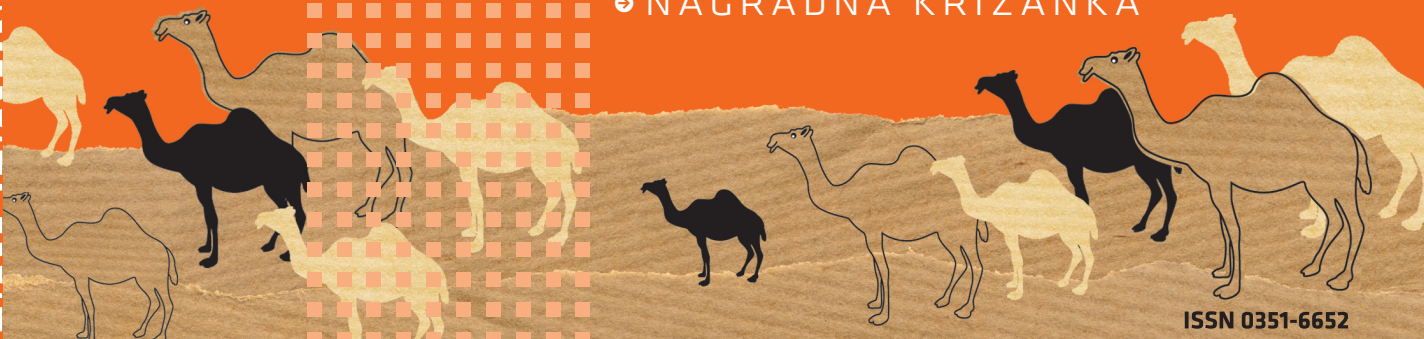




PRESEK

- KAJ MORAMO VEDETI O ČRNIH LUKNJAH?
- ŽIVI PESEK
- NAGRADNA KRIŽANKA



ISSN 0351-6652



9 770351 665524

Odkrivanje ponarejenih fotografij

➔ V resnici sploh nista bila ujeta skupaj – njuni sliki sta bili položeni skupaj z računalnikom. To izdaja padanje senc na obrazih zvezd: sonce prihaja iz dveh različnih smeri na isti plaži! Bolj dovršeno digitalno ponarejanje odkrivamo s pomočjo matematike. Analiza, linearna algebra in statistika so prav posebej uporabni pri določanju, kdaj je bil del ene slike skopiran v drugo, ali kdaj je bil en del slike nadomeščen.

Ponarejanje slike pusti na datoteki statistične sledi. Na primer, če je oseba odstranjena s slike in nadomeščena z delom ozadja, potem bosta dva različna dela datoteke identična. Problem pri razkrivanju takih sprememb je, da sta tako lokacija kot velikost nadomestitve vnaprej neznani. Primer uspešnega algoritma poišče ponavljanja tako, da najprej uredi majhna območja glede na podobnost njihovega digitalnega barvanja, potem pa pregleduje večja območja, ki vsebujejo podobna manjša območja. Oblikovalec algoritma, ki je vodilni digitalni forenzični strokovnjak, priznava, da sicer v splošnem ponarejevalci slik ostajajo korak pred detektivji, vendar je napredek v forenziki tak, da je sedaj mnogo težje narediti dober ponaredek. Dodaja tudi, da za prijetje ponarejevalcev „Konec koncev potrebuješ matematiko“.

Za več informacij: *Can Digital Photos be Trusted?*, Steve Casimiro, Popular Science, October 2005. ✕



POJASNILO: Gornji prispevek je prevod iz rubrike „The Mathematical Moments“, ki jo objavlja Ameriško matematično društvo AMS na spletni strani www.ams.org/mathmoments.

Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 35, šolsko leto 2007/2008, številka 2

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Mirjam Galičič, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA-založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2007/2008 je za posamezne naročnike 16,69 EUR (3.999,59 SIT) – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR (3.501,14 SIT), posamezna številka 3,76 EUR (901,05 SIT), dvojna številka 6,89 EUR (1.651,12 SIT), stara številka 2,71 EUR (649,42 SIT), letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASIX, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancirata Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA-založništvo

Oblikovanje in tehnično urejanje Polona Šterk

Ilustracija Ines Kristan

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 2100 izvodov

© 2007 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1682

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželeno velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva DMFA-založništvo, Uredništvo revije **Presek**, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

■ MATEMATIČNI TRENUTKI

Odkrivanje ponarejenih fotografij2

■ MATEMATIKA

Z varčevanjem do novega računalnika –
Navadni obrestni račun (*Ajda Fošner*)4-5
Kako pisati matematične izraze (*Matija Lokar*) ..6
Bistrovidec – Številka Tonetove osebne
izkaznice (*Ivan Vidav*)7
Bistrovidec – Bik se pase, trava rase – rešitev
naloge iz prejšnje številke (*Marija Vencelj*)7

■ FIZIKA

Živi pesek (*Janez Strnad*)10-12
Razmisli in poskusi (*Mitja Rosina*)12-13
Kuhinjska poizkuševalnica –
Kateri se bo prvi stalil, odgovor naloge
(*Mojca Čepič in Gorazd Planinšič*)14-15
Iz poizkuševalnice v dnevni sobi – Kakšno
obliko ima svetlobna lisa? (*Mojca Čepič*)18

■ ASTRONOMIJA

Kaj moramo vedeti o črnih luknjah?
(*Andreja Gomboc*)20-23
Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10x 50
(*Andreja Gomboc*)31

SLIKA NA NASLOVNICI: Na fotografiji na naslovnici je iranska pokrajina, kot jo je na poti iz Teherana v Isfahan posnel vodja slovenske ekipe na letošnji mednarodni fizikalni olimpijadi Ciril Dominko. O živem pesku v iranskih puščavah si lahko preberete v prispevku Janeza Strnada.

■ RAČUNALNIŠTVO

Kaj imajo skupnega polinomi in napake?
(*Branko Kaučič*)24-27
Riš, Ravnilo in šestilo – Rišem in študiram –
Drugi del (*Damjan Kobal*)28-29

■ RAZVEDRILO

Nagradna križanka (*Marko Bokalič*)16-17
Rešitev nagradne križanke Presek 35/123
Sudoku13, 27
Rešitev nagradne naloge iz prejšnje številke
(*Andrej Taranenko*)30

■ TEKMOVANJA

48. mednarodna matematična olimpijada
(*Gregor Dolinar in Irena Majcen*)8
43. tekmovanje za Zlata Vegova priznanja
(*Klavdija Mlinšek*)9
38. mednarodna fizikalna olimpijada
(*Ciril Dominko*)19
43. tekmovanje iz matematike za Vegovo
priznanje, področno tekmovanjepriloga
43. tekmovanje iz matematike za Vegovo
priznanje, državno tekmovanjepriloga

K NASLOVNICI IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE PRESEKA: Profesor Stephen Hawking zaradi zdravstvenih težav žal ni mogel priti v Slovenijo. V tolažbo lahko preberete kakšno od njegovih knjig iz naše ponudbe na ovoju te številke, v Preseku pa nekaj malega o črnih luknjah, ki Hawkinga, verjamemo da tudi vas, še vedno vznemirjajo.

Na naslovnici prve letošnje številke Preseka je Hawking za kratek čas letel v breztežnosti. Slika je last Zero Gravity Corp.

Z varčevanjem do novega računalnika –

NAVADNI OBRESTNI RAČUN

AJDA FOŠNER

➔ Andrej si je želel, še preden postane študent, kupiti prenosni računalnik. Zato se je odločil, da bo vsak mesec privarčeval toliko denarja, da bo čez eno leto imel z obrestmi vred privarčevanih 1000€. Zadnji dan pouka v tretjem letniku gimnazije je po prejemu spričevala odvihral domov, vzel list papirja in vneto začel računati. Ko sta njegova starša prišla domov, je veselo priskakljal do mame, ki je bila zaposlena na lokalni banki, in ji zavpil: „Mami, od danes naprej bom vsak mesec privarčeval 82 € in denar na koncu vsakega meseca vložil v tvojo banko!“

Zdaj pa vprašanje za vas, dragi bralci: Ali je Andrej naredil pravi izračun, če banka vloge obrestuje po navadnem obrestnem računu in 4 % letni obrestni meri?

Še preden se lotimo računanja, si oglejmo nekaj osnovnih pojmov s področja *poslovne matematike*. Pri tem se ne bomo mučili z dolgimi uradnimi ekonomskimi definicijami, saj ste zagotovo za večino teh pojmov že slišali in jih poznate. Tako iz osnovne šole veste, da so *obresti* nadomestilo za uporabo denarja, ki ga je varčevalec za določen čas prepustil banki. Pri tem so obresti odvisne od vložnega zneska ali *glavnice*, *časa obrestovanja* in *letne obrestne mere*, ki pove, koliko denarnih enot nadomestila dobimo za vsakih 100 denarnih enot glavnice, vložene za eno leto. V našem primeru je letna obrestna mera 4 %: če bi torej Andrej v začetku leta vložil v banko 100 €, bi na koncu leta dobil $100 + (4 \cdot 100)/100 = 104$ € (obresti bi znašale 4 €).

V našem primeru banka obrestuje vloge po *navadnem obrestnem računu*, kar pomeni, da obresti vsakokrat računa od prvotne glavnice. Navadni obrestni račun je najpreprostejši način za računanje obresti. Značilen je za obračun hranilnih vlog in za druge klasične kratkoročne posle, uporabljajo ga pri tekočih računih ter pri obračunu obresti iz obveznosti, ki nastajajo med kupci in prodajalci pri tekočem poslovanju.

Ker je pri navadnem obrestnem računu izhodišče za obračun obresti ves čas osnovna, nespremenjena glavnica, vsako obdobje med dvema zaporednima pripisoma obresti prinese varčevalcu enak znesek obresti, ki jih bomo označevali s črko o . Začetna glavnica G se po prvem pripisu obresti poveča na $G + o$, po drugem pripisu obresti na $G + 2o$, po tretjem na $G + 3o$, ..., po n -tem na $G + no$. Očitno je torej, da pri navadnem obrestnem računu glavnica narašča kot aritmetično zaporedje:

$$G, G + o, G + 2o, G + 3o, \dots, G + no, \dots$$

To zaporedje je seveda naraščajoče, saj so obresti vedno pozitivne. Uporaba navadnega obrestnega računa torej pomeni linearno rast glavnice.

Naj bo sedaj G začetna glavnica in $p\%$ (to je $p/100$) letna obrestna mera. Potem znašajo letne obresti

$$o = G \cdot \frac{p}{100}.$$

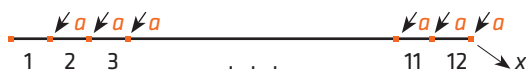
Kolikšne pa so obresti za en mesec? Zaradi že ugotovljene prenosorazmernosti so obresti za en mesec dvajsetkrat manjše:

$$o = G \cdot \frac{p}{1200}.$$

Obresti za m mesecev torej znašajo $o = G \cdot \frac{m \cdot p}{1200}$.

Sedaj imamo dovolj informacij, da se lahko lotimo računanja. Zaradi lažjega zapisa označimo Andrejeve vloge s črko a in obrestno mero s p . Andrej bo torej vsak konec meseca v banko vložil znesek a . Zanima nas, kolikšna je skupna vrednost teh zneskov po preteku enega leta.

Prikažimo dogajanje grafično s časovno premico:



Hitro lahko opazimo, da se prva vloga obrestuje 11

mesecev; torej je na koncu leta vredna $a + o = a + a \cdot (11 \cdot p)/1200$. Druga vloga se obrestuje 10 mesecev in je na koncu leta vredna $a + a \cdot (10 \cdot p)/1200$. Podobno velja za vse ostale vloge. Zadnja med njimi se seveda sploh ne obrestuje. Če označimo z X iskano vrednost, potem velja

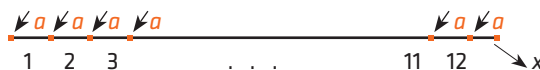
$$\begin{aligned} X &= (a + a \cdot \frac{11 \cdot p}{1200}) + (a + a \cdot \frac{10 \cdot p}{1200}) \\ &\quad + (a + a \cdot \frac{9 \cdot p}{1200}) + \dots + (a + a \cdot \frac{1 \cdot p}{1200}) + a. \end{aligned}$$

Člene na desni strani enakosti seštejemo in dobimo

$$X = 12 \cdot a + a \cdot \frac{(11+10+9+\dots+1) \cdot p}{1200}.$$

Ker je $11 + 10 + 9 + \dots + 1 = 12 \cdot 11/2 = 66$, je $X = a \cdot (12 + \frac{66 \cdot p}{1200})$. Če upoštevamo še, da je $a = 82$ in $p = 4$, dobimo $X = 1002,04$. Če bo torej Andreju načrt uspel in bo vsak mesec v banko vložil 82 €, potem si bo po enem letu lahko kupil prenosni računalnik.

Koliko denarja pa bi Andrej privarčeval, če bi vlagal denar na začetku vsakega meseca? Če si podobno kot zgoraj narišemo časovno premico, opazimo, da se prva vloga obrestuje 12 mesecev, druga vloga 11 mesecev, zadnja vloga pa se obrestuje en mesec.



Torej je

$$\begin{aligned} X &= (a + a \cdot \frac{12 \cdot p}{1200}) + (a + a \cdot \frac{11 \cdot p}{1200}) + (a + a \cdot \frac{10 \cdot p}{1200}) \\ &\quad + \dots + (a + a \cdot \frac{2 \cdot p}{1200}) + (a + a \cdot \frac{1 \cdot p}{1200}) \end{aligned}$$

oziroma

$$X = 12 \cdot a + a \cdot \frac{(12+11+10+\dots+1) \cdot p}{1200}.$$

Andrej bi v tem primeru privarčeval 1005,32 €.

Literatura

- [1] J. A. Čibej, *Matematika za poslovneže (1. del)*, Ekonomska fakulteta, Ljubljana 2003.
- [2] L. Zornada, *Zbirka nalog iz poslovne matematike in statistike*, Fakulteta za management, Koper 2003. ✕

Kako pisati matematične izraze

MATIJA LOKAR

❖ Zadnjič mi je pod roko prišlo naslednje razmišljanje meni neznanega avtorja. Bil je namreč zelo razočaran nad dejstvom, kako zapišemo eno „osnovnih matematičnih resnic“. Poglejmo!

Vsi vemo, da velja

$$\blacksquare 1 + 1 = 2.$$

Ampak, se matematiku res spodobi to zapisati na tako običajen, enostaven način? Nikakor ne! Poglejmo, kaj lahko storimo. Vemo, da je

$$\blacksquare 1 = \ln(e).$$

Po drugi strani drži tudi

$$\blacksquare 1 = \sin^2(p) + \cos^2(p).$$

Vsakdo ve, da velja

$$\blacksquare 2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Torej lahko naš izraz $1 + 1 = 2$ zapišemo malo bolj elegantno kot

$$\blacksquare \ln(e) + \sin^2(p) + \cos^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Očitno je, da je ta zapis veliko bolj znanstven in seveda veliko bolj razumljiv. Po drugi strani velja tudi

$$\blacksquare 1 = \cosh(q) \cdot \sqrt{1 - \tanh^2(q)}$$

in

$$\blacksquare e = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z}\right)^z.$$

Torej lahko naš prejšnji izraz

$$\blacksquare \ln(e) + \sin^2(p) + \cos^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

preuredimo v veliko bolj čisto in pregledno obliko

$$\blacksquare \ln\left(\lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z}\right)^z\right) + \sin^2(p) + \cos^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cosh(q) \cdot \sqrt{1 - \tanh^2(q)}}{2^n}.$$

In kot bi rekli v televizijski prodaji ... počakajte, to še ni vse ... Vsakdo ve, da

$$\blacksquare 0! = 1.$$

Z upoštevanjem dejstva, da je inverzna matrika transponirane matrike enaka transponirani matriki (s predpostavko, da je prostor enodimenzionalen), dobimo naslednjo poenostavitev (z uporabo vektorske notacije)

$$\blacksquare (\bar{X}^T)^{-1} - (\bar{X}^{-1})^T = 0.$$

Če zadevi združimo, dobimo lep, pregleden izraz

$$\blacksquare ((\bar{X}^T)^{-1} - (\bar{X}^{-1})^T)! = 1.$$

V izrazu, ki smo ga dobili prej

$$\blacksquare \ln\left(\lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z}\right)^z\right) + \sin^2(p) + \cos^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cosh(q) \cdot \sqrt{1 - \tanh^2(q)}}{2^n}$$

upoštevamo zgornjo poenostavitev in voila:

$$\blacksquare \ln\left(\lim_{z \rightarrow \infty} (((\bar{X}^T)^{-1} - (\bar{X}^{-1})^T)! + \frac{1}{z})^z\right) + \sin^2(p) + \cos^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cosh(q) \cdot \sqrt{1 - \tanh^2(q)}}{2^n}$$

izraz, ki je nesporno veliko bolj znanstven kot naš začetni

$$\blacksquare 1 + 1 = 2. \otimes$$

584742187562358474

174923865

Številka Tonetove osebne izkaznice

IVAN VIDAV

: 6
38465
865273

385361
174923865

852694713 : 9 = 94743857
852694713

85269471 : 8 = 10658683,875

BISTROVIDEC

174923865 : 9 = 19435985
174923865

174923865
4



➔ Prijatelj Tone je opazil, da ima številka njegove osebne izkaznice zanimive lastnosti: sestoji iz devetih cifer in v njej nastopajo vse cifre od 1 do 9. Število, ki ga je številka predstavljala, je deljivo z 9. Če odrežemo enice, je dobljeno število deljivo z 8. Če odrežemo enice in desetice, dobimo število, ki je deljivo s 7. Če odrežemo na koncu tri cifre je preostalo število deljivo s 6 itd., do konca. Kakšna je številka Tonetove osebne izkaznice? ✖

Bik se pase, trava rase

REŠITEV NALOGE

MARIJA VENCELJ

➔ Nalogo smo za vas izbrskali iz četrto stoletja stare številke Preseka ob 300-letnici izida Newtonove *Splošne aritmetike*, kjer je bila naloga prvič zastavljena.

Pravilni odgovor je 36 bikov.

Morda so se kakšnemu od reševalcev zazdeli podatki naloge protislovni in je pomislil na tiskarskega škrata, saj Newtonu takšne napake res ne gre pripisovati. Kaj pa, če ste na kaj pozabili oziroma kaj

spregledali? Na primer drugo polovico naslova naloge: ... **trava rase**.

Pa rešimo nalogo skupaj! Travo bomo merili kar v jutrih, natančneje, količini trave na enem jutru ob začetku paše.

Naj posamezni bik v enem tednu popase za a jutra trave, tedenski prirastek trave na enem jutru naj bo b jutrov. Iz obeh podatkov v nalogi sestavimo sistem enačb:

- $12 \cdot 4a = \frac{10}{3}(1 + 4b)$
- $21 \cdot 9a = 10(1 + 9b)$,

od koder sledi $a = 5/54$ jutra in $b = 1/12$ jutra.

Izračunajmo še število bikov n , po katerem sprahuje naloga. Iz dobljenih vrednosti za a in b sestavimo enačbo

- $18 \cdot \frac{5}{54} \cdot n = 24(1 + 18 \cdot \frac{1}{12})$,

ki ima rešitev $n = 36$. ✖

48. mednarodna matematična olimpijada

GREGOR DOLINAR IN IRENA MAJČEN

➤ Vsako leto priprave na olimpijado prinesejo nove izzive. Potem ko smo na MMO 2006, ki je bila lani v Sloveniji, z izkušeno ekipo petih dijakov četrtega letnika in enega dijaka tretjega letnika dosegli res velik uspeh, smo septembra 2006 priprave na MMO 2007 začeli s skoraj popolnoma novo zasedbo. Izmed 19 povabljenih dijakov na tedenske priprave v septembru smo imeli le enega z izkušnjami s prejšnjih olimpijad. Na DMFA Slovenije smo bili kljub temu odločeni, da lanski uspeh ni bil zgolj muha enodnevnica, zato smo intenzivnost lanskih priprav prenesli še v tekoče šolsko leto.

O izboru ekipe so odločali trije izbirni testi, domače naloge ter rezultat na državnem tekmovanju. Testi so se zvrstili v decembru, februarju in marcu, domače naloge pa so dijaki praviloma dobivali enkrat mesečno. Uvrstitev v ekipo je bila tako znana kmalu po državnem tekmovanju, in sicer so Slovenijo na MMO v Vietnamu zastopali MIHA ČANČULA, ANJA KOMATAR, TOM PRIMOŽIČ in JURE VOGRINC z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana, MARTIN HERGOUTH iz gimnazije ŠC Rudolfa Maistra, Kamnik ter URBAN JEZERNIK s I. gimnazije v Celju. Ekipo smo spremljali dr. Gregor Dolinar z *Univerze v Ljubljani*, Irena Majcen z *Instituta za matematiko, fiziko in mehaniko* in Matjaž Berčič, lanskoletni prejemnik srebrne medalje.

Tik pred olimpijado smo se dobili še na štiridnevnih predavanjih, ki so jih olimpijci poslušali skupaj z ekipo srednjeevropske matematične olimpijade – MEMO (novo tekmovanje, na katerem vsako leto v septembru sodelujejo ekipe devetih držav). Nato je



Slika. Slovenska olimpijska ekipa na MMO 2007.

sledila dolga pot v Vietnam, naš najdaljši let je trajal kar 13 ur. Že na letališču nas je sprejela prijazna vodička, ki je tekmovalce spremljala ves čas olimpijade, in nas razveselila z novico, da bomo vsi bivali v hotelih s klimatsko napravo. Tako smo vedno imeli zatočišče, kamor smo se lahko umaknili pred neznosno vročino in vlago.

Drugi in tretji dan po prihodu, to je 25. in 26. julija, so se tekmovalci spopadli s šestimi izjemno težkimi nalogami. Izkazalo se je, da je bila tretja naloga ena izmed najtežjih v zgodovini matematičnih olimpijad, pa tudi šesta ni bila dosti lažja. K sreči so bile prva, druga in četrta naloga bolj dostopne. Tudi tokrat smo se izkazali pri geometriji, pri četrti nalogi je bil skupen izkupiček naših tekmovalcev 41 točk, kar pomeni, da so izgubili samo točko. Čeprav se je morda ob začetku šolskega leta zdelo, da se bomo težko približali lanskemu uspehu, ga je letošnja ekipa v nekem smislu presegla, saj je dosegla največje število medalj doslej. Vsi fantje so prejeli bronasto medaljo, Anja pa je domov odšla s pohvalo. Rezultat je razveseljav tudi zato, ker je Anja dijakinja drugega, Miha in Jure pa dijaka tretjega letnika, tako imajo vsi trije možnost, da Slovenijo zastopajo tudi naslednje leto.

Ponovno smo se z MMO vrnili zadovoljni; na eni strani zaradi uspeha, na drugi pa zaradi dejstva, da smo obiskali zanimivo in drugačno državo. Najbolj nas je čudila električna napeljava, saj so kabli vsevprek, in katastrofalen promet, navdušila pa nas je zelena pokrajina in čudoviti otoki v zalivu Halong. ☒

43. tekmovanje za Zlato Vegova priznanja

KLAVDIJA MLINŠEK

➔ Najboljši osmošolci in devetošolci s področnih tekmovanj so se v soboto 21. aprila 2007 pomerili v sedmih regijah na državnem tekmovanju za Zlato Vegovo priznanje. Tekmovalo je 306 osmošolcev in 305 devetošolcev.

Zlato Vegovo priznanje prejmejo osmošolci, ki so osvojili najmanj 24 točk od 50 možnih točk, in devetošolci, ki so osvojili najmanj 33 točk od 50 možnih točk. Vse nagrajene devetošolce smo povabili na tedensko poletno šolo matematike v Bohinj.

Najboljši tekmovalci so prejeli nagrade:

1. NAGRADA

■ 8. razred

- MATEJ PELKO, OŠ Simona Jenka, Kranj

■ 9. razred

- BLAŽ BRATUŠ, OŠ Bojana Iliča, Maribor
- ERIK GRABLJEVEC, OŠ Stična
- SAŠA HARKAI, OŠ Puconci

2. NAGRADA

■ 8. razred

- MATJAŽ LEONARDIS, OŠ Franceta Bevka, Ljubljana

- VENO MRAMOR, OŠ Ivana Cankarja, Vrhnika
- MIHA ZGUBIČ, OŠ Prežihovega Voranca, Maribor

■ 9. razred

- MATEJA HRAST, OŠ Franceta Bevka, Tolmin
- DAVID KOCJAN, OŠ Frana Metelka, Škocjan
- OTON KOROŠEC, Waldorfska OŠ Ljubljana
- KLEMEN ZAJC, OŠ Cerkno

3. NAGRADA

■ 8. razred

- VENDI GROBELŠEK, OŠ Šmarje pri Jelšah
- ALEN BUHANEC, OŠ Riharda Jakopiča, Ljubljana
- VID GRUDEN, OŠ Milojke Štrukelj, Nova Gorica
- MATEJA LESKOVAR, OŠ Ljudski vrt, Ptuj
- VERONIKA VODEB, OŠ Šmarje pri Jelšah

■ 9. razred

- DARJA BOŽIČ, OŠ Danila Lokarja, Ajdovščina
- LUKA KOBAL, OŠ Danila Lokarja, Ajdovščina
- JAKOB PETERLIN, Waldorfska OŠ Ljubljana
- KRISTIAN ZIDARIČ, OŠ Brežice ✕

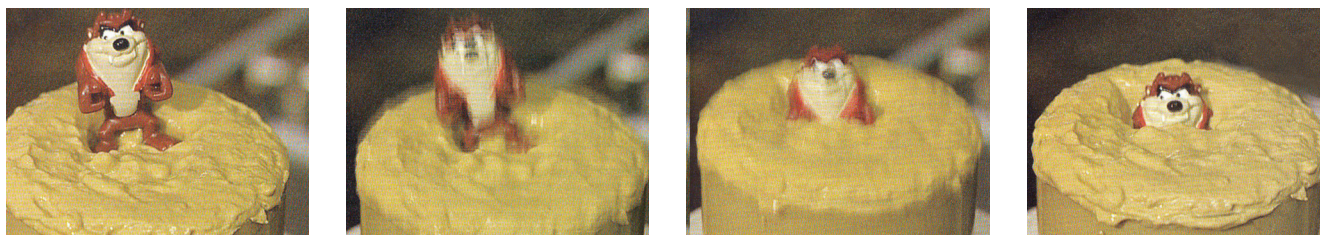
Živi pesek

JANEZ STRNAD

➔ Večkrat slišimo, da je fizika v šoli premalo povezana z vsakdanjim življenjem. Zaradi tega naj bi si sestavljalci učnih načrtov, pisci učbenikov in učitelji posebej prizadevali, da bi v šoli pokazali, kako uporabna je fizika v vsakdanjem življenju.

Oboje je lahko razumeti. Na eni strani so enačbe in zakoni fizike splošni in se zato morda komu zdijo pusti. Na drugi strani pa je enačbe in zakone fizike mogoče uporabiti za posebne primere, med katerimi so nekateri pomembni in zanimivi v vsakdanjem življenju. Enačbe za poševni met se komu utegnejo zdeti puste. Z njimi pa lahko opišemo gibanje izstrelka, gibanje žoge pri strelu z nogo, metu iz outa ali metu na koš, gibanje krogle pri metu krogle ali gibanje ploskega kamna, ki kot žabica poskakuje po gladini vode, opišemo lahko skok v daljino in višino ter še kaj. Pri tem naletimo na težavo, da za posamezne primere včasih ne zadostujejo preproste splošne enačbe in je treba upoštevati zračni upor ali kako drugo posebnost. Za vse to pa v šoli ni časa. Zato je pravo mesto za zanimive posebne primere Presek.

Tak zanimiv primer je *živi pesek*, ki ima včasih podobne lastnosti kot trdnina, drugič pa kot tekočina – kot jogurt v članku Mojce Čepič *Ali teče, ali je trdno* v drugi številki Preseka lanskega letnika. Kdo še ni slišal zgodbe o tem, kako so se ljudje po nesreči



Slika 1. Lutka v tresočni posodici z umetnim živim peskom se pogrezne samo nekoliko bolj kot do polovice. Fotografije si sledijo z leve na desno, desna je posneta po daljšem času. Iz članka Armaee Khaldoun, Gerarda Wegdama, Erike Eisner in Daniela Bonna *Quicksand!*, *Europhysics News* 37 (2006) 19 (4).

pogreznili v živi pesek? Nekaj takih prizorov smo videli tudi v kinu, na primer v filmu *Lawrence Arab-ski* ali *Pes iz Baskervilla*. V nekem drugem filmu so na divjem Zahodu rešili nesrečneža, ki je zašel v živi pesek tako, da so ga s konjem potegnili iz peska. V *Europhysics News* so raziskovalci, ki se na univerzi v Amsterdamu ukvarjajo s fiziko mehke snovi, objavili članek o živem pesku. Kaže, da tudi glasilo Evropskega fizikalnega društva EPS rado objavlja članke, ki fiziko povezujejo z zanimivimi pojavi, čeprav na živi pesek ne naletimo vsak dan.

Živi pesek ni dobro opredeljen pojem. V navedenem primeru gre za snov, ki nastane, ko se v pesku z zrnici s premerom okoli 0,06 milimetra pojavi dovolj močan izvir vode. Voda teče navzgor in, če je je dovolj, poruši vezi med zrnici peska, tako da dobi snov lastnosti tekočine. Zaradi tega pojava so se po potresu na Japonskem, ko so se pretrgale vodovodne cevi, nagnile na pesku zgrajene stavbe. Znani predel z živim peskom v prvobitnem okolju najdemo v Iranu blizu slanega jezera med Teheranom in Quomom. V vzorcu iz Irana je po prostornini poleg 2/5 peska in vode, 1/20 do 1/10 gline ter sol (za primerjavo, v kupu pomaranč plodovi zavzemajo 2/3 prostornine). Snov ima prvotno lastnosti trdnine zaradi gline, ki med zrnici peska tvori koloidni gel, podoben gostemu jogurtu. To zrnec peska preprečuje, da bi se sesedla na dno. Več kot 9/10 teže človeka, ki bi se postavil na živi pesek, bi nosila zrnca peska.

Omenjeni raziskovalci so naredili vrsto poskusov z umetno snovjo, ki je imela enake lastnosti kot iranski živi pesek. Sestavili so jo iz peska, bentonitne gline, ki se ji v vodi poveča prostornina, in slane vode. Želeli so odgovoriti na vprašanja:

- Ali je zares bolje biti pri miru, če zaidemo v živi pesek?
- Ali se zares ne moremo rešiti iz živega peska?
- Ali se človek ali večji sesalec zares lahko pogrezne v živi pesek?

Poskusi so pokazali, da je snov dobila lastnosti tekočine, ko so jo z zunanjo silo spravili v gibanje – podobno kot jogurt pri mešanju. Pri tem se je upor pri gibanju zmanjšal do milijonkrat. Zrnca peska se tedaj sesedejo na dno, voda pa se zbere na vrhu. Prej se telo pogreza s hitrostjo nekaj milimetrov na uro, potem pa s hitrostjo meter na sekundo. Zato bi bilo za tistega, ki bi se znašel v živem pesku, bolje, če miruje.

Pomemben je tudi delež soli. Če je soli veliko, glina ob spremembi postane neobstoja. V njej naelektreni delci, ki so se prej zaradi elektrostatičnih sil odbijali, postanejo nevtralni in med njimi začnejo delovati privlačne sile. Zato se združijo v kosmiče in padejo na dno. Na dnu nastane zelo gosta plast s 4/5 peska. Iz te plasti bi se lahko rešili le, če bi vanjo uvedli dovolj vode. To pa je v pesku z drobnimi zrnici težko izvesti. Da bi iz take plasti izvlekli nogo s tlorisnim presekom 100 cm^2 , bi potrebovali silo 10 tisoč newtonov, kolikor je približno teža osebnega avtomobila. Človeka bi najbrž pretrgali, če bi ga s tolikšno silo hoteli izvleči iz takega živega peska.

Človek ali večji sesalec pa se v živi pesek ne moreta popolnoma pogrezniti. O tem so se naravnost prepričali s preprostim poskusom. V tresočo se posodico s snovjo z lastnostmi iranskega živega peska so položili lutko s približno gostoto človeka ali večjega sesalca 1000 kg/m^3 . Lutka se je počasi pogreznila,





a le toliko, da je tudi po daljšem času glava ostala nad gladino. Razmere niso preproste. Povprečna gostota živega peska je sicer 2000 kg/m^3 , a vzgona ne moremo izračunati z Arhimedovim zakonom s to gostoto. Pokaže se, da del teže peščenih zrn nosijo druga zrnca in ta del ne prispeva k vzgonu. Lutka se potopi bolj kot do polovice, kot bi se potopila v tekočini z gostoto 2000 kg/m^3 , a se ne potopi vsa, kakor bi se v čisti vodi.

Zgodbe, da so se v iranski pesek pogrezile kamele, se zato ne zdijo verjetne. Živi pesek se pogosto pojavi na ustjih rek in ob obali jezera ali morja, npr. pri Mont St. Michelu v Franciji. Če kdo zaide v živi pesek, se lahko utopi v bližnji vodi, npr. na morju v prihajajoči plimi.

Na misel pride še drug pojav, ki ste ga nekateri od vas najbrž opazili. Pri hoji po pesku (mivki) ob morški obali se najmanj udara in je najlažje hoditi po srednjem pasu, ki ni ne preblizu vode ne preveč oddaljen od nje. Na pasovih tik ob vodi in dalje od vode se bolj udara in je težje hoditi. Pojava ni težko pojasniti. Na srednjem pasu je delež vode raven. Med sosednjima zrnema nastane dovolj vodnih povezav v obliki vratov na meji vode in zraka. (O raziskovanju takih vratov pri spreminjanju „težnega“ pospeška je Presek poročal v prejšnji številki.) Površinska napetost si prizadeva zmanjšati površino vratu. Med sosednjima zrnema deluje privlačna sila, zaradi katere je pesek tako trden, da se noga le malo udre. Bolj daleč od morja je vode malo in nastane le malo vratov, povezava med zrnici je šibka in noga se močno ugrezne. Bliže morja je vode dovolj, a zraka malo, zato je vratov malo in je učinek enak.¹ Temu pasu približno ustreza živi pesek pred spremembo, ko po svojih lastnostih spominja na trdnino. Pas bliže vodi približno ustreza živemu pesku po spremembi, ko po svojih lastnostih spominja na tekočino. ✕

¹David Mermin je v decemberski številki v Physics Today v Svetovnem letu fizike 2005 nazorno razlago pripisal Albertu Einsteinu, a ni mogel navesti vira.

Razmisli in poskusi

MITJA ROSINA



24. Murphyjev zakon pravi, da pade kos kruha najraje na zgornjo stran (ki je namazana z maslom). Ali to sledi tudi iz Newtonovega zakona?

Napravi poskus s knjigo, ki leži na mizi, in jo počasi porini preko roba mize. Tudi knjiga se bo skoraj vedno obrnila in padla na zgornjo stran. Opazuj vrtenje in padanje knjige.

RAZMISLEK. Ko se knjiga prevesi, začne nanjo delovati navor in knjiga pridobi kotno hitrost ω . Ko zdrsne, preneha navor in knjiga začne prosto padati, kotna hitrost pa se ne spreminja več. Čas padanja je $t_{\text{pad}} = \sqrt{2h/g}$, kjer je h višina mize. V tem času se knjiga zasučje za kot $\varphi = \omega t_{\text{pad}}$. Preveri, ali je ta kot res približno 180° .

Kotno hitrost oceniš z opazovanjem, da se knjiga, predno se odlepi od mize, zasučje za kot kakih $\varphi_1 \approx 60^\circ$. Naj bo ℓ stranica knjige pravokotna na rob mize. Čas kotnega pospeševanja oceni s časom začetnega padanja, dokler se knjiga ne odlepi. Pri tem je knjiga prepotovala razdaljo približno ℓ , torej je čas začetnega padanja $t_1 \approx \sqrt{2\ell/g}$. Iz tega sledi $\omega = \varphi_1/t_1 \sim 60^\circ/t_1$ ter

■ $\varphi = \varphi_1 \sqrt{h/\ell} \approx 60^\circ \sqrt{h/\ell}$.

POSKUS. Različne knjige počasi porini preko roba mize in zabeleži, kolikokrat se obrnejo in kolikokrat ne. Izmeri stranico knjige in višino mize ter preveri, ali dá gornja razlaga res zasuk okrog 180° . Računsko in s poskusom oceni meje, kdaj se prekratka knjiga zasuča za več kot 270° (in se postavi spet na pravo stran) in kdaj se predolga knjiga zasuča za manj kot za 90° (in ostane na pravi strani).

ODGOVORI NA VPRAŠANJA IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE

21. *Kako daleč lahko sega kupček kart preko roba mize? Dolžina karte naj bo ℓ , njihovo število n , skrajni rob vrhnje karte pa sega največ za L čez mizo. Ali je v limiti $n \rightarrow \infty$ doseg L končen ali neskončen?*

ODGOVOR. Težišče zgornjih v kart sme ležati kvečjemu na robu v prve karte, tako da se karte ne bodo prevrnile. Izpeljali smo

$$\blacksquare L = \frac{\ell}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right) \approx \frac{\ell}{2} (\ln n + \gamma),$$

kjer je $\gamma = 0,57722$. Navedeni približek smo zapisali zato, da se jasno vidi, da z večanjem števila kart ($n \rightarrow \infty$) matematično narašča doseg kart proti neskončno (zelo počasi – logaritmčno). Fizično pa seveda ne, ker bi bralec porabil preveč časa in bi se karte že davno prej upognile.

Za $n = 10$ dobiš $L = 1,46 \ell$ (približek bi dal $L \approx 1,44 \ell$). Poskušal sem s kartami taroka. Dosegel sem seveda malo manj, $L = 1,37 \ell$. Koliko se posreči tebi?

Za $L = 2 \ell$ bi potreboval vsaj 30 kart. Za poskus s 30-imi ali celo 54-imi kartami pa je potrebno precej potrpljenja.

22. *Če vrstico naviješ na vodoraven drog, lahko uravnovesiš veliko utež z zelo majhno utežjo na drugi strani. Razmerje uteži narašča eksponentno s številom navojev. Zakaj? Poskusi z različnimi števili navojev. Presenečen boš, kako majhna protisila je včasih potrebna.*

ODGOVOR. Izpeljali smo, da vsak dodaten navoj prinese enak faktor in zato razmerje sil pojema eksponentno:

$$\blacksquare F_2 = F_1 e^{-k\varphi}.$$

ZGLED. Napravil sem poskus. Pri pol navoja ($\varphi = \pi$) je bilo razmerje uteži 3, da ravno še niso zdrsnile, pri $3/2$ navoja ($\varphi = 3\pi$) pa približno 27. Iz tega sledi koeficient lepenja 0,3.

23. *Če britvico z dolžino a in širino b previdno položiš na vodo v skodelici, plava. Zakaj? Lahko jo celo nekoliko obremeniš. Poskusi, kolikšno maksimalno breme lahko nosi? Ali iz tega lahko oceniš površinsko napetost vode?*

ZGLED. Predpostavili smo, da površinska napetost ob britvici uravnovesi tlak vode, ki bi od strani rada zalila britvico, in za maksimalno globino h izpeljali zvezo $\sigma \leq \rho g h^2 / 4$. Seveda je ta ocena zelo optimistična, ker že pri majhni nepredvidnosti voda britvico zalije in ker kot vodne površine ob britvici ni zares 0° . Meni se je posrečila maksimalna globina 4 mm, iz česar sledi $\sigma_{\text{moj}} = 0,04 \text{ N/m}$, v tabelah pa je izmerjena vrednost za površinsko napetost vode $\sigma = 0,07 \text{ N/m}$ (malo sem bil očitno neroden, britvica pa tudi ni bila povsem čista). Koliko se posreči tebi? ☒

Sudoku

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A	8	2			5				
B	5							9	6
C	6				7		4		
D						8	7		9
E		5						4	
F	4		2	3					
G			6		1				4
H	2	3							1
I					4			3	2

Kateri se bo prvi stalil?

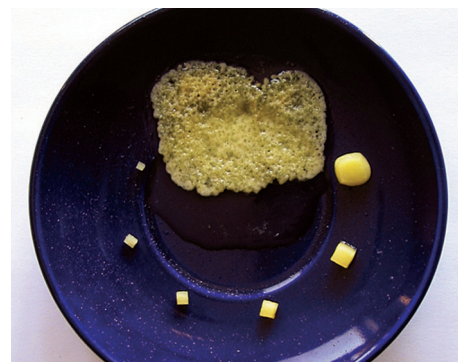
ODGOVOR NALOGE

MOJCA ČEPIČ IN GORAZD PLANINŠIČ

➤ Prav pošteno ste že zagazili v šolo, časa za poizkušanje je vse manj, a če so rezultati zanimivi, je verjetno smiselno žrtvovati nekaj minut. Sir v mikrovalovni pečici je vse tiste, ki kdaj pečejo pizze in podobne mojstrovine v električni pečici, presenetil. Kuharji veste, da se majhni koščki sira stalijo najprej, večji koščki pa šele po nekoliko daljšem času.

V mikrovalovni pečici je drugače. Najprej se stalijo večji kosi sira, šele kasneje manjši, zelo majhni koščki sira pa se sploh ne stalijo (če so se stali, so se zato, ker so bili v bližini drugih močno segretyh predmetov v pečici, ne pa zaradi mikrovalov). Na sliki 1 so koščki sira, ki ste jih videli v prejšnji številki Preseka, po obdelavi v pečici. Kot je videti, se je največji kos stalil popolnoma, najmanjši pa sploh ne. Tudi če bi čas delovanja mikrovalovke podaljševali, se najmanjši koščki ne bi stali.

Kaj je v mikrovalovni pečici drugače kot v običajni pečici z električnim grelnikom? Razlage poskusov v preizkuševalnicah smo v prejšnjih številkah vedno razlagali le z „mahanjem rok“, kot radi pravijo fiziki razlagam brez računov, in z grafičnimi ponazoritvami. Tokrat poskusimo besedam dodati še nekaj enačb, vi pa nam sporočite, kako vam je bila „resna“ fizika všeč. Fiziki namreč besedne razlage opremimo še z matematičnim zapisom, ki povedo isto sporočilo na krajši način. Matematični zapis ima še eno zelo pomembno vlogo v pogovorih med znanstveniki. Omogoča namreč napovedi vrednosti merjenih lastnosti pri eksperimentih. Tako enačbe pogosto razložijo opažanja eksperimentalcev, včasih pa tudi napovedo, kaj (in koliko nečesa) bodo eksperimentalci izmerili. Komur razmišljanje v obliki matematičnih zapisov ni dovolj blizu, naj prebere le razlago,



Slika 1. Koščki sira po segrevanju v „mikrovalovki“. Velik košček se je že „scvrl“, srednji so se zmehčali, najmanjši so ostali trdni.

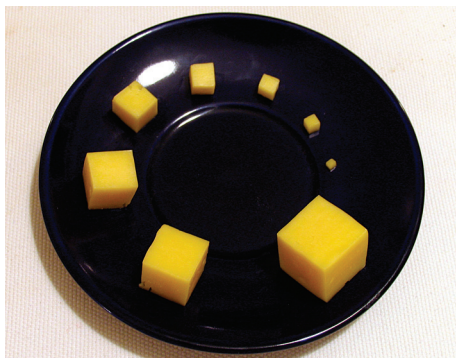
ki mu je pridružena. Kaj se dogaja v mikrovalovki, bo prav gotovo razumel.

Najprej pojasnimo, kaj se zgodi, ko sirove kocke postavimo v navadno električno pečico, ki smo jo prej segreli. Temperatura okolice je v pečici z grelcem mnogo višja od začetne temperature kock. Toplotni tok teče iz okolice v kocke prek površine. Kocke se segrevajo tudi s sevanjem pečice. Toplotni tok se prenaša do notranjih delov sira v glavnem le s prevajanjem. Manjši kosi se prej segrejejo do sredice in zato se prej stalijo. Najprej se stalijo oglišča in robovi kock, ki so bolj izpostavljeni in zato vanje toplota prej prodre. Če bomo čakali dovolj dolgo, se bodo stali tudi največje kocke sira.

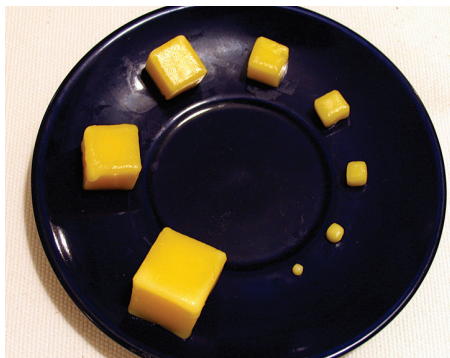
Kaj pa se dogaja v mikrovalovni pečici? Za razliko od navadne električne pečice mikrovalovi ne segrevajo zraka v pečici, pač pa presevajo hrano in pri tem vrtijo molekule vode v njej. Pravimo, da snov v pečici mikrovalove vpije. Del živila, kjer se vpija največji delež mikrovalov, se najbolj segreva. Mikrovalovi so elektromagnetno valovanje z valovno dolžino nekaj centimetrov in se v živilih vpijajo nekaj centimetrov v globino. Zato v reklamnih brošurah pogosto piše, da se živila grejejo po celotni prostornini, kar za velike kose trdnih živil gotovo ne velja. Dokler obravnavamo kocke sira, velike le nekoliko več kot centimeter, pa to približno drži. Sir vpija moč mikrovalovnega sevanja sorazmerno s svojo prostornino¹:

$$\blacksquare P_{\text{prejeta}} \cdot \mu \cdot V = k_1 \cdot a^3.$$

Koeficient k_1 pove, kolikšen del moči mikrovalov



Slika 2a. Kocke sira pred segrevanjem v električni pečici.



Slika 2b. Kocke sira po segrevanju v pečici, 30 sekund na 200 °C. Robovi so se že začeli taliti.

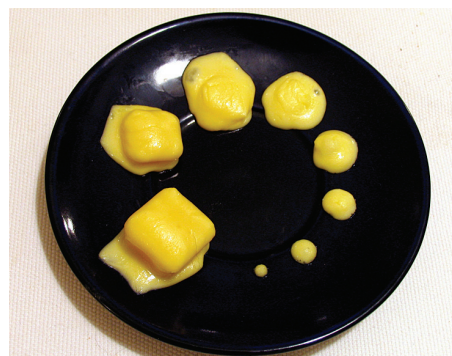
vpije enota prostornine. Kocka sira pa energijo tudi izgublja. Ker je toplejša od okolice, oddaja (seva) namreč večjo moč, kot jo iz okolice prejme, skupna oddana moč pa je sorazmerna s površino sira in razliko med temperaturo sira in okolice:

$$\blacksquare P_{\text{oddana}} = k_1 \cdot S \cdot (T_{\text{sir}} - T_{\text{mikro}}).$$

Vsebinsko enačbo lahko povemo tudi z besedami: košček se bo hitreje hladil, če bo njegova površina večja in če bo večja razlika med temperaturo kocke in temperaturo okolice. V enačbi je k_2 koeficient, ki pove, kolikšna je oddana moč na enoto površine sira, če je temperatura T_{sir} za eno stopinjo višja od temperature okolice T_{mikro} . Okolico v našem primeru predstavlja notranjost mikrovalovne pečice.

Zaradi razlike med prejeto in oddano močjo se sir segreva. Ker je hlajenje sorazmerno z razliko med temperaturo sira in temperaturo okolice, se slej ko prej zgodi, da se s segrevanjem sira in višanjem njegove temperature vpita in oddana moč izenačita. Tedaj se sir ne greje več, vsa vpita toplota je oddana v okolico.

¹Vpijanje mikrovalov se razlikuje od vpijanja elektromagnetnega valovanja, ki ga oddaja segreta električna pečica. Ta oddaja predvsem elektromagnetno valovanje z valovnimi dolžinami nekaj μm (to je t.i. infra rdeče sevanje). Ker sir ni prozoren za takšno infra rdeče sevanje, prodre to največ nekaj μm globoko in na področju vpijanja se sir greje. Notranjost sira se greje posredno od toplejših delov.



Slika 2c. Po segrevanju v pečici, 110 sekund na 200 °C.

Pri kateri temperaturi se to zgodi, pokaže račun:

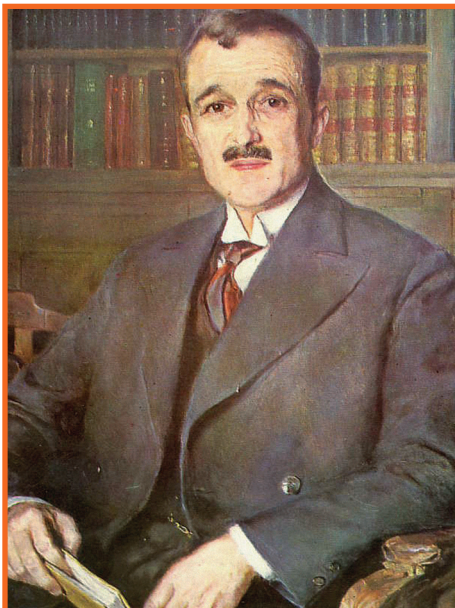
$$\blacksquare k_1 \cdot a^3 = k_2 \cdot a^2 \cdot (T_{\text{sir}} - T_{\text{mikro}})$$

$$\blacksquare T_{\text{sir}} = T_{\text{mikro}} + \frac{k_1}{k_2} \cdot a.$$

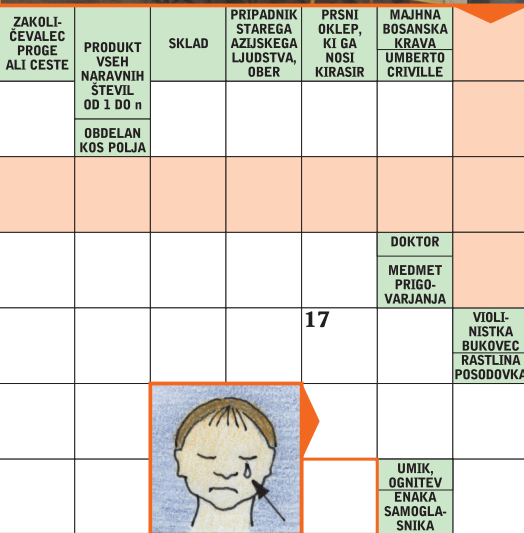
Ker je za večje stranice a temperatura sira, kjer se prejeta in oddana moč izenačita in se sir ne greje več, višja, pri večjih kockah sira temperatura pogosteje presega temperaturo tališča. Pri manjših kockah sira najvišja temperatura kocke ne preseže temperature, kjer se sir zmehča, in kocka obdrži svojo obliko.

Poskus, ki smo ga predlagali v prejšnji številki, lepo pokaže, da se kocke sira s stranico nekaj milimetrov v mikrovalovni pečici sploh ne stalijo, medtem ko se to pri večjih kockah zgodi. Problem poznajo tisti, ki v mikrovalovni pečici kuhajo riž. Ko riž nabrekne in popije vodo v kateri se kuha, ostanejo zrna na površini trda. Majhna so, razmerje med prostornino in površino imajo majhno in se zato segrejejo le do temperature, ki še ne omogoča kuhanja. ☒

Nagradna križanka



	AVTOR MARKO BOKALIČ	VODITELJ UPORA RIMSKIH SUZNJEV	TRDA BAKROVA ZLITINA, NOVO SREBRO	LATINSKI IZRAZ ZA MORJE	RIMSKI PESNIK	ARTILE-RJUSKO OROŽJE	ČEBELI PODOBNA ŽUŽELKA	LADO LESKOVAR	DVOJAM-BORNA OBALNA JADRNICA NA NIZOZ.	ŽELEZA PRI UZDI, BRZDE	SLOVENSKI IGRALEC (DANILO)	AGATHA CHRISTIE
	TOLAŽENJE SAMEGA SEBE					2						
	PRIPADNIK VZHODNE KRŠČANSKE CERKVE											
	VOJSKOVODJA RIMSKEGA CESARJA AVGUSTA			4				BELKASTA PREVLEKA NA VINU ALI SADJEVCU				GNETLJIVASNOV, KI JO IZLOČAJO ČEBELE
	REŽISER FILMA TRETJI ČLOVEK (CAROL)						DRUGI NOETOV SIN	POMENOSLOVEC		BOLGAR. DENARNA ENOTA SOSEDI ČRKE L		
	OZNAKA TUNIZIJE				REDKEJŠA OBLIKA ZAPISA KRALJA OJDIPA	HELJ			JAPONSKI CVETLIČNI ARANŽMA		6	
	OZNAKA MAROKA					REŽISER PEVEC						
											OTOK SZ. OD ZADRA	
	JOŽE PRIVŠEK							7				
		OZNAKA TURČIJE	335 km DOLGA REKA V JZ. FRANCJI	VLAKNASTA TVORBA PRETIRANO ZAPRAVLJIV		VOJAK CESARJA MAKSIMILIJANA SL. TENOR. (JANEZ)						
	POGLAVAR, STAREŠINA V VZHOD. DEŽELAH TIKOV LES				POLKROGU PODOBEN PREDMET ZNAK ZA RUTENJ							BOSANSKI FILMSKI SCENARIST (ABDULAH NEVEKTOR)
						POKOJNI SLOVENSKI POLITIK (STANE)					SIJ Z NJIIM MERIMO VIŠINO SNEGA	
GRAFIČNO OBLIKOVANJE, MATEVŽ BOKALIČ	EKIPA REŽISER FILMA TITANIC (JAMES)		JAP. FILM. REŽISER (JASUDŽIRO) MALIGNA TVORBA		PECIVO, POSUTO Z MAKOM	SLIŠNO SINUSNO ZVOČNO NIHANJE	10		ŽAREČ DROBEČ LETOVIŠČE NA IT. VZH. RIVIERI			
MOČVIR. RASTLINA (TUDI OKRASNA), OSTRICA				8	DREVO GRANATOVEC. LASTNOST NAJDRÖBN. DELCEV						14	
ANDREJA KOCIJANČIČ		PRAZNO GOVORICENJE MESTO V ANGLIJI						REKA V JZ. FRANCJI JE ADÖUR	RAZLIČICA GENA MALÖ ZAZNAVEN, SLAB			
SLOVENSKI FIZIK (ANTON)		11			OSTRO KLADIVO ZA ČIŠČENJE ZVAROV SIMBÖL			RAZMAKNITEV NOG V IZTEGNJENI KÖT POLONJ	1			
TUJA OBLIKA IMENA EVA			ČAR, DRAŽ	ITAL. PISATELJ (APOSTÖLÖ) ČESKA PRI-TROILNICA			MNOŽICA DVEH ELEMENTÖV	IGRALKA ZEMLJIČ KÖRÖZIJ. PLAST NA ŽELEZU			ÖRANJE MESTO V MAZURJI NA SV POLJSKE	
MED MATEMATIKI JE ZNAN PÖ TEM, DA GA JE REŠIL												SIMBÖL ZA RADIJ
SÖPRA-NISTKA ÖTTA		15			UMETNO USNJE			SLOVENSKI KÖRÖŠKI PESNIK (FRAN)				
NAPAD					REKA V ÖRNI GÖRI	13		PRITÖK SAVE V KRANJU				



NAGRADNI RAZPIS

➡ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnice pošljite na Presekov naslov (poština je že plačana) do 30. novembra 2007, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **Presekov paket**. ❌

Kakšno obliko ima svetlobna lisa?

MOJCA ČEPIČ

☉ V eni od lanskih številčk smo ugotavljali, kakšno senco meče telo nepravilnih oblik. Ugotovili smo, da je oblika sence odvisna od oddaljenosti zaslona, na katerem senco opazujemo in od oblike svetila. V današnji poizkuševalnici si pogledjmo namesto sence raje svetlobo. Ali si si že kdaj ogledoval svetlobne lise na gozdnih tleh, ko sonce prodira skozi listje dreves? Čeprav so odprtine med listi najrazličnejših oblik, so svetlobne lise največkrat eliptične. Oglejmo si pojav podrobneje s preprostim poskusom.

■ Potrebujemo

- dva kosa tršega papirja,
- škarje,
- okno, na katerega sije sonce, ali pomočnika,
- lepilni trak,
- merilo.

V kos tršega papirja izreži dve vrsti odprtin. V eni vrsti izreži odprtine, ki so enake oblike, npr. kvadratne ali okrogle, vendar naj se razlikujejo po velikosti. Najmanjša naj ima premer 2 do 3 mm, največja približno 1 cm. V drugi vrsti naj bodo odprtine s premerom približno 5 mm, oblike pa naj se razlikujejo (lahko so okrogle, kvadratne, rombaste, lahko tudi bolj zapletene). Kos papirja z odprtinami nalepi na okensko šipo ali prosi pomočnika, da ti papir pridrži



Slika 1.



Slika 2.

tako, da nanj sije sonce.

Drugi papir uporabi kot zaslon. Podrži ga nekaj centimetrov za papirjem z odprtinami in opazuj obliko svetlobnih lis. Nato počasi oddaljuj zaslon od papirja z odprtinami in opazuj, kaj se dogaja z lisami.

Kako se spreminja oblika svetlobnih lis različno velikih odprtin pri oddaljevanju zaslona? Kakšna je oblika lis pri različno oblikovanih odprtinah? ☒

38. mednarodna fizikalna olimpijada

CIRIL DOMINKO

➤ Fizikalna olimpijada je potekala med 13. in 22. julijem 2007 v iranskem mestu Isfahan. Slovenijo je zastopala ekipa v postavi: JURE AUSEC, Gimnazija Kranj, ROK HRIBAR, ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija, TIMOTEJ LAZAR, II. gimnazija Maribor ter MATJAŽ PAYRITS in JAKA GOGALA, oba z Gimnazije Bežigrad, Ljubljana. V ekipo so se uvrstili kot najuspešnejši na državnem in izbirnem tekmovanju za olimpijsko ekipo. Vse stopnje tekmovanja, poleg omenjenih še regijsko, je tudi letos organiziralo *Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije*.

Strokovni vodji ekipe in člana mednarodne komisije sva bila dr. Jure Bajc s *Pedagoške fakultete v Ljubljani* in mag. Ciril Dominko, *DMFA Slovenije*. Udeležbo na olimpijadi sta finančno omogočili *DMFA Slovenije* ter *Ministrstvo za šolstvo in šport*.

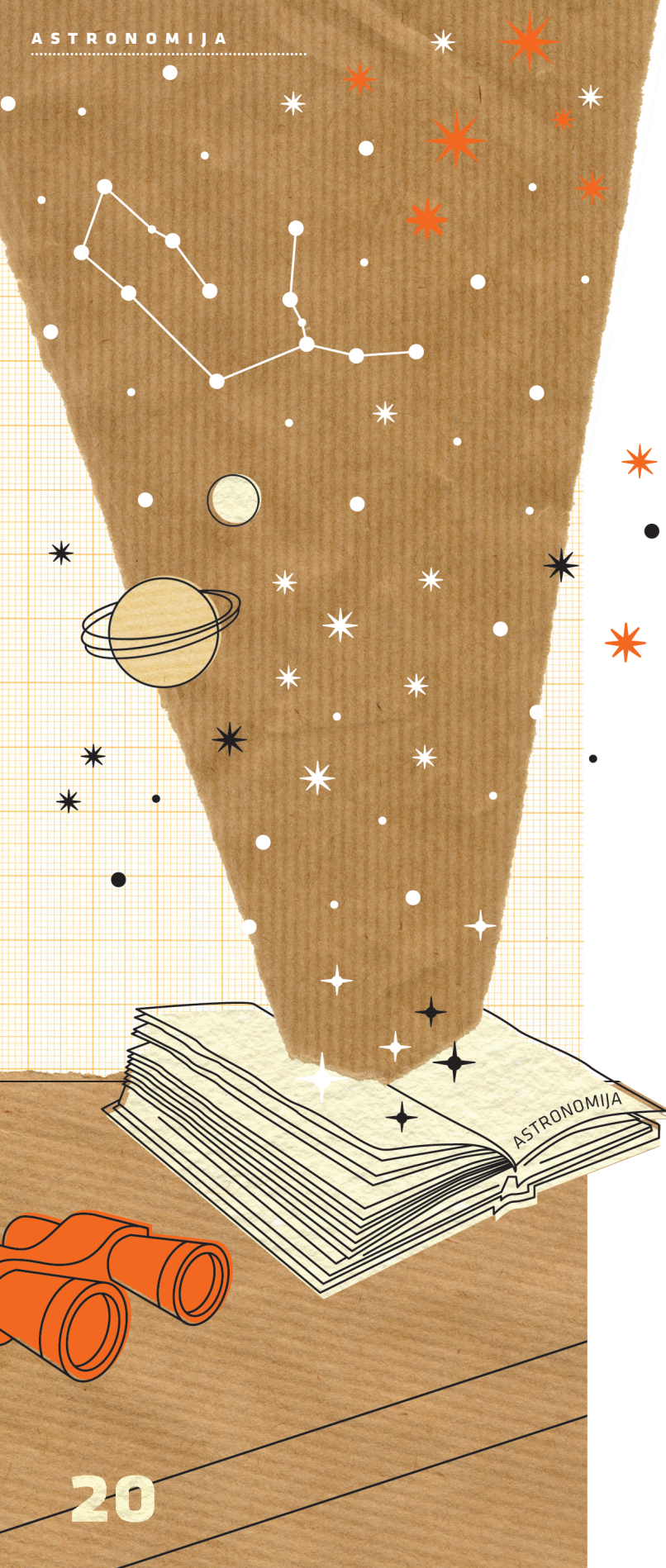
Na olimpijadi je letos sodelovalo malo manj držav in tekmovalcev kot lani: 327 tekmovalcev iz 69 držav, štiri države pa so bile opazovalke brez tekmovalcev. Nagrajenih in pohvaljenih je bilo 214 tekmovalcev. V naši ekipi so Jure Ausec, Timotej Lazar in Jaka Gogala osvojili pohvale.

Cepprav na mednarodni fizikalni olimpijadi ni ekipnih dosežkov, objavljeni pa so samo rezultati tistih tekmovalcev, ki so prejeli medaljo ali pohvalo, spremljevalci ekip navadno ovrednotimo število in vrsto medalj ter pohval in to primerjamo po državah. V taki primerjavi nas letošnji dosežki uvrščajo na delitev 40. mesta.

Naslednja 39. mednarodna fizikalna olimpijada bo od 20. do 29. julija 2008 v Hanoju, v Vietnamu. ☒



Slika. Slovenska olimpijska ekipa na zaključku olimpijade. Z leve proti desni: Jure Bajc (vodja), Matjaž Payrits, Rok Hribar, Timotej Lazar (pohvala), Primož Križaj (slovenski konzul v Iranu), Jure Ausec (pohvala), Jaka Gogala (pohvala), Ciril Dominko (vodja).



Kaj moramo vedeti o črnih luknjah?

ANDREJA GOMBOC

☞ Nekaj nasvetov, ki so koristni ob srečanju s črnimi luknjami.

■ Kako „velike“ so in kaj je horizont dogodkov?

Horizont dogodkov je nekakšna navidezna „površina“ črne luknje; znotraj njega je gravitacijska sila tako močna, da ji ne more ubežati niti svetloba. Že tik nad njim pa svetloba ali telo, ki se giblje s svetlobno hitrostjo, lahko pobegne. Velikost črne luknje določa njena masa; večja kot je masa, močnejšo gravitacijsko silo povzroča in dalj seže območje v katerem je vse, vključno s svetlobo, ujeto vanjo. Če se črna luknja ne vrti in nima električnega naboja, je to območje krogelno simetrično, njegovemu polmeru pravimo Schwarzschildov polmer $r_{Sch} = 2GM/c^2$ (kjer sta G gravitacijska konstanta in c svetlobna hitrost) in je premo sorazmeren z maso črne luknje M . V astronomskem merilu so zelo majhne. Če bi naše Sonce, ki ima polmer 700.000 km, stisnili v črno luknjo, bi ta imela polmer le 3 km.

■ Jih je kdo sploh že videl?

Nihče jih še ni videl na način, na kakršnega vidimo druge predmete; in sicer tako, da se svetloba od njih odbije v naše oči oziroma instrument. Črnih lukenj

na takšen način ne moremo videti, saj ne oddajajo svetlobe. „Vidimo“ pa jih na podlagi močnega gravitacijskega polja, ki ga imajo okrog sebe. To vpliva na gibanje snovi in svetlobe v njihovi okolici. Na ta način so črne luknje opazili v rentgenskih dvojnih zvezdah in v središčih mnogih galaksij, vključno s središčem naše Galaksije.

■ Kje jih najdemo in koliko jih je?

Astronomska opazovanja kažejo, da obstaja ogromno število črnih lukenj, ki jih lahko najdemo v različnih astronomskih okoljih in so zelo različne po velikosti.

■ Majhne, z maso nekaj 10 mas Sonca in radijem od nekaj 10 do 100 km, so zaznali v rentgenskih dvojnih sistemih zvezd, kjer na podlagi gibanja vidne zvezde sklepajo na obstoj nevidne spremljevalke - črne luknje. Na njenem mestu zaznajo tudi izvor rentgenske svetlobe, ki jo oddaja močno segreta snov, medtem ko jo črna luknja vleče z vidne zvezde vase.

■ Velike ali kar velikanske črne luknje so našli v središčih večine galaksij. Te imajo mase od milijon do nekaj milijard mas Sonca, največje pa so po velikosti primerljive z našim Osončjem. Odkrili so jih na podlagi gibanja zvezd in medzvezdnega plina v njihovi bližini. „Požrešne“ med njimi izdaja tudi sevanje snovi, ki po spirali pada vanje in tvori akrecijski disk. Ta se lahko segreje do milijon stopinj in sveti močneje kot vse zvezde v nekaj 100 galaksijah skupaj.

■ V zadnjih letih odkrivajo dokaze o obstoju t.i. „srednjih“ črnih lukenj. Te imajo maso od okrog 100 do 10.000 mas Sonca. Videti je, da so povezane z mladimi kopicami zvezd.

■ Kako nastanejo črne luknje?

Majhne črne luknje po današnjem razumevanju nastanejo iz masivnih zvezd ob koncu njihove življenjske poti. Te zvezde hitro pokurijo svoje jedrsko gorivo in kljub izgubi snovi v teku svojega razvoja (npr. zvezdni veter, eksplozija supernove) ohranijo tolikšno maso, da njihova lastna gravitacija premaga vse druge sile in se ostanek zvezde sesede v črno luknjo. Kako so nastale srednje in velikanske črne

luknje, zaenkrat ni jasno. Nekateri menijo, da so velikanske črne luknje v središčih galaksij nastale z združevanjem večjega števila majhnih črnih lukenj v eno večjo, ki je potem v ekstremnih pogojih v središču galaksije z goltanjem snovi iz okolice hitro rasla. Drugi so mnenja, da so bile te črne luknje velike že ob svojem nastanku - ta naj bi se zgodil povezano z nastankom galaksije, vendar se še ne ve točno, kako. Kako nastanejo srednje črne luknje, pa je zaenkrat še večja uganka.

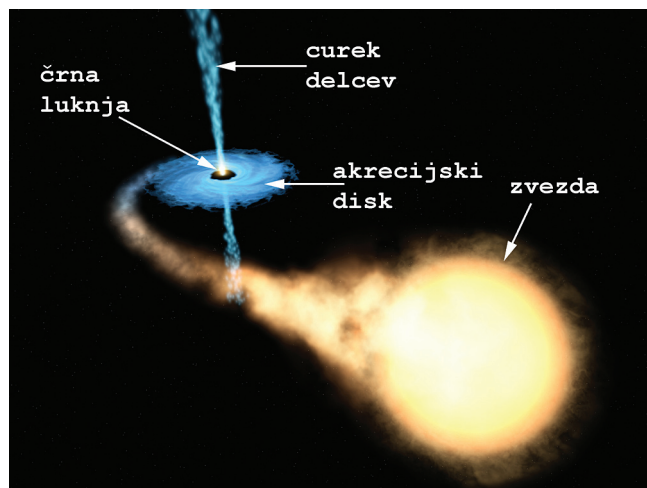
■ Kako vesoljski popotnik prepozna črno luknjo, če se sreča z njo?

Prvi namig, da je v bližini črne luknje, je, če čuti gravitacijsko silo, ne vidi pa objekta. Drugi, bolj določnejši namig lahko dobi iz opazovanja oddaljenih astronomskih objektov, kot so npr. zvezde in galaksije. Ko se namreč približuje črni luknji, se bo zaradi močne gravitacijske sile pot svetlobe z zvezd in galaksij v ozadju ukrivila in videti bodo popačene. Ko pride črni luknji dovolj blizu, bo ugledal njeno senco in okrog nje zgoščen obroč svetlobe, ki ga sestavljajo zdaj že močno popačene slike oddaljenih objektov. Najbolj neprijetno bo srečanje popotnika z majhnimi črnimi luknjami. Ker je plimska sila sorazmerna z M/r^3 (r je oddaljenost od njenega središča), velikost črne luknje pa narašča sorazmerno z M , sledi, da je plimska sila v bližini horizonta sorazmerna z $1/M^2$. Črne luknje z majhno maso bodo tako popotnika raztegnile v dolg špaget, še preden bo prečkal horizont. V velike črne luknje pa bo vstopil nič hudega čuteč, vendar ga slej ko prej na poti proti njenemu središču čaka enaka usoda.

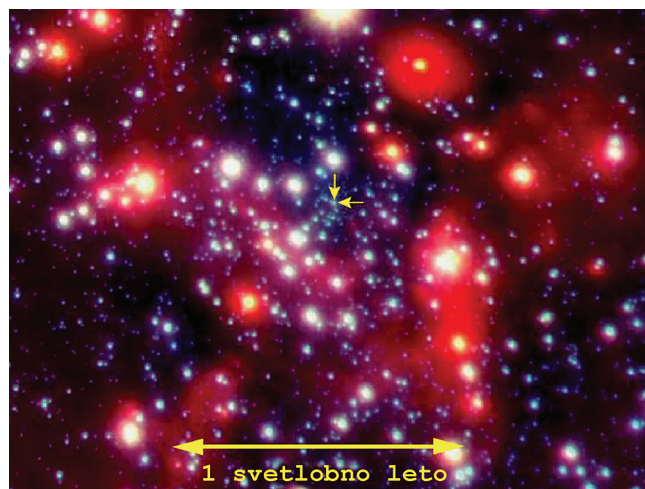
■ Kaj to pomeni, da z nje ne moremo pobegniti?

Splošna teorija relativnosti napoveduje, da znotraj črne luknje radialna koordinata r , ki opisuje oddaljenost od središča, in koordinata časa t zamenjata vlogi. Posledica je, da vse, kar pade v črno luknjo, neizbežno pada naprej v točko singularnosti oziroma proti $r = 0$. To je podobno, kot lahko koordinata časa zunaj črnih lukenj (v ostalem vesolju) le narašča in se lahko „premikamo“ le v prihodnost. Znotraj črne luknje pa se lahko premikamo le proti manjšemu r , t.j. le v smeri proti središču. Temu se ni mogoče izogniti niti z najmočnejšimi raketami, tako kot rakete ne spremenijo dejstva, da za poletjem (in po-





Slika 1. Črne luknje je mogoče posredno „videti“, če te srkajo okoliško snov v tako imenovanem procesu akrecije. Pri tem se plin, ki pada v črno luknjo, močno segreje in seva. Pojavijo pa se tudi curki snovi, ki izhajajo iz notranjih predelov akrecijskega diska. (Ilustracija: ESA, NASA, Felix Mirabel)



Slika 2. Z 8,2 metrskim teleskopom VLT YEPUN na Evropskem južnem observatoriju (ESO) so astronomi leta 2002 naredili najostrejši infrardeči posnetek središča Galaksije. Z meritvami hitrosti gibanja tamkajšnjih zvezd so posredno izračunali maso črne luknje (njena lega je označena s puščicami), ki naj bi bila približno 3 milijone mas Sonca. (Foto: VLT YEPUN/ESO)

čitnicami) pride jesen (in novo šolsko leto). Horizont črne luknje je kot točka brez povratka in brez usmljenja, ko ga enkrat prečkamo, ne moremo več nazaj in še huje: tudi ustaviti se ne moremo, ampak nas neizbežno nese v singularnost.

■ Ali lahko kakšna črna luknja prileti v naše Osončje?

Načeloma lahko, vendar je verjetnost zelo majhna.

■ Kaj je v črni luknji?

Nihče ne ve zares, ker ne moremo videti vanjo. Od zunaj o njej izvemo le njeno maso, vrtilno količino in električni naboj. Nikakor pa ne moremo izvedeti, iz kakšne snovi je nastala in kaj se je s to snovjo zgodilo potem. Po vsej verjetnosti se je skrčila v točko z neskončno gostoto ali singularnost.

■ So črne luknje res črne?

V splošni teoriji relativnosti, ki je klasična teorija, so res črne. Vendar ta teorija ne opisuje kvantnih

pojavov neposredno v bližini horizonta črne luknje. Znanstveniki se že vrsto let trudijo združiti dve veliki teoriji 20. stoletja: splošno teorijo relativnosti in kvantno mehaniko. Kvantno-mehanski izračuni v ukrivljenem prostor-času so zelo zahtevni, njihove rezultate pa je izredno težko preveriti z eksperimenti. Teoretični argumenti pa kažejo, da imajo črne luknje temperaturo, ki je višja od absolutne ničle, in bi torej morale oddajati t.i. sevanje črnega telesa. Stephen Hawking je našel kvantno-mehanski izhod iz tega problema. Poenostavljeno si smemo predstavljati, da tako kot drugod v vesolju tudi v bližini horizonta ves čas nastajajo pari virtualnih delcev, ki si za kratek čas izposodijo energijo iz prostora. Običajno se ti delci kmalu spet anihilirajo in to energijo tudi vrnejo. Lahko pa se zgodi, da eden od para pade v črno luknjo, drugi pa pobegne. Videti bo, kot da je ta delec oddala črna luknja. Na ta način naj bi črne luknje oddajale Hawkingovo sevanje oziroma „izhlapevale“. Pobegli delec namreč s sabo odnese tudi energijo, ki je dejansko šla na račun zmanjšanja mase črne luknje. Kot kažejo izračuni naj bi bilo izhlapevanje črnih lukenj zelo počasen proces, ki pa je tem hitrejši, čim manjša je črna luknja.

■ Ali drži, da črne luknje požrejo vse, kar se znajde v njihovi bližini?

Drži, da niso izbirčne in bodo požrle vse, kar bo potovalo po tirnicah, ki vodijo v črno luknjo. A dokler ostanete dovolj daleč od njih, niso nič bolj nevarne kot npr. zvezde, saj se daleč stran gravitacijsko polje črne luknje praktično ne razlikuje od polja kakšnega drugega telesa z enako maso.

■ Ali je mogoče skozi črno luknjo odpotovati na drugi konec vesolja ali celo v druga vesolja?

Obstajajo takšna razmišljanja, vendar zaenkrat črne luknje niso videti zelo obetajoče prevozno sredstvo. Obstaja več nejasnosti, med njimi, ali bi popotnik lahko izbral cilj potovanja in ali bi ga sploh preživel.

■ Je v laboratoriju mogoče narediti črno luknjo?

Črno luknjo načeloma lahko naredite, če vam uspe stisniti določeno maso v dovolj majhen del prostora, t.j. pod njen Schwarzschildov polmer. Izkaže se, da je to v „normalnem“ laboratoriju nemogoče. Če bi na primer želeli narediti črno luknjo iz enega kilograma kruha, bi ga morali stisniti na velikost $3 \cdot 10^{-27}$ m

oziroma na gostoto 10^{80} kg/m³! Mini črne luknje danes poskušajo narediti v pospeševalnikih osnovnih delcev v CERN-u. Pravijo, da je strah odveč, saj bodo, tudi če jim uspe, zaradi svoje izjemne majhnosti obstajale zelo kratek čas, preden bodo izhlapele preko Hawkingovega sevanja.

■ Če obstajajo črne luknje, ali obstajajo tudi bele?

Bele luknje so časovni obrat črnih; namesto, da požirajo snov in svetlobo, ju bruhajo navzven s svetlobno hitrostjo. Torej bi morale imeti odbojno gravitacijsko silo oziroma biti iz snovi z negativno maso. Zaenkrat ni nobenih dokazov o njihovem obstoju.

■ Kako postanemo strokovnjaki za črne luknje?

Tako, da dobro preštudiramo splošno teorijo relativnosti in astrofiziko. Najbolj razvpiti učbenik za tiste, ki želijo postati strokovnjaki za relativnost in črne luknje, je knjiga avtorjev C. W. Misner, K. S. Thorne in J. A. Wheeler z naslovom *Gravitation*. Verjetno bolj razumljiva, lepo berljiva in zanimiva pa je knjiga, ki jo je napisal K. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*. ☒

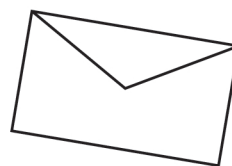
REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 35/1

☛ Za nagradno križanko iz prejšnje številke Preseka smo prejeli 19 pravih rešitev. Nagradno geslo se je glasilo **Dvajsetletnica**. Izžrebani reševalci, LJUDMILA CEK iz Ljubljane, KLEMEN ČERV iz Ajdovščine in BARBARA TIEGL iz Ljubljane so razpisane nagrade prejeli po pošti. ☒





Kaj imajo skupnega polinomi in napake?



BRANKO KAUČIČ

➔ Pred kratkim sem v predalu med starejšimi papirji našel izpisek računalniškega programa, s katerim sem se mučil v osnovni šoli. Zob časa je v približno tridesetih letih načel pisavo na papirju in nekatere črke so bile zbledele, nekaterih ni bilo več. Ker jezik, v katerem je bil napisan program, še približno poznam, sem prepoznal tudi zbledele črke in znake. Vseeno sem se zamislil nad tem, kako računalnik prepozna, da pri prenosu podatkov manjka košček podatkov ali pa se je kak košček spremenil (npr. l je postal i).

Malce pretiravam, pa vendarle, verjetno vam ne bi bilo vseeno, če bi simpatiji poslali e-sporočilo, da se dobite ob 20h, ona bi vas pa čakala že ob 10h, ker bi se podatki pri prenosu sporočila pokvarili.

Brez panike, v elektronskem svetu so tovrstne za-

deve dobro urejene in ogledali si bomo nekaj preprostejših tehnik, ki jih v te namene uporabljamo pri pošiljanju (in zapisu) podatkov. V e-svetu je *ugotavljanje napak* zmožnost prepoznati napako ali spremembo podatkov med prenosom od pošiljatelja do prejemnika. *Popravljanje napak* po njihovi ugotovitvi omogoča povrnitev podatkov v prvotno stanje. V splošnem lahko opazimo dva načina, ki omogočata popravljanje napak:

- *Ponovitev prenosa*: pošiljatelj skupaj s podatki pošlje kodo (podatke) za ugotavljanje napak, ki jo prejemnik uporabi, da ugotovi prisotnost napake. Če je napaka prisotna, pošiljatelju javi, naj ponovno pošlje podatke.
- *Popravljanje dobljenih podatkov*: pošiljatelj prvotne podatke opremi z dodatnimi podatki, ki v primeru napake omogočajo popravilo, ne da bi jih pošiljatelj moral še enkrat poslati. Dodatni podatki so običajno izračunani tako, da bi potrebovali nepričakovano veliko napak v podatkih, da ne bi mogli povrniti prvotnih podatkov.

UGOTAVLJANJE NAPAK

Oglejmo si nekaj preprostih načinov ugotavljanja napak, obstaja jih seveda precej več. Vsi predstavljeni načini delujejo tako, da pošljejo več podatkov, kot jih ima prvotni podatek. Nekateri ob prvotnih podatkih pošljejo dodatno kodo, drugi kodo zapišejo med same podatke.

■ Ponavljalne sheme

Obstaja mnogo različic ponavljalnih shem. Delujejo tako, da podatke razdelimo na vnaprej določeno število bitov, imenovanih *blok*, in vsakič, ko pošljemo blok podatkov, le-tega ponovimo. Ponovimo ga vnaprej določeno število krat. Če želimo npr. poslati podatek „10101101“, ga razdelimo na dva bloka po štiri bite. Ker vsak blok ponovimo npr. trikrat, pošiljatelj pošlje

- 101010101010110111011101.

Recimo, da je prejemnik prejel „1010 1110 1010“. Opazimo lahko, da se en blok podatkov razlikuje od ostalih dveh, zaradi česar vemo, da je nastopila na-

paka. Sistem žal odpove, ko se napaka zgodi vedno na istem mestu. Če bi ob zgornjih podatkih prejemnik za prvi blok podatkov npr. prejel „1011 1011 1011“, bi mislil, da so prispeli pravilni podatki. Kot vidimo, je takšen sistem zelo preprost; ni med najboljšimi, uporablja pa se za prenos števil po radijskih valovih in je bil pred nekaj desetletji še posebej pogosto uporabljen v vohunske namene.

■ Polaritetna shema

Manj uporabljen način je pošiljanje bitno inverznih podatkov skupaj s prvotnimi podatki. Če želimo poslati npr. „10101101“, pošljemo tudi „01010010“. Prejemnik nato zamenja vrednosti bitov pri enem od podatkov in ju primerja med seboj.

Shema je relativno slaba pri ugotavljanju napak. Lahko bi tudi rekli, da predstavlja zelo poenostavljeno različico t. i. turbo kod, razvitih za prenos podatkov iz satelitov v vesolju.

■ Paritetna shema

Podatke ponovno razdelimo na bloke z znanim številom bitov in preštejemo število enic v bloku. Bloku zatem pripišemo en dodaten bit, t. i. paritetni bit. Njegova vrednost je odvisna od števila enic, v primeru lihe paritetne sheme paritetnemu bitu pripišemo 0, kadar imamo liho število enic, oziroma 1, kadar imamo sodo število enic. V primeru sode paritetne sheme velja obratna logika. Paritetni bit lahko zelo preprosto (in hitro) izračunamo s pomočjo logičnega operatorja XOR ($\vee$), kot lahko vidimo na spodnjem primeru za „1001“, za obe paritetni shemi.

- *s. p. s.* 1001 : $1 \vee 0 \vee 0 \vee 1 = 1 \vee 0 \vee 1 = 1 \vee 1 = 0$
- *l. p. s.* 1001 : $\neg(1 \vee 0 \vee 0 \vee 1) = \neg(1 \vee 0 \vee 1) = \neg(1 \vee 1) = \neg 0 = 1$

Če želimo npr. poslati podatek „101011“, ga razdelimo na dva bloka po tri bite. Vsakemu bloku bomo na začetku (lahko bi tudi na koncu, kar je stvar dogovora) dodali paritetni bit po sodi paritetni shemi. Pošljemo torej

- 01010011.

Prejemnik za vsak blok ponovno izračuna paritetni





bit po isti shemi in ga primerja s paritetnim bitom, ki je bil dodan bloku. Recimo, da je prejemnik prejel „0101 0111“. Ko za drugi blok podatkov izračuna paritetni bit 1 in ga primerja z 0, ki je bil dodan bloku, ugotovi prisotnost napake.

Takoj lahko žal opazimo tudi pomanjkljivost te sheme: ugotovimo lahko le prisotnost lihega števila napak v podatkih. V sodem primeru bomo, podobno kot v prejšnji shemi, prepričani, da so podatki pravilni. V posebnih primerih lahko to shemo uporabimo tudi za popravljanje napak na enem bitu, kar je osnova za t. i. Hammingovo shemo, ki bo opisana kasneje.

■ Preverjanje vsote

Shema, podobno kot paritetna, doda določeno število bitov k bloku podatkov. Bloki so običajno večji, dodatni podatki predstavljajo vsoto števil v bloku, ki jo negiramo in prištejemo vrednost 1 (t. i. dvojiški komplement). Želimo npr. poslati dvanajst bitni podatek „101011101011“. Za potrebe te sheme si ta podatek predstavljamo kot tri štiribitna števila „1010“, „1110“ in „1011“ (torej 10, 14 in 11 v desetiškem zapisu), ki jih seštejemo. Ker uporabljamo samo štiri bite, dobimo „0011“. To vrednost negiramo, dobimo 1100 in po prištevanju 1 dobimo „1101“, kar pripišemo prvotnim podatkom. Prejemniku tako pošljemo

- 1101101011101011.

Prejemnik nato ob prejemu podatkov po istem postopku izračuna vsoto in jo primerja z vsoto, ki je pripisana podatkom. Če se vsoti ne ujemata, je prisotna napaka. Opisani postopek v primerjavi s paritetno shemo omogoča večjo občutljivost na prisotnost napak.

■ Preverjanje s Hammingovo razdaljo

Spomnimo se, da je Hammingova razdalja med dvema binarnima nizoma enaka številu bitov, v katerih se niza razlikujeta. Če želimo zagotoviti ugotavljanje d bitov napake v n bitnih podatkih, moramo preslikati n bitni podatek v $n + d + 1$ bitov, tako da je minimalna Hammingova razdalja med vsako pravilno preslikavo $d + 1$. Na tak način, ko prejemnik prejme $n + d + 1$ bitov podatkov, ki ne ustrezajo pre-

slikavi (s Hammingovo razdaljo $x \leq d + 1$ katerekoli bita v preslikavi), lahko uspešno ugotovi, da je prišlo do napake.

■ Ciklično preverjanje redundance

Metoda CRC (angl. *cyclic redundancy check*) je od vseh do sedaj opisanih metod najbolj znana in tudi največkrat uporabljena. Je precej kompleksnejša od prej omenjenih in temelji na množicah s končnim številom elementov ter polinomih. Vsak blok podatkov v tej tehniki si predstavljamo kot koeficiente polinomov, ki jih bomo delili z vnaprej določenim polinomom. Koeficiente rezultata zatem priključimo prvotnim podatkom.

Oglejmo si metodo nekoliko podrobneje, začeniš z aritmetiko po modulu 2, uporabljeno pri polinomih. Recimo, da imamo naslednji zapis

- $(x^3 + x) + (x + 1) = x^3 + 2x + 1 \equiv x^3 + 1 \pmod{2}$.

Kot lahko vidimo, $2x$ postane 0 zaradi seštevanja koeficientov po modulu 2:

- $2x = x + x = x \times (1 + 1) = x \times 0 \equiv 0 \pmod{2}$.

Podobno velja pri množenju:

- $(x^2 + x)(x + 1) = x^3 + 2x^2 + x \equiv x^3 + x \pmod{2}$.

Polinome lahko tudi delimo po modulu 2. Delimo $x^3 + x^2 + x$ s polinomom $x + 1$ in dobimo

- $\frac{(x^3 + x^2 + x)}{(x + 1)} = (x^2 + 1) - \frac{1}{(x + 1)}$

oziroma, drugače zapisano, ob upoštevanju aritmetike po modulu 2

- $(x^3 + x^2 + x) = (x^2 + 1)(x + 1) - 1 \equiv (x^2 + 1)(x + 1) + 1 \pmod{2}$.

Kot smo že zapisali, lahko vsako zaporedje bitov interpretiramo kot koeficiente polinoma podatka. Kodo CRC, ki jo bomo pripisali podatkom, izračunamo tako, da najprej pomnožimo polinom podatka z x^n in potem poiščemo ostanek pri deljenju s polinomom stopnje n , t. i. generatorjem. Koeficienti polinoma, ki predstavlja ostanek, so biti kode CRC.

V zgornjih izračunih je $x^2 + x + 1$ predstavljal po-

datek „111“, polinom $x + 1$ je bil generator in ostane bil polinom 1 (oziroma x^0), ki je hkrati predstavljal tudi kodo CRC. Stopnja generatorja je bila 1, zato smo v izračunu uporabili podatek, ki smo ga pomnožili z x^1 in dobili $x^3 + x^2 + x$. Splošneje bi lahko zapisali to kot

■ $M(x) \times x^n = Q(x) \times G(x) + R(x),$

kjer $M(x)$ predstavlja prvotni podatek in $G(x)$ generator stopnje n . Biti produkta $M(x) \times x^n$ so enaki bitom prvotnih podatkov, ki imajo na desni dodanih n ničel. $R(x)$ je polinom ostanka, ki predstavlja kodo CRC, medtem ko kvocienta $Q(x)$ ne potrebujemo.

Ko prejemnik prejme $M(x)$ in $R(x)$, preveri, ali je $M(x) \times x^n - R(x)$ deljivo z $G(x)$. Če je, potem lahko prejemnik z dovolj veliko verjetnostjo domneva, da v dobljenih podatkih ni napak.

Metode CRC so v računalništvu in telekomunikacijah zelo popularne, ker so preproste za implementacijo s strojno opremo, lahko jih je matematično analizirati in so še posebej dobre pri detekciji običajnih napak zaradi šuma v prenosnih kanalih.

■ Običajno uporabljeni in standardizirani polinomi

Izbira generatorja je najpomembnejši del metode CRC. Kljub temu da se metoda CRC uporablja tudi v standardiziranih telekomunikacijskih sistemih, uporabljeni polinomi niso popolnoma standardizirani. Večina polinomov ima nekaj slabosti pri ugotavljanju napak in njihova standardizacija bi omogočala da bi „boljši“ polinomi prišli v splošno uporabo.

Majhen izbor nekaterih bolj znanih polinomov in njihova področja uporabe prikazuje tabela 1.

Navržimo še en ocvirek. Kako bi lahko metodo CRC uporabili za hitro primerjavo enakosti dveh datotek? Zapisali smo že, da je računanje CRCja hiter postopek. Zatorej izračunamo CRCja obeh datotek in v kolikor se med seboj razlikujeta, smo lahko 100% da sta datoteki različni. V kolikor sta enaka, če poenostavimo, smo lahko 99% prepričani, da sta datoteki enaki.

■ Literatura

[1] Wikipedia <http://www.wikipedia.org> ❌

naziv	polinom	uporaba
CRC-1	$x+1$	paritetni bit
CRC-4-ITU	x^4+x+1	ITU G.704
CRC-5-ITU	$x^5+x^4+x^2+1$	ITU G.704
CRC-5-USB	x^5+x^2+1	USB
CRC-6-ITU	x^6+x+1	ITU G.704
CRC-7	x^7+x^3+1	MMC, telek. sistemi
CRC-8-CCITT	$x^8+x^7+x^3+x^2+1$	1-Wire bus
CRC-8-Dallas/Maxim	$x^8+x^5+x^4+1$	1-Wire bus
CRC-12	$x^{12}+x^{11}+x^3+x^2+x+1$	telek. sistemi
CRC-16-CCITT	$x^{16}+x^{12}+x^5+1$	Bluetooth, IrDA, PPP,
CRC-16-IBM	$x^{16}+x^{15}+x^2+1$	USB
CRC-32-MPEG2	$x^{32}+x^{26}+x^{23}+x^{22}+x^{16}+x^{12}+x^{11}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^4+x^2+x+1$	USB
CRC-32-IEEE 802.3	$x^{32}+x^{26}+x^{23}+x^{22}+x^{16}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^4+x^2+x+1$	IEEE 802.3

Tabela 1. Nekaj pogostejše uporabljenih polinomov

REŠITEV SUDOKU
S STRANI 13

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A	8	2	9	6	5	4	3	1	7
B	5	4	7	1	3	2	8	9	6
C	6	1	3	8	7	9	4	2	5
D	3	6	1	4	2	8	7	5	9
E	9	5	8	7	6	1	2	4	3
F	4	7	2	3	9	5	1	6	8
G	7	9	6	2	1	3	5	8	4
H	2	3	4	5	8	6	9	7	1
I	1	8	5	9	4	7	6	3	2

RiŠ Ravnilo in šestilo - Rišem in študiram

DRUGI DEL

DAMJAN KOBAL

➔ Prejšnjič smo se v RiŠu naučili narisati dinamični trikotnik, ki je prikazoval dinamično spreminjanje težišča očrtanega in včrtanega kroga. V Preseku in na spletni strani smo zastavili tri nove izzive. Za vse tiste, ki nalog niste uspeli rešiti sami ali ste jih rešili drugače, predstavljamo svoje rešitve, ob katerih se bomo spet naučili nekaj novega.

<http://uc.fmf.uni-lj.si/pri/>

NALOGA 4. Želeli smo narisati trikotnik z dinamičnim izpisom ploščine.

REŠITEV. Pri tej nalogi srečamo nov pojem. Kot smo že povedali, pozna RiŠ mnogotere objekte, npr. točke, daljice, kroge in druge. Zelo uporabni objekti so *poligoni*. Poligon je lahko trikotnik, štirikotnik, petkotnik, ... Tako kot ima daljica dolžino, ima poligon ploščino. Pa pogledjmo našo nalogo. Točke A, B in C, ki določajo oglišča trikotnika, že znamo narisati. Izberimo ikono za poligon  in zaporedoma kliknimo točke, npr. ABCA. Ko smo drugič kliknili na točko A, smo programu povedali, da je naš poligon trikotnik, zato ponovno kliknemo začetno točko. Ko smo drugič kliknili na prvo točko, se trikotnik pobarva v barvi izbrani v prvi vrstici ikon. „Rodil“ se je nov objekt. Z desno miško kliknimo na (pobarvani) trikotnik in prikaže se „osebna izkaznica“ našega trikotnika. Na vrhu se izpiše ime, ki ga lahko spremenimo. Mi smo npr. naš trikotnik poimenovali *tri*. Če v osebni izkaznici trikotnika izberemo ikono , se na trikotniku izpiše njegova ploščina. V primeru daljice bi se izpisala dolžina daljice. Sedaj lahko že poizkusimo dinamično spreminjati trikotnik in videli bomo, da se hkrati spreminja tudi izpisana ploščina.

Toda naša naloga gre še korak dlje. Ploščina je izpisana posebej v besedilu. To je zelo uporabna zadeva. Kako to naredimo?

V RiŠu je lahko objekt tudi besedilo. Izberemo ikono  in kliknemo kjerkoli. Ko kliknemo, se nam prikaže tekstovno okno, v katerega preprosto napišemo besedilo. Ko kliknemo „v redu“, se nam napisano besedilo pojavi tam, kjer smo po izboru tekstovne ikone kliknili. Poskusimo in kar nekaj napišimo. Kot vsi objekti v RiŠu, je tudi besedilo mogoče premikati, seveda pa ga lahko tudi fiksiramo. Fiksiranje besedila ali fiksiranje česar koli je enako. V osebni izkaznici objekta le odključamo „konstantno“ in objekt bo obstal tam, kjer je, in ga ne bo mogoče premikati. Kako pa pridemo do osebne izkaznice besedila? V tekstovnem oknu kliknemo „nadaljnje nastavitve“.

Ostane le še eno vprašanje, in sicer kako smo v besedilu, ki se zdi konstantno, uspeli prikazati

dinamično spreminjajočo ploščino trikotnika. Zelo preprosto. V naše tekstovno okno smo zapisali „Ploščina trikotnika ABC meri %abs(tri)% kvadratnih enot“. Program RiŠ namreč znotraj besedila vse, kar je med znakoma %, izračunava. Spomnimo se, da smo naš trikotnik poimenovali *tri*. Za program RiŠ torej *tri* pomeni ploščino trikotnika. Ukaz *abs(tri)* le povzroči, da ima ta ploščina vedno pozitivni znak. V višji matematiki sprememba orientacije trikotnika namreč pomeni, da imamo ploščino za negativno. Brez tega dodatka bi se pri bolj norem spreminjanju oglišč trikotnika lahko ploščina izpisala tudi z minusom.

Smo končali? Bi znali sami narediti podobno?

Dober uvod v naslednjo nalogo bo še premislek, zakaj v nalogi potrebujemo tudi enoto. Seveda ni vseeno, v kakšnih enotah merimo. V kakšnih enotah pa RiŠ izračuna ploščino poligona?

Kliknimo (lahko tudi večkrat zaporedoma) na ikono  in videli bomo, v kakšnem koordinatnem sistemu in v kakšnih enotah „živi naš RiŠ program“.

NALOGA 5. Pri tej nalogi premikanje rdeče pike povzroči nastajanje in spreminjanje kroga.

REŠITEV. Čeprav se zdi, kot da se rdeča pika premika po popolnoma „čisti“ podlagi, pa se v resnici premika po koordinatnem sistemu. Koordinatni sistem omogoča, da program RiŠ (in pri zahtevnejših problemih tudi mi) ve, kje se nahajajo objekti. Kot nekakšna orientacija v prostoru.

Kliknimo (lahko tudi večkrat zaporedoma) na ikono  in videli bomo, v kakšnem koordinatnem sistemu in v kakšnih enotah „živi naš RiŠ program“. Vsak objekt „živi“ na točno določenem mestu, ki ga opišemo s koordinatami. Koordinata (2,3) tako pomeni, da smo šli dva koraka (dve enoti) v desno in tri enote navzgor. Koordinata (1,-7) pomeni en korak v desno in sedem korakov navzdol. In tako dalje, kot nam je že znano iz razumevanja koordinatnega sistema. Premik desno-levo označujemo z x , premik gor-dol pa z y .

Ko se v naši nalogi igramo in premikamo rdečo točko opazimo, da premikanje točke gor in dol ne povzroči nikakršne spremembe. Premikanje levo in desno pa povzroči pojavljanje in debeljenje zelenega kroga.

Kliknimo na ikono za koordinatni sistem in narišimo rdečo debelo točko, npr. na mestu (0,3).

Imenujmo to točko T . Izberimo ikono , ki nam omogoči, da narišemo krog s središčem v (0,0) in določenim polmerom. S prvim klikom postavimo središče v (0,0), z drugim klikom pa narišemo krog, a se nam takoj pojavi osebna izkaznica kroga, kjer za polmer vpišimo $x(T)$. Izberemo si še barvo kroga in zadeva je skoraj opravljena. Posebej lahko še središče kroga (ki je tudi objekt) fiksiramo in skrijemo.

Je že jasno, zakaj bo premikanje točke T desno povzročilo „napihovanje“ kroga, premikanje gor-dol pa ne bo povzročilo nobene spremembe? Da bi dobili iz svoje naloge konstrukcijo, moramo še $x(T)$ zamenjati z $abs(x(T))$. Razmislimo, zakaj.

NALOGA 6. Pri tej nalogi premikanje rdeče pike povzroča „čudno“ spreminjanje narisane premice.

Ta naloga predstavlja še korak naprej. V programu RiŠ je namreč možno tudi elegantno risati funkcije. Spomnimo se, da se linearna funkcija napiše kot $y=kx+n$, pri čemer je k smerni koeficient ali naklon (strmina premice), n pa začetna vrednost ali po domače „dvig“ premice.

REŠITEV. Kot pri prejšnji nalogi narišimo točko T . Kliknimo . Takoj se nam pokaže osebna izkaznica funkcije. Razmislimo, kako bomo upoštevali, da smo izbrali, naj bo naša funkcija narisana od -10 do 10, v prostorčku „izraz za y “ pa smo napisali $x(T)*x+y(T)$, ostalih polj pa nismo spreminjali. Program RiŠ razume „*“ kot množenje, zato nariše premico, katere strmina je $x(T)$ in katere „dvig“ je $y(T)$. Spreminjanje premice s premikanjem točke T sedaj ni več tako skrivnostno.

Povejmo še, da lahko sliko v RiŠu povečujemo ali pomanjšujemo z uporabo ikon , ali kar s „koleščkom na miški“.

IZZIVI. Na spletni strani <http://uc.fmf.uni-lj.si/pri/> te čakajo še trije novi izzivi. 



REŠITEV NAGRADNE NALOGE IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE

ANDREJ TARANENKO

☛ V uredništvo smo prejeli dve rešitvi nagradne naloge, ki je bila objavljena v rubriki računalništvo v prejšnji številki Preseka. Pravilno rešitev nam je poslal NINO BAŠIĆ. Njegovo rešitev in razlago objavljamo in jo bomo nagradili.

```
import java.util.*;
import java.io.*;
```

```
class SkupniPodniz2 {

    private static void findLCS(String s1, String s2) {
        int i, j;
        int l1 = s1.length(), l2 = s2.length();
        int LCS[] = new int[l2+1];
        int max = 0, end = 0;

        for (i=1; i<=l1; i++) {
            for (j=l2; j>0; j--) {
                if (s1.charAt(i-1) == s2.charAt(j-1)) {
                    LCS[j] = LCS[j-1] + 1;
                    if (LCS[j] > max) {
                        max = LCS[j];
                        end = j;
                    }
                } else LCS[j] = 0;
            }
        }

        System.out.println("Dolžina podniza: "+ max);
        System.out.println("Skupni podniz: ""+
            + s2.substring(end - max, end) + "");
    }

    public static void main(String[] args)
        throws IOException {
        BufferedReader stdin = new BufferedReader
            (new InputStreamReader(System.in));
        System.out.println
            ("Vnesi prvi niz in pritisni enter.");
        String niz1 = stdin.readLine();
        System.out.println
            ("Vnesi drugi niz in pritisni enter.");
        String niz2 = stdin.readLine();
        findLCS(niz1, niz2);
    }

}
```

KOMENTAR. $LCS(a, b)$ naj bo dolžina najdaljšega skupnega konca nizov a in b . Skupni konec nizov MATEMATIKA in FIZIKA je IKA, niza PREPROGA in PROGRAMIRANJE pa nimata skupnega konca – skratka preštejemo, v koliko znakih se niza ujemata od zadaj.

Če zadnji znak zapišemo ločeno: $LCS(x + z_1, y + z_2)$, postane jasno, da je $LCS(x + z_1, y + z_2) = 0$, čim je $z_1 \neq z_2$.

Če pa je $z_1 == z_2$, potem je $LCS(x + z_1, y + z_2) = LCS(x, y)$.

Rešitev naloge je potem $\max\{LCS(i, j)\}$, kjer i preteče vse podnize niza a , ki vsebujejo prvi znak, j pa preteče vse podnize niza b , ki prav tako vsebujejo prvi znak.

PRIMER. $a = \text{PREPROGA}$ in $b = \text{PROGRAMIRANJE}$

	P	R	O	G	R	A	M	I	R	A	N	J	E
P	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	0	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	0	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
O	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0

V tabeli se na mestu (i, j) nahaja $LCS(a_i, b_j)$, kjer predstavlja a_i prvih i znakov niza a , b_j pa predstavlja prvih j znakov niza b . Rešitev pa je največje število v tej tabeli, t.j. 4 in pripadajoči niz: PROG.

Program lahko še malce optimiziramo. Za izračun potrebujemo samo eno vrstico in ne cele tabele, največjo do sedaj odkrito vrednost pa si lahko shranjujemo kar sproti. ☒

Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10x50

NOVA IZVIRNA SLOVENSKA
ASTRONOMSKA KNJIGA



ANDREJA GOMBOC

☛ Knjiga *Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10 x 50* zapolnjuje vrzel v slovenskem prostoru. Je 500 strani obsegajoče avtorsko delo Bojana Kambiča, ki ima kot urednik astronomske revije Spika dolgoletne izkušnje na področju poljudnega pisanja in astronomskih opazovanj.

Knjiga je namenjena širšemu krogu bralcev oziroma „vsem, ki želite prodreti v skrivnosti vesolja in z daljnogledom raziskovati lepote nočnega neba“. Zasnovana je namreč tako, da lahko prvi del uporabljamo kot uvodni učbenik in drugi del kot priročnik za opazovanje, pri katerem pa ne potrebujemo posebne drage opreme ampak le daljnogled. Dobrodošla bo za vse, ki jih astronomija zanima, pa niso vedeli, kje pričeti: za učence, dijake, učitelje astronomije, vodje astronomskih krožkov, pa tudi za že izkušene amaterske astronome.

Prvi del se začne s poglavjema O daljnogle-

dih in vsem, kar sodi zraven ter Nebesna mehanika, ki odgovarjata na pogosti vprašanja Kako in s čim opazovati. Avtor nas tu seznani z osnovami astronomskih opazovanj in orientacije na nebu ter nam posreduje številne koristne nasvete. Naslednje poglavje Ta čudovita, oddaljena sonca govori o zvezdah. Kaj so zvezde, kako nastanejo, kako živijo in umrejo, ali so vse enake, kako daleč so, so vprašanja, na katera avtor odgovarja jedrnato, a obenem razumljivo ter strokovno točno. Od zvezd nas poglavje Nezvezdniki odpelje naprej v vesolje in opiše zvezdne kopice, meglice in galaksije. Obširnejše podpoglavje Naša Galaksija nam predstavi tako zgodovino odkrivanja lastnosti Galaksije kot tudi povzetek sodobnih spoznanj, od središčne črne luknje, problema temne snovi do satelitskih galaksij in lokalne jate galaksij ter razumevanja njenega nastanka in razvoja. Sledi še nekaj zanimivosti o astronomskih katalogih, o tem zakaj ne moremo izdelati modela vesolja in kako daleč v vesolje lahko vidimo.

V drugem delu knjiga preide k praktičnemu delu – opazovanju z običajnim daljnogledom in odgovarja na vprašanja kaj, kje in kdaj opazovati. Po poglavju Zadnji napotki, ki razloži, kako se pripraviti na opazovanje, poiskati na nebu želeno nebesno telo ter kako brati zvezdno karto, se nam nebo „odpre“. Sledi namreč opis vseh ozvezdij, ki so vidna z naših geografskih širin. Na začetku vsakega opisa ozvezdja je oblikovno lepa in natančna osnovna zvezdna karta, ki ji sledi kratek opis najsvetlejših zvezd ter podrobnejši opis dvozvezdij, spremenljivk in nezvezdnih objektov, ki so vidni z daljnogledom 10 x 50. Če povem, da je v tem delu na dobrih 300 bogato ilustriranih straneh predstavljenih 69 ozvezdij in 241 zanimivih objektov, je jasno, da je pričujoča knjiga prava zakladnica za vse, od začetnika do že izkušenega amaterskega astronoma, učitelja, učenca, samouka ali/ in romantika.

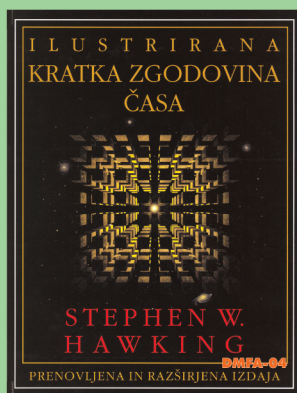
Da smo dobili v eni knjigi enkratni uvod v astronomijo in obenem bogat priročnik za opazovanje, je zares prijetno presenečenje. Knjigo toplo priporočam vsem, ki kadarkoli pogledate nočno nebo.

Izvirne iz knjige in druge informacije o knjigi najdete na spletnem naslovu www.e-spika.si. ☒

Knjige Stephena Hawkinga

V slovenskem prevodu je izšlo že več knjig profesorja Stephena W. Hawkinga, namenjenih širšemu krogu bralcev. Podrobnejše predstavitve posameznih del najdete na spodnjem internetnem naslovu in v preteklih številkah revije Presek.

ILUSTRIRANA KRATKA ZGODOVINA ČASA, Prenovljena in razširjena izdaja



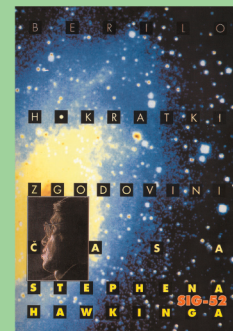
260 strani
veliko ilustracij
barvni tisk
format 19,6 × 25,5 cm
trda vezava
26,08 EUR
(6.249,81 SIT)

KRATKA ZGODOVINA ČASA

Prenovljena in razširjena ob deseti obletnici

192 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

12,52 EUR
(3.000,29 SIT)

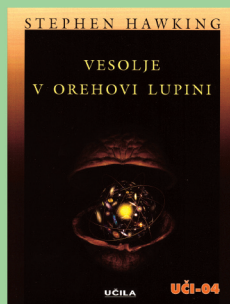
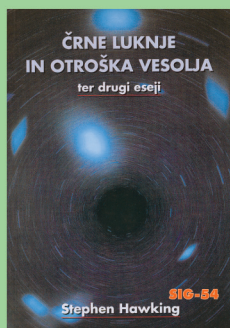


BERILO H KRATKI ZGODOVINI ČASA

152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
7,30 EUR (1.749,37 SIT)

ČRNE LUKNJE IN OTROŠKA VESOLJA ter drugi eseji

152 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava
10,43 EUR (2.499,45 SIT)

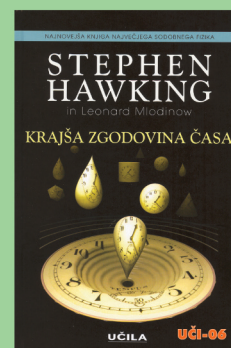
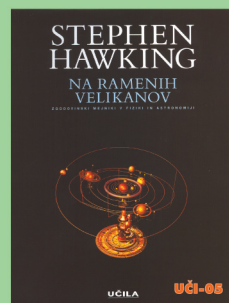


VESOLJE V OREHOVI LUPINI

224 strani
barvni tisk
format 19,5 × 25,5 cm
mehka vezava
20,82 EUR (4.989,30 SIT)

NA RAMENIH VELIKANOV

256 strani
barvni tisk
format 19,5 × 25,5 cm
trda vezava
29,17 EUR (6.990,30 SIT)



KRAJŠA ZGODOVINA ČASA

176 strani
barvni tisk
format 16 × 24 cm
trda vezava

24,80 EUR (5.943,07 SIT)

Vse Hawkingove knjige lahko naročite s popustom na naslovu:

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/hawking/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553 ali 4232 460.