družino, otroci). V knjigi je prisotnega mnogo humorja ob premagovanju vsakdanjih težav zaposlenih „deklet“, pa tudi mnogo pristnega veselja nad izborom fizike za področje svojega poklicnega delovanja.

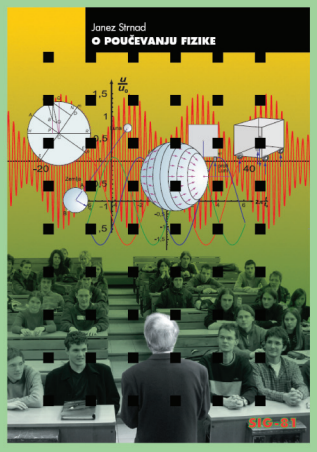
Monografija je hkrati sodoben vodič po posameznih področjih fizike, ki so v sedanjem času še posebej aktualna, prav tako je zanimiv odsev razvoja fizike v Sloveniji. Zaradi svojega glavnega motiva, to je popularizacije fizike in naravoslovnih znanosti, lahko knjiga služi tudi kot zanimiv pripomoček za poklicno usmerjanje, saj ponuja informacijo o različnih področjih, kjer je kot fizik ali fizičarka mogoče delati in delovati.

Prispevke za knjigo so zbrale in uredile članice 13-članskega uredniškega odbora. Monografija je razdeljena na 11 poglavij, ki obravnavajo astronomijo, fiziko osnovnih delcev in polj, fiziko snovi, biofiziko in medicinsko fiziko, teorijo, poučevanje fizike, fiziko v industriji, meteorologijo, radioaktivnost v službi človeka ter fiziko v javni službi. Vsakemu poglavju je dodan tudi uvod, v katerem je posamezno področje globlje predstavljeno. Zbrani so tudi javno dostopni podatki o vseh diplomantkah fizike na slovenskih univerzah.

Knjiga je izšla v 1500 izvodih pri Društvu jedrskih strokovnjakov Slovenije. Prvi zapisi naših fizičark so prerasli v knjigo s pomočjo Ministrstva za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo, Agencije za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije, Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Društva jedrskih strokovnjakov Slovenije, ARAO–Agencije za radioaktivne odpadke, Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, Instituta Jozefa Stefana, Kemijskega inštituta, Sklada za financiranje razgradnje NEK in občine Dol pri Ljubljani. Knjiga je na voljo pri DMFA–založništvu (http://www.dmfa-zaloznistvo.si/) kjer jo lahko tudi naročite po članski ceni 16 EUR (velja za individualne naročnike revije Presek, člane DMFA, dijake in študente).

Knjižnica Sigma

Že od leta 1959 nam Knjižnica Sigma prinaša poljudna in strokovna besedila za popularizacijo področij matematike, fizike, astronomije in računalništva. Vključuje tako zbirke nalog z različnih tekmovanj, dopolnilne učbenike, priročnike in drugo zanimivo branje domačih avtorjev, kot tudi nekaj prevodov znanih tujih avtorjev.



Janez Strnad:

O POUČEVANJU FIZIKE

320 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

12,49 EUR
(2.993,10 SIT)

Jeffrey S. Rosenthal:

KO STRELA UDARI

Skrivnostni svet verjetnosti

264 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

12,49 EUR
(2.993,10 SIT)

Robert B. Banks:

LEDENE GORE, PADAJOČE DOMINE in druge prigode iz uporabne matematike

skupaj 348 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

cena kompleta:
20,86 EUR (4.998,89 SIT)

Borut Zalar:

TEŽIŠČA IN VZTRAJNOSTNI MOMENTI

120 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

8,35 EUR
(2.000,99 SIT)

Poleg omenjenih lahko v Knjižnici Sigma najdete še več kot 40 drugih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse knjige tudi naročite s popustom:

http://www.knjiznica-sigma.si/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!
Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.