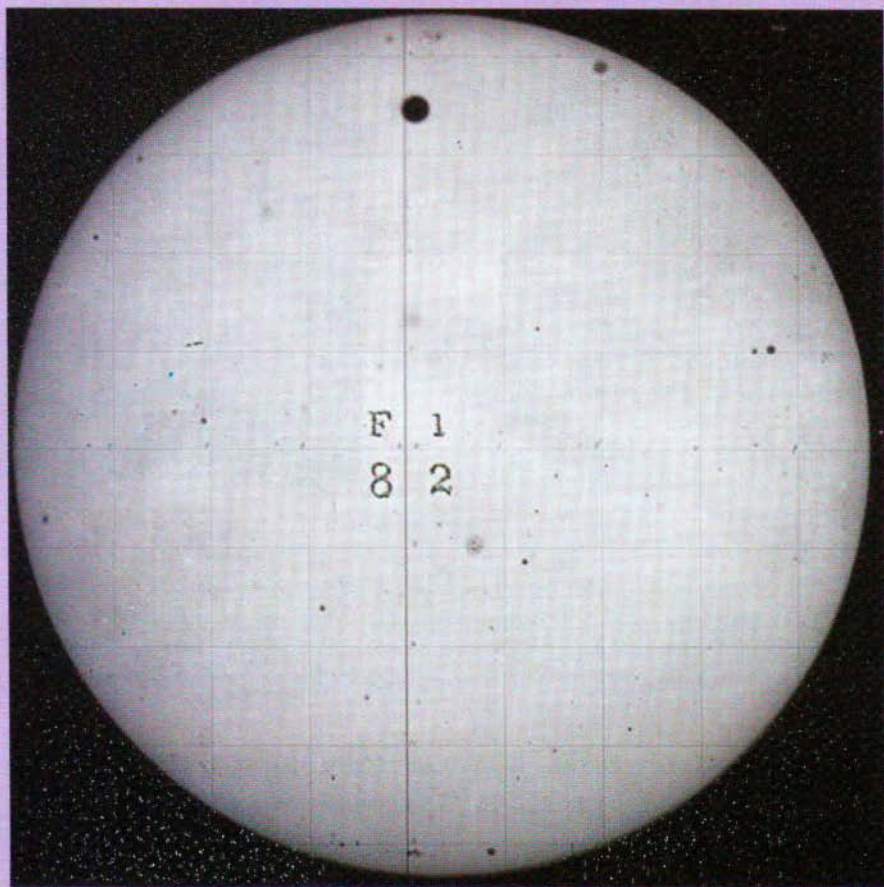


31 (2003 – 04)

5

PRE SEK



ISSN 0351-8852

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

PREHOD VENERE:

Venera bo 8. junija 2004 prečkala Sončevo ploskev

Sodeluj v edinstvenem mednarodnem izobraževalnem projektu Prehod Venere 2004!

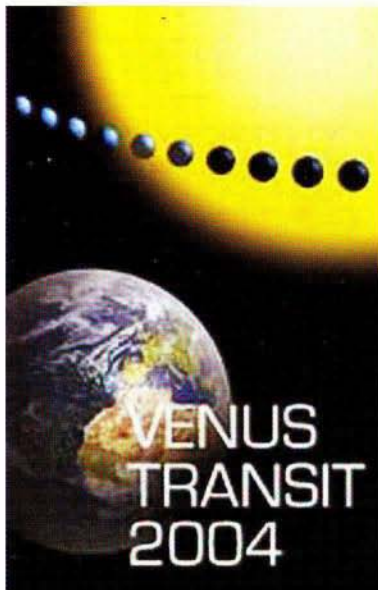
Prehod Venere čez Sončevo ploskev je redek nebesni pojav, ki je bil zadnjič viden leta 1882. Ponovno ga bo mogoče opazovati 8. junija 2004 v Evropi, Afriki in Aziji. Pri nas se bo prehod začel ob 7.20 in končal ob 13.24 po srednjeevropskem poletnem času in bo nedvomno pritegnil veliko pozornost medijev in javnosti. Zato so se Evropski južni observatorij (ESO) in druge znanstvene ustanove odločile, da organizirajo evropski izobraževalni projekt Prehod Venere 2004 (Venus Transit).

Prehod Venere ima velik zgodovinski pomen, saj so z njim določili razdaljo od Zemlje do Sonca. S projektom Prehod Venere 2004 želimo še enkrat izmeriti to razdaljo in ugotoviti, kako natančno nam bo to uspelo. Sam prehod ima velik pomen tudi v današnjem času, saj na tej metodi temelji iskanje planetov v drugih osončjih.

Vzpostavili bomo veliko mednarodno mrežo posameznikov, med katerimi bodo tudi učitelji, dijaki, profesionalni astronomi in astronomi amaterji, ki bodo sodelovali pri zbiranju podatkov, potrebnih za določitev razdalje od Zemlje do Sonca. Vse podatke bodo zbrali in obdelali na Pariškem observatoriju.

Naloge opazovalcev so:

- podati geografske koordinate opazovališča (dolžino, širino);
- natančno določiti trenutke štirih ključnih faz med prehodom Venere:
 - trenutek, ko se Venerina ploskica prvič dotakne Sončeve ploskve (prvi stik);



Nadaljevanje na III. strani ovitka.

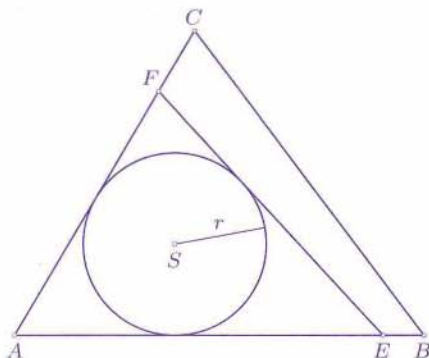
PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
31. letnik, leto 2003/04, številka 5, strani 257–320

	VSEBINA
MATEMATIKA	Trisekcija kota (Branislav Čabrič, prir. Marjan Jerman)..... 264-265 Pretakanje vode in binomski simboli (Nada Razpet) . 278-282
FIZIKA	O trenju, III. del (Janez Strnad) 266-271 Ali natančne cezijske ure vedno tečejo enako hitro? (Andrej Likar)..... 294-299
ASTRONOMIJA	Prehod Venere – vabilo k sodelovanju II, III Astronomski pojav brez primere – reš. str. 271 (Marian Prosen) 259-263 Neposredno opazovanje z daljnogledom in fotografiranje navideznega Venerinega prehoda prek Sonca (Andrej Kregar) 290-293 Neposredno opazovanje – navodila (Marian Prosen, Andrej Kregar) IV
RAČUNALNIŠTVO	Srečanje z javo (Matjaž Zaveršnik) 283-286
NOVE KNJIGE	Marian Prosen: Ukvarjanje s senco (Sandi Klavžar) . 272-273 Stephen W. Hawking, Kratka zgodovina časa in Ilustrirana kratka zgodovina časa (Janez Strnad) . 300-302
ZANIMIVOSTI, RAZVEDRILO	Édouard Lucas (1842 – 1891) (Ciril Petr) 154-157 Križanka – reš. na str. 171 (Marko Bokalič) 168-169
NOVICE	Carl Gustav Jacob Jacobi (1804 – 1851) Ob dvestoletnici rojstva (Marija Vencelj)..... 274-277
NALOGE	Krog v trikotniku – Nagradna naloga (Boris Lavrič) 258 Skriti magični kvadrat – reš. na str. 303 (Marija Vencelj) 258
REŠITVE NALOG	Koliko živali je videl Nace? – Rešitev naloge z II. strani ovitka iz 3. številke Preseka (Marko Razpet) 287
TEKMOVANJA	Evropski matematični kenguru – Izbrane naloge – reš. str. 306 (Matjaž Željko)..... 304-306 Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2002/03 (Ciril Dominko) 306-311 Rešitve nalog z državnega tekmovanja iz fizike v šolskem letu 2002/2003 – s str. 306 (Bojan Golli) 311-319
NA OVITKU	Prehod Venere preko Sončevega diska je zaradi različnih ravnin tirov Venere in Zemlje okrog Sonca zelo redek pojav. Na naslovnici je reprodukcija ene od 1700 fotografskih plošč, ki so jih posneli ob zadnjem takem dogodku leta 1882. Velika črna ploščica na Sončevem disku je Venera, male temne pikice pa so napake fotografske plošče. Več o letošnjem dogodku najdete na straneh www.fiz.uni-lj.si/venera2004/ in v prispevkih na straneh 259, 290 ter na ovitku. I

KROG V TRIKOTNIKU – Nagradna naloga

Trikotnik s stranicami dolžine 39 cm, 42 cm in 45 cm razdelimo z daljico na dva dela. Pri vsaki taki razdelitvi vsaj eden od obeh delov vsebuje krog polmera r . Kolikšen je največji možen r ?



Rešitve pošljite do petka, 21. maja 2004 na naslov

Presek, Jadranska 19, p.p. 2964, 1001, Ljubljana.

Boris Lavrič

SKRITI MAGIČNI KVADRAT

V devetih predalčkih kvadrata na sliki se skriva eno dvomestno in osem trimestnih naravnih števil. Njihove številke smo nadomestili s simboli. Enaki simboli predstavljajo enake desetiške številke, različni simboli različne številke.

Kvadrat je magičen. To pomeni, da je med seboj enakih naslednjih osem vsot: tri vsote števil v posameznih vrsticah, tri vsote števil v posameznih stolpcih in dve vsoti števil vzdolž diagonal kvadrata.

Razvozajte pomen simbolov, to je razkrijte naravna števila, ki sestavljajo magični kvadrat.

△ □ ○	▲ ■ ●	△ □ △
□ □ △	□ □ ○	□ ■ ●
○ ■ ●	□ △	○ □ ○

Marija Vencelj

Rešitev je na strani 303.

ASTRONOMSKI POJAV BREZ PRIMERE

Navidezni prehod Venere čez Sončevo ploskvico dne 8. 6. 2004

Prispevek je napisan v štirih delih. V prvem je kratek opis pojava, v drugem vidnost pojava v naših krajih, v tretjem nekaj navodil za opazovanje, v četrtem pa še tri tipične naloge, vse povezane z Venerinim navideznim prehodom prek Sonca.

Opis pojava

Da bo pojav razumljiv čim širšemu krogu bralcev, bomo razlago zelo poenostavili. Torej, kadar pride Venera na svoji poti okrog Sonca natanko med Sonce in Zemljo (kar se zgodi zelo redko), z Zemlje lahko opazujemo, kako se Venera kot majhna temna okrogla pega (krožec) navidezno premika v smeri od vzhoda proti zahodu preko svetle Sončeve ploskvice (diska). Temu nebesnemu pojavu rečemo *navidezni prehod* (prečkanje, tranzit) *Venere čez Sonce*. Celoten pojav lahko traja več ur.

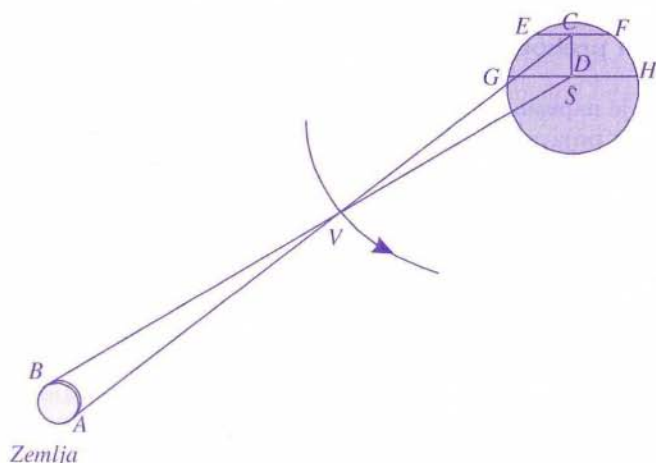
Čeprav je naša revija že kar precej pisala o Venerinih prehodih čez Sončevo ploskvico¹, si velja vseeno prebrati še nekaj zanimivosti.

Astronom Johannes Kepler je pred svojo smrtjo, leta 1629, prvi napovedal navidezni prehod Venere čez Sonce, in sicer dne 6. 12. 1631. Francoski filozof, matematik in astronom Pierre Gassendi, ki je tega leta kot prvi že opazoval podoben pojav, namreč navidezni prehod Merkurja čez Sonce, je seveda želel biti prvi, ki bi opazoval tudi Venerin prehod. Tako je Venero opazoval med 4. in 7. decembrom, toda prehoda ni videl. Danes vemo, zakaj. Prehod se je namreč dogajal v noči od 6. na 7. december, ko Sonce iz Evrope ni bilo vidno.

Kepler je spregledal Venerino navidezno prečkanje Sonca leta 1639. Spregledal pa ga ni oziroma izračunal ga je mladi angleški župnik, sicer veliki ljubitelj astronomije in strasten opazovalec, Jeremiah Horrocks. Napovedal je prečkanje, ga čakal in tudi pričakal sredi popoldneva 4. 12. 1639. Da zares opazuje omenjeni pojav, je hitro sporočil svojemu prijatelju. Začetne stopnje prečkanja, ko je Venera že nekoliko "zlezla v Sončevo ploskvico", je malo pred zatonom decembrskega Sonca opazoval tudi ta prijatelj. Morebitna druga opazovanja tega prehoda niso znana.

V začetku 18. stoletja je astronom Edmond Halley opozoril, da je iz opazovanj navideznih Venerinih prehodov čez Sonce mogoče natančno ugotoviti vrednost astronomske enote, t.j. razdalje Zemlja-Sonca (slika 1).

¹ Glej Presek 25 (1999/2000), 266 in Presek 30 (2002/03), št. 6, 344. Ti prehodi so bili: 1631 in 1639; 1761 in 1769; 1874 in 1882 in bodo: 2004 in 2012; 2117 in 2125 itn.



Slika 1. S – Sonce, V – Venera, A in B – kraja (opazovališči) na Zemlji.

Bistvene poteze merjenja astronomske enote, t.j. na skici označene razdalje $|AS| = |BS|$: Iz kraja A opazujemo navidezni prehod Venere čez svetlo Sončevo navidezno okroglo ploskvico vzdolž tetive ECF , iz kraja B pa po tetivi GDH . Kot, v katerem je z Zemlje viden razmik tetiv CD , je odvisen od razdalje med A in B , $|AB|$, oddaljenosti Venere od Sonca, $|VS|$ in oddaljenosti Zemlje od Sonca, $|AS|$. Ta kot je namreč možno izmeriti. Pri znanih $|AB|$, $|VS|$ in tem kotu je nato mogoče izračunati $|AS|$, t.j. vrednost astronomske enote.

Zato so vse štiri prehode v 18. in 19. stoletju množično opazovali prav v ta namen. Izkazalo pa se je, da ta opazovanja ne dajo tako dobrega rezultata, kot so pričakovali. Metoda je zamrla. Danes določajo astronomsko enoto predvsem po radarski metodi, ki je zares natančna.

Vendar pa bodo prihodnje navidezne Venerine prehode čez Sonce še vedno množično opazovali (z Zemlje in celo iz vesoljskih sond), ne le zaradi zanimivosti in njihove redkosti, ampak tudi zaradi tega, ker je na ta način moč dobiti veliko novih podatkov o Venerinem tiru gibanja in tudi o drugih dinamičnih lastnostih planeta.

Zelo zanimiva, če ne edinstvena in skoraj žalostna zgodba v zvezi z navideznim Venerinim prehodom čez Sonce, je usoda francoskega astronoma Le Gentila. Ta je, da bi opazoval Venerin prehod leta 1761, odpotoval že 1759 v Indijo, a je zaradi političnih dogodkov v kraj opazovanja prišel prepozno. Tam je ostal osem let, da bi dočakal naslednji prehod 1769. Vendar pa so mu takrat oblaki zastrli Sonce. Torej deset let, da ni videl ničesar.

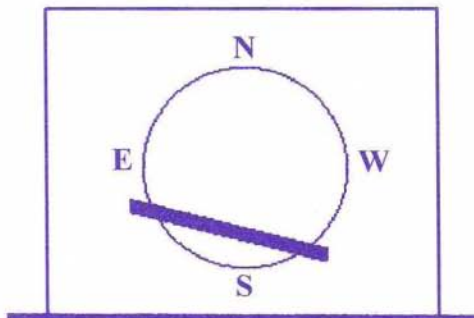
Potek pojava 8. 6. 2004

Tokratno navidezno Venerino prečkanje Sonca bo vidno iz Evrope, Afrike, Azije in vzhodnih delov Amerike. Gre za prvi prehod Venere, ki bo v celoti, torej po vsej dolžini tetive na Sončevi ploskvi, viden iz Evrope. Venera bo navidezno prečkala južno poluto Sonca. Pojav se bo odigral na ozadju ozvezdja Bik. Kako bo pojav viden iz naših krajev, prikazuje slika 2. Časovni potek pojava navajamo za sredino Slovenije, kar služi kot orientacija za druge kraje v Sloveniji. Razlike so majhne.

V Ljubljani tega dne Sonce vzide ob 5 h 11 min. Prehod se bo začel okoli 7 h 15 min, ko bo Sonce še nizko nad obzorjem, končal pa se bo približno ob 13 h 25 min, ko bo Sonce več kakor 60° visoko na nebu. Prehod bo trajal dobrih 6 ur.

Opomba. Natančnejše podatke najdete na zadnji strani ovitka in v Astronomskih efemeridah *Naše nebo 2004*, DMFA.

Slika 2. Shematičen prikaz navideznega prehoda Venere čez Sončev disk 8. 6. 2004 tako, kot bi ga videli pri pogledu s prostim očesom. Pozor. **PAZITE NA OČI.**



Opazovanje pojava

Sliko Sonca projiciramo na zaslon daljnogleda, kjer opazujemo Sonce in seveda tudi navidezni prehod Venere čez Sončev disk. Opazovanje je povsem varno. Daljnogled mora stati na trdnem stojalu, da se ne premika, zaslon mora biti tudi trdno vpet z daljnogledom, da se slika Sonca ne trese. Na zaslon nalepimo bel papir. Slika Sonca mora biti ostra. Ostrino izostrimo po robu Sonca ali po pegah, če so. Venera bo na ozadju svetle Sončeve ploskve vidna kot majhen temen krožec, ki se bo najprej od zunaj na vzhodnem robu dotaknil velikega svetlega Sončevega diska (prvi stik), nato bo krožec lezel v disk in se ga dotaknil z notranje strani (drugi stik), potem se bo temen krožec premikal po južnem delu diska, se dotaknil zahodnega dela robu z notranje strani (tretji stik) in končno z zunanje strani (četrti stik), nakar bo zapustil Sonce in z njega odšel za naslednjih osem let (slika 3).

Opazovanje prehoda je naporno. Pred Sončevo pripeko se moramo ustrezno zaščititi. Naredimo vse, da se počutimo čim udobnejše. Predlagam naslednji način opazovanja:

i) Slikovno beleženje pojava

Na sliki Sonca na zaslonu daljnogleda zabeležimo (označimo) navidezni vstop Venere, posamezne njene lege na Sončevem disku in njen navidezni izstop s Sonca. Ta slikovni del opazovanja shranimo kot dokument. Na sliki so lahko tudi razne opombe. Narisane so tudi pege itn.

ii) Časovno beleženje pojava

Tabela

	h	min	s
prvi stik t_1			
drugi stik t_2			
tretji stik t_3			
četrty stik t_4			

Izračunamo:

čas, ko Venera leze v Sončev disk: $t_2 - t_1 =$

čas, ko Venera leze iz Sončeve ploskve: $t_4 - t_3 =$

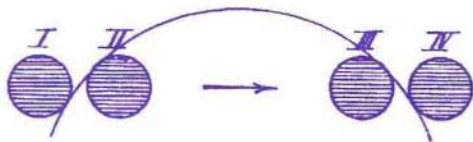
čas trajanja prehoda: $t_4 - t_1 =$

Iz opazovanj poskušamo ugotoviti:

- trajanje prehoda in ga primerjati s teoretično napovedjo,
- navidezno pot Venere čez Sončevo sliko,
- kvocient zornih kotov Sonca in Venere ter ga primerjati z nalogo 2 (glej dalje),
- pa še sami si kaj izmislite, saj je dosti možnosti.

Ves pojav je mogoče tudi fotografirati, o njem posneti video. Pri tem opravilu bodite skrajno previdni. Posvetujte se s strokovnjakom. Seveda pa je opazovanje odvisno predvsem od vremena. Če nam jo zagode, je vsega konec.

Glede samega opazovanja Sonca se lahko ravnate po navodilih iz moje knjižice *Astronomska opazovanja*, Presekova knjižnica 3, 1978, kjer boste našli še kopico drugih, novih idej tudi za razna druga opazovanja v astronomiji.

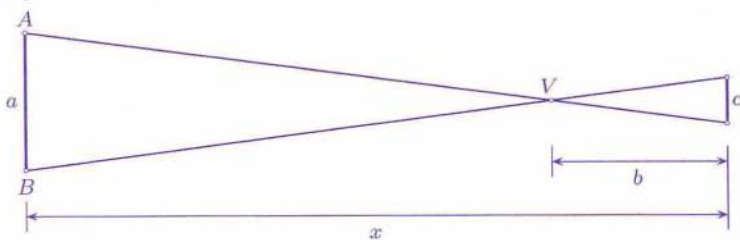


Slika 3. Navidezno premikanje Venere čez Sončev disk – shema. Opazovanje začnemo vsaj četrta ure pred napovedanim začetkom (prvim stikom). Pazimo na strani neba na zaslonu daljnogleda (glej knjižico *Astronomska opazovanja*).

Naloge

1. Naj bosta A in B kraja na Zemlji v oddaljenosti a , naj bo V lega Venere v oddaljenosti b od Sonca (natančno vrednost za b ugotovijo astronomi po tretjem Keplerjevem zakonu), c pa naj bo razmik tetiv, po katerih iz krajev A in B na Zemlji vidimo navidezno potovati Venero čez Sončev disk.

Izračunaj oddaljenost Zemlje od Sonca, t.j. astronomsko enoto, ki smo jo označili z x .



Slika 4. Skica k teoretični nalogi – izračun astronomske enote.

2. Zorni kot Venere pri pogledu z Zemlje se spreminja v mejah od $66''$ do $10''$. Ob letošnjem navideznem prehodu čez Sonce je Venera s polmerom $R = 6100$ km od Zemlje oddaljena $r = 0,29$ astronomske enote ($1 \text{ a.e.} = 150$ milijonov km). Izračunaj:
 - a) zorni kot Venere ob prehodu,
 - b) kvocient zornih kotov Sonca in Venere, če vzameš, da je zorni kot Sonca $0,5^\circ$.

Rezultat tega dela naloge npr. pove, kolikokrat je premer slike Sonca na zaslonu večji od premera slike Venere (temnega krožca), kar lahko seveda praktično ugotoviš iz opazovanja samega prehoda.

3. Primerjaj razsežnost posameznih peg na Soncu (če so) z velikostjo ($2R$) po Sončevi ploskvi premikajoče se Venere.

Marijan Prosen

Rešitve so na strani 271.

TRISEKCIJA KOTA

S konstrukcijskimi nalogami so se veliko ukvarjali starogrški matematiki. Le-ti so večino problemov, ki jih danes rešujemo z algebrainimi metodami, reševali geometrijsko. Pri tem je bila dovoljena le uporaba ravnila (brez običajne skale v centimetrih) in šestila, le premica in krožnica sta namreč veljali za popolni krivulji. Že v tistem času pa so starogrški matematiki naleteli na konstrukcije, za katere se je zdelo, da so na ta način nerešljive. Nekatere izmed njih so postale zelo znane; ena od njih je *trisekcija kota*. Govorimo seveda o problemu, kako samo s pomočjo ravnila in šestila dani kot razdeliti na tri enake dele. Da tega ni mogoče storiti, je prvi dokazal francoski matematik in akademik Pierre Laurent Wantzel (1814–1848) leta 1837. Dotlej so mnogi znani matematiki, pa tudi laiki, skušali rešiti ta konstrukcijski problem. Slednji pogosto zato, ker so bile za rešitev problema razpisane visoke nagrade. Zanimivo je, da ta problem še danes skuša rešiti veliko nepoznavalcev matematike. Trisekcija kota pa je možna z drugimi orodji, s katerimi je mogoče narisati bolj zapletene algebrajske krivulje (npr. s kvadratrisko, ki jo najdete v Razpetovi knjigi *Ravninske krivulje* – Sigma št. 65). Samo s šestilom in ravnilom je moč trisekcijo kota izvesti le približno, vendar s poljubno natančnostjo.

Ta znameniti problem, ki je od nekdaj zanimal matematike in laike, bo verjetno še dolgo zaposloval vse, ki ne poznajo vseh dejstev, znajo pa ravno dovolj matematike, da problem razumejo in jih vznemirja dejstvo, da je še vedno “nerešen”. V tej luči je zanimiva odločitev pariške akademije znanosti iz leta 1775, češ da se v bodoče ne bodo več ukvarjali z obravnavo rešitev problemov *kvadrature kroga* (krogu je potrebno poiskati plosčinsko enak kvadrat), *trisekcije kota* in *podvojitve kocke* (kako skonstruirati stranico kocke, ki ima dvakrat večjo prostornino kocke z dano stranico). V tej objavi akademija tudi odločno zanika, da je za katerokoli rešitev omenjenih problemov razpisana finančna nagrada: “Ves čas so žive govorice, da je francoska vlada namenila veliko nagrado tistemu, ki reši enega od navedenih problemov. Ljudje brez ustreznega matematičnega znanja še vedno verjamejo tem govoricam in se predajajo brezplodnemu raziskovanju, pri tem pa zanemarjajo svoje pravo delo in družino. Njihova trma prehaja v norost, ki je toliko težje ozdravljiva, kolikor so raziskovalci, ki nimajo pojma o pravem smislu problema in so nesposobni dojeti, za kaj gre, prepričani, da jih je Previdnost določila, da iščejo in najdejo rešitev problemov, pri tem pa jih vodi inspiracija, ki je nimajo pravi znanstveniki.”

Odgovor na vprašanje, ali je mogoča konstrukcija iskane daljice samo s pomočjo ravnila in šestila, nam da analitična geometrija, ki nas pouči o rešitvah polinomskih enačb. Vsak konstrukcijski problem lahko prevedemo na končno zaporedje korakov, pri katerih nove točke dobimo kot preseke dveh premic, premice in krožnice ali pa kot presek dveh krožnic. Pri tem morajo premice potekati skozi že znane točke, prav tako morajo biti znana središča in polmeri krožnic.

Premice so v analitični geometriji določene z linearno enačbo oblike

$$ax + by + c = 0, \quad (1)$$

krožnice pa s kvadratno enačbo oblike

$$x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0. \quad (2)$$

Zato je iskanje presekov premic in krožnic ekvivalentno reševanju sistema dveh enačb, od katerih je vsaka oblike (1) ali (2).

Ko rešujemo problem trisekcije kota, pridemo do znane trigonometrijske enakosti

$$\cos \alpha = 4 \cos^2 \frac{\alpha}{3} - 3 \cos \frac{\alpha}{3},$$

ki po zamenjavi spremenljivk

$$a = \cos \alpha, x = \cos \frac{\alpha}{3}$$

preide v enačbo

$$4x^3 - 3x - a = 0.$$

Pokažemo lahko, da enačbe (3) za splošen a ni mogoče prevesti na sistem dveh enačb tipa (1) ali (2), zato trisekcija kota nasploh ni mogoča samo z ravnilom in šestilom. Zanimivo je, da pa je mogoča v posebnih primerih, ko je kot α oblike $\frac{90^\circ}{2^n}$, kjer je n naravno število.

V naslednjih številkah Preseka bomo pokazali zanimive metode, kako lahko z bolj zapletenimi orodji pridemo do rešitev omenjenih "nemogočih problemov".

Branislav Čabrić
priređil Marjan Jerman

O TRENJU III. del

Nekaterih spoznanj o trenju Coulomb in Morin nista dognala. Morda zato raziskovanje trenja, ki ga v novejšem času imenujejo *tribologija* (tribos, v grščini drgnjenje), ni bilo na najboljšem glasu. Nova spoznanja v prvi polovici 20. stoletja so včasih še bolj zameglila sliko. Najprej je kazalo, da povzroča trenje hrapavost, češ da je koeficient trenja tem večji, čim bolj hrapavi sta klada in podlaga, in tem manjši, čim bolj gladki sta. Pozneje so ugotovili, da velja to samo do neke mere. Pri bolj gladki ploskvi se je koeficient trenja povečal. Po tem je mogoče domnevati, da so za trenje vendarle odgovorni deli obeh površin, na katerih se atomi klade in podlage dotikajo in učinkuje adhezija. Le-to je omenil že Coulomb, ki pa je zatrdil, da z njo lahko pojasni samo manjši del sile trenja. Še leta 1941 je J. J. Bikerman zagotavljal, da z adhezijo ne bi mogli pojasniti, da je koeficient trenja pri drsenju platine po platini, platine po lesu in lesa po lesu enak. Prav tako ne zaznamo adhezije, ko telo dvignemo s podlage. Mejni kot pa naraste od 6° na 27° in koeficient trenja od 0,1 na 0,5, ko postaja mejna ploskev vse bolj gladka. Makroskopski zakoni trenja so sicer široko uporabni, a prevladalo je spoznanje, da jih lahko pojasnimo le mikroskopsko, to je z atomi.

Adhezija je dobivala vse več veljave. Koeficient trenja pri drsenju telesa po grobo zglaženem steklu je manjši kot pri drsenju po vlittem ali optično zbrušnem steklu. Koeficient trenja za sveže pripravljeno podlago je večinoma enak kot za podlago, po kateri je telo že večkrat drselo. Pri zaviranju vztrajnika s telesom v obliki krogle je sila trenja neodvisna od tega, kako zglažena je podlaga. Vendar to ne velja za mehko telo. Pri več kot tisoč poskusih je Bikerman ugotovil, da je bil koeficient trenja za pet različnih kovin enak, ne glede na to, ali je bilo površje zglaženo, grobo zglaženo ali razbrazdano. Trenje je manjše v ležajih, v katerih je ena od površin bolj hrapava od druge. Trenje v mazanih jeklenih krogličnih ležajih ni odvisno od tega, kako gladki sta ploskvi.

Pri adheziji bi pričakovali, da je sila trenja odvisna od *prave stične površine*, to je površine, v kateri so atomi klade v stiku z atomi podlage. Od nje moramo razlikovati *dršno površino* ali *navidežno površino*, na katero smo mislili doslej. Prva je precej manjše od druge. To je uvidel H. Shaw že leta 1886. Pri trenju trdnih teles se stikata klada in podlaga na majhnem številu točk in se pri drsenju premestijo le atomi okoli teh točk. Število teh točk se poveča in stična površina naraste, ko naraste pravokotna sila in se poveča sila trenja. Ta ima potemtakem dva vzroka: deformirajo se deli klade in podlage okoli stičnih točk ter pri gibanju stičnih točk po površju klade in podlage nastanejo brazde.

F. P. Bowden in sodelavci so v letih 1938 in 1939 preprosto merili pravo stično površino tako, da so merili električni upor. Prišli so do zanimivih ugotovitev:

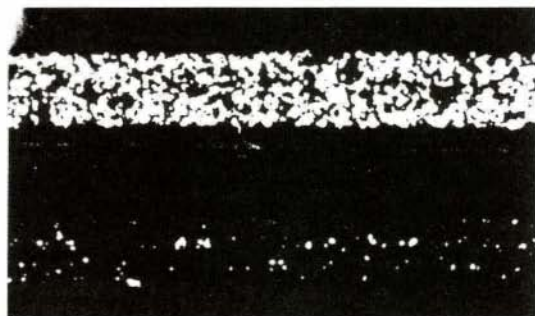
- Prava stična površina je neodvisna od oblike in velikosti navidezne površine, od obdelave in od tega, ali se telo giblje ali miruje.
- Pri kovinah je sila trenja sorazmerna s pravo stično površino, ki je majhen del navidezne površine.
- Sila trenja ni odvisna od pravokotne sile. Zaradi povečane pravokotne sile pa se poveča prava stična površina.

Kovina se v bližini stičnih točk ponavadi plastično deformira. Medtem ko se pri *prožni deformaciji* deli telesa vrnejo v prvotno lego, ko sila preneha, pri *plastični deformaciji* ni tako. Večja pravokotna sila povzroči večjo plastično deformacijo, zaradi katere se poveča prava stična površina. Ta je zelo majhna, tako da se že zaradi zelo majhne pravokotne sile pritalijo deli klade in podlage ob stičnih točkah. Silo trenja povzročata trganje pritaljenih stikov in raze, ki jih izbokline trše kovine zapustijo v mehkejši kovini.

Spoznanji, da je sila trenja sorazmerna s pravokotno silo in neodvisna od navidezne površine, vidimo zdaj v novi luči. Sili, ki sta pravokotni druga na drugo, sta neodvisni, če ju ne poveže kak pojav. Po starem Coulombovem mnenju je to hrapavost klade in podlage, po novem pa pritalitev delov klade in podlage v bližini stičnih točk. Dvakrat večja pravokotna sila povzroči dvakrat več pritalitev in to dvakrat večjo silo trenja.

O tem so se prepričali Bowden in sodelavci. S kladami različnih oblik so ločili učinek pravokotne sile od učinka površine. Poleg tega so merili silo trenja pri drsenju jeklene kroglice po jekleni podlagi, ki jo je prekrivala tanka plast indija. Pravokotna sila se je prenesla med jeklenima telesoma, prava stična površina pa je bila odvisna od debeline indijske plasti. Oboji poskusi so pokazali, da je sila trenja neodvisna od pravokotne sile in da je sorazmerna s pravo stično površino.

Pri poskusih s klado in podlago iz zglajenega stekla ali kremena so neposredno opazovali maloštevilne *vroče predele*, ki so se pojavili okoli stičnih točk. Po drsenju bakrene klade je bilo mogoče opaziti pritaljene koščke bakra na podlagi. Koščkov je bilo več, če je bila stična ploskev suha, in manj, če so jo mazali (slika 1). Pri drsenju mehkejše kovine po trši, na primer bakra po jeklu, se kdaj pa kdaj košček trše kovine pritali na mehkejšo in v trši kovini nastane jamica. Tako se na primer obrabi jeklena os v ležaju iz mehkejše kovine.



Slika 1. Sledi bakra na kovini brez mazanja (zgoraj) in z mazanjem (spodaj).

Trganje koščkov snovi so opazovali z radioaktivnimi izotopi. Podlago iz bakrove zlitine so obsevali z devteroni iz ciklotrona. Nato so preiskali radioaktivnost klad iz neradioaktivne snovi, ki so drsele ali se kotalile po podlagi. Po tej poti je bilo mogoče opaziti koščke radioaktivne bakrene zlitine z maso $10^{-4} \mu\text{g}$, ki so s podlage prešli na kladu. Ugotovili so, da se njihova skupna masa poveča, če se poveča hrapavost, in je za jeklene klade sorazmerna s površino. Nekaj snovi je prešlo tudi pri zelo majhni pravokotni sili. Ta prenos snovi s telesa na telo v eni in drugi smeri, pri katerem gladke površine postanejo hrapave, je tesno povezan z obrabo.

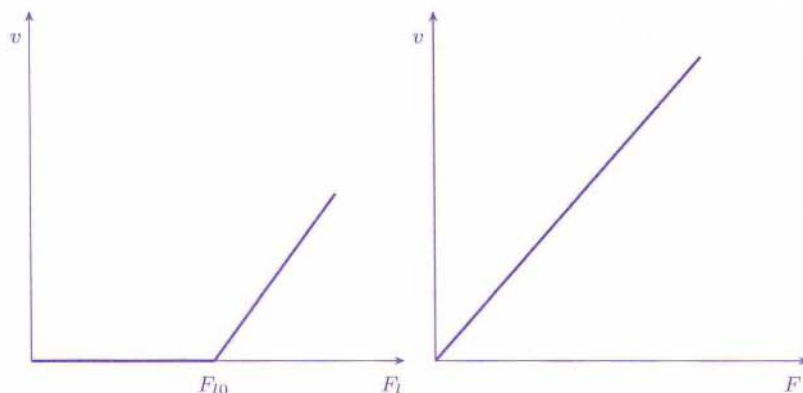
V posebnih primerih je mogoče razmeroma preprosto ugotoviti, da je koeficient trenja odvisen od hitrosti. Pri zaviranju vlaka z veliko hitrostjo morajo popustiti zavore, ko se nekoliko zmanjša hitrost, da kolesa ne zdrsnejo in sunek pri zaustavljanju ni premočan. Francis Galton je že leta 1878 ugotovil, da koeficient trenja z naraščajočo hitrostjo pojema okoli hitrosti 30 m/s. Podobno kot pri zaustavljanju vlaka je veljalo pri zaustavljanju avtomobila, če zavor ne krmili elektronika. Podrobnejša merjenja so pokazala, da za čiste površine koeficient trenja pri zelo majhni hitrosti z naraščajočo hitrostjo narašča, na območju hitrosti od cm/s do m/s je neodvisen od hitrosti, a pri veliki hitrosti pojema z naraščajočo hitrostjo. Na spodnjem robu območja velikih hitrosti je Ludwig Prandtl s sodelavcema leta 1930 navedel enačbo

$$k_t = \frac{1 + k_1 v}{1 + k_2 v} k(0)$$

s $k_1 = 0,112 \text{ s/m}$, $k_2 = 0,06 \text{ s/m}$ in koeficientom lepenja $k(0)$ kot koeficientom trenja pri hitrosti 0. Pojemanje koeficienta trenja pri velikih hitrostih so poskusili pojasniti s špranjo, ki se pojavi med podlago in

klado. Tako špranjo s širino nekaj valovnih dolžin vidne svetlobe so zaznali pri merjenjih.

Zanimivo je "zatikanje in drsenje" ali *relaksacijsko nihanje* (slika 2). V grozljivkah se pogosto pojavi prizor, v katerem se počasi odprejo škripajoča vrata. Pojav opazimo v posebnih okoliščinah in je povezan z odvisnostjo koeficienta trenja od hitrosti. Znani primeri so gibanje skoraj navpično postavljene krede po tabli, močno zaviranje avtomobila, gibanje vrat v starih ležajih, noža po kovini v stružnici. V vseh teh primerih slišimo značilen zvok, ki ga navadno opišemo kot škripanje ali cviljenje. K temu pojavu sodi tudi gibanje loka po struni pri godalih. Struna se zatakne ob s smolo namazani lok, ki struno napne, dokler se sila toliko ne poveča, da struna hitro zdrsne v prvotni položaj, nakar se igra ponovi. Ob vsakem zdrsu se vzbudi nihanje strune in potem struna po svoje dušeno niha.



Slika 2. Za trenje je značilno zatikanje. Sila vzmetne tehtnice narašča in z njo narašča tudi sila lepenja F_l . Klada se ne premakne, dokler sila lepenja ne doseže največje sile lepenja F_{l0} (levo). Pri upor, na primer pri gibanju telesa po vodi ali zraku, ni zatikanja. Telo se premakne pri poljubno majhni sili, le da se pri zelo majhni sili giblje z zelo majhno hitrostjo (desno).

Pri pojavu je prava stična površina zelo majhna, tako da se v okolici maloštevilnih stičnih točk sprosti znatna toplota in pojavi visoka temperatura. Tam se obe telesi pritalita, drsenje preneha, dokler velika sila ne prekine pritaljenih mest in telesi zdrsneta. Poskuse so delali tudi s kovino, ki se je gibala po kovini. Pojav je bilo mogoče v tem primeru zasledovati po sledovih prve kovine na drugi. Dolžina zdrsa je večja pri večji hitrosti. Pri nekem poskusu je narasla frekvenca na 150 s^{-1} , ko je pri

znatni pravokotni sili hitrost narasla na nekaj cm/s. Frekvenca je odvisna tudi od uporabljene merilne naprave. Nekateri razlagajo pojav samo s tem, da je koeficient lepenja večji od koeficienta trenja. V tem primeru naj bi bile hitre spremembe sile trenja učinek in ne vzrok zatikajočega se gibanja.

Pri torni žagi se kovinski valj ali trak giblje s hitrostjo od 60 do 100 m/s in reže vse mogoče snovi, ne pa na primer gumija. Ob trenju se sprosti veliko toplote, ki ne more odteči, snov se ob žagi močno segreje in v tanki plasti zmehča, stali ali zgori. Vroče ostružke odnese od telesa, tako da se telo ne segreje znatno. Pri rezanju železa se pojavijo svetle iskre, trdni delci železa, ki se pogosto zaradi visoke temperature razpočijo. Žaga se le malo izrabi, ker je malo neposrednega stika med njo in telesom, prav tako se tudi ne segreje, ker se deli hitro umikajo in hladijo.

Trenje se pojavi tudi med izstrelkom in cevjo. Izstrelak ima obroč iz mehke kovine, na primer bakra, v katerega se vrežejo žlebovi, da se izstrelak vrti. Izstrelki ob izstopu iz cevi dosežejo hitrost do 1000 m/s. Koeficient trenja so izmerili tako, da so opazovali gibanje izstrelka v cevi brez žlebov. Uporabili so tudi izstrelak z votlim zadkom, katerega stene so izgoreli plini dodatno stisnili na steno cevi; hitrost se je zmanjšala. Pri poskusih so ugotovili, da opiše koeficient trenja pri gibanju jekla po jeklu navedena enačba s konstantami $k_1 = 0,0044$ s/m, $k_2 = 0,064$ s/m in $k(0) = 0,27$. Iz nje sledi za mejni koeficient trenja $k(v \rightarrow \infty) = 0,019$. Podobno kot pri žagi se tudi cev zaradi trenja le neznatno segreje, ker se izstrelak hitro giblje. V cevi z žlebovi se močnejše segreje le obroč na izstrelku. Snov obroča se plastično deformira, delno stali in delno izhlapi, pri tem velik del toplote ne izvira iz trenja, ampak iz izgorelih plinov. Kot se žaga pri rezanju bakra pobakri, se pobakri cev, če je obroč na izstrelku iz bakra. Kaže, da se pri velikih hitrostih med trdnima telesoma pojavi tanka plast maziva v obliki staljene kovine.

V trenje je vpleten tudi električni naboj. Silo med dotikajočimi se pojasnimo z medsebojnim delovanjem elektronov v njiju. Včasih pa se nabere tudi večji naboj, ki ga je mogoče zaznati. Pri dotiku se eno telo naelektri pozitivno in drugo negativno. Na novo izdelani papir v svitku je na primer močno naelektren. Nabrani naboj je odvisen tudi od vrste plina, ki obdaja telo, in od njegovega tlaka in vlažnosti. Naboj se zveča, če se zniža tlak in zmanjša vlažnost. V kisikovi atmosferi se naboj močno zmanjša, ker verjetno negativni kisikovi ioni izravnavajo pozitivni naboj kovine. Pri tem nastane plast oksida, če je to kemijsko mogoče.

Koeficient trenja se zmanjša, če nastane na površju kovine tanka plast oksida in se trdno drži kovine. Kroglice iz litega železa s tanko plastjo rje se veliko manj obrabijo kot kroglice iz jekla. Tanka plast rje ščiti dele železa pod njo pred oksidacijo in obrabo. Nasprotno pa se jekla plast oksida ne drži. Plast sulfida, fosfida in drugih spojin ima podobno vlogo. Celo plast adsorbiranega plina, na primer iz zraka, zmanjša koeficient trenja. Sveže zglajene in v vakuumu žarjene kovinske površine imajo zelo velik koeficient trenja, 5 in več. Dostop kisika, živosrebrnih par in par žveplove kisline zmanjša koeficient trenja. Dostop ogljikovega tetraklorida, cigaretnega dima, dima, ki nastane pri gorenju izolacije vodnikov, pa ga poveča.

Čeprav je mazanje zelo pomembno, mu posvetimo le nekaj besed. Omenili smo, kako je Coulomb pojasnil, da smukec zmanjša trenje kovin. Prav nevidna plast olja, ki znatno zmanjša koeficient trenja, opozarja na to, da lahko prispeva hrapavost samo majhen delež k sili trenja. Po prvi od dveh razlag mazivo izpolni votline med telesoma, ki se tareta, zaradi česar se pojavi manj drobnih neprožnih deformacij. Po drugi pa se zaradi maziva poveča prava stična površina in se s tem zmanjša tlak. Učinek je po obeh razlagah enak. Če sodelujejo pri trenju adhezija in sile med naboji, mazivo zmanjša te sile. Vloga maziva je odvisna od debeline plasti. Pri debeli plasti, pri *hidrodinamičnem mazanju*, je pomembna viskoznost, pri tanki plasti pa je pomembna tudi adhezija.

V zadnjem času raziskovanje trenja postaja vse pomembnejše. Novi načini merjenja omogočajo *nanotribologijo*, opazovanje trenja na ravni atomov. Poskusi so že dali odgovor na nekatera vprašanja, novi pa obetajo pojasniti še preostala.

Janez Strnad

ASTRONOMSKI POJAV BREZ PRIMERE – Rešitve nalog s str. 263

- $x = b(a + c)/c$
- a) Označimo z α zorni kot Venere pri pogledu z Zemlje. Ker je kot majhen, lahko sestavimo enačbo $\alpha/360^\circ = 2R/2\pi r$, od koder sledi

$$\alpha = \frac{360 \cdot 60' \cdot 6100 \text{ km}}{3,14 \cdot 0,29 \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ km}} \doteq 1'.$$

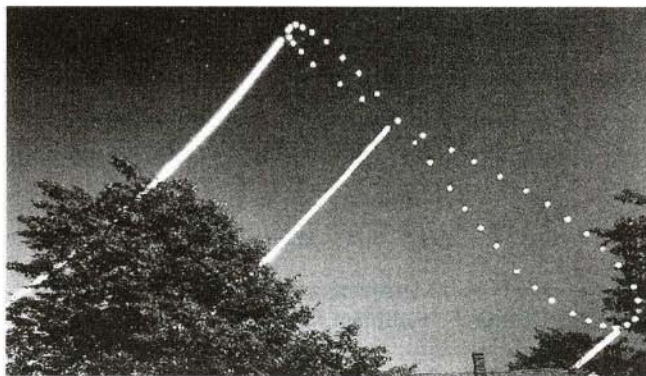
- Kvocien je $30'/1' = 30$ (preveri z merjenjem premera slike Sonca in premera slike Venere – temnega krožca).

Marijan Prosen

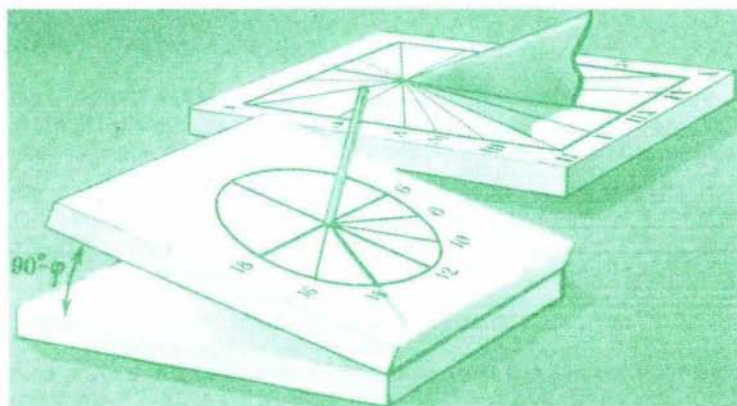
Marijan Prosen: UKVARJANJE S SENCO, Presekova knjižnica 39, DMFA–založništvo, Ljubljana, 2003

Senc smo v vsakdanjem življenju tako navajeni, da jih ponavadi sploh ne opazimo. Seveda so tudi izjeme. Lansko poletje (2003) je s svojimi ekstremnimi temperaturami poskrbelo, da so bile sence hit poletja. Nekateri, recimo Peter Pan, pa se svoje sence zavedo šele, ko jo pozabijo ali izgubijo. Naj bo tako ali drugače, v novi publikaciji Marijana Prosenca z naslovom *Ukvarjanje s senco* se lahko prepričamo, da je senca lahko tudi zelo zanimiva za reziskovanje.

Knjiga *Ukvarjanje s senco* je pred kratkim izšla v Presekovi knjižnici in na približno devetdesetih straneh z vseh zornih kotov osvetli senco. Tako poleg uvoda najdemo naslednja poglavja: O senci, s kakršno se bomo ukvarjali; Določitev poldnevnice; Približna orientacija po senci; Dolžina opoldanske sence; Ocenitev kotne hitrosti vrtenja Zemlje po senci; Najdaljša senca;* Enačba sence;* Analema; Senčne ure; Senca in koledar; Zgodbi o uporabi sence. Pojem analema je verjetno tuj večini bralcev Preseka. Namesto razlage, ki jo lahko preberemo v knjigi, si rajši pogledjmo spodnjo sliko, ki prikazuje analemo posneto iz Avstralije.



Večji del knjige obsega opazovanje sence. Poskusi niso težki, kot opremo večinoma potrebujemo le ošiljeno ravno palico (z učenim imenom *gnomon*) in pokončen slok stožec. Nekateri poskusi zahtevajo po-trpežljivega raziskovalca, saj lahko potekajo tudi v daljšem časovnem obdobje, recimo eno leto. Potrebna matematika ni prezahtevna (izjemi sta morda le poglavji označeni z zvezdico), tako da je knjiga primerna za vedoželjne dijake (in seveda tudi starejše), na osnovnošolskem nivoju pa se zdi knjiga kot naročena za različne krožke (matematično-fizikalne, naravoslovne, astronomske, geografske), različne obšolske in zunajšolske dejavnosti ter tudi za naravoslovne in raziskovalne dneve. Kot eno izmed možnosti uporabe knjige naj navedem, da bi si lahko taborniki z izborom kakega izmed opisanih poskusov popestrili svoje poletne tabore. Zagotovo je tudi zanimivo izvedeti, kako pravilno naredimo sončno uro. Na spodnji sliki iz knjige sta prikazani ekvatorialna in vodoravna sončna ura za kraje z geografsko širino φ . (Širina φ je pri nas približno 45° .)



Naj na koncu omenim še kratko razmišljanje avtorja o svojih začetkih zanimanja za ta pojav. V tretjem razredu osnovne šole je slišal, da je nekdo (grški učenjak Eratosten) s pomočjo sence ugotovil "velikost" Zemlje. Precej kasneje je izvedel za Talesovo znamenito in duhovito merjenje višine piramide v Egiptu. Oboje, Eratostenova domiselnost in Talesova iznajdljivost, sta ga notranje močno prevzela. Ni sicer jasno, ali sta bila ta dva poskusa ključna za njegovo zanimanje za senco, vsekakor pa se je le-to pojavilo že zelo zgodaj in še vedno traja. Upam, da bo s svojo knjigo avtor prenesel svoje navdušenje tudi na bralce Preseka.

Sandi Klavžar

Carl Gustav Jacob Jacobi (1804 – 1851) Ob dvestoletnici rojstva

V zadnjih dveh številkah 29. letnika Preseka smo pisali o dveh matematikih, Norvežanu Abelu in Francozu Galoisu, katerih usoda in delo sta neizbrisno zapisana v zgodovini matematike zgodnjega 19. stoletja. Tokrat namenjam pozornost njenemu sodobniku, nemškemu matematiku Jacobiju, čigar življenje ni bilo tako tragično kot Abelovo in usoda ne tako temna kot Galoisova, njegov prispevek k zlati dobi matematike 19. stoletja pa prav tako velik.



V članku o Abelu smo omenili siloviti matematični dvoboj med Abeldom in Jacobijem¹, ki je prinesel nesluteni razvoj teorije eliptičnih funkcij, obema matematikoma pa leta 1830 skupno nagrado francoske akademije znanosti za izjemne matematične dosežke (Abelu posmrtno). Jacobi je bil tudi eden od dveh evropskih matematikov – drugi je bil Gauss – ki jima je Galois namenil svoje slovito oporočno pismo², ker ju je edina štel za vredna in sposobna preценiti njegovo matematično delo.

Carl Gustav Jacob Jacobi se je rodil v pruskem Potsdamu, starodavnem mestu jugozahodno od Berlina, kot drugi od štirih otrok židovskega bankirja Simona Jacobija. Odraščal je v bogati in izobraženi družini. Njegov prvi vzgojitelj in učitelj je bil materin brat. Ko je bil star dvanajst let, se je Jacobi vpisal na potsdamsko nižjo gimnazijo, a so ga že po nekaj mesecih prestavili v prvi razred višje gimnazije. To je nato obiskoval štiri leta, saj se pred šestnajstim letom ni bilo moč vpisati na univerzo. Pri maturi je blestel v latinščini, grščini in zgodovini, njegovo matematično znanje je segalo daleč preko predpisanih učnih okvirov. Prvotni namen, da bi hkrati študiral klasične jezike, filozofijo in matematiko, je Jacobi po

¹ Glej Presek, 29, str. 259–263.

² Glej Presek, 29, str. 346–349.

dveh letih študija na berlinski univerzi zaradi pomanjkanja časa opustil in se zapisal matematiki. Še ne dvajsetleten je opravil izpit za nadučitelja in si s tem pridobil pravico poučevanja matematike, latinščine in grščine v višji gimnaziji ter zgodovine v nižji gimnaziji. Čeprav je bil Jacobi po rodu Žid, so mu za naslednje šolsko leto ponudili mesto na najuglednejši berlinski gimnaziji. Preden je začel poučevati, je že tudi oddal doktorsko disertacijo. Njena kvaliteta in dejstvo, da se je pokristjanil, sta mu omogočila, da je komaj dvajsetleten dobil neplačano mesto privatnega docenta na berlinski univerzi.

Že prvi semester je Jacobi zaslovel kot izjemen predavatelj. Zato mu je leta 1826 prusko ministrstvo za izobraževanje predlagalo, da preide na univerzo v Königsbergu, kjer je lahko prej pričakoval plačano profesorsko mesto kot v Berlinu. Tam je leta 1827 postal izredni in leta 1832 redni profesor. Vmes se je 1831. leta poročil z Marie Schwinck, s katero je imel pet sinov in tri hčere.

Na königsberški univerzi je Jacobi ostal 18 let. Neutrudno aktiven je dosegal osupljive rezultate kot odličen predavatelj in kot blesteč znanstvenik. V zgodnji čas tega obdobja sodi njegov veliki prispevek k teoriji eliptičnih funkcij, ki je nastal med matematičnim dvobojem z Abelom. Stiki s königsberškima profesorjema, astronomom Besselom in fizikom Neumannom, so mu vzbudili zanimanje tudi za druge veje matematike. Svoje članke o osnovnih raziskavah v teoriji eliptičnih funkcij, matematični analizi, teoriji števil, geometriji in mehaniki je Jacobi objavljaval v novem Crellovem Journalu, kasnejši vodilni nemški matematični reviji 19. stoletja. S povprečno tremi članki na zvezek je bil med naplodovitejšimi avtorji revije in s tem veliko pripomogel k njeni mednarodni uveljavitvi.

Intenzivno znanstveno delo ni škodilo Jacobijevemu poučevanju na univerzi. Nasprotno. Uvedel je raziskovalne seminarje, kar je bila novost v matematiki. V njih je zbral najbolj nadarjene študente in k delu pritegnil tudi svoje najbližje sodelavce. Ker ni maral uhojenih poti, je svojim študenom predaval predvsem o rezultatih lastnih raziskav. Bil je sposoben po osem do deset ur tedensko predavati teorijo eliptičnih funkcij, kar je od slušateljev zahtevalo maksimalno zavzetost. Njegova osebnost in nalezljivo navdušenje za matematiko sta nadarjene mlade ljudi naravnost očarala. Pritegnil jih je v svoj miselni krog ter usmerjal njihovo delo. Kmalu se je pod njegovim vodstvom v Königsbergu izoblikovala močna matematična šola, katere jedro sta poleg njega sestavljala še Bessel in Neumann.

Poleti 1829. leta je Jacobi obiskal Gaussa v Göttingenu, Legendra, Fouriera, Poissona ter druge slavne francoske matematike pa v Parizu. Leta 1842 sta se z Besselom udeležila znanstvene konference v Manchesteru kot blesteča predstavnika svoje domovine.

Na začetku leta 1843 je Jacobi resno zbolel za sladkorno boleznijo. Matematik Dirichlet mu je s posredovanjem geografa Alexandra von Humboldta³ priskrbel kraljevo podporo, ki je Jacobiju omogočila nekajmesečno bivanje v Italiji, kot so mu svetovali zdravniki. Milo podnebje je ugodno vplivalo na njegovo zdravje, ki se je opazno izboljšalo. Po vrnitvi v Prusijo poleti 1844. se je Jacobi z družino preselil v Berlin, saj je ostra baltska klima v Königsbergu ogrožala njegovo zdravje. Ker je bilo življenje v prestolnici dražje, mu je bila kot dodatek k plači dodeljena posebna kraljeva podpora. Tedaj je bil Jacobi že član pruske akademije znanosti. To mu je dajalo pravico, da predava na berlinski univerzi, ni pa bil k temu obvezan. Zaradi slabega zdravja je ponujeno možnost izkoristil in zelo malo predaval.

Nastopilo je revolucionarno leto 1848 in Jacobi se je zapletel v politiko. S svojo trdno znanstveno logiko je bil kot naivni misijonar, ki se znajde na ljudožrskem otoku. Zameril se je tako rojalistom kot republikancem. S finančnega vidika so bile posledice zanj katastrofalne. Prošnjo, da bi bil na berlinski univerzi redno nastavljen, kar bi zanj pomenilo zanesljivejši položaj, je izobraževalno ministrstvo zavrnilo. Hkrati mu je bila ustavljena kraljeva podpora, ki jo je prejemal vse od preselitve v Berlin. Na dediščino ni mogel računati, saj je premoženje družine Jacobi že pred leti propadlo v bankrotu. Njegova številna družina je morala zapustiti svoj berlinski dom. Sam se je nastanil v nekem gostišču, žena z otroki pa se je preselila v Gotha, provincialno mesto, kjer je bilo življenje bistveno cenejše kot v Berlinu.

Konec leta 1849 so Jacobiju ponudili profesorsko mesto na dunajski univerzi. Šele, ko je ponudbo sprejel, se je pruska vlada zavedla, da bi Jacobijev odhod močno umazal njen ugled. Ministrstvo mu je ponudilo številne ugodnosti in zaradi velike želje, da ostane v domovini, je Jacobi odločitev spremenil. Družina naj bi ostala v Gotha še kakšno leto, do mature najstarejšega sina. Oče je družino pogosto obiskoval, z njo je

³ Po njem se imenujejo znane Humboldtove štipendije, ki jih podeljujejo tujim znanstvenikom za raziskovalno delo v Nemčiji in nemškim znanstvenikom za raziskovalno delo v tujini.

preživel tudi poletne počitnice leta 1850. Na enem od obiskov v začetku leta 1851 je dobil gripo. Še preden je dodobra okreval, je zbolel za kozami in umrl po tednu dni, 18. februarja 1851.

Že v članku o Abelu smo napisali, da je Jacobi v matematičnem dvoboju z Abelom objavljale kratke notice z rezultati, ki niso razkrivali njegovih metod. Kasneje jih je zbral, razširil in opremil z dokazi ter leta 1829 izdal v mojstrskem delu *Nove osnove teorije eliptičnih funkcij*. Z eliptičnimi funkcijami se je Jacobi v presledkih ukvarjal do konca svojega življenja. Nadaljnja dognanja s tega področja so izšla v I. in II. delu njegovih *Zbranih del*.

V knjižni obliki je želel zbrati tudi svoje številne rezultate iz teorije števil, a mu to ni uspelo.

Za številna Jacobijeva dela je značilna povezava različnih matematičnih področij. Bil je prvi, ki je uvidel zvezo med teorijo eliptičnih funkcij in teorijo števil. Eliptične funkcije je Jacobi uvedel v teorijo integralov in preko njih v teorijo diferencialnih enačb. Posmrtno so objavili rezultate njegovih raziskav v teoriji parcialnih diferencialnih enačb in analitični mehaniki. Sistematično je uredil teorijo determinant in uvedel funkcijsko determinanto, ki jo po njem imenujemo Jacobijeva determinanta. Njeno teorijo je podrobno izpeljal, vključno z njeno vlogo pri obratu analitičnih funkcij in pri vpeljavi novih spremenljivk v večkratne integrale.

Jacobija je zanimala tudi zgodovina matematike. Znano je, da je imel leta 1846 odmevno predavanje o Descartesu, za Alexandra von Humboldta je pripravil pregled starogrške matematike, sodeloval je pri pripravi izdaje Eulerjevih del. Jacobijeva prizadevanja za izdajo Eulerjeve monografije so presegala meje običajnega zanimanja znanstvenika za delo svojega predhodnika. Temu je gotovo botrovala sorodnost njunega duha, ki ju je vodil skozi matematiko. Oba sta bila spretna pisca in še spretneje sta rokovala z matematičnimi izrazi. Oba sta znala iz velike množice primerov iztržiti najboljše splošne domneve in iz velike množice matematičnih metod izbrati najboljše orožje za napad na dani problem. Oba sta delovala na več matematičnih področjih (v tem je Euler Jacobija sicer močno prekašal). Za razliko od Eulerja pa Jacobija ni zanimala uporabna matematika. Na matematiko je gledal kot na vedo strogo znotraj platonskih okvirov. Svojo kandidaturo za rednega profesorja v Königsbergu je podprl z uvodno mislijo: "Mathesis est scientia eorum, quae per se clara sunt." – Matematika je znanost o takih stvareh, ki so jasne same po sebi.

Marija Vencelj

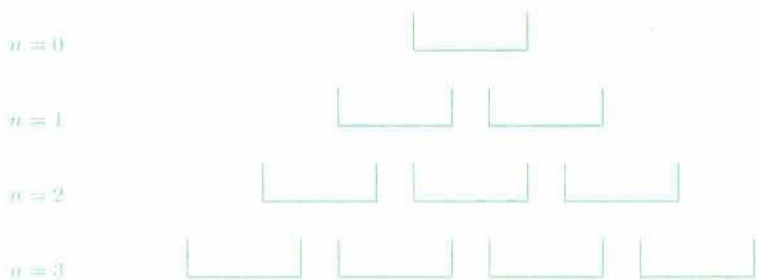
PRETAKANJE VODE IN BINOMSKI SIMBOLI

Pretakanje vode iz posode v posodo je lahko zelo zanimivo. Spomnimo se samo na vodne ure, na terase, po katerih se pretaka voda, in na različne znamenite vodnjake. Tokrat si oglejmo, kakšno zvezo s pretakanjem vode imajo Pascalov trikotnik in binomski simboli.

Izberimo posebne posode, ki imajo ravno dno, na katerem sta tik ob steni na nasprotnih straneh dve odprtini. Presek take posode kaže slika.

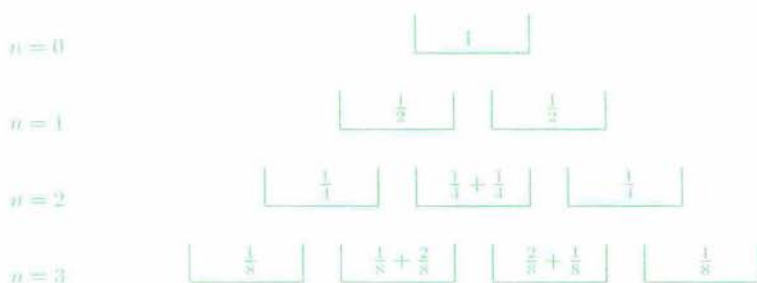


Pretakanje skozi odprtine nadzorujemo s posebnimi magnetnimi ventili. Ti nam omogočajo, da odprtini hkrati odpremo in zapremo ter tako uravnavamo količino vode, ki izteka skozi posamezno optino. Posode postavimo v obliki piramide, kot kaže slika (odprtin nismo risali).



Najprej odpremo ventila v posodi, ki leži najvišje ($n = 0$). Ko voda iz posode izteče, se hkrati odprejo vsi ventili v posodah na nivoju $n = 1$, ko so te prazne, se odprejo ventili na nivoju $n = 2$ in tako naprej.

Obravnavajmo primer, ko je pretok vode skozi obe odprtini posamezne posode enak, torej ko skozi vsako odprtino steče polovica vode, ki je v posodi.



Posoda na nivoju $n = 0$ naj bo polna vode (1 enota). Ko odpremo odprtini, se skozi vsako iztoči $1/2$ količine vode. Ko odpremo odprtine na nivoju $n = 1$, teče voda v posode na nivoju $n = 2$. V prvo posodo teče voda le iz ene odprtine posode nad njo, torej $1/4$, v drugo teče voda iz dveh odprtin, torej priteče $(1/4) + (1/4)$, in v zadnjo posodo na tem nivoju spet priteka voda samo iz ene odprtine, torej priteče $1/4$ vode. Na nivoju $n = 3$ teče v prvo posodo voda le iz ene odprtine posode, ki je nad njo, v sosednji dve posodi teče voda iz dveh odprtin in v zadnjo spet iz ene odprtine.

Opazimo naslednje:

- Vsota števil v vsaki vrstici je 1 (to je ravno količina vode, ki jo pretakamo).
- Števila v naslednji vrsti dobimo tako, da vsoto števil, ki sta levo in desno nad iskanim številom, delimo z dve.
- V vsaki vrstici damo ulomke na najmanjši skupni imenovalac. Če bi zapisovali samo števec ulomkov, bi nastal Pascalov trikotnik.

Zapišimo člene na n -tem nivoju

$$\frac{\binom{n}{0}}{2^n}, \quad \frac{\binom{n}{1}}{2^n}, \quad \frac{\binom{n}{2}}{2^n}, \dots, \frac{\binom{n}{n}}{2^n}.$$

Vsota teh števil predstavlja skupno količino vode v posodah na n -tem nivoju, zato je

$$\frac{\binom{n}{0}}{2^n} + \frac{\binom{n}{1}}{2^n} + \frac{\binom{n}{2}}{2^n} + \dots + \frac{\binom{n}{n}}{2^n} = 1.$$

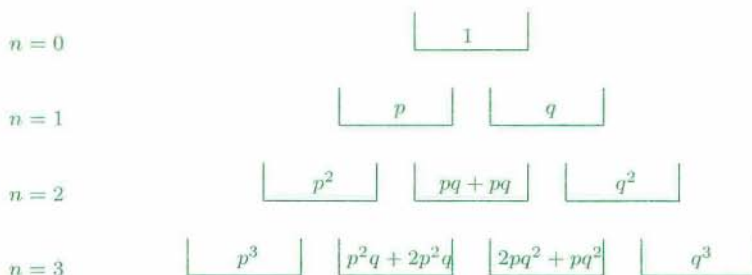
Upoštevali smo, da je $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$. Enačbo pomnožimo z 2^n in dobimo

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n.$$

Izračunali smo vsoto binomskih simbolov $\binom{n}{k}$, $k = 0, 1, \dots, n$.

Zdaj pogledjmo primer, ko na vsakem nivoju skozi levo odprtino izteče delež p , skozi desno pa delež q vode. Pri tem seveda velja, da je $p + q = 1$.

Poglejmo, kako se voda pretaka po nivojih.



Zapišimo rezultate še v tabelo:

$n = 0$					1				
$n = 1$				p		q			
$n = 2$			p^2		$2pq$		q^2		
$n = 3$		p^3		$3p^2q$		$3pq^2$		q^3	
$n = 4$	p^4		$4p^3q$		$6p^2q^2$		$4pq^3$		p^4

Opazimo, da koeficienti členov v posameznih vrsticah spet tvorijo Pascalov trikotnik, zato lahko skupno količino vode na n -tem nivoju zapišemo kot vsoto naslednjih prispevkov:

$$\binom{n}{0}p^n + \binom{n}{1}p^{n-1}q + \binom{n}{2}p^{n-2}q^2 + \cdots + \binom{n}{n}q^n = 1. \quad (\text{M1})$$

Izberimo za p in q posebni vrednosti

$$p = \frac{a}{a+b} \quad \text{in} \quad q = \frac{b}{a+b},$$

kjer sta a in b pozitivni števili in seveda $p + q = 1$.

Splošni člen v enačbi (M1) je potem

$$\binom{n}{k} \left(\frac{a}{a+b} \right)^{n-k} \left(\frac{b}{a+b} \right)^k = \binom{n}{k} \frac{a^{n-k} b^k}{(a+b)^n}.$$

Enačbo (M1) pomnožimo na obeh straneh z $(a+b)^n$ in dobimo

$$\binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n = (a+b)^n. \quad (\text{M2})$$

Vidimo, da smo na fizikalni način izpeljali binomsko formulo, ki pa v resnici velja za poljubni realni števili a in b .

Pojasnimo še zapis količine vode z binomskimi koeficienti. Količino vode v k -ti posodi na n -tem nivoju zapišemo kot

$$C_{n,k} p^{n-k} q^k.$$

Mislamo si, da na n -tem nivoju gledamo dve posodi (k -to in $(k+1)$ -vo), iz katerih teče voda v posodo na $(n+1)$ -vem nivoju ($(k+1)$ -va posoda). V posodo izteče p -ti delež vode iz leve zgornje posode in q -ti delež vode iz desne posode nad njo, torej

$$C_{n,k} p^{n-k} q^{k+1} + C_{n,k+1} p^{n-k} q^{k+1}.$$

Sledi

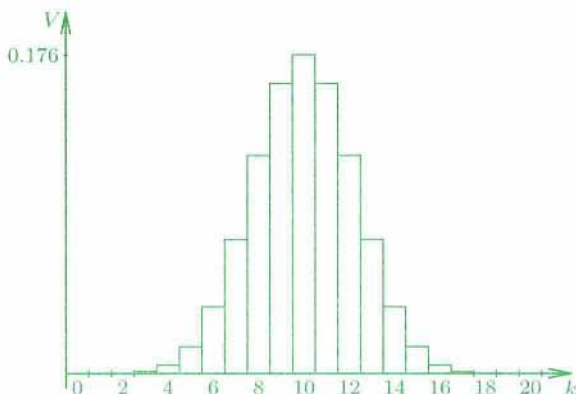
$$C_{n+1,k+1} p^{n+1-k-1} q^{k+1} = C_{n,k} p^{n-k} q^{k+1} + C_{n,k+1} p^{n-k} q^{k+1}.$$

Ko zvezo poenostavimo, dobimo rekurzivno enačbo za koeficiente

$$C_{n+1,k+1} = C_{n,k} + C_{n,k+1}.$$

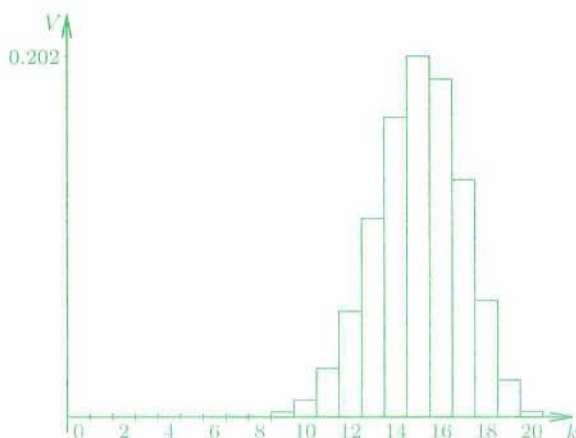
Vemo, da je $C_{n,0} = C_{n,n} = 1$. Zdaj lahko bralci sami izračunajo koeficiente.

Za konec si še narišimo, koliko vode bi se nateklo v posode na nivoju $n = 20$ v primeru, ko velja $p = q = 1/2$. Na tem nivoju je k posod, pri čemer štejemo k od 0 do n , kar pomeni, da je na n -tem nivoju $(n+1)$ posod, v našem primeru 21.



Višina stolpca pomeni količino vode v posodi. V vseh posodah skupaj je toliko vode, kot jo je bilo na začetku v prvi posodi ($V = 1$). Pri tem opazimo, da v prvih nekaj in zadnjih nekaj posodah ni nobenega stolpca. Količina vode, ki se nateče v teh posodah, je praktično nič. Če bi zalivali rože na tak način, potem bi se rože, ki bi bile na obeh koncih, posušile. Slika je simetrična glede na osrednji stolpec pri $k = 10$.

Poglejmo še, kakšna je slika, če je $p = 1/4$ in $q = 3/4$.



Zdaj je največ vode v petnajsti posodi. Graf ni več simetričen.

Nada Razpet

SREČANJE Z JAVO

V Preseku se pogosto pojavljajo naloge, ki zahtevajo razmeroma veliko računanja in preverjanja, kar od reševalca zahteva dobršno mero natančnosti in potrpežljivosti. Namesto s svinčnikom in papirjem se lahko takih nalog lotimo tudi s pomočjo ustreznega računalniškega programa. Kar precej programov, ki so se pojavljali v Preseku, je bilo napisanih v enem od programskih jezikov pascal, C ali logo. Čas je, da spoznamo še programski jezik java.

Osnovno o javi

Programski jezik java so razvili pri podjetju Sun. Njihova želja je bila sestaviti enostaven splošno namenski programski jezik, ki bi omogočal pisanje prenosljivih programov, torej programov, ki bi jih lahko izvajali na računalniku s poljubnim operacijskim sistemom ali kakšni drugi napravi. Ali jim je to uspelo ali ne, tukaj ne bi razpravljali. Dejstvo je, da je java kmalu po prvi javni predstavitvi, 23. maja 1995 na konferenci SunWorld, postala eden najbolj priljubljenih programskih jezikov.

Java je objektno usmerjen programski jezik. Na prvi pogled je podoben programskemu jeziku C++, v resnici pa je med njima kar precej razlik. Ker naj bi bila java enostaven programski jezik, so iz jezika C++ v java prenesli samo najbolj uporabne koncepte (manjkajo npr. večkratno dedovanje, nadgradnja operatorjev, vzorci in kazalci), jih precej bolj strogo definirali (velikosti celoštevilskih tipov so v javi točno določene, medtem ko so bile v C++ veliko bolj ohlapne) ter dodali nekaj novih (samodejno sproščanje pomnilnika, ki ga ne potrebujemo več).

Java pa ni samo oskubljeni C++, pač pa vsebuje obsežno zbirko paketov, ki programerju omogočajo uporabo grafike, pisanje večnitnih programov in pisanje programov za internet. Te možnosti so v standardnem C++ pogrešali številni programerji.

Če si bomo zaželeli programirati v programskem jeziku java, bomo na svojem računalniku potrebovali urejevalnik znakovnih datotek (Notepad ali pa kaj boljšega), s katerim bomo program napisali, ter programsko podporo za java, ki jo dobimo na Sunovih spletnih straneh. Obstaja v različnih izvedbah (Enterprise, Standard, Micro), različicah (zadnja je 1.4.2), za različne operacijske sisteme (Windows, Linux) in različne uporabe (JRE vsebuje samo podporo za izvajanje programov, SDK pa tudi prevajalnik in nekatera druga orodja). Običajno je povsem dovolj standardna izvedba SDK, seveda pa izberemo zadnjo različico za svoj operacijski sistem.

Ko na svoj računalnik prenesemo izbrano datoteko (njena velikost je okoli 44MB), jo samo poženemo in sledimo navodilom, ki jih izpisuje

namestitveni program. Edina stvar, ki jo moramo še sami opraviti (če delamo pod operacijskim sistemom Windows), je nastavitev sistemske spremenljivke `PATH`. Dodati ji moramo opis poti do mape `bin`, ki jo imamo v mapi, kamor smo namestili `java`.

Preprost program

Program, napisan v programskem jeziku `java`, je sestavljen iz definicij enega ali več razredov. V podrobnosti objektnega programiranja se ne bi spuščali, zato si zaenkrat samo predstavljajmo, da so razredi vrste objektov, ki jih uporabljamo v našem programu. Običajno vsak razred definiramo na svoji datoteki s končnico `java`. Razred vsebuje komponente in metode, ki so lahko statične (nekateri jim pravijo tudi razredne) ali objektno. Podrobnosti ta hip niso pomembne.

Spodnji program je sestavljen iz javnega (`public`) razreda (`class`) z imenom `Pozdrav`, ki vsebuje javno (`public`) statično (`static`) metodo z imenom `main`. Ta dobi za parameter tabelo nizov (`String[]`) z imenom `args` in ne vrne nobenega rezultata (`void`). Metoda `main` vsebuje stavke, ki se izvedejo, ko poženemo program. V našem programu je to stavek, ki na standardni izhod (običajno je to zaslon) izpiše besedilo `Pozdravljeni!`.

```
public class Pozdrav
{
    public static void main(String[] args)
    {
        System.out.println("Pozdravljeni!");
    }
}
```

V `javi` je zelo pomembno, da definicijo razreda shranimo na datoteko s končnico `java`, ki ima enako ime, kot ga ima razred. Pri tem so pomembne tudi male in velike črke. Zgornji program moramo zato shraniti na datoteko `Pozdrav.java`.

Program prevedemo iz ukazne vrstice z ukazom `javac`, ki mu damo za parametre imena tistih datotek, ki jih je potrebno prevesti (te datoteke imajo vse končnico `java`). V zgornjem primeru je program sestavljen iz enega samega razreda, torej je potrebno prevesti samo eno datoteko (`Pozdrav.java`). Če prevajalnik v programu ne odkrije nobenih napak, dobimo za vsak razred, ki smo ga definirali, novo datoteko z imenom razreda in končnico `class`. Te datoteke vsebujejo prevedene razrede. Program poženemo z ukazom `java`, ki mu damo za parameter ime tistega razreda, ki vsebuje metodo `main` (v našem primeru je to razred `Pozdrav`).

```
C:\> javac Pozdrav.java
C:\> java Pozdrav
Pozdravljeni!
```

```
C:\>
```

Java torej vsebuje prevajalnik (program `javac`), ki nam prevede napisani program. Pri tem ne dobimo izvršljive datoteke, kot nam jo dajo prevajalniki drugih programskih jezikov (pod operacijskim sistemom Windows običajno dobimo datoteko s končnico `exe`). Tisto, kar dobimo, so datoteke s končnico `class`. To je isti program, zapisan v veliko krajši obliki, ki jo računalnik lahko veliko hitreje obdela. Da bi tak program lahko izvedli, pa potrebujemo še tolmač (program `java`), ki prebira in izvaja prevedene ukaze.

Prevedeni programi v programskem jeziku java so torej samo pogojno prenosljivi, saj na računalniku, kjer želimo izvajati take programe, potrebujemo tolmač za java. Tolmači pa obstajajo že za skoraj vse operacijske sisteme, tako da s tem ne bi smelo biti težav.

Applet

Eden od razlogov, zakaj je java postala tako popularna, je v tem, da lahko v javi pišemo tudi programe, ki jih potem vgradimo na svoje spletne strani. Tak program se s tujko imenuje applet. Na spletni strani ga vidimo kot pravokotno grafično področje, znotraj katerega so prikazani rezultati programa (slika, animacija).

Poglejmo si, kako napišemo preprost applet. Podobno kot prejšnji program bo tudi applet izpisal besedilo `Pozdravljeni!`.

```
import java.applet.*;
import java.awt.*;

public class PozdravApplet extends Applet
{
    public void paint(Graphics g)
    {
        g.drawString("Pozdravljeni!", 50, 30);
    }
}
```

V programu smo najprej napovedali uporabo razredov iz standardnih paketov `java.applet` in `java.awt`. To sta standardna paketa, ki ju dobimo skupaj s prevajalnikom. V prvem paketu so definirani razredi, ki jih potrebujemo pri izdelavi appleta, v drugem pa razredi, ki jih potrebujemo pri delu z grafiko. Pri definiciji razreda `PozdravApplet` smo določili, da je ta razred razširitev standardnega razreda `Applet`. Namesto metode `main`

imamo pri appletih metodo `paint`, ki na grafični objekt `g` (ta predstavlja pravokotno grafično področje v brskalniku) nariše sliko. Ta metoda se izvede vsakič, ko mora brskalnik obnoviti sliko. To je seveda takoj na začetku, ko naloži spletno stran, pa tudi kasneje, ko odmaknemo kakšno okno, ki nam je sliko delno ali v celoti prekrivalo.

Ker applet deluje v grafičnem načinu, besedila ne moremo izpisati, pač pa ga moramo narisati. To stori metoda `drawString`, ki dano besedilo nariše na grafični objekt na dano mesto. Točka (50,30) določa, kje bo levi spodnji vogal besedila. Koordinatni sistem je postavljen tako, da je izhodišče v levem zgornjem vogalu, koordinata x narašča proti desni, koordinata y pa navzdol.

Če želimo preizkusiti delovanje appleta, ga moramo vgraditi na spletno stran. To pomeni, da moramo sestaviti datoteko v obliki HTML, v kateri bomo applet vgradili z uporabo značke `applet`. Ta ima več lastnosti, najpomembnejše so `width` in `height`, ki določata velikost pravokotnega področja, znotraj katerega bo deloval applet, in `code`, ki določa, katera datoteka vsebuje prevedeno razširitev razreda `Applet` (v našem primeru je to datoteka `PozdravApplet.class`).

```
<applet width="400" height="200" code="PozdravApplet.class">
</applet>
```

Delovanje appleta si potem lahko ogledamo v skoraj vsakem, ne pre-starem spletnem brskalniku ali pa iz ukazne vrstice s pomočjo programa `appletviewer`, ki nam applet požene v samostojnem oknu. Programu damo za parameter ime datoteke HTML.

```
C:\> appletviewer PozdravApplet.html
```

Koristne povezave

<http://java.sun.com/>

Osnovna spletna stran podjetja Sun, namenjena Javi.

<http://java.sun.com/j2se/>

Spletna stran podjetja Sun, namenjena standardni izvedbi Jave.

<http://java.sun.com/docs/books/jls/>

Knjiga "The Java Language Specification", ki vsebuje podroben opis programskega jezika Java.

<http://java.sun.com/j2se/1.4.2/docs/api/>

Dokumentacija o vseh standardnih paketih in razredih.

<http://erzatz.free.fr/storage/jdk142-hh.zip>

Dokumentacija o vseh standardnih paketih in razredih v obliki `HtmlHelp`.

Matjaž Zaveršnik

KOLIKO ŽIVALI JE VIDEL NACE? –**Rešitev naloge z II. strani ovitka iz 3. številke Preseka**

Naj bo s število srn in srnjakov skupaj, p število ptic in k število kač, ki jih je videl lovec. Pri tem so seveda s, p in k naravna števila. Ker so bile srne in srnjaki v skupinah po pet, lahko zapišemo $s = 5x$. Prav tako lahko napišemo $p = 9y$, ker so bile ptice v jatah, in to po devet. Tudi x in y sta naravni števili. Ker pa so vse videne živali imele vsega skupaj 58 glav, velja enačba

$$s + p + k = 5x + 9y + k = 58.$$

Ker predpostavljamo, da so bile vse živali čile in zdrave, je vsaka srna oziroma srnjak imel po štiri noge, ptice pa po dve. Ker pa naše kače nimajo nog, velja enačba

$$4 \times 5x + 2 \times 9y + 0 \times k = 132 \quad \text{oziroma} \quad 20x + 18y = 132,$$

ki je enakovredna enačbi

$$10x + 9y = 66.$$

Tako smo našli sistem dveh enačb s tremi neznankami. Vsi koeficienti sistema so naravna števila in med njimi tudi iščemo rešitev.

Iz druge enačbe izrazimo y takole:

$$y = \frac{66 - 10x}{9} = 7 - x + \frac{3 - x}{9}.$$

Ker sta x in y naravni števili, mora biti število $3 - x$ v zgornjem ulomku deljivo z 9. To pa pomeni, da mora za neko celo število u veljati enačba $3 - x = 9u$. Po kratkem računu dobimo

$$x = 3 - 9u, y = 4 + 10u, k = 7 - 45u.$$

Obenem pa morajo veljati neenačbe

$$3 - 9u \geq 1, 4 + 10u \geq 1, 7 - 45u \geq 1.$$

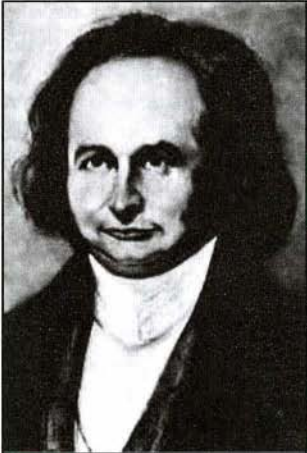
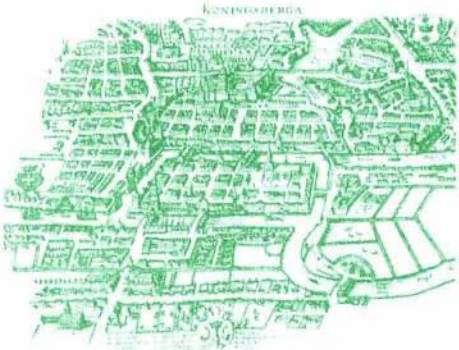
Iz njih dobimo pogoje

$$9u \leq 2, 10u \geq -3, 15u \leq 2.$$

Edino celo število, ki jih zadovolji, pa je očitno $u = 0$. Torej je edina rešitev naše naloge $x = 3, y = 4, k = 7$. Iz tega izračunamo, da je Nace videl 15 srn oziroma srnjakov, 36 ptic in 7 kač.

Marko Razpet

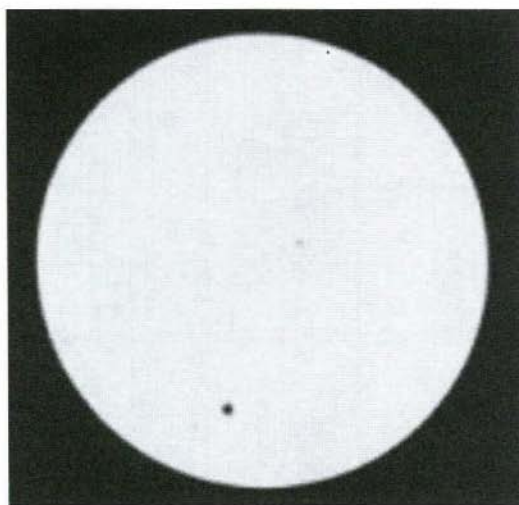
KRIŽANKA

	STAROGRŠKI KIPAR VODILNI MOJSTER EGIPŠKE SOLE BRONARJEV		LIKOVNI UMETNIK, KI OBLIKUJE SNOV	IME MINISTRICE PETRIN	ROAR LJOEKEL- SOEY	MESTO NA MORAVSKEM	STARI GRKI, KOT JIH JE NAZIVAL HOMER	A/TOR MARKO BOKALIČ	P N (S M)
	PODELJENA PRAVICA ALI PRIVILEGU (IZ FRAN- COŠČINE)							ROJ. KRAJ MOZA NA LEVI SLIKI	
	NORVEŠKI MATEMATIK, SODOBNIK TEGA NA LEVI SLIKI								IGRALKA DUSE
	AVSTRJSKA TISKOVNA AGENCIJA					PARCELA (NAREČNO)			PO V SOS NIE
	TALE				GORA NAD BOKO KOTARSKO				
	VLAČUGA, LAJDRRA, CAPAJDRRA				GMOTA LEDU V GORAH				
	POLDRAG KAMEN RAZLIČNIH BARV	KRAJ MED RADENCI IN GORNJO RADGONO	ZNIŽANI TON A		PEVEC FLUSER				SR OS LA CO V
BESEDA NA KONČU MOLITVE				NASELJE NA ROBU BARJA JUŽNO OD LJUBLJANE	DIAPOZITIV (KRAJŠE) KOŠČEK, GRUŽLJAJ (NAREČNO)			IZDELOVALEC OPANK BACIL ČREVESNE FLORE	
NEENAK IZHODIŠČNI POLOŽAJ V SPORTU							TEKOČINA V ŽILAH STAREJŠI SL. NOVINAR (JURE)		
SNOV, KI POVZROČA ALERGIJO						BISTVO MISLI ALI UMET. DELA NEMŠKO MESTO			
SMUČARSKA TEKACICA GREGORIN				OBDOBJE DOGAJANJ, KI SE REDNO PONAVALJA, CIKLUS				ANTON ASKERC IGRALKA DAVIS	
								EMIL ADAMIČ GIBANJE, HITREJŠE OD HOJE	
					LINDA GRAY				
					ZNAKI ZA ZAPIS MELODIJE				C TEL OM TH C
								SOBNA PEČ Z VIDNIM (ODPRTIM) KURIŠCEM	

LENO OMINE POLNIM ENOM)	MAKE- DONSKA OBLIKA KOLA	TROPSKO DREVO S PLEMENITIM LEŠOM	PRISILJENO TVORJENA BESEDNA ZVEZA	S KRAJIŠČI OMEJEN ODSEK PREMICE	IZRAEL PEVEC OFARIM	GIMOTNI PODPORNIK UMETNOSTI ALI ZNANOSTI					
							ŽELEZN POSTAJA MED LJUBLJANO IN LITUO				
ORČJE BLŽINI, BEŠČINA S BOHR											
	IME ITAL IGRALKE MIRANDE	VLASTA JESENIČNIK			EMILE ZOLA						
		DEPARTMA IN REKA V FRANCIJI			RAČUNAL- NIŠKI STREŽNIK						
		JAGUAR (LATINSKO)									
EDIŠČE ONČJA DUSKI OLN NA ESLA						EDWARD GRIEG					
						ZADOVOLJENOST PO IZPOLNITVI POTREBE ALI ŽELJE				PREZRAČE- VALNA ODPRTNICA NA LUBJU	POKOJNI PIANIST BERTONCELJ
						ULEKNINA V KRAŠKEM SVETU					
						RUDOLF FRANCL					
	ZNAK ZA KALČU			DELAVEC S SVEDROM							
	IGRALEC HUNTER			CARPEN- TERJEV FILM							
		PEKOČA ZACIMBA (MNOŽINA)									
		GORIŠKA POKRAJINA									
		VRSTA IGLAČA				'STROGI' MUSLIMAN					PLAST STAREJŠIH GEOLOŠKIH PLASTI NAD MLAJŠIMI
		PREDNJA PLOSKEV TV APARATA				REŠILA GA JE ARIADNA Z NITJO					
					NEM. IME ITAL. REKE TICINO						
					VOOLBINA V STENI						
	KIRK DOUGLAS			STARI DEL MARIBORA OB DRAVI					SOSEDI ČRKE B		
	PRVO LIHO PRASTEVILO			FANT (POGOVOR.)					NARAVNA ČASOVNA ENOTA		
BEOM. O. KI GA EJUUJEJO RAPEZI											
KA M											
			NAJBOLJ HRANLJIVO ŽITO						IRANSKI AJATOLA HAMNEJ		
			NAŠ EKONOMIST (ALEKSAN- DER, INSTITUT)						MITOL BIVALIŠČE MRTVIH		

NEPOSREDNO OPAZOVANJE Z DALJNOGLEDOM IN FOTOGRAFIRANJE NAVIDEZNEGA VENERINEGA PREHODA PREK SONCA

Navidezni prehodi notranjih planetov, Venere in Merkurja, prek Sončeve ploskve so mnogo redkejši pojavi kakor Sončev ali Lunin mrk. V poprečju je v enem stoletju 13 Merkurjevih prehodov. Navidezni Venerini prehodi pa so še redkejši. V 6000 letih se npr. zvrsti 81 prehodov. Zadnji je bil leta 1882 (slika 1). Verjetno ne živi več nihče, ki ga je opazoval. Od letos naprej bo drugače, kajti v torek, 8. 6. 2004, bo Venera spet navidezno prečkala Sončevo ploskev.



Slika 1. Venera, kakor so jo zabeležili leta 1882, ob svojem zadnjem prehodu prek navidezne Sončeve ploskve.

Navidezni premer oz. zorni kot Venere ob prehodu je skoraj $1'$, kar pomeni, da jo bo mogoče (v idealnem primeru) videti s prostim očesom. Za opazovanje lahko uporabimo lovski daljnogled ali manjši teleskop. Seveda pa morata biti **oba nujno opremljena s primernim filtrom za opazovanje Sonca**. Razmere pri neposrednem opazovanju ali fotografiranju prehoda so namreč enake kakor pri običajnem opazovanju ali fotografiranju Sonca. Sončeva svetloba je premočna, da bi brez posebnih

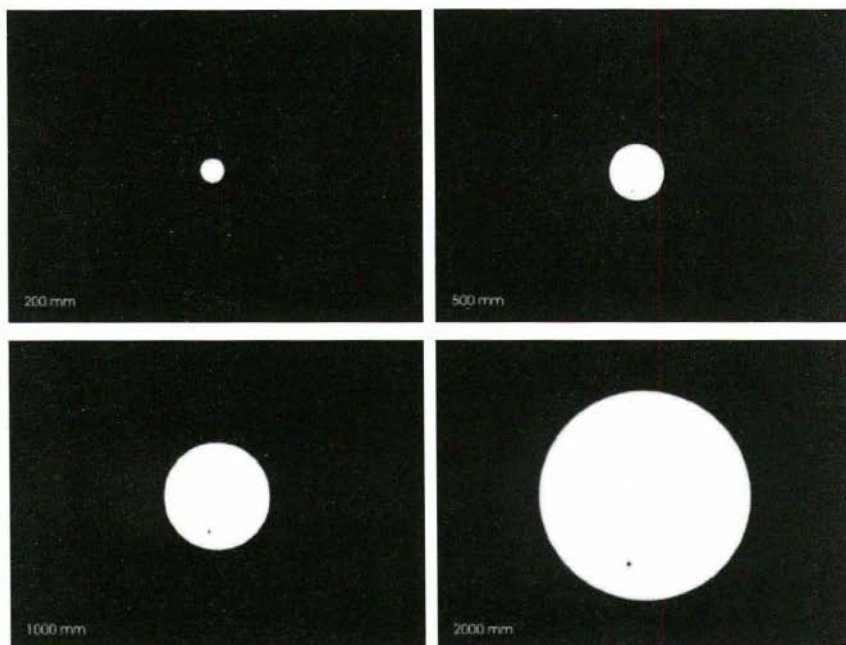
filtrrov lahko opazovali Venero ob prvem ali četrtem navideznem stiku. Tik pred drugim stikom in takoj po tretjem pride do zanimivih optičnih pojavov. Takrat se bo zdelo, kakor da sta Sonce in Venera povezana s tanko nitjo.

Sonce neposredno opazujemo vedno le z ustreznimi filtri. Ti morajo nujno zadržati tudi in predvsem infrardečo svetlobo. Večina ustreznih filtrov ima na površju naneseano tanko plast kroma, srebra ali aluminija, ki oslabijo tako vidno kakor tudi infrardečo svetlobo. (Varen sončni filter sme prepuščati manj kakor 0,0003 % vidne in manj kakor 0,5 % infrardeče svetlobe.)

Najbolj razširjen filter je varilsko steklo št. 14. Je poceni in ga ni težko dobiti, vprašljiva pa je njegova optična kvaliteta. Primeren filter je tudi aluminizirana Mylar folija, posebej prirejena za opazovanje Sonca. "Astronavska odeja" ni najbolj primerna, vsekakor pa je boljša od stekla, ki ga prekrijemo s sajami (osajene steklene šipice). Ta namreč ne zadrži IR svetlobe. Dobra stran Mylar folije je, da jo lahko režemo v poljubne oblike in se ne razbije, če nam po nesreči pade na tla. Uporabimo lahko tudi plast ali dve popolnoma osvetljenega in razvitega črno-belega filma (črni negativ). Film mora zaradi zaščite pred IR svetlobo vsebovati kovinsko srebro. Nekateri novejši črno-beli in vsi barvni filmi zaradi tega niso primerni. Dober filter je tudi stara pet palčna disketa, ki jo vzamemo iz ovitka. Pri popolnoma jasnem vremenu uporabimo dve plasti.

Pri opazovanju Sonca z lovskim daljnogledom ali amaterskim teleskopom moramo biti skrajno pazljivi. Pri opazovanju Sonca skozi daljnogled s premerom objektiva 10 cm prejme naše oko okoli 500-krat več svetlobe kakor pri opazovanju s prostim očesom. Uporabljajmo le filtre, ki se namestijo na objektiv daljnogleda in so posebej izdelani samo za opazovanje Sonca. Nikoli ne uporabljajmo poceni filtrov, ki se privijejo na okular daljnogleda. Zaradi velike vročine lahko počijo in do poškodbe mrežnice pride prej, preden se zavemo.

Ob upoštevanju vseh pravil, ki veljajo za varno vizualno opazovanje, potem fotografiranje Sonca ali navideznega prehoda Venere prek Sonca ni več tako težavno opravilo. Uporabimo lahko kakršenkoli fotografski aparat, ki ima možnost ročne nastavitve zaslonke in časa. Seveda moramo uporabiti primeren teleobjektiv. Standardni objektiv z goriščno razdaljo 50 mm bi dal sliko Sonca, ki bi na negativu imela premer le 0,5 mm, in Venera bi bila neopazna. Uporabni so teleobjektivi, ki imajo goriščno razdaljo 200 mm ali več; 500 mm objektiv bi dal sliko Sonca s premerom



Slika 2. Velikost (premer) slike Sonca za posamezne goriščne razdalje.

4,6 mm. Če dodamo še $2\times$ telekonverter, dobimo sliko Sonca s premerom 9,2 mm. Seveda lahko uporabimo tudi kombinacijo dveh telekonverterjev: 200 mm objektiv ter $2\times$ in $3\times$ telekonverter dajo goriščno razdaljo 1200 mm in premer slike Sonca že 11 mm (slika 2).

Pri fotografranju Sonca ali Venerinega prehoda prek Sonca moramo na objektiv daljnogleda **obvezno** namestiti Mylar folijo ali steklen sončni filter. Filter mora oslabiti Sončevo vidno in infrardečo svetlobo vsaj za 100 000-krat. Upoštevati moramo torej ista varnostna pravila kakor pri neposrednem opazovanju Sonca s teleskopom.

Pravilne vrednosti osvetlitvenega časa in zaslonke ugotovimo s fotografranjem nezastritega Sonca. Izberemo film, teleobjektiv, filter in pri nespremenjeni zaslonki, npr. $f/8$ ali $f/16$, ob jasnem vremenu slikamo Sonce z vsemi časi med $1/1000$ in $1/4$ sekunde. Film razvijemo in poiščemo najustreznejšo osvetlitev.

Na koncu pa še nekaj zanimivosti iz zgodovine Venerinih navideznih prehodov. Johannes Kepler je v svojih *Rudolfinovih tablicah* (*Tabulae*

Rudolphinae), ki jih je izdal leta 1627, precej natančno izračunal prihodnje lege planetov. Na svoje presenečenje je ugotovil, da bosta tako Merkur kakor tudi Venera konec leta 1631 navidezno prečkala Sončevo ploskev. Kepler je umrl že pred tem dogodkom, toda francoski astronom Pierre Gassendi je bil prvi, ki je na znanstveni osnovi opazoval navidezni prehod Merkurja. Mesec dni pozneje je poskušal opazovati tudi Venerin prehod, vendar današnji računi kažejo, da ta prehod ni bil viden v Evropi.

Keplerjevi izračuni so kazali, da bo do naslednjega navideznega Venerinega prehoda prišlo šele čez dobrih 100 let. Mladi angleški amaterski astronom Jeremiah Horrox pa se s tem ni sprijaznil. Trdil je, da bo prišlo po njegovih računih do naslednjega Venerinega prehoda že prej in sicer v decembru 1639. Svoje račune je dokončal šele en mesec pred dogodkom, tako da se novica ni utegnila razširiti. Horrox in njegov prijatelj William Crabtree sta bila tako verjetno edina, ki sta 4. 12. tistega leta opazovala Venerin prehod prek Sončeve ploskve.

V Sloveniji je prvo zabeleženo opazovanje navideznega prečkanja Venerine čez Sončevo ploskev opravil jezuit Janez Schoettl, ki je tedaj služboval v Ljubljani, sicer pa se je ukvarjal z matematiko in astronomijo. Ta redki astronomski pojav je imel priložnost opazovati zjutraj, 6. 6. 1761.

Ko je Edmond Halley leta 1677 med raziskovanjem južnega zvezdnega neba na otoku Sveta Helena opazoval Merkurjev navidezni prehod prek Sonca, je menil, da bi bilo mogoče pri zelo pazljivem opazovanju z različnih krajev na Zemlji iz izmerjenih časov prehodov izračunati natančno razdaljo med Soncem in Zemljo, t.j. astronomsko enoto. Način izračuna temelji na določitvi paralakse notranjega planeta in Venerini prehodi naj bi bili pri tem primernejši. Venera je namreč bliže Zemlji ter je zato paralaksa večja in lažje merljiva. (O tem zahtevnem astronomskem problemu je naša revija pisala že dvakrat; glej članka *Bližnje Venerino navidezno prečkanje Sonca*, Presek 27 (1999/2000), str. 266 in *Prihodnje leto se bo zgodilo*, Presek 30 (2002/03), str. 344.)

Naslednja Venerina prehoda sta bila leta 1761 in leta 1769. Astroonomi so organizirali številne opazovalne odprave, vendar so bili rezultati opazovanj slabi. Zaradi različnih, sicer za opazovalca zanimivih optičnih pojavov, je namreč težko natančno ugotoviti začetek in konec navideznega prehoda. Nič bolje ni bilo z opazovanji naslednjih prehodov v letih 1874 in 1882. Zdaj razdaljo med Zemljo in Soncem natančno izmerijo z radarjem. Zato letošnji Venerin prehod nima takega znanstvenega pomena, o čemer je Presek tudi že pisal.

Prehodi notranjih planetov čez Sončevo ploskev so redki in zanimivi astronomski pojavi. Zato si velja ogledati letošnji navidezni Venerin prehod. Upajmo, da bo 8. junija letos lepo in sončno vreme.

Andrej Kregar

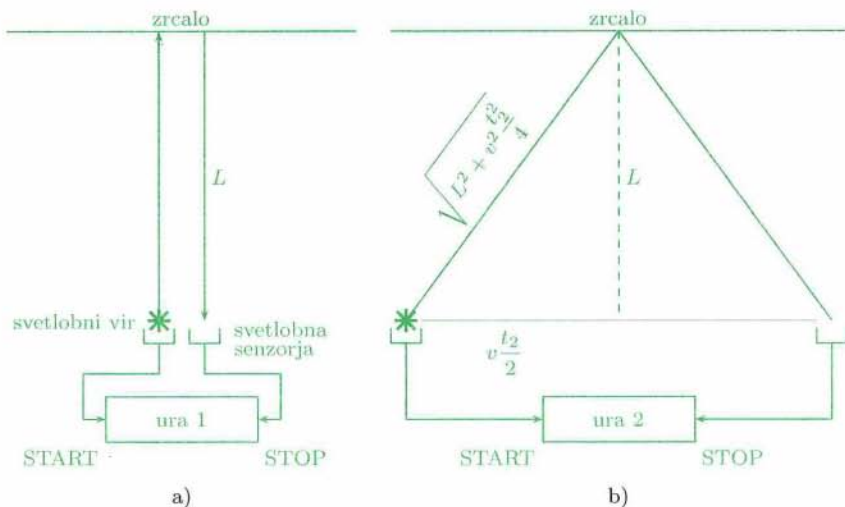
ALI NATANČNE CEZIJEVE URE VEDNO TEČEJO ENAKO HITRO?

V prejšnjem zapisu v Preseku smo govorili o orientaciji z natančnimi urami. Če je ura v sprejemniku naravnana skladno z urami v satelitih, ki oddajajo signale, lahko iz njihovih leg in razdalj do sprejemnika natančno izračunamo lego sprejemnika. Razdalje izmerimo z merjenjem časa potovanja signalov od satelitov do sprejemnika. Čas razberemo iz ur v satelitih in ure v sprejemniku. Seveda morajo biti vse ure skrbno naravnane, da v danem trenutku vse kažejo enak čas. Ure v satelitih nadzirajo z urami iz laboratorija na Zemlji. Zdi se, da pri tem ni težav, saj so to natančne cezijeve ure, ki se v vsem letu ne zmotijo več kot za nekaj nanosekund. Ko jih enkrat uskladimo, tečejo enako leta in leta, ne glede na to, ali so v satelitu ali v laboratoriju na Zemlji, če se le med tem ne pokvari. Pri tem niti ne pomislimo na posebno in splošno teorijo relativnosti, ki sicer svarita, da povsem enako zgrajene in umerjene ure ne tečejo vedno enako hitro. Tega v vsakdanjem življenju nikoli ne jemljemo povsem resno. To bi morda kazalo upoštevati le, ko se ure gibljejo zelo hitro v primeri s svetlobno hitrostjo, ali če so blizu črnih lukenj. Ali res?

Videli smo, da morajo biti ure za orientacijo res zelo natančno usklajene, saj se pri premiku za 30 nanosekund med uro v sprejemniku in tisto v satelitu zmotimo pri določanju razdalje med njima za 10 m. Kljub temu, da je hitrost satelitov zelo majhna v primeri s svetlobno hitrostjo in je zemeljska gravitacija šibka, v primeri s tisto na zvezdah ali blizu črnih lukenj, so razlike v teku ur pri sistemu GPS kaj hitro opazne. V četrto ure bi bil sistem GPS za orientacijo povsem neuporaben, če razlike v teku ur ne bi upoštevali.

Na dejstvo, da gibajoče se ure ne teko enako hitro kot mirujoče, smo fiziki že nekoliko navajeni. Znana je preprosta izpeljava, ki takoj postreže s pravilno zvezo med tekom mirujoče in gibajoče se ure. Opazovalca, opremljena s povsem enako narejenima urama, merita čas med dvema dogodkoma. Prvi, gibajoči se opazovalec, v nekem trenutku odda svetlobni blisk (prvi dogodek) in hkrati sproži svojo uro. Blisk se odbije od zrcala naravnost nazaj k opazovalcu in čez čas, preko za svetlobo občutljivega elektronskega vezja, ustavi uro (drugi dogodek). Za tega opazovalca sta se oba dogodka zgodila na istem mestu. Dogajanje spremlja tudi mirujoči opazovalec s svojo uro, ki je opremljena s svetlobnima senzorjema START in STOP, ki jo bodisi sprožita ali ustavita (glej sliko 1). V trenutku, ko gre prvi opazovalec mimo senzorja START in odda svetlobni blisk, ga senzor prestreže in hip nato, ko sunek po vodniku pripotuje do ure, jo sproži. Senzor STOP je modro postavljen prav na mestu, kjer prvi opazovalec

ustavi svojo uro in hkrati sproži senzor STOP, ki hip nato ustavi uro. Ker je zamuda pri sprožitvi enaka zamudi pri ustavitvi, mirujoča ura pokaže čas med obema dogodkoma, kot ju opazi mirujoči opazovalec.



Slika 1. K izpeljavi razmerja med tekom mirujoče in gibajoče se ure. Slika a) kaže rezmere, kot jih vidi gibajoči se opazovalec, b) pa razmere, kot jih vidi mirujoči opazovalec.

Zanj se dogodka zgodita na različnih mestih, a je do pravega časa prišel z ustrezno postavitvijo ure in senzorjev. Ali uri pokažeta enak čas? Ne, pravi posebna teorija relativnosti, pritegnejo pa ji tudi izkušnje. Gibajoča se ura pokaže krajši čas, teče torej počasneje. Koliko krajši, pokaže preprost račun. Prvi, gibajoči se opazovalec, izmeri čas

$$t_1 = \frac{2L}{c},$$

kjer je L razdalja od svetila do stropa, c pa svetlobna hitrost. Mirujoči opazovalec pa vidi, da je pot svetlobe daljša, saj se prvi opazovalec giblje in prestreže svetlobo na drugem mestu, kot jo je oddal. Iz slike 1 razberemo, da je pot svetlobe zanj

$$2L' = 2\sqrt{L^2 + v^2\left(\frac{t_2}{2}\right)^2}$$

in zato velja

$$t_2 = \frac{2L'}{c}.$$

Ker je v izrazu za $2L'$ tudi neznanka t_2 , pridemo do rezultata s krajšim računom

$$t_2 = \frac{t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

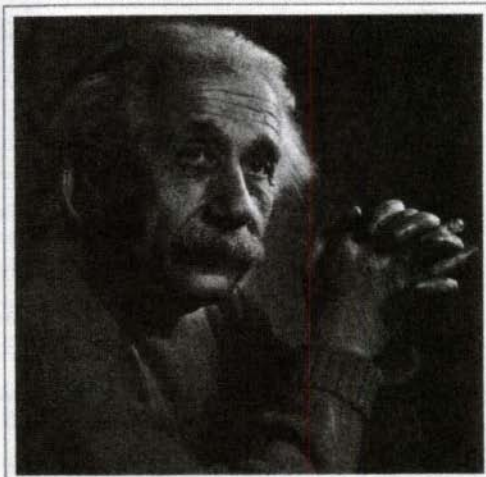
Seveda bo pozorni bralec takoj našel dozdevno napako v računu; ugovarjal bo, da za oba opazovalca hitrost svetlobe ne more biti enaka. To je povsem res, če se opiramo na vsakdanje izkušnje, ki jih imamo z gibajočimi se telesi. A za svetlobo te izkušnje ne veljajo. Svetloba potuje v vakuumu za vsakega opazovalca enako hitro, kar pomeni, da smo računali prav. Do tega spoznanja je prvi prišel Albert Einstein, ki ga je zanimal skladen opis elektromagnetnih pojavov, ko jih opazujemo iz različnih, med seboj gibajočih se inercialnih opazovalnih sistemov.

O tem, da tečejo gibajoče se ure počasneje kot mirujoče, ne dvomi več noben fizik. S skrbnimi poskusi se razliko v teku ur da celo neposredno izmeriti. A zakaj bi šle ure različno hitro, če so na različnih višinah, kar trdi splošna teorija relativnosti? To je tudi za fizika težje sprejemljivo. Le zakaj naj bi šla ura v kleti počasneje kot tista na podstrešju, če so pogoji na obeh mestih povsem enaki? Težnost že ne more toliko vplivati, saj je na obeh mestih skoraj enaka. Pa tudi uri sta zgrajeni tako, da teža sama ne vpliva na njun tek, saj nihajo v njej deli atomov, ti pa svojih lastnosti zaradi teže ne spreminjajo.

Nekoliko bliže bomo splošni teoriji relativnosti, če si ogledamo obnašanje ur v vrtečem se opazovalnem sistemu. Razpravo bomo povzeli po samem avtorju splošne teorije relativnosti, Albertu Einsteinu. Leta 1916 je v nemščini napisal knjižico o posebni in splošni teoriji relativnosti. Na vsega 114 straneh je v 32-ih poglavjih opisal obe teoriji tako, da ju lahko razume vsak, ki obvlada le Pitagorov izrek in ulomke ter mu ni žal časa in truda, da pozorno sledi mojstrski razlagi velikega fizika. Že do leta 1952 je izšlo 15 ponatisov te knjižice, pozneje pa še več. Vsakdo, ki knjižico prebere, lahko uvidi, da Einstein ni bil le izjemen fizik, temveč tudi izvrsten pedagog, kljub temu, da je mnogo raje raziskoval, kot se ukvarjal s študenti. Morda je v knjižici opisal tudi del svojih razmišljanj, ko je gradil obe teoriji.

RELATIVITY

THE SPECIAL AND THE GENERAL THEORY



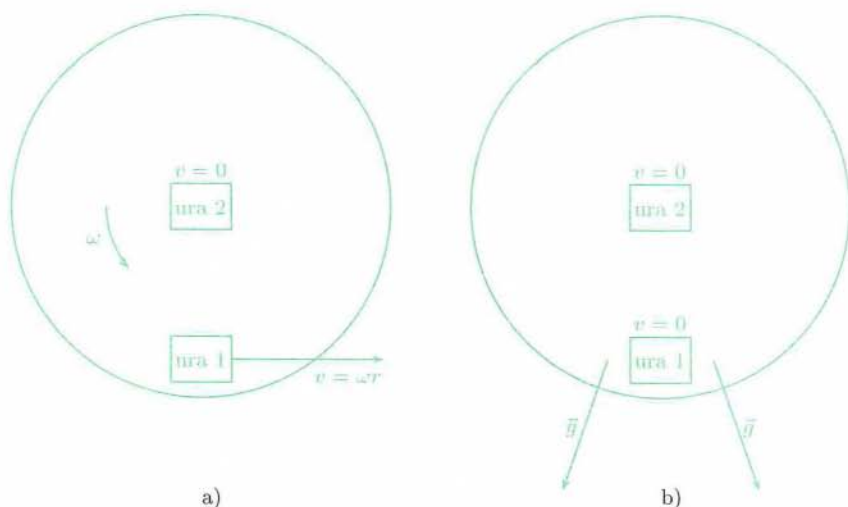
A CLEAR EXPLANATION
THAT ANYONE CAN UNDERSTAND

ALBERT EINSTEIN

Slika 2. Ovitek knjižice v angleškem prevodu, v kateri Einstein sam razlaga teorijo relativnosti nefizikom.

O vrtečem se opazovalnem sistemu je Presek že pisal. Ni si ga težko predstavljati, saj smo se kot otroci mnogokrat vozili na vrtiljaku. Razmere, ki jih tu izkusimo, so tako nenavadne, da ponekod v zabaviščnih parkih ponujajo nekaj minut življenja v takem sistemu. Tudi površje Zemlje je vrteči se sistem, a so sistemske sile zaradi počasnega vrtenja Zemlje v vsakdanjem življenju povsem zanemarljive.

Predstavljajmo si torej vrtiljak v obliki vrteče se plošče s sedeži na njenem robu. Kotna hitrost naj bo ω . Postavimo dve uri v tak sistem, eno v os vrtenja, drugo pa posadimo na sedež. Opazovalec, ki miruje ob vrtiljaku vidi, da se ura v osi ne premika, ura na sedežu pa se giblje s hitrostjo v . Zanj je povsem jasno, da gibajoča se ura teče počasneje kot mirujoča.



Slika 3. a) Uri 1 in 2, kot ju vidi opazovalec ob vrtiljaku in b) opazovalec, ki sedi na njem.

In res, po določenem času pokaže ura v osi več kot ura na sedežu. Če smo sprejeli posebno teorijo relativnosti, se nam to zdi povsem naravno. V škripcih pa je opazovalec, ki sedi na enem od stolov na vrtiljaku. Zanj uri mirujeta, pa kljub temu ne tečeta enako hitro. Le zakaj? Morda zato, ker je vrteči se opazovalni sistem nekaj posebnega; v njem deluje tudi vodoravna sila teže. Res, ko sedimo na sedežu, čutimo, da nas teža potiska ne le navzdol, temveč tudi v vodoravni smeri na naslonjalo sedeža. Morda je presenetljivo, da opazovalec pripiše težnosti to vodoravno silo, a je do tega povsem upravičen, še posebej, ker trdno verjame v osnovna načela splošne teorije relativnosti. Nikakor namreč ne more s poskusi dognati, da ta sila ni teža. Opazovalec ob vrtiljaku seveda vidi le centripetalno silo, ki omogoči, da se vse stvari na vrtiljaku gibljejo po krožnicah. Opazovalec na vrtiljaku torej mora priznati, da teče ura, ki je zanj nižje, počasneje kot ura, ki je više. Razliko v teku pripiše težnostnemu polju, v katerem so ure.

Hitro lahko izračunamo razmerje teka obeh ur. Ker je tek enak za oba opazovalca (oba po določenem času preprosto pogledata koliko kažeta uri), za opazovalca ob vrtiljaku pa že vemo, da velja

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kjer se indeks 2 nanaša na mirujočo, 1 pa na gibajočo se uro. Če je t_1 enak eni sekundi, je torej t_2 daljši, ura na obodu gre počasneje kot ura na sredi. Seveda mora opazovalec na vrtiljaku drugače zapisati to enačbo, ker zanj obe uri mirujeta. Ker velja

$$v = \omega r,$$

dobimo za razmerje t_2/t_1

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}}}.$$

Če je razmerje hitrosti v/c majhno, lahko zapišemo

$$\frac{t_2}{t_1} = 1 + \frac{\omega^2 r^2}{2c^2}.$$

Ni težko pokazati, da je izraz $m\omega^2 r^2/2$ enak delu, ki ga moramo opraviti, da telo z maso m prenesemo z roba vrtiljaka v sredino. Temu delu, deljenemu z maso m , pravimo tudi negativni potencial in ga označimo z $-\Phi$. Za razmerje teka ur velja potem preprosta enačba:

$$\frac{t_2}{t_1} = 1 - \frac{\Phi}{c^2}.$$

Rezultat velja za vsako gravitacijsko polje in tudi za polje Zemlje, če namesto Φ pišemo razliko potencialov $\Delta\Phi$. Ura na satelitu gre torej hitreje kot tista na Zemlji. Razmerje $\frac{t_2}{t_1}$ je sicer majhno:

$$\frac{t_2}{t_1} - 1 = \frac{\Delta t}{t_1} = \Delta\Phi/c^2 \approx gh/c^2 = 1,6 \cdot 10^{-10},$$

a bi kljub temu v eni minuti ura na satelitu prehitela uro na Zemlji za 10 ns, kar pri uporabi GPS seveda prinese hitro opazno napako.

V navigacijskem sistemu GPS morajo upoštevati še druge popravke, ki izvirajo iz teorije relativnosti. Tek ur je potrebno popravljati zaradi gibanja satelitov in površja Zemlje, upoštevati, da ni absolutne sočasnosti in upoštevati, da Zemlja ni povsem okrogla.

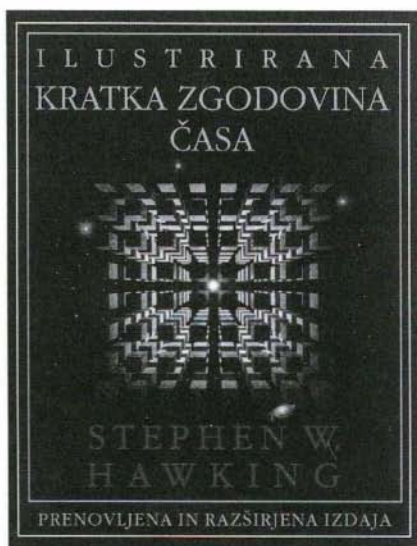
Ker se vse bolj zanašamo na satelitsko navigacijo, je nekdaj oddaljena teorija relativnosti postala del vsakdana.

Andrej Likar

Stephen W. Hawking, KRATKA ZGODOVINA ČASA. Prenovljena in razširjena ob deseti obletnici, DMFA–založništvo, Ljubljana 2003, 183 str.

Stephen W. Hawking, ILUSTRIRANA KRATKA ZGODOVINA ČASA. Prenovljena in razširjena izdaja, DMFA–založništvo, Ljubljana 2003, 251 str.

Ni je knjige z naravoslovno vsebino, ki bi se lahko približala *Kratki zgodovini časa*. Štiri in pol leta je bila le-ta na prvem mestu med uspešnicami in je v vseh mogočih jezikih izšla v več kot deset milijonih izvodov. Knjige niso samo prinašalke novega znanja. Pogosto z užitkom preberemo tudi kaj, kar že vemo. To velja tudi za to knjigo. Če bi šlo za kako manj zahtevno dejavnost, bi brez pomislekov rekli, da je knjiga "kultna".



Osvežimo vsebino.

Naša predstava o vesolju. Iz nekdanjih zelo preprostih predstav so rasle vse bolj zapletene, ne brez težav. Ob tem je Zemlja izgubila središčno lego.

Prostor in čas. Pojmovanje prostora in časa se je spreminjalo, ko smo spoznavali zakone narave. Najprej sta bila neodvisna prostor in čas neodvisna drug od drugega. S posebno teorijo relativnosti pa sta se zčila

v ravni prostor-čas. Splošna teorija relativnosti je gravitacijo opisala z njegovo ukrivljenostjo.

Vesolje, ki se širi. Najprej je vesolje veljalo za nespremenljivo. Pred sedemdesetimi leti pa so ugotovili, da se galaksije, to so velike lečaste gručee zvezd, oddaljujejo druga od druge tem hitreje, čim bolj so oddaljene.

Načelo nedoločenosti. Snov sestavljajo delci, ki jih je treba opisati drugače kot velika telesa – v kvantni mehaniki. V njej po načelu nedoločenosti ni mogoče hkrati ostro določiti lege in hitrosti delca.

Elementarni delci in naravne sile. Delci imajo spin, ki približno ustreza vrtenju velikih teles okoli težiščnih osi. Spin določa vedenje delcev v velikih skupinah. Delci s spinom $\frac{1}{2}$ sestavljajo snov, delci s spinom 1 (ali 0 ali 2) pa prenašajo sile med delci snovi. Med delci delujejo električna sila in gravitacija, ki ju poznamo tudi iz sveta velikih teles, ter šibka in močna sila.

Črne luknje. Po splošni teoriji relativnosti obstajajo zelo gosta in dovolj majhna telesa (o njih so razmišljali že veliko prej), ki jih zaradi gravitacije ne more zapustiti niti svetloba.

Črne luknje niso tako črne. Ob črni luknji lahko zaradi gravitacije nastane delec in njegov antidelec. Če eden od njiju pade v črno luknjo, lahko drugi pobegne. Črne luknje sevajo in jim je mogoče prirediti temperaturo.

Nastanek in usoda vesolja. Vesolje se je začelo z velikim pokom kot zelo majhno, zelo gosto in z zelo visoko temperaturo. Odtlej se širi, redči in ohlaja. Na začetku so snov sestavljali vsi mogoči delci, ob pojemanju temperature pa so ostali delci, ki sestavljajo atome. Zamisel o nenavadno hitrem širjenju – inflaciji – pojasni nekatere posebnosti vesolja.

Smer časa. Čas teče v vseh pogledih samo v eno smer.

Črvine in potovanje skozi čas. Splošna teorija relativnosti ne nasprotuje temu, da čas obrnemo in odpotujemo v preteklost. To naj bi omogočale posebne oblike prostor-časa, črvine, čeprav nič ne kaže, da bi se to zares dogajalo.

Poenotenje fizike. Fizike vznemirja težavno vprašanje, kako naj splošno teorijo relativnosti uskladijo s kvantno mehaniko. Tako teorijo bi potrebovali, da bi opisali veliki pok in prve trenutke po njem.

Sklep. Zanimivo je pregledati domneve o tem, kako se bo razvijalo znanje o vesolju.

Sledijo kratki sestavki o Albertu Einsteinu, Galileu Galileiu, Isaacu Newtonu in besednjak.

Kratek povzetek vsebine ne more pričarati množice zanimivih misli v knjigi. Knjiga, ki povezuje razvoj vesolja in svet osnovnih delcev, pa vsebuje tudi zahtevne misli in ni lahko branje. Napisana je zelo živo, tako da bralca pritegne. Na nekaterih mestih Hawking omenja tudi svoje delo (zamisel o sevanju črnih lukenj so npr. sprejeli v veliko večji meri kot zamisel o imaginarnem času na začetku vesolja). Tudi na nekaterih drugih mestih bralec težko loči med domnevami in ustaljenim znanjem.

Obe knjigi imata enako besedilo. Druga vsebuje veliko lepih barvnih slik, ima večji format in trdne platnice ter je razkošneje opremljena. Prva knjiga je že 75. knjiga v knjižnici Sigma z značilno obliko in vsebuje nekaj črno-belih slik. Žal sta angleški izdaji obeh knjig izšli prezgodaj, da bi zajeli zadnjo novost, temno energijo in pospešeno širjenje vesolja.

Prvič je *Kratka zgodovina časa* izšla leta 1988. *Ilustrirana kratka zgodovina časa* ji je sledila leta 1996. Ob desetletnici prve izdaje je Hawking knjigo leta 1998 prenovil in razširil. Prvi slovenski prevod je izdala Cankarjeva založba leta 1990. Leta 1994 je knjigo ponovno izdalo DMFA–založništvo. Knjigi, o katerih poročamo, sta izšli pred kratkim z letnico 2003.

DMFA–založništvo je izdalo še Hawkingovi knjigi *Berilo h Kratki zgodovini časa* leta 1993 ter *Črne luknje in otroška vesolja ter drugi eseji* leta 1994. Poleg tega je pri založbi Učila International iz Tržiča leta 2002 izšlo *Vesolje v orehovi lupini*.

Hawking je napisal precej knjig za širok krog bralcev. Nekateri mu očitajo preveč lahkoten slog. Zagotovo je k uspehu njegovih knjig prispevala tudi težka bolezen gibalnih živcev, ki jo je Hawking premagal. Priklenjen je na invalidski voziček ter se pogovarja in predava preko sintetizatorja zvoka, priključenega na računalnik. S knjigami in nastopi na televiziji je zelo veliko storil za popularizacijo astronomije, astrofizike in fizike. Poleg tega je napisal več strokovnih knjig in množico raziskovalnih člankov.

Janez Strnad

SKRITI MAGIČNI KVADRAT – Rešitev naloge s str. 258

Rešitev je ena sama. Najlepša pot do nje je čisti premislek. Seveda pa si lahko pomagamo tudi z računalnikom.

150	479	121
221	250	279
379	21	350

Marija Vencelj

KRIŽANKA – Rešitev s str. 288



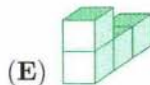
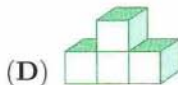
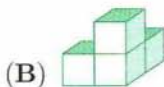
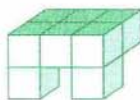
1	O	K	T	R	O	A	P	O	T	S	D	A	M								
2	N	I	E	L	S	H	E	N	R	I	K	A	B	E	L						
3	A	P	A	T	A	L	T	A	L	O	K	O	L	I	C	A					
4	T	A	O	R	J	E	N	V	J	E	Z										
5	C	A	R	L	J	A	C	O	B	I	A	I	S	N	E						
6	A	S	E	D	V	I	N	S	O	N	C	E									
7	A	M	E	N	D	I	A	O	P	A	N	K	A	R	U	V	A	L	A		
8	H	E	N	D	I	K	E	P	A	N	T	A	C	A	V	R	T	A	L	E	C
9	A	L	E	R	G	E	N	P	O	A	N	T	A	F	E	F	E	R	O	N	I
10	T	E	J	A	C	I	K	E	L	A	A	B	O	R	T	E	S	S	I	I	T
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
21																					
22																					
23																					
24																					
25																					
26																					
27																					
28																					
29																					
30																					
31																					
32																					
33																					
34																					
35																					
36																					
37																					
38																					
39																					
40																					
41																					
42																					
43																					
44																					
45																					
46																					
47																					
48																					
49																					
50																					
51																					
52																					
53																					
54																					
55																					
56																					
57																					
58																					
59																					
60																					
61																					
62																					
63																					
64																					
65																					
66																					
67																					
68																					
69																					
70																					
71																					
72																					
73																					
74																					
75																					
76																					
77																					
78																					
79																					
80																					
81																					
82																					
83																					
84																					
85																					
86																					
87																					
88																					
89																					
90																					
91																					
92																					
93																					
94																					
95																					
96																					
97																					
98																					
99																					
100																					






EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU – Izbrane naloge

1. Janez je iz kock sestavil kvader. Kateri kos iz štirih kock manjka na sliki?



2. Kateri datum bo natanko 2003 min po 20.03 uri dne 20. 03. 2003?

(A) 21. 03. 2003

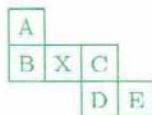
(B) 22. 03. 2003

(C) 23. 03. 2003

(D) 21. 04. 2003

(E) 22. 04. 2003

3. Na sliki je mreža kocke, na mejnih ploskvah pa so zapisane črke. Katera črka je na ploskvi, ki je nasproti ploskve s črko X?



(A) A

(B) B

(C) C

(D) D

(E) E

4. Na prosojnico kvadratne oblike napišemo **2003**. Najprej zavrtimo prosojnico v smeri urnega kazalca za 90° , nato jo obrnemo preko leve strani na drugo stran, na koncu pa jo zavrtimo v obratni smeri urnega kazalca za 270° . Katero od slik vidimo?

(A) 5003

(B) 2003

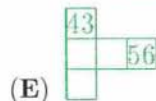
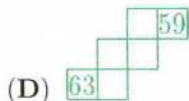
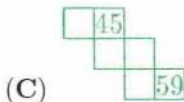
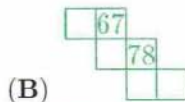
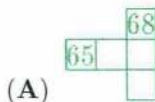
(C) 3002

(D) 8008

(E) 800Z

5. Na sliki je del preglednice, v katero je Tilen vpisal vsa števila od 0 do 109. Kateri izmed spodnjih delčkov ni del Tilnove preglednice?

0	2	4	6	8
1	3	5	7	9
10	12	14	16	18
11	13	15	17	19
20	22	24	26	28



6. Tina je na tla narisala krožnico, Jaka, Gašper, Miha, Janez in Matej pa so se postavili na krožnico tako, da so bile vse razdalje med sosednjima fantoma različne. Nato je vsak izmed fantov povedal ime tistega, ki je stal najbližje. Tina je dvakrat slišala imeni Jaka in Gašper, enkrat pa ime Miha. Katera trditev je pravilna?

- (A) Jaka in Gašper ne stojita drug poleg drugega.
- (B) Janez in Matej ne stojita drug poleg drugega.
- (C) Janez in Matej stojita drug poleg drugega.
- (D) Jaka stoji poleg Miha in poleg Janeza.
- (E) Nobena od prvih 4 trditev ni pravilna.

7. Koliko meri kot na krožnem izseku, katerega ploščina je 15 % ploščine celotnega kroga?

- (A) 15°
- (B) 20°
- (C) 30°
- (D) 45°
- (E) 54°



8. Število $n = 111 \dots 111$ je sestavljeno iz 2003 števk, vse števke so enake 1. Koliko je vsota števk števila $2003n$?

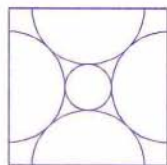
- (A) 10000
- (B) 10015
- (C) 10020
- (D) 10030
- (E) $2003 \cdot 2003$

9. Koliko presečišč ne morejo imeti štiri daljice?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

10. Središča polkrogov na sliki s polmerom 1 cm so na razpoloviščih stranic kvadrata. Koliko centimetrov meri polmer kroga, ki se dotika vseh štirih polkrogov?

- (A) $\sqrt{2} - 1$
- (B) $\frac{1}{2}\pi - 1$
- (C) $\sqrt{3} - 1$
- (D) $\sqrt{5} - 2$
- (E) $\sqrt{7} - 2$



11. V obdobju štirih let (1998–2001) je na srednjo šolo vsako leto povprečno prišlo 325 novih dijakov. Povprečno število novih dijakov na leto v obdobju petih let (1998–2002) pa je za 20 % večje. Koliko novih dijakov je prišlo na šolo leta 2002?

- (A) 650
- (B) 600
- (C) 455
- (D) 390
- (E) 345

12. Kolikšna je vrednost izraza

$$\sqrt{1 + 2000\sqrt{1 + 2001\sqrt{1 + 2002\sqrt{1 + 2003 \cdot 2005}}}}$$

- (A) 2000 (B) 2001 (C) 2002 (D) 2003 (E) 2004

Matjaž Željko

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU – Rešitve izbranih nalog s str. 304

naloga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
odgovor	D	B	E	D	B	C	E	B	E	A	A	B

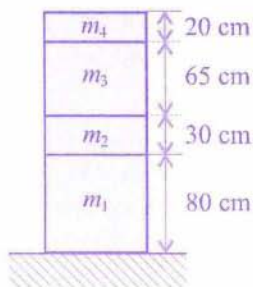
Matjaž Željko

NALOGE Z DRŽAVNEGA FIZIKALNEGA TEKMOVANJA SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE V ŠOLSKEM LETU 2002/03

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. V skladišču so polne homogene škatle v obliki kvadra z dolžino in širino 45 cm, višine škatel pa so podane na sliki. Mase škatel so $m_1 = 25 \text{ kg}$, $m_2 = 12 \text{ kg}$, $m_3 = 18 \text{ kg}$, $m_4 = 41 \text{ kg}$. Ko pripravljajo paket za stranko, zložijo škatle drugo vrh druge in jih dobro spnejo med seboj, tako da paket ne more razpasti (glej sliko).



- a) Po največ koliko stopinjskem klancu lahko enakomerno vozi kamion, ne da bi se paket na prikolici prevrnil?
- b) Kolikšen pa je lahko največ pospešek kamiona na vodoravni cesti, da se paket ne prevrne?

Lepenje med paketom in prikolico je dovolj veliko, da paket v obeh primerih ne more zdrsniti.

2. Kolesar v naglici zajaha kolo in poskuša speljati tako, da z eno nogo pritiska na pedal s silo 90 N pravokotno na ročico pedala, z drugo nogo pa ne potiska. Ker je kolo na rahlo poledeneli podlagi, znaša koeficient lepenja med gumami kolesa in tlemi 0,07. Polmer posameznega kolesa je 27 cm, skupna teža kolesarja in kolesa pa 900 N. Najmanj v kateri prestavi mora biti kolo, da kolesarju uspe speljati brez podrsavanja zadnjega kolesa po podlagi? Odgovor računsko utemelji.

Kolo ima pet prestav, ki ustrezajo namestitvam verige na enega izmed petih zobatih kolesc, ki so toga povezana z osjo zadnjega kolesa. Polmeri zobatih kolesc s števkami pripadajočih prestav so podani v tabeli.

prestava	polmer kolesca
1	4,1 cm
2	3,5 cm
3	2,9 cm
4	2,4 cm
5	2,0 cm

Ročica pedala je trikrat daljša od polmera prednjega zobatega kolesa, ki je v osi toga spojeno s pedaloma. Kolesar se namesti na kolo tako, da na vsako izmed obeh koles deluje enaka pravokotna komponenta sile podlage. Ne glede na prestavo, v kateri je kolo, veriga nikdar ni povešena, vendar je sila v spodnjem delu verige zanemarljivo majhna.

3. Vagon z maso 100 kg je prosto gibljiv po tiru, ki se zaključi z betonskim blokom. Rob bloka je pravokoten na tir, nivoja bloka in vagona pa sta na enaki višini. Na robu vagona, ki je najbližji bloku, stoji železničar z maso 70 kg. Železničar se je sposoben odgnati od podlage z največjo hitrostjo 5,0 m/s glede na podlago, in sicer ne glede na smer, v katero se odžene. Največ koliko sme biti vagon oddaljen od bloka, da uspe železničar skočiti z vagona na blok?

4. Za obrambo pred Azraelom (Gargamelovim mačkom) si Smrkci pomagajo s prožnimi palicami, ki jih zapičijo navpično v zemljo, tako da so spodnja krajišča toga *vpeta*. Na eni strani postavijo tik ob palici breme v obliki klade, ki omejuje nagibanje palice na to stran. Palico nato upognejo na drugo stran, ob zgornje krajišče položijo kamen, ki služi kot izstrelek, in palico spustijo. Palica se sunkovito izravna in kamen odleti v vodoravni smeri. Delo, ki ga Smrkci opravijo, ko upognejo palico tako, da se vrhnje krajišče zniža za y , je $A = ky^2$, kjer je $k = 28 \text{ N/m}$.

S svojo spretnostjo in močjo zmorejo Smrkci palico napeti največ tako, da je $y = 10 \text{ cm}$ (kar ni malo v primerjavi z višino palice), pri čemer ima izstreljeni kamen z maso 100 g domet 55 cm . Za izboljšanje obrambne sposobnosti uporabijo včasih namesto enega več kamnov hkrati. Kolikšen je domet, če uporabijo

- a) hkrati dva enaka kamna z masama po 100 g ;
- b) hkrati tri enake kamne z masami po 100 g ?

Skupina II

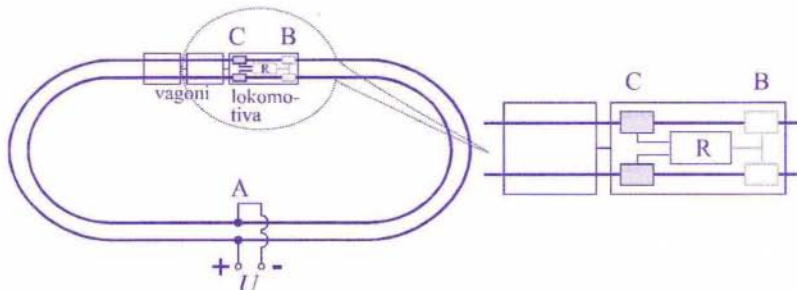
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. V visoki pokončno stoječi valjasti posodi se nahaja bat, ki je brez trenja gibljiv vzdolž osi posode. Na začetku se bat nahaja na višini 50 cm nad dnom posode, pod njim pa je v posodi zaprt zrak. Na sredino bata previdno položimo utež z maso 10 kg , tako da se položaj bata nekoliko zniža. Stik med batom in notranjo steno posode dobro tesni, tako da zrak izpod bata ne uhaja. Za koliko časa moramo posodo postaviti na grelno ploščo kuhalnika, da se bat dvigne v prvotno lego?

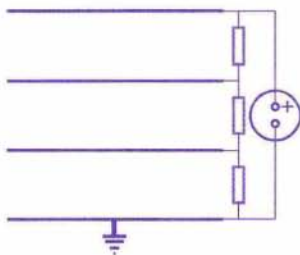
Ko posodo postavimo na kuhalnik, uhaja skozi dno v notranjost posode stalen toplotni tok 10 W . Navpična stena posode in bat sta iz snovi z majhno toplotno prevodnostjo. Specifična toplota zraka pri konstantni prostornini je podana s $c_V = R/((\kappa - 1)M)$, kjer je $M = 29 \text{ kg/kmol}$ kilomolska masa zraka, $R = 8300 \text{ J/kmolK}$ splošna plinska konstanta in $\kappa = 1,4$ razmerje specifičnih toplot za zrak.

2. Električni vlakec, sestavljen iz lokomotive in nekaj vagonov, postavimo na tir z dolžino 20 m . Razmik med tračnicama je majhen, tako da lahko vzameš, da sta obe tračnici enako dolgi. Tračnici sta na

mestu A priključen na izvir konstantne napetosti z zanemarljivim notranjim uporom. Elektromotor, ki poganja lokomotivo preko para koles B, je priključen na tračnici preko para koles C (glej sliko). Med parom koles B in tračnicama ni električnega stika. Upor elektromotorja je $R = 5 \, \Omega$, tračnici sta iz snovi s specifičnim uporom $2 \cdot 10^{-7} \, \Omega \text{ m}$, presek tračnice je 2 mm^2 . Upor priključnih žic je zanemarljivo majhen.



- Nariši nadomestno vezje.
 - Izračunaj razmerje med največjo in najmanjšo močjo električnega vlakca.
- Valj iz neprevodne snovi z radijem 5 cm in višino 40 cm ima po obodu (plašču) enakomerno razmazan vezan naboj 10 As . Valj vrtimo okoli geometrijske osi s frekvenco 100 s^{-1} . Izračunaj gostoto magnetnega polja, ki se pojavi v valju. (Indukcijska konstanta je $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$.)
 - Štiri enake kovinske plošče s ploščino po 100 cm^2 položimo v razmiku 1 mm drugo nad drugo. Med seboj jih po vrsti povežemo z uporniki za $100 \, \Omega$, $200 \, \Omega$ in $100 \, \Omega$. Med zgornjo in spodnjo ploščo priključimo napetost 1000 V . Spodnja plošča je ozemljena. Kolikšni naboji se naberejo na posameznih ploščah? (Influenčna konstanta je $8,9 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$.)



Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Na plavajočo bojo v obliki pokončnega valja z višino 100 cm in ploščino osnovne ploskve 2 m^2 pade z višine 2 m, merjeno od zgornje osnovne ploskve, vreča peska z maso 60 kg. Vreča pade navpično na sredino zgornje ploskve.

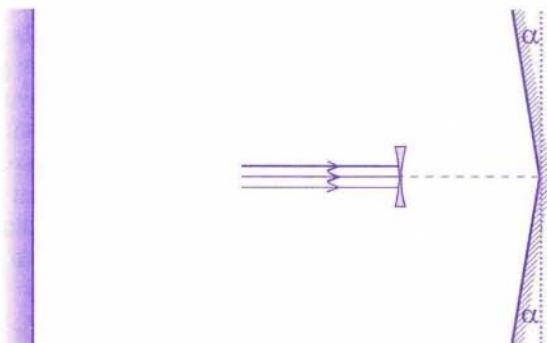
- a) Za koliko se pri padcu vreče potopi boja?
- b) S kolikšno amplitudo zaniha boja z vrečo?
- c) S kolikšnim nihajnim časom zanihata?

Boja je iz snovi z gostoto 500 kg/m^3 , gostota vode je 1000 kg/m^3 . Upor vode zanemari.

2. Valj iz neprevodne snovi z radijem 5 cm in višino 40 cm ima po obodu (plašču) enakomerno razmazan vezan naboj 10 As. Valj vrtimo okoli geometrijske osi s frekvenco 100 s^{-1} .

- a) Izračunaj gostoto magnetnega polja, ki se pojavi v valju.
- b) Valj pričnemo zaustavljati, tako da se v $0,001 \text{ s}$ frekvenca zmanjša za 10 s^{-1} . Izračunaj, kolikšna napetost se inducira na obodu valja.
- c) Z inducirano napetostjo je povezano električno polje. Silnice električnega polja obdajo valj v obliki koncentričnih krogov s središčem v osi valja. Iz zveze med električno napetostjo in jakostjo električnega polja določi velikost ter smer jakosti električnega polja na obodu valja.
- d) Zaradi inducirane električnega polja deluje na valj navor. Iz navora električne sile in znanega kotnega pojemka izračunaj prispevek k vztrajnostnemu momentu valja, ki je posledica električnega naboja.
- e) Prispevek k vztrajnostnemu momentu izračunaj še tako, da primerjaš izraz za magnetno energijo tuljave z izrazom za rotacijsko kinetično energijo.

3. Curek laserske svetlobe z valovno dolžino 633 nm razpršimo s konkavno lečo z goriščno razdaljo 20 mm. Na razdalji 8 cm od leče vpade razpršeni curek na dve zrcali, ki tvorita kot $\alpha = 0,2^\circ$ z ravnino, pravokotno na nerazpršeni curek. Odbita svetloba z zrcal interferira na 5 m oddaljenem zaslonu (glej sliko, ki pa ni v merilu; leča ne moti odbite svetlobe z zrcal). Koliko so med seboj razmaknjene svetle proge na zaslonu? *Namig:* Pomagaj si z zrcalnima slikama izvira svetlobe.



Ciril Dominko

REŠITVE NALOG Z DRŽAVNEGA TEKMOVANJA IZ FIZIKE V ŠOLSKEM LETU 2002/2003 – s str. 306

Objavljamo rešitve nalog z državnega tekmovanja srednješolcev iz fizike, ki je bilo v Novem mestu 5. aprila 2003. Besedila nalog so objavljena na strani 306.

Skupina I

1. Podatki: $l = 45$ cm, $m_1 = 25$ kg, $m_2 = 12$ kg, $m_3 = 18$ kg, $m_4 = 41$ kg, $y_1 = 80$ cm, $y_2 = 30$ cm, $y_3 = 65$ cm, $y_4 = 30$ cm.
- a) Težišče paketa je nad središčem osnovne ploskve na višini

$$y^* = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = 128 \text{ cm}$$

nad tlemi. Paket je stabilen vse dotlej, dokler se težišče ne dvigne nad spodnji rob paketa. Tedaj tvorijo težišče, središče osnovne ploskve in točka na sredini roba, okoli katerega se paket lahko prevrne, pravokotni trikotnik s katetama $\frac{1}{2}l$ in y^* . Kot nasproti katete $\frac{1}{2}l$, φ , je enak naklonskemu kotu klanca. Velja

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{2}l}{y^*}, \quad \varphi = 10^\circ.$$

- b) Pri pospeševanju delujeta na paket teža in sila podlage, ki prijemlje na robu osnovne ploskve, okoli katere se paket lahko prevrne. Paket se ravno še ne prevrne, ko je navor sil za os skozi težišče paketa enak 0, torej ko gre nosilka sile podlage skozi težišče paketa. Kot, ki ga sila podlage tedaj tvori z navpičnico, je enak kotu, ki smo ga izračunali v primeru a). Vodoravna komponenta sile podlage pospešuje paket, tako da se ta giblje z enakim pospeškom kot kamion, pravokotna komponenta pa uravnovesi težo:

$$ma = F_p \sin \varphi, \quad mg = F_p \cos \varphi.$$

Z deljenjem enačb dobimo za pospešek

$$a = g \operatorname{tg} \varphi = 1,7 \text{ m/s}^2.$$

2. Podatki: $F = 90 \text{ N}$, $mg = 900 \text{ N}$, $k_l = 0,07$, $r'_2/r'_1 = 3$, $r_2 = 27 \text{ cm}$, r_1 (glej tabelo v besedilu).

Tik preden se kolo premakne, so navori na os zadnjega kolesa in na os pedalov v ravnovesju. Označimo polmer prednjega zobatega kolesa z r'_1 , dolžino pedala z r'_2 , polmer zobatega kolesca na osi zadnjega kolesa z r_1 , polmer zadnjega kolesa bicikla z r_2 , silo, s katero je napet zgornji del verige, pa F . Če kolesar pritiska s silo F , ravnovesje navorov na prednje zobato kolo zapišemo kot

$$Fr'_2 = F'r'_1,$$

ravnovesje navorov na zadnje kolo pa

$$F_l r_2 = F' r_1,$$

kjer je F_l sila lepenja. Zanj mora veljati $F_l < k_l mg/2$, če naj zadnje kolo bicikla ne zdrsne po podlagi. Z deljenjem zapisanih enačb dobimo

$$F_l = F \frac{r_1 r'_2}{r'_1 r_2} < \frac{k_l mg}{2}, \quad \text{torej} \quad r_1 < k_l r_2 \frac{r'_1}{r'_2} \frac{mg}{2F} = 3,15 \text{ cm},$$

kar pomeni, da je največja vrednost polmera zadnjega zobatega kolesca 3,15 cm. Bicikel mora torej biti vsaj v tretji prestavi.

3. Podatki: $v_0 = 5,0 \text{ m/s}$, $M = 100 \text{ kg}$, $m = 70 \text{ kg}$.

Če se železničar odžene s hitrostjo v_0 in pod kotom φ glede na vagon, sta komponenti njegove začetne hitrosti glede na vagon

$$v'_x = v_0 \cos \varphi \quad \text{in} \quad v'_y = v_0 \sin \varphi.$$

Komponenti železničarjeve začetne hitrosti glede na okolico označimo z v_x in v_y , hitrost vagona po odskoku pa z u . Tedaj je $v_x = v'_x - u$ in $v_y = v'_y$. Ohranitev vodoravne komponente gibalne količine pove $mv_x = Mu$, pri čemer je m masa železničarja, M pa masa vagona. Izrazimo u in vstavimo v enačbo za v_x :

$$v_x = \frac{v'_x}{1 + \frac{m}{M}} = \frac{v_0 \cos \varphi}{1 + \frac{m}{M}}.$$

Gibanje železničarja obravnavamo kot poševni met. V času t železničar prepotuje vodoravno razdaljo med začetno lego vagona in pomolom $d = v_x t$, v polovici tega časa pa mu navpična hitrost pade na 0: $v_y = g \frac{1}{2} t$. Dobimo

$$d = v_x \frac{2v_y}{g} = \frac{v_0 \cos \varphi}{1 + \frac{m}{M}} \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Razdalja d je največja pri $\varphi = 45^\circ$ in enaka

$$d = \frac{v_0^2}{g \left(1 + \frac{m}{M}\right)} = 1,5 \text{ m}.$$

Največja oddaljenost vagona od pomola je 1,5 m.

4. Podatki: $A = ky^2$, $k = 28 \text{ N/m}$, $y = 10 \text{ cm}$, $m = 100 \text{ g}$, $d = 55 \text{ cm}$.

Delo, porabljeno za upogibanje palice, se pri izpustitvi palice pretvori v kinetično energijo in povečanje potencialne energije kamna, saj se mora kamen dvigniti še za y , predno zapusti palico:

$$ky^2 = mgy + \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{od koder sledi} \quad v = \sqrt{2gy \left(\frac{k}{mg}y - 1 \right)}.$$

Vidimo, da mora veljati $y > mg/k$, če naj izstrelitev uspe.

Pri vodoravnem metu, ki sledi, je domet kamna $d = vt$, pri čemer je t enak času padanja z višine h , torej

$$d = vt = v\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{hy}\sqrt{\frac{k}{mg}y - 1}.$$

Z h smo označili dolžino palice. V primeru, ko izstrelijo več kamnov s skupno maso m' , je izraz za domet enak, le m nadomestimo z m' . Enačbi delimo, da se znebimo h , in za domet večjega števila kamnov sledi

$$d' = d \frac{\sqrt{\frac{k}{m'g}y - 1}}{\sqrt{\frac{k}{mg}y - 1}}.$$

Ko vstavimo $m' = 2m$, dobimo $d' = 26 \text{ cm}$. Pri $m' = 3m$ pa je argument korena v imenovalcu negativen, kar pomeni, da treh kamnov skupaj sploh ni mogoče izstreliti.

Skupina II

1. Podatki: $M = 29 \text{ kg/kmol}$, $P = 10 \text{ W}$, $h = 50 \text{ cm}$, $m' = 10 \text{ kg}$, $\kappa = 1,4$.

Med začetnim in končnim stanjem zraka v posodi se prostornina zraka ne spremeni. Pri tem se zraku zaradi dodane uteži poveča tlak za $\Delta p = m'g/S$, povečanje temperature, ΔT , pa izračunamo iz splošne plinske enačbe, zapisane za začetno, $pV = (m/M)RT$, in končno stanje, $(p + \Delta p)V = (m/M)R(T + \Delta T)$. Prvo enačbo odštejemo od druge in dobimo

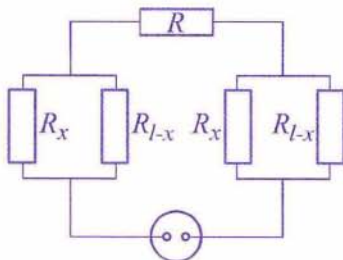
$$\Delta T = \frac{MV\Delta p}{mR} = m'g \frac{V}{S} \frac{M}{mR} = m'gh \frac{M}{mR}.$$

Notranja energija zraka se poveča le na račun toplote, ki jo zrak sprejme skozi dno posode, saj zrak pri vsem skupaj ne opravi dela: $Pt = c_V m \Delta T$. Z upoštevanjem podanega izraza za c_V dobimo

$$t = \frac{R}{(\kappa - 1)M} \frac{m \Delta T}{P} = \frac{1}{(\kappa - 1)} \frac{m' gh}{P} = 12 \text{ s}.$$

2. Podatki: $R = 5 \, \Omega$, $\zeta = 2 \cdot 10^{-7} \, \Omega \text{ m}$, $S = 2 \text{ mm}^2$, $l = 20 \text{ m}$.

- a) Vezje je sestavljeno iz dveh vzporednih tračnic, katerih upora označimo R_x in R_{l-x} , zaporedno vezanega motorja z uporom R in dveh vzporedno vezanih zunanjih tračnic z uporoma R_x in R_{l-x} .



- b) Upore tračnic zapišemo kot

$$R_x = \frac{\zeta x}{S} \quad \text{in} \quad R_{l-x} = \frac{\zeta(l-x)}{S}.$$

Za nadomestni upor vezja dobimo

$$R' = R + 2 \frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_{l-x}}} = R + \frac{2\zeta(l-x)x}{Sl}.$$

Moč motorja zapišemo kot $P = RI^2 = RU^2/R'^2$ in je največja, ko je R' najmanjši, in najmanjša, ko je RR' največji. Upor R' je najmanjši (največji), ko je izraz $(l-x)x$ najmanjši (največji).

Izraz $(l-x)x$ prepišemo v obliko

$$(l-x)x = -x^2 + lx = -x^2 + lx - \frac{1}{4}l^2 + \frac{1}{4}l^2 = -(x - \frac{1}{2}l)^2 + \frac{1}{4}l^2.$$

Izraz ima največjo vrednost pri $x = \frac{1}{2}l$, $\frac{1}{4}l^2$, ki ustreza največji vrednosti R' :

$$R'_{\max} = R + \frac{\zeta l}{2S},$$

in najmanjšo, 0, pri $x = 0$ in pri $x = l$ (ko je vlakec v točki A):

$$R'_{\min} = R.$$

Za iskano razmerje moči velja

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \left(\frac{R'_{\max}}{R'_{\min}} \right)^2 = \left(1 + \frac{\zeta l}{2RS} \right)^2 = 1,44.$$

3. Podatki: $e = 10 \text{ As}$, $\nu = 100 \text{ s}^{-1}$, $l = 40 \text{ cm}$, $r = 5 \text{ cm}$.

Električni tok je enak pretočenemu naboju v času enega obrata: $I = e/t_0 = e\nu$. Vrteči se valj si lahko predstavljamo kot tuljavo, pri kateri skupni tok N obojev, NI' , nadomestimo z $I = e\nu$. Magnetno polje izračunamo iz izraza za polje dolge ravne tuljave

$$B = \frac{\mu_0 I}{l} = \frac{\mu_0 e\nu}{l} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

4. Podatki: $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $U = 1000 \text{ V}$, $S = 100 \text{ cm}^2$, $d = 1 \text{ mm}$.

Ker je spodnja plošča ozemljena, na njej ni naboja. Naboj na drugih treh ploščah po vrsti označimo e_1 , e_2 in e_3 , pri čemer je e_3 naboj na zgornji plošči. Posamezna plošča ustvari električno polje $E_i = e_i/2\epsilon_0 S$. Če je e_i pozitiven, kaže polje proč od plošče, sicer k plošči. Napetost med ozemljeno ploščo in sosednjo ploščo izračunamo tako, da polje med ploščama pomnožimo z razdaljo med ploščama. Prispevki vseh treh plošč so enako predznačeni. Dobimo

$$U_1 = d(E_1 + E_2 + E_3).$$

Pri tem je U_1 enaka padcu napetosti na uporniku R_1 : $U_1 = R_1 I = R_1 U / (2R_1 + R_2)$. Podobno dobimo zvezo za napetost med drugo in tretjo ploščo (prispevek druge plošče ima obraten predznak, ker se spremeni smer polja E_1): $U_2 = d(-E_1 + E_2 + E_3)$, $U_2 = R_2 U / (2R_1 + R_2)$. Za zgornji dve plošči velja $U_3 = d(-E_1 - E_2 + E_3)$, $U_3 = R_1 U / (2R_1 + R_2) = U_1$. Električne poljske jakosti izrazimo z naboji.

Dobimo sistem enačb:

$$e_1 + e_2 + e_3 = e_0,$$

$$-e_1 + e_2 + e_3 = 2e_0,$$

$$-e_1 - e_2 + e_3 = e_0,$$

pri čemer smo vpeljali

$$e_0 = \frac{2\varepsilon_0 S U_1}{d} = \frac{2\varepsilon_0 S R_1 U}{d(R_1 + R_2)} = 4,4 \cdot 10^{-8} \text{ As}$$

in upoštevali $U_2 = 2U_1$. Sistem enačb najhitreje rešimo tako, da seštejemo prvo in tretjo enačbo ter dobimo $e_3 = e_0$. Nato enačbi odštejemo. Dobljeno zvezo $e_1 = -e_2$ vstavimo v drugo enačbo, od koder izpeljemo $e_2 = \frac{1}{2}e_0$ in $e_1 = -\frac{1}{2}e_0$. Vrednosti nabojev so:

$$e_1 = -2,2 \cdot 10^{-8} \text{ As}, \quad e_2 = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ As}, \quad e_3 = 4,4 \cdot 10^{-8} \text{ As}.$$

Skupina III

1. Podatki: $S = 2 \text{ m}^2$, $l = 100 \text{ cm}$, $h = 2 \text{ m}$, $m = 60 \text{ kg}$. $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$, $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.

- a) Vreča ima tik pred padcem na bojo hitrost $v = \sqrt{2gh}$. Trk je neprožen in velja $mv = (m + M)v_0$, kjer je $M = \rho S l$ masa boje in v_0 hitrost sistema po trku. Pri gibanju navzdol deluje na bojo sila vzgona $F_v = Mg + kx$, kjer je x globina, za kolikor se potopi boja od prvotne ravnovesne lege, in $k = g\rho_v S$. (Pri $x = 0$ vzgon uravnovesi težo Mg .) Največji x , označimo ga z Δh , dobimo iz izreka o mehanski energiji:

$$\frac{1}{2}(m + M)v_0^2 + (m + M)g\Delta h = A_v.$$

Delo sile vzgona A_v izračunamo tako, da za prispevek, odvisen od x , vzamemo povprečno vrednost: $A_v = Mg\Delta h + \frac{1}{2}k\Delta h^2$. Začetno hitrost v_0 izrazimo z višino h in dobimo

$$\frac{m^2 gh}{m + M} + mg\Delta h = \frac{1}{2}\rho_v S g(\Delta h)^2.$$

Smiselna rešitev kvadratne enačbe je

$$\Delta h = \frac{m}{S\rho_v} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2S\rho_v h}{m + M}} \right) = 11,8 \text{ cm}.$$

b) Nova ravnovesna lega je pri

$$\Delta h_0 = \frac{mg}{k} = \frac{m}{\rho_v S} = 3 \text{ cm}.$$

Amplituda nihanja je

$$s_0 = \Delta h - \Delta h_0 = 8,8 \text{ cm}.$$

c) Za nihajni čas velja enaka zveza kot za vzmetno nihalo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + M}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m + M}{g\rho_v S}} = 1,46 \text{ s}.$$

2. Podatki: $e = 10 \text{ As}$, $\nu = 100 \text{ s}^{-1}$, $l = 40 \text{ cm}$, $r = 5 \text{ cm}$, $\Delta\nu = 10 \text{ s}^{-1}$, $\Delta t = 1 \text{ ms}$.

- a) Glej rešitev 3. naloge v skupini II.
b) Inducirana napetost je enaka časovni spremembi magnetnega pretoka skozi presek valja:

$$U_i = S \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 \Delta B}{\Delta t} = 2,5 \text{ mV}.$$

- c) Smer jakosti električnega polja je pravokotna na smer magnetnega polja in tangenta na obod v smeri hitrosti. Ker je inducirana napetost enaka električni poljski jakosti, pomnoženi z obsegom, velja

$$E = \frac{U_i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 r e \Delta\nu}{2l \Delta t} = 7,9 \text{ mV/m}.$$

- d) Vztrajnostni moment izračunamo iz navora električne sile in kotnega pojemka:

$$M = r e E = \frac{\mu_0 r^2 e^2}{l} \frac{\alpha}{2\pi}, \quad J = \frac{M}{\alpha} = \frac{\mu_0 r^2 e^2}{4\pi l}.$$

- e) Energijo tuljave izpeljemo iz izraza za gostoto magnetne energije
 $w_m = B^2/2\mu_0$:

$$W = V w_m = V \frac{B^2}{2\mu_0} = \pi r^2 l \frac{\mu_0 e^2 \nu^2}{2l^2}.$$

(Enak izraz dobimo iz formule $W = \frac{1}{2}LI^2$.) Izraz primerjamo z rotacijsko kinetično energijo $\frac{1}{2}J\omega^2$. Dobimo enak rezultat kot pri d):

$$J = \frac{\mu_0 r^2 e^2}{4\pi l} = 6,3 \cdot 10^{-8} \text{ kgm}^2.$$

3. Podatki: $\lambda = 633 \text{ nm}$, $f = 20 \text{ mm}$, $l = 8 \text{ cm}$, $s = 5 \text{ m}$, $\alpha = 0,2^\circ$.

Ker je kot α zelo majhen, lahko pri računanju upoštevamo $\sin \alpha \approx \alpha$ in $\cos \alpha \approx 1$.

Leča ustvari navedezen točkasti izvir laserske svetlobe v razdalji f za lečo, oddaljen $l + f$ od zrcal. V zrcalih dobimo dva nova navidezna točkasta izvira, ki sta oddaljena za $d = 2(l + f)$ od prvotnega točkastega izvira. Izvira sta razmaknjena za $a = 2d \sin \alpha = 4(l + f) \sin \alpha \approx 4(l + f)\alpha$.

Svetloba izvirov interferira na zaslonu; svetle proge dobimo pod koti, za katere velja $a \sin \vartheta = N\lambda$. Za dovolj majhne kote velja $\sin \vartheta \approx y/s$, kjer je y razdalja svetle proge do sredine zaslona (t.j. točke, ki ustreza $\vartheta = 0$). Dve sosednji svetli progi sta v razmiku

$$\Delta y = \frac{\lambda s}{a} = \frac{\lambda s}{4(l + f)\alpha} = 2,2 \text{ mm}.$$

Pri tem smo zanemarili razdaljo svetil do ogledala v primerjavi z s .

Bojan Golli

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželeno velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Uredništvo revije PRESEK, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **Presek@dmfa.si**. Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem urednica prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ oziroma $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

31. letnik, šolsko leto 2003/04, številka 5, strani 257–320

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan (računalništvo), Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Primož Potočnik (novice), Marijan Prosen (astronomija), Marko Razpet, Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, 1001 Ljubljana, p.p.2964, tel. (01) 4766-553, (01) 4232-460, telefaks (01) 2517-281. Naročnina za šolsko leto 2003/2004 je za posamezne naročnike **3.600 SIT** (posamezno naročilo velja do preklica), za skupinska naročila učencev šol **3.000 SIT**, posamezna številka **900 SIT**, tematska številka **1.650 SIT**, stara številka **650 SIT**, letna naročnina za tujino **25 EUR**. Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, Ljubljana, SWIFT: SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

Sponzor:



List sofinancira Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport

Založilo DMFA – založništvo

Tisk: DELO Tiskarna, Ljubljana

© 2004 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1569

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana

Nadaljevanje z II. strani ovitka.

- trenutek, ko Venerina ploskvice prečka rob Sonca in se nahaja znotraj Sončeve ploskve (drugi stik);
- trenutek, ko se Venerina ploskvice prvič dotakne druge strani Sončeve ploskve (tretji stik);
- trenutek, ko Venerina ploskvice prečka rob Sonca (četrti - zadnji stik).

Ustanove, ki so vključene v projekt Prehod Venere 2004, bodo cenile, če boste posneli tudi dokumentarni film o delu vašega projekta.

Internet bo glavni način komunikacije med udeleženci. Vse potrebne informacije o opazovanju prehoda Venere dobiš na slovenski strani

<http://www.fiz.uni-lj.si/astro>.

Dodatne informacije pa na

<http://www.vt-2004.org>.

Zaželeno je, da sodeluješ pri edinstvenem izobraževalnem projektu Prehod Venere 2004 v skupini ali kot posameznik. Priporočamo, da povprašaš pri učitelju fizike oziroma pri najbližjem astronomskem društvu o možnostih opazovanja prehoda.

Najboljši rezultati projekta Prehod Venere 2004 bodo predstavljeni v okviru Evropskega znanstvenega tedna oktobra 2004 v Grenoblu.

Ne izgublaj časa in izkoristi edinstveno priložnost!

V imenu slovenskega vodstvenega odbora:

mag. Sonja Jejčič, prof.

TŠC Nova Gorica

Cankarjeva 10

5000 Nova Gorica

sonja.jejcic@s-tsc.ng.edus.si

prof. dr. Andrej Čadež

FMF Ljubljana

Jadranska 19

1000 Ljubljana

andrej.cadez@fmf.uni-lj.si

prof. dr. Tomaž Zwitter

FMF Ljubljana

Jadranska 19

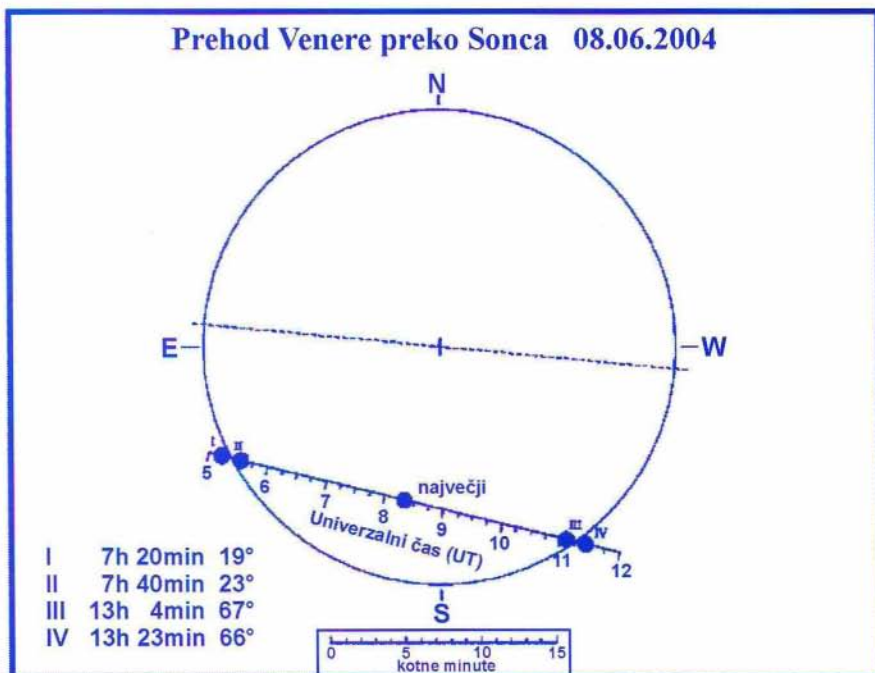
1000 Ljubljana

tomaz.zwitter@fmf.uni-lj.si

NAVIDEZNI VENERIN PREHOD ČEZ SONCE 8. 6. 2004

Prehod se začne s prvim navideznim stikom I. To je trenutek, ko se planet, kakor drobna okrogla temna pega, z zunanje strani navidežno dotakne Sončeve okrogle ploskve. Ko cela pega preide Sončev rob in se ga dotakne z notranje strani, nastopi drugi navidezni stik II. Nato pega nekaj ur počasi potuje prek Sončeve ploskve. Največja faza prehoda nastopi, ko je pega najbližje Sončevemu središču. Tretji stik III nastopi, ko se pega z notranje strani dotakne roba navidezne Sončeve ploskvice. Prehod se konča s četrtnim navideznim stikom IV, ko se pega navidežno dotakne z zunanje strani Sončevega roba. Hip nato sta vesoljski telesi že razmaknjeni. Ponovno se bosta navidežno dotaknili 5. 6. 2012.

V sliki so podani časi vseh štirih navideznih stikov ter pripadajoči višinski koti Sonca za Ljubljano. Časi posameznih faz prehoda se za opazovalce drugje v Sloveniji razlikujejo le za kakšno minuto. V Ljubljani tega dne Sonce vzhaja ob 5h 11min in zaide ob 20h 51min. Ob tretjem stiku je Sonce skoraj na jugu.



Navidezna pot Venere prek Sončeve ploskve. Tega dne se bo Venera gibala čez južni del Sončeve ploskve od vzhoda proti zahodu in sicer s kotno hitrostjo $3,2'/\text{h}$. Tako bo za celoten prehod potrebovala približno 6,2 ure.

Marijan Prosen in Andrej Kregar