

p r e 3
s e k III
1975-76



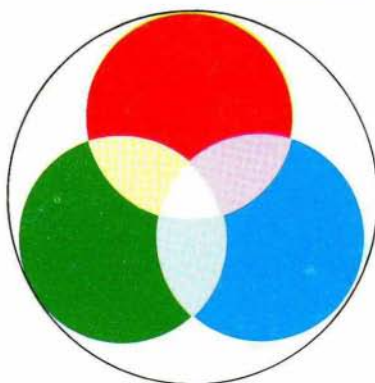
LIST ZA MLADE

 **MATEMATIKE**

   **FIZIKE**

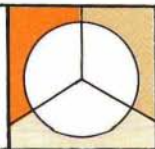
 **ASTRONOME**

IZDAJA DMFA SRS



VSEBINA

UVODNIK	97	(Ciril Velkovrh)
MATEMATIKA	98	Dvojiški številski sistem (Tomislav Skubic)
	103	Števila skozi tisočletja (Borut Jurčič - Zlobec)
FIZIKA	114	O zgradbi snovi, II.del (Janez Strnad)
	122	Piezoelektrični vžigalnik za plin (Franc Čvelbar)
KROŽKI	127	Poročilo o delu matematičnega krožka na slovenski gimnaziji v Kopru v šolskem letu 1974/75 (Nada Širca)
		Poročilo o delovanju matematičnega krožka na gimnaziji v Šentvidu v šolskem letu 1974/75 (Dušan Repovš)
KRIŽANKA	128	Slikovna križanka (Pavel Gregorc)
PISMA BRALCEV	130	(Branko Zemljak in Matilda Lenarčič)
ASTRONOMIJA	132	Astronom iz Samarkanda (Marijan Prosen)
MATEMATIKA	135	Največja števila z enakimi ciframi (Zvonimir Bohte)
MAT.RAZVEDRILLO	138	Poljubno število s tremi dvojkami (Zvonimir Bohte)
RAZGLEDNICE	141	Slike velikih matematikov, fizikov in astronomov (Peter Petek in Ciril Velkovrh)
NALOGE -	145	V.republiško tekmovanje iz matematike za zlato Vegovo priznanje v letu 1975 (Pavel Zajc)
TEKMOVANJA	146	- Naloge z rešitvami (Darko Hanžel)
	148	Šesto zvezno tekmovanje iz matematike za učence osnovnih šol, 8.junija 1975 v Banji Koviljači (Bogomila Kolenko)
	150	Kolendar tekmovanj v letu 1976 (Pavel Zajc in Jože Malešič)
	151	XVI.zvezno tekmovanje mladih matematikov srednješolcev (Mirko Dobovišek)
	154	O XVII.mednarodni matematični olimpiadi (Franc Forstnerič)
ZANIMIVOSTI	157	Zgodba o prametu (Tomaž Skulj)
PREMISLI IN REŠI	159	(Jože Dover in Franci Oblak)
NALOGE -	113	Pitagorov izrek - rešitev 156 (Danijel Bezek)
VPRAŠANJA	121	Golob - rešitev 134 (Danijel Bezek)
REŠITVE	131	Kocka (KOD)
	138	Hitro in enostavno - rešitev 153 (Bojan Kurinčič)
	139	Razne naloge - rešitve 140 (Jože Kotnik in Pavel Gregorc)
	140	Vprašanja (Franci Oblak)
	158	Nariši z eno potezo - rešitev (Mojca Velkovrh)
NA OVITKU:	I	Število 15 kot so ga pisali Babilonci (Borut Jurčič)
BISTROVIDEC	III	Labirint - rešitev (Zoran More in Peter Petek)
	IV	Vžigalice (Egon Zakrajšek)
KRIŽANKA	IV	"Praštevila in kvadrati" - rešitev (Dušan Repovš)



Uredništvo in uprava Preseka se le s težavo odločata ob vsakokratnem natisu prve številke Preseka za njegovo naklado. Vedno tvegamo. Ali naj bo naklada večja ali manjša, kakšno bo zanimanje za naš list? Na začetku tega šolskega leta smo se odločili za manjšo naklado. V prvem šolskem letu se našemu vabilu za naročilo lista za mlade matematike, fizike in astronome ni odzvalo skoraj petdeset šol. V drugem šolskem letu še nadaljnjih petdeset. Naročnikov je bilo nekaj manj kot 14.000. Prvo številko smo navadno tiskali v nakladi 15.000 izvodov, da smo jih imeli nekaj več za reklamo in da nam jih ni zmanjkalo. Nadaljne izvode pa smo tiskali v nakladi 14.500. Pesimizem v začetku tretjega letnika pa ni bil opravičljiv. Vsem šolam smo poslali toliko izvodov, kolikor so jih naročile v prejšnjem šolskem letu. Po en izvod pa smo poslali tudi tistim šolam, ki v prejšnjih letih Preseka niso naročile. Izid nas je presenetil. Res je, da se je nekaj sto izvodov lista "izgubilo", toda če smo hoteli ustreči vsem, smo morali še 2000 izvodov prve številke ponatisniti. Čeprav so jo zadnji naročniki dobili malo pozno zaradi prezasedenosti tiskarne, pa je uspeh vsekakor zadovoljiv. V veliko veselje izdajatelju naj povemo še to, da vse šole izredno točno poravnavaajo svoje obveznosti. Do 1.12.1975 le dve šoli po nekaj nad 10 izvodov Preseka še nista plačali iz šolskega leta 1974/75, kar je pri tako veliki nakladi zanemarljivo malo. Zato, hvala vam za sodelovanje pri širjenju lista, hvala za pravočasna nakazila in prosimo vas, da se ne jezite na obvestila in terjatve, ki vam jih pošilja tovariš Vinko Pavlič, ki bedi nad kartoteko Presekoviš naročnikov.

Ciril Velkourh



DVOJIŠKI ŠTEVILSKI SISTEM

1. Uvod

Števila, s katerimi vsak dan računamo, pišemo v *desetiškem sistemu*, ki ima za osnovo število deset. Ker pomeni "deka" v grščini deset, pravimo temu sistemu tudi *dekadni sistem*.

Za zapisovanje števil v desetiškem sistemu razpolagamo z desetimi številkami

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \quad (1)$$

Tako zapišemo na primer število tristosedemindvajset v obliki 327. S tem je mišljena naslednja vsota

$$3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Če zapišemo število v taki obliki, pravimo, da smo ga razčlenili po potencah števila deset. Koeficienti v desetiški razčlenitvi so vzeti izmed števil (1). Zapis 327 pomeni torej zaporedje koeficientov v ustrezni desetiški razčlenitvi.

Splošno velja za naravno število N naslednja desetiška razčlenitev:

$$N = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0$$

kjer pomeni a_k katerikoli izmed števil (1). Če zapišemo število N kot zaporedje koeficientov v desetiški razčlenitvi, se glasi

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$$

Po potencah števila deset lahko razčlenimo tudi ulomke. Tako pomeni na primer zapis 744,819 naslednjo vsoto

$$7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$$

Nekateri ulomki se dajo razčleniti po potencah števila deset takole:

$$\alpha_n 10^n + \alpha_{n-1} 10^{n-1} + \dots + \alpha_0 + \alpha_{-1} 10^{-1} + \dots + \alpha_{-m} 10^{-m}$$

Če zapišemo le zaporedje koeficientov, se desetiški ulomek glasi:

$$\alpha_n \alpha_{n-1} \dots \alpha_0, \alpha_{-1} \dots \alpha_{-m}$$

Prednost arabskega številskega sistema je v tem, da ima lahko ista številka večjo ali manjšo vrednost. Ta je odvisna od tega, na katerem mestu v številu je številka zapisana. Pravimo, da ima številka tudi *mestno vrednost*. S številko 2 lahko zapišemo na primer naslednja števila

$$2,0 \qquad 200 \qquad 0,00002$$

V vsakem ima številka 2 drugačno mestno vrednost.

Mestna vrednost številke je pri zapisovanju števil bistvena. Zapis 732 vsebuje iste številke kot zapis 327, pomeni pa drugo naravno število, ker imajo posamezne številke drugačne mestne vrednosti.

Rimski številski sistem ne pozna mestne vrednosti številke. Zato tudi ne pozna ničle in ulomkov. Za nas je mestna vrednost številke nekaj domačega, ker imamo vsak dan opravka s števili desetiškega sistema.

Umestno je vprašati, zakaj se je tako udomačil prav sistem z osnovo deset. Saj bi bile dobre na primer tudi osnove dve, šest ali dvajset. Po vsej verjetnosti zato, ker imamo na rokah deset prstov.

Osnova številskega sistema je lahko vsako naravno število, razen naravnega števila ena. Številski sistem mora imeti toliko različnih števil, kolikršna je njegova osnova. Če je osnova manjša od deset, nismo v zadregi za številke, s katerimi zapisujemo števila. Če pa je osnova večja od deset, si moramo za številke od devet dalje izmisliti nove simbole.

2. Številski sistem z osnovo B

Oglejmo si številski sistem z osnovo B ! Ker je osnova lahko poljubno naravno število, ki ni enako 1, mora biti $B \geq 2$.

Naravno število B razčlenimo po potencah osnove B takole:

$$N = \beta_n B^n + \beta_{n-1} B^{n-1} + \dots + \beta_1 B^1 + \beta_0 B^0 \quad (2)$$

Koeficienti β_k so 0 in vsa naravna števila, ki so manjša od B . Zato je

$$0 \leq \beta_k < B$$

Število N naj bo podano v obliki (2)! Vprašajmo se, kako izračunamo koeficiente β_k ! Če delimo število N z osnovo B , dobimo

$$\frac{N}{B} = \beta_n B^{n-1} + \beta_{n-1} B^{n-2} + \dots + \beta_1 + \frac{\beta_0}{B} \quad (3)$$

Kvociient je

$$N_1 = \beta_n B^{n-1} + \beta_{n-1} B^{n-2} + \dots + \beta_1$$

ostanek pa β_0 . Če pomnožimo enačbo (3) z B , dobimo

$$N = N_1 B + \beta_0$$

Pri delitvi števila N_1 z osnovo B je kvociient N_2 in ostanek β_1 .

Pri tem je

$$N_1 = \beta_n B^{n-2} + \beta_{n-1} B^{n-3} + \dots + \beta_2$$

in N_1 se glasi

$$N_1 = N_2 B + \beta_1$$

Pri delitvi števila N_2 z osnovo B dobimo kvociient N_3 in ostanek β_2 . Zato je

$$N_2 = N_3 B + \beta_2$$

Splošno velja

$$N_k = N_{k+1} B + \beta_k$$

Koeficient β_k je tedaj ostanek pri delitvi števila N_k z osnovo B . Če je število N podano v obliki

$$N = \beta_n \beta_{n-1} \dots \beta_1 \beta_0$$

je torej na desni strani zapisano zaporedje ostankov, ki jih dobimo pri delitvi števil $N, N_1, N_2, \dots, N_n$ z osnovo B . Ostanki so zapisani po vrsti od desne proti levi.

Ulomek v sistemu z osnovo B razčlenimo po potencah osnove B takole:

$$\beta_n B^n + \beta_{n-1} B^{n-1} + \dots + \beta_1 B + \beta_0 + \beta_{-1} B^{-1} + \dots + \beta_{-m} B^{-m}$$

Če zapišemo samo zaporedje koeficientov, se ulomek glasi:

$$\beta_n \beta_{n-1} \dots \beta_1 \beta_0, \beta_{-1} \beta_{-2} \dots \beta_{-m}$$

Oglejmo si, kako dobimo koeficiente β_{-k} ulomljenega dela

$$N^{(1)} = \beta_{-1} B^{-1} + \beta_{-2} B^{-2} + \dots + \beta_{-m} B^{-m}$$

Pomnožimo ulomljeni del $N^{(1)}$ z osnovo B :

$$BN^{(1)} = \beta_{-1} + \beta_{-2} B^{-1} + \dots + \beta_{-m} B^{-m+1}$$

Koeficient β_{-1} je celi del produkta $BN^{(1)}$, ulomljeni del pa je

$$N^{(2)} = \beta_{-2} B^{-1} + \dots + \beta_{-m} B^{-m+1}$$

Če pomnožimo $N^{(2)}$ z osnovo B

$$BN^{(2)} = \beta_{-2} + \beta_{-3} B^{-1} + \dots + \beta_{-m} B^{-m+2}$$

vidimo, da je β_{-2} celi del produkta $BN^{(2)}$. Splošno je β_{-k} celi del produkta $BN^{(k)}$.

Zapišimo ulomljeni del ulomka v obliki

$$0, \beta_{-1} \beta_{-2} \dots \beta_{-m}$$

Koeficienti $\beta_{-1}, \beta_{-2}, \dots, \beta_{-m}$ so celi deli produktov $BN^{(1)}, BN^{(2)}, \dots, BN^{(m)}$.

3. Dvojiški ali binarni številski sistem

Osnova dvojiškega sistema je število dve. Po latinski besedi "bini", ki pomeni dva, po dva, dvoje, se sistem imenuje tudi *binarni*. Za zapisovanje števil v tem sistemu razpolagamo le z dvema številkama

$$0 \quad \text{in} \quad 1$$

Pravimo jima *bita* (0 je bit in 1 je bit). Beseda "bit" je kratica za angleški besedi "binary digit" ali "binary unit", ki pomenita številko v dvojiškem sistemu.

Dvojiška razčlenitev naravnega števila N se glasi

$$N = \beta_n 2^n + \beta_{n-1} 2^{n-1} + \dots + \beta_1 2 + \beta_0$$

Koeficienti β_k so biti. To pomeni, da so lahko le 0 ali 1. Če zapišemo samo zaporedje koeficientov v dvojiški razčlenitvi, se število N glasi

$$N = \beta_n \beta_{n-1} \dots \beta_1 \beta_0$$

Za zgled vzemimo zapis 1101101, ki pomeni naslednjo vsoto

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

To je število stodevet, saj je

$$64 + 32 + 8 + 4 + 1 = 109$$

Oglejmo si še zgled za dvojiški ulomek! Zapis 101,1101 (vejici pravimo dvojiška vejica) pomeni vsoto

$$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$$

Ker sta 0 in 1 številki v dvojiškem in v desetiškem sistemu, lahko pride pri zapisovanju števil do nesporazuma. Saj pomeni na primer simbol 11 v dvojiškem sistemu število tri, v desetiškem pa število enajst. Zato bomo števila zapisovali v oklepaju in jih opremili z indeksom, ki pove osnovo sistema. Indekse bomo pisali vedno v desetiškem sistemu. Število stodevet bomo zapisali v dvojiškem sistemu $(1101101)_2$, v desetiškem pa $(109)_{10}$. Ker je to isto število, smemo zapisati

$$(1101101)_2 = (109)_{10}$$

Zapišimo še število enajst v obeh sistemih:

$$(1011)_2 = (11)_{10}$$

Nesporazumu, ki bi utegnil nastati pri zapisovanju števil v desetiškem in v dvojiškem sistemu, se lahko izognemo tudi tako, da pišemo številko 1 v dvojiškem sistemu s simbolom L. Število stodevet se potem glasi LLOLLOL, ulomek $(101,1101)_2$ pa LOL,LLOL.

Kadar bomo izrecno povedali, kateri številski sistem imamo v mislih, bomo indekse opuščali.

Sedaj pa štejmo v dvojiškem sistemu od ena do deset in si oglejmo pomen posameznih zapisov!

1	$1 = 1 \cdot 2^0$
10	$10 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
11	$11 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
100	$100 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
101	$101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
110	$110 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
111	$111 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
1000	$1000 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
1001	$1001 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
1010	$1010 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

ŠTEVILA SKOZI TISOČLETJA

1. O tem, kako je človek štel, preden je začel števila zapisovati, vemo zelo malo. Pomagamo si s preučevanjem štetja pri primitivnih plemenih, ki so še danes na razvojni stopnji kamene dobe.

Sklepamo, da je bilo število v začetku vezano na predmet. Na primer: dve skodeli in dve drevesi: v prvem primeru je človek uporabil drugo besedo za število dve kot v drugem. Ni bil še sposoben abstrahirati in ni uvidel, da imata množici: dve drevesi in dve skodeli to skupno lastnost, da imata enako število elementov. Na tej stopnji še ni poznal pojma števila. Spoznal ga je šele takrat, ko je neko število enako poimenoval, ne glede na to, katere predmete je štel. Verjetno je v začetku vsakemu številu dal svoje ime brez kakšnega sistema. Ko pa je prišel do večjih števil, za katere še ni imel imena, si je v začetku pomagal s primerjanjem. Na primer: imam toliko skodel, kolikor je teh zrn, ki jih imam v roki. Tu je človek intuitivno uporabljal pojem moči množic. Druga, primerjalna množica je bila vedno kakšna, ki je bila pregledna, na primer zrna, paličice in najpogosteje kar prsti na rokah. Človek je ugotovil, da primerjalno množico lahko nariše. To je prvi zapis števil. Število štiri na primer je ponazoril takole: ////, šest: ////// itd.

2. Toda ta zapis je neroden, posebno za večja števila. Človek ga je močno skrajšal, ko je za neko večje število uporabil poseben znak. Tu pridemo do številskega sistema. Števi-

lo z novim znakom imenujemo baza. Ker so bili primerjalna množica največkrat kar prsti na rokah, je naravno, da si je nov znak izmislil za število 10. In res, najpogostejša baza v zgodovini je bila 10.

Prve zapise števil najdemo v Egiptu 3400 let p.n.š., nato v Mezopotamiji pri Sumerjih 3000 let p.n.š. in na Kreti 1200 let p.n.š. Ti trije sistemi so imeli bazo 10. Poglejmo, kako so pisali:

Egipt: 1 | , 10 $\wedge$; Sumer: 1 $\vee$, 10 $\langle$; Kreta: 1 | , 10 —.
Vsa druga števila so pisali s ponavljanjem teh znakov. Na primer: z egiptovskimi znaki bi napisali števila 32, 50 in 41 takole:

$\wedge\wedge\wedge||$, $\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$ in $\wedge\wedge\wedge\wedge|$

S spreminjanjem življenja, z razvojem se je človek vedno pogosteje srečeval z velikimi števili. Za zapis teh je iskal nove poti. Oglejmo si posamezne rešitve.

Najprej tu povejmo, da desetiški sistem ni odlikovan, ampak je za številski sistem katerakoli druga baza ravno tako dobra. In v zgodovini je človek uporabljal najrazličnejše številske sisteme. Nekatera plemena v Avstraliji in Južni Ameriki na Ognjeni zemlji uporabljajo dvojiški sistem. Takole štejejo: ena, dve, dve in ena, dve dve, dve dve in ena... Babilonci so uporabljali šestdesetiški sistem, Indijanci Maja pa dvajsetiškega. Pri nas (Slovencih) je najti tudi ostanke drugih sistemov. Na primer: število dvanajst je odlikovano in ga imenujemo ducat, kadar štejemo predmete. Francozi delno uporabljajo keltski dvajsetiški sistem: osemdeset pravijo quatre-vingt, to je štiri krat dvajset. Tudi enote za merjenje časa so prirejene šestdesetiškemu številskemu sistemu.

3. Storimo sedaj obljubljeno: opišimo posamezne sisteme zapisovanja števil. Vsakega bomo najprej razložili, potem pa navedli, kdo in kako ga je uporabljal.

a) Preprost sistem grupiranja

Vzemimo, da ima bazo B. Posebne znake potrebujemo za števila 1, B, B², B³, ..., B^k, vsa vmesna števila pa zapišemo s ponovitvami. Poglejmo primer: baza naj bo 10; za število 1 uporabimo znak /, za 10), za 10²=100 znak &, za 10³=1000 pa znak !. S temi znaki lahko zapišemo števila do 9999, za večja pa si moramo izmisliti nove znake. Število 3872 bi v tem sistemu napisali takole: !!! &&&&))) // . Zapisa !! & /// in &&&) pa predstavljata števili 2107 in 310. Sistem je zelo neroden za pisanje, toda prikladen za seštevanje in odštevanje. Poglejmo primer seštevanja: !!! &&&& /// + &&&&)) /// = = !!! &&&&&&&& &&)) /// = !!! &&)) ///. Najprej vse znake združimo, potem pa jih, če je katerih več kot deset, nadomestimo z naslednjim znakom.

Egipčani (okoli 2000 p.n.š.)

Njihov sistem je imel bazo 10, znake pa naslednje:

1 | , 10 ∩ , 100 C , 1000 ⌘ , 10⁴ ∟ , 10⁵ ⌚ , 10⁶ ⌚...

Sumeri (okoli 2000 p.n.š.)

Ti so uporabljali sistem z bazo 10, znake pa take:

1 ∇ , 10 ∟ , 60 ∇ , 600 ∟ , 3600 ∟ , 10.3600 ∟ , 60.3600 ∟ ... Njihov sistem ni čist. Ker je bila baza 60 prevelika, so si morali za neko število med 1 in 60, 60 in 3600 itd. umisliti nov znak, če so hoteli skrajšati zapis. To je v bistvu mešanica desetiškega in šestdesetiškega sistema. Oblika teh znakov se zdi v začetku morda malo nenavadna. Taki so zato, ker so jih pisali s klinom v glinaste ploščice. Število 1406 so zapisali takole: ∟ ∟ ∟ ∟ ∟ , ker je 1406=2.600+3.60+2.10+6.1. Zapis ∟ ∟ ∟ ∟ ∟ pa predstavlja število 2.3600+7.60+5.10=7670.

Da so zapis skrajšali, so uporabili tudi odštevanje; označili

so ga z znakom . Na primer: število 47 so pisali ,
to je 50-3, ne pa , to je 40+7, ker je v drugem pri-
meru zapis daljši. Za 36 pa rabimo ravno toliko znakov, če ga
hočemo zapisati kot 40-4  ali 30+6 . V tem
primeru so pisali 30+6. Število 7670 se krajše zapiše:

△ △ △ △ △

Grki (400 p.n.š.)

Grki so v začetku uporabljali ta sistem, pozneje pa so ga zamenjali s priročnejšim, kot bomo videli. Baza njihovega sistema je bila 10. Uporabljali so naslednje znake: 1 |, 5 $\sqcap$, 10 Δ , 50 $\sqsupset$, 100 H, 500 Γ , 1000 X, 5000 Γ^* , 10000 M ... Ta sistem je, podobno kot pri Sumercih, mešanica v tem primeru sistema z bazo 5 in bazo 10. Z vmesnimi znaki za števila 5, 50, 500 so si skrajšali zapis. Število 1673 so pisali takole: $X\Gamma H\sqsupset\Delta\Delta III$. Zapisi MMM Γ^* X Γ HH $\sqsupset$, III in $\sqcap III$ pa predstavljajo števila: 36750, 4 in 9.

Rimljani (300 p.n.š.)

Njihov sistem zapisa števil in znaki so poznani vsakomur, zato jih tu ne bi razlagali. Rimski sistem je v bistvu tak kot grški, samo da so si zapis skrajšali z odštevanjem: 4 so pisali IV. to je 5-1. in ne kot Grki: IIII.

b) Sistem grupiranja z množenjem

Vzemimo, da ima sistem bazo B. Posebne znake potrebujemo za števila: 1, 2, 3, ..., B, B², B³, ..., B^k. Baza B naj bo 10, znake pa pišimo takole: števila od 1 do 9 označimo kar z našimi znaki, 10 naj bo), 100 &, 1000 !. Število 1073 bi napisali takole: !7)3, 3500 pa: 3!5&. Zapis 2!)3 pa predstavlja število 2013.

Kitajci (1500 p.n.š.)

Uporabljali so takšen sistem z bazo 10. Znake so imeli

takšne: 1 -, 2 二, 3 三, 4 四, 5 五, 6 六, 7 七, 8 八, 9 九, 10 十, 100 百, 1000 千... Primer: število 2501 zapišemo s temi znaki takole: 二千五百一. Vidimo, da je ta sistem zelo blizu mestnemu zapisu števil.

c) Cifrski sistem

V tem sistemu se števila zapišejo zelo kratko, toda že za zapis majhnih števil potrebujemo veliko različnih znakov. Če vzamemo bazo B, potrebujemo različne znake za števila: od 1 do B-1, potem za B, 2B, 3B, ..., (B-1)B, nato še za B^2 , $2B^2$, ..., $(B-1)B^2$ in B^3 , $2B^3$, ..., $(B-1)B^3$ itd. To množico znakov so črpali iz abecede.

Egiptovski hieratični zapis (okoli 1600 p.n.š.)

Baza je bila 10, znaki pa naslednji:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
enice	1	4	14	44	4	4	2	3	1/2
desetice	^	^	^	^	^	^	^	^	^
stotice	7	7	7	7	7	7	3	7	777

V tem sistemu pišemo števila 150, 403 in 274 takole: 𐤌𐤕, 𐤕𐤓𐤕 in 𐤕𐤓𐤕. Zapisi: 𐤕𐤓, 𐤕 𐤕 in 𐤕𐤓𐤕 𐤕 pa predstavljajo števila 170, 19 in 987.

Ionski grški zapis (200 p.n.š.)

Baza je bila 10, znaki pa naslednji:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
enice	α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ	ι
desetice	λ	κ	λ	μ	ν	ξ	$\omicron$	π	ς
stotice	ϵ	ς	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω	$\gg$

Med temi so trije, ki jih moderna grška abeceda ne pozna več. To so: znak za 6 = ζ = Vau, za 90 = Ϟ = Koppa in za 900 = Ϡ = Sampi. Za tisočice, desetisočice in stotisočice so uporabljali enake znake kot za enice, stotice in tisočice, dodali so jim samo čr-tico. Primer: števila 55785, 101700, 807001 in 116000 so pisa-li takole: $\epsilon\epsilon^{\prime}\psi\psi\eta$, $\epsilon^{\prime}\alpha^{\prime}\psi$, $\omega^{\prime}\zeta^{\prime}\alpha$ in $\epsilon^{\prime}\iota^{\prime}\varsigma^{\prime}$.

Staroslovanski zapis (okoli 1000 n.š.)

Ta je enak ionskemu grškemu, samo da so znaki vzeti iz naših abeced, glagolice in cirilice. Pogledjmo, kakšni so bili glagolski znaki:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
enice	Ⲁ	Ⲃ	Ⲅ	Ⲇ	Ⲉ	Ⲋ	Ⲍ	Ⲏ	Ⲑ
desetice	Ⲓ	Ⲕ	Ⲗ	Ⲙ	Ⲛ	Ⲝ	Ⲟ	Ⲡ	Ⲣ
stotice	Ⲥ	Ⲧ	Ⲩ	Ⲫ	Ⲭ	Ⲯ	Ⲱ	Ⲳ	Ⲵ

Cifrski sistem so uporabljali še Hindujci, Hebrejci, Kopti, Brahmani, Sirijci in zgodnji Arabci.

d) Mestni številski sistem

Ta sistem potrebuje najmanj različnih znakov in je tudi najbolj pregleden. Če ima bazo B, potem potrebujemo B različnih znakov za zapis poljubno velikega števila. Različne znake potrebujemo za števila od 1 do B-1, potrebujemo pa tudi ničlo. Tega sistema niso uporabljali že prej morda ravno zaradi ničle. Kako v tem sistemu z bazo B zapišemo število N? Najprej ga razčlenimo na vsoto: $N = a_n B^n + a_{n-1} B^{n-1} + \dots + a_1 B + a_0$, kjer so $a_n, \dots, a_0$ števila med 0 in B-1. Število N je natanko določeno z zaporedjem $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$. Pišemo ga $a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$.

Babilonci (1500 p.n.š.)

Mestni zapis števil so prvi uporabljali Babilonci, vendar ne dosledno. Baza njihovega sistema je bila 60, kot pri Sumer-
cih. Potrebovali so torej 59 različnih znakov za števila med 1 in 59 ter znak za manjkajoče mesto. Za zapis teh števil od 1 do 59 so uporabljali preprost sistem grupiranja z bazo 10. Potrebovali so torej v bistvu samo dva različna znaka, in to za števili 1 in 10. Ta znaka sta bila enaka sumerskima. Ravno tako kot Sumerci so tudi Babilonci skrajšali zapis števil z odštevanjem; tudi znak za odštevanje je bil enak sumerskemu. Število $256058 = 60^3 + 11 \cdot 60^2 + 7 \cdot 60 + 48$ zapišemo v tem sistemu tako:

1     ; . Kateri števili sta:     in    ? Prvo je: $37 \cdot 60^3 + 21 \cdot 60^2 + 5 \cdot 60 + 6 = 8067906$, drugo pa: $7 \cdot 60^2 + 18 \cdot 60 + 3 = 26283$.

Niso poznali matematičnega pomena količine nič. Za manjka-
joče mesto v številu so imeli poseben znak:  . Nikoli ga niso
uporabili samostojno in nikoli ga niso pisali na koncu. Števi-
li 60 in 1 so torej pisali z enakim znakom, samo da so v dru-
gem primeru pisali malo večjega, podobno kot Sumerci. Na pri-
mer: števili $2 \cdot 60^2 + 31 \cdot 60$ in $2 \cdot 60 + 31$ so pisali   . Razli-
ko se je dalo razbrati samo iz konteksta. Zapišimo še števila:

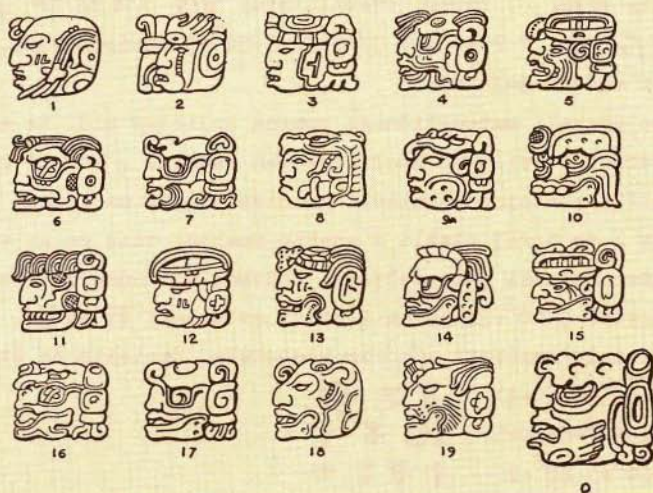
$10841 = 3 \cdot 60^2 + 0 \cdot 60 + 41$   
 $75601 = 21 \cdot 60^2 + 0 \cdot 60 + 1$   
 $223202 = 60^3 + 3 \cdot 60^2 + 2$   

Maji (400 n.š.)

Ti so prvi v zgodovini uporabljali dosleden mestni števil-
ski sistem, in sicer z bazo 20. Poglejmo njihove znake:

				
0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19

Vidimo, da so števila od 1 do 20 zapisana v preprostem si-
stemu grupiranja z bazo 5. Za število nič so uporabljali pose-
ben znak, ki je predstavljal lupino školjke. Uporabljali so ga
samostojno. Maji so zapisovali tudi z znaki, drugačnimi od teh.
Vsako število od 0 do 19 je imelo svoj znak – svoj obraz. Ti
obrazi so bili približno takšni:



Risanje obrazov je bilo precej nerodno, in takšen zapis v vsakdanji rabi ni prišel v poštev. Uporabljali so ga pri napisih v stebre - stole. Stelo so postavili vsakih 20 let. Vanjo so vklesali natančen datum in število, ki je predstavljalo število dni od ustvarjenja sveta; ta je bil po njihovem verovanju ustvarjen nekako 3000 let p.n.š. Tega števila pa niso pisali v mestnem sistemu, ampak v sistemu grupiranja z množenjem, in sicer v dvajsetiškem sistemu z neko posebnostjo. Za tak zapis potrebujemo posebne znake za potence števila 20. Dan so Maji imenovali kin, 20 kinov je bil unial, 18 (ne 20) unialov je bil tun, 20 tunov katun itd. Te znake so pisali tako:



kin



unial



tun



katun

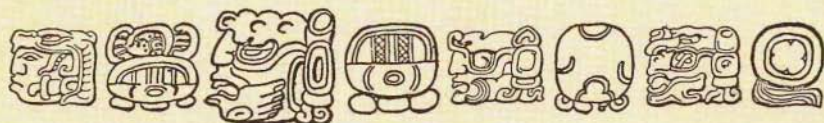
Posebnost je enota tretjega reda (tun). To izjemo so napravili zato, da je 1 tun približno toliko dni, kot jih ima 1 leto (1 tun je 18 unialov, to je 360 kinov).

Število $15593 = 2 \cdot 7200 + 3 \cdot 360 + 5 \cdot 20 + 13$ so Maji napisali tako:



To je: 2 katun 3 tun 5 unial 13 kin.

Zanimivo je, da so v primeru: 8 katun 7 unial 16 kin pisali:



To je: 8 katun 0 tun 7 unial 16 kin.

Znak 0 tun so napisali kljub temu, da sistem grupiranja z množenjem ne potrebuje števila nič. To kaže na zavestno uporabljanje količine nič in jim ne pomeni, kot je Babiloncem, samo manjkajočega mesta v zapisu. Dvajsetiški sistem s posebnostjo so pisali samo v zvezi s štetjem dni, sicer so uporabljali pravi dvajsetiški sistem in ga pisali mestno.

e) Naš številski sistem

Naš sistem zapisovanja števil je prišel iz Indije. Prve zapise števil na indijskih tleh najdemo okoli leta 600 p.n.š. V rabi sta bila dva zapisa, in sicer sistem kharasti in sistem brahmani. V sistemu kharasti so števila zapisovali takole:

1 |, 2 ||, 3 |||, 4 X, 5 IX, 6 IIX, 7 IIIX, 8 IIXX, 9 IIXX,
10 7, 20 3, 50 733, 60 333, 70 7333, 100 11, 200 3// ...

V sistemu brahmani pa tako:

1 ~, 2 =, 3 ≡, 4 ♢, 5 †, 6 ♡, 7 7, 8 ♣, 9 ?,
10 α, 20 o, 30 ♂, 40 Z, 50 7, 60 †, 70 X, 80 ⊕, 90 ⊕,
100 7, 200 7, 500 74, 1000 9, 4000 94, 7000 9X...

Vidimo, da je sistem brahmani naprednejši. Števila od 1 do 100 so pisali v cifrnem sistemu z bazo 10. Na primer: števila 93, 41, 20 in 60 so pisali takole: ⊕≡, Z-, o in †. Števila 200, 300, ... pa so pisali v sistemu grupiranja z množenjem. Na primer: število 400 zapišemo tako: 74, to je: znak za 100

in znak za 4 združimo. V tem sistemu bi število 5473 torej pisali tako: १४४३. १६१५ pa predstavlja število 6105. Če natančneje pogledamo znake za števila od 1 do 9, opazimo podobnost z znaki, ki jih uporabljamo mi. Predvsem so si podobni znaki za števila 6, 7 in 9. Na indijskih tleh se mestni zapis števil prvič pojavi okoli leta 600 n.š. Kako je nastal?

Število nič so poznali že grški astronomi, četudi ga niso uporabljali v številskem sistemu. Nič so označili z znakom ०, ki je prva črka besede *ovśā*, kar v grščini pomeni nič. Vemo, da so Indijci poznali grško astronomijo, in verjetno je pojem števila nič prišel k njim prav od tod. Nič so pisali z enakim znakom kot Grki. Idejo za mestni zapis števil so verjetno dobili od Babiloncev. Iz zmesi: grškega ničā, babilonskega mestnega zapisa in brahmanskih znakov za števila od 1 do 9 je nastal indijski desetiški mestni številski sistem. Od Indijcev so ta sistem prevzeli Arabci. Za zapis so uporabljali svoje znake, ki so izhajali iz indijskih. V zahodnem delu arabskega imperija, v današnji Španiji, so pisali zahodno varianto, katere neposredni potomec so naše številke, ki jih tudi imenujemo arabske. Zahodnoarabski zapis števil je prišel v Evropo, ko je Španija postala samostojna (v 15. stol.). V vzhodnem delu imperija pa so uporabljali vzhodno varianto, katere neposredni potomec so številke, ki so danes v rabi v arabskih deželah, Perziji, Afganistanu, Pakistanu itd. Te številke danes imenujemo perzijske.

Poglejmo, kako so iz brahmanskih znakov nastali znaki za današnje arabske oziroma indijske številke:

Brahmi

- = 3 4 5 6 7 8 9

Indijske

7 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Sanskrit - Devaganari

2 3 3 8 4 5 6 7 8 0

Zahodnoarabske

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Naše (arabske) številke

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Vzhodnoarabske

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

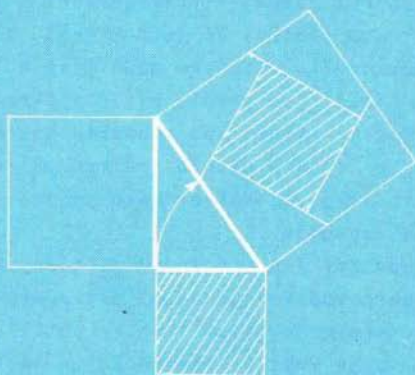
Arabske (indijske) številke

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Borut Jurčič - Zlobec

PITAGOROV IZREK

Za grafični dokaz Pitagorovega izreka potrebuješ kos kartona in škarje. Načrtaš pravokotni trikotnik, nad katetama pa konstruiráš kvadrata in ju izrežeš. Toda s tem naloga še ni rešena.



Skica ti sicer kaže pot do rešitve, toda tvoji matematični domiselnosti in škarjam je prepuščeno, kako boš oblikoval kvadrata, da boš iz njunih delov sestavil kvadrat nad hipotenuzo.

Danijel Bezek



O ZGRADBI SNOVI

II. DEL

V prvem delu smo z zakonom o zgradbi snovi in z zakonom o zgradbi atoma napravili prva koraka pri proučevanju zgradbe snovi. Zdaj sta na vrsti tretji in četrti korak. Ta sta precej zahtevnejša in ju v podrobnostih razumemo šele na osnovi obsežnega znanja. Kljub temu poskusimo povedati nekaj ugotovitev, ne da bi nam šlo za globlje razumevanje. Pomagamo si z zvijačo: tretji in četrti korak napravimo, kot da bi ponovili prvega in drugega, le da izhajamo iz drugačnega izhodišča.

Na začetek postavimo *jedrsko snov*, iz katere so atomska jedra. To ni navadna snov, saj je pozitivno nabita in več stobilijonkrat gostejša. Atomska jedra so kapljice te snovi. Kot smo se vprašali po zgradbi navadne snovi, se vprašamo, iz česa je zgrajena jedrska snov? Kaj so njeni "atomi"? Prva zamisel o njih izvira pravzaprav že od W. Prouta (1815), ki je domneval, da so težji atomi zgrajeni iz atomov vodika. Atomske mase čistih izotopov so namreč zelo blizu celih števil, se pravi, blizu večkratnikov vodikove atomske mase. Prout je sklepal po atomskih masah naravnih elementov, pri katerih pa je za prejšnjo trditev veliko izjem. Zato zamisel ni bila prepričljiva, dokler niso spoznali, da so naravni elementi mešanice izotopov.

Eden izmed gradnikov jedrske snovi je torej najpreprostejše atomsko jedro, jedro vodikovega atoma ali *proton*. To je *osnovni delec*, ki ima atomsko maso blizu 1 in en pozitiven osnovni naboj. Težava je v tem, da je vrstno število Z , to je število protonov v jedru, manjše od *masnega števila* A , to je do celega števila zaokrožene atomske mase. Sprva so poskusili z zamisljivo, da je v jedru poleg A protonov še $A-Z$ elektronov. Toda kmalu so se zavedli, da elektronov ni mogoče stisniti v jedro. Električna sila, ki deluje nanje, jih lahko zadrži kvečjemu v desettisočkrat večjem atomu.

Težavo je premagal J. Chadwick z odkritjem *nevtrona* (1932). To je osnovni delec s približno enako maso kot proton, le da je brez naboja. (Nevtron je malo težji od protona. Proton je okoli 1836-krat, nevtron pa okoli 1839-krat težji od elektrona.) Ker je nevtron brez naboja, je bilo njegov obstoj težko dokazati. V jedru je poleg Z protonov še A-Z nevtronov.

Kot veže elektrone v atomu električna sila, mora neka sila vezati protone in nevtrone v jedru. To silo, ki deluje v enaki meri med protonom in protonom, med protonom in nevtronom ter med nevtronom in nevtronom, imenujemo *jedrsko* ali *močno silo*. Pri protonu in protonu se ji pridruži še električna odbojna sila. Jedrska sila je znatno močnejša od električne, saj premaga električno odbojno silo med protonoma. Segaja pa samo do zelo majhne razdalje, nekako tolikšne, kot je premer jedra ali celo do manjše.

Na koncu I. dela smo pojasnili silo med delcema z izmenjavanjem virtualnih kvantov. Če ostanemo pri tej sliki, moramo predvideti nove virtualne kvante, ki posredujejo močno silo. Izmenjavanje takih kvantov med protonom in protonom, protonom in nevtronom ter nevtronom in nevtronom povzroči močno silo. Pri reakcijah med osnovnimi delci pa lahko ti virtualni kvanti postanejo prosti delci, če je na razpolago dovolj energije. Majhne razdalje, do katerih sega močna sila, so posledica dejstva, da ti delci niso brez mase kot fotoni. Merjenja so pokazala, da je njihova masa med masama elektrona in protona, zato so jih imenovali *mezoni*. Najlažji mezon je *mezon π* ali *pion*, ki nastopa z enim pozitivnim ali z enim negativnim osnovnim nabojem, π^+ ali π^- , ali brez naboja, π^0 . Nabita piona sta okoli 273-krat težja od elektrona, nevtralni pion pa je okoli 264-krat težji od elektrona.

Tako smo spoznali že vse vrste osnovnih delcev:

foton je brez mase,

elektron štejemo med lahke delce - *leptone*,

mezoni imajo vmesne mase,

proton in nevtron pa štejemo med težke delce - *barione*.

Mezoni so enako kot barioni zmožni delovati na druge delce z močno silo. Barione in mezone skupaj štejemo k *hadronom*. Zdaj lahko izrečemo *zakon o zgradbi jedrske snovi*: Jedrsko snov sestavljajo hadroni. Hadroni so "atomi" jedrske snovi.

Od velikega števila hadronov je obstojen samo proton. Vsi drugi *razpadejo*, če so prosti. Pri tem je pomemben podatek *razpadni*

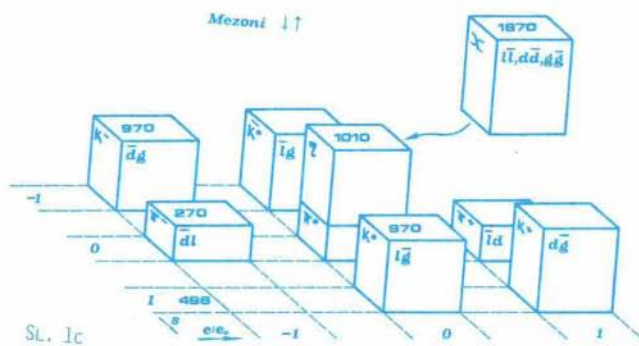
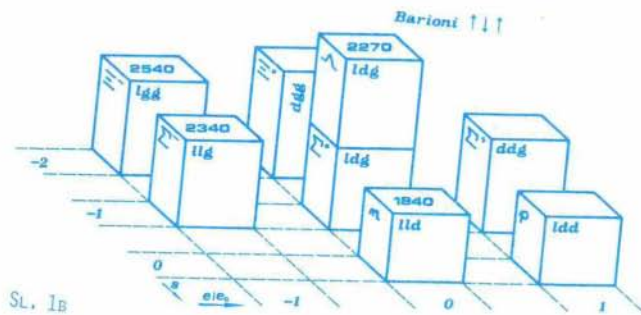
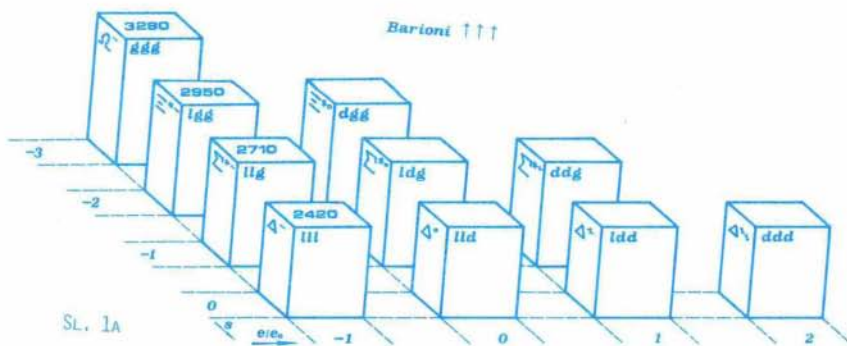
čas. To je povprečni čas, ki poteče med nastankom in razpadom delca. Razpadni čas prostega nevtrona je na primer okoli 17 minut, razpadni čas nabitih pionov nekaj stomilijonin sekunde, razpadni čas drugih hadronov pa je še manjši. Delce z razpadnim časom nad desetmilijardino sekunde imajo v teoriji hadronov za obstojne. To se sliši nenavadno, a za hadron je desetmilijardina sekunde kot za človeka več milijard let. Nekateri hadroni imajo še mnogo krajši razpadni čas, samo nekaj kvadrilijonin sekunde.

Ali je mogoče hadrone urediti v kakšno preglednico? Vsekakor je potrebnih zanje več podatkov kot za atome, katerih kemijske lastnosti so popolnoma določene z vrstnim številom. Hadrone označimo s podobnimi "hišnimi številkami", ki jim pravimo *kvantna števila*. Poleg njih je treba, podobno kot pri atomih, navesti še maso. Najprej je mogoče združiti hadrone, ki se ne razlikujejo glede močne sile v skupine - (*izospinske*) *multiplete*. (*Izospin* je kvantno število, ki je v zvezi z nabojem delcev, a se zanj tu ne bomo zanimali.) Člani istega multiplleta se razlikujejo le glede električne sile, to se pravi po naboju, in samo zelo malo po masi. Tako sestavljata na primer pozitivni proton in nevtralni nevtron *dvojček* (*dublet*) z imenom *nukleon*. Mezioni π^+ , π^0 , π^- pa sestavljajo *trojček* (*triplet*).

Take multiplete sta združila M.Gell-Mann in Y.Ne'man v nekaj večjih skupin - *supermultipletov* (1962) (sl.1). Njun uspeh je mogoče primerjati z uspehom Mendelejeva. V Gell-Mannovi teoriji - *osmerni poti** - ponazorimo supermultiplete z diagrami, v katerih nanesemo na abscisno os naboj delca, merjen v osnovnih nabojih, na ordinatno os pa kvantno število *čudnost*. Čudnost delcev kakega multiplleta je določena s povprečnim nabojem članov tega multiplleta. Pri mezonih je čudnost enaka dvakratnemu povprečnemu naboju multiplleta, pri barionih pa je treba od dvakratnega povprečnega naboja multiplleta odšteti ena. Povprečni naboj pionov π^+ , π^0 in π^- je 0, tako da je čudnost pionov enaka nič. Povprečni naboj protona in nevtrona je $\frac{1}{2}$, dvakratna vrednost je 1 in čudnost $1 - 1 = 0$.

Kot je Mendelejev napovedal lastnosti germanija, sta M.Gell-Mann in S.Okubo v okviru osmerne poti napovedala lastnosti še neznanega mezona η in neznanega bariona Ω^- (1962). Za barion Ω^- sta

* V tej teoriji je pomembno število osem. Ime "osmerna pot" je prevzeto iz budizma, v katerem morajo gojiti menihi osem čednosti.

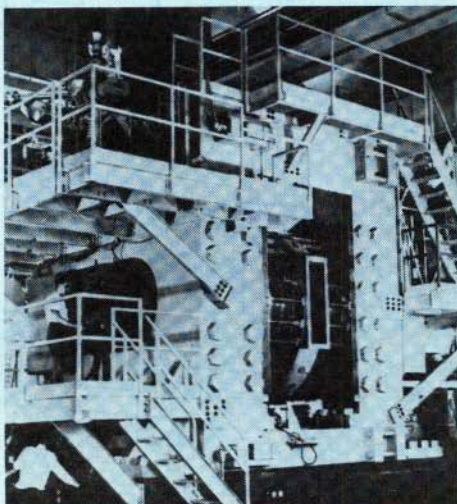


Sl.1 Supermultipleti hadronov po osmerni poti. Hadrone ponazarjajo hiše, kot so ponazarjale atome v 1.delu članka. Vodoravne vrste hiš (prej periode) ustrezajo multipletom z enako čudnostjo S . (Preveri, ali se navedena čudnost sklada z vrednostjo, ki jo izračunaš s težiščem naboja multiplleta.) Navpične vrste hiš (prej skupine) ustrezajo hadronom z enakim nabojem. Na levi strani hiše je simbol hadrona, na sprednji pa je označeno, kateri kvarki (po sl.5) ga sestavljajo. Na strehi leve hiše je navedena povprečna masa multiplleta, merjena v masah elektrona.

Pri deseterici barionov (a) kažejo vse tri lastne vrtilne količine kvarkov v isto smer, pri osmerici barionov (b) kažeta v isto smer samo dve, pri deveterici mezonov (c) imata lastni vrtilni količini kvarkov nasprotno smer. Črtica nad simbolom kvarka označuje njegov *antidelec*, to je delec z enako maso, a nasprotnim znakom naboja in čudnosti.

Pozabi na podatek o masi bariona Ω^- in jo poskušaj napovedati po masah drugih barionov supermultiplleta (a)!

Sl.2 *Mehurčna celica*, kakršne uporabljajo za opazovanje reakcij med delci. S to celico, ki stoji v Brookhavnu v ZDA in ima premer okoli 2 m in vsebuje 12 m^3 tekočega vodika so januarja 1964 dokazali obstoj bariona Ω^- . (V Ženevi v Švici stoji od 1975 še večja *velika evropska mehurčna celica* s 35 m^3 tekočega vodika.) Celico obdaja 400-tonski elektromagnet, katerega železno jedro je vidno sredi slike. Pravokotnik v njem je okno, skozi katerega vstopa v celico curek delcev, ki naj reagirajo s protoni v vodik. Delce dobijo iz *sin-hrotrona*, pospeševalnika, ki pospeši protone tako, kot da bi pretekli električno napetost 33 milijard voltov.

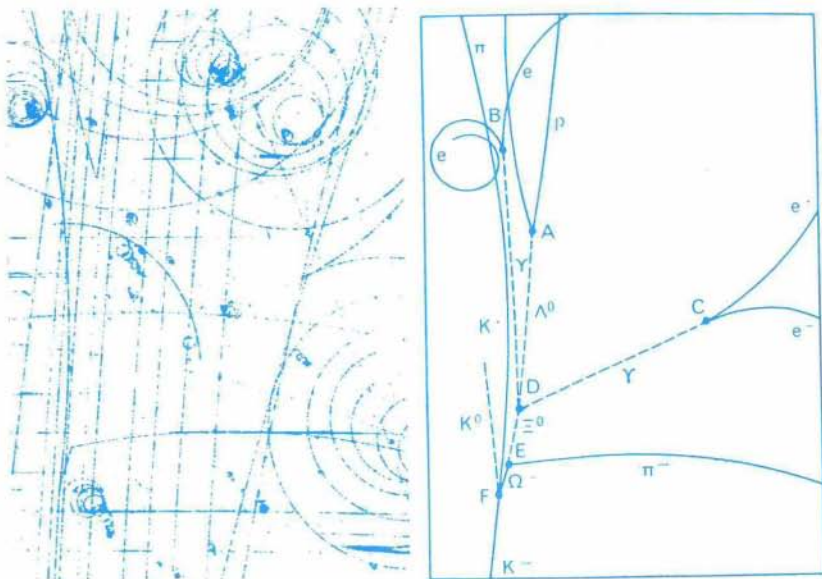


se izmerjena masa okoli 3300 elektronskih mas in razpadni čas več desetmilijardin sekunde prepričljivo ujemala z napovedima.*

Na osnovi periodne preglednice smo sklepali o notranji zgradbi atomov. Urejenost hadronov v supermultipllete pa kaže na notranjo zgradbo hadronov. To misel sta razvila M.Gell-Mann in G.Zweig (1964). Prvi je imenoval gradnike hadronov *kvark*** Obstajali naj bi trije temeljni kvarki z nenavadnimi lastnostmi. Njihov naboj

*Ime je posneto po vzkliku iz knjige *Finneganovo maščevanje* Jamesa Joycea in namiguje na trojnost in na tajinstvenost.

* Tedaj so mislili, da je to zadnji barion s sorazmerno velikim razpadnim časom (omega je zadnja črka grške abecede). Na koncu 1974 pa so odkrili dva delca Ψ s presenetljivo dolgim razpadnim časom. Ali so prišli na sled novi družini delcev, ki jo bo treba naknadno vgraditi v supermultipllete, podobno kot so periodni preglednici naknadno dodali stolpec žlahtnih plinov? V tej zvezi tudi že razpravljajo o novem kvantnem številu - *čaru*.



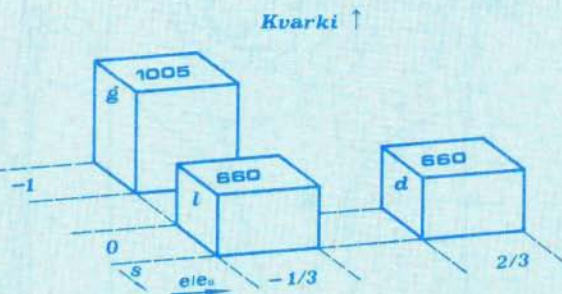
S1.3 Prva fotografija nastanka bariona Ω^- v mehurčni celici (levo) in pojasnilo (desno). Curek negativnih mezonov K z veliko hitrostjo je prihajal na sliki od spodaj navzgor. Eden izmed njih je v točki F reagiral z mirujočim protonom: $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$. Nastali barion Ω^- je razpadel v točki E: $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$. Barion Ξ^0 je razpadel v točki D dalje: $\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \gamma + \gamma$. Barion Λ je razpadel v točki A: $\Lambda \rightarrow p + e^-$, fotona γ pa sta rodila v točkah C in D para elektron - pozitron: $\gamma + p \rightarrow e^- + e^+ + p$.

V tekočem vodikcu nekoliko zmanjšajo tlak, tako da postane pregret. Na ionih in elektronih, ki jih napravi iz atomov na svoji poti hiter nabit delec, se izločijo tedaj prvi mehurčki plinastega vodika. Mehurčke fotografirajo s tremi stereoskopskimi kamerami, tako da lahko po fotografijah določijo lego sledi v prostoru. Nato tlak zopet povečajo, da se vodik iz mehurčkov utekočini. Po številu mehurčkov na centimeter sledi določijo maso delca, po zakrivljenosti tira v magnetnem polju pa znak naboja in hitrosti. S tem lahko zanesljivo preverijo potek dogodkov. Nevtralni delci ne zapustijo sledi. Rekonstruirajo jih po sledih nabitih delcev, v katere razpadejo (vrisane so črtkano).

ne bi bil večkratnik osnovnega naboja, kakor pri vseh drugih znanih delcih, ampak $\frac{1}{3}$ ali $\frac{2}{3}$ osnovnega naboja (sl.4).

Tako smo pri "zakonu" o zgradbi hadronov: Hadroni so zgrajeni iz kvarkov. Kvarki so "jedra" hadronov. Priznati pa je treba, da prostih kvarkov do danes še niso našli, čeprav so jih vneto iskali. "Zakon" o zgradbi hadronov tako še nima polne veljave zakona narave. Obstaja le več kvarkovskih modelov. Poleg začetnega modela s trojico kvarkov obstaja še model s tremi trojicami kvarkov. Kvantno število, po katerem se trojice razlikujejo med seboj,

Sl.5 Trojica kvarkov, po-
nazorjena po zgledu
sl.1 (simboli l , d , g po-
menijo preprosto: levo,
desno, gor). Če bi upošte-
vali še kvantno število
barve, bi imeli tri raz-
lične take trojice, na
primer modro, rdečo in ze-
leno. Če bi upoštevali še
novo kvantno število čar,
bi morali vsaki trojici
dodati četrti kvark s čar-
om 1, čudnostjo 0, nabo-
jem $2/3$ in okoli 3000
elektronskimi masami.



slikovito imenujejo *barvo*. Če vključimo še novo kvantno število čar, pa nastopajo v modelu tri četverke kvarkov. Zadnji model uspešno napoveduje precej pojavov, a ne čisto vseh.

Ponuja se naslednja primerjava. Močne sile med hadroni so zelo zapletene in raznolične. To spominja na zapletene in raznolične električne sile med atomi. Morda obstaja med kvarkom in kvarkom preprosta *zelo močna sila*, ki ustreza preprosti električni sili med elektronom in jedrom? Ne vemo še, kaj naj vzamemo za "naboj" kvarka, od katerega bi bila odvisna zelo močna sila. Morda je "naboj" kvarka v zvezi s kvantnim številom barvo. Glede tega "naboja" naj bi bili hadroni nevtralni ("beli"). Vendar bi se težišče "naboja" enega znaka ne pokrivalo s težiščem "naboja" drugega znaka. Te domneve ne gre jemati dobesedno; morda igrajo barve prve, druge in tretje vrste vlogo težišča težišč "naboja" enega in drugega znaka. Posledica bi bila močna sila med hadroni, ki bi bila šibkejša od zelo močne sile in ne bi segala tako daleč kot zelo močna sila med kvarkoma. Možno bi bilo celo, da bi bila zelo močna sila med kvarkoma tolikšna, da kvarkov sploh ne bi bilo mogoče razdvojiti in ne bi mogli obstajati prosti. V zadnjem času omenjajo v tej zvezi možnost, da je zelo močna sila med kvarkoma neodvisna od razdalje. Kot posredujejo virtualni fotoni električno silo, naj bi imela tudi zelo močna sila svoje virtualne delce - *gluone* (glue - angl. lepilo). Prostega gluona tudi še niso opazili.

V kratkem članku ni mogoče naštetih poskusov, pri katerih so

kvarkovski modeli uspešni, in drugih, pri katerih zaidejo v težave. To je področje živahnega raziskovanja in skoraj vsak teden se pojavi še kaj novega. Ne smemo pa zamolčati poskusov, pri katerih so obstreljevali protone v vodiku z zelo hitrimi elektroni. Rezultate je bilo mogoče pojasniti s predpostavko, da sestavljajo proton točkasti delci. Za zdaj še ni jasno, ali so to prav kvarki, zato so imenovali te točkaste delce *partone*.

Kaže, da odražajo kvarki pravo zgradbo hadronov in da ne gre samo za začasen model, ki ga bodo nova dognanja popolnoma ovrgla. Verjetno bo "zakon" o zgradbi hadronov prerasel v pravi zakon narave. Današnji kvarkovski modeli pa so najbrž le osnova zanj, ki jo bo treba še izpopolniti po novih dognanjih.

Razglabljanje o zgradbi snovi moramo tu končati. V *fiziki visokih energij*, kakor tudi imenujemo *fiziko osnovnih delcev*, je še veliko vprašanj brez odgovora. Vsekakor vsi "osnovni" delci niso osnovni. Kvarki, tako mislimo danes, so nesestavljeni, hadroni pa so sestavljeni. Kaj pa elektroni in drugi leptoni, ki niso zmožni delovati z močno silo na druge delce? Ali so ti prav tako nesestavljeni kot kvarki? Ali je kakšno, čeprav zelo daljno sorodstvo med električno silo in močno silo? Ali je še več različnih vrst sil? *

V fiziki osnovnih delcev se je treba navaditi živeti s kopico odprtih vprašanj in nerešenih nasprotij. Čeprav je toliko vprašanj in se javljajo vedno nova, se vendar naše znanje o delcih in o zgradbi snovi nenehno pogloblja.

Kdo ve, kakšna presenečenja še skriva narava!

Janez Strnad

* Vemo, da obstaja poleg električne in močne sile (in gravitacijske sile) še *šibka sila*, ki je kriva za razpad delcev z razpadnim časom desetmilijardine sekunde in več. To silo je v zadnjem času uspelo spraviti v sorodstvo z električno silo.

G O L O B

Ob reki rasteta na nasprotnih bregovih drevesi različnih višin. Z vrha enega drevesa se spusti golob po ravni črti, se s kljunom dotakne rečne gladine in po ravni črti odleti na vrh drugega drevesa. V kateri točki se mora dotakniti vodne gladine, da bo njegov let najkrajši?

Danijel Bezek

Stare, znane vžigalnike na kresilni kamenček vse bolj izpodriva nova naprava: ko pritisneš na sprožilec, se med elektrodam, ki štrlita iz ohišja, zaiskri. Prav tako se zaiskri, ko sprožilec spustiš. Iskre so električne, pa naprava niti ne potrebuje baterij, niti ni priključena na električno omrežje. V šoli zveš, da deluje na piezoelektrični pojav ali na piezoelektričnost.

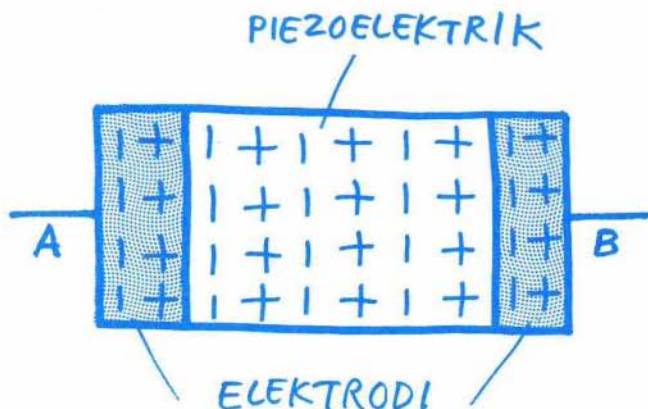
Kaj je to *piezoelektričnost*? Na ploskvah teles iz piezoelektričnih snovi se pojavijo električni naboji, ko na telesa delujejo sile. Na dveh vzporednih mejnih ploskvah valja, ki ga obremenimo vzdolž osi, so naboji nasprotnega predznaka. Med ploskvama je zato električna napetost.

Piezoelektrični pojav so najprej opazili pri kristalih kot so kremen ali Segnetova sol - $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$. V zadnjem času pa izdelujejo piezoelektrične keramike, n.pr. barijev titanat ali svinčev cirkonat-titanat (t.j. trdna raztopina svinčevega titanata PbTiO_3 in cirkonata PbZrO_3 v razmerju približno 1:1), pri katerih je piezoelektrični pojav še posebno močan.

Taka keramika je v plinskih vžigalnikih. Ko pritisnemo na sprožilec, deluje na piezokeramični vložek za kratek čas velika sila. Zaradi naboja, ki se pojavi na nasprotnih mejnih ploskvah, nastane med njima napetost nekaj tisoč voltov, pri kateri preskoči v iskrišču električna iskra.

Kako si razlagamo piezoelektričnost? Ko na kristale delujejo sile, se kristali deformirajo. Podobno se raztegne žica, ko jo napnemo, ali se stisne kos železa, na katerega pritiska težak betonski blok. Tako kot kristal, se deformirajo tudi osnovne celice, iz katerih si mislimo zgrajen celotni kristal. Atomi v molekuli imajo električni naboj, pozitivnega in negativnega. V kristalu kremenca sovpadata težišči negativnega in pozitivnega naboja, dokler je osnovna celica nedeformirana. Ko pa se celica zaradi zunanjih sil deformira, težišči nabojev ne sovpadata več.

V kristalu si predstavljamo množico električnih dipolov - delov s pozitivnim nabojem na enem in enako velikim negativnim nabojem na drugem kraju - ki so nanizani drug za drugim. V notranjosti kristala se električni naboji natančno izravnavajo, le na površjih, na katera delujejo sile, dobimo viške enega ali drugega naboja (sl.1). Ko površje prekrijemo s kovinskima elektrodama,



Sl.1 Obremenjeni piezoelektrični vložek

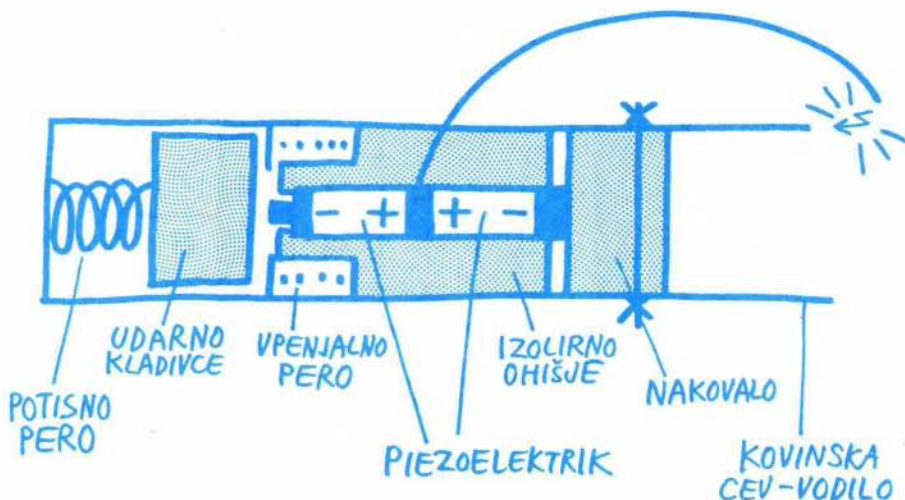
se ti naboji uravnovesijo z naboji iz kovine, ki postane zaradi tega naelektrena. Gibljiva naboja stečeta po žicah in prek iskrišča ter se izravnata. Ko sile prenehajo delovati in preide kristal v prvotno stanje, stečeta enako velika naboja v nasprotni smeri nazaj.

Podobni so pojavi pri kristalu rošelske soli, s to razliko, da sta lahko težišči pozitivnih in negativnih nabojev v osnovnih celicah premaknjeni tudi, ko kristal ni obremenjen. Pri obremenitvi se razmik zveča, če kristal raztezamo in zmanjša, če kristal stiskamo.

Pri keramičnih piezoelektrikih nimamo enega samega kristala, ampak množico zrn. Pri izdelavi piezoelektričnih elementov dosežejo s posebnim postopkom, da so osnovne celice v njih urejene na približno enak način.

Piezoelektrični vžigalnik za plin tovarne Junkers iz ZRN kaže sl.2. Tak vžigalnik je mogoče kupiti v naših trgovinah. V njem sta dva piezoelektrična valja s premerom 7 mm in z dolžino po 15 mm. Valjčka sta drug za drugim vložena v plastično ohišje tako, da sta pola z istim predznakom zvezana s tankim kovinskim vložkom, od katerega vodi žica do iskrišča. Vse skupaj je vloženo v kovinsko cev, po kateri se giblje udarno kladivce. Na drugem koncu je cev zaprta z nakovalcem, ki je v cev vtisnjeno s posebno vzmetjo.

Ko s prstom pritiskamo na sprožilec, odmikamo kladivce od pi-



Sl.2 Kakšen je piezoelektrični vžigalnik - zgradba (zgoraj), izgled (spodaj)

ezelektričnega vložka in stiskamo potisno pero. Ko se kladiyce dovolj odmakne, se povezava med kladiyce in sprožilcem prekine in kladiyce udari na elektrodo piezoelektrika.

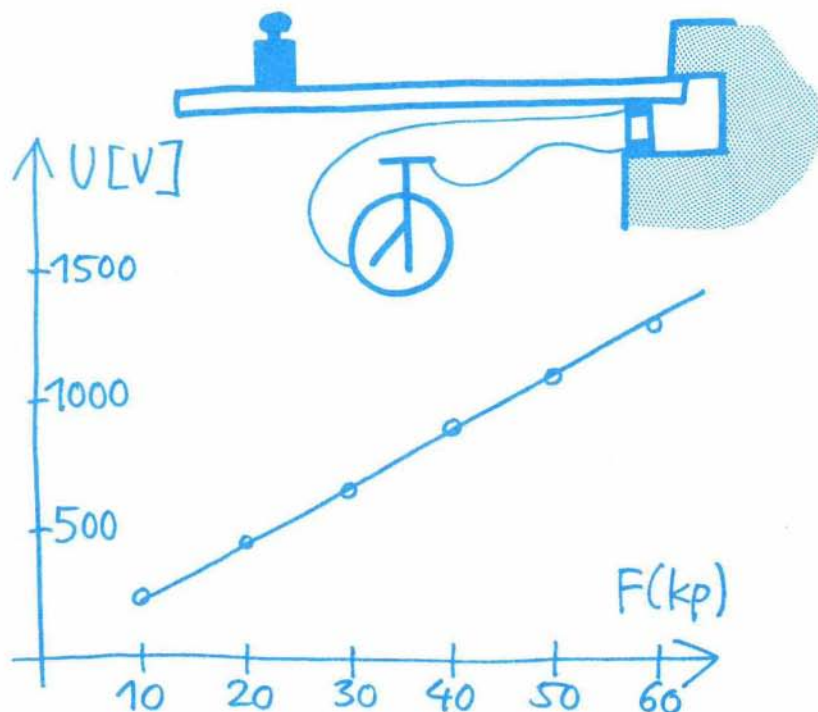
Pa razdremo vžigalnik, da bomo prišli do keramičnih vložkov in naredili nekaj poskusov. Tako razdiranje si lahko privoščimo le pri fizikalnem krožku - doma pa raje ne. Ko odvijemo vijake, ki vežejo plastično ohišje pištrole, že lahko izluščimo kovinsko cev, vezano s sprožilcem in iskriščem. Lahko si ogledamo, kako sprožilec deluje. Ko nas strese, piezoelektrični pojav tudi občutimo. Naprava seveda ni nevarna, saj se na elektrodah nabere le malo električnega naboja.

Da pridemo do keramičnih vložkov, moramo najprej odpiliti zakovico, s katero je pritrjeno nakovalce v cev (vodilo). Ko izvlačimo zakovico, pritisnemo nakovalce ob vogal mize, nato pa počasi popustimo. Zdaj lahko izvlečemo iz cevi tudi ohišje s piezokeramičnima vložkoma, na katera je vezano iskrišče. S kosom žice, majhnim izvijačem ali žičnikom porinemo v ohišje tisto elektrodo, po kateri udarja kladiyce. Na drugem koncu se najprej pokaže elektroda, ki seda na nakovalce, nato pa cel keramični vložek, ki je na obeh koncih metaliziran.

Pri prvem poskusu en vložek obrnemo in pištolo spet sestavimo.

Za začasno pritrditev nakovalca lahko služi zakovica, ki jo pozneje nadomestimo z vijakom. Če bi bila oba piezokeramična vložka povsem enaka, se vžigalnik ne bi zaiskril, saj bi se naboj prvega vložka izravnal z nabojem drugega vložka. Ker pa vložka nista povsem enaka, opazimo le, da se iskri precej manj kot prej.

Pri drugem poskusu izmerimo zvezo med silo F in piezoelektrično napetostjo U . V ta namen si s kovinsko ali pa tudi z leseno palico z dolžino okrog 1 m priredimo na mizi na enem krajišču vpeti vzvod (sl.3), pod katerega podložimo vložek na razdalji 5 cm od vrtišča. Za merjenje napetosti rabimo elektrometer (če elektrometer ni umerjen, ga umerimo s pomočjo visokonapetostnega usmernika, ki mu napetost izmerimo z voltmetrom). Zvežemo kot kaže slika 3. Spodnji pol keramičnega elementa moramo dobro izolirati, zato ga podložimo s kosom trdega polivinila ali kakega drugega trdnega izolatorja. Napetost odvezujemo s kovinskih lističev (iz



Sl.3 S preprostim poskusom lahko ugotovimo zvezo med obremenitvijo piezoelektričnega vložka in napetostjo na njegovih metaliziranih ploskvah.

folije, v katero je zavita čokolada), ki ju vstavimo na vsakem koncu vložka. Listič ob izolatorju vežemo na elektrodo elektroskopa, listič ob palici pa vežemo z ohišjem elektroskopa. Silo na merjenec spreminjamo tako, da obešamo utež, n.pr. enega do dveh kilogramov na vzvod pri različnih razdaljah od vrtilišča. S sl.3 razberemo, da je napetost sorazmerna s silo. Sorazmernostni koeficient je značilen za snov, iz katere je vložek narejen.

Želimo vam mnogo uspehov pri eksperimentiranju.

Poleg opisanega vžigalnika v naših trgovinah najdemo tudi drugačne vžigalnike take vrste. Ker jih je težko razdreti, so za fizikalne poskuse manj primerni.

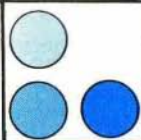


Sl.4 Piezoelektrična iskra ni iznajdba našega časa. Odkril jo je že jamski človek, ko se je z glavo zaletel ob štrlečo skalo.

Na koncu naj omenimo še to, da so v laboratorijih Inštituta Jožef Stefan v Ljubljani uspeli izdelati piezoelektrično keramiko, ki je primerna za izdelavo vžigalnikov. Upajmo, da bomo kmalu lahko v naših trgovinah kupovali tudi vžigalnike domače proizvodnje.

Franc Cvelbar

KROŽKI



POROČILO O DELU MATEMATIČNEGA KROŽKA NA SLOVENSKI GIMNAZIJI V KOPRU V ŠOLSKEM LETU 1974/75

Krožek je pričel z delom kmalu po začetku pouka. V krožku je aktivno sodelovalo 14 dijakov iz različnih razredov. Sestajali smo se enkrat tedensko po eno uro, včasih tudi dve. Mentor krožka je bila profesorica Višnja Davide. Reševali smo naloge iz različnih področij matematike in se tako pripravljali na tekmovanje. Organizirali smo predtekmovanje, ki se ga je udeležilo 26 dijakov, za republiško tekmovanje mladih matematikov v Postojni pa je bilo izbranih 6 dijakov.

Sestavili smo dve matematični križanki. Lažjo križanko smo poslali na Presek in je bila objavljena v 1. številki, težja križanka pa je bila objavljena v letošnji 1. številki Matematičko-fizičnega lista kot nagradna križanka.

Člani krožka smo pripravili tudi nekaj krajših predavanj: tehtanje novcev, mnogokotniške mreže, ravnina v hiperbolični ravnini in grupe.

Presek nam je omogočil organizacijo predavanja *O teoriji iger*. Predaval nam je prof. dr. Rajko Jamnik.

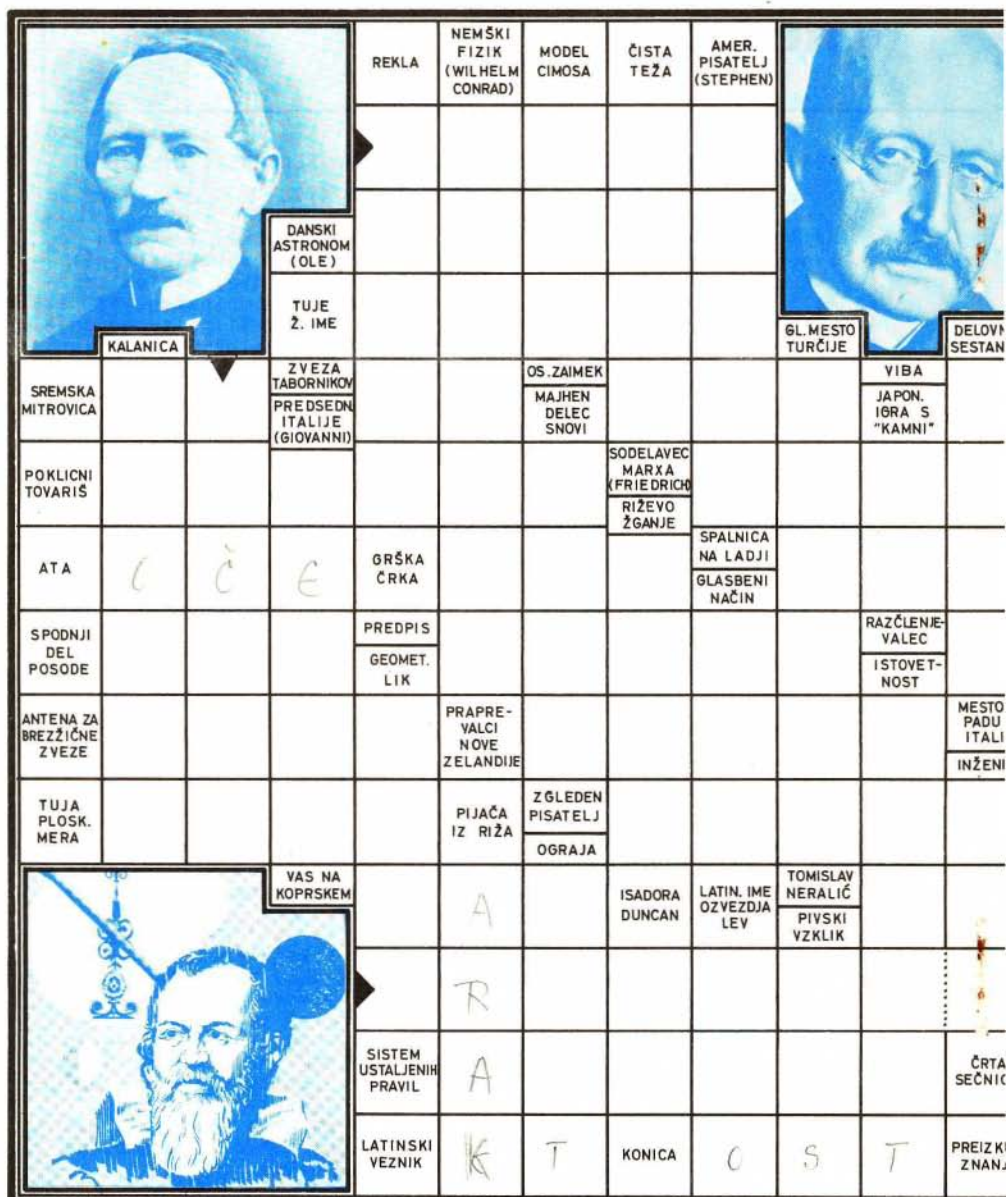
Krožek je uspešno deloval celo leto in smo ga obnovili v letošnjem šolskem letu.

Nada Širca

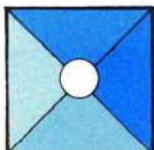
POROČILO O DELOVANJU MATEMATIČNEGA KROŽKA NA GIMNAZIJI V SENTVIDU V ŠOLSKEM LETU 1974/75

Krožek so dijaki ustanovili letos. Na sestankih je bilo povprečno 10 dijakov, v celoti pa jih je sodelovalo okoli 20, največ četrtošolcev. Dijaki so pisali šest testov in doma samostojno reševali naloge. Spočetka je sestanke obe uri vodil vodja krožka, kasneje pa so dijaki samostojno pripravili krajše referate. Obiskali so matematično knjižnico Odseka za matematiko in si izbrali nekaj zanimivih knjig. Nekaj dijakov se je tudi udeležilo izbirnega in kasneje republiškega tekmovanja mladih matematikov. Še več, naš krožkar France Forstnerič je šel na zvezno tekmovanje in prejel pohvalo v četrtem razredu in je bil izbran v jugoslovansko ekipo, ki je zastopala poleti našo državo na mednarodni matematični olimpiadi v Sofiji. Skratka, naš krožek je doživel lep uspeh. Velike zasluge za to imata tudi vodstvo in učiteljski zbor gimnazije, ki sta lepo podprla vsa naša prizadevanja in hotenja. Zato jima izrekamo vso zahvalo. Upamo, da bo krožek tudi naslednje leto tako uspešno delal.

Dušan Repovš



	VOJAŠKI KRUIH	IZVEDENEC ZA URE	AMER. ZVEZNA DRŽAVA (ORIG.)	VAS POD KRIMOM	ZVEZDA, KI ZAŽARI IN UGASNE	Ž. IME				
MESTO V ZAHODNI SLAVONIJI	K	U								
DRŽAVA V ZDA OB PACIFIKU	U	R								
	H	A		VALJEVO	V	A				
				ELEMEN- TARNI DELEC						
	I	R				GRAPA	EDVARD GRIEG	BRUNO PARMA		
								SLIKA		
	S	SELEN			JUGOSL. IZUMITELJ (NIKOLA)					
					JAPON. DENAR					
	PLOSK. MERA	BOGASTVO GOZDOV	RAZGLAS							
			NAZIV							
			I				SESTAVIL: PAVLE GREGORC	IVAN CANKAR		
								TUREK		
OB V JI R			M				ZUŽELKA KI PIČI			
							RIM. BOGI- NJA JEZE			
	SANJE		E		PRIPRAVA ZA NAVIJANJE					
					SPLET LAS					
NEMŠKI MEŠČAN. FILOZOF (GEORG)	AMER. GENERAL (ROBERT)	NEZNANKA V MATE- MATIKI	VRSTA RAZCVETA	BARVA IGRALNIH KART	K				UDAV	STAR SLOVAN
				GLAVNI ŠTEVNIK						
					I	ZADETEK DVEH ŠTEVILK				A
						AUGUSTE RENOIR				
A					T		PREBIVALEC AONIJE	A	C	N
JS A				ARTHUR RUBINSTEIN	A		PEVEC "KING" COLE	A	A	T



PISMA BRALCEV

Nadi iz Kopra se prav lepo zahvaljujemo za poročilo o delu krožka. Veseli smo, da ste preživel let v prijetnem vzdušju ob spoznavanju matematičnih resnic. Tebi in vsem članom vašega krožka želimo mnogo uspehov in veselja pri delu v krožku.

- - -

Zdenka iz osnovne šole v Mariboru nam je napisala dolgo pismo, v katerem nam je zaupala želje, ki so se ji vzbudile ob rednem prebiranju Preseka v zadnjih dveh letih. Hvala za iskrene besede.

Prav tako je tudi naša želja, da bi vsi prispevki v Preseku bili razumljivi predvsem našim najmlajšim bralcem - učencem osnovnih šol. Zato nam je žal, ako niso bili matematični članki vedno dovolj razumljivi in bomo odslej upoštevali tvoj nasvet. Res je tudi, da je prav tistih člankov, ki zanimajo tebe, najmanj. Astronomija te je navdušila. Lepo. Piši nam, kaj te zanima, pa ti bomo osebno odgovorili.

- - -

Dušica iz osnovne šole v Postojni nam je napisala takole:

Ko sem zagledala labirint na reviji Presek, sem se odločila, da vam pošljem rešitev. Presek sem letos dobila prvič v roke in mi je zelo všeč, posebno zato, ker so v njem naloge, s katerimi si lahko urim znanje. Že dolgo sem si želela tako revijo, ker se zelo rada ukvarjam z matematiko in rada tudi tekmujem na matematičnih tekmovanjih. Revijo bom še dolgo rada prebirala in želim vam še veliko uspeha pri njenem izdajanju.

Hvala za tako vzpodbudne besede. Predvsem pa smo zadovoljni, da imaš toliko veselja ob prebiranju člankov v našem Preseku. Morda te bo veselje do matematike pritegnilo, da boš napisala kakšen matematični prispevek, ki bo razveselil vse naše bralce.

- - -

Učenec 8.razreda Branko iz Domžal nam je poleg mnogih rešitev nalog poslal tudi ljubeznivo pisemce, v katerem pravi:

Na Presek sem naročen že tri leta in mi zelo ugaja, saj v njem najdem mnogo zanimivega. Menim, da bi lahko še vnaprej sestavljali podobne članke kot so: Začetni pojmi nomografije, Kako računamo, Množenje na prste, Ali veš, koliko Arhimeda je v tebi, ter razne naloge kot so na straneh 55, 56, 57, 58 v I. številki III. letnika. Pri nadaljnjem urejanju Preseka Vam želim mnogo sreče.

Branko Zemljak

Hvala za lepe želje. Srečni smo, da si našel toliko prijetnega v Preseku. Potrudili se bomo, da bo Presek ostal zanimiv. Branko, piši nam še in če se ti posreči sestaviti kako nalogo, jo bomo objavili z velikim veseljem.

- - -

Igorju Longyka se iskreno zahvaljujemo za aktivno spremljanje našega Preseka. Skušali bomo rešitve nalog pošiljati v krajših presledkih in s tem upoštevati vaš predlog. Hvala. Pišite nam še.

- - -

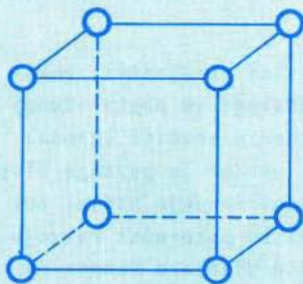
Dragi Zlatko iz Varaždina, prav lepo se ti zahvaljujemo za poslane naloge, ki bodo gotovo v veselje našim bralcem. Zelo bomo veseli, če nam boš res tudi v prihodnje pošiljal naloge. Računamo s teboj kot z našim resnim sodelavcem. Hvala in kmalu nam piši.

Matilda Lenarčič

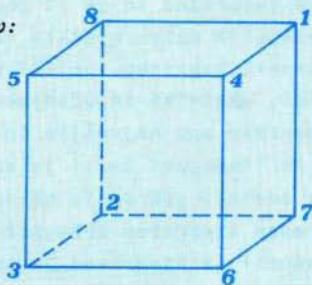
KOCKA

V oglišča kocke razmestimo števila od 1 do 8 tako, da bo vsota števil v ogliščih vsakega kvadrata stalna! (Vsota je 18)

KOD



Možna rešitev:





ASTRONOM IZ SAMARKANDA

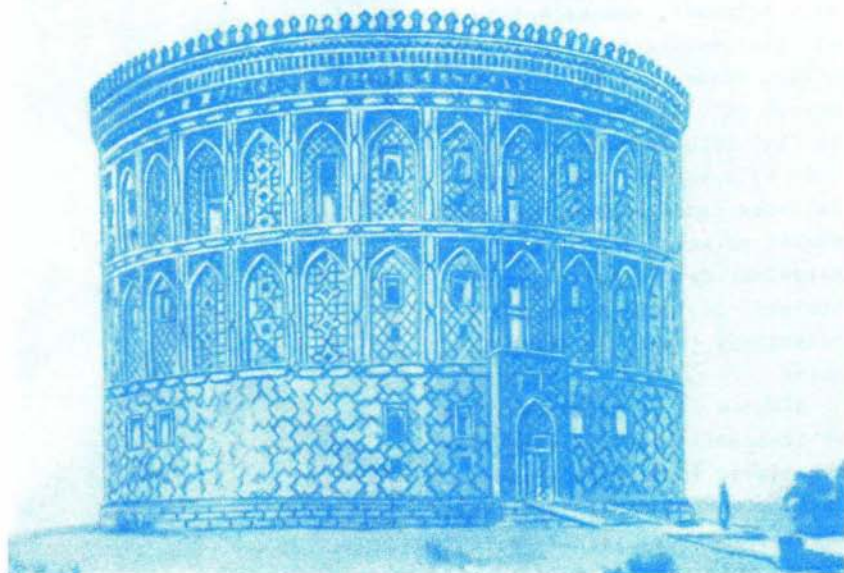
Znanost nenehno bogate pomembna dela posameznikov, ki z ustvarjalnim duhom preraščajo svoj čas in vplivajo na razvoj znanosti. Včasih pa njihovo delo tudi utone v pozabo. Nekako tako je bilo s tatarskim vladarjem, samarkandskim astronomom Ulugbekom, ki ga po veličini duha brez dvoma lahko primerjamo s Kopernikom, Keplerjem ali pa Galileijem.

Veliki učenjak Srednje Azije Ulugbek je bil vnuk znamenitega tatarskega osvajalca Timurja, ki je proti koncu 14. stoletja podjarmil srednjeazijske narode in vladal veliki državi od Kitajske do Male Azije. V prestolnico nove države Samarkand se je iz podjarmljenih dežel stekalo velikansko bogastvo, prišli pa so tudi številni gradbeniki, rokodelci, umetniki in učenjaki. Po njihovi zaslugi je postal tedaj Samarkand eno največjih in najlepših kulturnih središč Vzhoda.

Po Timurjevi smrti je država razpadla, vendar je pozneje Ulugbek zedinil pod svojo oblastjo mnogo narodov Srednje Azije. Kot izredno izobražen državnik je posvetil veliko pozornost razvoju znanosti. V Samarkand je poklical najboljše učenjake Vzhoda in



Sl.1 Tatarski vladar, astronom in matematik Ulugbek (1394-1449)



Sl.2 Verjeten izgled Ulugbekovega astronomskega observatorija v Samarkandu. Glej še F.Hoyle: *Astronomija*, MK, Ljubljana 1971, str.95

jim nudil odlične delovne pogoje. Tudi v drugih mestih države je ustanavljal šole, kjer so predavali svetovne znanosti. Za astronome pa je okoli leta 1425 zgradil občudovanja vreden observatorij (sl.2). Tako velike in dobro opremljene zvezdarne do tedaj in še dolgo potem svet ni videl.

Takrat še niso poznali daljnogledov. Nebesne pojave so opazovali s prostimi očmi. Kot v starem veku, so astronomi svoja opazovanja opravljali z različnimi kotomeri, ki so bili opremljeni z "mérkom" in "muho". Z njimi so določali lege nebesnih teles. Predvsem so jih zanimali Sonce in planeti, ker se njihove lege na nebu stalno spreminjajo po zakonih, ki jih tedaj še niso poznali.

α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

Ulugbek in njegovi sodelavci so s kotomeri, med katerimi je bil tudi velikanski kamnit stopničast kvadrant s polmerom 43 metrov (sl.3), izmerili lege več kot 1000 zvezdam. Natančnost njihovih meritev je bila za tiste čase izredna, saj so merili na nekaj ločnih minut natančno. Šele v šestnajstem stoletju je Tycho Brahe meril natančneje (meril je ločne minute).

Ulugbek si je prizadeval, da bi izobrazil ljudi. Bil je svobodomislec in sovražnik vere. Zato so verski fanatiki skovali zaroto, v kateri je bil ubit. Njegov observatorij so zravnali z zemljo, astronome in druge znanilce kulture pa so izgnali iz države. Škoda, da so delo teh astronomov tako na silo zatrli. Šele nedavno so odkrili ostanke zvezdarne in tako dobili pravo predstavo o tej za svoj čas veličastni zgradbi.

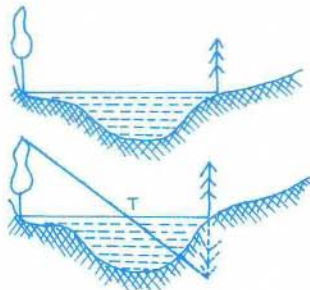


Sl.3 Ostanke kamnitega kvadranta v Samarkandu

Marijan Prosen

GOLOB

Rešitev: Najkrajša razdalja med dvema točkama je daljica, ki veže ti točki. Prezrcalimo vrh enega od dreves preko rečne gladine! Zvežemo zrcalno sliko z vrhom drugega drevesa. Presek te daljice z vodno gladino je iskana točka (T),



Danijel Bezek



NAJVEČJA ŠTEVILA Z ENAKIMI CIFRAMI

Vprašajmo se, katera so največja števila, ki jih moremo zapisati s samimi enakimi ciframi in nobenimi drugimi matematičnimi znaki. Na prvi pogled se zdi, da je lahko odgovoriti. Največje število, zapisano z dvema enojkama, je 11. Največje število, zapisano z dvema dvojčkama, je 22, z dvema trojkama 33, z dvema štiricama 44 itd. Ali je to res? Ali je, na primer, 44 res največje število, ki se da zapisati z dvema štiricama? Odgovor je nikalen. Namreč, največje število, zapisano z dvema štiricama, je $4^4 = 256$.

Ta primer vsebuje dva poučna nauka. Prvi je, da je prehitro sklepanje in posploševanje nevarno in lahko vodi do napačnih zaključkov. Drugi nauk je pa ta, da nas lahko pri reševanju postavljenih vprašanj zapeljejo predpostavke, ki si jih bodisi sami, bodisi zastavljalec vprašanja tiho misli. Da bo nadaljnje razpravljanje bolj resno in manj dvoumno, ponovno postavimo začetno vprašanje, tokrat v strogi matematični obliki.

Naj bo d katerakoli od 0 različna cifra desetiškega sistema. Katero je največje število, ki se da zapisati z m enakimi ciframi d v enem ali več nivojih, pri čemer predpostavljamo desetiški zapis števila, če so cifre zapisane druga poleg druge, in operacijo potenciranja, če so števila zapisana drugo nad drugim?

Mladi bralec naj se ne ustraši takih zapletenih stavkov, ki jih je treba včasih dvakrat prebrati. Da imamo v mislih desetiški sistem, se razume samo po sebi, dobro je omeniti le, da pri zapisu ne dovoljujemo nobenih aritmetičnih operacij razen potenciranja.

Laže bomo odgovarjali na postavljeno vprašanje v posebnih primerih števil m (števila cifer) in d (konkretne cifre), če bomo vpeljali posebno oznako $N(m, d)$ za tisto največje število, o ka-

terem govori naloga. Vprašanje sedaj lahko postavimo v obliki:
Kolik je $N(m, d)$ za $d = 1, 2, \dots, 9$ in $m = 2, 3, 4, \dots$?

Odgovora v splošnem primeru ni lahko najti. Pri $m = 2$ je zadeva enostavna. Brez težav se namreč lahko z računom prepričamo, da velja

$$\begin{aligned} N(2, d) &= dd = 10d + d = 11d, & d \leq 3 \\ N(2, d) &= d^d, & d \geq 4 \end{aligned}$$

Oglejmo si nekoliko natančneje primer $m = 3$! Za primerjavo pridejo v poštev le štiri števila

$$\begin{aligned} n_1(d) &= ddd = 100d + 10d + d = 111d \\ n_2(d) &= dd^d = (10d + d)^d = (11d)^d \\ n_3(d) &= d^dd = d^{10d+d} = d^{11d} \\ n_4(d) &= d^{d^d} \end{aligned}$$

Ali je treba posebej povedati, kaj pomeni d^{d^d} ? To je namreč število $d^{(d^d)}$ in ne $(d^d)^d = d^{d \cdot d} = d^{d^2}$. Kolik je torej $N(3, d)$? Pri $d=1$ hitro vidimo, da je $N(3, 1) = 111$ in pri $d=9$ je brez dvoma $N(3, 9) = 9^{9^9}$, ki je tako veliko število, da se ga praktično niti ne da zapisati. Ima namreč skoraj 370 milijonov cifer. Če bi ga poznali in hoteli zapisati v navadne 40 listne karirane zvezke tako, da bi vsako cifro zapisali v svoj kvadratega (5 mm), bi popisali več kot 4000 zvezkov. Pri hitrosti pisanja en znak na sekundo bi to število pisali nepretrgoma skoraj 12 let. Če bi to število izračunal računalnik, kar je v principu mogoče, bi ga samo izpisoval s tiskarskim strojem, ki piše 1000 vrstic s 120 znaki na minuto, več kot 51 ur. No, dovolj o tem številskem velikanu.

Z malo premisleka in računanja lahko ugotovimo, da je

$$\begin{aligned} N(3, 2) &= 2^{2^2} = 4\,194\,304 \\ N(3, 3) &= 3^{3^3} = 5\,559\,060\,566\,555\,523 \\ N(3, 4) &= 4^{4^4} = 4^{256} \approx 1 \cdot 34 \cdot 10^{154} \end{aligned}$$

Zadnje število ima že 155 cifer. Preveliko je, da bi se ga dalo hitro izračunati. Ugotavljanje števila $N(m, d)$ z direktnim računanjem je torej zelo zamudno opravilo. Poskusimo rajši s sklepanjem.

Najprej primerjajmo $n_1(d)$ in $n_2(d)$. Velja

$$n_2(d) = (11d)^d = 11d d^d > 111 d$$

za vsak $d \geq 2$, saj je tedaj $11d > 111$ in $d^d > d$. Očitno pa je $n_2(1) = 11 < 111 = n_1(1)$. Torej imamo prvi sklep

$$n_2(d) > n_1(d), \quad d \geq 2$$

$$n_1(d) > n_2(d), \quad d = 1$$

Dalje primerjajmo $n_2(d)$ in $n_3(d)$. Hitro vidimo, da je

$$n_3(d) = d^{11} d = (d^{11})^d > (11d)^d = n_2(d)$$

tudi za vsak $d \geq 2$, saj je tedaj očitno $d^{11} > 11d$. Izjema je spet $d=1$, ko je $n_2(1) > n_3(1)$. Drugi sklep je torej

$$n_3(d) > n_2(d), \quad d \geq 2$$

$$n_2(d) > n_3(d), \quad d = 1$$

Primerjajmo še $n_3(d)$ in $n_4(d)$. Domnevamo, da velja $n_4(d) > n_3(d)$, le ne vemo še, za katere d . Ker se da $n_3(d)$ zapisati v obliki $(d^{11})^d$, $n_4(d)$ pa v obliki $(dd^{d-1})^d$, je očitno $n_4(d) > n_3(d)$, če je $d^{d-1} > 11$. S poskušanjem se hitro prepričamo, da je $d^{d-1} > 11$ za vsak $d \geq 4$ in $d^{d-1} < 11$ za $d < 4$. Torej imamo tretji sklep

$$n_4(d) > n_3(d), \quad d \geq 4$$

$$n_3(d) > n_4(d), \quad d = 2, 3$$

$$n_3(d) = n_4(d), \quad d = 1$$

Pri $d=1$ sta namreč $n_3(1)$ in $n_4(1)$ oba enaka 1.

Dobljene neenačbe nam omogočajo končni sklep

$$N(3, d) = n_1(d) = ddd = 111 d, \quad d = 1$$

$$N(3, d) = n_3(d) = d^{11} d, \quad d = 2, 3$$

$$N(3, d) = n_4(d) = dd^d, \quad d \geq 4$$

Na podoben način lahko s sklepanjem rešimo problem za $m=4$. Izkaže se, da velja

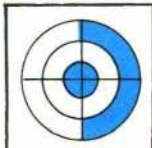
$$N(4, d) = dd^d d, \quad d = 1$$

$$N(4, d) = dd^d d, \quad d = 2, 3$$

$$N(4, d) = dd^d d, \quad d \geq 4$$

Bralec naj poskusi sam priti do tega rezultata.

Zvonimir Bohte



MATEMATIČNO RAZVEDRILO

POLJUBNO ŠTEVILO S TREMI DVOJKAMI

V članku Največja števila z enakimi ciframi so omenjena nekatera števila, ki se dajo brez matematičnih znakov zapisati z enakimi ciframi kot npr. 2^{2^2} , 2^{2^2} itd. Tam je bila dovoljena operacija le potenciranje, ki je po dogovoru izraženo tako, da zapišemo števila v raznih nivojih. Na ta način se dajo zapisati le nekatera števila. S tremi dvojkami se dajo zapisati le števila $2^{2^2} = 16$, $2^{2^2} = 16$, $2^{2^2} = 16$ in $2^{2^2} = 16$. Če dopuščamo matematične operacije, je takih števil neprimerno več. Oglejmo si nekaj primerov: $1 = (2/2)^2$, $2 = 2+2-2$, $3 = 2 + 2/2$, $6 = 2 \cdot 2 + 2$, $11 = 22/2$, $20 = 22-2$, $44 = 22 \cdot 2$ itd. Možni so tudi zapisi z bolj kompliciranimi matematičnimi operacijami, kot so $1 = 2 - \log_2 2$, $2 = \log_2 2^2$, $4 = 2 + \sqrt{2^2}$. Dovolj primerov je navedenih, da se lahko spoprimemo z vprašanjem: Ali se da poljubno naravno število zapisati samo s tremi dvojkami in matematičnimi operacijami?

Odgovor je pritrdilen. Naloga bodi torej, poiskati formulo, v kateri nastopajo tri dvojke in matematični znaki, in ki da za vrednost poljubno izbrano naravno število N . Bralec naj poskusi poiskati to formulo, v pomoč pa namignimo, da od matematičnih znakov nastopajo v njej en -, dva log in primerno število $\sqrt{}$. Formula bo objavljena v prihodnji številki.

Zvonimir Bohte

HITRO IN ENOSTAVNO

Izračunaj čim hitreje in enostavneje dani izraz!

$$\frac{9,61847^3 - 7,61847^3 - 5,61847^3 + 3,61847^3}{9,61847^2 - 7,61847^2 - 5,61847^2 + 3,61847^2}$$

Bojan Kurinčič

1 Tri deklice so obiskale rejca papig. V kletki so videle tri zelo lepe ptice. Prosile so rejca, naj da vsaki po eno. Ustregel jim je, vsaka je dobila po eno papigo, vendar je ena še ostala v kletki. Kako je to mogoče?

2 Mati ima pet sinov. Vsak sin pa ima sestro. Koliko otrok je v družini?

3 Pri uri telesne vzgoje so učenci stopili v vrsto drug za drugim v razdalji enega metra. Vrsta je bila dolga 27 metrov. Koliko učencev je bilo v vrsti?

4 Ribič je ujel ribo. Ko so ga vprašali, koliko riba tehta, je odgovoril: "Mislim, da že rep tehta 1 kg, glava pa toliko kakor rep in polovica trupa, a trup toliko, kot glava in rep skupaj." Koliko je tehtala ujeta riba?

Po F.Nagibinu priredil

Jože Kotnik



$\log 2 = 0,30103$

ZANKA - edini prispevek v nabiralniku ob občnem zboru 8.12.1973.

Riba tehta 8 kg in še polovico svoje teže. Koliko tehta?

neznani MA, FI, AS

5 PALINDROM

To me priznati
kar malo je SRAM,
od devetih planetov
le tega poznam.

(Palindrom je beseda, ki ima enak ali drugačen pomen brana tudi nazaj - od desne proti levi.)

6 POSETNICI

TOM ROGEL

TOMO E. ROGEL

Oba soimenjaka sta znanstvenika. Prvi se ukvarja z merami in utežmi, drugi pa nam napoveduje vreme. Kaj je torej prvi in kaj drugi?

7 PREMESAŠNE ČRKE

MENU : VOL

Človek, ki bi pojedel ta menu, bi moral imeti neverjetno prostornino želodca.

8 PREMIKALNICA

DIRENDAJ
POREDNICA
PROSINEC
ONASSIS
TEORETIK
POLNILNICA

Premikaj gornje besede v levo in desno toliko časa, da boš v treh stolpcih istočasno prebral priimke treh izumiteljev.

Pavel Gregorc

Hleb kruha tehta $3/4$ kg in še $3/4$ hleba. Koliko tehta hleb kruha?

Posoda z bencinom tehta 8,9 kg. Ko iz nje odlijemo polovico bencina, tehta samo še 4,8 kg. Koliko tehta posoda?

Starejši brat reče mlajšemu: "Daj mi 8 orehov, pa jih bom imel dvakrat toliko, kot jih imaš ti." Mlajši brat pa mu odgovori: "Daj raje ti meni 8 orehov, pa jih bova imela enako!" Koliko orehov ima vsak?

Vlak vozi mimo telegrafskega droga $1/4$ minute, v $3/4$ minute pa prevozi 540 m dolg predor. Določi dolžino vlaka in njegovo hitrost!

V enakokrakem trikotniku razdeli ena od težiščnic obseg na dva dela: 12 cm in 9 cm. Določi stranice!

V košarici je 16 kroglic: črnih, belih in rdečih. Rdečih je sedemkrat manj kot belih. Koliko črnih kroglic je v košarici? (Dokaži, da ima naloga samo eno rešitev!)

Mati, sin in hči so nakupovali v supermarketu. Mati in sin sta nakupila blaga za 22 din, sin in hči za 15 din, mati in hči pa za 20 din. Koliko denarja so porabili vsi trije?

Janezek ima kletke in zajčke. Če postavi v vsako kletko po enega zajčka, ostane en zajček brez kletke. Če pa v vsako kletko postavi po dva zajčka, останeta dve kletki prazni. Koliko zajčkov in kletk ima Janezek?

Na dvorišču so kokoši in zajci. Skupaj imajo 35 glav in 94 nog. Koliko je kokoši in koliko zajcev? Kaj pa, če je 27 glav in 94 nog?

Franci Oblak

REŠITVE NALOG S PREJŠNJE STRANI

1 Ena deklica je dobila papigo s kletko vred.

2 Šest.

3 28.

4 8 kg.

5 Mars

6 metrolog, meteorolog

7 volumen

8 Ressel, Edison, Diesel.

SLIKE VELIKIH MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV

Arhimedes, klub mladih matematikov iz Beograda, ki izdaja tudi list istega imena, je izdal serijo 42 razglednic in 18 stenskih slik z liki velikih matematikov, fizikov in astronomov. Razglednice so po 2,50 (2,00) dinarja, male slike po 20 (15) in velike po 25 (20) dinarjev. Cene v oklepajih veljajo za naročnike listov Arhimedes in Matematički zabavnik, popust pa bodo priznali tudi bralcem Preseka za skupinska naročila. Slike lahko naročite na naslov:

ARHIMEDES, p.p. 988, 11001 Beograd.

Ker opravljajo vse delo amatersko, ne pošiljajo pošiljk z manj kot desetimi razglednicami ali dvema slikama. Če naročite skupaj več kot 100 razglednic ali 10 stenskih slik, vam dajo 20% popusta.

V nadaljevanju objavljamo reprodukcije vseh razglednic, ki so oštevilčene z zaporednimi številkami od 1 - 42. Če boste katero od njih naročili, pripišite ustrezno številko. Na malih in velikih slikah so naslednji portreti (v oklepaju so pripisane zaporedne številke razglednic z enakim likom).

Male slike:

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 43. Arhimed (13) | 49. Lobačevski (30) |
| 44. Pitagora (18) | 50. Petrovič (32) |
| 45. Pascal (22) | 51. Tesla (34) |
| 46. Descartes (23) | 52. Pitagora (36) |
| 47. Gauss (25) | 53. Galilei (38) |
| 48. Wošković (26) | 54. Newton (40) |
| | 55. Gauss (42) |

Velike slike:

- | |
|-------------------|
| 56. Arhimed (14) |
| 57. Pitagora (18) |
| 58. Newton (24) |
| 59. Petrovič (32) |
| 60. Tesla (35) |

Peter Petek



1. Arhimed



2. Vieta



3. Fermat



4. Descartes



5. Newton



6. Leibnitz



7. Euler



8. Gauss



9. Galois



10. Giordano Bruno



11. Galilei



12. Kepler



13. Arhimed



14. Arhimed



15. Pitagora



16. Evklid



17. Arhimed



18. Pitagora



19. Kopernik



20. Galilei



21. Vieta



22. Pascal



23. Descartes



24. Newton



25. Gauss



26. Ruđer Bošković



27. Marin Getaldić



28. Euler



29. Newton



30. Lobačevski



31. Sonja Kovalévskaja



32. M. Petrović - Alas



33. Einstein



34. Tesla



35. Tesla



36. Pitagora



37. Kopernik



38. Galilei



39. Descartes



40. Newton



41. Euler



42. Gauss



Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je že pred časom izdalo tri razglednice:

Wolf: Jurij Vega (ob obnovitvi sobe v rojstni hiši)

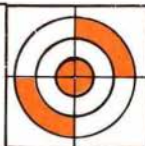
Vavpotič: Josip Plemelj (ob 100-letnici rojstva)

Jakac: Josip Plemelj (namenjena za vstopnico v bodočem muzeju)

Razglednice po 2.-din lahko dobite osebno pri Komisiji za tisk Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, Jadranska c. 19, 61001 Ljubljana, pp 227, skupinska naročila pa vam lahko pošljemo po pošti.

Ciril Velkovrh

NALOGE-TEKMOVANJA



V. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE V LETU 1975

Letos smo praznovali majhen jubilej. Preteklo je 5 let, odkar sta Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in Zavod za šolstvo SRS prevzela organizacijo tekmovanja iz matematike za učence višjih razredov osnovnih šol Slovenije, pod imenom *Vegova priznanja*.

V soboto, 31. maja 1975, se je zbralo na republiškem tekmovanju za zlato Vegovo priznanje 231 učencev. Priznanja si je pridobilo 63 učencev, ki so dosegli najmanj 13 točk od 25 možnih.

Na svečanem sprejemu, ki ga je pripravil Republiški komite za vzgojo in izobraževanje, je prvih sedem učencev prejelo lepe knjižne nagrade. Ti učenci so bili določeni tudi za zvezno tekmovanje. Vrstni red tekmovalcev je urejen po njihovem uspehu:

KOVIČ JURIJ, Miran Jarc, Ljubljana; LOVREČIČ MARKO, Dušan Bordon, Koper; HANŽEL DARKO, Majda Vrhovnik, Ljubljana; LIČEN NADA, J. Mihevc, Idrija; JUVAN RADO, Izlake, Zagorje; ŠIJANEC MARJANA, Prežihov Voranc, Ljubljana; FABIČ IRENA, J. Premrl-Vojko, Koper; JOŠT MATJAZ, Slavko Šlander, Celje; TRATAR ALENKA, Prežihov Voranc, Ljubljana; SEVER JANJA, Prežihov Voranc, Ljubljana; KOSI TONE, Ketteja in Murna, Ljubljana; KOVAČIČ GREGOR, Prežihov Voranc, Ljubljana; MUMALO OLIVER, Majda Vrhovnik, Ljubljana; JELOVEC STANISLAV, Predoslje pri Kranju; ZIMEC ASTER, Kanal; NOVAK MAJA, M. Štrukelj, Nova Gorica; PODGORNİK SAMO, Dušan Munih, Most na Soči; ŠKAPIN META, Tone Čufar, Ljubljana; AHAČIČ NIKA, Prežihov Voranc, Ljubljana; VAVKEN ANDREJA, Prežihov Voranc, Ljubljana; MEDJA ANICA, J. Mencinger, Radovljica; ZORKO IGOR, Franc Rozman - Stane, Maribor; ŠTUHEC MIRAN, Križevci, Ljutomer; TAKAČ IZTOK, Franc Rozman - Stane, Maribor; SEPIN MATJAZ, Majda Vrhovnik, Ljubljana; WASCHL INGEBORG, V. Vodnik, Ljubljana; STRMOLE MATEJA, Fr. Bevk, Ljubljana; PETELIN BORIS, V. Šmuc, Izola; KRIŽAN VERONIKA, Franc Rozman - Stane, Maribor; RADMAN MARJAN, M. Štrukelj, Nova Gorica; REZMAN ANKA, M. Valjavec, Predvor; REMEC ČRTOMIR, Prežihov Voranc, Ljubljana; KOVAČIČ LADKA, P. Trubar, Velike Lašče; GORŠE FRANJO, Fr. Pasternak, Lenart; MAHKOTA MIHA, Majda Vrhovnik, Ljubljana; MEDIČ ARIANA, Majda Vrhovnik, Ljubljana; URBAJS MATJAZ, Hrastnik; JOŠT DRAGICA, Tone Čufar, Jesenice; ZUPANC DARKO, Simon Jenko, Kranj; ŽURA JANEZ, Fr. Prešeren, Kranj; JAZBEC DAVID, Semedela; ALIČ VIDA, I. Spoljak, Ptuj; ŠTREMPELJ JOŽICA, Cerkno; ZAVRŠKI MARKO, Prežihov Voranc, Maribor; ČERNE ŽELJKO, Prežihov Voranc, Maribor; SEGALLA VANJA, A. Velušček - Matevž, Kanal; STRNIŠA GREGOR, Tone Čufar, Ljubljana; ŠTAJER DUŠAN, Tone Tomšič, Ljubljana; BALOH MIRAN, Dr. V. Kraigher, Ljubljana; PRELOG PAVEL, Trbovlje; ŠTRAUS SANDI, Šmarje pri Jelšah; TOMC JUDITA, Srečko Kosovel, Sežana; LJUBIČ DUŠANKA, Postojna; GRIL BOJAN, P. Tomažič, Koper; PRIMC NEDA, V. Šmuc, Izola; HUMSKI FERDO, Boris Kidrič, Maribor; STARIHA BORUT, Kamenica, Maribor; SMRKE NINA, Tone Tomšič, Ljubljana; ŠTEFE MILAN, Fr. Prešeren, Kranj.

Pavle Zaje

NALOGE

1. Razstavi izraz: $(x-0,1)^2 - (0,2x+1)^2$ na produkt dveh faktorjev! Nato določi tista števila x , za katere ima dani izraz vrednost 0!
2. Načrtaj graf funkcije y , ki je dana z enačbo:
 $(4x-8y)(-1/2) + 11 = (7x+2)^2 - (7x+3)^2$
 Lik, ki ga omejujejo graf funkcije in koordinatni osi, se zavrti; prvič okrog osi x in drugič okrog osi y . Izračunaj razmerje med plaščema nastalih vrtenin!
3. Premer polkroga je $2r$. Iz krajišča premera sta narisani tetivi t_1 in t_2 . Kota med premerom in tetivo t_1 ter med tetivama t_1 in t_2 merita po 30° . Tetivi razdelita polkrog na 3 luke. Izračunaj ploščino vsakega lika!
4. Krogli s polmerom r očrtaj pravilno tristrano prizmo. Določi razmerje prostornin obeh teles!
5. Prva številka šestmestnega naravnega števila je 9. Če to številko prestavimo s prvega na zadnje mesto, dobimo število, ki je štirikrat manjše od prvotnega. Določi prvotno število!

REŠITVE

1. Ob opazovanju izraza ugotovimo, da je le-ta sestavljen iz razlike kvadratov dveh števil, torej ga lahko razstavimo po pravilu $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$(x-0,1)^2 - (0,2x+1)^2 = (1,2x+0,9)(0,8x-1,1)$$

Produkt ima vrednost 0, če je eden od faktorjev 0. Od tod sledi:

$$\begin{array}{lcl} 1,2x + 0,9 = 0 & \text{in} & 0,8x - 1,1 = 0 \\ \underline{x = -\frac{3}{4}} & & \underline{x = 1\frac{3}{8}} \end{array}$$

Dani izraz ima vrednost 0 za $x = -3/4$ in $x = 1\frac{3}{8}$.

2. $(4x-8y)(-1/2) + 11 = (7x+2)^2 - (7x+3)^2$

Enačbo uredimo in dobimo:

$$y = -3x - 4$$

Da lahko premico načrtamo, moramo določiti koordinate sečišč premice z osjo x in y .

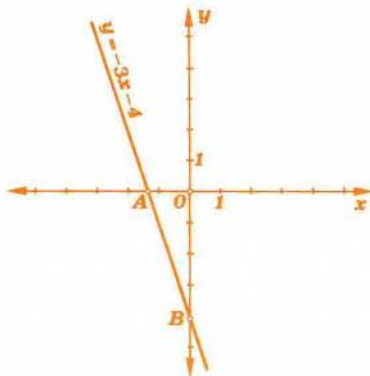
Točka na osi x : $A(-4/3, 0)$

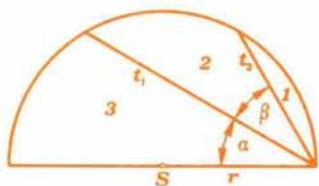
Točka na osi y : $B(0, -4)$

Razmerje med plaščema vrtenin je enako razmerju odsekov ordinate in abscise.

$$\frac{AO}{BO} = 4/3$$

$$\frac{BO}{BO} = 4 \quad p_{l_1} : p_{l_2} = 1:3$$





3. $\alpha = \beta = 30^\circ$

Del 1 predstavlja odsek krožnega izseka s središčnim kotom 60° in polmerom r . Ta krožni izsek je torej sestavljen iz enakostraničnega trikotnika in odseka.

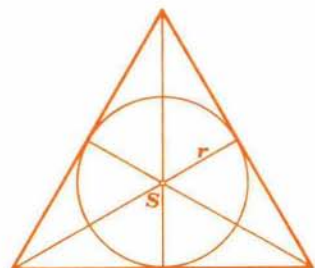
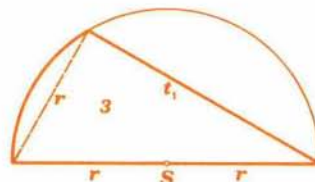
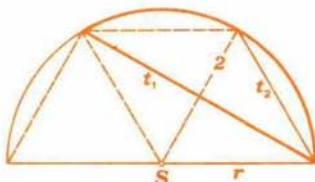
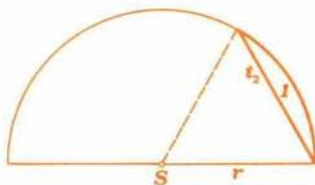
$$p_1 = \frac{\pi r^2}{6} - \frac{r^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{r^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$$

Del 2 je sestavljen iz dveh polovic enakostraničnega trikotnika s stranico r in odseka, ki je enak delu 1.

$$p_2 = \frac{\pi r^2}{6}$$

Del 3 je sestavljen iz polovice enakostraničnega trikotnika s stranico $2r$ in odseka, ki je enak delu 1.

$$p_3 = \frac{r^2 \sqrt{3}}{2} + \frac{r^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{12} = \frac{r^2 (2\pi + 3\sqrt{3})}{12}$$



4. Tloris je na sliki desno

Podatki za pravilno tristrano prizmo:
 $s = 2r\sqrt{3}$ $v = 2r$

$$\begin{aligned} V_{\text{prizme}} &= x & V_{\text{krogle}} &= x \\ V_{\text{prizme}} &= 6\sqrt{3} r^3 & V_{\text{krogle}} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ V_{\text{prizme}} : V_{\text{krogle}} &= 18\sqrt{3} : 4\pi \end{aligned}$$

5. a) prvotno število: $900\,000 + x$
 spremenjeno število: $10x + 9$
 $900\,000 + x = 4(10x + 9)$
 $x = 23\,076$

Prvotno število je 923 076.

$$\begin{aligned} 900\,000 + 10\,000A + 1\,000B + 100C + 10D + E &= \\ = 400\,000A + 40\,000B + 4\,000C + 400D + 40E + 36 & \\ 899\,964 = 390\,000A + 39\,000B + 3\,900C + 390D + 39E : 39 & \\ 23\,076 = 10\,000A + 1\,000B + 100C + 10D + E & \\ \underline{\underline{ABCDE = 23\,076}} & \\ \underline{\underline{9ABCDE = 923\,076}} & \end{aligned}$$

b) prvotno število: $\overline{9ABCDE}$
 spremenjeno število: $\overline{ABCDE9}$
 $\overline{9ABCDE} = 4 \overline{ABCDE9}$

SESTO ZVEZNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE ZA UČENCE OSNOVNIH ŠOL (SEDMI IN OSMI RAZRED) 8.JUNIJA 1975 V BANJI KOVILJAČI

Organizator tekmovanja je bil tudi letos "Matematički list" iz Beograda.

Tekmovalo je skupno 69 učencev VII. in VIII. razredov, izbranih na republiških predtekmovanjih. 14 učencev je prišlo iz SR Bosne in Hercegovine, 14 iz SR Hrvatske, 5 iz SR Makedonije, 12 iz SR Slovenije, 16 iz SR Srbije in 8 iz SAP Vojvodine. SR črna gora in SAP Kosovo nista poslala svojih tekmovalcev.

Iz sedmih razredov je bilo 27 in iz osmih razredov 42 učencev.

Matematičnemu listu so pri organizaciji tekmovanja pomagali predstavniki občine Loznica in medobčinske šolske ustanove v Loznici. Tekmovali so na šoli "Vuka Karadžića" v Tršiću, rojstnem mestu Vuka Karadžića. Pred začetkom tekmovanja je zbrane učence, njihove mentorje in starše pozdravil tovariš Sava Spremić, predsednik občine Loznica. Vsak učenec je dobil napisano besedilo nalog v svojem jeziku. 5 nalog iz vsakega razreda so morali rešiti v 120 minutah. Največje možno število dosegljivih točk je bilo 25. Zvezna komisija, sestavljena iz delegatov republiških in pokrajinskih društev, je pregledala in ocenila naloge, ki so bile kar precej zahtevne za večino tekmovalcev, kar so pokazale dosežene točke. Po tekmovanju so si učenci ogledali dom Vuka Karadžića in hidrocentralo "Mali Zvornik".

Pred razglasitvijo rezultatov tekmovanja so člani KUD "Vuk Karadžić" iz Loznice za udeležence tekmovanj in njihove spremljevalce izvedli zelo uspešen folklorni nastop v dvorani kopališke stavbe v Banji Koviljači, nato so tekmovalcem razdelili nagrade in pohvale:

VII. razred

1. Miloš Arsenović, o.š. "R.Domanović", Beograd - I.nagrada
2. Boban Veličković, o.š. "J.Miodragović", Beograd - II.nagrada
3. Milan Despotović, o.š. "J.St.Popović", Beograd - II.nagrada
4. Slobodan Vukosavić, o.š. "Popinski borci", Vrnjačka Banja - III.nagrada
5. Sladjana Milić, o.š. "21.maj", Niš - III.nagrada
6. Dražen Borković, o.š. "R.Lakić", Beograd - pohvala
7. Dragan Janković, o.š. "V.Perić-Valter", Sarajevo - pohvala
8. Nina Petrović, o.š. "H.Kikić", Sanski Most - pohvala
9. Milena Dragojlović, o.š. "B.Radičević", Beograd - pohvala

VIII. razred

1. Olga Timčenko, o.š. "I.Gundulić", Beograd - I.nagrada
2. Vladimir Bošković, o.š. "Vuk Karadžić", Čačak - III.nagrada
3. Jaroslav Hrbuk, o.š. "Vuk Karadžić", Zrenjanin - III.nagrada
4. Vesna Jeremić, o.š. "A.Šantić", Vajska - III.nagrada
5. Mirjana Milosavljević, o.š. "Vuk Karadžić", Vranje - III.nagrada
6. Jadran Stojanović, o.š. "21.maj", Niš - III.nagrada
7. Branko Djurić, o.š. "Dr.I.Ribar", Beograd - pohvala
8. Berislav Crujac, o.š. "Braća Ribar", Mostar - pohvala
9. Radovan Surjančev, o.š. "K.Trifković", Novi Sad - pohvala
10. Jasmina Mihajlov, o.š. "B.Radičević", Novi Sad - pohvala
11. Jurić Kovič, o.š. "Miran Jarc", Ljubljana - pohvala
12. Dragan Sekulić, o.š. "S.Mirković", Mala Plana - pohvala.

Nagrade je prispeval "Matematički list" iz Beograda. Zmagovalci so bili nagrajeni z ročnimi urami, ostali nagrajeni in pohvaljeni pa so prejeli lepe knjižne nagrade in diplome. 4 najboljši tekmovalci so bili povabljeni v "Letno šolo mladih matematikov", ki jo je organiziral "Matematički list" v začetku julija.

NALOGE ZA VII. RAZRED

1. Vsota šestih zaporednih naravnih števil, od katerih niti eno ni deljivo s 7, je deljiva z 21, ni pa deljiva z 42. Dokaži to trditev! Določi 6 takih števil, da je njihova vsota štirimestilčno število in obenem predstavlja kvadrat nekega naravnega števila.
2. Določi dvoštevilo število, ki bo enako vsoti kuba vrednosti cifre desetic in kvadrata vrednosti cifre enice tega dvošteviličnega števila.
3. Konstruiranih je pet daljic iz skupne začetne točke A . Nato je iz nekaterih prostih koncev teh daljic (ne iz točke A) konstruirano pet novih daljic in tako se ponavlja to še večkrat. Končno je nekdo preštel proste konce in ugotovil, da jih je 700. Pokaži in obrazloži, če se je pri štetju zmotil!
4. Dan je romb $ABCD$ s kotom $\alpha = (\angle BAD) = 60^\circ$. Simetrale kotov med diagonalama sekajo stranice romba v točkah M, N, P in Q .
 - a) Kakšne vrste je četverkotnik $MNPQ$? Dokaži!
 - b) Če točka M pripada stranici $\overline{AB}$, izračunaj razmerje $AM : MB$!
 - c) Poišči razmerje tistih odsekov večje in manjše diagonale romba, ki leže izven četverkotnika $MNPQ$!
5. Daljica $\overline{AC} = a$ je s svojo notranjo točko B razdeljena v razmerju 3:2. Nad daljicama AB in BC sta na različnih straneh daljice $\overline{AC}$ konstruirana kvadrata $ABDE$ in $CBFG$. Naj bosta O in O_1 sečišči diagonal teh kvadratov. V kakšnem razmerju sta ploščini četverkotnika OO_1CD in kvadrata s stranico $\overline{AC}$?

NALOGE ZA VIII. RAZRED

1. Elementi 3-členske množice $A = \{a, b, c\}$ so katerekoli potence poljubnih dvošteviličnih praštevil, manjših od 20. Dokaži, da obstajata med elementi množice A dve taki števili, da je njuna vsota ali razlika deljiva s 5!
2. Določi števila x, y, z , za katere velja enačba
$$4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 4x - 6y - 8z + 3 = 0$$

3. Pri izdelavi kovinskega klina je 12,5% odpadkov od porabljenega materiala. Tako izdelajo iz enega kovinskega kosa 100 000 klinov. Dobljene odpadke spet vlijejo v en kos in iz tega na isti način naredijo prav take kline. Postopek ponavljajo, dokler je mogoče iz odpadkov napraviti vsaj še en klin. Koliko klinov dobimo v celoti, če računamo tudi prvih 100 000 klinov?
4. Opazovalec vidi steno (daljico) AB iz dveh točk C in D , ki sta med seboj oddaljeni za 300 metrov pod kotoma 30° . Daljici AD in BC sta druga na drugo pravokotni. Izračunaj dolžino stene AB .
5. Osnovnici kvadra sta v razmerju 4:3, diagonalni stranskih ploskev sta med seboj v razmerju $\sqrt{20} : \sqrt{13}$, številčno razmerje ploščine diagonalnega preseka proti volumnu kvadra pa je 2:1. Izračunaj površino in volumen tega kvadra!

Bogomila Kolenko

Koledar VI.tekmovanja za VEGOVA PRIZNANJA v šolskem letu 1975/76

do 10.maja 1976	15.maja 1976	29.maja 1976
šolska tekmovanja	občinska tekmovanja	republiško tekmovanje
BRONASTA VEGOVA PRIZNANJA	SREBRNA VEGOVA PRIZNANJA	ZLATA VEGOVA PRIZNANJA

Pavle Zajc

OBVESTILO O TEKMOVANJIH IZ MATEMATIKE IN FIZIKE ZA SREDNJEŠOLCE

- Kraj in čas letošnjih tekmovanj za srednješolce:
- matematika: 10.aprila 1976 ob 10^h v Ljubljani
 - fizika: 15.maja 1976 ob 10^h v Mariboru.

Predtekmovanja bodo izvedena tako kakor lani;

- matematika: profesorji bodo na šolah dobili tekmovalne naloge, izvedli bodo predtekmovanja, ocenili izdelke in poslali imena dijakov, ki jih predlagajo za republiško tekmovanje. Izmed teh predlogov bo komisija v Ljubljani izbrala tekmovalce za republiško tekmovanje. Predtekmovanja bodo na vseh šolah v soboto, 13. marca 1976, ob 9^h.
- fizika: podobno kot pri matematiki z razliko, da bodo profesorji na šolah sami sestavili tekmovalne naloge. Predtekmovanja iz fizike bodo morala biti končana do sobote, 17.aprila 1976.

Jože Malešič

XVI. ZVEZNO TEKMOVANJE MLADIH MATEMATIKOV SREDNJEŠOLCEV

Dne 20. aprila 1975 je bilo v Beogradu zvezno tekmovanje mladih matematikov. Organizator tekmovanja je bilo DMFA Srbije.

V soboto se je sestala zvezna komisija za pripravo tega tekmovanja. Sestavljali so jo po en predstavnik iz vsake republike in avtonomne pokrajine, iz Srbije sta bila dva. Predstavniki črne gore in Kosova se tekmovanja niso udeležili. Za predsednika so izvolili delegata iz Srbije.

Na celodnevni seji je komisija pregledala predloge, izbrala naloge za vse štiri razrede in jih prevedla v srbohrvatski, slovenski, makedonski in madžarski jezik.

V nedeljo je bilo tekmovanje. Za reševanje štirih nalog so imeli tekmovalci štiri ure časa.

Iz Slovenije se je tekmovanja udeležilo 15 tekmovalcev, ki jih je vodil Dušan Repovš. Prej so se v Ljubljani dva dni skupaj pripravljali. Najbolj se je izkazal Matjaž Vidmar iz 2. razreda gimnazije Nova Gorica, ki je osvojil I. nagrado. Pohvaljeni so bili:

I. razred: Edmond Rusjan, I. gimnazija, Ljubljana;

II. razred: Janez Pleško, I. gimnazija, Ljubljana;

III. razred: Tamar Čefarin, gimnazija Novo mesto;

IV. razred: Franc Forstnerič, V. gimnazija, Ljubljana.

Franc Forstnerič je bil tudi določen v ekipo, ki se bo udeležila matematične olimpiade v Bolgariji.



Čefarin in Mohar

I. razred:

1. Dokaži, da za vsak a iz intervala $(5, 10)$ velja enakost:

$$\sqrt{a+3-4\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+8-6\sqrt{a-1}} = 1$$

2. V notranjosti ali na neki stranici enakostraničnega trikotnika ABC izberemo točko S . Skozi njo skonstruiramo premice SA_1 , SB_1 , SC_1 , vzporedne stranicam AC , AB , BC tega trikotnika, tako da A_1 , B_1 , C_1 pripadajo stranicam BC , AC in AB .
Dokaži, da je vsota $SA_1 + SB_1 + SC_1$ neodvisna od izbire točke S .
3. Dva avtomobila odpeljeta istočasno iz mesta A proti mestu B . Prvi vozi prvo polovico časa s hitrostjo u in drugo polovico časa s hitrostjo v ; drugi gre prvo polovico poti s hitrostjo u in drugo polovico poti s hitrostjo v . Kateri avtomobil bo prišel prej na cilj?
4. Na krožnici so napisane v poljubnem vrstnem redu štiri enice in pet ničel. Nato med enake cifre napišemo ničle, med različne pa enice. Začetne cifre pa zberemo.
Dokaži, da je vsota $SA_1 + SB_1 + SC_1$ neodvisna od izbire točke S .

II. razred:

1. Naj bodo a , b in c liha števila. Pokaži, da potem enačba $ax^2 + bx + c = 0$ nima racionalnih rešitev!
2. V ravnini so dane štiri premice, od katerih nobeni dve nista vzporedni in nobene tri ne gredo skozi isto točko. Če je četrta premica vzporedna z eno od težiščnic trikotnika, ki ga tvorijo prve tri premice, je tudi vsaka od prvih treh premic vzporedna z neko težiščnico trikotnika, ki ga tvorijo ostale premice. Dokaži to trditev!
3. Stavec je zamešal cifre 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9 števila, ki je šesta potenca nekega naravnega števila, katero je to število?
4. V notranjosti kvadrata je danih n točk. Povežemo po dve točki med seboj, kakor tudi točke z oglišči kvadrata; toda tako, da se te daljice med seboj ne sekajo. To delamo, dokler lahko. Koliko največ daljic lahko na ta način skonstruiramo?

III. razred:

1. Če spojimo sredine stranic konveksnega n -terokotnika M , dobimo mnogokotnik, ki ima površino večjo ali enako polovici površine mnogokotnika M ($n \geq 4$). Dokaži!

2. Naj bo S poljubna točka v notranjosti trikotnika ABC s stranicami a , b , c . Dokaži neenakost:

$$SA \cos \frac{A}{2} + SB \cos \frac{B}{2} + SC \cos \frac{C}{2} \geq \frac{a+b+c}{2}$$

V katerem primeru velja enakost?

3. Reši enačbo:

$$(\sqrt{x^2-5x+8} + \sqrt{x^2-5x+6})^x + (\sqrt{x^2-5x+8} - \sqrt{x^2-5x+6})^x = \frac{x+4}{2^{\frac{x}{4}}}$$

4. Koliko največ trdnjav lahko postavimo na šahovnico, velikosti $3n \times 3n$, tako, da je vsaka od teh figur nenapadena ali napadena največ z eno trdnjavo?

IV. razred:

1. Dana je parabola $y = x^2$. Naj bo $|x_0| > \sqrt{2}$. Skozi točko $A(x_0, x_0^2)$ parabole gresta dve normalni z nožišči v točkah B in C , različnima od A . Za vsak x_0 seka premica BC os parabole v isti točki. Dokaži!
2. Reši enačbo: $1! + 2! + \dots + x! = y^z$,
kjer so x, y, z naravna števila in $z > 1$.
3. Dana so realna števila $a_1, a_2, \dots, a_n$, ki zadoščajo pogoju $|a_i| \leq M$ za vsak i in $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$.
Dokaži oceno: $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n \leq \frac{n}{4} M$!
4. V neki družbi vsaka dva znanca nimata skupnih znancev. Toda vsaka dva človeka, ki se ne poznata, imata natančno dva skupna znanca. Dokaži, da imajo v tej družbi vsi enako število znancev!

Mirko Dobovišek

HITRO IN ENOSTAVNO - REŠITEV S STRANI 138

Če vzamemo za x vrednost $x = 6,61847$, lahko dani izraz zapišemo tudi takole:

$$\begin{aligned} & \frac{(x+3)^3 - (x+1)^3 - (x-1)^3 + (x-3)^3}{(x+3)^2 - (x+1)^2 - (x-1)^2 + (x-3)^2} = \\ & = \frac{x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 + x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{x^2 + 6x + 9 - x^2 - 2x - 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 6x + 9} \end{aligned}$$

V števcu se uničijo kubni, kvadratni in konstantni členi - ostane: $27x - 3x - 3x + 27x = 48x$

V imenovalcu se uničijo kvadratni in linearni členi - ostane $9 - 1 - 1 + 9 = 16$.

Vrednost ulomka je torej:

$$\frac{48x}{16} = 3x = 3 \cdot 6,61847 = 19,85541$$

Bojan Kurinčič

O XVII.MEDNARODNI MATEMATIČNI OLIMPIADI

Gostiteljica letošnje XVII.mednarodne matematične olimpiade je bila Bolgarija. Jugoslavija sodeluje že vrsto let na tem vrhunskem tekmovanju mladih matematikov vsega sveta.

Naša ekipa je bila sestavljena na podlagi rezultatov 16.zveznega tekmovanja matematikov srednješolcev v Beogradu. Vanjo smo bili izbrani: iz 3.razreda Milan Perić iz Medvedže in Aleksander Ignjatović iz Beograda, iz 4.razreda pa B.Jožef Varga iz Novog Itebeja, Žikica Perović iz Niša, Miomir Kostić iz Vranja, Milenko Čojbašić iz Čačka, Zoran Jančić iz Niša in Franc Forstnerič iz Ljubljane.

Olimpiada se je odvijala v času od 5. do 16.julija 1975. Teden dni pred začetkom olimpiade smo se člani ekipe zbrali v Beogradu, kjer smo imeli običajne priprave, ki so jih vodili profesorji z Matematiške gimnazije v Beogradu. V glavnem smo reševali naloge s prejšnjih olimpiad.

4.julija smo odpotovali iz Beograda v Burgas ob črnem morju, kjer se je odvijal tekmovalni del olimpiade. Z nami je potoval vodja naše ekipe Vladimir Janković.

Na XVII.olimpiadi je sodelovalo 17 držav. Tu so bili najboljši mladi matematiki iz Avstrije, Bolgarije, češkoslovaške, DR Nemčije, DR Vietnama, Francije, Grčije, Jugoslavije, Madžarske, Mongolije, Nizozemske, Poljske, Romunije, Sovjetske zveze, Švedske, Velike Britanije in ZDA.

Naloge smo reševali 7. in 8.julija in sicer vsak dan po tri. Po tekmovanju smo vedno diskutirali o nalogah, izmenjavali različne rešitve, popoldne pa smo igrali košarko, nogomet ali šah.

Po končanem tekmovanju so pripravili za nas zelo pisan program izletov, na katerih smo spoznali nekaj najlepših krajev ob bolgarski črnomoški obali. Tako smo bili v Mičurinu, Varni, v najbolj znanem bolgarskem letovišču Zlatni Pjesci, ali pa smo se kopali na čudovitih plažah letovišča Sunčev Brjag. Med tem časom so naši spremljevalci in člani komisije pregledali in ocenili naše rešitve.

12. in 13. julija smo potovali z avtobusi v Sofijo, kjer je bil zaključni slovesni del olimpiade. Na poti smo si ogledali nekatera stara bolgarska mesta, tako Staro Zagoro, Kazanlik, nekdanjo prestolnico Bolgarije Veliko Tarnovo, Pleven, bili smo tudi na prelazu Šipka, kjer stoji mogočen spomenik ruskim osvoboditeljem. Povsod smo bili sprejeti s cvetjem, z nagovori in dobrodošlicami in s seboj smo odnesli najlepše vtise. Posebno lepo presenečenje smo doživeli na kosilu v Plevnu, kjer je ansambel igral pesmi vseh narodov, ki so sodelovali na olimpiadi.

Prvi dan našega bivanja v Sofiji smo si ogledali znamenitosti tega lepega mesta, od katerih naj omenim le cerkev Aleksandra Nevskega. 15. julija pa je bila v prostorih sovjetskega doma znatnosti in kulture slovesna razglasitev rezultatov. Ekipa Jugoslavije je dosegla 11. mesto, dva izmed naših tekmovalcev pa sta prejela tudi nagrado in sicer B. Jožef Varga drugo, Miomir Kostić pa tretjo. Zmagala je tokrat ekipa Madžarske pred DR Nemčijo in ZDA. Po končani slovesnosti je povabil organizator vse udeležence olimpiade in spremljevalce na poslovilno večerjo na planini Vituši nad Sofijo.

Prepričan sem, da bo ostala ta olimpiada vsem udeležencem v najlepšem spominu. Upam, da sem uspel vsaj približno opisati vzdušje, ki je vladalo na olimpiadi. Rad bi le še pripomnil, da to nikakor ni le tekmovanje in dirka za točkami. Spremljajo jo igre, športna tekmovanja, tu smo se resnično počutili kot državljani sveta. Sklenili smo prijateljstva z mladimi iz vsega sveta in nanje nas vežejo skupni spomini na to olimpiado.

Na olimpiadi so bile naslednje naloge:

- 1) Naj bodo $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ in $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$ poljubna realna števila, $z_1, z_2, \dots, z_n$ pa poljubna permutacija števil $y_1, y_2, \dots, y_n$. Dokaži:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i) \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)$$

- 2) Naj bo dano neskončno zaporedje naravnih števil $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ tako da je $a_{n+1} > a_n$ za vsak n . Dokaži, da lahko neskončno členov a_m tega zaporedja zapišemo v obliki:

$$a_m = x \cdot a_p + y \cdot a_q$$

kjer sta a_p in a_q člena zaporedja, x in y pa poljubni naravni števili!

- 3) Naj bo dan poljuben trikotnik ABC . Nad njegovimi stranicami konstruiramo trikotnike ARB , BPC in AQC , tako da je

$$\angle PBC = \angle QAC = 45^\circ$$

$$\angle PCB = \angle QCA = 30^\circ$$

$$\angle RAB = \angle RBA = 15^\circ$$

Dokaži:

$$1) PR = QR$$

$$2) \angle PRQ = 90^\circ \quad !$$

4) Naj bo A vsota cifer v dekadskem zapisu števila 4444^{4444} in B vsota cifer od A . Poišči vsoto cifer števila B !

5) Dan je krog s polmerom 1. Ali je možno na njegovi krožnici razporediti 1975 različnih točk tako, da je razdalja poljubnih dveh točk neko racionalno število? Odgovor utemelji!

6) Naj bo $P(x, y)$ polinom dveh realnih spremenljivk stopnje n z naslednjimi lastnostmi:

1) $P(x, y)$ je homogen:

$$P(t \cdot x, t \cdot y) = t^n \cdot P(x, y) \quad \text{za vsak } t \text{ in } R$$

2) za poljubno trojico realnih števil a, b, c velja:

$$P(a+b, c) + P(a+c, b) + P(b+c, a) = 0$$

3) $P(0, 1) = 1$

Poišči pri danem n vse polinome $P(x, y)$ z navedenimi lastnostmi (t.j. poišči njihove koeficiente) !

Franz Forstnerič

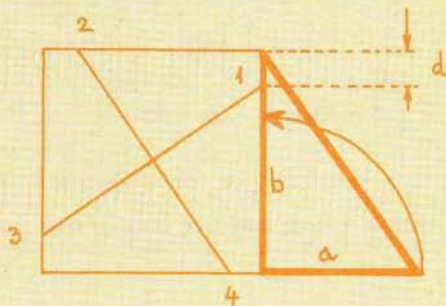
PITAGOROV IZREK

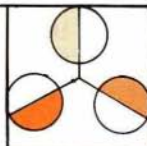
Rešitev: Kvadrata nad kateto a ne razrežemo. Moramo pa razrezati kvadrat nad kateto b v štiri skladne četverokotnike. V vsakem sta dva kota, ki sta v med seboj nasprotnih ogliščih, prava. En pravi kot dobimo v vsakem oglišču kvadrata nad kateto b , pravi koti v nasprotnih ogliščih pa oblikujejo polni kot v središču kvadrata. Iz vsakega oglišča kvadrata odmerimo razdaljo d in dobimo točke 1, 2, 3, 4. Iz kvadrata nad hipotenuzo in kvadrata nad kateto b razberemo:

$$b - d = a + d$$

$$d = (b - a)/2$$

Po daljicah $\overline{13}$ in $\overline{24}$ razrežemo kvadrat in naloga je rešena.





ZGODBA O PRAMETRU

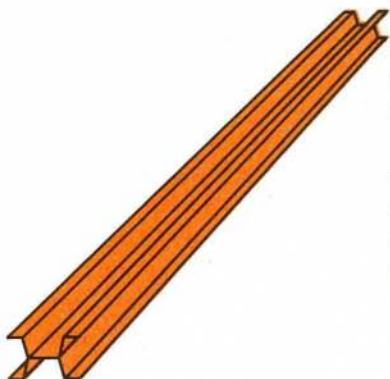
V letih 1788 in 1789 so mnoga francoska mesta prosila državo, naj uvede enotni merski sistem, da bi s tem preprečila zlorabe v trgovini in gospodarstvu. O tem je razpravljala ljudska skupščina in francoska akademija je imenovala komisijo, katere člani so bili Borda, Lagrange, Monge in Condorcet. Ta je priporočila, da se za enoto dolžine izbere del zemeljskega ekvatorja ali meridiana. Ljudska skupščina je 30.marca 1791. leta odločila, naj bo en meter štiridesetmilionti del zemeljskega meridiana! Kmalu za tem sta Méchain v Španiji in Delambre v Franciji začela s triangulacijo meriti meridianski lok med Dunquerqueom in Barcelono.

To je bila razburkana doba francoske revolucije po smrti kralja. Delambrea je zelo motilo, da so bili porušeni mnogi zvoniki in drugi vidni objekti, potrebni pri merjenju. Zato je dal zgraditi lesene stolpe in jih obložiti z belim platnom. Temu so se uprli okolišni kmetje, češ da je bela barva simbol kraljevske oblasti! Tako so morali platno obšiti z modrimi in rdečimi vrvičami.

V pobožni Španiji je imel Méchain zvonikov na pretek, vendar je bilo težko priti nanje. Znanstvenike so namreč obtoževali bogoskrunstva. Bali so se tudi kuge, zato so preprečevali Méchainu prehajanje iz mesta v mesto in mu sploh oteževali delo. Nerazpoložen, obupan in bolan je hotel Méchain odložiti zaupano mu delo, a ga je prehitela smrt.

Njegovo delo sta z več uspeha nadaljevala člana Francoske akademije Arago in Biot. Ko sta delo končala, se je Biot vrnil v Francijo, preden je francoska vojska vdrla v Španijo. Aragoja pa so zajeli španci, češ da je na hribih postavljaj znamenja za francosko vojsko. Arago je v ujetništvu izvedel iz španskih časopisov, da v Franciji objokujejo njegovo junaško smrt. Posrečilo se mu je pobegniti v Alžir, od koder je odplul z ladjo v Marseille. Na poti so jih napadli španski gusarji in Arago bi se

kmalu spet znašel v španski ječi. Na srečo je s to ladjo neki afriški poglavar poslal Napoleonu v dar dva tигра. Gusarji so se ustrašili vojaškega zapleta in so ladjo z vsemi potniki, mornarji in tovorom vrnili. Na poti v Marseille je ladja zašla in se znašla v alžirskem pristanišču Bougie ob Sredozemskem morju. Od tu se je Arago najprej vrnil v Alžir in nato po mnogih dogodivščinah končno prispel v Francijo. Najbolj presenetljivo je, da so ostali nepoškodovani njegovi zapiski, vsiti v obleko. Celotne merilne naprave niso bile poškodovane.



Izkušeni mehanik Lenoir je na podlagi meritev izdelal model metra - prameter. Nova enota za dolžino meter je bila predpisana za splošno uporabo v Franciji z zakonom 25. junija 1800.

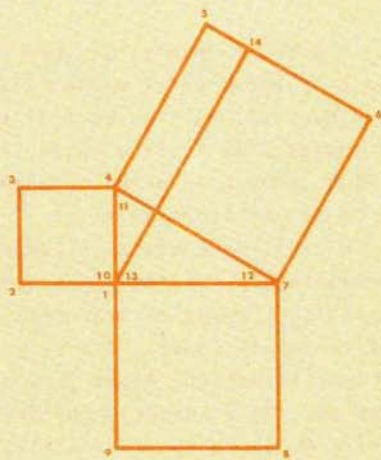
"Od vseh pozitivnih pridobitev francoske revolucije, ki se jih spominjamo, smo za to najmanj plačali." je napisal v svojem poročilu Delambre 1806. leta.

Tomaž Skulj

"NARIŠI Z ENO POTEZO" - REŠITEV

Presek 2 (1974/75) 4, str.142
(Pot je označena z zaporednimi številkami.)

Mojca Velkoverh



PREMISLI IN REŠI



Za nalogo iz prve številke PRESEKA smo prejeli samo tri rešitve. Poslali so jih:

IGOR KRAŠEVEC, gimnazija M. Zidanska, Maribor

IVAN STOJMOVČIČ, gimnazija J. J. Zmaj, Odžaci

TONE VERBOVŠEK, o.š. F. Marn, Vodice nad Ljubljano

Objavljamo rešitev Toneta Verbovskega, ki prejme za nagrado knjigo I. Adler: Fizika. Druga dva reševalca dobita knjigo J. Strnad: Kvantna fizika.

Galileo je za svoj termometer izkoristil raztezanje zraka. Ta termometer pa je imel svoje muhe. Kazal je tudi spremembe zračnega tlaka. Če je bil termometer umerjen pri zračnem tlaku 750 torov, je kazal pravilno le pri tem tlaku. Pri večjem tlaku je kazal prenizko temperaturo, pri nižjem tlaku pa je kazal previsoko temperaturo.

Vse to sem tudi preizkusil. Za bučko termometra sem vzel posodico s prostornino 13 cm^3 , za cevko pa stekleno cevko s premerom 3,6 mm. Teoretično naj bi bila pri konstantnem tlaku stopinja dolga 4,6 mm. Izračunal sem, da ustreza temperaturni spremembi 1°C sprememba tlaka za 2,8 tora. Iz tega lahko sklepamo, da pokaže pri spremembi zunanjega tlaka za 2,8 tora termometer eno stopinjo preveč ali premalo.

Izmerjeni podatki so se kar dobro ujemali z ocenjenimi. Vendar pa sem opazil, da je lestvica proti vrhu – to je pri manjših temperaturah – stisnjena.

Jože Rover

KUPON
3
1975
PREMISLI
IN
REŠI

Tokrat vam zastavljamo uganko - kriptaritem. Upamo, da bomo dobili več odgovorov, kot jih je izzval Galilejev termometer. Rešitvi priložite kupon in nam jo pošljite do 25. aprila 1976.

Na tabli je bilo napisano množenje dveh števil. Potem smo del cifre zbrisali in jih zamenjali z zvezdicami. Poskusite določiti zbrisane cifre.

$$\begin{array}{r} x2x \cdot x7 \\ \hline xxxx \\ \quad xxx \\ \hline xxxx8 \end{array}$$

Franci Oblak
(po "Kvantu")

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome.
3. letnik, šolsko leto 1975/76, 3. številka, marec 1976, str. 97-160.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Andrej Čadež (urednik za astronomijo), Jože Dover, Tomaž Fortuna, Pavel Gregorc, Marjan Hribar (urednik za fiziko), Andrej Kmet, Ljubo Kostrevc, Jože Kotnik, Matilda Lenarčič, Biserka Mikoš, Franci Oblak, Peter Petek (odgovorni urednik in urednik za matematiko), Tomaž Pisanski, Tomaž Skulj, Gabrijel Tomšič (glavni urednik), Marijan Vagaja, Ciril Velkovich (tehnični urednik).

Rokopis je natipkala Anuša Rode, jezikovno ga je pregledala Sandra Oblak, opremila pa sta ga Borut Delak in Višnja Kovačič, slike je narisal Slavko Lesnjak. Foto Marjan Smrke, karikature Božo Kos.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 61-564/53, štev. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki štev. 50100-620-107-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezno naročila 20.- din, za skupinska pa 18.- din, za inozemstvo 2 \$ = 36.- din, 1300.- Lit, 36.- Asch. Posamezna številka stane 5.- din.

List sofinancirajo republiška izobraževalna skupnost in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana.
List izhaja štirikrat letno v nakladi 16.500 izvodov.

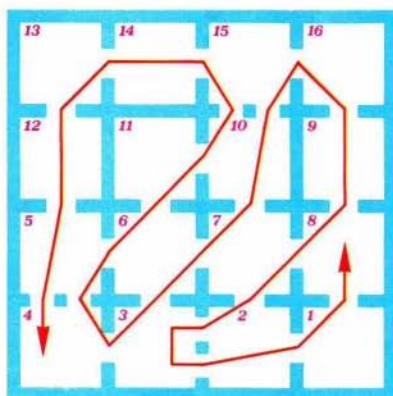
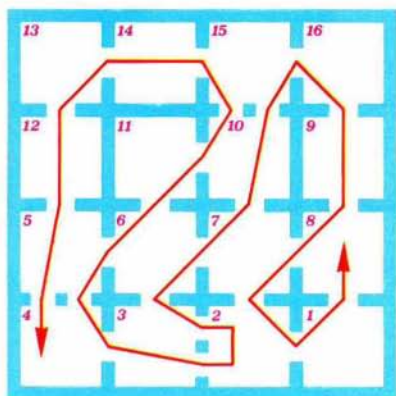
© 1976 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

KUPON
2



LABIRINT - REŠITEV

Pošiljam dve rešitvi. Iz prve sobe ne moremo začeti, tudi iz sobe št. 13 ne. V obeh primerih sem začel v 8.sobi in končal v 4.sobi, ali pa ravno obratno (začel v 4. in končal v 8.sobi).



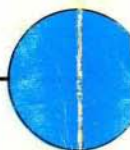
Zoran More

V resnici ni moč začeti ne v 1. ne v 13.sobi, temveč le v 4. ali 8. Zakaj? če natanko pogledamo, imajo vse sobe po dvojce ali četvero vrat, le sobi št.4 in 8 imata po tri vrata. Torej moramo v eni od njiju začeti, v drugi končati, kajti v vsako prehodno sobo moramo ravno tolikokrat vstopiti kot izstopiti, to pa je mogoče le, če ima soba sodo število vrat.

Peter Petek



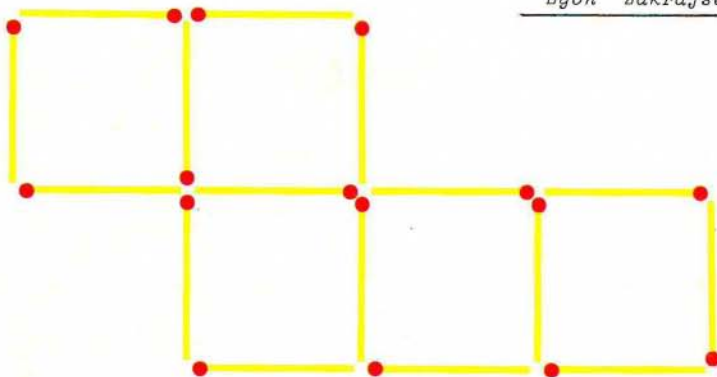
BISTROVIDEOC



VŽIGALICE

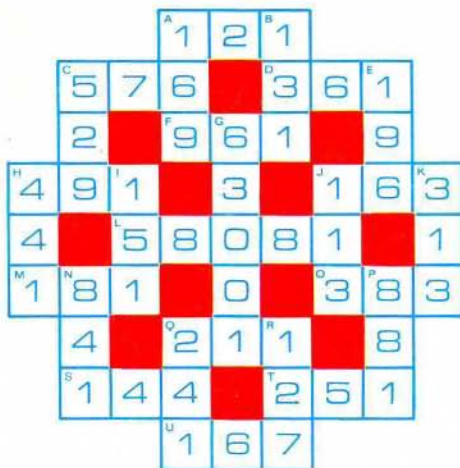
Prestavi dve vžigalici tako, da dobiš natančno štiri enake kvadrate!

Egon Zakrajšek



REŠITEV KRIŽANKE "PRAŠTEVILA IN KVADRATI"

PRESEK 3 (1975/76) 2, str.86



Dušan Repovš