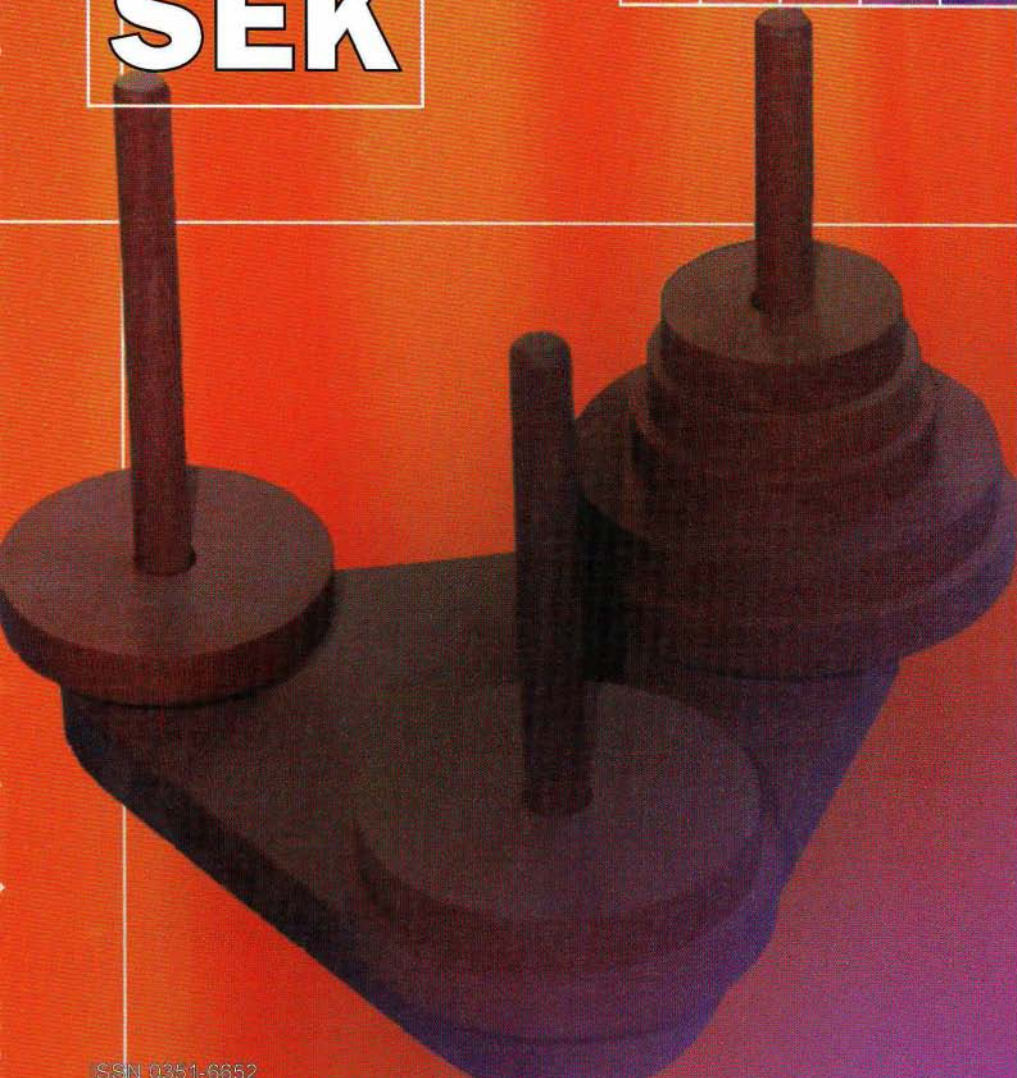


PRE SEK

31 (2003 – 04)

3



ISSN 0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

KOLIKO ŽIVALI JE VIDEL NACE?

Lovec Nace se je neke poletne nedelje že navsezgodaj odpravil na lov. S puško na rami je obhodil svoj priljubljen hribček in gozdiček ter se ravno za kosilo vrnil domov. Poleg gob ni prinesel ničesar. Vseeno pa so ga domači le začeli spraševati, kako je bilo na lovu.

“Večinoma se je divjad kar poskrila pred mano”, pravi Nace in se pogladi po košatih brkih. “Vendar sem videl precej srn in srnjakov”, nadaljuje. “Če verjamete ali ne, povsod je bila srnjad v skupinah, in to po pet.” Takoj se oglasi najstarejši sin: “Ata! Ali nisi morda videl dvojno?” “Ti bom jaz že dal dvojno, smrkavec! Pri svetem Hubertu¹ prisežem, da je vse, kar vam sedaj tu pravim, čista resnica.” Še malo poviha brke in pravi: “Preplašil sem tudi nekaj jat divjih ptic. Ne vem, kakšen dan je danes, toda v vsaki jati je bilo devet ptic.” Nato ga vpraša hči: “Atek! Kako? Ali si jih utegnil prešteti?” Izkušen lovec se takoj znajde: “Devet jih je bilo v jati. V zraku so bile razvrščene kot keglji: 3×3 . Na kegljanje se pa tudi malo spoznam.” Nihče se mu ni več upal ugovarjati. “Ko se je proti poldnevu segrelo, so prilezle na plano tudi kače in iskale prostor pod soncem. Kar precej sem jih videl.”



Ni pa Nace hotel povedati, koliko posameznih živali je videl tisto nedeljo. Nam pa je le zaupal, da so vse skupaj, to je srnjad, ptice in kače, imele 58 glav in 132 nog. Koliko, dragi bralec, je lovec Nace tisto nedeljo videl srn skupaj s srnjaki, ptic in kač?

Marko Razpet

¹ Zavetnik lovcev.

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
31. letnik, leto 2003/04, številka 3, strani 137–200

VSEBINA	
MATEMATIKA	O Lucasovih številih – reš. na str. 167 (Sandi Klavžar) 144-149
FIZIKA	O trenju, II. del (Janez Strnad) 150-153 Orientacija z natančnimi urami (Andrej Likar) 158-162
ASTRONOMIJA	Sončev obrat (Marijan Prosen) 141-143
NOVE KNJIGE	Dr. Stanislav Južnič: Hallerstein, kitajski astronom iz Mengša (Simon Vidrih) 170-171
ZANIMIVOSTI, RAZVEDRILO	Édouard Lucas (1842 – 1891) (Ciril Petr) 154-157 Križanka – reš. na str. 171 (Marko Bokalič) 168-169
NOVICE	34. mednarodna fizikalna olimpiada (Ciril Dominko) .. 153, IV Pred dvesto leti je bil rojen Christian Doppler (Janez Strnad) 163-167
NALOGE	Koliko živali je videl Nace? (Marko Razpet) II Dopolni račune – Nagradna naloga (Marija Vencelj) 138
TEKMOVANJA	Evropski matematični kenguru – Izbrane naloge – reš. str. 157 (Matjaž Zeljko) 138-140 Urniki tekmovanj v letu 2004 (Darjo Felda) 172-174 23. tekmovanje osnovnošolcev v znanju fizike za srebrna Stefanova priznanja (Tekmovalna komisija) 175-178 Rešitve nalog s 23. tekmovanja osnovnošolcev v znanju fizike za srebrna Stefanova priznanja – s str. 174 (Tekmovalna komisija) 179-182 Državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce (Tekmovalna komisija) 182-186 Rešitve nalog z državnega tekmovanja iz fizike za osnovnošolce – s str. 182 (Tekmovalna komisija) .. 187-189 Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2002/03 (Ciril Dominko) 190-193 Rešitve nalog s predtekmovanja iz srednješolske fizike v šolskem letu 2002/2003 – s str. 190 (Bojan Golli) 194-200
NA OVITKU	Hanojski stolpi. Glej tudi članka na straneh 144 in 154. Na- slovnico je računalniško izdelal Andrej Taranenko. Slika ha- nojskih stolpov je s prijaznim dovoljenjem Andreasa M. Hinza vzeta z njegove domače strani. I

DOPOLNI RAČUNE – Nagradna naloga

V prazna polja aritmetične križanke vpiši taka enomestna naravna števila, da bodo vsi nakazani računi v vodoravni in navpični smeri pravilni.

3	+		-		= 1
×		×		-	
	×		+		= 8
-		+		+	
	+		-		= 5
= 9		= 5		= 5	

Rešitve pošljite najkasneje do petka, 20. februarja 2004, na naš naslov:

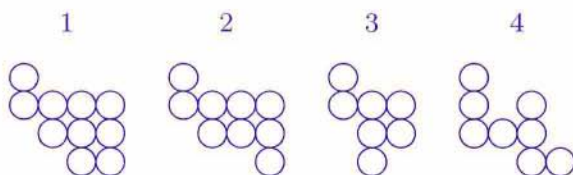
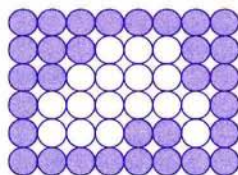
Presek, Jadranska 19, p.p. 2964, 1001 Ljubljana

Izmed reševalcev, ki bodo poslali pravilno rešitev naloge, bomo izžrebali nagrajenca, ki bo prejel knjižno nagrado.

Marija Vencelj

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU –
Izbrane naloge

1. Katera dva kosa moramo uporabiti, da zapolnimo beli prostor na levi sliki?



- (A) 1 in 3 (B) 2 in 4 (C) 2 in 3 (D) 1 in 4 (E) 3 in 4

2. V trgovini s plišastimi igračkami en pes in trije medvedi stanejo enako kot štirje kenguruji. Tudi trije psi in dva medveda stanejo enako kot štirje kenguruji. Katera trditev je pravilna?

- (A) Pes je dvakrat dražji od medveda.
 (B) Medved je dvakrat dražji od psa.
 (C) Medved in pes staneta enako.
 (D) Medved je trikrat dražji od psa.
 (E) Nemogoče je določiti, ali je dražji pes ali medved.

3. Kateri razgrnjeni list ustreza prepognjenemu listu?



- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Maruša ima v škatli devet barvic. Vsaj ena izmed barvic je modra. Izmed poljubnih štirih barvic sta vsaj dve enake barve, izmed poljubnih petih barvic pa so največ tri enake barve. Koliko modrih barvic ima Maruša v škatli?

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
 (E) Nemogoče je določiti.

5. Največ kolikokrat se zmanjša dvomestno naravno število, če pobrišemo zadnjo števko?

- (A) 9-krat (B) 10-krat (C) 11-krat (D) 19-krat (E) 20-krat

6. Masa tovornjaka brez tovora je 2000 kg. Urban je v Mariboru natovoril tovornjak, tovor pa je predstavljal 80 % mase natovorjenega tovornjaka. V Ljubljani je $\frac{1}{4}$ tovora raztovoril in se odpeljal proti Kopru. Koliko odstotkov mase natovorjenega tovornjaka predstavlja preostali tovor?

- (A) 20 % (B) 25 % (C) 55 % (D) 60 % (E) 75 %

7. Katero izmed naštetih števil je liho za vsako naravno število n ?

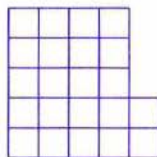
- (A) $2003n$ (B) $n^2 + 2003$ (C) n^3
 (D) $n + 2004$ (E) $2n^2 + 2003$

8. Na koncertu je vsak izmed treh nastopajočih pevcev štirikrat brez premora zapel pesem s tremi verzi. Ko je prvi pevec končal prvi verz, je začel peti drugi pevec, ko je prvi pevec končal drugi verz in je drugi pevec končal prvi verz, je začel peti tretji pevec. Kolikšen del časa, ko je pel vsaj en pevec, predstavlja čas, ko so peli vsi trije pevci skupaj?

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{7}{11}$ (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{4}{7}$

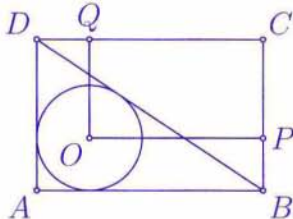
9. Matic ima veliko ploščic oblike  in . Najmanj koliko manjših ploščic potrebuje, da bo sestavil lik na sliki?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
(E) Takega lika ne more sestaviti.



10. Ploščina pravokotnika $ABCD$ meri 36 cm^2 . Trikotniku ABD včrtana krožnica ima središče v točki O . Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina pravokotnika $OPCQ$?

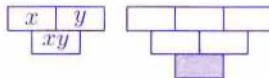
- (A) 24 (B) 6π (C) 18 (D) 12
(E) Nemogoče je določiti.



11. Sara je na vlaku sedela v sedmem vagonu od spredaj, Blaž pa v šestem vagonu od zadaj. Blaž je sedel na vlaku pred Saro, med njima pa je bil še en vagon. Koliko vagonov je imel vlak?

- (A) Manj kot 13. (B) 13 (C) 14 (D) 15
(E) Nemogoče je določiti.

12. V šest polj lika na desni sliki zapišemo naravna števila, večja od 1, in sicer skladno s pravilom na levi sliki. Katerega števila ne moremo zapisati v osenčeno polje?



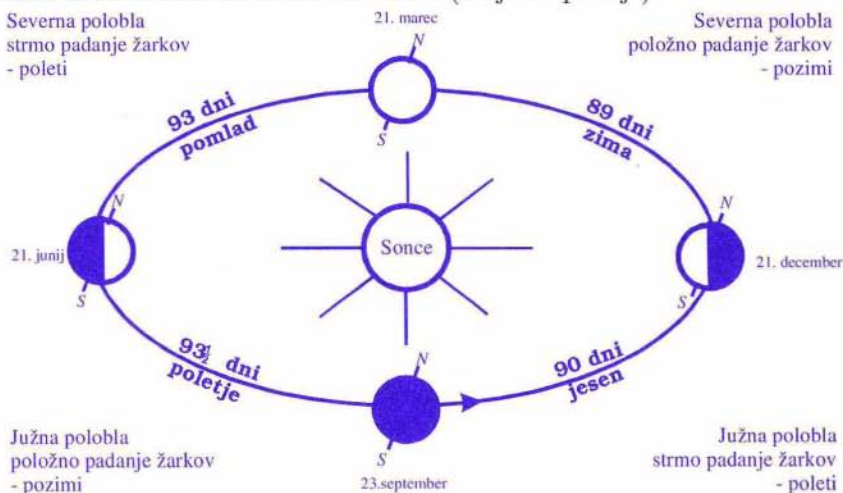
- (A) 154 (B) 100 (C) 90 (D) 88 (E) 60

Matjaž Željko

SONČEV OBRAT

Kadar se pri gibanju v določeno smer nenadoma obrnemo za 180° in se začnemo gibati v obratni (nasprotni) smeri, naredimo obrat. In *Sončev obrat* je prav primeren izraz za opis tega, kar se med letom zgodi s Soncem na nebu na začetku vsakega poletja in na začetku vsake zime oziroma kar se zgodi s kotom med smerjo Zemljine vrtilne osi in Sončevimi žarki.

Pri obravnavanju Sončevega obrata ali solsticija gre za čas najvišje in najnižje lege Sonca nad obzorjem v kakem kraju na Zemlji. Gre torej za datum najdaljšega in najkrajšega dne v letu. Ta datuma sta okoli 21. 6. in okoli 21. 12. Prvemu rečemo poletni Sončev obrat ali astronomski kres (ko se 'dan obes') in se na severni Zemljini poluti začne astronomsko ali koledarsko poletje (na južni poluti zima), drugemu pa zimski Sončev obrat ali astronomski božič (tudi zimski kres), ko se na severni Zemljini polkrogli začne astronomska ali koledarska zima (na južni poletje).



Slika 1. Štiri značilne lege Zemlje na njenem tiru okrog Sonca. Med letom Zemljina vrtilna os ohranja smer in naklon proti ravnini Zemljinega kroženja. Zato so na Zemlji letni časi.

Najprej pogledjmo, kako leži Zemljina vrtilna os glede na Sončeve žarke ob Sončevih obratih oziroma kaj se pravzaprav z njo dogaja v tem času.

Natanko ob poletnem Sončevem obratu leži Zemljina os obrnjena tako, da njen severni del gleda proti Soncu. Kot med smerjo Zemljine vrtilne osi in Sončevimi žarki meri ($90^\circ + 23,5^\circ$) in se nato začne manjšati. Natanko ob zimskem obratu pa leži tako, da je obrnjena proč od Sonca, omenjeni kot je ($90^\circ - 23,5^\circ$) in se potem začne večati (slika 1).

Trajanje najdaljšega in najkrajšega dne v različnih krajih na Zemlji.

kraj	najdaljši dan	najkrajši dan
na ekvatorju	12 ur	12 ur
v južni Evropi	okoli 14 ur	okoli 10 ur
pri nas	okoli 16 ur	okoli 8 ur
v severni Evropi	okoli 19 ur	okoli 5 ur

Opomba. V krajih, ki ležijo v mrzlem pasu, t.j. nad severnim tečajnikom (zemljepisna širina kraja je večja od $66,5^\circ \text{ N}$), je Sonce tudi več kot 24 ur nad obzorjem (dan) ali pod njim (noč). Zato si velja ogledati še spodnjo preglednico.

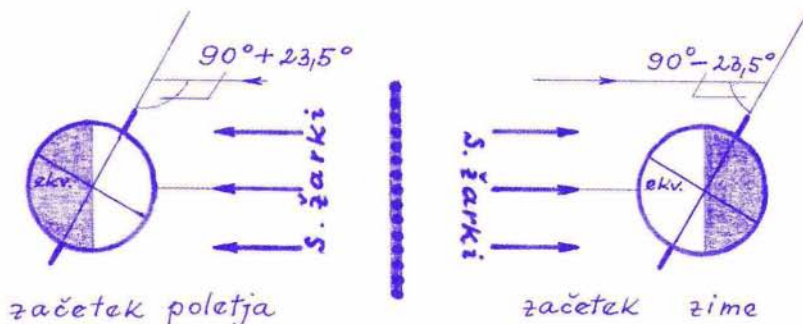
kraj	najdaljši dan	najdaljša noč
70°	1 dan 8 ur	1 dan
80°	126 dni 12 ur	133 dni 14 ur
90°	178 dni 20 ur*	186 dni 10 ur*

* Gre za trajanje polarne dne in polarne noči. Pričakovali bi obkraj enako, t.j. $\frac{365 \text{ dni } 6 \text{ ur}}{2}$. Razlika nastane zaradi tega, ker se Zemlja ne giblje po krožnici, ampak po elipsi, in Sonce ne leži natančno v sredini te elipse.

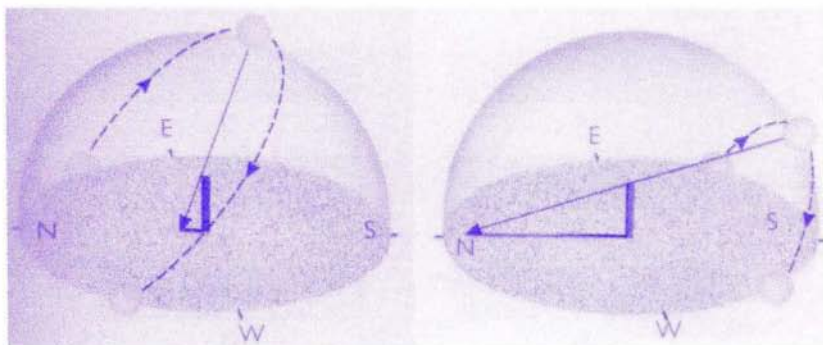
Poglejmo, kako se ta sprememba kota odrazi v krajih na Zemlji, od koder opazujemo Sonce. Prikažimo torej, kako doživljamo Sončev obrat ljudje. V različnih krajih ga seveda doživljamo različno, saj se Sonce na začetku poletja ali na začetku zime različno visoko povzpne opoldne na nebo danega opazovališča.

Po poletnem Sončevem obratu se začne opoldanski višinski kot Sonca zmanjševati in se zmanjšuje vse do zimskega Sončevega obrata, ko je najmanjši, nato pa se začne spet večati vse do poletnega Sončevega obrata, ko je največji. Ta igra narave se ponavlja iz leta v leto. Trajanje dneva in noči na ta datum v različnih krajih na Zemlji je zelo različno (glej preglednico in sliko 2). Izjema so kraji na zemeljskem ekvatorju, kjer sta dan in noč vedno enaka 12 ur.

Sončeva obrata sta zelo pomembna koledarska dogodki v letu. Če na primer ob poletnem Sončevem obratu izmerimo opoldansko dolžino sence,



Slika 2. Lega Zemljine vrtilne osi glede na Sončeve žarke na začetku poletja – poletni Sončev obrat, solsticij (levo) – in na začetku zime – zimski Sončev obrat, solsticij (desno). Pozorni bodite na kot med smerjo Sončevih žarkov in smerjo Zemljine vrtilne osi. Na začetku poletja je ta kot največji ($90^\circ + 23,5^\circ$), nato se manjša, na začetku zime pa je najmanjši ($90^\circ - 23,5^\circ$).



Slika 3. Gibanje Sonca nad obzorjem oziroma doživljanje Sončevih obratov v naših krajih; levo – poletni solsticij, desno – zimski solsticij.

ki jo na vodoravna tla meče navpična in od Sonca osvetljena palica, in enako to storimo tudi ob zimskem Sončevem obratu, tedaj izmerimo najkrajšo in najdaljšo senco. Pri merjenju lahko ugotovimo, da se je to zgodilo v časovnem razdobju dobrih 182 dni ali okroglo pol leta. Ta preprosta meritev nas pripelje do opredelitve trajanja leta, t.j. ene od časovnih enot, na katerih temelji koledar. Stari narodi so trajanje Sončevega leta ugotovili prav z opazovanjem senc visokih predmetov (obeliskov) ob Sončevih obratih.

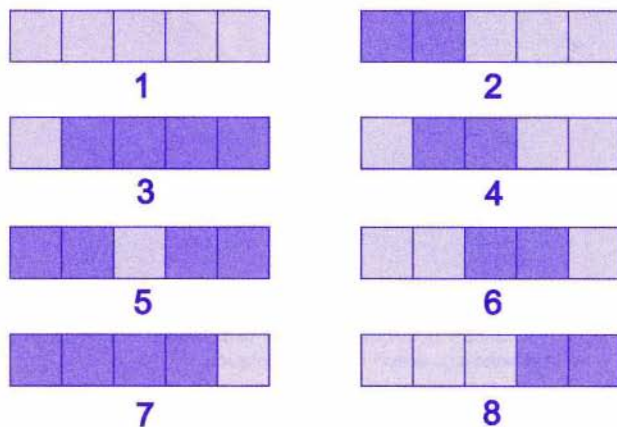
Bi poskusili to ugotoviti tudi vi? Meni se je to posrečilo z meter dolgo ravno palico.

Marijan Prosen

O LUCASOVIH ŠTEVILIH

Ravna barvanja in Fibonaccijeva števila

Recimo, da imamo zaporedje kvadratov, ki jih želimo pobarvati na naslednji način. Katerikoli posamezni kvadrat lahko pobarvamo z eno barvo (recimo svetlo sivo), dva sosednja kvadrata pa lahko pobarvamo le skupaj z neko drugo barvo (recimo temno sivo). Za taka sosednja kvadrata bomo rekli, da tvorita *domino*. Na koliko različnih načinov lahko na ta način pobarvamo vrsto kvadratov predpisane dolžine? Če je dolžina vrste ena, imamo en sam način, to je, da edini kvadrat pobarvamo svetlo. Za dolžino dva imamo dva načina, bodisi vsakega izmed kvadratov pobarvamo svetlo bodisi naredimo domino. Za dolžini tri in štiri naj bralec sam prešteje vse možne načine, za dolžino pet pa imamo osem načinov, ki so prikazani na sliki 1. Na primer, barvanje označeno s 3 je sestavljeno iz enega kvadrata in dveh domin.



Slika 1. Osem ravnih barvanj dolžine pet.

Naj bo n naravno število, ki predstavlja število kvadratov, in naj F_n označuje število vseh opisanih barvanj. Zgoraj smo videli, da je $F_1 = 1$, $F_2 = 2$ in $F_5 = 8$. Naj bo sedaj $n \geq 3$ in pogledjmo poljubno barvanje n kvadratov. Barvanje lahko končamo na dva načina:

- bodisi je zadnji kvadrat pobarvan svetlo
- bodisi zadnja dva kvadrata tvorita domino.

V prvem primeru lahko preostalih $n-1$ kvadratov pobarvamo na poljuben predpisan način in to lahko naredimo na F_{n-1} načinov. Podobno lahko v drugem primeru pobarvamo preostalih $n-2$ kvadratov na F_{n-2} načinov. Ugotovili smo torej, da za $n \geq 3$ velja

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}. \quad (1)$$

Na primer, $F_3 = F_2 + F_1 = 2 + 1 = 3$ in $F_4 = F_3 + F_2 = 3 + 2 = 5$. To sta ravno vrednosti, za kateri smo bralcu že svetovali, da ju poišče tako, da pregleda vse možnosti. Nadalje je $F_5 = F_4 + F_3 = 5 + 3 = 8$, kar smo tudi videli na sliki 1. Opazimo lahko, da so tri barvanja na sliki 1 taka, da se zaključijo z domino, pet pa s svetlim kvadratom. Število načinov razporeditve ploščic torej tvori zaporedje števil

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

,

kjer začnemo z 1 in 2. Vsako naslednje število dobimo kot vsoto prejšnjih dveh števil. Naleteli smo na znamenito zaporedje **Fibonaccijevih števil**, ki ima poleg opisane interpretacije še mnoge druge zanimive načine opisa.

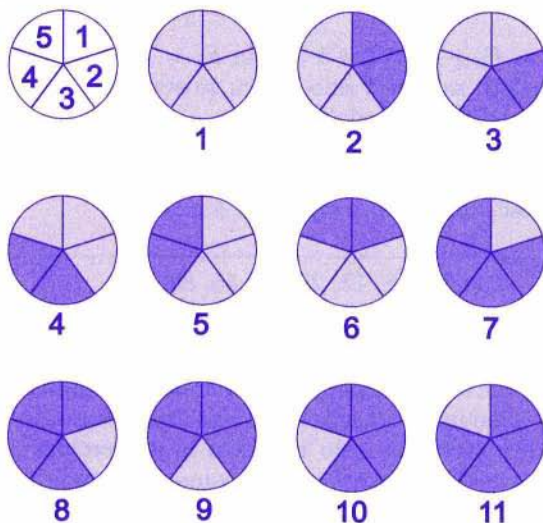
Fibonaccijeva števila so zelo zanimiva in pomembna v matematiki. Ker je Presek že nekajkrat pisal o njih, bomo sedaj malce skrenili s poti in si zastavili vprašanje, kaj dobimo, če se iz ravne vrste (kvadratov) preselimo na krog.

Krožna barvanja in Lucasova števila

Razdelimo krog na n enakih krožnih izsekov, na sliki 2 imamo narisane primer za $n = 5$. Na koliko načinov lahko sedaj pobarvamo krožne izseke, če jih barvamo tako, da lahko krožni izsek pobarvamo z eno barvo (svetlo sivo), ali dva sosednja izseka pobarvamo z drugo barvo (temno sivo)? Na sliki 2 imamo narisane vse možnosti za primer $n = 5$. Prva možnost je, da vse izseke pobarvamo svetlo. Nadalje lahko dva sosednja izseka pobarvamo temno, preostale izseke pa svetlo. Takih možnosti je pet, označene so s števili od 2 do 6. Nazadnje lahko pobarvamo dvakrat po dva sosednja izseka temno, preostali edini izsek pa svetlo. Tudi teh možnosti (označenih od 7 do 11) je pet, skupaj je torej enajst načinov.

Označimo z L_n število vseh različnih zgoraj opisanih barvanj kroga razdeljenega na n krožnih izsekov. Premislili smo že, da je $L_5 = 11$. Preden nadaljujemo, si pogledajmo povezavo barvanj s slik 1 in 2. Barvanja na sliki 2 prerežimo med krožnima izsekoma 1 in 5. Tedaj tri barvanja izgubijo lastnost, ki smo jo zahtevali, namreč, da po dva temna izseka

nastopata skupaj. To so barvanja označena s 6, 8 in 10, torej barvanja, ki imajo par izsekov 5 in 1 skupaj pobarvan s temno barvo. Preostalih osem barvanj pa ravno sovпада z barvanji s slike 1. Z drugimi besedami, s tem, ko smo namesto v ravni vrsti barvali v krogu, smo pridobili tri nove načine. Posplošimo ta premislek!



Slika 2. Enajst krožnih barvanj dolžine pet.

Naj bo n vsaj 4. Vsako ravno barvanje dolžine n nam da tudi krožno barvanje dolžine n tako, da začetek in konec ravnega zaporedje zlepimo skupaj. Takih barvanj je F_n . Za vsako krožno barvanje, ki ga ne moremo dobiti na ta način, tvorita izseka n in 1 zaporedni temni par (torej tvorita "domino"). Vsako tako barvanje lahko dobimo iz ravnega barvanja dolžine $n - 2$ tako, da na začetek in konec dodamo en temen kvadrat ter ju zlepimo skupaj v temno domino. Ker je takih barvanj F_{n-2} , smo za $n \geq 4$ ugotovili, da velja

$$L_n = F_n + F_{n-2}. \quad (2)$$

Od tod in iz (2) sledi

$$L_n = F_n + F_{n-2} = (F_{n-1} + F_{n-2}) + (F_{n-3} + F_{n-4}).$$

Po drugi strani zaradi (2) dobimo

$$L_{n-1} + L_{n-2} = (F_{n-1} + F_{n-3}) + (F_{n-2} + F_{n-4}).$$

V zgornjih dveh enakostih smo na desni strani dobili isti izraz, torej morata biti tudi izraza na levi enaka, zato za $n \geq 4$ velja

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2}. \quad (3)$$

Iz (2) sledi, da je $L_4 = F_4 + F_2 = 5 + 2 = 7$. Vsak bralec naj sam nariše vseh sedem barvanj kroga, razdeljenega na štiri krožne izseke. Pozor, z dvema "dominama" imamo dve različni barvanji. Da bo zveza (2) veljala tudi za L_4 in L_3 , definirajmo še $L_2 = 3$ in $L_1 = 1$. Slednji vrednosti lahko utemeljimo tudi takole. Če imamo krog nerazdeljen (torej je cel krog en sam krožni izsek), ga lahko pobarvamo na en sam način. Če pa imamo dva krožna izseka, če je torej krog razdeljen na polovico, lahko vsako izmed polovic pobarvamo svetlo. Skupaj tvorita domino. Pri tem je pomembno, kje je sredina take domine, zgoraj ali spodaj. Torej imamo dve različni domini in tako skupaj tri možna barvanja.

Števila barvanj krožnih izsekov torej tvorijo zaporedje števil, ki se začne z 1 in 3, nato pa je vsako naslednje število vsota prejšnjih dveh števil:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 189, ...

Ta števila imenujemo **Lucasova števila**. Kot vidimo, so definirana skoraj enako kot Fibonaccijeva števila, edina razlika je, da pri Fibonaccijevih začnemo z 1 in 2, medtem ko pri Lucasovih z 1 in 3.

Nekaj lastnosti Lucasovih števil

Prvo lastnost Lucasovih števil, njihovo zvezo s Fibonaccijevimi števili, smo spoznali v povezavi (2). V nadaljevanju si oglejmo še nekaj lepih lastnosti Lucasovih števil.

Najprej pokažimo, kje v Pascalovem trikotniku se skrivajo Lucasova števila. *Pascalov trikotnik* je trikotna shema števil, ki je zgrajena tako, da imamo v vrstici z oznako 0 enico. Vsaka naslednja vrstica se začne in konča z enico, števila pa podpisujemo tako, da število a v izbrani vrstici napišemo na sredini med števili b in c v prejšnji, pri čemer velja $a = b + c$.

- Za vsak $n \geq 1$ velja $L_1^2 + L_2^2 + \dots + L_n^2 = L_n L_{n+1} - 2$. Na primer,

$$\begin{aligned} L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 + L_4^2 + L_5^2 &= 1^2 + 3^2 + 4^2 + 7^2 + 11^2 \\ &= 1 + 9 + 16 + 49 + 121 \\ &= 196 \\ &= 11 \cdot 18 - 2 \\ &= L_5 L_6 - 2. \end{aligned}$$

- Za vsak $n \geq 2$ velja $L_{n+1} = \frac{1}{2}(L_n + 5F_{n-1})$. Na primer,

$$\begin{aligned} L_5 &= 11 \\ &= \frac{1}{2}(7 + 5 \cdot 3) \\ &= \frac{1}{2}(L_4 + 5F_3). \end{aligned}$$

- Za vsak $n \geq 1$ velja $L_n^2 = L_{2n} + 2(-1)^n$. Na primer,

$$\begin{aligned} L_4^2 &= 49 \\ &= 47 + 2 \\ &= L_8 + 2(-1)^8 \\ &= L_8 + 2. \end{aligned}$$

Naloge

1. Nariši vsa ravna barvanja kvadratov dolžine 6.
2. Izračunaj F_{20} in L_{20} .
3. Seštevaj vsako drugo Fibonaccijevo število, torej izračunaj vsote oblike $F_1 + F_3 + \dots$. Ali opaziš kako zakonitost?
4. Nariši vsa krožna barvanja dolžine 6.
5. Oglej si nekaj produktov oblike $F_n L_{n+1}$, na primer $F_3 L_4 = 3 \cdot 7 = 21$. Ali opaziš kako zakonitost?
6. Spoznali smo vzorec, ki nam iz Pascalovega trikotnika izlušči Luca-sova števila. Recimo, da sedaj zopet začnemo z enico v vrstici n ter nato v omenjenem vzorcu jemljemo le vsako drugo število—z drugimi besedami, izbiramo števila spodnje diagonale. Na primer, za $n = 8$ so to števila 1, 7, 15, 10 in 1. Ali opaziš pravilo?

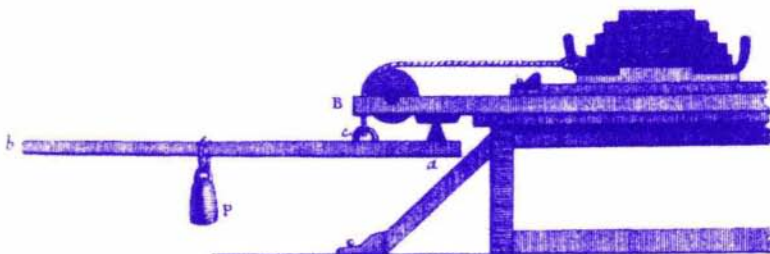
Sandi Klavžar

Rešitve so na str. 167.

O TRENJU, II. del

Charles Augustin de Coulomb (1736 do 1806) je leta 1785 začel vrsto poskusov, pri katerih je silo trenja meril s torzijsko tehtnico (slika 1). Ugotovil je:

- Lepenje se razlikuje od trenja.
- V obeh primerih veljata na opazovanem območju prvi Amontonsovi ugotovitvi.
- V obeh primerih je sila trenja odvisna od snovi in od prevleke teles.
- Sila lepenja je odvisna od časa, v katerem se telesi dotikata.
- Sila trenja ni odvisna od hitrosti.
- Vsaj delno sila trenja izvira od privlačne sile med molekulami teles.



Slika 1. Naprave, ki jih je pri poskusih s trenjem uporabljal Coulomb.

Sodelovanje atomov ali molekul klade z atomi oz. z molekulami podlage že dolgo imenujejo *adhezija*, sodelovanje atomov ali molekul v telesu pa *kohezija*. V elementih imamo opraviti z atomi, v spojinah pa z molekulami iz atomov različnih elementov. Dogovorimo pa se, da bomo odslej v tej zvezi omenjali samo atome.

Trditev, da glavni del sile trenja izvira iz hrapavosti, je Coulomb utemeljil s tem, da naj bi adhezija bila odvisna od točk, v katerih se obe telesi stikata, torej od drsne površine. Sila trenja pa je neodvisna od te površine in je zato ne bi mogla povzročati adhezija. Dodal je, da adhezija ni natančno enaka 0, a jo v praksi lahko zanemarimo, če je pravokotna sila dovolj velika in preseže – v naših enotah – nekaj deset newtonov na kvadratni decimeter.

Coulomb si je premikanje zglajenega kosa lesa po enakem kosu predstavljal kot premikanje krtače čez krtačo. Pri tem se ščetine v obeh krtačah prožno deformirajo in je sila potrebna, da bi ločili druge od drugih. Smukec, s katerim namažemo drsno ploskev, povzroči, da se "ščetine" manj dotikajo in se zmanjša sila trenja.

Trditev, da sila trenja in koeficient trenja nista odvisna od hitrosti, je nekoliko omilil. Če je površina mejne ploskve velika, se zdi, da koeficient trenja narašča z naraščajočo hitrostjo, a če je majhna, se zdi da se manjša. V praksi naj bi trenje pogosto obravnavali kot neodvisno od hitrosti. O tem se je prepričal tako, da je klado pospešil s padajočo utežjo. Coulombova trditev je obveljala precej časa. Pozneje je sam večkrat omenil, da v nekaterih primerih, na primer pri drsenju brestovine po brestovini pri majhni pravokotni sili, lesa po kovini, železa po hrastovini, bakra po hrastovini, koeficient trenja narašča sorazmerno z logaritmom hitrosti. Tudi koeficient trenja pri drsenju kovine po lesu, ki je namazan s smukcem, narašča z naraščajočo hitrostjo. Toda pri drsenju kovine po kovini pri veliki pravokotni sili se koeficient trenja zmanjšuje z naraščajočo hitrostjo. Do dokončnega odgovora Coulomb ni prišel, ker najbrž njegova merilna naprava ni omogočala dovolj natančnih merjenj. Ravna podlaga ni bila daljša od 2 m.

Antione Parent (1666 do 1716) je leta 1706 ponovno odkril pomen mejnega kota. Enačbo za mejni kot je zapisal Leonard Euler (1707 do 1783) leta 1748. Euler je trdil, da je po splošnem mnenju sila trenja odvisna samo od bremena in ne od površine. Ugotovil je tudi, da je sila lepenja večja od sile trenja. Koeficient lepenja je povezal z mejnim kotom. Podobno enačbo je napisal za koeficient trenja.

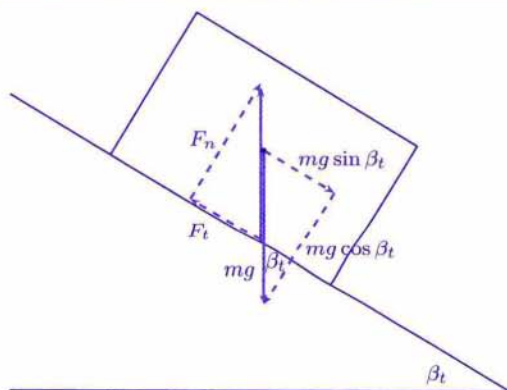
Arthur Morin (1795 do 1880) je leta 1831 začel izvajati poskuse s trenjem, s katerimi je nadaljeval štiri leta. Meril je natančneje kot Coulumb. Uporabil je bremena do 1000 kg in površino drsne ploskve do 30 dm^2 ter dosegel hitrosti do $3,5\text{ m/s}$. Na ravni podlagi z dolžino do 4 m je uporabil merilnike, ki so samodejno zapisovali silo v odvisnosti od časa. Njegovi poskusi po skrbnosti in natančnosti pri merjenju še danes zbujaajo spoštovanje. Vendar tudi Morin ni mogel ugotoviti, da bi bil koeficient trenja odvisen od hitrosti. Pripomnil je, da bi se morala amplituda nihanja zamišljenih ščetin povečati z naraščajočo pravokotno silo in da bi moral tedaj koeficient naraščati z naraščajočo hitrostjo. Vendar kljub prizadevanju, da bi jih meril, ni mogel zaznati teh nihanj. Zato je trdil, da je treba pojasniti trenje kako drugače.

K poznavanju trenja na makroskopski ravni so veliko prispevali francoski raziskovalci, od katerih sta najbolj znana Coulomb in Morin, prvi tudi po elektrostatičnih merjenjih.

Podlaga–klada	k_l -suho	k_l -mazano	k_t -suho	k_t -mazano
kaljeno jeklo–kaljeno jeklo	0,78	0,11	0,42	0,03
nekaljeno jeklo–nekaljeno jeklo	0,74		0,57	0,09
grafit–nekaljeno jeklo	0,21	0,09		
svinec–nekaljeno jeklo	0,95	0,5	0,95	0,30
nekaljeno jeklo–aluminij	0,61		0,47	
teflon–teflon	0,04		0,04	
jeklo–teflon	0,04		0,04	
nikelj–nikelj	1,10		0,53	0,12
nekaljeno jeklo–medenina	0,51		0,44	
lito železo–cink	0,85		0,21	
aluminij–aluminij	1,05		1,4	
steklo–steklo	0,94	0,01	0,40	0,09
nikelj–steklo	0,78		0,56	
steklo–baker	0,68		0,53	
lito železo–lito železo	1,10		0,15	0,07
hrast–hrast (vzporedno)	0,62		0,48	0,16
hrast–hrast (pravokotno)	0,54		0,32	0,07

Tabela 1. Nekaj značilnih podatkov za koeficient lepenja in trenja.

Koeficient trenja najpreprosteje izmerimo s klado, ki se enakomerno giblje po klancu (slika 2). V tem primeru sila trenja ni ne vodoravna ne pravokotna ne navpična sila. Na klado delujeta dve telesi: Zemlja in klanec. Na klancu z nagibom β_t je vzdolžna komponenta sile podlage F_t enako velika kot vzdolžna komponenta teže $mg \sin \beta_t$, pravokotna komponenta sile podlage F_n pa je enako velika kot pravokotna



Slika 2. Klada se enakomerno giblje po klancu z nagibom β_t .

komponenta teže $mg \cos \beta_l$. Pri tem je m masa klade in g težni pospešek. Klada se giblje pospešeno, če je nagib β večji kot β_t .

Koeficient lepenja izmerimo tako, da večamo nagib klanca, na katerem klada spočetka miruje. Pri nagibu β_l klada zdrsne in sila lepenja se izenači z največjo silo trenja. Iz enačb sledi

$$k_t = \tan \beta_t \quad \text{in} \quad k_l = \tan \beta_l.$$

Poleg trenja in lepenja pri drsenju poznamo še trenje in lepenje pri kotaljenju. Pri tem mislimo na valj, ki ga kotalimo po vodoravni podlagi. Koeficient trenja pri kotaljenju je stokrat do tisočkrat manjši kot koeficient trenja pri drsenju in obratno sorameren s polmerom kotalečega se telesa.

Janez Strnad

34. MEDNARODNA FIZIKALNA OLIMPIADA

Letošnja **34. mednarodna fizikalna olimpiada** bi morala potekati med 12. in 21. julijem na Tajvamu. Zaradi epidemije atipične pljučnice so jo organizatorji predstavili na 2. avgust. Po priporočilu Inštituta za varovanje zdravja Republike Slovenije se je Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov soglasno odločil, da se zaradi varnosti tekmovalcev letošnje olimpiade ne bomo udeležili. Ko je julija Svetovna zdravstvena organizacija umaknila odsvetovanje potovanj na Tajvan zaradi epidemije, so organizatorji izvedli olimpiado. Sodelovalo je 54 držav (12 manj kot preteklo leto), prvotno pa je bilo prijavljenih 67 držav.

Že pred tem smo izvedli **izbirno tekmovanje** in izbrali olimpijsko ekipo. Izbirno tekmovanje je bilo 9. maja 2003 na Fakulteti za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Udeležilo se ga je deset najboljših tekmovalcev iz III. skupine in dva najboljša iz II. skupine z državnega tekmovanja. V ekipo za letošnjo 34. mednarodno fizikalno olimpiado so se uvrstili: Klemen Žiberna, II. gimnazija Maribor; Anton Potočnik, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava; Gašper Žerovnik, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Rok Prislan, ŠC Nova Gorica – Gimnazija in Marko Kotar, SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica.

Ciril Dominko

ÉDOUARD LUCAS (1842 – 1891)

Bralci imate v članku *O Lucasovih številih* v tej številki Preseka priložnost izvedeti, kaj so Lucasova števila, sedaj pa pogledjmo še, kdo je Lucas.

François Édouard Anatole Lucas se je rodil 4. aprila leta 1842 v mestu Amiens v Franciji. Bil je sin delavca, zaradi svoje nadarjenosti pa si je uspel pridobiti štipendijo za izobraževanje. Sprejet je bil na najbolj prestižni francoski instituciji tistega časa, *École polytechnique* in *École normale*. Le-to je leta 1864 zapustil kot *Agrégé des sciences mathématiques*.



Zaposlil se je v pariškem observatoriju kot asistent astronomu in matematiku Urbain-Jean-Joseph Leverrierju. Zaposlitev je prekinil, ker se je kot artilerijski oficir udeležil francosko-pruske vojne v letih 1870/71. Zadnjih dvajset let je bil Lucas učitelj matematike v šolah Moulins (1872–1876), Paris Charlemagne (1876–1879, 1890–1891) in Paris Saint Louis (1879–1890).

Lucas se je zelo trudil za popularizacijo matematike in bil znan kot duhovit predavatelj za splošno poslušalstvo. Njegova dela žal niso dostopna v zbrani obliki, obstaja pa katalog, ki ga je objavil D. Harkin v članku *On the Mathematical Work of François-Édouard-Anatole Lucas*, *L'Enseignement Mathématique* (2), 3 (1957) 276–288. Poleg geometrije se Lucas v večini svojih člankov in knjig osredotoča na teorijo števil, rekurzivna zaporedja in rekreacijsko matematiko. Znan je predvsem po rezultatih iz teorije števil. Študiral je Fibonaccijevo zaporedje in podal eksplisitno formulo za izračun Fibonaccijevih števil

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}.$$

Po njem je poimenovano znano Lucasovo zaporedje 1, 3, 4, 7, 11, ... ($L_1 = 1, L_2 = 3, L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$).

Lucas je razvil metodo za preverjanje, ali je neko število praštevilo. To metodo uporabljamo še danes. Število oblike $2^n - 1$, ki je praštevilo,

imenujemo *Mersennovo praštevilo* in ga označujemo z M_n . Leta 1876 je Lucas s svojo metodo dokazal, da je $M_{127} = 2^{127} - 1$ praštevilo. Lucasov test praštevilstva je leta 1930 izpopolnil ameriški matematik Derrick Henry Lehmer in tako ga sedaj imenujemo *Lucas-Lehmerjev test*.

Lucas-Lehmerjev test sloni na dejstvu, da je M_n praštevilo natanko tedaj, ko M_n deli S_n . Pri tem so števila S_n rekurzivno definirana takole: $S_1 = 4$ in $S_n = S_{n-1}^2 - 2$. Lucas je uspel pokazati, da je število S_{127} deljivo z M_{127} , torej je M_{127} res praštevilo. Če zapišemo, da je

$$M_{127} = 170141183460469231731687303715884105727$$

in da je prvih nekaj členov zaporedja S_n enakih

$$4, 14, 194, 37634, 1416317954, 2005956546822746114, \dots,$$

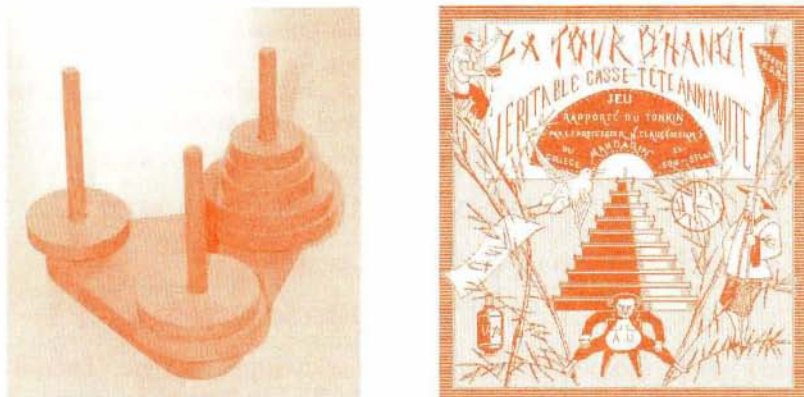
vidimo, da je ročno deljenje praktično neizvedljiva naloga. Lucasu je uspelo dokazati deljivost, ne da bi število S_{127} tudi zares izračunal. Pri dokazovanju deljivosti je uporabil lastnosti Fibonaccijevih števil.

Število M_{127} je dvanajsto Mersennovo praštevilo in največje znano praštevilo, ki je bilo odkrito brez pomoči računalnika. Število $M_{6972593}$ je bilo kot Mersennovo praštevilo odkrito junija leta 1999, vendar se je šele februarja leta 2003 končal postopek pregleda vseh števil z manjšim eksponentom. Tako je bilo dokazano, da je to 38. Mersennovo praštevilo. Mersennovo praštevilo $M_{13466917}$ je bilo odkrito novembra 2001 in je kandidat za 39. Mersennovo praštevilo. Število $M_{20996011}$ je največje znano Mersennovo praštevilo in hkrati tudi največje znano praštevilo. Sestavlja ga kar 6 320 430 števk. Odkrito je bilo 17. novembra 2003 s pomočjo izkoriščanja prostih zmogljivosti računalnikov po celem svetu. Ali gre za 40. Mersennovo praštevilo bo potrebno še preveriti.

Projekt porazdeljenega iskanja Mersennovih praštevil poteka že od novembra leta 1997. Vseh zadnjih šest Mersennovih praštevil je bilo odkritih na ta način. Trenutno pri iskanju sodeluje toliko računalnikov, da skupaj konstantno ponujajo približno 9 000 000 000 000 operacij s plavajočo vejico na sekundo. Program za iskanje naslednjega Mersennovega praštevila lahko poganja kdorkoli na svojem računalniku, ki ima vsaj občasen dostop do interneta. Podrobneje si lahko o projektu poimenovanem *Great Internet Mersenne Prime Search* (GIMP) preberemo na naslovu <http://mersenne.org>.

Organizacija *Electronic Frontier Foundation* (<http://www.eff.org>) je razpisala štiri nagrade v višini 50 000, 100 000, 150 000 in 250 000 ameriških dolarjev za odkritje praštevila z vsaj 1 000 000, 10 000 000, 100 000 000 in 1 000 000 000 desetiškiimi števki. Prvo nagrado je dobil najditelj

kandidata za 39. Mersennovo praštevilo in udeleženci projekta GIMP upajo, da bodo deležni še katere.



Slika 1. Hanojski stolpi in pokrov škatle z igrico.

Leta 1883 je v Franciji prišla na tržišče igrica z naslovom *Hanojski stolpi* (slika 1). Kot avtor je bil napisan profesor 'N. Claus (de Siam)' iz 'Li-Sou-Stian'. Leta 1884 je de Parville v članku *La Tour d'Hanoï et la question du Tonkin*, *La Nature* 12 (1884), 285–286, razkril, da je to pravzaprav anagramski psevdonim za 'Lucas (d'Amiens)' iz 'Saint-Louis'. Velik delež priljubljenosti igrice lahko nedvomno pripišemo legendi, ki jo je Lucas priložil.

V Indiji, v mestu Benares, je velik tempelj s kupolo, ki označuje center sveta. Pod kupolo je bronasta plošča, v katero so učvrščene tri diamantne palice. Na eno teh palic je bilo ob nastanku sveta nasajenih 64 plošč iz čistega zlata. Dan in noč menihi neumorno prestavljajo plošče iz ene palice na drugo, po danih pravilih. Ko bodo prestavili vseh 64 plošč, bo konec sveta.

V tolažbo, da ni bojzani za skorajšen konec sveta, je Lucas navedel podatek, da morajo menihi opraviti kar 18 446 744 073 709 551 615 premikov. Če bi za vsak premik potrebovali le po eno sekundo, bi prestavili stolp šele po več kot pet milijardah stoletij.

Lucas je problem zastavil takole. Imamo tri palice. Na eno je nasajenih osem plošč, od katerih so vse različnih velikosti in urejene po padajoči velikosti, od spodaj navzgor. Prestavljamo lahko le po eno ploščo naenkrat. Večja plošča ne sme nikoli prekrivati manjše. Cilj je prestaviti vseh osem plošč na drugo palico.

Bibliografija raziskovanja problemov hanojskih stolpov je precej obsežna, predvsem po zaslugih mnogih variacij in posplošitev ter šolskega primera rekurzivnega reševanja klasičnega problema s tremi palicami. Med zanimivejše sodi posplošitev na več kot tri palice, o kateri smo že pisali v članku *Posplošeni hanojski stolp*, Presek **22** (1994/1995), 10–16. Kljub več kot sto let stari posplošitvi uganke je dokaz optimalnosti strategije prestavljanja plošč pri prehodu med dvema stanjema z vsemi ploščami na eni sami palici še vedno nerešen problem.

Poleg slavnega problema hanojskih stolpov je Lucas objavil zbirko znanstvenih ugank, s katero si je prislužil zlato medaljo na svetovni razstavi leta 1889. Zbirka se je žal izgubila. Njegova knjiga v štirih delih *Récréations mathématiques* (1882–94) je postala klasika na svojem področju. Nekaj knjig je zapustil nedokončanih, med njimi še posebej izstopa načrtovano nadaljevanje *Théorie des nombres*.

Édouard Lucas je umrl 3. oktobra 1891 v Parizu, star 49 let. Umrl je zaradi nesrečnega pripetljaja na banketu, ko mu je košček razbitega krožnika priletel v lice in ga ranil. Zaradi okužbe s streptokoki je dobil vnetje, imenovano šen, in le nekaj dni kasneje umrl.

Na WWW strežniku <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk>, poimenovanem TURNBULL po angleškem matematiku Herbert Westren Turnbullu, najdemo izreden vir biografskih podatkov v *MacTutor History of Mathematics Archive*. V arhivu se nahaja preko 1000 biografij in zgodovinskih matematičnih člankov, indeks zanimivih krivulj ter zemljevidi rojstnih krajev slavnih matematikov. Med drugimi najdemo seveda tudi biografijo Lucasa, če naslovu strežnika dodamo še `/history/Mathematicians/Lucas.html`.

Ciril Petr

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU – Rešitve izbranih nalog s str. 138

naloga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
odgovor	A	B	C	B	D	E	E	B	B	C	A	A

Matjaž Željko

ure. Sprejemnik najprej prestreže sunek iz levega oddajnika, ki ga je ta oddal ob času T_1 , ob času $T_1 + x_1/c + \delta$ po svoji uri. Pravo oddaljenost med oddajnikom O_1 in sprejemnikom S smo označili z x_1 . Iz tega sprejemnik izračuna, da je razdalja do oddajnika

$$x'_1 = (T_1 + x_1/c + \delta - T_1)c.$$

Zaradi napačno naravnane ure je tudi tako izračunana razdalja napačna za $c\delta$. Sedaj se sprejemnik osredotoči na oddajnik O_2 , saj so njegovi sunki po časovnem poteku drugačni kot tisti iz oddajnika O_1 . Ta odda sunek v času T_2 . Sprejemnik to pot izračuna razdaljo do tega oddajnika in dobi

$$x'_2 = (T_2 + x_2/c + \delta - T_2)c.$$

Ker sta legi oddajnikov znani, torej tudi njuna medsebojna razdalja L , mora za pravi razdalji x_1 in x_2 veljati

$$x_1 + x_2 = L.$$

Za izračunani razdalji x'_1 in x'_2 to ne velja, ker ura v sprejemniku ni prav naravnana, in velja

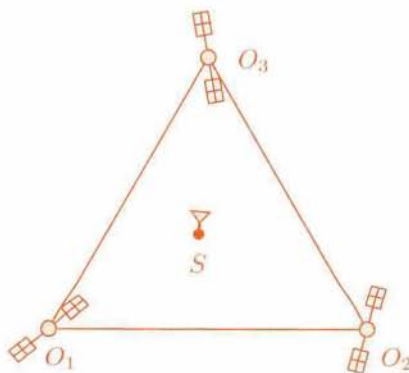
$$x'_1 + x'_2 = L + \Delta L.$$

Vidimo, da ΔL kaže na napako δ , ki je

$$\delta = \frac{\Delta L}{2c}.$$

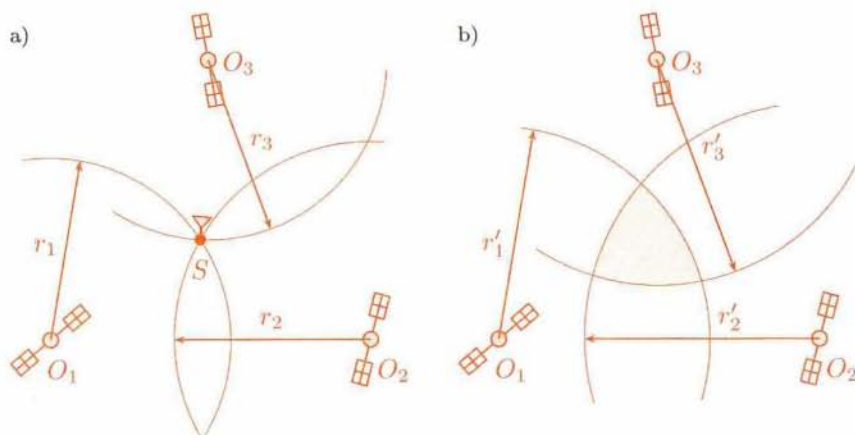
Sprejemnik lahko torej nastavi svojo uro tako, da teče skladno z urami v satelitih. Za to pa potrebuje signale iz obeh oddajnikov. Ker poteka nastavljanje ure v sprejemniku ves čas, lahko njegova ura teče manj natančno kot ure na oddajnikih.

Nekoliko bliže bomo pravim razmeram pri nalogi, pri kateri iščemo lego sprejemnika v ravnini z merjenjem oddaljenosti do treh oddajnikov, O_1 , O_2 in O_3 , ki ležijo v ogliščih enakostraničnega trikotnika (glej sliko 2). Denimo, da leži sprejemnik znotraj tega trikotnika.



Slika 2. Določanje lege sprejemnika S v notranjosti enakostraničnega trikotnika, ki ga tvorijo oddajniki O_1 , O_2 in O_3 .

Ko pravilno izmerimo razdaljo do prvega oddajnika r_1 , lahko sprejemnik leži kjerkoli na krožnici z radijem r_1 in središčem v tem oddajniku. Po meritvi razdalje r_2 do drugega oddajnika O_2 in r_3 do tretjega bi se morale pri povsem usklajeni sprejemnikovi uri, to je pri $\delta = 0$, ustrezne krožnice sekati v skupni točki, ki ponazarja lego sprejemnika (glej sliko 3a). Ker pa sprejemnikova ura ni nikoli povsem natančno nastavljena, krožnice nimajo skupne točke (glej sliko 3b). Uro potem sprejemnik nastavi tako, da s spreminjanjem δ najde skupno točko. Ni težko uganiti postopka pri poljubnem številu oddajnikov.



Slika 3. a) Krožnice imajo pri pravilni nastavitvi sprejemnikove ure skupno točko S .
b) Pri napačno nastavljeni uri krožnice nimajo skupne točke.

Pri prestrezanju signalov iz satelitov so razmere nekoliko bolj zapletene, saj moramo opredeliti tudi nadmorsko višino sprejemnika. Tu potrebuje sprejemnik signale iz vsaj štirih satelitov. Natančnost, s katero sprejemnik izračuna svojo lego, je odvisna od lege satelitov glede na sprejemnik. V ugodnih legah je natančnost nekaj metrov, s posebnimi sprejemniki pa je mogoče določiti lego bolje kot na milimeter natančno. Da lega ni nikoli povsem natančno določena, poskrbijo napake v urah v satelitih in dejstvo, da se hitrost mikrovalov skozi atmosfero nekoliko spreminja.

Lastniki sprejemnikov signalov GPS so vedno znova prijetno presenečeni nad natančnostjo lege, ki je hitro na voljo. Na posebnih spletnih straneh, na primer na www.geocaching.com, je mogoče najti koordinate točk, kjer so skriti "zakladi", majhna simbolična darilca v plastičnih škatlah, ki jih moramo s pomočjo sprejemnika GPS najti. Ko zaklad

Medtem se je asistentski čas iztekkel in poldrugo leto se je Doppler moral preživljati kot knjigovodja v bombažni predilnici. Obupal je in se odločil, da se izseli v Združene države. Začel je prodajati imetje in se sestal z ameriškim konzulom. Tik pred zadnjim korakom pa so ga obvestili, da so ga med petnajstimi prijavitelji izbrali za učitelja na srednji tehnični šoli v Pragi. Službo je nastopil leta 1835. Naslednje leto se je poročil. Z ženo sta imela tri sinove in dve hčerki.

Dopplerja poučevanje matematike na srednji šoli ni zadovoljevalo. Zato je poskusil dobiti mesto na praškem politehničnem inštitutu. Mesta ni dobil, a v naslednjih dveh letih je na tej šoli – danes bi rekli honorarno – predaval višjo matematiko po štiri ure na teden. Dodatni zaslužek je bil za mlado družino še kako dobrodošel. Leta 1837 se je na praškem inštitutu izpraznilo mesto učitelja geometrije in Doppler je prevzel dolžnost. Mesta pa ni dobil takoj, prej so ga morali, kajpak, še razpisati. Dobil ga je šele leta 1841.

Delo na šoli je bilo zelo naporno. Na leto je moral v kratkem roku pregledati več sto pisnih izdelkov in izprašati več sto študentov pri matematiki in geodeziji. Zaradi tega je trpelo njegovo zdravje. Poleg tega so se študentje pritožili, da prestrogo ocenjuje, in nadrejeni so sprožili preiskavo. Izrekli so mu opomin in študentom dovolili, da so izpit ponovili. Doppler je menil, da so mu storili krivico, in se je pritožil. Leta 1844 so opomin preklicali, a zaradi bolezní se je profesor vrnil v službo šele leta 1846.

V takih okoliščinah je iskal možnost, da bi zapustil Prago. Leta 1847 je sprejel mesto profesorja za matematiko, fiziko in mehaniko na akademiji za rudarstvo in gozdarstvo v Schemnitzu, današnji Banskí Stiavnici. Toda kraj je v nemirnem letu 1848 zasedla madžarska revolucionarna vojska. Po odhodu vojske je Doppler končno dobil mesto na politehničnem inštitutu na Dunaju. Leta 1850 je celo postal prvi direktor fizikalnega inštituta na dunajski univerzi. Uspešno je sodeloval pri reformi visokega šolstva in utrdil temelje inštituta, ki so ga pozneje vodili Andreas von Ettingshausen, Jožef Stefan in Ludwig Boltzmann. Hudo bolan na pljučih je Doppler prosil za bolniški dopust, ga jeseni 1852 dobil in odpotoval v Benetke. Tam je spomladi 1853 umrl.

Prvo objavljeno delo, *Prispevek k teoriji vzporednic*, je segalo v matematiko. Potem je raziskoval o elektriki. V delu *O nenavadni značilnosti električne napetosti* je Doppler ugotovil, da je električna napetost povezana s spremembo oblike naelektrenega telesa. Kovinska palica naj bi se pod napetostjo skrčila. Raziskovanje je nameraval razširiti na izolatorje in po spremembi oblike meriti napetost. V razpravi *Nekaj razmišljanj o velikem in majhnem v naravi* je predlagal poskuse, na podlagi katerih naj bi bilo mogoče razločevati molekule od atomov.

Leta 1842 je imel Doppler pred kraljevim češkim društvom predavaje *O nenavadnem pojavu obarvane svetlobe dvojnih zvezd in nekaterih drugih zvezd na nebu, Poskus splošne teorije, ki zajame Bradleyevo teorijo aberacije*. James Bradley je opazil, da zvezde blizu pravokotnice na ravnino gibanja Zemlje okoli Sonca na nebu v letu dni navidez opišejo zelo majhen krog. To *zvezdno aberacijo* je pojasnil s potovanjem svetlobe z zvezde in z gibanjem Zemlje okoli Sonca v pravokotni smeri. Doppler se je vprašal, kaj se dogodi, če se izvir valovanja, svetlobe ali zvoka giblje glede na sprejemnik. Svetlobo je imel še za mehanično longitudinalno valovanje etra, zelo rahle snovi z nemerljivo majhno gostoto. Pojmi električnega in magnetnega polja in elektromagnetnega valovanja so se pojavili pozneje. Dopplerjeva zamisel je bila utemeljena. Zgrešeno pa jo je povezal z barvo zvezd. Danes vemo, da je temperatura na površju modrikastih zvezd višja kot na površju rdečkastih zvezd. Doppler pa je mislil, da sicer vse zvezde sevajo enako, a se modrikaste približujejo, rdečkaste pa oddaljujejo. Obdelal je nekatere namišljene zglede in med drugim ugotovil, da zvok sploh ne bi dosegel opazovalca, ki bi se oddaljeval s hitrostjo zvoka.

Še naprej je obravnaval opisani pojav in v članku *O vplivu gibanja snovi, po kateri potuje valovanje, na pojave pri etrskih, zračnih in vodnih valovih* zaslutil to, kar je štiri desetletja pozneje raziskal Ernst Mach s sodelavcem. Kljub načetemu zdravju je Doppler vneto delal in objavljaj. Tako je napisal tudi članek *O nekem načinu, kako zaznati in določiti periodično gibanje z nenavadno veliko hitrostjo*. Ukvarjal se je s fotografijo, z merjenjem svetlobe in zaznavanjem barv. Pri tem je iskal možnost, da bi napovedani pojav opazoval pri svetlobi. V Stiavnici je po starih rudniških načrtih raziskoval, kako se spreminja naklon magnetnice, ki je vrtljiva okoli vodoravne osi. O tem je napisal članek *O nekem izvoru opazovanja magnetne deklinacije, ki ga doslej še niso uporabili*.

Čeprav so Dopplerjev pojav pri zvoku kmalu neposredno opazovali, je zamisel sama naletela na nenavadno ostro nasprotovanje in potrebovala nenavadno dolgo časa, preden se je uveljavila. Matematik in optik Josef Petzval je sprožil proti Dopplerju pravo gonjo. Še leta 1852 je na zasedanju akademije "Dopplerjevo teorijo" ožigosal "kot dokazano napačno". Doppler pa je vztrajal pri svojem: "Bolj kot kdajkoli sem prepričan, da je barvni okras, ki ga opazujemo oko občuduje na dvojnih zvezdah in na nekaterih drugih zvezdah na nebu, nekaj več kot zgolj paša za oči in nam bo v prihodnosti, čeprav morda tudi v daljni, rabil za ugotavljanje elementov tirnic vesoljskih teles, katerih neznanske oddaljenosti dovoljujejo le uporabo optičnih pomagala."

Zvočilo oddaja zvok s frekvenco ν , zvok potuje po zraku s hitrostjo c , sprejemnik sprejme zvok s frekvenco ν' .

Zvočilo miruje v zraku, sprejemnik se približuje s hitrostjo v :

$$\nu' = \nu(1 + v/c),$$

sprejemnik se oddaljuje s hitrostjo v :

$$\nu' = \nu(1 - v/c).$$

Sprejemnik miruje v zraku, zvočilo se približuje s hitrostjo v :

$$\nu' = \nu/(1 - v/c),$$

zvočilo se oddaljuje s hitrostjo v :

$$\nu' = \nu/(1 + v/c).$$

Pri svetlobi v praznem prostoru je pomembna samo hitrost sprejemnika glede na svetilo v . Navadno neposredno merimo valovno dolžino λ , ki je povezana s frekvenco: $\lambda = c/\nu$, c je hitrost svetlobe.

Svetilo se približuje sprejemniku:

$$\lambda' = \lambda(1 - v/c),$$

svetilo se oddaljuje od sprejemnika:

$$\lambda' = \lambda(1 + v/c).$$

To sta približka, ki veljata, če je hitrost v majhna v primeri s hitrostjo svetlobe c .

Za zvezdo, ki se Zemlji približuje ali od nje oddaja s hitrostjo 150 km/s, velja

$$(\lambda' - \lambda)/\lambda = \pm v/c = \pm(150 \text{ km/s})/(300\,000 \text{ km/s}) = \pm 0,0005.$$

Tako majhno razliko je mogoče izmeriti samo z merjenjem valovne dolžine spektralne črte, ki jo seva ali absorbira plin v atmosferi zvezde.

Že leta 1845 je nizozemski meteorolog Christoforus Buys-Ballot pri široko zasnovanem poskusu potrdil Dopplerjeve napovedi za zvok. Lokomotiva je z dogovorjeno hitrostjo prevažala vagon s trobilci, ki so zaigrali določen ton. Poslušalci ob progi so ugotovili napovedano spremembo višine tona. Leta 1848 je Hippolyte Fizeau uvidel, da bo mogoče izmeriti le spremembo valovne dolžine spektralnih črt, ki jih sevajo ali absorbirajo plini.

V laboratoriju je Dopplerjevo napoved za zvok leta 1860 prvi podprl Ernst Mach. Izjavil je, da si vsakdo ne more privoščiti vlaka.

Dopplerjev pojav pri zvezdi je prvi zaznal William Huggins leta 1868. Ukvarjal se je s spektralno analizo in ugotovil, da sestavljajo vesoljska telesa enaki elementi kot Zemljo. Vodikova črta se je v spektru svetlobe s Sirija pojavila pri malo večji valovni dolžini kot v spektru laboratorijskega svetila. Danes vemo, da se Sirius oddaljuje s hitrostjo 8 km/s. Leta 1892 je H. C. Vogel z Dopplerjevim pojavom izmeril hitrost oddaljevanja ali približevanja zvezd.

Leta 1905 je Johannes Stark prvič opazoval Dopplerjev pojav s svetlobo v laboratoriju. Z električnim poljem je pospešil pozitivne ione do velike hitrosti in izmeril valovno dolžino spektralnih črt, ki so jih sevali. Leta 1929 je Edwin Hubble meril Dopplerjev premik proti večjim valovnim dolžinam in ugotovil, da se oddaljene galaksije oddaljujejo tem hitreje, čim bolj oddaljene so. Odtlej vemo, da se "vesolje širi".

Janez Strnad

O LUCASOVIH ŠTEVILIH – Rešitve nalog s str. 149

1. Takih barvanj je $F_6 = 13$.
2. $F_{20} = 10946$ in $L_{20} = 15127$. (Pri izračunu F_{20} smo potrebovali tudi $F_{18} = 4181$, zato lahko L_{20} izračunamo kot $F_{20} + F_{18}$.)
3. Za vsak $n \geq 1$ velja $F_1 + F_3 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n} - 1$.
4. Takih barvanj je $L_6 = 18$. Bodi pozoren, da imamo s tremi "dominami" dva možna načina.
5. Za vsak $n \geq 1$ velja $F_n L_{n+1} = F_{2n+1}$.
6. Na ta način dobimo Fibonaccijeva števila.

Sandi Klavžar

KRIŽANKA

					JAPONSKI SMUČAR, SKAKALEC (MASAHIKO)	NAJBOLJ VODNATA REKA NA SVETU	S STRA- NICAMI OMEJEN DEL RAVNINE	IME IGRALCA MARVINA	NEKDANJI ALBANSKI DIKTATOR HOKHA	ROMY SCHNEIDER	
				SLOV. ASTRONOM, KI JE DE- LOVAL NA KITAJSKEM							
				LUCASOVO ROJSTNO MESTO V SEVERNI FRANCIJI							
				KRSTA						ČEBELI PODOBNA ŽUŽELKA	
				ALENKA ZOR			ORIG. KRAJICA ZDRUŽENIH DRŽAV AMERIKE	VZHOD PO ANGLEŠKO			SLOVNIČAR BOHORIC
				EDDIE IRVINE				VODITELJ NA CNN BROWN			
AVTOR MARKO BOKALIČ	NASLOV NEKDANJIH MONGOL. VLADARJEV	ST. ZVEZA DRŽAV/ VISOKA SOLA UMETNOSTI								LEKARNAR	
										ANTIČNA RACUNSKA PLOŠČA	
LAHEK SPORTNI ČOLN					NAJDAJŠI, 2450 km DOLG PRITOK OBA	BONBON IZ ŽGANEGA SLADKORJA SKUPNICA PTIC					
DREVO Z BELIMI, DIŠEČIMI CVETI, ROBINJA								NAJDAJŠA REKA V SIBIRIJI			MESTO V SREDNJI NEMCIJI SL. KIPAR (JANEZ)
IME RADUSKE NAPOVEDO- VALKE DOLENC						NENASIČEN OGLIKO- VODIK, ETEN	MOČEN DEŽ SVETO- PISEMSKI PRAVIČNIK				
SRBSKI RAZSVETLJENEC OBRADOVIČ								REŽISER RUSSELL			
TOPEL ZRAK, POLN VIDNIH HLAPOV								DELAVEC V PROIZ- VODNIJ SOLI			
PRINA- SALEC NOVIC				BAJKA (DALJŠA PISAVA)						NIKO GRA- FENAUER	
				BORILNI SPORT						STAREJŠI SL. POLITIK (IZIDOR)	
STRUPENA RASTLINA, PREOBUEJA					DREVO S SLIVAMI PODOBNIH PLODOVI						
					PARADIŽ						
POMEMBNA MATEMA- TIČNA KONSTANTA		POGORJE, KI LOČUJE EVROPO IN AZIJO EDEN						SNOV IZ KATERE SO DREVEŠA ZNAK ZA NATRIJ			
ROPARSKA PTIČA Z MOČNIM KLJUNOM IN KREMLJI						PETI ČLEN LUCASO- VEGA ZAPOREDJA					
GLAVNO MESTO VIETNAMA						SAMO- VSEČEN MOSKI					

ZNAK ZA ŽVEPLO	OČE ZAKON-SKEGA PARTNERJA	7. ČRKA GRŠKE ABECEDE	OZNAKA IZRAELA	NAPAD						
EOGRAFI PRI-ROČNIK						REKA V SLAVONIJI, KI TEČE SKOZI PAKRAC				
RTIŠČE COLESA			ZGOR. ROB VINOGRADA							
			NAREČNI IZRAZ ZA OČETA							
		NEPRIJETEN IZPUŠCAJ, MOZOLJ								
		TELESNA POSTAVA								
MESTO, KJER JE ELOVAL ALLER-STEIN	BIVŠI AVŠ. SMUKAČ (LEONHARD)	NORVEŠKI PIS. DUJUN								
						KRATICA ZA ZGOŠČENKO			FIZIKALNI POJAV	POKRI-VANJE Z ODEJO
						RAHEL ODTENEK, NADIH				
			DOPPLER-JEVO ROJSTNO MESTO V AVSTRJI	HOKEJIST TERGLAV	INDUSTR. KRAJ V POSOČJU	ZNAK ZA LITU				
						NEKDANJI MADŽARSKI DRŽAVNIK GONCZ				
		PEVEC SIMOLAR				LJUDSKO GLASSILO, DUDE				
		ŽITNI IZDELEK ZA KUHO				NEMŠKI FAŠIST				
	VIR VSEGA HUDEGA NA SVETU				ADRESA					
	DRŽAVNI ZBOR			ODLOČNO IZRAŽENO HOTENJE	ZNAK ZA CINK					
	UPANJE			AM. PLOŠČ, MERA						
AJŠA VODI-LJICA ANCA)						VZHODNA SOSEDA IRAKA				
						ZEVSOVA MATI				
ILSKA VNOST					IRSKA TEROR. SKUPINA				NACE JUNKAR	
ISEDI KE Š					PRVI ZLOG ZELENJAVE				PODREDNI VEZNIK	
	KRAJ, KJER NI MOČ NAJTI SENCE									
		IME ŠVEDSKE IGRALKE GARBO					ENAKI CRKI			

Dr. Stanislav Južnič: HALLERSTEIN, KITAJSKI ASTRONOM IZ MENGŠA

Ob 300-letnici rojstva barona Ferdinanda Avgušтина Hallersteina je pri Tehniški založbi Slovenije izšla knjiga *Hallerstein, kitajski astronom iz Mengša*, avtorja dr. Stanislava Južniča. Knjiga na nekaj manj kot sto straneh izčrpno predstavi življenje in delo, Slovencem še precej nepoznanega jezuita in mnogostranskega znanstvenika, barona Hallersteina.

V uvodnem poglavju avtor oriše Hallersteinovo izobraženo družino plemiškega rodu ter nas popelje po njegovi poti učenosti, od začetnega izobraževanja na domači graščini do končanih filozofskih ter matematičnih študijev v Ljubljani.

V drugem poglavju potujemo z dvaintridesetletnim jezuitom Hallersteinom v misijone na Kitajsko. Po tri leta trajajočem potovanju prispe na cilj, v Pekingu pa nato vse do svoje smrti opravlja službo dvornega astronoma in matematika.

Tretje poglavje predstavi znanstveno srenjo na Kitajskem, od portugalskih in francoskih jezuitov do domačih izobraženih kadrov, v katero se je s svojim delom vključil Hallerstein, v četrtem poglavju pa je govora o njegovih pisnih stikih z evropskimi znanstvenimi centri.

Najobsežnejše je peto poglavje, v katerem se avtor razpiše o nekaterih vprašanjih in problemih znanosti 18. stoletja ter opiše Hallersteinov prispevek k njihovemu raziskovanju in razreševanju. Hallerstein je bil iz lastnega zanimanja ter po službeni dolžnosti aktiven na mnogih znanstvenih področjih. Med drugim je sodeloval pri astronomskih opazovanjih sončnih in luninih mrkov ter prehodov planetov Merkurja in Venere čez Sončevo ploskev. Zanimali pa so ga tudi drugi fizikalni pojavi, npr. elektromagnetizem in z njim povezani severni sij. Med svojimi potovanji po Kitajski je Hallerstein izdelal kar nekaj zemljevidov še neznanh kitajskih pokrajin.



Hallerstein je kot predsednik cesarskega matematičnega in astronomskega kolegija ter kot mandarin tretje stopnje dosegel na Kitajskem kot tujec najvišje možne funkcije in časti. Zaradi svojega dela in položaja je bil visoko cenjen v tedanjih evropskih znanstvenih krogih. Umrli je v Pekingju leta 1774.

Glavna nit pričujoče knjige je zagotovo kranski znanstvenik Hallerstein, vendar bralec med branjem veliko izve tudi o njegovih znanstvenih kolegih ter o stanju naravoslovnih znanosti tedanjega časa v Evropi in posebej na Kranjskem. Avtor izredno skrbno in natančno iz številnih dostopnih virov sestavlja znanstvenikovo življenjsko pot. V želji, da bi ga čim natančneje umestil v okvir tedanje evropske znanosti, morda včasih nekoliko pretirava s številnimi podrobnostmi in zastranitvami, zaradi česar je pripoved manj tekoča, osrednja sporočilnost knjige pa osem bolj skrita. Ta majhna pomanjkljivost pa zagotovo ne odtehta velikega pomena, ki ga Južničeva knjiga ima. Slovenci smo dobili dragocen knjižni spomenik, posvečen, do danes po krivici slabo poznanemu, velikemu kranjskemu znanstveniku.

Simon Vidrih

KRIŽANKA – Rešitev s str. 168





CLUES:

Horizontal:

- 1. Prvi avtor knjige (10)
- 2. Prvi avtor knjige (10)
- 3. Prvi avtor knjige (10)
- 4. Prvi avtor knjige (10)
- 5. Prvi avtor knjige (10)
- 6. Prvi avtor knjige (10)
- 7. Prvi avtor knjige (10)
- 8. Prvi avtor knjige (10)
- 9. Prvi avtor knjige (10)
- 10. Prvi avtor knjige (10)
- 11. Prvi avtor knjige (10)
- 12. Prvi avtor knjige (10)
- 13. Prvi avtor knjige (10)
- 14. Prvi avtor knjige (10)
- 15. Prvi avtor knjige (10)
- 16. Prvi avtor knjige (10)
- 17. Prvi avtor knjige (10)
- 18. Prvi avtor knjige (10)
- 19. Prvi avtor knjige (10)
- 20. Prvi avtor knjige (10)
- 21. Prvi avtor knjige (10)
- 22. Prvi avtor knjige (10)
- 23. Prvi avtor knjige (10)
- 24. Prvi avtor knjige (10)
- 25. Prvi avtor knjige (10)
- 26. Prvi avtor knjige (10)
- 27. Prvi avtor knjige (10)
- 28. Prvi avtor knjige (10)
- 29. Prvi avtor knjige (10)
- 30. Prvi avtor knjige (10)
- 31. Prvi avtor knjige (10)
- 32. Prvi avtor knjige (10)
- 33. Prvi avtor knjige (10)
- 34. Prvi avtor knjige (10)
- 35. Prvi avtor knjige (10)
- 36. Prvi avtor knjige (10)
- 37. Prvi avtor knjige (10)
- 38. Prvi avtor knjige (10)
- 39. Prvi avtor knjige (10)
- 40. Prvi avtor knjige (10)
- 41. Prvi avtor knjige (10)
- 42. Prvi avtor knjige (10)
- 43. Prvi avtor knjige (10)
- 44. Prvi avtor knjige (10)
- 45. Prvi avtor knjige (10)
- 46. Prvi avtor knjige (10)
- 47. Prvi avtor knjige (10)
- 48. Prvi avtor knjige (10)
- 49. Prvi avtor knjige (10)
- 50. Prvi avtor knjige (10)
- 51. Prvi avtor knjige (10)
- 52. Prvi avtor knjige (10)
- 53. Prvi avtor knjige (10)
- 54. Prvi avtor knjige (10)
- 55. Prvi avtor knjige (10)
- 56. Prvi avtor knjige (10)
- 57. Prvi avtor knjige (10)
- 58. Prvi avtor knjige (10)
- 59. Prvi avtor knjige (10)
- 60. Prvi avtor knjige (10)
- 61. Prvi avtor knjige (10)
- 62. Prvi avtor knjige (10)
- 63. Prvi avtor knjige (10)
- 64. Prvi avtor knjige (10)
- 65. Prvi avtor knjige (10)
- 66. Prvi avtor knjige (10)
- 67. Prvi avtor knjige (10)
- 68. Prvi avtor knjige (10)
- 69. Prvi avtor knjige (10)
- 70. Prvi avtor knjige (10)
- 71. Prvi avtor knjige (10)
- 72. Prvi avtor knjige (10)
- 73. Prvi avtor knjige (10)
- 74. Prvi avtor knjige (10)
- 75. Prvi avtor knjige (10)
- 76. Prvi avtor knjige (10)
- 77. Prvi avtor knjige (10)
- 78. Prvi avtor knjige (10)
- 79. Prvi avtor knjige (10)
- 80. Prvi avtor knjige (10)
- 81. Prvi avtor knjige (10)
- 82. Prvi avtor knjige (10)
- 83. Prvi avtor knjige (10)
- 84. Prvi avtor knjige (10)
- 85. Prvi avtor knjige (10)
- 86. Prvi avtor knjige (10)
- 87. Prvi avtor knjige (10)
- 88. Prvi avtor knjige (10)
- 89. Prvi avtor knjige (10)
- 90. Prvi avtor knjige (10)
- 91. Prvi avtor knjige (10)
- 92. Prvi avtor knjige (10)
- 93. Prvi avtor knjige (10)
- 94. Prvi avtor knjige (10)
- 95. Prvi avtor knjige (10)
- 96. Prvi avtor knjige (10)
- 97. Prvi avtor knjige (10)
- 98. Prvi avtor knjige (10)
- 99. Prvi avtor knjige (10)
- 100. Prvi avtor knjige (10)

Vertical:

- 1. Prvi avtor knjige (10)
- 2. Prvi avtor knjige (10)
- 3. Prvi avtor knjige (10)
- 4. Prvi avtor knjige (10)
- 5. Prvi avtor knjige (10)
- 6. Prvi avtor knjige (10)
- 7. Prvi avtor knjige (10)
- 8. Prvi avtor knjige (10)
- 9. Prvi avtor knjige (10)
- 10. Prvi avtor knjige (10)
- 11. Prvi avtor knjige (10)
- 12. Prvi avtor knjige (10)
- 13. Prvi avtor knjige (10)
- 14. Prvi avtor knjige (10)
- 15. Prvi avtor knjige (10)
- 16. Prvi avtor knjige (10)
- 17. Prvi avtor knjige (10)
- 18. Prvi avtor knjige (10)
- 19. Prvi avtor knjige (10)
- 20. Prvi avtor knjige (10)
- 21. Prvi avtor knjige (10)
- 22. Prvi avtor knjige (10)
- 23. Prvi avtor knjige (10)
- 24. Prvi avtor knjige (10)
- 25. Prvi avtor knjige (10)
- 26. Prvi avtor knjige (10)
- 27. Prvi avtor knjige (10)
- 28. Prvi avtor knjige (10)
- 29. Prvi avtor knjige (10)
- 30. Prvi avtor knjige (10)
- 31. Prvi avtor knjige (10)
- 32. Prvi avtor knjige (10)
- 33. Prvi avtor knjige (10)
- 34. Prvi avtor knjige (10)
- 35. Prvi avtor knjige (10)
- 36. Prvi avtor knjige (10)
- 37. Prvi avtor knjige (10)
- 38. Prvi avtor knjige (10)
- 39. Prvi avtor knjige (10)
- 40. Prvi avtor knjige (10)
- 41. Prvi avtor knjige (10)
- 42. Prvi avtor knjige (10)
- 43. Prvi avtor knjige (10)
- 44. Prvi avtor knjige (10)
- 45. Prvi avtor knjige (10)
- 46. Prvi avtor knjige (10)
- 47. Prvi avtor knjige (10)
- 48. Prvi avtor knjige (10)
- 49. Prvi avtor knjige (10)
- 50. Prvi avtor knjige (10)
- 51. Prvi avtor knjige (10)
- 52. Prvi avtor knjige (10)
- 53. Prvi avtor knjige (10)
- 54. Prvi avtor knjige (10)
- 55. Prvi avtor knjige (10)
- 56. Prvi avtor knjige (10)
- 57. Prvi avtor knjige (10)
- 58. Prvi avtor knjige (10)
- 59. Prvi avtor knjige (10)
- 60. Prvi avtor knjige (10)
- 61. Prvi avtor knjige (10)
- 62. Prvi avtor knjige (10)
- 63. Prvi avtor knjige (10)
- 64. Prvi avtor knjige (10)
- 65. Prvi avtor knjige (10)
- 66. Prvi avtor knjige (10)
- 67. Prvi avtor knjige (10)
- 68. Prvi avtor knjige (10)
- 69. Prvi avtor knjige (10)
- 70. Prvi avtor knjige (10)
- 71. Prvi avtor knjige (10)
- 72. Prvi avtor knjige (10)
- 73. Prvi avtor knjige (10)
- 74. Prvi avtor knjige (10)
- 75. Prvi avtor knjige (10)
- 76. Prvi avtor knjige (10)
- 77. Prvi avtor knjige (10)
- 78. Prvi avtor knjige (10)
- 79. Prvi avtor knjige (10)
- 80. Prvi avtor knjige (10)
- 81. Prvi avtor knjige (10)
- 82. Prvi avtor knjige (10)
- 83. Prvi avtor knjige (10)
- 84. Prvi avtor knjige (10)
- 85. Prvi avtor knjige (10)
- 86. Prvi avtor knjige (10)
- 87. Prvi avtor knjige (10)
- 88. Prvi avtor knjige (10)
- 89. Prvi avtor knjige (10)
- 90. Prvi avtor knjige (10)
- 91. Prvi avtor knjige (10)
- 92. Prvi avtor knjige (10)
- 93. Prvi avtor knjige (10)
- 94. Prvi avtor knjige (10)
- 95. Prvi avtor knjige (10)
- 96. Prvi avtor knjige (10)
- 97. Prvi avtor knjige (10)
- 98. Prvi avtor knjige (10)
- 99. Prvi avtor knjige (10)
- 100. Prvi avtor knjige (10)

URNIK TEKMOVANJ V LETU 2004

področje	šola	tekmovanje	datum
matematika	osnovna	šolsko področno državno	18. marec 31. marec 17. april
	srednja	šolsko izbirno državno sredozemsko olimpiada	18. marec 31. marec 17. april april 6. do 18. julij
	za dijake srednjih poklicnih šol	šolsko področno državno	18. marec 31. marec 17. april
	za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol	šolsko področno državno	18. marec 31. marec 17. april
poslovna matematika	srednja	šolsko državno	29. marec 16. april
fizika	osnovna	šolsko področno državno	2. marec 13. marec 27. marec
	srednja	regijsko državno izbirno olimpiada	27. marec 8. maj 14. maj 15. do 23. julij
matematika za razvedrilo	osnovna in srednja	državno	25. september
logika	osnovna	šolsko izbirno državno	1. oktober 23. oktober 13. november
	srednja	izbirno državno	23. oktober 13. november
	študentje	državno	13. november
računalništvo	osnovna	šolsko področno državno	27. januar 5. marec 3. april
	srednja	državno	3. april
Podelitev priznanj nagrajencem na državnih tekmovanjih v organizaciji DMFA Slovenije			20. maj

V nadaljevanju je nekaj osnovnih informacij o posameznih tekmovanjih. Vabimo vas, da obiščete spletno stran *DMFA Slovenije* (<http://www.dmfa.si/>), kjer boste našli več podatkov o posameznem tekmovanju. Mentorje prosimo, da sledijo tudi novicam, ki jih objavljamo na informacijskem strežniku.

Nekaj informacij o tekmovanjih

Matematika – osnovna šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju učencev osnovne šole v znanju matematike za Vegova priznanja*. Pojasnila dobite pri gospodu Aleksandru Potočniku na OŠ Božidarja Jakca, Nusdorferjeva 10, Ljubljana, tel. 041-420-618 oziroma na elektronskem naslovu "aleksander.potocnik@guest.arnes.si".

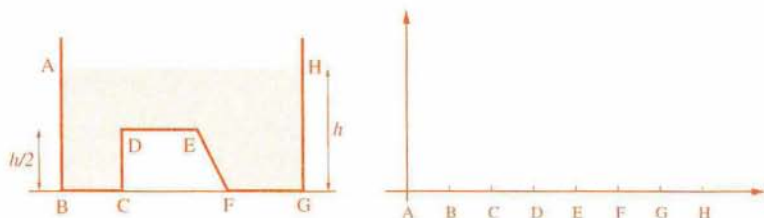
Matematika – srednja šola

Tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*.

Olimpijska ekipa bo izbrana na podlagi rezultatov domačih nalog, izbirnega testa in državnega tekmovanja. Datum izbirnega testa bo objavljen na spletni strani *DMFA Slovenije*. Podrobnejše informacije dajeta gospod Darjo Felda, Pedagoška fakulteta Koper, Cankarjeva 5, Koper, tel. (05)-66-31-260, elektronski naslov "darjo.felda@fe.uni-lj.si", in gospod Matjaž Željko, Fakulteta za matematiko in fiziko, Jadranska 19, Ljubljana, tel. (01)-47-66-500, elektronski naslov "matjaz.zeljko@fmf.uni-lj.si". Dijaki srednjih poklicnih šol se lahko udeležijo matematičnega tekmovanja v posebni kategoriji. To tekmovanje ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike*. Več informacij dobite pri gospe Dušanki Vrenčur, Živilska šola Maribor, Park mladih 3, Maribor, tel. (02)-32-08-600, elektronska pošta "dusanka.vrencur@guest.arnes.si". Tudi dijaki srednjih tehniških in strokovnih šol, ki ne obiskujejo gimnazijskega programa, se lahko udeležijo tekmovanja v posebni kategoriji. Tekmovanja v tej kategoriji ureja *Pravilnik o tekmovanju dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike*. Informacije dobite pri gospe Darinki Žizek, Srednja ekonomska šola, Trg Borisa Kidriča 3, Maribor, tel. (02)-25-13-461 ali po elektronski pošti "darinka.zizek@guest.arnes.si".

Naj poudarimo, da se matematičnih tekmovanj srednješolcev, ki jih podrobno ureja *Pravilnik o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*,

3. Posoda nenavadne oblike je do višine enega metra napolnjena z vodo ($h = 1$ m). Navpični prerez posode je narisano na sliki.

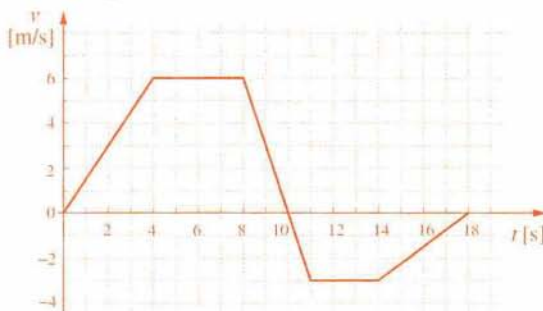


- Kolikšen je tlak vode v točkah A, B in D?
 - Kolikšen je tlak vode v točkah E, F in H?
 - V graf nariši, kako se spreminja tlak vode med točkami, vzdolž daljic AB, BC, CD, DE, EF, FG in GH. Navpično os ustrezno označi in napiši enoto.
4. Prometni znak STOP
- Poskušaj se spomniti, kakšne oblike je prometni znak STOP in ga nariši.
 - Približno ugotovi njegovo ploščino. Lahko si pomagaš z risanjem.
- Stranica znaka STOP je dolga 37 cm.
5. Po vodoravni podlagi vlečemo v vodoravni smeri leseno klado s silo 4 N tako, da se klada giblje premo enakomerno. Masa klade je 1 kg.
- Nariši vse sile, ki delujejo na klado. 1 cm na sliki sile naj ustreza 2 N.
 - Na klado položimo še eno manjšo klado. Manjša klada ima maso 0,5 kg. Ugotovimo, da se trenje med spodnjo klado in podlago poveča za 2 N. S kolikšno silo zdaj vlečemo spodnjo klado, če se kladi še vedno gibljeta enakomerno, zgornja klada pa glede na spodnjo miruje?
 - Nariši vse sile, ki med skupnim enakomernim gibanjem obeh klad delujejo na zgornjo, manjšo klado. Upoštevaj enako merilo kot pri vprašanju a).

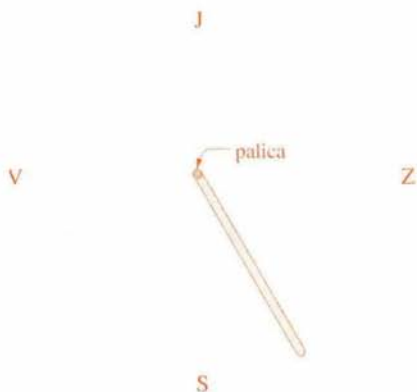
8. razred osemletne osnovne šole in

9. razred devetletne osnovne šole

1. Spodnja slika kaže graf hitrosti drsalca.

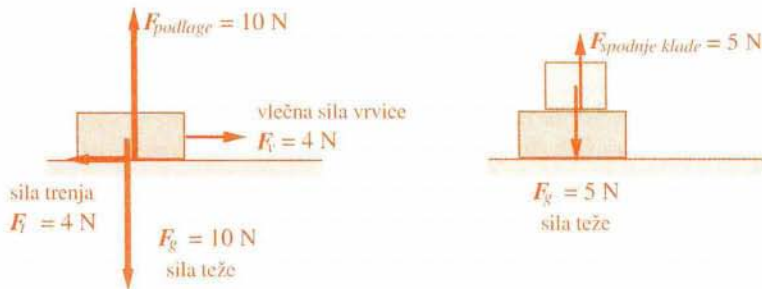


- a) Nariši graf pospeška v odvisnosti od časa za to gibanje za čas od 0 do 10 s.
 - b) Kako daleč od izhodišča je drsalec po 18 sekundah?
2. Na prvi pomladanski dan, 20. marca, Luka opazuje senco navpično postavljene palice. Na vodoravna tla postavi bel papir in ob 10.00 uri označi lego in dolžino sence.



- a) Nariši, v kateri smeri je Sonce ob tej uri.
- b) Nariši smeri in približne dolžine senc te palice ob 11.00, 12.00 in 17.00. Sence ustrezno označi.
- c) Z drugo barvo nariši smer opoldanske sence te palice v mesecu decembru.
- d) Katera senca je daljša, opoldanska decembra ali opoldanska marca?

4. a) Pravilni 8-kotnik.
 b) Pravilni osemkotnik s stranico a lahko vrišemo v kvadrat, ki ima stranico dolgo $b = a + 2 \cdot a/\sqrt{2}$. Ploščina osemkotnika S_8 je enaka razliki med ploščino kvadrata in ploščinama dveh malih kvadratov iz vogalov. Stranica malega kvadrata iz vogala je enaka $a/\sqrt{2}$. Ker je $a = 37$ cm, $S_8 = 66,1 \text{ dm}^2 \pm 2 \text{ dm}^2$.
5. a) Glej sliko.

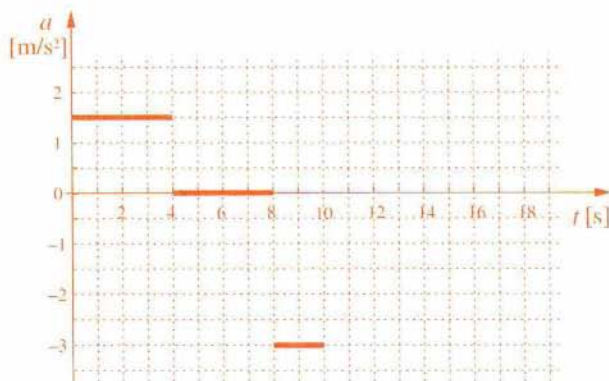


- b) Vlečna sila je nasprotna in po velikosti enaka sili trenja, torej 6 N.
 c) Ker se zgornja klada giblje enakomerno in skupaj s spodnjo, je jasno, da sta edini sili, ki nanjo delujeta, njena teža, ki je 5 N, in po velikosti enaka, po smeri pa nasprotna sila spodnje klade nanjo.

8. razred osemletne osnovne šole in

9. razred devetletne osnovne šole

1.



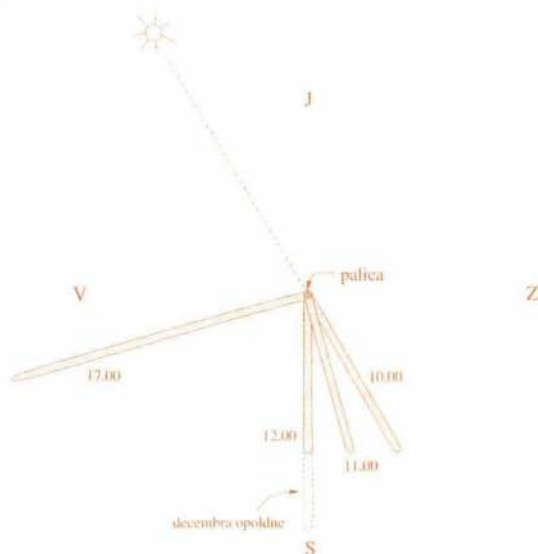
a) Pospeški na vseh časovnih območjih (od 0 s do 4 s, od 4 s do 8 s, od 8 s do 10 s, od 10 s do 11 s, od 11 s do 14 s in od 14 s do 18 s), so $a_1 = 1,5 \text{ m/s}^2$, $a_2 = 0 \text{ m/s}^2$, $a_3 = -3 \text{ m/s}^2$, $a_4 = -3 \text{ m/s}^2$, $a_5 = 0 \text{ m/s}^2$ in $a_6 = 0,75 \text{ m/s}^2$.

b) Do časa $t = 10 \text{ s}$ drsalec predrsa skupno pot $s_1 = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_2t_2 + \frac{1}{2}a_3t_3^2 = 12 \text{ m} + 24 \text{ m} + 6 \text{ m} = 42 \text{ m}$ v prvotno smer.

V obratno smer zatem predrsa pot $s_2 = x_4 + x_5 + x_6 = \frac{1}{2}a_4t_4^2 + v_5t_5 + \frac{1}{2}a_6t_6^2 = 1,5 \text{ m} + 9 \text{ m} + 6 \text{ m} = 16,5 \text{ m}$.

Ko se po 18 sekundah spet ustavi, je od izhodišča oddaljen $s_1 - s_2 = 25,5 \text{ m}$.

2. a) Glej sliko.
b) Glej sliko
c) Proti jugu.
d) Decembrska opoldanska senca je daljša.



3. a) Hitrosti (po velikosti) lažje in težje uteži sta v vsakem trenutku enaki. Velja $m_2gh - m_1gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$. Hitrost večje uteži pri trku ob tla je $v = \sqrt{2gh \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}} = \sqrt{4} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$.
- b) $W_{k2} = \frac{1}{2}m_2v^2 = 6 \text{ J}$
- c) $W_{k1} = \frac{1}{2}m_1v^2 = 4 \text{ J}$
- d) 2. Newtonov zakon: $(m_1 + m_2)a = m_2g - m_1g$, od tod $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}g = g/5 = 2 \text{ m/s}^2$

4. a) Na vrhu klanca je začetna energija sani in Mihe enaka $W_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = 2600 \text{ J}$. Zaradi dela sile trenja na klancu $A_k = 575 \text{ J}$ se del energije izgubi, zato je kinetična energija na dnu klanca le še $W_k = W_0 - A_k = 2025 \text{ J}$. Odtod izračunamo hitrost sani preden zapeljejo na travo, $v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = 9 \text{ m/s}$.
- b) Računamo z energijo in delom sile trenja A_t , ali s kinematičnimi zvezami. Z delom sile trenja oddajo sani vso svojo kinetično energijo na poti $s = 14 \text{ m}$.
 $A_t = F_t \cdot s = W_k$, od tod $F_t = W_k/s = 145 \text{ N}$.
5. a) Pretočen naboj: $e_1 = I_1 \cdot t = 18 \text{ As}$.
 b) Pretočen naboj: $e_3 = I_3 \cdot t = 12 \text{ As}$.
 c) Žarnice svetijo 30000 s ($= 8 \text{ ur in } 20 \text{ minut}$).

Tekmovalna komisija

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE

7. razred osemletne osnovne šole

Eksperimentalni nalogi

1. V kadički je merilna posoda, v vrču pa voda iz vodovodne pipe. Določi povprečno gostoto jabolka.
- a) Določi prostornino jabolka. Opiši postopek določanja prostornine.
- b) Določi maso jabolka.
 Opiši postopek določanja mase in ga fizikalno utemelji.
- c) Določi povprečno gostoto jabolka.

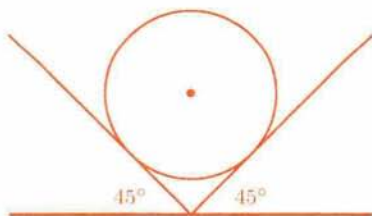
Pripomočki: vrč z vodo, merilna posoda, jabolko, kadička, papir za brisanje.

2. Na elastiko obešaj uteži z znanimi masami in določi raztezek. Rezultate zapisuj v tabelo in nariši graf $s(m)$, pri čemer je s raztezek elastike, m pa masa uteži.
- Ali lahko na podlagi prejšnjih merjenj ugotoviš maso merjenca A ? Če je odgovor da, jo izmeri in zapiši utemeljitev načina določanja mase. Če je odgovor ne, potem zapiši razlog, zakaj to ni mogoče.
 - Ali lahko na podlagi prejšnjih merjenj ugotoviš maso merjenca B ? Če je odgovor da, jo izmeri in zapiši utemeljitev načina določanja mase. Če je odgovor ne, potem zapiši razlog, zakaj to ni mogoče.

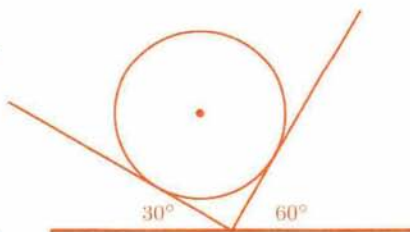
Pripomočki: stajalo, elastika, uteži z znano maso, dva neznana merjenca A in B .

Teoretični del

- Miha opazuje, kako delavci dvigajo kamniti blok iz bazena, v katerem je globina vode 5 m. Kamniti blok z maso 150 kg privežejo na vrv in ga počasi (enakomerno) dvigujejo iz vode. Blok ima obliko kvadra s prostornino 54 dm^3 , osnovna ploskev je kvadrat s stranico 3 dm.
 - S kolikšno silo je napeta vrv, ko je zgornja ploskev bloka 1 m pod vodo?
 - S kolikšno silo je napeta vrv, ko je pol bloka potopljenega v vodo?
 - S kolikšno silo je napeta vrv, ko je blok ravno ves iz vode (spodnja ploskev je tik nad vodno gladino)?
 - Nariši graf, ki kaže, kako se spreminja sila vzgona v odvisnosti od višine h . Višina h je razdalja od dna bazena do spodnje ploskve bloka.
- Valj z maso 1 kg miruje med dvema gladkima ploščama, ki sta med seboj pravokotni, kot kaže slika a). Ker sta plošči gladki, je sila plošče vedno pravokotna na ploščo.

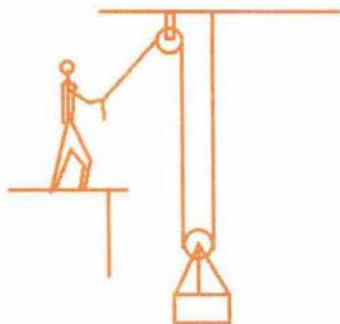


Slika a).



Slika b).

- a) V pravilnem merilu nariši vse sile, ki delujejo na valj, in napiši, kolikšne so.
- b) Kota med podlago in ploščama **spremenimo, kot kaže slika b)**. V pravilnem merilu nariši vse sile, ki delujejo na valj, in napiši, kolikšne so.
3. Delavec na vrhu zgradbe dviga tovor s pomočjo dveh škripcev. Tovor z maso 50 kg je obešen na gibljivem škripcu. Teže škripca in vrvi ne upoštevaj.
- a) S kolikšno silo vleče delavec, če se breme dviga enakomerno?
- b) Za koliko se dvigne tovor, če delavec potegne 4 m vrvi?
- c) Kolikšno delo opravi delavec, ko potegne 4 m vrvi?
- d) Za koliko se spremeni potencialna energija tovora?



8. razred osemletne osnovne šole in

9. razred devetletne osnovne šole

Eksperimentalni nalogi

1. Papirnati trak pritrdimo na nihalo, ki je v skrajni legi. Poženemo brnač in nihalo spustimo. Brnač dela pike v časovnih presledkih po 0,025 s.
- a) Označi na traku zaporedne časovne presledke (intervale) po 0,1 sekunde.
- b) Izmeri zaporedne dolžine poti, ki jih je opravilo nihalo v intervalih po 0,1 s, jih oštevilči in izmerke vnesi v razpredelnico. V enem stolpcu razpredelnice naj bo številka intervala, v drugem pa dolžina poti.
- c) Izračunaj povprečne hitrosti v intervalih po 0,1 s in jih prikaži v grafu $v(t)$.
- d) Na katerem intervalu je največja hitrost in kolikšna je?
- e) Nariši graf poti v odvisnosti od časa.

Trak zalepi na list, kjer imaš zapisane rezultate meritev.

Pripomočki: trakovi, označeni z brnačem. Oglej si poskus.

2. Potenciometer je elektronski gradnik s tremi priključki in vrtljivim gumbom z belo piko. Priključne žice so označene z A , B in C . Enosmerni vir napetosti 6 V priključi med priključkoma A (pozitivni priključek) in C , voltmeter pa med priključkoma B in C . Preveri, če se napetost spreminja, če vrtiš gumb na potenciometru iz ene v drugo skrajno lego. Če se to ne zgodi, je napaka v vezavi.
- Vrtil gumb in meri napetost. V razpredelnico zapisuj ustrezno napetost in kot, ki ga odčitáš na kotomerni krožnici pod gumbom na mestu, kjer je bela pika. Naredi vsaj deset različnih meritev. Izbrani koti naj bodo med 15° in 270° .
 - Izmerke vnese v graf odvisnosti napetosti od kota ($U(\alpha)$).
 - Med izmerjenimi točkami potegni premico ter iz grafa določi smerni koeficient premice in začetno vrednost.
 - Z enačbo zapiši odvisnost napetosti od kota.

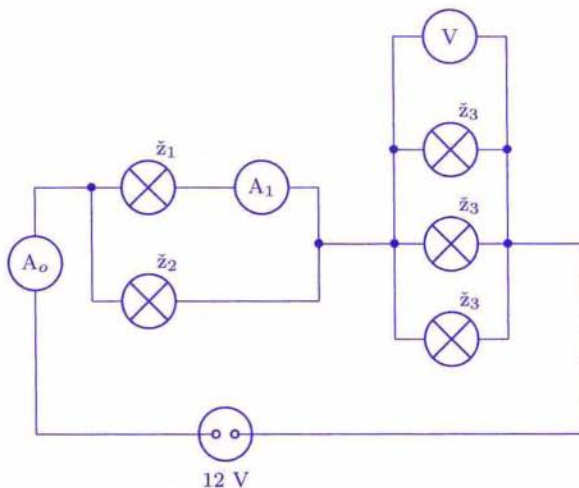
Pripomočki: potenciometer, vir napetosti, voltmeter, kotomerna krožnica pod gumbom.

Teoretični del

1. Po avtocesti vozi enakomerno avtomobil s hitrostjo 130 km/h in prehiteva tovorni avtomobil, ki vozi s hitrostjo 100 km/h. Dolžina tovornega avtomobila je 10 m, osebnega pa 4 m. Pred in po prehitevanju vozili vozita v varnostni razdalji 100 m.
- Namig:* Nariši skico, na kateri bosta narisani obe vozili pred in po prehitevanju ter vse pomembne razdalje.
- Koliko časa traja prehitevanje?
 - Kolikšno pot prevozi osebni avtomobil med prehitevanjem?
2. Na vodoravnih tleh sta postavljena dva enako velika zaboja A in B , katerih ohišje je narejeno iz enake snovi. Zaboja sta tesno skupaj (glej sliko). Zaboje A ima maso 30 kg, zaboje B pa 50 kg. Zaboje A potiskamo s silo 80 N v narisani smeri.



- a) Med zabojevema in tlemi ni trenja. S kolikšnim pospeškom se gibljeta zaboja?
- b) Kolikšno pot naredita v petih sekundah od začetka gibanja?
- c) Preriši sliko in nariši vse sile, ki delujejo na zaboj B.
- d) S kolikšno silo deluje zaboj A na zaboj B? Utemelji odgovor. Napiši, kateri zakon si pri tem upošteval.
- e) S kolikšno silo deluje zaboj B na zaboj A? Utemelji odgovor. Napiši, kateri zakon si pri tem upošteval.
- f) Med zabojevema in tlemi **je trenje**. Sila trenja je enaka eni dvajsetini sili teže. S kolikšnim pospeškom se zdaj gibljeta zaboja?
3. Vezje je sestavljeno iz treh različnih vrst žarnic, in sicer $\check{z}_1$, $\check{z}_2$ in $\check{z}_3$, ki so vezane na vir napetosti 12 V, kot kaže slika. V vezju sta vezana tudi dva ampermetra in voltmeter. Ampermeter A_0 kaže tok 0,12 A, ampermeter A_1 pa 0,03 A. Voltmeter kaže napetost 8 V.



- a) Kolikšno moč prejema žarnica $\check{z}_1$?
- b) Kolikšno moč prejema žarnica $\check{z}_2$?
- c) Koliko električnega dela prejme v 30 sekundah ena od žarnic $\check{z}_3$?

Tekmovalna komisija

REŠITVE NALOG Z DRŽAVNEGA TEKMOVANJA IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE – s str. 182

7. razred osemletne osnovne šole

Eksperimentalni nalogi

1. Jabolko

Opis postopka: V menzuro nalijemo vodo in zapišemo višino gladine. Jabolko potopimo v vodo in odčitamo novo višino gladine. Iz razlike obeh višin in preseka menzure izračunamo prostornino jabolka.

V menzuro nalijemo vodo in zapišemo višino gladine. Jabolko položimo na vodno gladino in odčitamo novo višino gladine. Iz razlike obeh višin in preseka menzure izračunamo prostornino izpodrinjene tekočine. Masa izpodrinjene tekočine je enaka masi jabolka.

Če telo plava, je sila teže enaka sili vzgona. Sila vzgona pa je enaka teži izpodrinjene vode.

Iz znane mase in prostornine izračunamo povprečno gostoto jabolka.

2. Elastika

V začetku je raztezek elastike sorazmeren s silo, ki nateza elastiko. Ko se sila poveča, ni več sorazmernosti (ne velja Hookov zakon).

Maso merjenca lahko določimo, če povzroči raztezek, ki je v območju linearnosti. Maso merjenca A učenec odčita z grafa.

Mase merjenca B ne moremo določiti.

Teoretični del

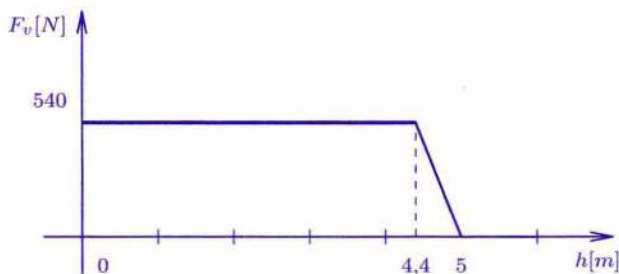
1. Blok

a) Napetost vrvi: $F = F_g - F_{vzg} = 1500 \text{ N} - 540 \text{ N} = 960 \text{ N}$.

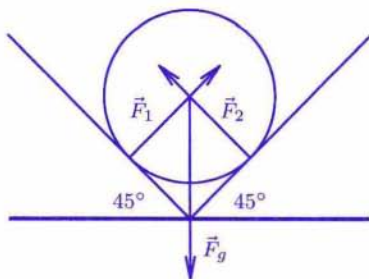
b) $F = F_g - F_{vzg} = 1500 \text{ N} - 270 \text{ N} = 1230 \text{ N}$

c) $F = F_g = 1500 \text{ N}$

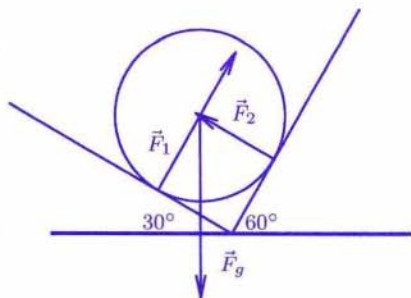
d) Graf:



2. Valj



Slika a).



Slika b).

Sila teže mora biti pravilno razstavljena na dve komponenti. Sila plošč je nasprotno enaka posameznim komponentam sile teže valja.

Slika a) $F_1 = F_2 = 7,1 \text{ N} \pm 0,5 \text{ N}$.

Slika b) $F_1 = 5 \text{ N}$, $F_2 = 8,7 \text{ N} \pm 0,5 \text{ N}$.

3. Delavec

a) $F_d = \frac{1}{2} F_g = 250 \text{ N}$

b) $\Delta h = 2 \text{ m}$

c) $A_d = F_d \cdot l_{\text{vrvi}} = 250 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 1000 \text{ J}$

d) $\Delta W_p = F_g \cdot \Delta h_{\text{tovora}} = 500 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 1000 \text{ J}$

8. razred osemletne osnovne šole in

9. razred devetletne osnovne šole

Teoretični del

1. Prehitevanje

- a) Pot osebnega avtomobila je: varnostna razdalja pred prehitevanjem, dolžina tovornjaka, pot tovornjaka med prehitevanjem, varnostna razdalja po prehitevanju, dolžina osebnega avtomobila, torej

$$v_a t = 100 \text{ m} + 10 \text{ m} + v_t t + 100 \text{ m} + 4 \text{ m}.$$

Od tod sledi

$$t = \frac{214 \text{ m}}{v_a - v_t} = 25,7 \text{ s}.$$

b) Med prehitevanjem prevozi osebni avtomobil: $s_a = v_a t = 928 \text{ m}$.

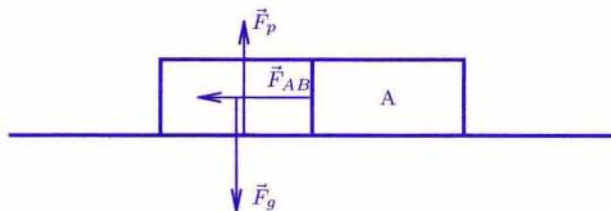
2. Zaboј

a) Pospešek:

$$(m_A + m_B)a = F \quad a = \frac{F}{m_A + m_B} = 1 \text{ ms}^2.$$

b) Pot: $s = \frac{1}{2}at^2 = 12,5 \text{ m}$.

c) Sile:



d) Zaboј B se giblje enakomerno pospešeno, zato je po II. Newtonovem zakonu $F = ma = 50 \text{ N}$.

e) III. Newtonov zakon, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Sili sta po velikosti enaki, po smeri pa nasprotni, torej je $F_{AB} = F_{BA} = 50 \text{ N}$.

f) Trenje:

$$(m_A + m_B)a = F - F_{trA} - F_{trb} = 80 \text{ N} - 15 \text{ N} - 25 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

$$a = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

3. Vezje

a) $P_1 = I_1 \cdot U_1 = 0,03 \text{ A} \cdot 4 \text{ V} = 0,12 \text{ W}$

b) $P_2 = I_2 \cdot U_1 = 0,09 \text{ A} \cdot 4 \text{ V} = 0,36 \text{ W}$

c) $A_{el3} = U_3 I_3 t = 8 \text{ V} \cdot 0,04 \text{ A} \cdot 30 \text{ s} = 9,6 \text{ Ws} = 9,6 \text{ J}$

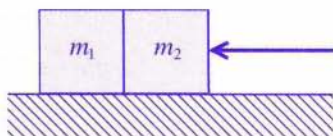
Tekmovalna komisija

NALOGE Z REGIJSKEGA FIZIKALNEGA TEKMOVANJA SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE V ŠOLSKEM LETU 2002/03

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

- Po vodoravnih tleh potiskamo dve kocki, kot prikazuje slika. Masa prve kocke je $m_1 = 3 \text{ kg}$, masa druge kocke je $m_2 = 5 \text{ kg}$. Kocki potiskamo z vodoravno silo 100 N . S kolikšno silo deluje druga kocka na prvo, če



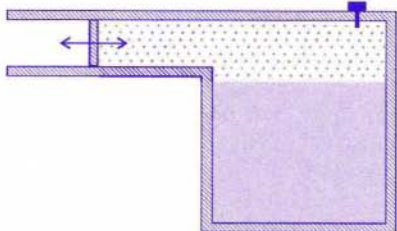
- med kockama in tlemi ni trenja;
 - je koeficient trenja med kockama in tlemi $0,3$?
- Na vodoravnih tleh mirujeta dva enaka vozička, usmerjena tako, da se lahko gibljeta v nasprotnih smereh. Zadka obeh vozičkov sta med seboj oddaljena 1 m . Na zadkih vozičkov si nasproti stojita enako težka otroka, vsak na svojem vozičku. Istočasno se odrineta drug proti drugemu z enakima hitrostma (vzporedno, tako da se v zraku ne zaletita) in doskočita tako, da vsak od njiju pristane na zadku vozička, ki ga je pred tem zasedal drugi. Koliko sta v trenutku pristankov med seboj oddaljena zadka vozičkov?
Masa vsakega izmed otrok je 40 kg , masa posameznega vozička pa 120 kg .
 - Letalo simulira breztežno stanje tako, da se iz vodoravnega leta pri najmanjši dovoljeni hitrosti 90 km/h spusti po paraboli kot pri vodoravnem metu. Pri tem narašča hitrost. Ko doseže največjo dovoljeno hitrost 900 km/h , se začne gibati po krožnici, dokler se ne vzravna v vodoravno smer. Med gibanjem po krožnici je velikost hitrosti konstantna (enaka največji dovoljeni hitrosti), radij krožnice pa določa največji dovoljeni radialni pospešek $3g$.
 - Koliko časa traja "breztežno" stanje?
 - Kolikšna je najmanjša višina, s katere letalo začne spust, da se manever konča tik nad tlemi?
 - V deževnem gozdu v osrčju Amazonije živi ribica, ki ima nadvse zanimiv način lovljenja plena. Proti žuželki, ki se sonči na robu vodoravnega lista nad vodno gladino, izstreli curek vode in jo tako skladi v vodo. Ribica izstreli curek s hitrostjo 5 m/s pod kotom

45° , presek ribinih ust je $0,1 \text{ cm}^2$. List je na višini $0,5 \text{ m}$ nad vodo, koeficient lepenja med žuželko in listom je $0,4$. Gostota vode je 1000 kg/m^3 . Koliko največ tehta žuželka, ki se še lahko znajde na ribinem jedilniku? Žuželko zadene celoten curek vode, voda se od žuželke ne odbije.

Skupina II

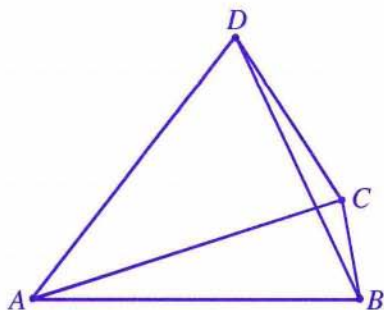
1. V superprevodni prazni dolgi tuljavi v vesolju shranjujemo magnetno energijo. Dolžina tuljave je 40 cm , polmer 5 cm in masa 1 kg . Tuljava je iz snovi s specifično toploto 1000 J/kgK . Ko je tuljava v superprevodnem stanju, nima ohmskega električnega upora in električni tok teče brez izgub. Če pa se magnetno polje v tuljavi poveča nad kritično polje 7 T , se stanje superprevodnosti poruši, v tuljavi se vzpostavi normalni ohmski upor in električni tok relativno hitro preneha teči. Za koliko se v takem primeru poveča temperatura tuljave? (Indukcijska konstanta je $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am.}$)
2. V posebni toplotno izolirani posodi, ki jo zapira gibljiv bat, kakor kaže slika, je 10 l vode in 10 g vodne pare, ki sta v ravnovesju pri 100°C . Skozi majhen kanal spustimo v posodo kockico ledu pri 0°C z maso 10 g . Za koliko se potem premakne bat? Bat dobro tesni posodo, ne prevaža toplote in se lahko giblje brez trenja. Presek bata je 400 cm^2 . Zunaj posode je zrak pri tlaku 1 bar .

Talilna toplota ledu je 336 kJ/kg , izparilna toplota vode pri konstantnem tlaku 1 bar in temperaturi 100°C je $2,26 \text{ MJ/kg}$, specifična toplota vode je 4200 J/kgK . Vodno paro obravnavaj kot idealni plin. Kilomolska masa vodne pare je 18 kg/kmol , splošna plinska konstanta je 8300 J/kmolK .



3. Nabit delec kroži v homogenem magnetnem polju z gostoto 1 T po krogu s polmerom 10 cm . V smeri vzporedno z magnetnim poljem vključimo homogeno električno polje z jakostjo 100 V/m . Čez koliko časa po vključitvi se bo kinetična energija delca podvojila?
4. Iz šestih enako dolgih bakrenih žic z dolžinami po 20 cm in premerom $0,1 \text{ mm}$ sestavimo tetraeder (glej sliko). Med točki A in B priključimo izvir enosmerne napetosti $0,14 \text{ V}$. Specifični upor bakra je $1,75 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.

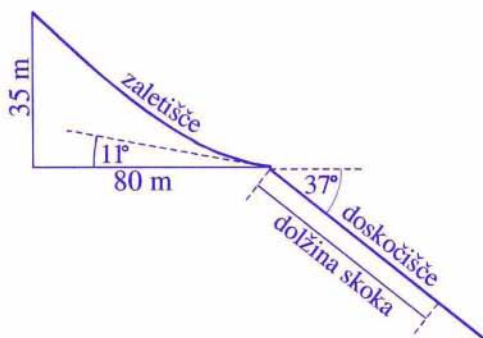
- a) Kolikšen tok teče skozi izvir?
(Razmisli, kolikšna je napetost med točkama D in C .)
- b) Kolikšen tok pa teče skozi izvir, če žici AC in BD zamenjamo z enako dolgima bakrenima žicama, vendar z dvakrat manjšo ploščino preseka? (Reševanje vezja lahko bistveno poenostaviš, če narišeš tokove v vezju in razmisliš, kateri tokovi so zaradi simetrije enaki.)



Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Plezalcu, ki pleza v navpično steno, pozvoni mobilni telefon. Ko seže po njem, mu po nerodnosti pade iz rok. Koliko časa po začetku padanja bo plezalec slišal ton s frekvenco 90 % frekvence, ki jo je slišal, ko je imel telefon še pri sebi? Hitrost zvoka je 340 m/s , telefon pa neprekinjeno oddaja zvok.
2. Danes potekajo smučarski skoki v Planici, zato si oglejmo preprost model skakalnice.



- a) Najprej pokaži, da je delo sile trenja neodvisno od oblike zaletišča skakalnice, če zanemariš dodatno silo podlage zaradi ukrivljenosti zaletišča, in je enako $mgk_t \Delta l$, kjer je Δl vodoravna razdalja.

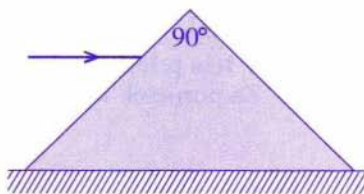
(Reševanje naloge lahko nadaljuješ z uporabo zapisanega izraza za delo sile trenja, četudi ga nisi dokazal.)

Kolikšna je hitrost skakalca na odskočni mizi, če znaša višinska razlika med začetkom zaletišča in odskočno mizo 35 m, vodoravna razdalja pa znaša 80 m (glej sliko)? Koeficient trenja je zaradi mokrega snega 0,1.

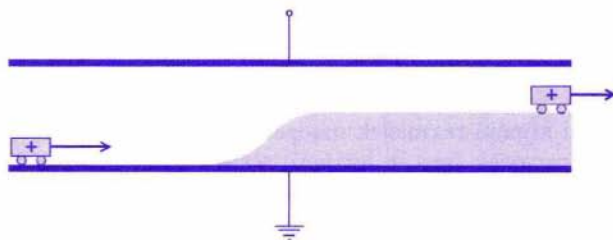
- b) Kako daleč skoči skakalec, če se samo zapelje čez mizo? Naklon odskočne mize znaša 11° , naklon doskočišča 37° , višina odskočne mize pa je zanemarljivo majhna.

Upor zraka zanemari.

3. V preseku enakokrake prizma s pravim kotom ob vrhu je postavljena na vodoravna tla (glej sliko). Na stransko ploskev pada vodoraven curek laserske svetlobe v taki višini, da po lomu zadene drugo stransko ploskev. Najmanj kolikšen mora biti lomni količnik prizme, da svetloba ne izstopi na stranski ploskvi?



4. V razsežen ploščat kondenzator se pripelje majhen voziček z maso 10 g, ki na višini 1 cm nosi naboj $+1 \cdot 10^{-6}$ As. Na desno stran kondenzatorja nanese 5 cm debelo plast dielektrika z dielektričnostjo 11, kakor kaže slika. Kolikšno hitrost ima voziček na koncu kondenzatorja, če je vanj vstopil s hitrostjo 2 m/s? Razmik med ploščama je 10 cm, zgornja plošča je priključena na napetost +10 kV, spodnja je ozemljena, voziček pa se giblje brez trenja.



Ciril Dominko

REŠITVE NALOG S PREDTEKMOVANJA IZ SREDNJEŠOLSKE FIZIKE V ŠOLSKEM LETU 2002/2003 – s str. 190

Objavljamo rešitve nalog s predtekmovanja srednješolcev iz fizike, ki je bilo 22. marca 2003.

Skupina I

1. Podatki: $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$, $F = 100 \text{ N}$.

- a) Pospešek izračunamo iz Newtonovega zakona za sistem, ki ga tvorita obe kocki $a = F/(m_1 + m_2)$. Prvo kocko pospešuje sila, s katero deluje nanjo drugo kocka, torej $F_{12} = m_1 a = F m_1 / (m_1 + m_2) = 37,5 \text{ N}$.
- b) V tem primeru deluje na sistem še sila trenja $F_{\text{tr}} = k(m_1 + m_2)g$. Za pospešek kock dobimo

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - kg.$$

Prvo kocko pospešuje sila druge kocke, zavira pa sila trenja km_1g : $m_1 a = F_{12} - km_1g$, torej

$$F_{12} = m_1 a + km_1g = F \frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

enako kot v primeru a).

2. Podatki: $m = 40 \text{ kg}$, $M = 120 \text{ kg}$, $l = 1 \text{ m}$.

Z v_0 označimo vodoravno komponento otrokove hitrosti in z v_1 hitrost vozička po odskoku. Ohranja se vodoravna komponenta skupne gibalne količine, $mv_0 = Mv_1$. Ko po času t otrok pristane na nasprotnem vozičku, opravi za l daljšo pot kot voziček:

$$l = s_0 - s_1 = v_0 t - v_1 t = v_0 t \left(1 - \frac{v_1}{v_0} \right) = v_0 t \left(1 - \frac{m}{M} \right).$$

Tu sledi ključni razmislek naloge: opazimo, da je za rešitev pomemben le *zmnožek* časa in hitrosti; rešitev torej *ni* odvisna od velikosti hitrosti, s katero deček skoči. Upoštevamo $s_0 = v_0 t$ in dobimo

$$s_0 = \frac{M}{M - m} l \quad \text{in} \quad s_1 = v_1 t = \frac{m}{M} v_0 t = \frac{m}{M} s_0.$$

Razdalja med vozičkoma je tedaj enaka vsoti poti, ki jo prepotuje otrok, in poti, ki jo prepotuje voziček, s katerega je skočil:

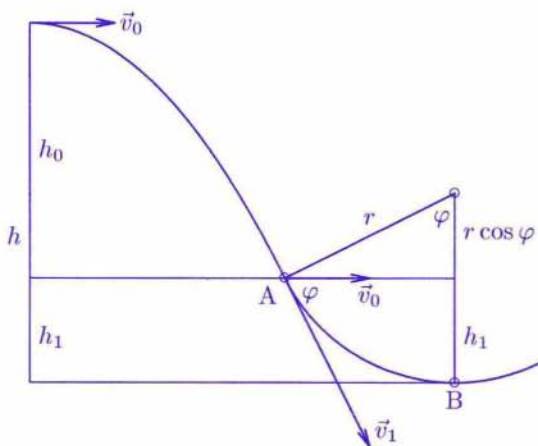
$$s = s_0 + s_1 = \frac{M + m}{M - m} l = 2 \text{ m}.$$

3. Podatki: $v_0 = 90 \text{ km/h}$, $v_1 = 900 \text{ km/h}$, $a = 3g$.

a) Krivulja, po kateri se giblje letalo, je prikazana na sliki. Pri letu po paraboli velja za komponenti hitrosti $v_x = v_0$ in $v_y = -gt$, za skupno hitrost pa $v^2 = v_0^2 + g^2 t^2$. Hitrost v_1 doseže po času

$$t = \frac{\sqrt{v_1^2 - v_0^2}}{g} = 25,4 \text{ s}.$$

Pri tem se spusti za višino $h_0 = \frac{1}{2}gt^2 = 3160 \text{ m}$.



b) Letalo kroži po krožnici z radijem $r = v_1^2/a$. Točka A, v kateri je prešel v krožno gibanje, središče krožnice in najnižja točka na krožnici B tvorijo kot, φ , ki je enak kotu, ki ga tvori hitrost letala z vodoravnico v točki A. Velja $\cos \varphi = v_x/v_1 = v_0/v_1$. Točka B je za $h_1 = r(1 - \cos \varphi)$ pod točko A. Najmanjša višina, s katere lahko začne letalo spust, je torej

$$h = h_0 + h_1 = \frac{1}{2}gt^2 + \frac{v_1^2}{3g} \left(1 - \frac{v_0}{v_1} \right) = 5070 \text{ m}.$$

Opomba: Ker je v točki A tir skoraj navpičen, ne zagrešimo velike napake, če predpostavimo kar $h_1 = r$. V tem primeru dobimo $h = 5280$ m.

4. Podatki: $v_0 = 5$ m/s, $\alpha = 45^\circ$, $S = 0,1$ cm², $h = 0,5$ m, $k = 0,4$, $\rho = 1000$ kg/m³.

Na žuželko deluje sila curka s komponentami $F_x = \Phi_m v_x$ in $F_y = \Phi_m v_y$. Masni tok določimo iz začetne hitrosti in preseka, $\Phi_m = \rho S v_0 = 0,050$ kg/s. (Hitrost curka se kasneje zmanjša, presek pa razširi, vendar ostane Φ_m nespremenjen.)

Hitrost v_x določimo iz enačbe za poševni met $v_x = v_0 \cos \alpha = 3,53$ m/s, hitrost na višini v_y pa tako, da najprej izračunamo celotno hitrost v na višini h iz izreka o kinetični in potencialni energiji: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgh$. Velja

$$v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh.$$

Ker je $v_x = v_0 \cos \alpha$, takoj sledi

$$v_y = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh} = 1,64 \text{ m/s}.$$

Pravokotna sila podlage žuželke je enaka teži, zmanjšani za navpično komponento sile curka, $F_n = F_g - F_y$. V vodoravni smeri je v mejnem primeru vodoravna sila curka ravno enaki največji sili lepenja, $F_x = kF_n$. Od tod dobimo

$$\begin{aligned} F_g = F_n + F_y &= \frac{F_x}{k} + F_y = \rho S v_0 \left(\frac{v_0 \cos \alpha}{k} + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh} \right) = \\ &= 0,52 \text{ N}. \end{aligned}$$

Skupina II

1. Podatki: $l = 40$ cm, $r = 5$ cm, $m = 1$ kg, $c_p = 1000$ J/kgK, $B = 7$ T. V superprevodni tuljavi teče tok I , ki ustvarja magnetno polje z gostoto $B = \mu_0 N I / l$. Energija tuljave je

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 N^2 S}{2l} \frac{l^2 B^2}{\mu_0^2 N^2} = \frac{S l B^2}{2\mu_0},$$

pri čemer je $S = \pi r^2$.

Ko se superprevodnost poruši, pade polje praktično na 0 in energija tuljave se pretvori v notranjo energijo žic, $mc_p\Delta T$. Dobimo

$$\Delta T = \frac{W}{mc_p} = \frac{\pi r^2 l B^2}{2\mu_0 mc_p} = 61 \text{ K}.$$

2. Podatki: $V = 10 \text{ l}$, $m_l = 10 \text{ g}$, $m_p = 10 \text{ g}$, $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_0 = 0^\circ\text{C}$, $M = 18 \text{ kg/kmol}$, $S = 400 \text{ cm}^2$, $p = 1 \text{ bar}$, $q_t = 336 \text{ kJ/kg}$, $q_i = 2260 \text{ kJ/kg}$, $c_p = 4,2 \text{ kJ/kgK}$.

Toplota, ki se porabi za taljenje ledu in segrevanja nastale vode do vrelišča, se sprosti pri utekočinjenju dela pare z maso m : $m_l q_t + m c_p (T_1 - T_0) = m q_i$. Od tod dobimo maso pare, ki se utekočini,

$$m = \frac{m_l (q_t + c_p (T_1 - T_0))}{q_i} = 3,35 \text{ g},$$

kar je manj od začetne mase pare m_p . Zato sta na koncu v posodi voda in para.

Zmanjšanje volumna pare izračunamo iz splošne plinske enačbe

$$\Delta V = \frac{m R T_1}{M p} = 5,76 \text{ l}$$

in premik bata kot $l = \Delta V / S = 14 \text{ cm}$.

3. Podatki: $B = 1 \text{ T}$, $r = 10 \text{ cm}$, $E = 100 \text{ V/m}$.

Začetno hitrost dobimo iz Newtonovega zakona za kroženje pod vplivom magnetne sile $F_m = ev_0 B$: $mv_0^2/r = ev_0 B$, od koder takoj sledi $v_0 = e r B / m$.

Ko vključimo električno polje, se začne delec gibati v smeri, pravokotni na ravnino kroženja. Delec se giblje po vijačnici, tako da se radij vijačnice ohranja in prav tako projekcija hitrosti v tej ravnini. Za hitrost v smeri električnega polja velja $v_1 = at = (eE/m)t$.

Za celotno hitrost v velja $v^2 = v_0^2 + v_1^2$, saj sta obe komponenti med seboj pravokotni. Kinetično energijo zapišemo kot $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} m v_1^2$.

Energija naraste na dvojno začetno vrednost ($W'_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_0^2$), ko se v_1 in v_0 po velikosti izenačita, torej

$$\frac{e r B}{m} = \frac{e E}{m} t \quad \text{ali} \quad t = \frac{r B}{E} = 1 \text{ ms}.$$

4. Podatki: $l = 20 \text{ cm}$, $2r = 0,1 \text{ mm}$, $U = 0,14 \text{ V}$, $\zeta = 1,75 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.

- a) Zaradi simetrije je napetost med A in C enaka napetosti med A in D, kar pomeni, da po stranici CD ne teče tok. Pri računanju tokov lahko stranico CD odmislimo. Upor ene žice označimo z R . Vezje torej sestavljajo vzporedno vezani uporniki z upor $R_{AB} = R$, $R_{ACB} = R_{AC} + R_{CB} = 2R$ in $R_{ADB} = R_{AD} + R_{DB} = 2R$ z nadomestnim uporom R_a :

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R} + 2 \frac{1}{2R} = \frac{2}{R}, \quad R = \frac{\zeta l}{\pi r^2} = 0,445 \Omega.$$

Tok skozi vezje je $I_a = U/R_a = 2U/R = 630 \text{ mA}$.

- b) Upora R_{AC} in R_{DB} označimo z R_1 , $R_1 = 2R$. Tokove v vezju označimo takole: $I_{AC} = I_1$, $I_{AD} = I_2$, $I_{DC} = I_2 - I_3$, $I_{DB} = I_3$, $I_{CB} = I_1 + I_2 - I_3$ in $I_{AB} = I_0 = U/R = \frac{1}{2}I_a$.

Napetost po sklenjeni poti ACBDA mora biti 0, torej $R_1 I_1 + R(I_1 + I_2 - I_3) - R_1 I_3 - R I_2 = 0$, od koder takoj sledi $I_1 = I_3$. Enakost bi lahko uganili iz simetrije problema. Tok med C in B je potem I_2 .

Iz sklenjene poti ACDA dobimo $R_1 I_1 - R(I_2 - I_1) - R I_2 = 0$ in od tod $(R + R_1)I_1 = 2R I_2$. Zapišimo še padec napetosti na poti ACB: $R_1 I_1 + R I_2 = U$. Iz obeh zvez takoj sledi

$$I_1 = \frac{2U}{3R_1 + R} = \frac{2U}{7R} = \frac{I_a}{7}, \quad I_2 = \frac{R + R_1}{R(3R_1 + R)} U = \frac{3U}{7R} = \frac{3I_a}{14}.$$

Skupni tok je torej $I_b = I_0 + I_1 + I_2 = \frac{6}{7} I_a = 540 \text{ mA}$.

Skupina III

1. Podatki: $\nu_1 = 0,9\nu_0$, $c = 340 \text{ m/s}$.

Frekvenca, ki jo oddaja oddajnik, se zmanjšuje s hitrostjo kot $\nu = \nu_0/(1 + v/c)$. Od tod izračunamo hitrost padanja v trenutku, ko je razmerje frekvenc 0,9: $v = (1/0,9 - 1)c = 0,111 c$. Čas padanja je $t_1 = v/g$ in globina $h = \frac{1}{2}gt_1^2$.

Skupen čas je vsota časa potovanja oddajnika in potovanja zvoka do sprejemnika:

$$t = t_1 + \frac{h}{c} = 4,07 \text{ s}.$$

2. Podatki: $h = 35$ m, $\Delta l = 80$ m, $k = 0,1$, $\alpha = 11^\circ$, $\beta = 37^\circ$.

- a) Oglejmo si prispevek k delu sile trenja na kratkem odseku zaletišča z dolžino Δs , ki je nagnjen pod kotom φ proti vodoravnici, $\Delta A = F_{\text{tr}} \Delta s = kmg \cos \varphi \Delta s$. Izraz $\Delta s \cos \varphi$ je ravno projekcija dela poti Δs na vodoravno os, $\Delta s \cos \varphi = \Delta x$. Delo je torej neodvisno od naklona zaletišča; odvisno je le od projekcije poti na vodoravnico. Ko skakalec prevozi doskočišče, projekcija njegove poti na vodoravnico opiše razdaljo Δl in celotno delo je enako podanemu izrazu.

Hitrost na odskočni mizi izračunamo iz izreka o kinetični in potencialni energiji:

$$\Delta W_{\text{kin}} + \Delta W_{\text{pot}} = A_{\text{tr}}.$$

V našem primeru je $\Delta W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv_0^2$, $\Delta W_{\text{pot}} = -mgh$ in $A_{\text{tr}} = -kmg\Delta l$ in

$$v_0 = \sqrt{2g(h - k\Delta l)} = 23,0 \text{ m/s}.$$

- b) Skok opišemo kot poševni met z začetno hitrostjo v_0 pod kotom α navzdol. Če koordinato y usmerimo navzdol, velja $x = v_0 \cos \alpha t$ in $y = v_0 \sin \alpha t + \frac{1}{2}gt^2$. Koordinati točke, kjer doskoči, označimo z x_1 in y_1 ; velja $y_1 = x_1 \tan \beta$. Čas leta označimo s t_1 . Dobimo sistem enačb

$$v_0 \cos \alpha t_1 = x_1,$$

$$v_0 \sin \alpha t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 = x_1 \tan \beta.$$

Iz prve enačbe izrazimo t_1 in vstavimo v drugo enačbo. Poleg rešitve $x_1 = 0$ (začetna točka) dobimo rešitev, ki ustreza doskoku,

$$x_1 = \frac{2(\tan \beta - \tan \alpha)v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = 58 \text{ m} \quad \text{in} \quad s = \frac{x_1}{\cos \beta} = 73 \text{ m}.$$

Z s smo označili iskano dolžino skoka.

3. Podatki: $\alpha = 45^\circ$.

Žarek pade na levo ploskev pod kotom α in se lomi pod kotom β , $\sin \alpha = n \sin \beta$. Na drugo ploskev pade pod kotom $90^\circ - \beta$. V mejnem primeru pride do totalnega odboja, pri katerem velja $\sin(90^\circ - \beta) = 1/n$.

Od tod sledi $\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 1/n$ ali $\sin \beta = \sqrt{1 - 1/n^2}$. Izraz vstavimo v enačbo za lom na levi ploskvi in dobimo

$$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = n \quad \text{ali} \quad n = \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} = 1,22.$$

4. Podatki: $U = 10 \text{ kV}$, $m = 10 \text{ g}$, $d = 10 \text{ cm}$, $h = 1 \text{ cm}$, $e = 10^{-6} \text{ As}$, $v_0 = 2 \text{ m/s}$, $\varepsilon = 11$.

Pri gibanju vozička se ohranja vsota kinetične, gravitacijske potencialne in električne potencialne energije.

Spremembo kinetične energije zapišemo kot $\Delta W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, spremembo gravitacijske potencialne kot $\Delta W_g = mg((\frac{1}{2}d + h) - h) = \frac{1}{2}mgd$ in spremembo električne potencialne kot $\Delta W_{\text{el}} = e(U_1 - U_0)$, pri čemer je U_0 napetost v začetni legi in U_1 napetost v končni legi (vse napetosti so merjene glede na ozemljeno ploščo).

V levi strani kondenzatorja je električna poljska jakost $E_0 = U/d$ in napetost v začetni točki $U_0 = hE_0 = hU/d = 1 \text{ kV}$.

Na desni strani kondenzatorja je električna poljska jakost v dielektriku (E_2) različna od tiste v praznem prostoru (E_1); $E_2 = E_1/\varepsilon$. Vrednost E_1 izračunamo iz zveze za napetost kondenzatorja

$$U = \frac{1}{2}dE_1 + \frac{1}{2}dE_2 = \frac{1}{2}dE_1 + \frac{1}{2}d \frac{E_1}{\varepsilon}, \quad E_1 = \frac{2\varepsilon U}{d(\varepsilon + 1)}, \quad E_2 = \frac{2U}{d(\varepsilon + 1)}.$$

Napetost U_1 zapišemo kot

$$U_1 = \frac{1}{2}dE_2 + hE_1 = \frac{d + 2\varepsilon h}{(\varepsilon + 1)d} U = 2,67 \text{ kV}.$$

Končno dobimo

$$v = \sqrt{v_0^2 - gd - (2e/m)(U_1 - U_0)} = 1,64 \text{ m/s}.$$

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovorni urednici na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Uredništvo revije PRESEK, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **Presek@dmfa.si**. Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem urednica prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{\TeX}$ oziroma $\text{\LaTeX}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

31. letnik, šolsko leto 2003/04, številka 3, strani 137–200

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan (računalništvo), Maja Klavžar (odgovorna urednica), Damjan Kobal, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Primož Potočnik (novice), Marijan Prosen (astronomija), Marko Razpet, Marija Vencelj, Matjaž Vencelj.

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, 1001 Ljubljana, p.p.2964, tel. (01) 4766-553, (01) 4232-460, telefaks (01) 2517-281. Naročnina za šolsko leto 2003/2004 je za posamezne naročnike **3.600 SIT** (posamezno naročilo velja do preklica), za skupinska naročila učencev šol **3.000 SIT**, posamezna številka **900 SIT**, tematska številka **1.650 SIT**, stara številka **650 SIT**, letna naročnina za tujino **25 EUR**.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, Ljubljana, SWIFT: SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

Sponzor:



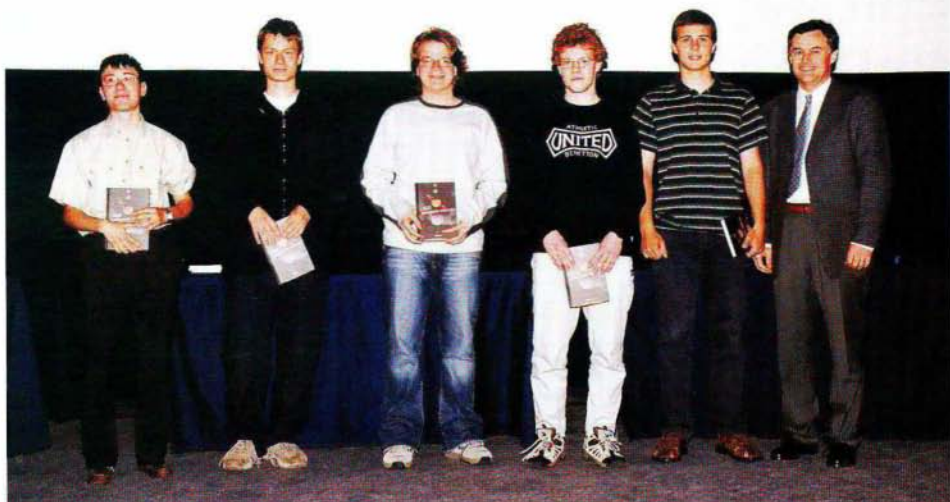
List sofinancira Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport

Založilo DMFA – založništvo

Tisk: DELO Tiskarna, Ljubljana

© 2003 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1559

Poštšina plačana pri pošti 1102 Ljubljana



Izbrana slovenska olimpijska ekipa za 34. mednarodno fizikalno olimpiado. Od leve proti desni: Marko Kotar, Anton Potočnik, Klemen Žiberna, Gašper Žerovnik, Rok Prislan in Ciril Dominko (vodja).



NOVO IZ PANDA SOFTWARE

GENERALNI ZASTOPNIK ZA SLOVENIJO:

Ribera d.o.o., Stari trg 5a, 8210 Trebnje

Tel.: 07/34-61-020; www.ribera.si; ribera@ribera.si

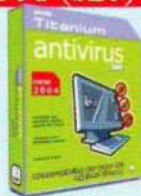


Titanium Antivirus 2004 (SLO)

Platinum 7.0 + firewall

Platinum Internet Security

Tehnična pomoč v slovenščini
24 ur in 365 dni.



VRHUNSKA PROTIVIRUSNA ZAŠČITA