5.

LETNIK 32 (2004/2005) ŠTEVILKA 5

PRESEK

matematika

fizika

računalništvo

astronomija

VERIŽNI EKSPERIMENT

DIGITALNI VIDEO

ŠTEVILSKA KRIŽANKA

LETO FIZIKE 2005

ISSN 0351-6652

9 770351 665258

Uvodnik

Pierre Simon Laplace
strani 8 do 9

Dragi bralci in bralke, tokratna številka Preseka prinaša dve nadaljevanji člankov iz prejšnje številke. To sta članek o linearnih preslikavah ravnine in nadaljevanje članka o LaTeXu, programu za oblikovanje matematičnih besedil.

Pri prvem prispevku vam priporočamo, da ob branju uporabljate tudi papir in svinčnik. Linearne preslikave v ravnini bodo zaživele veliko lepše, če si jih boste sami skicirali na papir. Pri drugem prispevku namesto papirja in svinčnika uporabite računalnik. V obeh prispevkih o LaTeXu je podanih že dovolj podatkov, da lahko poskusite oblikovati svoja prva besedila. Vendar pa bistvenega o LaTeXu, to je oblikovanje matematičnih izrazov, zaenkrat še ne vemo. O tem bo avtor pisal v prihodnji številki.

V fizikalnem delu vas vabimo, da si preberete zapisa o prvih dveh členih demo verižnega eksperimenta. Večina med vami sicer še ni voznikov, vseeno pa mislim, da je prispevek o vzporednem parkiranju lahko zelo zanimiv tudi za nevoznike.

V razvedrilnem delu Preseka boste tokrat, poleg običajne križanke, našli tudi zanimivo številsko križanko.

Prijetno branje in lepo pomlad vam želi

Maja Klavžar
odgovorna urednica Preseka

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 32, šolsko leto 2004/2005, številka 5

Kazalo

Uvodnik

- Nagovor odgovorne urednice ..... **stran 2**

1. Matematiko

- Linearne preslikave ravnine in 2×2 matrike (drugi del) ..... **stran 5–8**
- Pierre Simon Laplace – kemik ..... **stran 8–9**
- Z barvanjem hišk do formul za vsoto potenc ..... **stran 10–11**
- Poročila s tekmovanj ..... **stran 12–13**

2. Fiziko

- Vzporedno parkiranje ..... **stran 15–17**
- Verižni eksperiment ..... **stran 21–23**

3. Računalništvo

- Mala šola LaTeXa (drugi del) ..... **stran 25–27**
- Digitalni video ..... **stran 28–29, 33**

4. Astronomijo

- Mlada in stara Luna ..... **stran 31–33**

Razvedrilo

- Mala številska križanka ..... **stran 17**
- Križanka ..... **stran 18–19**

Tekmovanja

- Tekmovanja ..... **priloga**

DAN	DATUM	LUNARNE FAZE
To	1	
Sr	2	
Če	3	☾
Pe	4	
So	5	
Ne	6	
Po	7	
To	8	
Sr	9	
Če	10	☉
Pe	11	
So	12	
Ne	13	
Po	14	
To	15	
Sr	16	
Če	17	
Pe	18	
So	19	
Ne	20	
Po	21	
To	22	
Sr	23	
Če	24	
Pe	25	☺
So	26	
Ne	27	
Po	28	
To	29	
Sr	30	
Če	31	

☺ polna luna(ščip)
☾ zadnji krajec

Če	10	☉	Zmago

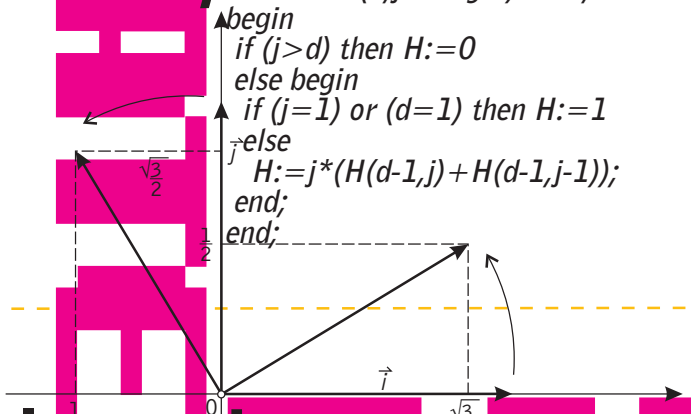
→D

pascalov trikotnik
binomski simbol
potence spremenljivke

prvi problem barvanja hišk
drugi problem barvanja hišk

φ

```
function H(d,j: integer): real;
begin
 if (j>d) then H:=0
 else begin
  if (j=1) or (d=1) then H:=1
  else
   H:=j*(H(d-1,j)+H(d-1,j-1));
 end;
end;
```



MATIKA

voda ni element

merjenje toplote

1

15

56

0

A B C D

1. Linearne preslikave ravnine in 2×2 matrike (drugi del)

Linearne preslikave in 2×2 matrike

Naj bo $A : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ linearna preslikava ravnine. Kot običajno označimo z $\vec{i}$ in $\vec{j}$ enotska vektorja na abscisni in ordinatni osi,

$$\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ in } \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Označimo koordinati vektorja $A\vec{i}$ z a_{11} in a_{21}, koordinati vektorja $A\vec{j}$ pa z a_{12} in a_{22}:

$$A\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \text{ in } A\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}.$$

Sedaj pa bomo pokazali, da je linearna preslikava A s temi štirimi števili že natančno določena. Res, če poznamo števila a_{11}, a_{12}, a_{21} in a_{22}, potem zlahka ugotovimo, kam transformacija A preslika poljuben vektor $\left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right]$. Spomnimo se, da je $\left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right] = x\vec{i} + y\vec{i}$. Sedaj pa upoštevajmo, da je $A(\vec{r}+\vec{s}) = A(\vec{r}) + A(\vec{s})$

$$A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A((x\vec{i}) + (y\vec{j})) = A(x\vec{i}) + (y\vec{j})$$

in nato še $A(t\vec{r}) = t(A\vec{r})$

$$A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = xA\vec{i} + yA\vec{j} = x\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix},$$

pa dobimo

$$A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix}.$$

Z matričnima stolpcema

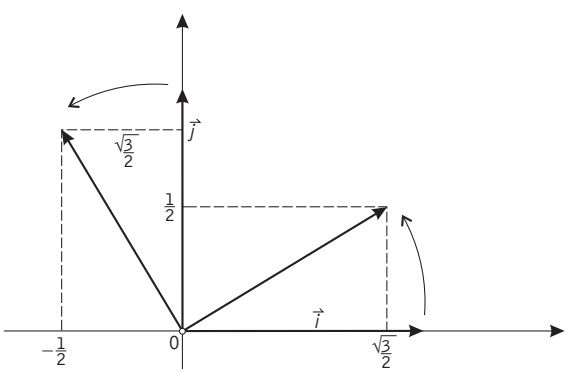
$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \text{ in } \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}$$

je torej linearna preslikava natančno določena. Zložimo ju v 2×2 matriko:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

Linearni preslikavi A smo priredili 2×2 matriko, in sicer tako, da smo v prvi stolpec postavili koordinati vektorja $A\vec{i}$, v drugi stolpec pa koordinati vektorja $A\vec{j}$.

Izračunajmo matriko, ki pripada rotaciji ravnine okoli izhodišča za kot 30° v pozitivni smeri. Ugotoviti moramo, kam ta transformacija preslika bazna vektorja $\vec{i}$ in $\vec{j}$. Pomagamo si s sliko:



Iz te razberemo, da je

$$R_{30^\circ}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{1}{2}\end{bmatrix} \text{ in } R_{30^\circ}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}.$$

Zato rotaciji ravnine okoli izhodišča za kot 30^0 v pozitivni smeri pripada matrika

$$\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix} \qquad (1)$$

Pri zasuku ravnine okoli izhodišča za pravi kot v negativni smeri se vektor $\vec{i}$ preslika v $-\vec{j}$, vektor $\vec{j}$ pa v vektor $\vec{i}$. Zato tej linearni transformaciji pripada matrika

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Prav tako je očitno, da se pri zrcaljenju ravnine preko simetrale drugega in četrtega kvadranta vektor $\vec{i}$ preslika v $-\vec{j}$, vektor $\vec{j}$ pa v $-\vec{i}$ in zato temu zrcaljenju pripada matrika

$$\begin{bmatrix}0 & -1\\-1 & 0\end{bmatrix}. \qquad (3)$$

In končno izračunajmo še matriko, ki pripada pravokotnemu projiciranju na premico $y=2x$. Vsaka premica, ki je pravokotna na $y=2x$, ima enačbo $y=-\frac{1}{2}x+n$. Iz tega snopa premic izberemo tisti dve, ki potekata skozi končni točki vektorjev $\vec{i}$ in $\vec{j}$. To sta $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ in $y=-\frac{1}{2}x+1$. Pri pravokotni projekciji na premico $y=2x$ se vektor $\vec{i}$ preslika v krajevni vektor presečišča premic $y=2x$ in $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$, torej v vektor

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{5}\\\frac{2}{5}\end{bmatrix},$$

vektor $\vec{j}$ pa v krajevni vektor presečišča premic $y=2x$ in $y=-\frac{1}{2}x+1$, torej v

$$\begin{bmatrix}\frac{2}{5}\\\frac{4}{5}\end{bmatrix}.$$

Zato tej projekciji pripada matrika

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\\\frac{2}{5} & \frac{4}{5}\end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Naj bo dana linearna transformacija $A:\mathcal{R}\to\mathcal{R}$. Tako kot zgoraj tej linearni transformaciji priredimo matriko

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}.$$

Potem že vemo, da linearna transformacija A preslika vektor $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ v vektor

$$\begin{bmatrix}a_{11}x+a_{12}y\\a_{21}x+a_{22}y\end{bmatrix}.$$

Zato bomo definirali produkt 2×2 matrike

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$$

in 2×1 matrike $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ s predpisom

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}x+a_{12}y\\a_{21}x+a_{22}y\end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Torej je produkt 2×2 matrike z 2×1 matriko matrika velikosti 2×1.

Kako si zapomnimo formulo, s katero smo definirali produkt 2×2 matrike in 2×1 matrike? Spomnimo se, kako skalarno množimo vektorje. Vektorja $\begin{bmatrix}u\\v\end{bmatrix}$ in $\begin{bmatrix}w\\z\end{bmatrix}$ skalarno zmnožimo tako, da najprej zmnožimo njuni prvi koordinati, nato pa zmnožimo še njuni drugi koordinati in dobljena produkta seštejemo: $uw+vz$. Sedaj opazimo, da v enakosti (5) prvo koordinato produkta $a_{11}x+a_{12}y$ dobimo tako, da prvo vrstico matrike

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$$

skalarno množimo z $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$, drugo koordinato produkta pa dobimo s skalarnim množenjem druge vrstice matrike

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$$

z matričnim stolpcem $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$.

Če torej linearni transformaciji priredimo matriko, potem se točka $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ s to linearno transformacijo preslika v točko, katere koordinati dobimo tako, da to matriko pomnožimo z matričnim stolpcem $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$. Za zgled izračunajmo pravokotno projekcijo točke $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ na premico $y=2x$. Tej projekciji pripada matrika

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\\\frac{2}{5} & \frac{4}{5}\end{bmatrix}$$

in zato se pri tej projekciji točka $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ preslika v

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\\\frac{2}{5} & \frac{4}{5}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{8}{5}\\\frac{16}{5}\end{bmatrix}.$$

Če za hip opustimo matrični zapis in se vrnemo k običajnemu zapisu, potem ugotovimo, da je pravokotna projekcija točke (2,3) na premico $y=2x$ točka (8/5, 16/5).

Množenje matrik

Sedaj pa podobno, kot smo definirali produkt 2×2 matrike in 2×1 matrike, definiramo produkt dveh 2×2 matrik. Produkt 2×2 matrik

$$M=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix} \text{ in } N=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}$$

je 2×2 matrika, v kateri je

- (1,1)-ti člen enak skalarnemu produktu prve vrstice matrike M s prvim stolpcem matrike N,
- (1,2)-ti člen enak skalarnemu produktu prve vrstice matrike M z drugim stolpcem matrike N,
- (2,1)-ti člen enak skalarnemu produktu druge vrstice matrike M s prvim stolpcem matrike N,
- (2,2)-ti člen enak skalarnemu produktu druge vrstice matrike M z drugim stolpcem matrike N.

Povedano na kratko, (i,j)-ti člen produkta MN je enak skalarnemu produktu i-te vrstice matrike M z j-tim stolpcem matrike N. Zapišimo to še s formulo

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}\\a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}\end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Dodajmo še dva zgleda:

$$\begin{bmatrix}2 & 3\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & 1\\5 & 7\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}2\cdot(-2)+3\cdot5 & 2\cdot1+3\cdot7\\(-1)\cdot(-2)+4\cdot5 & (-1)\cdot1+4\cdot7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11 & 23\\22 & 27\end{bmatrix}$$

in

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}.$$

V drugem zgledu zamenjajmo vrstni red faktorjev, pa dobimo

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ugotovili smo, da obstajata taki matriki S in T, da je $ST \neq TS$. Rečemo, da matrično množenje ni komutativno.

Ali ne bi bilo bolj naravno matrike množiti tako, da bi množili istoležne člene? Zakaj smo množenje definirali s precej bolj zapleteno formulo (6)? In povrh vsega je to množenje še nekomutativno!

Takoj bomo spoznali, da je zgornja izbira formule za produkt 2×2 matrik smiselna in »edina naravna«. Spomnimo se, da smo 2×2 matrike priredili linearnim transformacijam ravnine. Naj bosta dani dve linearni transformaciji ravnine $A,B:\mathcal{R}\to\mathcal{R}$. Če najprej vsak vektor v ravnini preslikamo s transformacijo A, nato pa tako dobljeni vektor transformiramo še z linearno preslikavo B, dobimo novo transformacijo ravnine, ki jo imenujemo produkt (kompozitum) transformacij B in A. Transformacija BA torej preslika vsak vektor $\vec{r}\in\mathcal{R}$ s predpisom

$$(BA)\vec{r}=B(A\vec{r}).$$

Hitro se je mogoče prepričati, da je produkt linearnih transformacij tudi linearna transformacija. V naslednjem koraku bomo pokazali, da če linearni transformaciji A pripada matrika

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

linearni transformaciji B pa matrika

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix},$$

potem linearni transformaciji BA pripada matrika

$$\begin{bmatrix} b_{11}a_{11}+b_{12}a_{21} & b_{11}a_{12}+b_{12}a_{22} \\ b_{21}a_{11}+b_{22}a_{21} & b_{21}a_{12}+b_{22}a_{22} \end{bmatrix}.$$

Torej produktu linearnih transformacij pripada produkt ustreznih matrik.

Za dokaz gornje trditve moramo pokazati, da BA slika vektor $\vec{i}$ v $(b_{11}a_{11}+b_{12}a_{21})\vec{i}+(b_{21}a_{11}+b_{22}a_{21})\vec{j}$, vektor $\vec{j}$ pa v $(b_{11}a_{12}+b_{12}a_{22})\vec{i}+(b_{21}a_{12}+b_{22}a_{22})\vec{j}$. Vemo, da je

$$A\vec{i}=\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \text{ in zato}$$

$$(BA)\vec{i}=B(A\vec{i})=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_{11}a_{11}+b_{12}a_{21} \\ b_{21}a_{11}+b_{22}a_{22} \end{bmatrix}.$$

Premislimo še, kam BA preslika vektor $\vec{j}$. Koordinati vektorja $A\vec{j}$ najdemo v drugem stolpcu matrike A. Potem pa koordinate vektorja $B(A\vec{j})$ dobimo tako, da pomnožimo matriko

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \text{ z } 2\times 1 \text{ matriko } \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}.$$

Torej prvo koordinato vektorja $(BA)\vec{j}$ dobimo tako, da prvo vrstico matrike, ki pripada linearni preslikavi B, skalarno pomnožimo z drugim stolpcem matrike, ki pripada linearni preslikavi A, drugo koordinato vektorja $(BA)\vec{j}$ pa tako, da drugo vrstico matrike, ki pripada linearni preslikavi B, skalarno pomnožimo z drugim stolpcem matrike, ki pripada linearni preslikavi A. To pa sta ravno člena v drugem stolpcu produkta matrik, ki pripadata linearnima transformacijama B in A.

Rešitev uvodnega problema

Spomnimo se začetne naloge. Ravnino najprej zavrtimo okoli izhodišča za kot 30° v pozitivni smeri, jo nato pravokotno projiciramo na premico $y=2x$, potem jo prezrcalimo čez simetralo drugega in četrtega kvadranta ter jo na koncu še zasukamo okoli izhodišča za pravi kot v negativni smeri. Kje konča točka (x,y), ko opravimo vse štiri opisane transformacije?

Najprej ravnino preslikamo s transformacijo, ki ji pripada matrika (1), nato pa s transformacijo, ki ji pripada matrika (4). Produktu teh dveh linearnih transformacij torej ustreza produkt matrik

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}+2}{10} & \frac{2\sqrt{3}-1}{10} \\ \frac{2\sqrt{3}+4}{10} & \frac{4\sqrt{3}-2}{10} \end{bmatrix}$$

(pri tem smo pazili na vrstni red matrik, saj množenje ni komutativno!). Da bi dobili matriko, ki pripada produktu vseh štirih linearnih transformacij v naši nalogi, moramo zgornjo matriko najprej pomnožiti na levi strani z matriko (3) in potem še z matriko (2). Računajmo:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}+2}{10} & \frac{2\sqrt{3}-1}{10} \\ \frac{2\sqrt{3}+4}{10} & \frac{4\sqrt{3}-2}{10} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{3}+4}{10} & -\frac{4\sqrt{3}-2}{10} \\ -\frac{\sqrt{3}+2}{10} & -\frac{2\sqrt{3}-1}{10} \end{bmatrix}$$

in še

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{3}+4}{10} & -\frac{4\sqrt{3}-2}{10} \\ -\frac{\sqrt{3}+2}{10} & -\frac{2\sqrt{3}-1}{10} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}+2}{10} & -\frac{2\sqrt{3}-1}{10} \\ \frac{2\sqrt{3}+4}{10} & \frac{4\sqrt{3}-2}{10} \end{bmatrix}.$$

Točko $\left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right]$ zaporedje naših štirih linearnih transformacij preslika v

$$\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}+2}{10} & -\frac{2\sqrt{3}-1}{10} \\ \frac{2\sqrt{3}+4}{10} & \frac{4\sqrt{3}-2}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}+2}{10}x-\frac{2\sqrt{3}-1}{10}y \\ \frac{2\sqrt{3}+4}{10}x+\frac{4\sqrt{3}-2}{10}y \end{bmatrix}.$$

Na koncu sestavka se ponovno vrnimo k običajnemu zapisu koordinat točk v ravnini. Ugotovili smo, da se potem, ko opravimo vse štiri transformacije, opisane v nalogi, točka (x,y) preslika v točko

$$\left(-\frac{\sqrt{3}+2}{10}x-\frac{2\sqrt{3}-1}{10}y,\frac{2\sqrt{3}+4}{10}x+\frac{4\sqrt{3}-2}{10}y\right).$$

Kako naprej?

Podobno kot ravninske bi lahko obravnavali tudi linearne transformacije trorazsežnega prostora. Ugotovili bi, da so zrcaljenja preko ravnin, ki vsebujejo izhodišče, projekcije na take ravnine, rotacije okoli osi, ki potekajo skozi izhodišče,... linearne preslikave. Vsaka taka linearna preslikava je natanko določena, ko poznamo slike baznih vektorjev $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$. Koordinate slik teh vektorjev postavimo v matriko, in sicer v prvi stolpec koordinate slike vektorja $\vec{i}$, v drugi stolpec koordinate slike vektorja $\vec{j}$ in v tretji stolpec koordinate slike vektorja $\vec{k}$. Tako linearni preslikavi priredimo 3×3 matriko. Označimo to matriko z M. Če hočemo izvedeti, kam se pri tej linearni transformaciji preslika točka (x,y,z), potem M pomnožimo z matričnim stolpcem

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Dobimo 3×1 matriko s koordinatami točke, v katero se preslika točka (x,y,z). Pri tem produkt 3×3 matrike M z matriko

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

definiramo podobno kot v dvodimenzionalnem primeru. Rezultat je 3×1 matrika, katere prvi člen je skalarni produkt prve vrstice matrike M s stolpcem

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

drugi člen je skalarni produkt druge vrstice matrike M s stolpcem

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

tretji člen pa je skalarni produkt tretje vrstice matrike M s stolpcem

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Produktu (kompozitumu) dveh linearnih transformacij pripada produkt matrik. Produkt dveh 3×3 matrik je 3×3 matrika. Njen (i,j)-ti člen dobimo s skalarnim množenjem i-te vrstice prve matrike in j-tega stolpca druge matrike. Linearne transformacije lahko tudi seštevamo in množimo z realnimi števili. Te operacije se na naraven način prenesejo na pripadajoče matrike.

Seveda pa lahko trorazsežni prostor linearno preslikamo tudi na ravnino. Na primer, prostor lahko pravokotno projiciramo na osnovno ravnino (xy), prostor lahko projiciramo na to ravnino v smeri kakšnega fiksnega neničelnega vektorja,... Tudi takim linearnim preslikavam priredimo matrike. Premislimo, kako bi to storili. Linearno preslikavo prostora v ravnino poznamo, če poznamo slike vektorjev $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$. Tako kot prej koordinate slik teh vektorjev postavimo v matriko, in sicer v prvi stolpec koordinati slike vektorja $\vec{i}$, v drugi stolpec koordinati slike vektorja $\vec{j}$ in v tretji stolpec koordinati slike vektorja $\vec{k}$. Tako linearni preslikavi priredimo matriko s tremi stolpci. Slika vektorja $\vec{i}$ leži na ravnini in ima zato dve koordinati. Isto velja za sliki vektorjev $\vec{j}$ in $\vec{k}$. Torej sta v vsakem stolpcu naše matrike dva člena in imamo zato opravka z 2×3 matriko.

Podobno linearni transformaciji iz ravnine v trorazsežni prostor priredimo 3×2 matriko.

Točke v ravnini ponavadi identificiramo z urejenimi pari njihovih koordinat. Vsakič, kadar zapišemo urejen par realnih števil (x,y), si mislimo, da gre za točko v ravnini in obratno, vsaki točki v mislih takoj priredimo urejen par njenih koordinat. Podobno točke v prostoru identificiramo z urejenimi trojicami njihovih koordinat. Sedaj pa lahko definiramo n-razsežen prostor kot množico vseh urejenih n-teric $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Potem pa je mogoče definirati linearne preslikave iz n-razsežnega prostora v m-razsežen prostor in vsaki taki linearni transformaciji prirediti $m\times n$ matriko.

Če je A linearna preslikava iz n-razsežnega prostora v m-razsežni prostor, B pa linearna preslikava iz m-razsežnega prostora v q-razsežni prostor, potem je BA linearna preslikava iz n-razsežnega prostora v q-razsežni prostor. Uganemo, da bo produktu linearnih preslikav ustrezal produkt ustreznih matrik. Torej lahko zmnožimo matriko velikosti $q\times m$ z matriko velikosti $m\times n$ in bo rezultat matrika velikosti $q\times n$. Seveda bo (i,j)-ti člen produkta skalarni produkt i-te vrstice prve matrike in j-tega stolpca druge matrike.

S tem pa smo zakoračili že kar globoko v linearno algebro. Nadaljevanje je še bolj zanimivo. Poleg končno razsežnih prostorov so v matematiki in njenih uporabah pomembni tudi neskončno razsežni prostori in linearne preslikave na njih...

Peter Šemrl

Pierre Simon Laplace – kemik

Pierre Simon Laplace je eden največjih francoskih znanstvenikov s konca 18. in začetka 19. stoletja. Rodil se je leta 1749 na severu Francije v vasi Beaumont-en-Auge v Normandiji. Umrl je leta 1827 v Parizu. V katerikoli enciklopediji ali knjigi zgodovine znanosti lahko preberemo, da je bil Laplace astronom, matematik, ponekod pa piše, da je bil tudi fizik. Seveda je vse to zares bil. Vendar se je Laplace v določenem obdobju svojega življenja ukvarjal tudi s kemijo in o tem govori ta članek.

Zavedajoč se svoje velike nadarjenosti je leta 1766 sedemnajstletni Laplace odšel v Pariz, kjer je ostal do konca svojega življenja. Kmalu se je proslavil s svojimi raziskovanji v matematični astronomiji. Eden njegovih prvih pomembnejših rezultatov je bil dokaz stabilnosti kroženja planetov okrog Sonca glede na majhne periodične vibracije. Že leta 1773 je postal (dopisni) član pariške akademije znanosti, za časa svojega življenja pa je prejel vsa možna priznanja, ki jih je tedaj lahko dobil znanstvenik v Franciji.

Njegova glavna dela se nanašajo na astronomijo in na verjetnosti račun. Leta 1796 je objavil astronomsko delo *Prikaz sistema sveta*, v katerem ni niti ene matematične formule, v obdobju med 1798 in 1825 pa v petih delih *Nebeška mehanika*, ki je vsebovala vsa astronomska vedenja tistega časa. Postavil je teorijo o nastanku Sončevega sistema, za katero danes vemo, da ni

Slika 1. Pierre Simon Laplace

Slika 2. Kalorimeter z ledom, ki sta ga uporabljala Laplace in Lavoisier

točna. Postavil je temelje teorije verjetnosti in objavil *Analitično teorijo verjetnosti* (prva izdaja 1812) ter *Splošno filozofijo teorije verjetnosti* (1814). Ena izmed verjetnostnih porazdelitev danes nosi njegovo ime, medtem ko Laplaceov izrek trdi, da v robnem primeru binomska porazdelitev prehaja v normalno porazdelitev. V matematiki poznamo še Laplaceovo transformacijo, Laplaceovo zaporedje, Laplaceov vektor, *Laplaceove integrale:*

$$\int_0^\infty \frac{\cos\beta x}{\alpha^2+x^2}dx = \frac{\pi}{2\alpha}e^{-\alpha\beta} \quad ;$$

$$\int_0^\infty \frac{x\sin\beta x}{\alpha^2+x^2}dx = \frac{\pi}{2}e^{-\alpha\beta} \quad ; \quad \alpha,\beta>0.$$

Omenimo še *Laplaceov operator*

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

ki ga fiziki pogosto imenujejo »*laplacian*«. Ta operator in *Laplaceova diferencialna enačba*

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$$

igrata pomembno vlogo v mehaniki in teoretični fiziki. Nekateri bralci Preseka verjetno poznajo splošno metodo za izračun determinante z razvojem po vrstici ali po stolpcu, na primer

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Tudi to metodo je odkril Laplace.

Voda ni element

V drugi polovici 18. stoletja so znanstveniki menili, da je voda element, torej snov, ki je ne moremo razstaviti na enostavnejše sestavine. To razumevanje je izviralo še od časa grškega modreca Talesa (okoli 600 pred našim štetjem). Ko je angleški kemik Cavendish leta 1781 pokazal, da voda nastane s kemijsko reakcijo med vodikom in kisikom, je to pojasnil tako, da pri tem flogiston[1] iz vodika prehaja v kisik. Po Cavendishovem mnenju je bila torej voda še vedno element, vodik pa združevanje vode in flogistona. Ko je francoski kemik Lavoisier[2] izvedel za Cavendishove eksperimente, jih je v sodelovanju z Laplaceom ponovno izvedel. Eksperiment je bil javno izveden 24. julija 1783 v prisotnosti francoskega kralja in mnogih uglednih akademikov. Za razliko od Cavendisha sta Lavoisier in Laplace menila, da voda ni kemijski element, temveč je sestavljen iz vodika in kisika. S tem sta porušila zablodo, ki je v znanosti vladala preko 2000 let, Lavoisier pa je zavrgel tudi tedaj vladajočo flogistonsko teorijo.

Merjenje toplote

Laplace in Lavoisier sta sodelovala tudi pri merjenju toplote. V tistem času so menili, da je toplota eden od elementov, ki pa nima teže. Ime tega elementa je bilo *kalorik*. Zastavljalo se je vprašanje, kako bi se lahko količina kalorika kvantitativno merila. (Glede na to, da nima teže, ni bilo moč uporabljati tehtnice.) Rešitev je ponudil Laplace, ki je skonstruiral prvi *kalorimeter*. Proces, ki se je preučeval v tej napravi, se je izvajal v žičnati košari nameščeni v posodi z zdrobljenim ledom. Zaradi sproščanja toplote se je led topil in pretvarjal v tekočo vodo, ki je tekla iz naprave, tako da so jo lahko stehtali. Na ta način je bila prvič izmerjena količina toplote.

Laplace in Lavoisier sta na ta način izmerila toplotne kapacitete mnogih spojin (privzemajoč, da je toplotna kapaciteta vode 1). Merila sta tudi toploto, ki se osvobaja v nekaterih kemijskih reakcijah: gorenje ogljika, žvepla, fosforja, izgorevanje smodnika. Izmerila sta celo toploto, ki jo pri dihanju izpušča morski prašiček. Vse te rezultate sta Lavoisier in Laplace leta 1783 sporočila francoski akademiji znanosti in jih leta 1784 tudi objavila.

Te raziskave predstavljajo začetek termokemije, in, v določenem smislu, tudi termodinamike.

Lavoisier-Laplaceov zakon

Ko sta Lavoisier in Laplace merila toploto kemijskih reakcij, sta odkrila za tisti čas revolucionarno zakonitost: Količina toplote, ki je potrebna, da se neka kemijska spojina razstavi na elemente, je enaka količini toplote, ki se sprosti, ko ta spojina nastane iz elementov. To je tako imenovani Lavoisier-Laplaceov zakon. Danes hitro opazimo, da je Lavoisier-Laplaceov zakon poseben primer zakona o ohranitvi energije, ki ga v tistem času seveda še niso poznali.

Vsa svoja kemijska raziskovanja je Laplace izvajal skupaj z Lavoisierjem. To se je dogajalo le nekaj let pred izbruhom francoske revolucije (leta 1789). Ko se je začela, so za znanstvenike v Franciji nastopili težki časi. Lavoisier je bil ujet in usmrčen leta 1794. Laplace se je bolje znašel in varno preživel revolucionarni metež. Kasneje je zavzemal visoke družbene položaje, tako v času Napoleona kot tudi v času obnovljenega cesarstva. Še naprej se je intenzivno ukvarjal z različnimi področji znanosti, vendar nikoli več s kemijo.

Ivan Gutman, Branislav Popović
prevedel *Sandi Klavžar*

1 Flogistonska teorija iz 18. stoletja je zagovarjala tezo, da naj bi iz gorečih snovi izhajala snov z negativno težo, imenovana flogiston (op. prevajalca).

2 Antoine Laurent Lavoisier (1743–1794) je eden največjih kemikov vseh časov, tvorec sodobne kemije. Življenje je izgubil v času francoske revolucije.

Z barvanjem hišk do formul za vsoto potenc

V zgodovini matematike so bile formule

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$$
$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}$$
$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4}$$

sprva namenjene izračunu ploščin ter prostornin, kasneje pa so jih uporabljali za razvoj pravil za integracijo polinomov.

Dokazovanje formul za vsote oblike $1^d+2^d+\cdots+n^d$, kjer je d naravno število, ponavadi temelji na indukciji, vendar si s to metodo ne moramo pomagati pri iskanju pravila, ki ga dejansko potrebujemo. Ena izmed metod za iskanje teh formul izhaja iz Kitajske ter Indije. Poznali so jo že arabski matematiki v Bagdadu in Kairu med leti 1200 in 1400. Temeljila je na lastnostih binomskih koeficientov v Pascalovem trikotniku.

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc}
 & & & & & & & & 1 & & & & & & & & \\
 & & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & & \\
 & & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & \mathbf{1} & & & & \\
 & & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & \mathbf{5} & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & \mathbf{15} & & 6 & & 1 & & \\
 & 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & \mathbf{35} & & 21 & & 7 & & 1 & \\
1 & & 8 & & 28 & & 56 & & 70 & & \mathbf{56} & & 28 & & 8 & & 1
\end{array}$$

Če zapišemo Pascalov trikotnik, opazimo, da velja $1+5+15+35=56$. To daje slutiti na

$$\binom{d}{d}+\binom{d+1}{d}+\binom{d+2}{d}+\cdots+\binom{n}{d}=\binom{n+1}{d+1}. \qquad (1)$$

Ker binomski simbol $\binom{n}{d}$ pomeni tudi število podmnožic z d elementi v množici z n elementi, lahko definiramo $\binom{n}{d}=0$ za $d>n$. Tako lahko vsoto (1) zapišemo tudi kot

$$\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{d}=\binom{n+1}{d+1}, \qquad (2)$$

kar lahko zlahka dokažemo z indukcijo po n. Vsak binomski koeficient $\binom{x}{d}$ je polinom spremenljivke x stopnje d, recimo

$$\binom{x}{1}=x,$$
$$\binom{x}{2}=\frac{x(x-1)}{2}=\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2},$$
$$\binom{x}{3}=\frac{x(x-1)(x-2)}{6}=\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{3},$$
$$\binom{x}{4}=\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{24}=$$
$$=\frac{x^4}{24}-\frac{x^3}{4}+\frac{11x^2}{24}-\frac{x}{4}.$$

Izrazimo potence spremenljivke x s pomočjo binomskih koeficientov. Tako je

$$x=\binom{x}{1}$$
$$x^2=2\binom{x}{2}+\binom{x}{1}$$
$$x^3=6\binom{x}{3}+6\binom{x}{2}+\binom{x}{1}.$$

Če zgornje enakosti povežemo z (2), dobimo

$$\sum_{x=1}^{n}x=\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{1}=\binom{n+1}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{x=1}^{n}x^2=\sum_{x=1}^{n}\left(2\binom{x}{2}+\binom{x}{1}\right)=2\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{2}+\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{1}$$
$$=2\binom{n+1}{3}+\binom{n+1}{2} \qquad (4)$$

$$\sum_{x=1}^{n}x^3=\sum_{x=1}^{n}\left(6\binom{x}{3}+6\binom{x}{2}+\binom{x}{1}\right)=$$
$$=6\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{3}+6\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{2}+\sum_{x=1}^{n}\binom{x}{1}=$$
$$=6\binom{n+1}{4}+6\binom{n+1}{3}+\binom{n+1}{2}. \qquad (5)$$

Obstoj formule za

$$\sum_{x=1}^{n}x^d$$

sledi iz dejstva, da so $\binom{x}{0}, \binom{x}{1},\ldots, \binom{x}{d}$ polinomi različne stopnje, zato tvorijo bazo prostora polinomov stopnje $\leq d$. Kaže, da se splošni rezultat izraža z binomskimi simboli v obliki

$$\sum_{x=1}^{n}x^d=a_{d,d}\binom{n+1}{d+1}+a_{d,d-1}\binom{n+1}{d}+\cdots$$
$$+a_{d,1}\binom{n+1}{2}. \qquad (6)$$

Poskusimo dokazati splošni rezultat. Povezavo med koeficienti $a_{d,j}$, kjer sta $d,j\in\mathbb{N}$, poiščimo s pomočjo kombinatoričnega razmisleka v navidez popolnoma drugačnih nalogah.

1 Posamezna hiška se pobarva le z eno barvo

2 Števila $H(d,j)$ so bolj znana kot števila barvanja hiške, angl. »house-painting numbers«

- **Prvi problem barvanja hišk.**
  Na koliko načinov lahko pobarvamo d hišk z *natanko* j barvami[1] ?

Označimo s $H(d,j)$, kjer sta d in j naravni števili, število barvanj d hišk z natanko j barvami.[2] Očitno je $H(d,j)=0$, če je $j>d$. V primeru, da imamo d hišk in eno barvo, pobarvamo vse hiške z enako barvo; torej je $H(d,1)=1$ za vsak $d\in\mathbb{N}$. Če imamo enako število hišk in in barv, gre dejansko za število vseh bijektivnih preslikav med dvema množicama. Vseh bijektivnih preslikav med končnima množicama z močjo d je $d!$, velja $H(d,d)=d!$. V splošnem imamo na voljo d hišk. Izberemo eno in jo pobarvamo z eno od j barv. Ostane nam $d-1$ hišk. Izbrano barvo lahko uporabimo naprej ali pa ne, kar lahko zapišemo z rekurzivno zvezo

$$H(d,j)=j(H(d-1,j)+H(d-1,j-1)).$$

Če nekaj vrednosti $H(d,j)$ zapišemo v tabeli, hitro ugotovimo, da so se že pojavile v razvoju vsote potenc x^d za $d\in\{1,2,3,4\}$.

$d\backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	1					
2	1	2				
3	1	6	6			
4	1	14	36	24		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Z drugačnim razmislekom pokažimo pomen števil barvanja hišk $H(d,j)$ in veljavnost v (6).

- **Drugi problem barvanja hišk.**
  Na koliko načinov lahko pobarvamo d hišk, če želimo uporabiti *največ* j barv?

Če imamo na voljo več barv, kot je hišk, lahko uporabimo največ d barv. Če pobarvamo d hišk z natanko eno barvo, izberemo eno barvo izmed j barv, nakar pobarvamo d hišk z natanko eno barvo. Število načinov je $\binom{j}{1}\cdot H(d,1)$. Na podoben način ugotovimo število vse možnih barvanj z dvema barvama, ki ju izberemo izmed j barv. Teh je $\binom{j}{2}\cdot H(d,2)$. Tako pridemo do vseh možnosti, ki jih strnemo v

$$\binom{j}{d}H(d,d)+\binom{j}{d-1}H(d,d-1)+\binom{j}{1}H(d,1). \tag{7}$$

Na vsoto (7) pa lahko pogledamo tudi drugače. Označimo množico barv $B=\{b_1,b_2,\ldots,b_j\}$. Na koliko načinov lahko iz znakov iz množice B sestavimo niz dolžine d, kjer je ponavljanje znakov dovoljeno? Gre za število variacij s ponavljanjem j elementov reda d, vseh je torej j^d. Zato je

$$j^d=\binom{j}{d}H(d,d)+\binom{j}{d-1}H(d,d-1)+\cdots+\binom{j}{1}H(d,1).$$

Ko uporabimo zgornjo enakost za izračun vsote in upoštevamo še (2), dobimo željeno zvezo

$$\begin{aligned}\sum_{x=1}^{n}x^d&=\sum_{x=1}^{n}H(d,d)\binom{x}{d}+\sum_{x=1}^{n}H(d,d-1)\binom{x}{d-1}+\cdots\\&\quad+\sum_{x=1}^{n}H(d,1)\binom{x}{1}\\&=H(d,d)\binom{n+1}{d+1}+H(d,d-1)\binom{n+1}{d}+\\&\quad+\cdots+H(d,1)\binom{n+1}{2}\end{aligned}$$

Naloge

1. Na koliko načinov lahko pobarvamo šest hišk z natanko štirimi barvami?

2. Na koliko načinov lahko pobarvamo šest hišk z največ štirimi barvami?

3. Zapiši formulo za $1^5+2^5+\cdots+n^5$ s pomočjo binomskih koeficientov.

Vir

- http://www.macalester.edu/~bressoud/talks/APNC2004/FTC.pdf

Prevedel in priredil *Matej Mlakar*

Rešitve

1. Vsak koeficient $H(d,j)$ izračunamo s pomočjo tabele. Če upoštevamo rekurzivno zvezo $H(d,j)=j(H(d-1,j)+H(d-1,j-1))$, dobimo določeni koeficient tako, da izračunamo vsoto koeficientov, ki je v istem stolpcu prejšnje vrstice, ter koeficienta, ki je v prejšnji vrstici levo od njega. Dobljeno vsoto pomnožimo s številko stolpca. Tako je

$$H(6,4)=4(H(5,4)+H(5,3))=4(150+240)=1560.$$

Opomba. Slabost tega načina je, da moramo dopolniti tabelo do vključno pete vrstice. To pa že kliče po zapisu računalniškega algoritma, ki bi generiral $H(d,j)$. Oglejmo si primer funkcijskega podprograma v pascalu.

```
function H(d,j: integer): real;
begin
  if (j>d) then H:=0
  else begin
    if (j=1) or (d=1) then H:=1
    else
      H:=j*(H(d-1,j)+H(d-1,j-1));
  end;
end;
```

2. Rezultat dobimo lahko na dva načina, saj velja

$$4^6=\underbrace{\binom{4}{6}H(6,6)}_{=0}+\underbrace{\binom{4}{5}H(6,5)}_{=0}+\binom{4}{4}H(6,4)+\cdots+\binom{4}{1}H(6,1)=4096.$$

3. S pomočjo končnega rezultata pridemo do zveze

$$\begin{aligned}\sum_{x=1}^{n}x^5&=\sum_{x=1}^{5}H(6,6)\binom{x}{5}+\sum_{x=1}^{n}H(5,4)\binom{x}{4}+\cdots\\&\quad+\sum_{x=1}^{n}H(5,1)\binom{x}{1}\\&=H(5,5)\binom{n+1}{6}+H(5,4)\binom{n+1}{5}+\cdots\\&\quad+H(5,1)\binom{n+1}{2}.\end{aligned}$$

Če bi zadnjo vrstico poenostavljali še naprej, bi dobili eksplicitno formulo

$$\sum_{x=1}^{n}x^5=\frac{n^6}{6}-\frac{3}{2}n^5+\frac{245}{12}n^4-30n^3-\frac{241}{12}n^2+32n.$$

Poročilo s tekmovanj

4. tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike – tekmovanje B

V šolskem letu 2003/2004 smo izvedli 4. tekmovanje dijakov ter dijakinj srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike, tekmovanje B. Tekmovanja se lahko udeležijo vsi dijaki in dijakinje štiriletnih programov, ki ne obiskujejo gimnazijskega programa. Opažamo, da to tekmovanje dosega vedno večje zanimanje, kar je bil tudi cilj; udeležba na tekmovanju je torej dodatna pozitivna – prijetna motivacija za dijake in dijakinje srednjih tehniških, strokovnih šol.

Ravni tekmovanja

Tekmovanje poteka na treh ravneh:
- šolski (Evropski matematični kenguru)
- regijski (tekmovanje je organizirano v osmih centrih)
- državni.

Oblike oziroma vrste nalog

Naloge na šolskem tekmovanju so izbirnega tipa, na regijskem so naloge izbirnega tipa in kompleksne naloge, na državnem tekmovanju pa je pet kompleksnih nalog. Naloge za vse ravni tekmovanja pripravi državna tekmovalna komisija.

Izvedba 4. tekmovanja

Šolsko tekmovanje
Izpeljano je bilo v četrtek 18. marca 2004, udeležilo se ga je 3986 dijakov. Na tem nivoju je bilo podeljenih 1250 bronastih priznanj.

Regijsko tekmovanje
1133 tekmovalcev je tekmovanje nadaljevalo na regijskem tekmovanju, ki je bilo organizirano 31. marca 2004 v regijskih centrih.

Na regijskem tekmovanju je bilo podeljenih 389 srebrnih priznanj.

Državno tekmovanje
17. aprila 2004 smo izvedli 4. državno tekmovanje, ki je bilo na Srednji elektro – računalniški šoli v Mariboru. Državnega tekmovanja se je udeležilo 175 tekmovalcev iz srednjih tehniških in strokovnih šol iz vse Slovenije. Državna tekmovalna komisija je podelila 65 zlatih priznanj. Najboljšim tekmovalcem v posamezni tekmovalni kategoriji smo na svečani podelitvi v Celju 20. maja 2004 podelili nagrade.

Podelili smo 20 nagrad.

2.

3.

1.

Prvo nagrado so prejeli:

1. letnik
- Aljoša Bedič, SŠ Jesenice

2. letnik
- Lucijan Korošec, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

3. letnik
- Jasna Tofant, ŠC Celje – Poklicna in tehniška elektro in kemijska šola

4. letnik
- Milan Sintič, SŠ Krško;
- Goran Stojakovič, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola;
- Urban Tanjšek, ŠC Celje – Poklicna in tehniška strojna šola;
- David Zakojnšek, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

Regija	Gostitelj tekmovanja
Celjska regija	ŠŠ Muta
Dolenjska regija	ŠC Novo mesto – Pokl. in tehn. elektro šola
Gorenjska regija	Ekonomska šola Kranj – Strokovna gimnazija
Ljubljanska regija 0	SŠ Domžale
Ljubljanska regija 1	SŠ za farmacijo, kozmetiko in zdravstvo Ljubljana
Mariborska regija	Lesarska šola, Maribor
Pomurska regija	Srednja zdravstvena šola Murska Sobota
Primorska regija	Srednja gostinska in turistična šola Izola

Drugo nagrado so prejeli:

1. letnik
- Diana Lipovčić, Srednja ekonomska šola Celje;
- Gregor Ožbolt, Gimnazija Kočevje;
- Borut Srčnik, ŠC Celje – Poklicna in tehniška strojna šola

2. letnik
- Blaž Tomažič, SŠ za elektrotehniko in računalništvo Ljubljana

3. letnik
- David Kapun, Srednja elektro – računalniška šola, Maribor;
- Peter Kaučevič, ŠC Ptuj – Poklicna in tehniška elektro šola;
- Domen Močnik, Ekonomska šola, Novo mesto

4. letnik
- Mirjana Zver, Ekonomska šola Murska Sobota

Tretjo nagrado so prejeli:

2. letnik
- Tomislav Pajić, SŠ Novo mesto – Srednja zdravstvena in kemijska šola;
- Denis Stražar, ŠC Celje – Poklicna in tehniška elektro in kemijska šola

4. letnik
- Mateja Novinić, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška gradbena šola;
- Bernarda Zorič, Ekonomska šola Novo mesto
- Manca Košorog, Gimnazija Kočevje

Letošnjega tekmovanja se je udeležilo več dijakov kot lanskega. Takega zanimanja smo zelo veseli.

K dobri organizaciji in izvedbi tekmovanj pripomorejo vsi profesorji – mentorji, organizatorji regijskih tekmovanj, državnega tekmovanja ter seveda ravnatelji, ki omogočijo gostiteljstvo. Ob tej priložnosti se vsem, najlepše zahvaljujemo in jih vabimo k nadaljnemu sodelovanju. Prav tako vabimo k sodelovanju nove organizatorje.

Poročilo zapisala *Darinka Žižek*, vodja tekmovanja.

4. tekmovanje dijakov ter dijakinj srednjih poklicnih šol v znanju matematike

Na šolskem tekmovanju je letos tekmovalo 1611 tekmovalcev.

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Srednja elektro-računalniška šola v Mariboru in Zavod RS za šolstvo so bili 17. 4. 2004 organizatorji državnega tekmovanja v znanju matematike za 59 najboljših dijakinj in dijakov srednjih poklicnih šol iz 35-ih slovenskih poklicnih šol. Med njimi je bilo podeljenih devetnajst zlatih priznanj, ki so pristala na šestnajstih različnih šolah. Na svečani podelitvi je organizator prvim trem najbolje uvrščenim iz vsakega letnika podelil priznanja in praktične nagrade. Prejeli so jih:

1.

Prvo nagrado so prejeli:

1. letnik
- Leon Ferencek, Srednja gradbena, geodetska in ekonomska šola Ljubljana – Srednja poklicna šola

2. letnik
- Nataša Regent, Srednja frizerska šola Ljubljana

3. letnik
- Daniel Kaučič, Srednja elektro-računalniška šola Maribor

2.

Drugo nagrado so prejeli:

1. letnik
- Janko Aubreht, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška strojna šola

2. letnik
- Mitja Gašperlin, Srednja lesarska šola Škofja Loka

3. letnik
- Jernej Kerec, Lesarska šola Maribor

3.

Tretjo nagrado so prejeli:

1. letnik
- Sonja Pogačič, Srednja trgovska šola Maribor

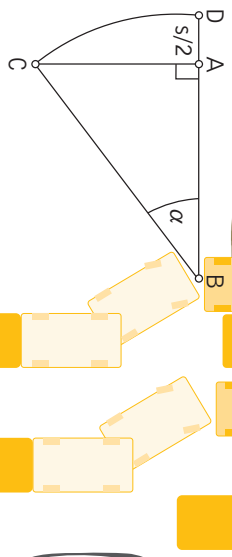
2. letnik
- Uroš Pintar, Srednja gozdarska in lesarska šola Postojna

3. letnik
- Samir Rizvić, SŠ tehniških strok Šiška, Ljubljana

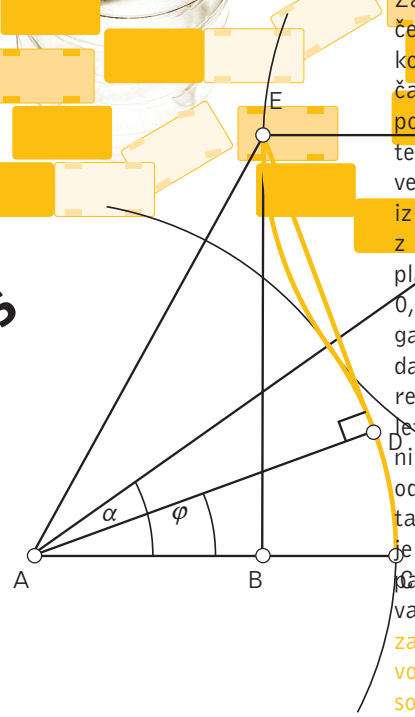
Podatke je zbrala *Dušanka Vrenčur*.

Nekateri sodobni avtomobili imajo že vgrajen sistem, ki na ta način parkira avto namesto nas. Sistem ni ravno poceni, saj je poleg senzorja, ki meri razdalje do ovir vstran od vozila, potreben tudi avtomatski prestavni sistem in sistem prostoročnega krmiljenja vozila.

Razdalja AD ustreza polovici želenega premika vstran in tako je AB$=R-s/2$. Kosinus kota α je podan s kvocientom AB/BC. Ker je BC$=R$, sledi zgoraj napisani izraz za kot.



$$\cos\alpha = \frac{2R-s}{2R}$$



Svetovno Leto FIZIKE 2005

Začetek tega eksperimenta je začetek celotne demo verige. Izbrano količino vode vlijemo v Tantalovo čašo, ki se do določene višine polni, potem pa kar naenkrat vsa voda odteče iz nje (zakaj se to zgodi, si obvezno preberi v nadaljevanju). Voda iz čaše odteka v plastenko A, ki je z vrvico preko škripca povezana s plastenko B, v kateri je približno 0,5 litra vode – sistem Atwoodovega padala. Kot zanimivost naj dodam podatek iz Guinnessove knjige rekordov, da je anglež Russ Swift leta 1999 parkiral minija v parkirni prostor, ki je bil le 33 cm daljši od avtomobila. Seveda ni parkiral tako, kot je zgoraj opisano, ampak je pod topim kotom pripeljal proti parkirnemu prostoru in se zavihtel vanj tako, da je ob pravem trenutku zategnil ročno zavoro.

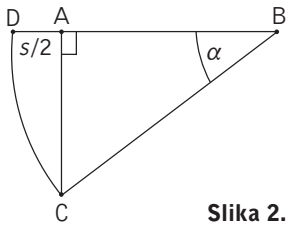
Kot zanimivost naj dodam podatek iz Guinnessove knjige rekordov, da je anglež Russ Swift leta 1999 parkiral minija v parkirni prostor, ki je bil le 33 cm daljši od avtomobila. Seveda ni parkiral tako, kot je zgoraj opisano, ampak je pod topim kotom pripeljal proti parkirnemu prostoru in se zavihtel vanj tako, da je ob pravem trenutku zategnil ročno zavoro.

kot adiabatno. Za takšno spremembo pa velja $p_0 V_0^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa}$ ali v drugi obliki $T_0 V_0^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}$.

$$\cos\alpha = \frac{2R-s}{2R}$$

FIZIKA

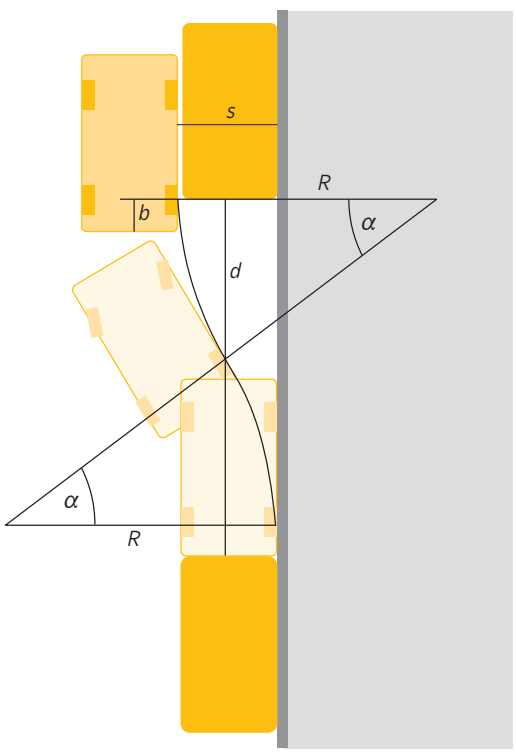
2. Vzporedno parkiranje



Slika 2.

Kako parkirati med dva avtomobila, med katerima je parkirni prostor z dolžino d? V avtošoli učijo vzporedno parkiranje, ki pa je za marsikoga težavno. Postopek teče tako, da se z vozilom ustavimo vzporedno s prednjim avtomobilom, tako da se zadnje kolo poravna s koncem prednjega avtomobila. Pri tem smo s od roba ceste. Če parkiramo ob desni rob ceste, zavrtimo volan do konca v desno in se zapeljemo, tako da zadnja kolesa opišejo lok s središčnim kotom α po krožnici s krivinskim radijem R. Pri tem zadnje kolo prepolovi razdaljo do pločnika. Na tem mestu obrnemo volan do konca v levo in nadaljujemo vožnjo, dokler nismo vzporedno s pločnikom. Vozilo nato še premaknemo naravnost naprej za toliko, kot je potrebno, in avto je parkiran. Vzvratni del poti vozila je prikazan na sliki 1. Da lahko parkiramo na ta način, mora biti prostor med voziloma dolg najmanj $d=\sqrt{4Rs-s^2}+b$. Kot, pri katerem zasukamo volan, pa je podan s $\cos\alpha=\frac{2R-s}{2R}$. Ti zvezi dobimo iz pravokotnega trikotnika ABC na sliki 2. Slika prikazuje krožni izsek za prvi del vzvratne vožnje. B je središče rajdnega kroga, v točki D je vozilo na začetku, v točki C pa volan zavrtimo v levo. Razdalja AD ustreza polovici želenega premika vstran in tako je $AB=R-s/2$. Kosinus kota α je podan s kvocientom AB/BC. Ker je $BC=R$, sledi zgoraj napisani izraz za kot. Podvojeni razdalji AC je potrebno dodati dolžino od zadka avtomobila do zadnje osi b, da dobimo potrebno dolžino parkirnega mesta; dolžina AC pa sledi iz Pitagorovega izreka za trikotnik ABC: $AC^2=BC^2-AB^2$.

Slika 1.



Vidimo, da sta potrebna dolžina parkirnega prostora in kot, pri katerem obrnemo volan, odvisna od tehničnih lastnosti avtomobila: širine s in polmera R rajdnega kroga, ki ga avto lahko naredi.

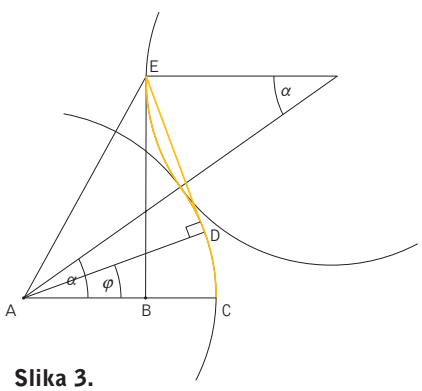
Nekateri sodobni avtomobili imajo že vgrajen sistem, ki na ta način parkira avto namesto nas. Sistem ni ravno poceni, saj je poleg senzorja, ki meri razdalje do ovir vstran od vozila, potreben tudi avtomatski prestavni sistem in sistem prostoročnega krmiljenja vozila. Postopek avtomatskega parkiranja poteka tako, da se peljemo vzporedno s parkiranimi vozili mimo mesta, na katerem želimo parkirati. Pri tem senzor pomeri

globino in dolžino parkirnega mesta. Če je prostor ustrezen, spustimo volan in avtomobil avtomatsko odpelje nazaj ter pravočasno zavrti volan, najprej v desno in nato še v levo. Ko je vozilo parkirano, se avto ustavi.

Za tipičen avtomobil je s okoli 1,8 m, R pa 5 m. S temi podatki sledi, da je potrebno zaviti pri kotu 35°. Parkirni prostor mora biti dolg vsaj 5,7 m. Dodati je potrebno razdaljo od zadnje osi do zadka vozila.

Pri vzporednem parkiranju je potrebno paziti, da, potem ko odvijemo volan v levo, z nosom ne trčimo v prednje vozilo. Kolikšna je lahko največja dolžina vozila (pravzaprav razdalja od zadnje osi do prednjega odbijača), da pri vzporednem parkiranju ne trčimo v prednji avto?

Parkirno mesto, v katerega lahko parkiramo brez drsenja ali cincanja, pa je lahko še malo krajše, če le zapeljemo vanj pod kotom in je dolžina avtomobila od nosu do zadnje osi (označimo jo z a) dovolj majhna. Dolžina takega parkirnega mesta je dana z $d=\sqrt{a^2+2Rs-s^2}+b$. V parkirišče zapeljemo tako, da je v trenutku, ko je zadnje desno kolo našega avtomobila tik ob levem zadnjem vogalu pred nami parkiranega avtomobila, kot med avtomobiloma podan s $\cos\varphi=\frac{R^2+a\sqrt{a^2+2Rs-s^2}-Rs}{R^2+a^2}$. Seveda tem enačbam ne smete verjeti, ampak jih izpeljite. Iz enačb sledi logična napoved, da manjši avto lahko parkiramo na manjšem prostoru.



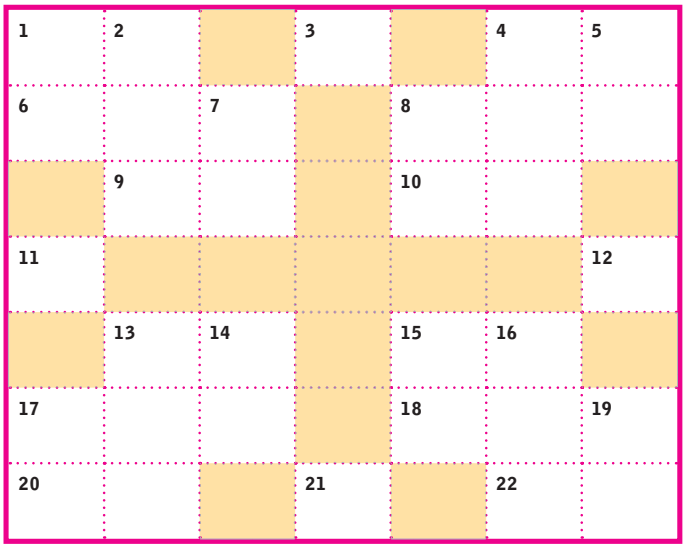
Slika 3.

Kot zanimivost naj dodam podatek iz Guinnessove knjige rekordov, da je anglež Russ Swift leta 1999 parkiral minija v parkirni prostor, ki je bil le 33 cm daljši od avtomobila. Seveda ni parkiral tako, kot je zgoraj opisano, ampak je pod topim kotom pripeljal proti parkirnemu prostoru in se zavihtel vanj tako, da je ob pravem trenutku zategnil ročno zavoro.

Odgovor. Vprašanje največje dolžine avtomobila je ekvivalentno čisto geometrijskemu problemu, predstavljenem na sliki 3: Kolikšna je dolžina tetive, ki povezuje točki E in D, ki ležita na obodih prislonjenih krogov? Tetiva ima začetek v točki E, v točki D pa je tangenta na nižji krog. Dolžino DE dobimo s Pitagorovim izrekom za pravokotni trikotnik ADE: $DE^2=AE^2-AD^2$. Dolžina stranice AD je enaka polmeru kroga R, dolžino stranice AE pa dobimo s Pitagorovim izrekom za pravokotni trikotnik ABE. Stranica AB je za s krajša od daljice AC, ki pa je dolga toliko kot polmer kroga R: $AB=R-s$. Stranica EB je dvakrat daljša od daljice AC na sliki 1: $EB^2=4sR-s^2$. Dolžina daljice AE je torej $AE=\sqrt{R(R+2s)}$, dolžina tetive DE pa $\sqrt{2Rs}$. Iz prejšnjih podatkov sledi, da mora biti avto, od nosu do zadnje osi, krajši od 4,3 m, da lahko z njim parkiramo na opisani način.

Dolžino najkrajšega parkirišča dobimo, če razmislek obrnemo: že parkiran avto, ki se z zadkom skoraj dotika vozila za njim, odpeljemo s parkirišča tako, da volan do konca zasukamo v levo in odpeljemo. Pri tem mora desni prednji vogal

Mala številska križanka



ravno še zgrešiti levi zadnji vogal vozila pred nami. Tudi pri tem računu nam koristi zgornja skica. Dolžino tetive DE označimo z a (to ustreza dolžini vozila od nosu do zadnje osi). Dolžina daljice BC je ravno tako predpisana: s. Radi bi izračunali dolžino daljice BE, ki ustreza dolžini parkirnega mesta d, skrajšani za dolžino zadka avtomobila b. Iz pravokotnega trikotnika ABE izvedemo: $BE^2 = AE^2 - AB^2$. Iz trikotnika ADE vidimo, da je $AE^2 = R^2 + a^2$, AB pa je enak $R - s$. Od tu sledi rezultat, ki smo ga že zapisali. Kot, za katerega se zasuka naš avto, dobimo iz dveh enačb. Prvo enačbo dobimo tako, da širino $s = BC$ zapišemo kot vsoto projekcije daljice ED na nosilko daljice BC in od daljice AC odšteto projekcijo daljice AD na nosilko daljice BC: $s = a\sin\varphi + R(1 - \cos\varphi)$. Drugo enačbo dobimo tako, da dolžino daljice BE zapišemo kot vsoto dolžin projekcij daljice AD in daljice DE na navpičnico $BE = R\sin\varphi + a\cos\varphi$. Pri tem upoštevamo, da je tudi kot $BED = \varphi$. Iz ene enačbe izrazimo sinus kota, ga vstavimo v drugo enačbo in preuredimo, da dobimo zapisani izraz.

Če vzporedno parkiramo avto, ki je brez zadka dolg 4 m, bomo potrebovali 18 cm več prostora kot pri parkiranju pod kotom. Računali smo z $R = 5$ m in $s = 1{,}8$ m.

Aleš Mohorič

Vodoravno

1. Najmanjše naravno število, ki ima štiri prave delitelje.
3. Število simetral pravilnega osemkotnika.
4. Praštevilo.
6. Zapis števila $300_{(6)}$ v desetiškem sistemu.
8. Praštevilo.
9. Trikotniško število.
10. Popolni kvadrat.
11. Najmanjše možno število stranic pravilnega večkotnika, ki ima stranico krajšo od polmera očrtane krožnice.
12. Najmanjše pozitivno sestavljeno število.
13. Število kotnih stopinj zemljepisne širine, ki ustreza enourni časovni razliki.
15. Število elementov množice $A \cap B$, če je $A = \{1,2,3,\ldots,80\}$ in $B = \{$večkratniki števila 6, ki so manjši od 1000$\}$.
17. Notranji kot v pravilnem desetkotniku.
18. Večkratnik števila 11.
20. Število petin v petih enotah.
21. Število pravilnih poliedrov.
22. Praštevilo.

Navpično

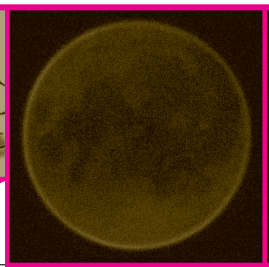
1. Število praštevil med 1 in 35.
2. Sodo število.
3. Kub naravnega števila.
4. Število s samimi enakimi števkami.
5. Praštevilo.
7. Popolni kvadrat.
8. Število, ki je popolni kvadrat in popolni kub.
11. Osnova številskega sistema, v katerem velja 35 – 16 = 16.
12. Število tetraedrovih mejnih ploskev.
13. Število, ki je enako vsoti fakultet svojih števk.
14. Število $64_{(10)}$, zapisano v številskem sistemu z osnovo 12.
15. Število robov oktaedra.
16. Potenca, katere osnova je število pod 11. vodoravno.
17. Ducat.
19. Kub naravnega števila.
21. Ocena, ki vam pripada, če ste križanko pravilno rešili.

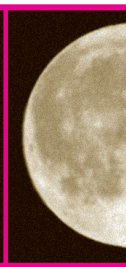
Marija Vencelj

http://zaloznistvo.dmfa.si/presek/

Križanka

SIN IZ PREJŠNJEGA ZAKONA
MESTO V SEVERNI ŠPANIJI, SREDIŠČE ASTURIJE
SKLADBA ZA ZBOR IN ORKESTER
IGRALKA TKAČEVA
LIDIJA OSTERC





STAREJŠI AMER. PEVEC (FRANKIE)

PO ALKI ZNAN KRAJ V DALMACIJI
SOSEDI ČRKE N
NAJBOLJŠA, PROZORNA VRSTA SADRE
SOGLASNIKA V BESEDI ŠEGA
DEL MESTA, KVART
KOV ČE
JAP. SKA (D

SESTRA ENEGA OD STARŠEV
"SLADEK" POKLIC
ORGANSKO TOPILO

SLAVILNA PESEM
PROTI-BOLEČIN. SREDSTVO
ZVOK SIRENE

KROŽENJE OKOLI OSI
SKRAJNA TOČKA KOPNEGA
ARTILER. OROŽJE
GRŠKO-RIMSKO OBDOBJE

AVTOR MARKO BOKALIČ
RASTLINE Z MESNATIMI PLODOVI
NAPRAVA ZA GLAJENJE PERILA
RIBJA JAJČECA
ZASTOPNIK PODJETJA
IGRALEC GUINNESS
ENAKI ČRKI
ENOTA ZA ZRAČNI TLAK
M IZKO V E

NA NOGAH JIH IMA POTAPLJAČ
OČE
ELEKTROKEMIČNI VIR ELEKT. ENERGIJE
LEDENA CELINA
ZDRAVILO PROTI GLAVOBOLU

KLUB, KI TEKMUJE V LIGI
PISATELJ FLISAR
REKA V SZ ŠPANIJI
SPREMENLJIVE ZVEZDE
NEMŠKI FILOZOF (GEORG)
GR. BOGINJA ZARJE
AVTOHTONA NOVOZELANDKA
HR. NOGOM. (ROBERT)

OKENCE
POMILOSTITEV
KVARNERSKI OTOK

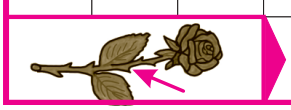
ČAS ENEGA ZASUKA ZEMLJE OKOLI SVOJE OSI
NEKDANJA AM. TENISAČICA (CHRIS)
ENOTA ZA SVETLOBNI TOK
TOVARNA GLINEN. GRADBEN. MATERIALA

VELIK PRITOK DONAVE IZ ROMUNIJE
ITAL. RENESANČNI SLIKAR
MLEKARSKI OBRAT
KAPITAN IZ VERNOVIH DEL

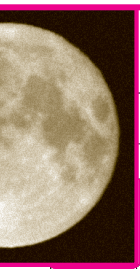
VLADIMIR NAZOR
ŽIVAL, KI DELA KUPČKE PRSTI PO TRAVNIKIH
RIMSKI HIŠNI BOG
FRANC. SLIKAR (CHARLES)
IGRALKA MARGRET
KRATICA ZA POLMER
KOROZIJA NA ŽELEZU
NAPREZANJE
VALJAST PRETOČNI ELEMENT

GRŠKO OTOČJE
NAZIV
OLIVER TWIST
ZAHODNI SOSEDJE BRITANCEV
ALUMINIJ
AF JU
ZO JAN

PRIKAZOVALNIK SLIKE
SPREJEMANJE V ZAVEST
PRESLIKAVA PREK OSI ALI TOČKE



ALKOHOL, KI NASTAJA PRI VRENJU GROZDNEGA SLADKORJA
VZKLIK ZARADI BOLEČINE
ŠVICAR. PSIHOLOG PIAGET

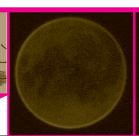


NIZOZ. IME NEMŠKE REKE RUR, DESNEGA PRITOKA REKE MAAS
NEMŠKO MESTO OB DONAVI
ZNAK ZA KOSITER
POLMILIJ. PRISTANIŠČE NA JAP. OTOKU KJUŠUJU
TRDA, ZBITA PRST
ČLOVEKOVA NARAVA, TEMPERAMENT
PRILOGA K PRAVNEMU AKTU
IGRALEC NICHOLSON
LJUDSKI IZRAZ ZA PRAVI ČAJ
ZOBNA OBLOGA
INSKA LADA
SMUČ. KALEC AIKI)
NAŠA PEVKA (ALENKA)
STENA
STAR IZRAZ ZA KLIC, POZIV
KRŠKO
AMERIŠKI RAČUNAL. KONSTRUKT. (HOWARD)
MESTNA PODZEMNA ŽELEZNICA
VNETJE BEDRNEGA ŽIVCA
ČUDEŽNI NAPOJ
RAČUNAL. OBLIKOV. MATEVŽ BOKALIČ
FIRENŠKA VLADARSKA RODBINA
KLAMFA, PENJA
STROKOVNJAK ZA ZVOK
1. SOLMIZACIJSKI ZLOG
ESTO
PANIN
GIPTU
KURIR, ODPOSLANEC
RADIJ
NEASFALT. CESTIŠČE
NAŠA ŠAHISTKA (DARJA)
IZUMRLA NOVOZEL. PTICA VELIKANKA
ZNAK ZA IRIDIJ
PREMICA
NACIONALNI PARK V KENIJI
GOSPODARSTVENIK
SPREMEMBA NA ENOTO RAZDALJE
GOVEDU PODOBNA ANTILOPA
SLONOV ZOB
TALNI NAČRT OBJEKTA
JEZERO V ETIOPIJI
OŽINA MED EVROPO IN AZIJO
ŠPICE PRI KOLESU
POKONČEN POLOŽAJ TELESA
PRIMORSKI MEDMET
STAROGR. EPSKI PESNIK
REČICA NA LJ. BARJU
FUNKCIONALNI DEL TELESA
REZERVOAR ZA GORIVO
SISTEM VRVI NA BARKI
UREDNIK *PISANIC* (FELIKS)
OMLAČENA STEBLA
SOSEDI ČRKE P
VOLNATA DOMAČA ŽIVAL
PEVEC FLISER
IVJE
ZNAK ZA MNOŽENJE
PRIPADNICA STAREGA LJUDSTVA NA BALKANU
ČRKA L
STRUPEN PLIN (CI)
LATINSKI IZRAZ ZA UMETNOST
KRAJ NAD IZLIVOM MIRNE V ISTRI
ORIST
JRIČ
DRAN
KOVIČ
ELDA VILER
TON MED D IN E
ON PO NEMŠKO
UMRLI PALEST. VODITELJ (JASER)
PALESTINSKO MESTO
SPOJINA ALKOHOLA Z ORGAN. KISLINO
REDKEJŠI IZRAZ ZA PLANŠARJA

Rešitev mole številske križanke

1 1	2 2		3 8		4 9	5 7
6 1	0	7 8		8 6	9	1
	9 2	1		10 4	9	
11 7						12 4
	13 1	14 5		15 1	16 3	
17 1	4	4		18 2	4	19 2
20 2	5		21 5		22 3	7

Rešitev križanke



							SIN IZ PREJŠNJEGA ZAKONA	MESTO V SEVERNI ŠPANIJI, SREDIŠČE ASTURIJE	SKLADBA ZA ZBOR IN ORKESTER	IGRALKA TKAČEVA	LIDIJA OSTERC								NIZOZ. IME NEMŠKE REKE RUR, DESNEGA PRITOKA REKE MAAS	NEMŠKO MESTO OB DONAVI	ZNAK ZA KOSITER	POLMILIJ, PRISTANIŠČE NA JAP. OTOKU KJUŠUJU	TRDA, ZBITA PRST	ČLOVEKOVA NARAVA, TEMPERAMENT	PRILOGA K PRAVNEMU AKTU	IGRALEC NICHOLSON						
							P	O	K	A	L								LJUDSKI IZRAZ ZA PRAVI ČAJ / ZOBNA OBLOGA	R	U	S	K	I	Č	A	J						
						STAREJŠI AMER. PEVEC (FRANKIE)	A	V	A	L	O	N							P	O	L	N	A	L	U	N	A						
						PO ALKI ZNAN KRAJ V DALMACIJI	S	I	N	J	SOSEDI ČRKE N	O	M	NAJBOLJŠA, PROZORNA VRSTA SADRE	SOGLASNIKA V BESEDI ŠEGA	DEL MESTA, KVART	KOVINSKA ČELADA JAP. SMUČ. SKAKALEC (DAIKI)	S	L	E	M	NAŠA PEVKA (ALENKA) / STENA	G	O	D	E	C						
						SESTRA ENEGA OD STARŠEV	T	E	T	A	"SLADEK" POKLIC / ORGANSKO TOPILO	S	L	A	Š	Č	I	Č	A	R	STAR IZRAZ ZA KLIC, POZIV	Z	O	V	KRŠKO AMERIŠKI RAČUNAL. KONSTRUKT. (HOWARD)	K	K						
						SLAVILNA PESEM	O	D	A	PROTIBOLEČIN, SREDSTVO / ZVOK SIRENE	A	N	A	L	G	E	T	I	K	MESTNA PODZEMNA ŽELEZNICA	VNETJE BEDRNEGA ŽIVCA / ČUDEŽNI NAPOJ	I	Š	I	A	S	RAČUNAL. OBLIKOV. MATEVŽ BOKALIČ						
						KROŽENJE OKOLI OSI / SKRAJNA TOČKA KOPNEGA	R	O	T	A	C	I	J	A	ARTILER. ORODJE / GRŠKO-RIMSKO OBDOBJE	T	O	P	FIRENŠKA VLADARSKA RODBINA / KLAMFA, PENJA	M	E	D	I	C	I	STROKOVNJAK ZA ZVOK	1. SOLMIZACIJSKI ZLOG						
AVTOR MARKO BOKALIČ	RASTLINE Z MESNATIMI PLODOVI	NAPRAVA ZA GLAJENJE PERILA	RIBJA JAJČECA / ZASTOPNIK PODJETJA	I	K	R	E	IGRALEC GUINNESS / ENAKI ČRKI	A	L	E	C	ENOTA ZA ZRAČNI TLAK	B	A	R	MESTO IZKOPANIN V EGIPTU	KURIR, ODPOSLANEC / RADIJ	S	E	L	NEASFALT. CESTIŠČE / NAŠA ŠAHISTKA (DARJA)	M	A	K	A	D	A	M	IZUMRLA NOVOZEL. PTICA VELIKANKA	ZNAK ZA IRIDIJ	PREMICA	NACIONALNI PARK V KENIJI
NA NOGAH JIH IMA POTAPLJAČ	P	L	A	V	U	T	K	E	OČE ELEKTROKEMIČNI VIR ELEKT. ENERGIJE	A	T	A	LEDENA CELINA / ZDRAVILO PROTI GLAVOBOLU	A	N	T	A	R	K	T	I	K	A	GOSPODARSTVENIK / SPREMEMBA NA ENOTO RAZDALJE	E	K	O	N	O	M	I	S	T
KLUB, KI TEKMUJE V LIGI	L	I	G	A	Š	PISATELJ FLISAR	REKA V SZ ŠPANIJI / SPREMENLJIVE ZVEZDE	E	B	R	O	NEMŠKI FILOZOF (GEORG) / GR. BOGINJA ZARJE	A	S	T	AVTOHTONA NOVOZELANDKA / HR. NOGOM. (ROBERT)	M	A	O	R	K	A	GOVEDU PODOBNA ANTILOPA / SLONOV ZOB	G	N	U	TALNI NAČRT OBJEKTA / JEZERO V ETIOPIJI	T	L	O	R	I	S
OKENCE	O	K	E	N	Č	E	K	POMILOSTITEV / KVARNERSKI OTOK	A	M	N	E	S	T	I	J	A	OŽINA MED EVROPO IN AZIJO / ŠPICE PRI KOLESU	B	O	S	P	O	R	POKONČEN POLOŽAJ TELESA	S	T	O	J	A	PRIMORSKI MEDMET / STAROGR. EPSKI PESNIK	M	A
ČAS ENEGA ZASUKA ZEMLJE OKOLI SVOJE OSI	D	A	N	NEKDANJA AM. TENISAČICA (CHRIS)	E	V	E	R	T	ENOTA ZA SVETLOBNI TOK	TOVARNA GLINEN. GRADBEN. MATERIALA	O	P	E	K	A	R	N	A	REČICA NA LJ. BARJU / FUNKCIONALNI DEL TELESA	I	Š	K	A	REZERVOAR ZA GORIVO / SISTEM VRVI NA BARKI	T	A	N	K	UREDNIK PISANIC (FELIKS) / OMLAČENA STEBLA	D	E	V
VELIK PRITOK DONAVE IZ ROMUNIJE	O	L	T	ITAL. RENESANČNI SLIKAR	R	A	F	A	E	L	MLEKARSKI OBRAT / KAPITAN IZ VERNOVIH DEL	S	I	R	A	R	N	A	SOSEDI ČRKE P / VOLNATA DOMAČA ŽIVAL	O	R	PEVEC FLISER / IVJE	E	D	V	I	N	ZNAK ZA MNOŽENJE		S	I	T	O
VLADIMIR NAZOR	V	N	ŽIVAL, KI DELA KUPČKE PRSTI PO TRAVNIKIH	RIMSKI HIŠNI BOG	FRANC. SLIKAR (CHARLES) / IGRALKA MARGRET	L	E	B	R	U	N	KRATICA ZA POLMER	R	KOROZIJA NA ŽELEZU	NAPREZANJE / VALJAST PRETOČNI ELEMENT	N	A	P	O	R	PRIPADNICA STAREGA LJUDSTVA NA BALKANU / ČRKA L	I	L	I	R	K	A	STRUPEN PLIN (CI) / LATINSKI IZRAZ ZA UMETNOST	K	L	O	R	KRAJ NAD IZLIVOM MIRNE V ISTRI
GRŠKO OTOČJE	K	I	K	L	A	D	I	NAZIV / OLIVER TWIST	I	M	E	ZAHODNI SOSEDJE BRITANCEV / ALUMINIJ	I	R	C	I	AFORIST JURIČ / ZORAN JANKOVIČ	E	V	G	E	N	ELDA VILER / TON MED D IN E	E	V	ON PO NEMŠKO	UMRLI PALEST. VODITELJ (JASER)	A	R	A	F	A	T
PRIKAZOVALNIK SLIKE	E	K	R	A	N	SPREJEMANJE V ZAVEST	D	O	J	E	M	A	N	J	E	PRESLIKAVA PREK OSI ALI TOČKE	Z	R	C	A	L	J	E	N	J	E	PALESTINSKO MESTO	R	A	M	A	L	A
			T	R	N	ALKOHOL, KI NASTAJA PRI VRENJU GROZDNEGA SLADKORJA	E	T	A	N	O	L	VZKLIK ZARADI BOLEČINE	A	V	ŠVICAR. PSIHOLOG PIAGET	J	E	A	N	SPOJINA ALKOHOLA Z ORGAN. KISLINO	E	S	T	E	R	REDKEJŠI IZRAZ ZA PLANŠARJA	S	T	A	N	A	R

Verižni eksperiment

EKSPERIMENT št. 1
Z vodo do elektrike

Avtor eksperimenta: **Matjaž Ivančič**,
Oddelek za fiziko, FMF, Univerza v Ljubljani.

Začetek tega eksperimenta je začetek celotne demo verige. Izbrano količino vode vlijemo v Tantalovo čašo, ki se do določene višine polni, potem pa kar naenkrat vsa voda odteče iz nje (zakaj se to zgodi, si obvezno preberi v nadaljevanju). Voda iz čaše odteka v plastenko A, ki je z vrvico preko škripca povezana s plastenko B, v kateri je približno 0,5 litra vode – sistem Atwoodovega padala. Količina vode, ki odteče v plastenko A, je malenkost večja kot v plastenki B, tako da se sistem prevesi: plastenka A povleče plastenko B navzgor, sama pa se pri tem spusti na električno stikalo. Stikalo sproži ventilator, ki je usmerjen proti jadrnici na kolesih. Ta se zaradi odrivanja zraka od njenega jadra začne gibati proti koncu proge (proga je narejena iz plastičnega podstavka korita za rože), kjer zadene ob drugo stikalo, ki izklopi ventilator in hkrati vklopi električno ključavnico (uporabljena je ključavnica za centralno zaklepanje avtomobila). Ključavnica sune kroglico, postavljeno na vrh klanca, da se odkotali po njem in na dnu sproži mehanski časovnik (timer), ki je povezan s svetlečo diodo (LED).

Mehanski časovnik je sestavljen iz mehanskega nihala, ki zaniha, ko kroglica trči vanj. Hkrati kroglica s svojo težo sproži stikalo, ki vklopi LED, ko pa se nihajoča palica vrne nazaj v ravnovesno lego, kroglico izbije, s tem sprosti stikalo, ki izklopi LED.

Tantalova čaša

Antični Grki so dejali, da je pri pitju potrebna zmernost in da se čaše ne sme dolivati do roba. Najverjetneje iz te zgodbe izhaja tudi Tantalova čaša: to je posebna čaša, v katero lahko nalivamo kapljevino (ne da bi čaša puščala), dokler le-ta ne doseže izbranega nivoja. Ko pa kapljevina preseže izbrani nivo, začne »sama od sebe« iztekati iz čaše in vsa izteče. Zagotovo je to pojav, ki takoj pritegne vsakega opazovalca, ne glede na njegovo fizikalno žilico. Princip delovanja čaše je sila enostaven: deluje namreč na principu NATEGE (uporabljamo ga pri pretakanju vina iz soda v sod, bencina iz posode v rezervoar).

Gotovo so že Grki tudi ugotovili, da se največ stvari naučimo, če jih poizkusimo sami. Torej, vzameš plastenko, ki ji z olfa nožem odrežeš približno ¼ zgornjega dela. Potrebuješ pa še 30 cm dolgo prozorno cevko (notranji premer 4 mm zadošča). Na robu med stransko ploskvijo in dnom izrežeš luknjico tolikšne velikosti, da lahko en konec prozorne

cevke potisneš skoznjo. Poskrbi, da cevka dobro tesni. Drugi konec cevke zavij v obliki narobe postavljene črke U proti dnu plastenke. Tako je tvoja Tantalova čaša narejena in pripravljena za polnjenje. Ko vanjo počasi nalivaš vodo, opazuj, kako se gladina vode v plastenki dviga, hkrati s plastenko pa se polni tudi navzdol obrnjen del prozorne cevke – gladina vode v cevki je v vsakem trenutku enaka gladini vode v plastenki. V trenutku, ko se voda v cevki prelije čez vrh in izrine ves zrak iz cevi, natega »potegne«. Zrak sedaj pritiska na gladino vode v plastenki in potiska vodo skozi cevko. Ko v cevko pride zrak, voda preneha iztekati.

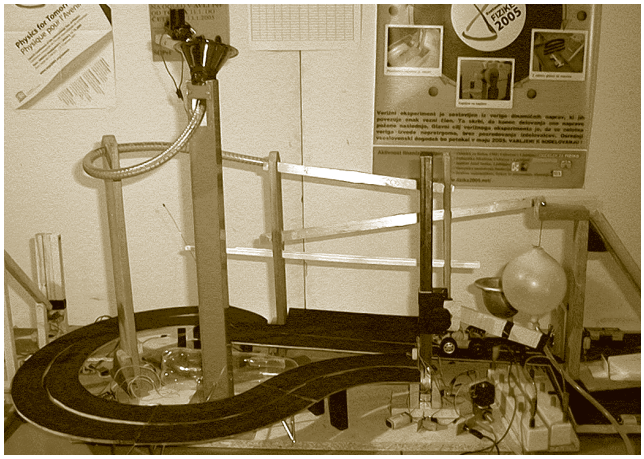
Še kapljica fizike za pojasnitev delovanja: na spodnji sliki si na vrhu U cevi zamislimo element kapljevine, ki je za h_1 nad gladino vode v plastenki in za h_2 nad koncem cevi, iz katerega izteka voda. Na ta element deluje, denimo z desne strani tlak $p_D = p_0 - \rho g h_1$, ki ga potiska v levo. Temu nasprotuje kapljevina na levi strani, ki pritiska v desno s tlakom $p_L = p_0 - \rho g h_2$. Razlika tlakov $\Delta p = p_D - p_L = \rho g (h_2 - h_1)$ potiska namišljeni element v levo.

Natega ne »potegne« vode, če je vrh U cevke za več kot 10 m nad gladino vode, bi pa »potegnila«, če bi pretakali bencin. Če ne veš zakaj, povprašaj najbližjega fizika!

EKSPERIMENT št. 2
Avtomobilček in balon

Avtorji eksperimenta: **Jure Drobnak**, **Mitja Blažinčič** in **Peter Blažič**, Oddelek za fiziko, FMF, Univerza v Ljubljani.

Končni dogodek prvega eksperimenta – vklopljena svetleča dioda – je začetni dogodek drugega. Svetloba, ki jo oddaja LED, povzroči prevajanje fotodiode. Sklene se tokokrog, ki sprosti kovinsko kroglico, da se začne kotaliti po žlebu in na koncu žleba pade v lijak. Na dnu lijaka kroglica sklene kontakt, ki požene avtomobilček na daljinsko vodenje, da oddirja po zavitem dirkališču in se na koncu proge zaleti v stikalo. To stikalo odpre električni ventil, ki povezuje plastenko s stisnjenim zrakom in balonček.



Preko sproščenega električnega ventila zrak iz plastenke odteka v balonček in ga napihuje.

Ko prostornina balončka dovolj naraste, se balonček dotakne navpično postavljene kovinske palčke in jo začne potiskati skozi luknjico, na kateri sedi kroglica. Balonček se napihne do te mere, da kovinska palčka odrine kroglico, ki predstavlja začetek tretjega eksperimenta, o katerem bomo pisali v naslednji številki Preseka.

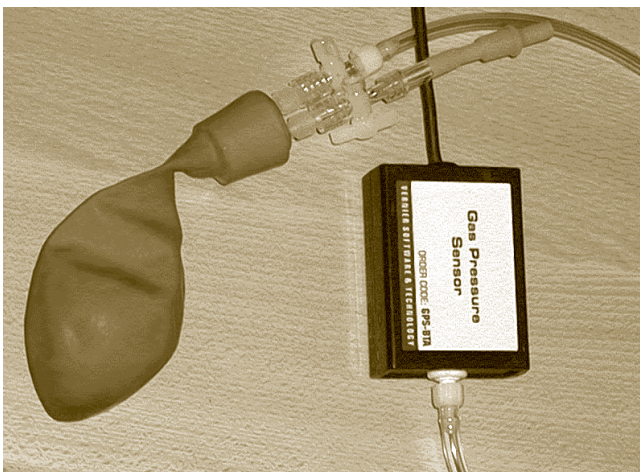
Napihovanje balončka

Gre za pojav, ki ga vsi srečujemo že od malih nog in na prvi pogled izgleda preprost: napihnjen balon se spusti proti tlom, če smo ga napolnili s plinom, ki je gostejši od okoliške snovi, ali dvigne, če je polnjen s plinom, ki je redkejši od okoliške snovi.

Proces napihovanja pa v resnici skriva kar nekaj zanimivih fizikalnih dejstev. Na zelo preprost način lahko pogledamo, kako se spreminja tlak v balončku med napihovanjem. Spodnja desna slika prikazuje balon, povezan z merilnikom tlaka in cevko, preko katere balon napihujemo in nato praznimo, zgornja pa grafični prikaz meritve tlaka v realnem času (v resnici nas zanima samo potek tlaka; ponavljanje meritev pokaže, da čas napihovanja na grafu ni pomemben, oblika krivulje se ne spreminja).

Balon napihujemo z usti preko plastične cevke (vpih za vpihom), kar ima za posledico, da je krivulja nazobčana – med dvema vpihoma nekaj zraka uide iz balona.

Krivulja na grafu dokazuje že znano: tlak v balončku se ob začetku pihanja zelo poveča, zato se ob napihovanju balona najbolj namučimo na začetku (spomnite se, kako težko je napihniti predvsem podolgovate balone). Ob nadaljnjem



enakomernem napihovanju tlak pada, dokler se ne ustali (v našem primeru pri vrednosti okoli 104 kPa). Kljub temu, da še naprej pihamo v balon in se njegova prostornina povečuje, ostaja tlak v balonu skoraj nespremenjen. Ob času 50 sekund prenehamo z napihovanjem in balon se prične prazniti: tlak se le malo zmanjšuje, tik preden pa se balon »izprazni«, tlak naraste (špica ob koncu grafa, ki je posledica elastičnih lastnosti in oblike balona), nato pa hitro pade na začetno vrednost.

Kaj pa tlak med napihovanjem balona, dokler le-ta ne poči? Prejšnja meritev je pokazala, da se tlak v balonu med napihovanjem ne spreminja – prostornina balona se povečuje. Ta meritev pokaže, da se ob še nadaljnjem napihovanju prične tlak v balonu povečevati – material se je začel upirati raztegovanju. Balon je skoraj dosegel največjo prostornino in se kljub napihovanju le zelo malo povečuje. Ko tlak (skoraj) doseže največjo vrednost, dosežemo mejo natezne trdnosti materiala, naša meritev se ob močnem poku konča, tlak pa v trenutku pade.

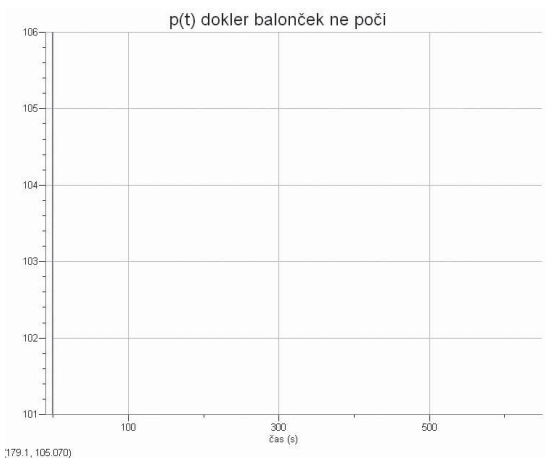
Izračunajmo še, kakšne so spremembe prostornine balona pri eksperimentu Avtomobilček in balon.

S tlačilko natlačimo zrak v plastenko s prostornino poldrugega litra, da je v njej tlak 2,5 bara. Ko stikalo odpre ventil, ta omogoči zraku, da se iz plastenke razširi in napihne balonček. Gre za hiter proces, kjer ni časa za izmenjavo toplote; preko ventila se tlak v plastenki in balončku izenači skoraj hipoma, tako da lahko spremembo v balončku obravnavamo kot adiabatno. Za takšno spremembo pa velja $p_0 V_0^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa}$ ali v drugi obliki $T_0 V_0^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}$.

Izračunamo lahko, kolikšno prostornino bo zavzel zrak, ko se bo iz plastenke razširil v balonček. Upoštevamo podatke: začetni tlak $p_0 = 2{,}5$ bara, začetna prostornina zraka $V_0 = 1{,}5$ l in končni tlak $p = 1$ bar (v resnici je le malo večji od zunanjega zračnega tlaka). κ predstavlja razmerje specifičnih toplot $\left(\kappa = \frac{c_p}{c_v}\right)$ in če za zrak predpostavimo, da je sestavljen iz dvoatomnega plina, vzamemo vrednost $\kappa = 1{,}4$. Končna prostornina zraka $V_1 = 2{,}9$ l. Izračunamo lahko tudi na kolikšno temperaturo se pri razpenjanju zrak ohladi, začetna temperatura $T_0 = 298$ K in za končno temperaturo dobimo $T_1 = 229$ K.

Temu hitremu začetnemu razpenjanju sledi še vzpostavljanje termičnega ravnovesja z okolico, ko se zrak segreva na sobno temperaturo. To opazimo kot zelo počasno naraščanje prostornine balona, spremembo pa obravnavamo približno kot izobarno $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Ko upoštevamo, da velja $T_2 = T_0$, dobimo za končno prostornino zraka $V_2 = 3{,}8$ l in končno prostornino balona 2,3 l. Če predpostavimo, da je balonček krogla, je njegov premer dobrih 16 cm, kar se izkaže tudi ob verižnem eksperimentu.

Damjan Štrus



Pisave

{\tiny ...} drobcena

{\scriptsize ...} zelo majhna

{\footnotesize ...} dokaj majhna

{\small ...} majhna

{\normalsize ...} običajna (privzeta)

{\large ...} večja

{\Large ...} še večja

{\LARGE ...} precej velika

{\huge ...} zelo velika

{\Huge ...} ogromna

- \textrm{...} besedilo med zavitimi oklepaji je zapisano s pisavo s serifi,
- \textsf{...} besedilo med oklepaji je zapisano s pisavo brez serifov in
- \texttt{...} besedilo je zapisano s pisavo pisalnega stroja.

```
\documentclass[12pt, a4paper]{article}
\usepackage[cp1250]{inputenc}
\begin{document}
  tukaj pišemo vsebino dokumenta (besedilo, tabel
\end{document}
```

Ta *stavek* uporablja *več* različnih pisav, *zaradi* česar GA JE **težje** BRATI.

3. Mala šola LaTeXa (drugi del)

LaTeX

V prvem delu Male šole LaTeXa (prejšnja številka Preseka) smo si ogledali osnovne elemente vsakega dokumenta, napisanega in urejenega s pomočjo LaTeXa. Preden si ogledamo kaj več, pa ponovimo nekaj pomembnih (v prvem delu omenjenih) pravil, ki jih ne smemo pozabiti:

- z enim presledkom dosežemo enak učinek kot s poljubnim številom zaporednih presledkov,
- ena ali več praznih vrstic prične nov odstavek,
- pri pisanju ukazov je pomembno, ali pišemo male ali velike črke in
- *posebne* znake lahko izpišemo le z določenimi ukazi.

Naj pišem \v c ali č?

Pisanje šumnikov se nam v slovenskem jeziku zdi nekaj povsem običajnega in na prvi pogled se zdi čudno, da moramo v LaTeXu posebej povedati, da je nad črko c potrebno zapisati strešico, da dobimo č. Ne bi bilo veliko lažje napisati č kot **\v c**? Seveda je lažje in tudi izvedljivo, vedeti moramo le, v kateri **kodni strani** se izpisujejo znaki v našem operacijskem sistemu. Kodna stran je tabela, ki jo operacijski sistem uporablja, da ob pritisku tipke na tipkovnici na ekran izpiše ustrezen znak.

Kako pripraviti LaTeX do tega, da bi lahko v svojem dokumentu brez skrbi (beri: pisanja ukazov **\v**) pisali šumnike? Odgovor je v paketu **inputenc**, ki ga lahko vključimo v dokument. Paketi v LaTeXu so zbirke novih ukazov in makrojev, ki določajo, kako se naj LaTeXov prevajalnik obnaša, ko naleti na kakšno posebnost, na katero naj bi bil paket »pozoren«. V tem primeru bo paket pozoren na šumnike, pisane v besedilu, in bo samodejno, kadarkoli bo naletel na zapisan šumnik, recimo črko č, nanjo gledal, kakor da bi zapisali **\v c**.

Pakete vključimo v dokument z ukazom **\usepackage[...]{...}**, ki običajno sledi ukazu **\documentclass** na začetku dokumenta. Več različnih paketov vključimo z zaporednim zapisom teh ukazov. V oglatih oklepajih ukaza **\usepackage** podamo dodatne nastavitve za posamezne pakete, v zavitih oklepajih pa ime paketa.

Paket **inputenc** mora kot nastavitev prejeti kodno stran, v kateri uporabnik piše besedilo. V operacijskem sistemu Windows XP z nastavljeno slovensko tipkovnico je to kodna stran z imenom **cp1250**, na Linux operacijskem sistemu z nastavljeno slovensko tipkovnico pa je to običajno kodna stran z imenom **latin2**.

Torej bo naš dokument za vse nadaljnje primere imel naslednjo obliko:

```
\documentclass[12pt, a4paper]{article}
\usepackage[cp1250]{inputenc}
\begin{document}
  tukaj pišemo vsebino dokumenta (besedilo, tabele, ...)
\end{document}
```

Pri uporabi tega paketa moramo imeti v mislih, da morajo imeti vsi, ki bodo iz izvornega LaTeXovega dokumenta tvorili ogledljivi dokument, nameščen ta paket. Le-tega lahko izberejo ob namestitvi ali kasneje v programu za spreminjanje namestitve, vključenem v paketu MikTeX, ki smo ga opisali v prejšnji številki Preseka. Druga možnost je, da pišemo šumnike, ki jih tik pred prevajanjem poiščemo in zamenjamo z ustreznimi ukazi. Večina urejevalnikov besedil (tudi TeXnicCenter) namreč vsebuje možnost iskanja in zamenjave.

Lastnosti pisav

Poglejmo najprej, kako v LaTeXu spreminjamo vrste in velikosti pisav, s katerimi bo v končnem dokumentu zapisano naše besedilo.

Družine pisav

LaTeX loči tri družine pisav, in sicer pisavo s serifi (angl. *Roman-family*), pisavo brez serifov (angl. *Sans Serif-family*) in pisavo pisalnega stroja (angl. *Typewriter*). Vsako od omenjenih družin pisav lahko vključimo v dokument z naslednjimi ukazi:

- \textrm{...} besedilo med zavitimi oklepaji je zapisano s pisavo s serifi,
- \textsf{...} besedilo med oklepaji je zapisano s pisavo brez serifov
- \texttt{...} besedilo je zapisano s pisavo pisalnega stroja.

V kolikor želimo spremeniti pisavo celotnemu besedilu od ukaza do naslednje spremembe ali do konca dokumenta, lahko uporabimo kar ukaze \rmfamily, \sffamily in \ttfamily. Še enkrat poudarimo razliko med obema skupinama ukazov: prva skupina ukazov spremeni pisavo besedila, zapisanega med zavitimi oklepaji ukaza, druga skupina pa spremeni pisavo celotnemu besedilu, ki sledi, dokler ne ukažemo drugače.

Skupne lastnosti vseh družin pisav

Prva takih lastnosti je seveda *velikost* pisave. Privzeto velikost pisave lahko določimo v ukazu \documentclass na začetku dokumenta (glejte prejšnji primer). Velikosti pisav lahko spreminjamo tudi za posamezne dele besedila, in sicer pozna LaTeX velikosti od drobcene do ogromne, ukazi za to pa so:

{\tiny ...} drobcena

{\scriptsize ...} zelo majhna

{\footnotesize ...} dokaj majhna

{\small ...} majhna

{\normalsize ...} običajna (privzeta)

{\large ...} večja

{\Large ...} še večja

{\LARGE ...} precej velika

{\huge ...} zelo velika

{\Huge ...} ogromna

Naslednja lastnost je *stil* izpisa pisave. Privzeti stil je običajen, pokončni izpis pisave. Vsako izmed predstavljenih družin pisav lahko zapišemo tudi *poševno, nagnjeno, krepko* ali *z manjšimi velikimi črkami.* Med temi stili izpisa izbiramo z naslednjimi ukazi:

\textit{...} *poševni izpis pisave,*

\textsl{...} *nagnjen izpis pisave,*

\textbf{...} **krepek izpis pisave** in

\textsc{...} MALE ČRKE SO IZPISANE KOT MANJŠE VELIKE ČRKE

Kadar želimo, da neka beseda v besedilu izstopa (ne glede na to, v katerem stilu pisave pišemo), lahko uporabimo ukaz \emph{...}. V pokončni pisavi bo beseda znotraj zavitih oklepajev izpisana poševno, v poševno izpisani pisavi pa pokončno.

Da pa ne bomo pisali samo ukazov, si poglejmo še naslednja dva primera. V prvem primeru znotraj enega stavka večkrat spremenimo pisavo, v drugem primeru pa je prikazana uporaba ukaza \emph{...}.

Primer

V naš dokument med \begin{document} in \end{document} vstavimo naslednje vrstice:

- Ta \textit{stavek} \texttt{uporablja} \textsl{več} \textsf{različnih} {\Large \textbf{pisav,}} \textit{zaradi} česar \textsc{ga je} \textbf{težje} \textsc{brati}.

Rezultat, ki ga dobimo, je videti takole:

Ta *stavek* uporablja *več* različnih **pisav,** *zaradi* česar GA JE **težje** BRATI.

Primer

Med \begin{document} in *\end{document}* vstavimo naslednje vrstice:

```
Prejšnji primer je spreminjal
velikost in \emph{stil} pisave.
```

Rezultat, ki ga dobimo, je videti takole:

Prejšnji primer je spreminjal velikost in *stil* pisave.

Poglavja in podobne razdelitve besedila

Dele besedila, ki skupaj tvorijo zaključeno celoto, običajno združujemo v poglavja in podobne razdelke. LaTeX ima za takšna združevanja že definirane ukaze, od katerih pa vseh ne moremo uporabljati v vseh vrstah dokumentov. V vrsti dokumenta z imenom **article** (članek) lahko za razdeljevanje uporabimo naslednje ukaze:

```
\section{...}
\subsection{...}
\subsubsection{...}
```

Podoben je še ukaz \chapter{...}, ki je na voljo v vrsti dokumentov **report** in **book**. Vsi od naštetih ukazov v zavitih oklepajih prejmejo ime razdelka. LaTeX samodejno ustvari številčenje razdelkov, izbere tudi privzeto pisavo za naslove in razmake med razdelki. V primeru, da ne želimo oštevilčevanja razdelkov, lahko poleg imena ukaza zapišemo znak * (tako neoštevilčen podrazdelek začnemo z ukazom \subsection*{...}).

Velika prednost razdeljevanja besedila z omenjenimi ukazi je, da lahko LaTeX na ta način samodejno tvori kazalo vsebine glede na imena razdelkov, kot smo jih podali z ukazi. Ukaz \tableofcontents, ki ga uporabimo znotraj besedila dokumenta, na mesto, kjer smo ga zapisali, v končnem dokumentu izpiše kazalo vsebine.

Različne vrste naštevanj

Pogosto se zgodi, da moramo v svojem besedilu naštevati različne možnosti, ki jih želimo podati s pomočjo alinej. V LaTeXu imamo na voljo tri vrste alinej (seznamov): oštevilčene, označene in alineje z opisom. Alineje lahko v dokumentu tvorimo s posebnimi okolji. Vsako okolje se prične z ukazom \begin{...} in konča z ukazom \end{...}, pri čemer moramo v zavitih oklepajih podati ime okolja, ki ga želimo uporabiti. Za oštevilčene alineje je okolje **enumerate**, za označene s simbolom okolje **itemize** in za alineje z lastnim opisom okolje **description**. Znotraj okolja za alineje moramo vsako alinejo označiti z ukazom \item, ki označuje začetek alineje. Na naslednjem primeru lahko vidimo uporabo alinej, ki jih lahko tudi gnezdimo (t.j. pišemo eno okolje znotraj drugega).

Primer

```
\begin{enumerate}
  \item Okolje \texttt{enumerate}
        oštevilči elemente v
        seznamu.
  \item Okolje \texttt{itemize}
        označi vsak element z
        veliko piko, kot sledi:
    \begin{itemize}
      \item To je prvi element v
            okolju \texttt{itemize}.
      \item In to je drugi.
    \end{itemize}
  \item To je primer okolja \texttt{description}.
    \begin{description}
      \item[Prvi] element v seznamu.
      \item[Drugi] element v seznamu.
    \end{description}
\end{enumerate}
```

V končnem dokumentu izgleda takole:

1. Okolje `enumerate` oštevilči elemente v seznamu.
2. Okolje `itemize` označi vsak element z veliko piko, kot sledi:
   - To je prvi element v okolju `itemize`.
   - In to je drugi.
3. To je primer okolja `description`.

   Prvi element v seznamu.

   Drugi element v seznamu.

V LaTeXu obstaja še več vrst različnih okolij, katerih opise in primere uporabe najdete na naslednjih spletnih straneh.

- **http://www.miktex.org** – domača stran projekta MikTeX
- **http://www.toolscenter.org** – domača stran programa TeXnicCenter
- **http://www.adobe.com** – domača stran pregledovalnika PDF datotek
- **http://www.cs.wisc.edu/~ghost** – domača stran programov za pregledovanje PS datotek
- **http:/www-lp.fmf.uni-lj.si/plestenjak/vaje/latex/lshort.ps** – slovenski prevod knjige za LaTeX z naslovom *Ne najkrajši uvod v LaTeX2e*

V naslednjem (zadnjem) delu našega sprehoda skozi LaTeX bomo pozornost posvetili vnašanju matematičnih izrazov, formul in še česa.

Andrej Taranenko

Digitalni video

V Moorovem zakonu je zapisano, da se vsakih 18 mesecev podvoji računska moč računalnikov, ki jih uporabljamo. Temu primerno se obnaša tudi programska oprema. Ena najbolj procesorsko »požrešnih« skupin programov pa so programi za obdelavo video posnetkov. Za kodiranje video posnetkov potrebujemo veliko več procesorskega časa kot za dekodiranje. Res pa je tudi, da se večina uporabnikov sreča z narejenimi video posnetki in jih le predvaja (ogleduje na svojih računalnikih). Krajši video posnetki, ki krožijo po elektronski pošti, pa prinašajo tudi veliko zmedo v obliki vprašanj: »Zakaj ne morem videti tega posnetka?« Skrivnost se skriva v različnih standardih kodiranja video posnetkov. Ker je teh standardov zelo veliko, se upravičeno že poraja vprašanje, ali standardi sploh obstajajo. V prispevku bomo skušali pojasniti, kaj se skriva v ozadju datotek z video posnetki.

Video posnetki

Človek spoznava svet s pomočjo čutil. Računalniki današnjega dne lahko dobro prenašajo podatke do človeka le s pomočjo dveh informacijskih tokov: prikazujejo slike (vzburjajo oko) in predvajajo glasbo (vzburjajo uho). Človeško oko je senzor, ki sprejema več informacij, kot jih predaja možganom, zato je mogoče človeški vid prevariti. To izkoriščajo številni umetniki – iluzionisti (čarovniki) in nam prikazujejo stvari, za katere mislimo, da so nemogoče. Če človekovemu očesu zelo hitro menjujemo slike, ki se malo razlikujejo med seboj, se pri neki hitrosti več ne zavedamo, da pravzaprav gledamo slike, ampak mislimo, da vidimo zvezno gibanje. Tako je nastal film. Katera je tista hitrost, pri kateri ne vidimo več vsake posamezne slike, je odvisna od vsakega posameznika. Ugotovljeno pa je, da nad hitrostjo 15 slik v sekundi nismo sposobni več zaznati posameznih slik in pričnemo videti zvezno gibanje. Ustvarjalci risanih filmov so to izkoristili in prvi animirani risani filmi so posneti s hitrostjo 16 slik na sekundo (angl. *FPS = frame per second*). Filmi, ki jih gledamo v kinu, so posneti s hitrostjo 24 slik v sekundi. Televizijski signali, kot nosilci slike, pa se v različnih državah razlikujejo in so v glavnem v dveh glavnih skupinah standardov. V Evropi je v veljavi standard PAL (in njegove izvedenke) ter 25 slik v sekundi, v Ameriki, na Japonskem in še kje pa je v veljavi standard NTSC (in njegove izvedenke) ter 30 slik v sekundi. V Sloveniji uporabljamo televizijski standard enak kot v Nemčiji in Avstriji, PAL-B. Vsa ta zmešnjava na področju standardov pa nam preprečuje, da bi si lahko na vsaki opremi ogledali vse video kasete iz poljubnega dela sveta. Danes, ko se video kasete kot pomnilni medij za hranjenje video posnetkov počasi poslavljajo, pa je mogoče kupiti videorekorderje, na katerih je napisano »NTSC playback on PAL«, ki znajo predvajati na naših televizijskih sprejemnikih večino videokaset. Kot že rečeno, pa se danes vedno bolj uveljavljajo digitalni zapisi video posnetkov, ki bodo rešili opisano zmedo predvajanja različnih standardnih zapisov videa.

V času starih mlinčkov z Intelovimi procesorji 80486 smo dobili prve video posnetke, ki smo si jih lahko ogledali na računalniških zaslonih. Velikost slike je bila primerljiva z velikostjo poštne znamke, o kakovosti takratne slike pa sploh ne bi govorili. Procesorji tistega časa niso bili sposobni predvajati niti mp3 datotek. S pojavom hitrejših procesorjev (Pentium) pa smo spoznali, da je mogoče glasbo skrčiti na desetino velikosti nekompresirane oblike. Mogoče je bilo gledati tudi video posnetke. V tistem času so se pojavili tudi prvi standardi za zapis digitalnega videa. Video CD je produkt tistega časa. Velikost slike Video CD standarda je četrtina velikosti televizijskega ekrana. Ločljivost (angl. *resolution*) (352x288 točk za Evropo – PAL sistem ali 320x240 točk za Ameriko – NTSC sistem) je bila primerljiva z ločljivostjo analognega zapisa na VHS video rekorderju. Kodiranje videa v tem zapisu pa je bilo takrat še zmeraj mogoče le v posebnih laboratorijih, kjer so imeli takšno računalniško opremo, o kateri navadni smrtniki nismo mogli razmišljati. Za Video CD-je so razvili standard MPEG (*Motion Picture Experts Group*), ki so ga kasneje preimenovali v MPEG 1.

Pentium procesorjem so sledili Pentium 2 procesorji. Ti procesorji so bili sposobni predvajati takrat nov zapis video signala – DVD zapis. DVD (*Digital Video Disk* – spremenjeno v *Digital Versatile Disk*) zapis video posnetkov je temeljil na novem standardnem zapisu videa MPEG 2. Glasbeni del MPEG 2 standarda danes poznamo pod imenom MP3, je v resnici MPEG 2 Layer 3 namenjen za kompresijo zvoka v DVD video signalu. Sledili so procesorji Pen-

tium 3 in 4, kjer pa je mogoče predvajati vse vrste znanih video zapisov. Razvoj je šel celo tako daleč, da so naredili posebne komponente, ki poleg DVD zapisov znajo predvajati tudi večino ostalih zapisov video posnetkov (*divx playerji*).

DVD je še zmeraj standard za visoko kakovost video posnetkov. Filmska industrija ga je sprejela z obema rokama, ker je zaradi svoje tehnološke zapletenosti predstavljal idealni medij za razširjanje filmov, ki jih je bilo mogoče regijsko zaščititi in preprečiti presnemavanje. Kot zanimivost naj omenimo, da je regijska zaščita in razdelitev sveta tako razjezila Kitajce, da so si izmislili svoj standard – Super Video CD.

Prenos nekaj gigabytov podatkov je še danes, ko imamo tudi doma možnost priklučitve na hitre internente povezave, nekaj, čemur se izogibamo. Hitre internetne povezave pa so nam prinesle novo vrsto možnosti za razširjanje video posnetkov – pretočni video (angl. *video streaming*). Za pretočni video imamo danes tri glavne standarde:

- Quick Time, podpira ga podjetje Apple,
- Real video in audio ter
- Windows media video in audio, ki ga podpira podjetje Microsoft.

Pred pojavom pretočnega videa smo morali najprej prenesti celotni video posnetek na svoj računalnik in ga šele potem predvajati. S pretočnim videom pa se prenese le majhen del videa, kolikor ga je potrebno za prikaz nekaj sekund posnetka, ostalo pa se prenaša po potrebi, približno tako, kot da bi gledali televizijo, le časovni zamik je malo daljši. Pri televiziji je časovni zamik sekundo ali dve, pri pretočnem video pa lahko doseže celo več kot 20 sekund. Danes pretočni video uporablja Televizija Slovenija za svoj prvi televizijski program (v formatu *Real video*), TV Pika (v formatu *Windows media video*) in Siol TV, ki pa ne uporablja prej navedenih formatov zapisa videa, ampak preprosto pošilja vse programe digitalno, tako kot jih sprejme iz satelita.

Kodiranje

Nekaj osnov o videu smo do sedaj že spoznali in napočil je čas, da se poučimo o tem, kaj moramo vedeti, če želimo narediti svoj video. Za večino ljudi je dovolj že, če lahko nekaj TV oddaj posnamejo digitalno, da jih potem predvajajo s pomočjo računalnika. To je mogoče s sodobnim računalnikom in TV tuner kartico, ki omogoča ogled TV programov in snemanje le-teh. Cena takšnih razširitvenih računalniških kartic je danes že smešno nizka. Kakšen pa je zapis tako posnetega videa? V vsakem primeru je zmanjšan. Če hočemo razložiti, zakaj je zmanjšan, pa moramo uporabiti malo matematike.

Brez zmanjševanja oz. kompresije potrebujemo za video 25 slik na sekundo, izberemo si velikost slike takšno, kot jo ima naša priljubljena TV postaja (704x576), in vse barve, ki jih loči oko (*24 bitov = 8 bitov za rdečo, 8 bitov za modro in 8 bitov za zeleno barvo*). Izračun pove naslednje: 25x704x576x24 = 243302400 bitov na sekundo. Ko to preračunamo, dobimo malo več kot 29 megabytov/sekundo. Še dobro, da so sodobni diski sposobni prenašati takšno količino podatkov v eni sekundi; če tega ne bi bili, bi izgubili nekaj slik v sekundi in bi v samem videu zapisu zaznali kakšen nenadni preskok. Tak zapis se imenuje »surov« (angl. *raw*), nezmanjšan oz. nekompresiran zapis in je za končni video neuporaben. Večina računalnikov ni sposobna takšnega videa predvajati zaradi same količine podatkov, ki jih je potrebno prenesti preko vodila na grafično kartico. Če pa poznamo dejstvo, da je slika, ki jo dobimo prek TV signala, polna šumov in nepravilnosti v sliki, potem tudi ni smiselno posneti analognega TV signala v najboljši kakovosti. Veliko bolj smiselno je, da malo obremenimo procesor, da stisne oz. kompresira video na neko smiselno velikost.

Današnje TV kartice omogočajo snemanje video posnetkov v različnih zapisih. Najbolj popularni so MPEG 1, MPEG 2 in nekompresiran AVI (*Audio Video Interleaved*). Za skrčevanje videa in zvoka v računalniku skrbijo posebni programi kodeki (angl. *CODEC = COder – DECoder, kodirnik – dekodirnik*), ki jih je potrebno namestiti.

Datoteke, ki vsebujejo video posnetke, imajo različne končnice (mpg, mov, avi, wmv, asf). Pri končnici AVI ni vse tako jasno, kot se zdi pri drugih končnicah. V teh datotekah se lahko skrivajo skoraj vsi novi kodeki. Novi kodeki (divx, xvid) izkoriščajo praznino standarda MPEG 4. Čeprav MPEG 4 ISO standard že obstaja, lahko na medmrežju najdemo veliko video posnetkov, ki uporabljajo prej omenjene kodeke. DIVX je MPEG 4 codec, ki so ga avtorji DIVX-a izmaknili Microsoftu. Microsoft je za svoje potrebe razvijal svoj kodek in ga ni zaščitil z avtorskimi pravicami. Avtorji DIVX-a so tako spremenili tisti del, ki kodira zvok, in nastal je DIVX. DIVX kodek pa ni zastonj. Če hoče kdo izdelovati video posnetke v DIVX formatu, mora le-tega plačati ali pa na začetku video posnetka gledati reklamo za DIVX. Odgovor na ta zaščiten kodek je kodek XVID, ki je povsem prostokodna rešitev. XVID kodek je s svojo zadnjo nadgradnjo povzročil na tržišču kar nekaj težav. Zaradi boljše kompresije podatkov in posledično manjše dolžine datotek ga lahko srečamo v zelo veliki

Nadaljevanje na strani 33.

Marec 2005

☼ 6^{14} do 18^{07}

⊙ mlada luna(mlaj) ☻ polna luna(ščip)
☽ prvi krajec ☾ zadnji krajec

TEDEN	DAN	DATUM	LUNARNE FAZE	IMENA	PRAZNIKI	ZAPISKI
	To	1		Albin		
	Sr	2		Neža		
	Če	3	☾	Marin		
	Pe	4		Kazimir		
	So	5		Janez		
	Ne	6		Nika		
10	Po	7		Tomaž		
	To	8		Janez		
	Sr	9		Frančiška		
	Če	10	⊙	Zmago		
	Pe	11		Krištof		
	So	12		Gregor		
	Ne	13		Kristina		
11	Po	14		Matilda		
	To	15		Klemen		
	Sr	16		Hilarij		
	Če	17	☽	Jerica		
	Pe	18		Edvard		
	So	19		Jožef		

→ **D** Luna »SE DEBELI«

→ **C** Luna »CRKUJE

AŠTRONOMIJ

Mlada luna pomeni čas med mlajem in ščipom, ko se Luna navidezno debeli (»rastoča luna«). Traja približno 14 dni. V tem času je Luna vidna popoldne in zvečer. Prvi krajec je npr. približno na polovici mlade lune.

Stara luna pa je čas med ščipom in mlajem, ko se Luna navidezno krči al kot tudi rečemo, »crkuje« (»pojemajoča luna«). Traja tudi okoli dva tedna. V tem času je Luna vidna zjutraj ali dopoldne. Zadnji krajec npr. nastopi približno na polovici stare lune.

Medtem ko je Lunina mena trenutni pojav oz. dogodek, za mlado in staro luno to ne velja, pač pa velja, da sta to časovna presledka (intervala). Zato torej mlaja ne smemo enačiti z mlado luno, lahko pa rečemo, da je mlaj začetek mlade lune.

4 do 18[07]

luna(mlaj) polna luna(ščip)
rajec zadnji krajec

ZAPISKI

E«

A

4. Mlado in staro luno

Pred leti sem se upokojil. Zdaj živim na deželi. Z naravo sem bolj povezan kot takrat, ko sem še poučeval. Sonce, Luna in zvezde se mi zdijo lepše kot prej. Naše sosede Silve pa to prav nič ne zanima. Njo zanima samo vrt in – Luna, natančneje Lunine mene. Gospa Silva se pri vrtnarjenju namreč trdno »drži« Lune. Vrtnari tako, da upošteva Lunine mene. Na nebo nikdar ne pogleda. Sploh ne vem, če je kdaj občudovala polno luno in videla prvi in zadnji krajec na nebu in če ju razlikuje. In vendar me je opomnila na nekaj pomembnega v zvezi z Luno.

Oni dan mi reče: »V mojem koledarju je nekaj narobe. Nič več ne razumem prikaza Luninih men. Pogledala sem še v tri druge koledarje, pa je v vseh treh drugače prikazana ista Lunina mena. Na kateri koledar se naj zanesem?«

Pregledam prvi koledar in potem še ostale tri. Prav je imela.

Tako sem se odločil, da še sam pregledam nekaj slovenskih koledarjev, ki sem jih dobil v dar ob novem letu 2005. Ni kaj reči. Eni so prav čedni, zelo lepi. Tu mislim predvsem na zunanji izgled, pašo za oči, vsebina pa je lahko včasih sumljiva. Naj takoj povem, da sem pri koledarjih našel kup napak. Od osmih pregledanih je bil samo eden neoporečen, zanesljiv, torej v redu. V nekaterih koledarjih pa Luninih men sploh ni. Sestavljalci teh koledarjev so se preprosto izognili težavam. Drugače povedano: zaradi lenobe so naredili slab koledar.

Medtem ko so prikazi poteka dni, tednov in mesecev ter napovedi začetka letnih časov, Sončevih in Luninih mrkov, dnevov verskih in državnih praznikov podani večinoma brez napak, pa so z Luno oz. natančneje, s prikazi Luninih men (faz) precejšnje težave. V koledarjih so npr. prikazani za isto Lunino meno različni (tudi napačni) simboli. V enem koledarju so celo astronomski znak Sonca označili za simbol mlaja ali prazne lune, kar je povsem nesprejemljivo, da ne rečem hujše besede. Zapazil sem tudi, da nekateri koledarji enačijo mlaj in mlado luno. To je zelo velika napaka, kar bom pojasnil ob koncu sestavka.

Torej, največje hibe imajo koledarji s prikazi simbolov Luninih men. Datum in čas nastopa men sicer napovedo še pravilno (to se pač prepiše), ustrezni simbol zanje pa narišejo večkrat narobe. Zato bom tu pojasnil bistvo Luninih men, predstavil pravilne simbole zanje, nekaj pa še povedal o mladi in stari luni.

Začnimo z Luninimi menami

Luna je edina Zemljina naravna spremljevalka. Giblje se okrog Zemlje, ki kroži okrog Sonca. Luna je temno vesoljsko telo. Vidimo jo zato, ker jo osvetljuje Sonce. Sonce stalno osvetljuje polovico Lune. To osvetljeno polovico Lune pa z Zem-

Slika 1. Simbol za ščip ali polno luno; Luna je vidna kot svetla okrogla ploskvica in vzhaja okoli 18. ure in zahaja okoli 6. ure.

Slika 2. Simbol za mlaj ali prazno luno; Luna ni vidna, saj vzhaja in zahaja skupaj s Soncem.

Slika 3. Simbol za prvi krajec; Luna vzhaja okoli poldne, je na jugu okoli 18. ure in zahaja okoli polnoči.

Slika 4. Simbol za zadnji krajec; Luna vzhaja okoli polnoči in zahaja okoli poldne.

lje različno vidimo, vsak trenutek drugačno. To je bistvo Luninih men, t.j. navideznih Luninih sprememb.

Ko z Zemlje vidimo vso osvetljeno polovico Lune, se ta mena imenuje polna luna ali ščip (beseda spominja na ščit). Takrat je Zemlja med Soncem in Luno.

Ko pa je Luna med Zemljo in Soncem, je k Zemlji obrnjena neosvetljena polovica Lune. Zato Lune ne vidimo, čeprav je na nebu. Ta mena se imenuje mlaj ali prazna (včasih rečemo tudi črna) luna.

Mlaj in ščip sta časovno razmaknjena za okoli 14 dni (dva tedna). Približno na polovici med mlajem in ščipom nastopi prvi krajec, ko je Luna vidna v obliki svetlega polkroga, podobnega črki D (Luna se navidezno debeli).

Približno na polovici med ščipom in mlajem nastopi zadnji krajec, ko je Luna vidna v obliki svetlega polkroga, podobnega črki C (Luna navidezno crkuje).

Opisali smo samo štiri glavne Lunine mene, čeprav jih je seveda več, vse pa se zvrstijo približno v času 29,5 dneva. Ta čas imenujemo sinodski mesec ali lunacija in ga moramo razlikovati od zvezdnega meseca 27,3 dneva, v katerem Luna obkroži Zemljo.

Slika 5. Razlaga Luninih men. Zaradi različne lege Lune glede na Zemljo (okrog katere kroži) in Sonce (ki jo osvetljuje) z Zemlje vidimo Luno različno osvetljeno – njen videz se spreminja oz. menjava. Luna se giblje tako, da si zaporedoma sledijo mlaj, prvi krajec, ščip, zadnji krajec, mlaj itn. Zgoraj je prikazan heliocentrični pogled na potek Luninih men in ob njem geocentrični; spodaj (v okvirčku) pa sta hkrati prikazana geocentrični pogled na Lunine mene in razlaga stare in mlade lune.

Zdaj pa še nekaj o mladi in stari luni

Mlada luna pomeni čas med mlajem in ščipom, ko se Luna navidezno debeli (»rastoča luna«). Traja približno 14 dni. V tem času je Luna vidna popoldne in zvečer. Prvi krajec je npr. približno na polovici mlade lune.

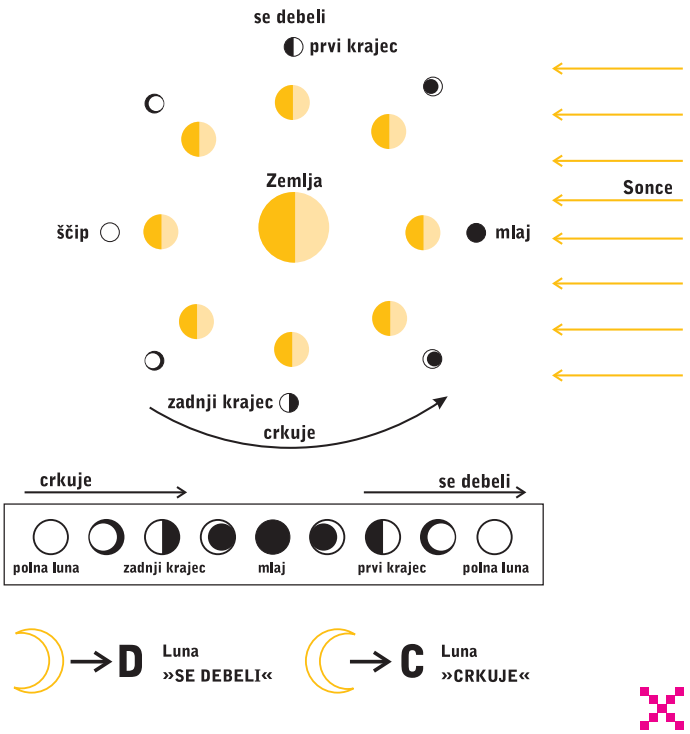
Stara luna pa je čas med ščipom in mlajem, ko se Luna navidezno krči ali, kot tudi rečemo, »crkuje« (»pojemajoča luna«). Traja tudi okoli dva tedna. V tem času je Luna vidna zjutraj ali dopoldne. Zadnji krajec npr. nastopi približno na polovici stare lune.

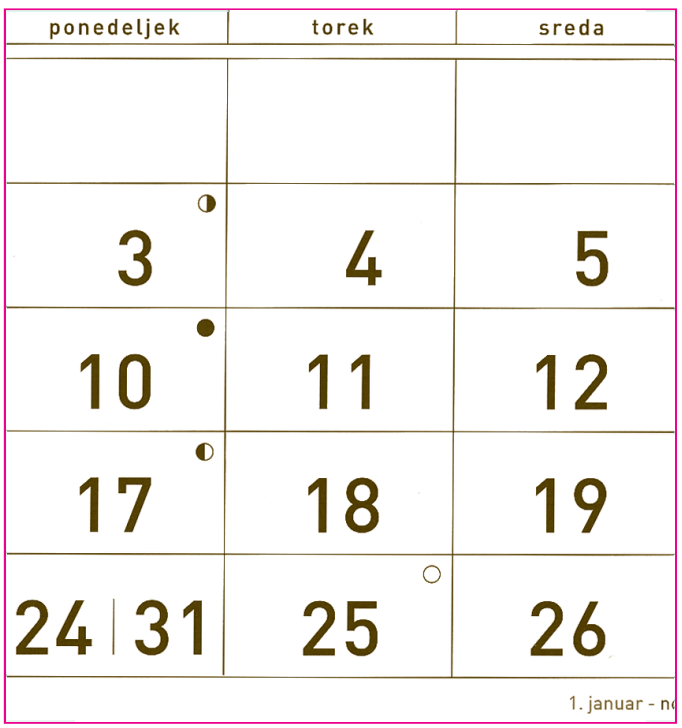
Medtem ko je Lunina mena trenutni pojav oz. dogodek, za mlado in staro luno to ne velja, pač pa velja, da sta to časovna presledka (intervala). Zato torej mlaja ne smemo enačiti z mlado luno, lahko pa rečemo, da je mlaj začetek mlade lune.

Marijan Prosen

TEDEN	DAN	DATUM	LUNARNE FAZE	IMENA	
	To	1		Albin	
	Sr	2		Neža	
	Če	3	☾	Marin	
	Pe	4		Kazimir	
	So	5		Janez	
	Ne	6		Nika	
10	Po	7		Tomaž	
	To	8		Janez	
	Sr	9		Frančiška	
	Če	10	○	Zmago	
	Pe	11		Krištof	
	So	12		Gregor	
	Ne	13		Kristina	
11	Po	14		Matilda	
	To	15		Klemen	
	Sr	16		Hilarij	
	Če	17	☽	Jerica	
	Pe	18		Edvard	

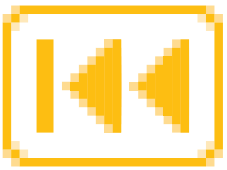
Slika 6. Primer koledarja (januar 2005), ki pravilno prikazuje Lunine mene. Pomanjkljivost: ni označen čas nastopa men.





Slika 7. Primer koledarja (marec 2005), ki nepravilno prikazuje Lunine mene. To je koledar z najmanj dvema velikima napakama. Pomanjkljivost: ni označen čas nastopa men.

Nadaljevanje s strani 29.



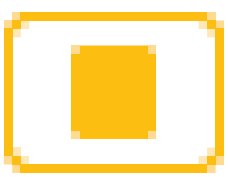
količini novih video posnetkov, ki se menjujejo na medmrežju. Naprave, ki jih lahko kupimo v trgovinah za priklop direktno na televizijo (t.j. video komponente, domače rečeno DVD ali DIVX playerji), znajo predvajati skoraj vse video posnetke, vključno z DIVX in XVID video posnetki, omenjenih novih datotek pa ne več. Tako je te datoteke možno gledati le na računalnikih.

Zaključek

Digitalni video vztrajno izrinja analognega. Videorekorderji z magnetnimi trakovi se bodo počasi umikali video zapisom, ki bodo shranjeni na digitalnih nosilcih informacij. Količina video posnetkov, ki nam bodo na voljo, se bo hitro povečevala, ker sodobni računalniki omogočajo, da vsak posameznik posname svoj video in ga obdela. Pa bomo znali še čez leta predvajati vse te digitalne posnetke? To vprašanje muči ljudi, ki jim je mar za to, da se posneta zgodovina današnjega časa ne izgubi. Glede na trenutno stanje na področju različnih video kodekov predvidevamo, da bomo nekaj posnetkov zanesljivo izgubili. Prav tako pa lahko predvidevamo, da bodo posnetki, ki bodo v standardnih formatih, še dolgo uporabni takšni, kot so. Nekoč pa jih bo potrebno prekodirati v nek novejši digitalni zapis.

Kje iskati dodatne informacije?

- http://www.webopedia.com/TERM/M/Moores_Law.html
- http://www.divx.com/
- http://www.mpeg.org/
- http://www.xvid.org/
- http://www2.arnes.si/ sspmgiac/mirk2001/clanki/6_drugo/debevc.pdf
- http://www.microsoft.com/windows/windowsmedia/format/codecdownload.aspx
- http://www.videohelp.com/
- http://www.videohelp.com/svcd



Marjan Krašna

Navodila sodelavcem Preseka za oddajo prispevkov

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Uredništvo revije PRESEK, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si.**

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem urednica prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

.tex

Kolofon

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

letnik 32
šolsko leto 2004/2005
številka 5

Uredniški odbor
Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Primož Potočnik (novice), Marijan Prosen (astronomija), Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine
DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19,
p. p. 2964, 1001 Ljubljana,
telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 2517 281.

Naročnina za šolsko leto 2004/2005 je za posamezne naročnike **4.000 SIT** (posamezno naročilo velja do preklica), za skupinska naročila učencev šol **3.500 SIT**, posamezna številka **900 SIT**, dvojna številka **1.650 SIT**, stara številka **650 SIT**, letna naročnina za tujino pa znaša **25 EUR**.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana,
Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana,
SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

Sponzor

SRCSI sistemske integracije

List sofinancirata Agencija za raziskovalno dejavnost ter Ministrstvo za šolstvo in šport

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje Polona Šterk in Matjaž Čuk

Ilustracija Polona Šterk, Matjaž Čuk, Nina Rupel

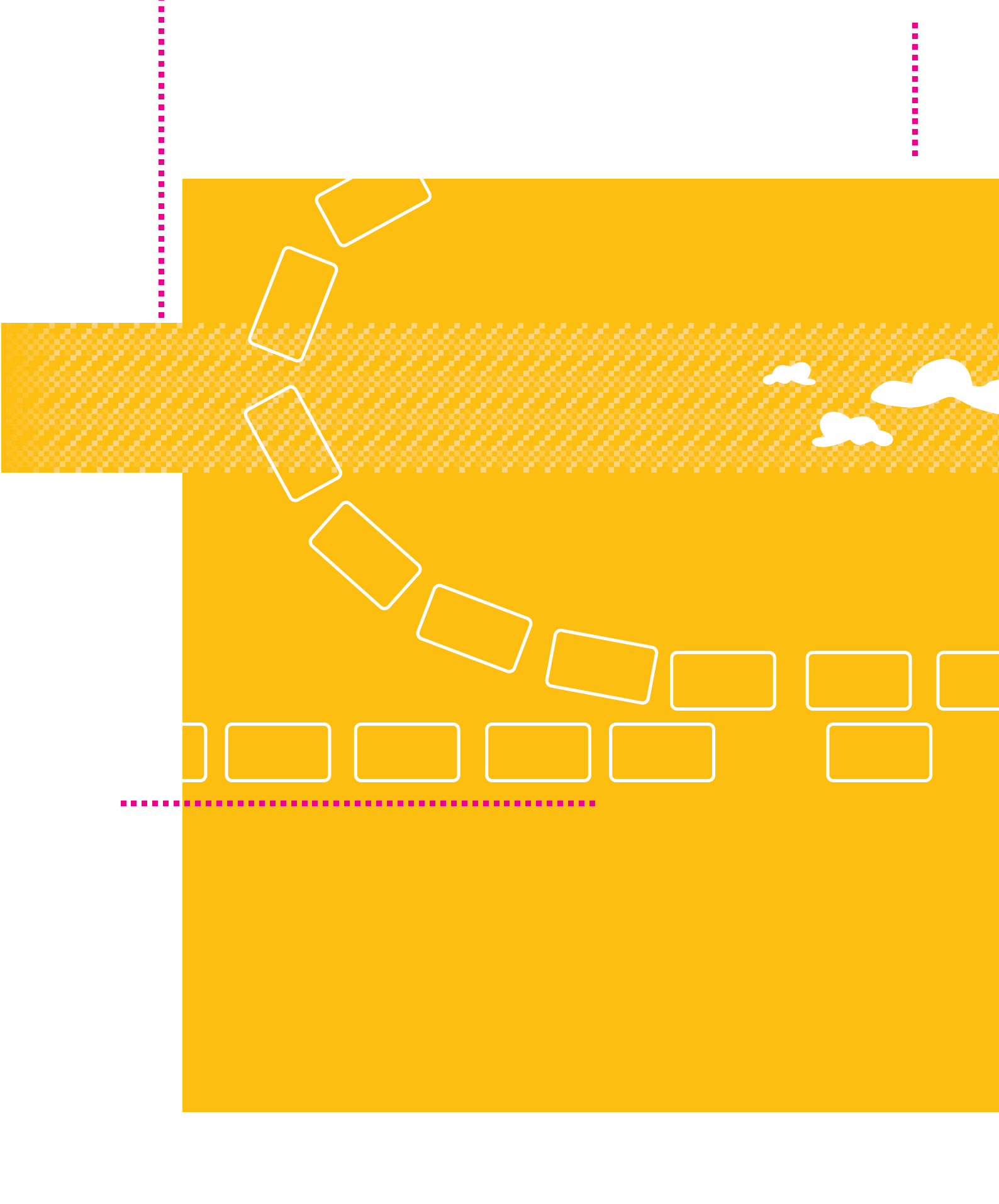
Tehnično urejanje Matjaž Čuk

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

© 2005 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1601

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja izdajatelja ni dovoljeno.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana



aprilsko vreme :: dež :: sonce :: oblaki

X os

PRESEK št. 5